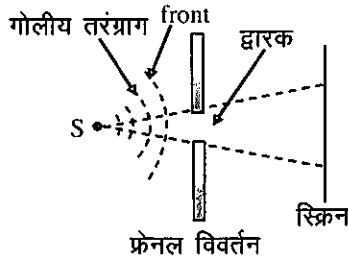


विवर्तन

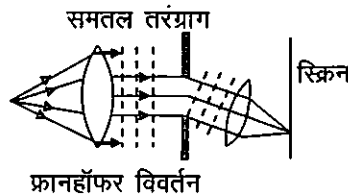
तरंगों का किसी द्वारक या अवरोध के किनारे से मुड़ना या रेखीय संचरण से विचलन को विवर्तन कहते हैं। विवर्तन का प्रभाव प्रेक्षित होने के लिये विवर्तन (अवरोध) का आकार 'a' तरंग के तरंगदैर्घ्य λ की कोटि का होना चाहिए। अर्थात् $a \approx \lambda$.

विवर्तन के प्रकार

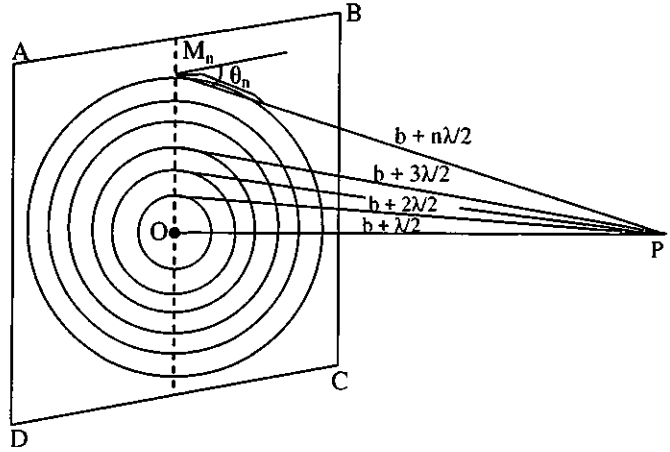
- (a) **फ्रेनल विवर्तन**-इसमें स्रोत तथा पर्दा दोनों विवर्तक से सीमित दूरी पर होते हैं अर्थात् तरंगाग्र वक्रतीय होते हैं।



- (b) **फ्रान्ज़ोफर विवर्तन**-इसमें स्रोत तथा पर्दा दोनों विवर्तक से अनन्त दूरी पर होते हैं अर्थात् तरंगाग्र समतल होते हैं।

**फ्रेनेल के अर्धावर्ती कटिबन्ध**

तरंगाग्र को विभिन्न कटिबन्धों में इस प्रकार से विभाजित करते हैं कि क्रमागत कटिबन्धों से उत्सर्जित तरंगों के किसी दिये हुए बिन्दु पर पहुँचने पर उनके मध्य कलान्तर π , पथान्तर $\frac{\lambda}{2}$ तथा समयान्तर $\frac{T}{2}$ होता है।



समतल तरंगाग्र के लिये -

$$n\text{वें कटिबन्ध की त्रिज्या} \quad r_n = \sqrt{nb\lambda}, \quad r_n \propto \sqrt{n}$$

$$n\text{वें कटिबन्ध का क्षेत्रफल} \quad A_n = \pi b\lambda$$

किसी दिये हुए बिन्दु से माध्य दूरी

$$d_n = b + (2n - 1) \frac{\lambda}{4}$$

यदि स्रोत अवरोधक (विवर्तक) से दूरी 'a' पर स्थित हो अर्थात् -

$$r_n = \left[n \left(\frac{ab}{a+b} \right) \lambda \right]^{1/2}$$

$$A_n = \pi \left(\frac{ab}{a+b} \right) \lambda$$

किसी बिन्दु पर पहुँचने वाली तरंगों के आयाम

$$\text{आयाम} \quad R_n \propto \frac{A_n (1 + \cos \theta_n)}{d_n}$$

जैसे-जैसे n का मान बढ़ता है d_n तथा θ_n का मान बढ़ता है। इसलिये R_n का मान कम होता है।

$$R_1 > R_2 > R_3 \dots\dots\dots$$

$$R_2 = \frac{R_1 + R_3}{2}, \quad R_4 = \frac{R_3 + R_5}{2}, \dots\dots\dots$$

$$\text{तथा} \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_2} = \dots\dots\dots = \frac{R_n}{R_{n-1}} = \text{नियतांक}$$

