21 स्थिर विद्युतिकी

प्रकृति के मूलभूत बल

(i) गुरूत्वीय, (ii) विद्युत चुम्बकीय,

(iii) नाभिकीय बल (iv) दुर्बल बल

आपेक्षिक प्रबलता $1 : 10^{36} : 10^{39} : 10^{14}$

आवेश क्वान्टित होता है, मुक्त आवेश का क्वाण्टम $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.

आवेश संरक्षित रहता है।

कूलॉम का नियम

$$\vec{F} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ MKS units}$$

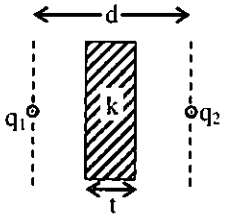
ε_0 (निर्वात् की विद्युत शीलता)

$= 8.854 \times 10^{-12}$ F/m

$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r$ = आपेक्षिक विद्युतशीलता या माध्यम का परावैद्युतांक

$$\vec{F}_m = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

Note: - यदि t मोटाई की प्लेट जिसका परावैद्युतांक k हैं चित्रानुसार दो d दूरी पर स्थित आवेशों के मध्य में रख दी जाये तो आवेशों के मध्य लगने वाला नया बल निम्न होगा



$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 (d - t + t\sqrt{k})^2}$$

आवेशों के मध्य प्रभावी दूरी का मान

$d' = (d - t + t\sqrt{k})$

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$\vec{E}$ = इकाई धनावेश पर बल = $\frac{\vec{F}}{q_0}$ N/C or V/m.

q आवेश के कारण $\vec{r}$ धन सदिश पर विद्युत क्षेत्र

$$\vec{E} = \frac{Kq}{r^2} \hat{r}$$

विद्युत विभव

विद्युत क्षेत्र के विरूद्ध इकाई धनावेश को अनन्त से दिये गये बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य

$$V_p = -\int_{\infty}^{P} \vec{E}.\vec{dr} \text{ volt}$$

बिन्दु आवेश के कारण विभव

$$V = K\frac{q}{r} \text{ volt}$$

अध्यारोपण का सिद्धान्त

बहुत सारे आवेशों के कारण परिणामी बल

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + ... + \vec{F_n}$$

परिणामी विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + ... \vec{E_n}$$

परिणामी विभव $V = V_1 + V_2 + ... + V_n$

$\vec{E}$ तथा V में सम्बन्ध

$$\vec{E} = -\text{grad } V = -\nabla V = -\frac{\partial V}{\partial r}\hat{r}$$

कार्तीय निर्देशांक में

$$\vec{E} = -\left[\hat{i}\frac{\partial V}{dx} + \hat{j}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right]$$

विद्युत फ्लक्स

क्षेत्रफल को सदिश रूप में लेने पर

$$d\phi = \vec{E} \cdot \vec{ds}, \qquad \phi = \int_s \vec{E} \cdot \vec{ds} \text{ volt} - \text{metre}$$

गाउस की प्रमेय

कुल बाहर जाने वाला फ्लक्स = परिबद्ध आवेश का $(4\pi K)$ गुणा

या $$\phi = \oint \vec{E}.\vec{ds} = 4\pi K \Sigma q = \frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q$$

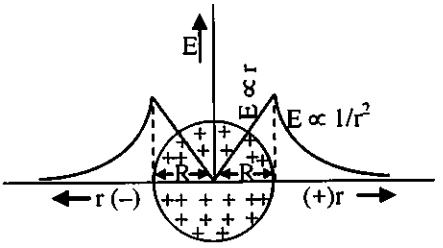
अचालक आवेशित गोले के कारण तीव्रता एवं विभव

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता : $\vec{E}_{\text{बाहर}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$,

$$E_{\text{बाहर}} \propto \frac{1}{r^2}$$

$$\vec{E}_{\text{सतह}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}\hat{r}$$

$$\vec{E}_{\text{अन्दर}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\vec{r}, \quad E_{\text{अन्दर}} \propto r$$

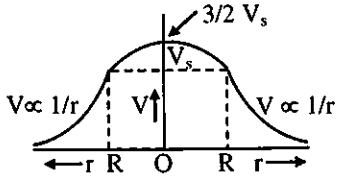


विभव : $V_{\text{बाहर}} = K\frac{Q}{r}$,

$$V_{\text{सतह}} = K\frac{Q}{r}$$

और $V_{\text{अन्दर}} = \frac{KQ(3R^2 - r^2)}{2R^3}$

$$V_{\text{केन्द्र}} = \frac{3}{2}\frac{KQ}{R} = 1.5\, V_{\text{सतह}}$$



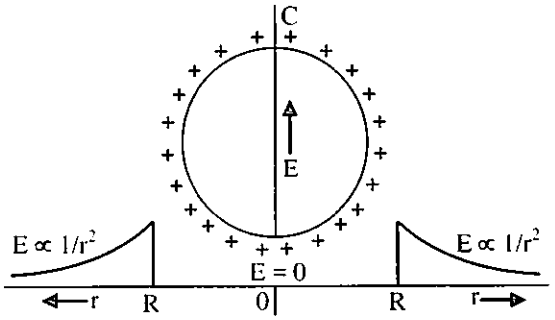
चालक गोले के कारण विद्युत तीव्रता एवं विभव

