27

प्रत्यावर्ती धारा

प्रत्यावर्ती धारा (a.c.)

वह धारा जिसका मान समय के साथ परिवर्तित होता है तथा दिशा आवर्ती रूप से बदलती है, उसे प्रत्यावर्ती धारा कहते हैं।

(a) किसी समय पर प्रत्यावर्ती वि. वा. बल E तथा प्रत्यावर्ती धारा I का मान होता है :

$$E = E_0 \sin\omega t, \text{ जहाँ } \quad E_0 = NBA\omega$$

तथा $$I = I_0 \sin(\omega t - \phi) \quad I_0 = NBA\omega/R$$

यदि आवृत्ति n हो, तो

$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T} \qquad T \rightarrow \text{आवर्त काल}$$

प्रत्यावर्ती धारा तथा वोल्टता के विभिन्न सम्बन्धित मान

(a) तात्कालिक मान : किसी क्षण t प्रत्यावर्ती वि. वा. बल या धारा का मान होता है।

(b) शिखर मान : एक चक्र में अधिकतम मान E_0 वोल्टता का शिखर मान है तथा I_0 धारा का शिखर मान है।

(c) औसत मान : पूर्ण चक्र के लिये

$$< E > = \frac{1}{T}\int_0^T E\,dt = 0$$

$$< I > = \frac{1}{T}\int_0^T I\,dt = 0$$

औसत मान : अर्द्ध चक्र के लिये $= \frac{2E_0}{\pi}$

वर्ग माध्य मूल मान :

$$E_{rms} = (< E^2 >)^{1/2} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = 0.707E_0 = 70.7\%\ E_0$$

और $$I_{rms} = (< I^2 >)^{1/2} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0.707I_0 = 70.7\%\ I_0$$

वर्ग माध्य मूल मान को आभासी मान या प्रभावी मान भी कहते हैं।

A.C. का शिखर से शिखर मान

$$I_{pp} = |+I_0| + |-I_0| = 2I_0 = 2.8\ I_{rms}$$

रूपक गुणांक

ज्या वक्रीय विभव या धारा के लिये रूपक गुणांक = $\frac{I_{rms}}{<I>} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में वि.वा. बल (वोल्टता) तथा धारा के बीच कला सम्बन्ध

(a) शुद्ध प्रतिरोध के लिये : वोल्टता तथा धारा समान कला में होते हैं अर्थात् कलान्तर $\phi = 0$.

(b) शुद्ध प्रेरकत्व के लिये : वोल्टता, धारा से $\pi/2$ कोण आगे होती है, अर्थात् कलान्तर $\phi = +\pi/2$.

(c) शुद्ध धारिता के लिये : वोल्टता, धारा से $\pi/2$ कोण पीछे होती है अर्थात् $\phi = -\pi/2$.

प्रतिघात

(a) प्रतिघात $X = \frac{E}{I} = \frac{E_0}{I_0} = \frac{E_{rms}}{I_{rms}} \pm \pi/2$

(b) प्रेरणिक प्रतिघात

$X_L = \omega L = 2\pi nL$

(c) धारितीय प्रतिघात

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi nC}$

प्रतिबाधा

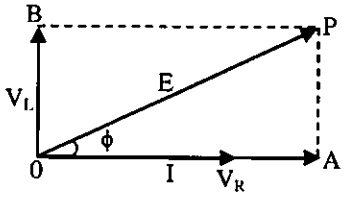
प्रतिबाधा $Z = \frac{E}{I} = \frac{E_0}{I_0} = \frac{E_{rms}}{I_{rms}}\ \phi$

जहाँ ϕ धारा I के सापेक्ष वोल्टता E का कलान्तर है।

(b) L–R श्रेणी परिपथ के लिये :

$$Z_{RL} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + \omega L^2}$$

तथा $\tan\phi = \left(\frac{\omega L}{R}\right)$ या $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$

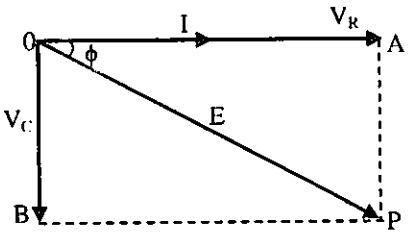


(c) R-C श्रेणी परिपथ के लिये :

$$Z_{RC} = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

तथा $\tan\phi = \left(\frac{1}{\omega CR}\right)$

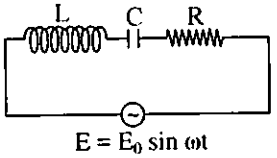
या $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega CR}\right)$