परिणामी आयाम

$$R = R_1 - R_2 + R_3 - R_4 \dots\dots\dots + (-1)^{n-1} R_n$$

$$R = \frac{R_1}{2} + \frac{R_n}{2} \text{ यदि } n \text{ विषम संख्या हो.}$$

$$R = \frac{R_1}{2} - \frac{R_n}{2} \text{ यदि } n \text{ विषम संख्या हो}$$

यदि n का मान बहुत अधिक हो तो R_n का मान अत्यल्प होगा।

$$\therefore R = \frac{R_1}{2}$$

तीव्रता $\propto (\text{आयाम})^2$,

$$I = KR^2$$

सम्पूर्ण तरंगाग्र के कारण परिणामी तीव्रता

$$I = \frac{KR_1^2}{4} = \frac{I_1}{4}$$

किसी वृत्ताकार द्वारक के कारण विवर्तन

द्वारक से कुछ संख्या में कटिबन्ध निकलते हैं।

द्वारक से निकलने वाले कटिबन्धों की संख्या

$$n = \frac{\pi r^2}{\pi b \lambda} = \frac{r^2}{b \lambda}$$

$$n = 1, I' = \frac{KR_1^2}{4}$$

$$n = 2, I'' = \frac{KR_2^2}{4} \dots\dots\dots$$

$$I > I' > I'' \dots\dots\dots$$

केन्द्र हमेशा दीप्त होगा किन्तु तीव्रता घटेगी, जैसे-जैसे अवरुद्ध कटिबन्धों की संख्या बढ़ती है।

किसी अपारदर्शी चकती के कारण विवर्तन

अपारदर्शी चकती कुछ अर्धवर्ती कटिबन्धों को अवरुद्ध कर देती है। चकती द्वारा

अवरुद्ध किये गये कटिबन्धों की संख्या $n = \frac{r^2}{b \lambda}$

यदि $n = 1$ हो तो $I_1 = KR_1^2$ = सम्पूर्ण तरंगाग्र के कारण तीव्रता का 4 गुना

यदि $n = 2$, $I_2 = K(R_1 - R_2)^2 \approx 0$, केन्द्र अदीप्त होगा

n = विषम संख्या, केन्द्र दीप्त होगा एवं n = सम संख्या, केन्द्र अदीप्त होगा

केन्द्रीय दीप्त के चारों ओर प्रथम अदीप्त वलय की त्रिज्या

$$x_1 = \frac{b \lambda}{2r}$$

एक लेंस भी वृत्तीय द्वारक का कार्य कर सकता है, जिसके लिये $2r$ = लेंस का व्यास D , b = लेंस की फोकस दूरी f तो

$$x_1 = \frac{f \lambda}{D}$$

अधिक सार्थक विश्लेषण देता है

$$x_1 = \frac{1.22 f \lambda}{D}$$

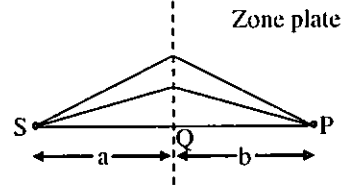
जोन प्लेट

किसी पारदर्शी प्लेट जिस पर प्राकृतिक संख्या के वर्गमूल के अनुक्रमानुपाती त्रिज्या के कई संकेन्द्रीय वृत्त खींचे गये हों तथा क्रमागत कटिबन्धों को अपारदर्शी कर दिया जाता है।

धनात्मक जोन प्लेट-विषम जोन पारदर्शी होते हैं और सम अपारदर्शी होते हैं।

ऋणात्मक जोन प्लेट-विषम जोन अपारदर्शी होते हैं और सम पारदर्शी होते हैं।

यह बहुसंख्य फोकसों वाले उत्तल लेंस की तरह व्यवहार करता है।



$$f_p = \frac{r^2}{(2p-1)\lambda}, \text{ } r \text{ प्लेट पर प्रथम वृत्त की त्रिज्या है।}$$

$$= \frac{r_n^2}{(2p-1)n\lambda}, \text{ } r_n \text{ प्लेट पर } n\text{वें वृत्त की त्रिज्या है।}$$

$$f_1 = \frac{r^2}{\lambda} \text{ (मुख्य फोकस दूरी)}, f_2 = \frac{r^2}{3\lambda}, \dots\dots\dots$$