सम्पूर्ण आवेश गोले की सतह पर आ जाता है।

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता : $\vec{E}_{\text{बाहर}} = \frac{1}{4\pi\pi_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$

$$\vec{E}_{\text{सतह}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}\hat{r}$$

$$\vec{E}_{\text{अन्दर}} = 0$$

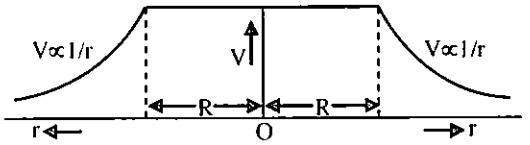


विभव :

$$V_{\text{बाहर}} = K\frac{Q}{r}$$

$$V_{\text{सतह}} = K\frac{Q}{R}$$

$$V_{\text{अन्दर}} = K\frac{Q}{R} \text{ (नियत)}$$

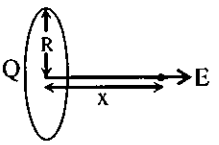


आवेशित वलय के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता एवं विभव

अक्ष पर

$$V = \frac{KQ}{(R^2 + x^2)^{1/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{KQx}{(R^2 + x^2)^{3/2}}\hat{x}$$

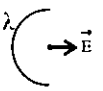


(x वलय के केन्द्र से अक्ष पर बिन्दु की दूरी है)

केन्द्र पर $x = 0$, $\quad E = 0, V = \frac{KQ}{R}$

Note: – यदि आवेशित वलय अर्द्धवृताकार है तो उसके केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र का मान

$$\frac{2K\lambda}{R} = \frac{Q}{2\pi^2R^2\varepsilon_0}$$



तथा विभव का मान $V = \frac{KQ}{R}$

अनन्त लम्बाई के रेखीय आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E} = \frac{2K\lambda}{r}\hat{n} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}\hat{n}$$

$\hat{n}$ रेखीय आवेश के लम्बवत् इकाई सदिश

अनन्त क्षेत्रफल की आवेशित सतह के कारण विद्युत क्षेत्र

$$\vec{E} = 2\pi K\sigma\,\hat{n} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n} \text{ (नियत)}$$

$\sigma \rightarrow$ इकाई अनुप्रस्थ काट क्षेत्र का आवेश

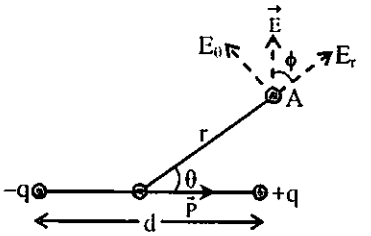
अनन्त क्षेत्रफल की आवेशित चालक पट्टिका के कारण विद्युत क्षेत्र

$$\vec{E} = 4\pi K\sigma\ \hat{n} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\ \hat{n} \text{ (नियत)}$$

$\sigma \rightarrow$ इकाई पृष्ठीय क्षेत्रफल का आवेश

विद्युत द्विध्रुव

दो समान किन्तु विपरीत प्रकृति के आवेश को एक–दूसरे से बहुत कम दूरी पर रखते हो $\vec{p} = q\vec{d}$. $\vec{p}$ की दिशा $-q$ से $+q$ की ओर होती है।



बिन्दु A पर विभव (r. θ)

$$V = \frac{Kqd\cos\theta}{r^2}$$

$$V = \frac{Kp\cos\theta}{r^2}$$

$$= K\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$$

A पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$$

$$E_r = 2K\left(\frac{p\cos\theta}{r^3}\right)$$

$$E_\theta = K\left(\frac{p\sin\theta}{r^3}\right)$$

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_0^{\ 2}}$$

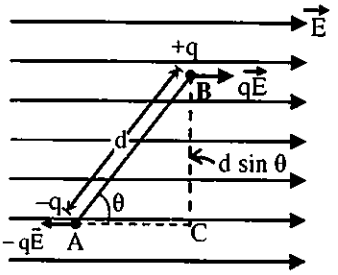
अक्ष पर $\theta = 0$, $\quad E_r = E = \frac{2kp}{r^3}$

निरक्ष पर $\theta = \frac{\pi}{2}$, $E_\theta = E = \frac{Kp}{r^3}$

बिन्दु A पर E.F. तथा x अक्ष के मध्य कोण $= (\theta + \phi)$

जहाँ $\quad \tan\phi = \frac{1}{2}\tan\theta \quad$ (देखे चित्र)

विद्युत क्षेत्र में रखा द्विध्रुव :



एकसमान विद्युत क्षेत्र में $F_{net} = 0$,

बल आघूर्ण $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ या $\tau = pE \sin\theta$

द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

(द्विध्रुव की विद्युत क्षेत्र के लम्बवत् स्थिति को सापेक्ष स्थिति माना गया है।)

द्विध्रुव को θ_1 से θ_2 तक घुमाने में किया गया कार्य

$$W = U_2 - U_1 = pE(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

एक समान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव का आवर्त काल E.F.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{P.E.}};$$

I = जड़त्व आघूर्ण

आवेशित साबुन के बुल-बुले का साम्य

आवेशित बुल–बुले के लिये

$$P_{ext} + P_{elct.} = \frac{4T}{r}$$

$P_{ext} = 0$ के लिए, $P_{elct.} = \frac{4T}{r}$ या $\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} = \frac{4T}{r}$

सतह पर विद्युत क्षेत्र

$$E_{सतह} = \left(\frac{8T}{\varepsilon_0 r}\right)^{1/2}$$

सतह पर विभव

$$V_{सतह} = \left(\frac{8Tr}{\varepsilon_0}\right)^{1/2}$$

विद्युत क्षेत्र में ऊर्जा घनत्व

$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \ (J/m^3)$$

जब q आवेश की छोटी बूंदे Q आवेश की बड़ी बूंदें बनाती है तो

$$Q = nq, \qquad R = r\,n^{1/3}$$

$$V_{big} = n^{2/3}\,V_{small}$$

विद्युत भंजन या विद्युत सामर्थ्य

विद्युत क्षेत्र का अधिकतम मान जो किसी माध्यम में उत्पन्न किया जा सकता हो।

हवा के लिये $E_{max} = 3 \times 10^6\ V/m$