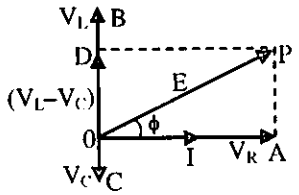


(d) L–C–R श्रेणी परिपथ के लिये :

$$Z_{LCR} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$





तथा $\tan\phi = \frac{\left(\omega L \sim \frac{1}{\omega C}\right)}{R}$

या $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L \sim \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$

अधिकल्पित प्रवेश्यता

प्रतिघात का व्युत्क्रम अधिकल्पित प्रवेश्यता कहलाता है।

∴ प्रवेश्यता $S = \frac{1}{X}$ mho

चालकत्व

प्रतिरोध का व्युत्क्रम चालकत्व कहलाता है।

∴ चालकत्व $G = \frac{1}{R}$ mho

प्रवेश्यता

प्रतिबाधा का व्युत्क्रम प्रवेश्यता कहलाता है।

∴ प्रवेश्यता $Y = \frac{1}{Z}$ mho

प्रत्यावर्ती धारा में शक्ति

(a) विद्युत शक्ति = (परिपथ में धारा) × (परिपथ में वोल्टता)

$$P = IE$$

(b) तात्कालिक शक्ति :

$$P_{inst} = E_{inst} \times I_{inst}$$

(c) औसत शक्ति

$$P_{av} = \frac{1}{2} E_0 I_0 \cos\phi = E_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

(d) आभासी शक्ति (apparent power) :

$$= \frac{1}{2} E_0 I_0 = E_{rms} I_{rms}$$

शक्ति गुणांक

(a) शक्ति गुणांक $\cos\phi = \frac{P_{av}}{P_v} = \frac{R}{Z}$

(b) शुद्ध प्रतिरोध के लिये

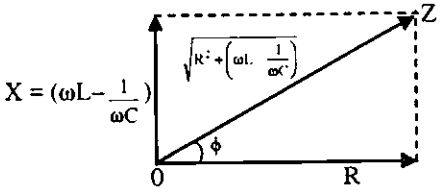
$$\cos\phi = 1$$

(c) शुद्ध प्रेरकत्व के लिये

$$\cos\phi = 0$$

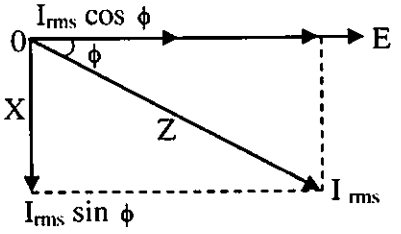
(d) LCR श्रेणी परिपथ के लिये

$$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$



कार्यहीन धारा

प्रत्यावर्ती धारा का वह घटक जो वोल्टता से $\pi/2$ कलान्तर पर होता है, कार्यहीन धारा कहलाता है।



कार्यहीन धारा का rms का मान

$$= \frac{I_0}{\sqrt{2}} \sin\phi$$

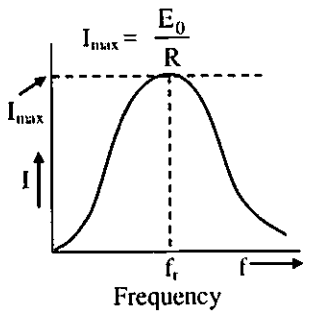
$$= I_{rms} \sin\phi = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \left(\frac{X}{Z}\right)$$

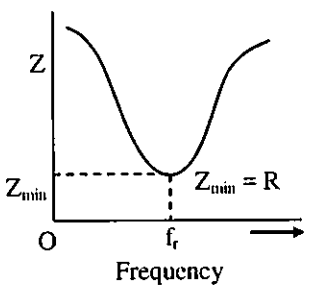
चोक कुण्डली

प्रत्यावर्ती धारा को नियंत्रित करने के लिये प्रयुक्त ऐसी प्रेरित कुण्डली जिसका स्वप्रेरकत्व अधिक तथा प्रतिरोध नगण्य होता है, चोक कुण्डली कहलाती है, इस कुण्डली का शक्ति गुणांक लगभग शून्य होता है।

श्रेणीबद्ध LCR अनुनादी परिपथ

(a) जब परिपथ में प्रेरणिक प्रतिघात (X_L) धारितीय प्रतिघात (X_C) के बराबर हो जाता है तो परिणामी प्रतिबाधा प्रतिरोधात्मक ($Z = R$) हो जाती है, इस अवस्था में वोल्टता तथा धारा समान कला ($\phi = 0$) में होते हैं, धारा व शक्ति अधिकतम तथा प्रतिबाधा न्यूनतम होती है, इस अवस्था को अनुनादी अवस्था कहते हैं।





(b) अनुनादी आवृत्ति :