यदि 'a' जोन प्लेट से बिम्ब की दूरी तथा 'b' जोन प्लेट से प्रतिबिम्ब की दूरी है तो

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

एकल स्लिट के कारण फ्रान्ज़ोफर विवर्तन

केन्द्रीय उच्चिष्ठ के दोनों तरफ असमान मोटाई की विवर्तन की फ्रिन्जें प्राप्त होती है। निम्निष्ठ की कोणीय स्थितियाँ निम्न प्रकार प्राप्त होती है

$$a \sin \theta_n = n\lambda \text{ (} n = 1, 2, \dots\dots\dots \text{)}$$

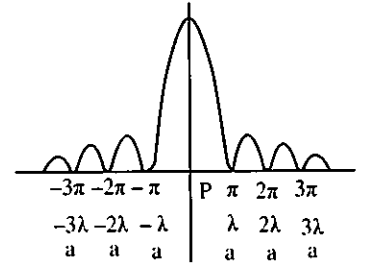
$$\therefore \theta_1 \approx \frac{\lambda}{a}$$

$$\text{केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई} = 2\theta_1 = \frac{2\lambda}{a}$$

$$\text{यदि } f \text{ फोकस दूरी वाले लेंस में फोकसित है, तो रेखीय चौड़ाई} = \frac{2f\lambda}{a}$$

उच्चिष्ठ की कोणीय स्थिति दी जाती है।

$$a \sin \theta_n = (2n+1) \frac{\lambda}{2}$$



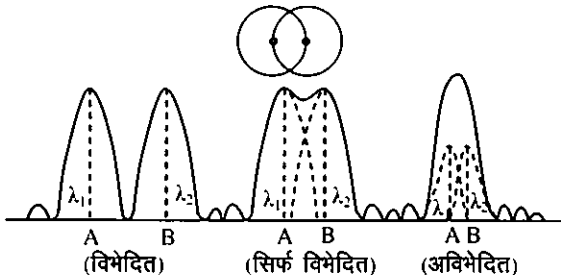
विभेदन क्षमता

दो निकटवर्ती बिम्बों को पृथक् देखने की क्षमता को विभेदन क्षमता कहते हैं। दो बिन्दुवत् बिम्बों के बीच में वह कम से कम दूरी जिसके लिये उनके प्रतिबिम्ब अलग-अलग दिखाई दें या विभेदन हों उसे विभेदन की सीमा कहते हैं।

$$\text{विभेदन क्षमता} = \frac{1}{\text{विभेदन सीमा}}$$

रैले की कसौटी

दो बिम्ब मात्र विभेदित होते हैं यदि एक बिम्ब के विवर्तन प्रतिरूप का केन्द्रीय उच्चिष्ठ दूसरे बिम्ब के विवर्तन प्रतिरूप के प्रथम निम्नस्थि पर संपाती होता है।



दूरदर्शी

$$\text{दूरदर्शी की विभेदन सीमा } \alpha = \frac{1.22 \lambda}{a}$$

$$\therefore \text{दूरदर्शी की विभेदन क्षमता} = \frac{1}{\alpha} = \frac{a}{1.22 \lambda}$$

'a' दूरदर्शी अभिदृश्यक लेंस का द्वारक है।

सूक्ष्मदर्शी

$$\text{विभेदन की सीमा } d = \frac{1.22 \lambda}{2 \sin \theta} = \frac{0.61 \lambda}{\sin \theta}$$

2θ अभिदृश्यक द्वारा बिम्ब की स्थिति पर बनाया गया कोण है।

यदि बिम्ब μ अपवर्तनांक के माध्यम में स्थित हो तो -

$$\text{विभेदन की सीमा } d = \frac{0.61 \lambda}{\mu \sin \theta}$$

$$\therefore \text{विभेदन क्षमता} = \frac{1}{d} = \frac{\mu \sin \theta}{0.61 \lambda}$$

राशि $\mu \sin \theta$ संख्यात्मक द्वारक कहलाती है।

प्रिज्म

$$\text{विभेदन क्षमता} = \frac{\lambda}{d\lambda} = \frac{1}{d} \frac{d\mu}{d\lambda} \quad (\text{प्रिज्म के आधार की चौड़ाई है } l)$$

मानव नेत्र

$$\text{विभेदन की सीमा} = 1 \text{ मिनट का चाप} = \left(\frac{1}{60} \right) = \frac{1}{60} \frac{\pi}{180} \text{ रेडियन}$$