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}$$

जिससे अनुनादी आवृत्ति $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

(c) अनुनाद की अवस्था में परिपथ में शक्ति गुणांक का मान एकांक होता है।

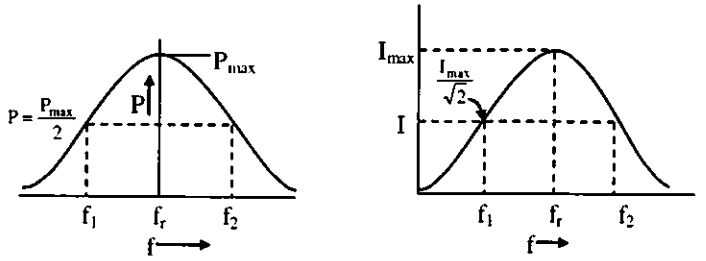
अर्धशक्ति आवृत्तियाँ

वे आवृत्तियाँ f_1 तथा f_2 जिन पर परिपथ में शक्ति, अधिकतम शक्ति की आधी होती है अर्थात्,

$$P = \frac{1}{2} P_{max}$$

और $$I = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}},$$

f_1 और f_2 अर्द्ध शक्ति आवृत्तियाँ कहलाती है।



बैण्ड चौड़ाई

अर्धशक्ति आवृत्तियों के मध्य आवृत्ति अन्तराल बैण्ड चौड़ाई कहलाता है।

∴ बैण्ड चौड़ाई $\Delta f = f_2 - f_1$

श्रेणी अनुनादी LCR परिपथ के लिये

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi}\frac{R}{L}$$

विशेषता गुणांक (Q)

$$Q = 2\pi \times \frac{\text{अधिकतम संग्रहित ऊर्जा}}{\text{प्रति चक्र व्यतित ऊर्जा}}$$

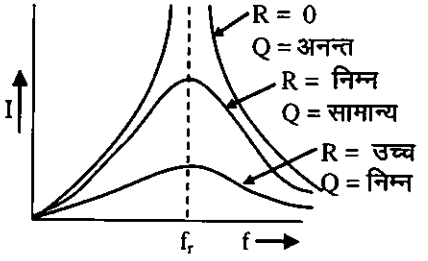
$$= \frac{2\pi}{T} \times \frac{\text{अधिकतम संग्रहित ऊर्जा}}{\text{माध्य व्यतित ऊर्जा}}$$

या $$Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{\omega_r CR} = \frac{f_r}{(f_2 - f_1)} = \frac{f_r}{\Delta f}$$

अनुनाद की स्थिति में

$$V_R = E,\ V_L = OE \text{ तथा } V_C = QE,$$

जहाँ E परिपथ में आरोपित वोल्टता है।

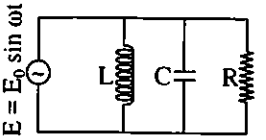


समान्तर LCR परिपथ

(a) परिपथ की प्रवेश्यता :

$$Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

$$= \sqrt{G^2 + (S_C - S_L)^2}$$

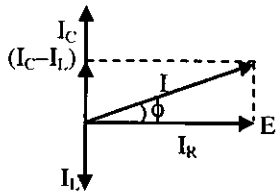


(b) धारा तथा वोल्टता के बीच कलान्तर

$$\tan\phi = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)R = \frac{S}{G}$$

या $\phi = \tan^{-1}\left(\omega C - \frac{1}{\omega C}\right)R$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{S}{G}\right)$$

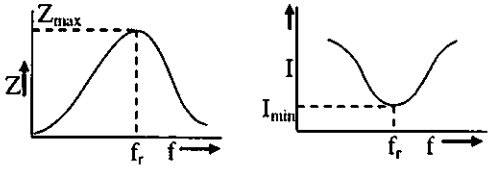


समान्तर अनुनाद या प्रति-अनुनाद

(a) जब परिपथ में प्रेरणिक प्रतिघात X_L का मान धारितिय प्रतिघात के बराबर हो जाता है, तो इस अवस्था में परिपथ की प्रतिबाधा का मान अधिकतम या प्रवेश्यता का मान न्यूनतम तथा धारा का मान न्यूनतम होता है, इस अवस्था को समान्तर अनुनाद या प्रति–अनुनाद कहते हैं। परिपथ में समान्तर अनुनाद की अवस्था, श्रेणीक्रम अनुनाद के विपरीत होती है, इसलिये इसे प्रति–अनुनाद कहते हैं।

(b) समान्तर अनुनादी आवृत्ति

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



(c) अनुनाद की अवस्था में शक्ति गुणांक का मान एकांक होता है।

(d) बैण्ड अन्तराल $\Delta f = 2\pi f_r^2 CR$

(e) विशेषता गुणांक $Q = \frac{1}{\omega_r CR} = \frac{1}{2\pi f_r CR}$