Vector

सदिश का परिचय (Introduction of Vector)

वे भौतिक राशियाँ जिनमें परिमाण व दिशा होती है तथा जो सदिश नियमों का पालन करती हैं सदिश कहलाती हैं।

उदाहरण : विस्थापन, वेग, त्वरण, संवेग, बल, आवेग, भार, प्रणोद (thrust) बल आघूर्ण, कोणीय संवेग, कोणीय वेग आदि।

यदि किसी भौतिक राशि में परिमाण तथा दिशा दोनों हों तो यह हमेशा ही सदिश नहीं होती। सदिश होने के लिए इसका सदिश बीजगणित नियमों का पालन करना अनिवार्य है।

उदाहरण : भौतिक राशि 'धारा' में परिमाण तथा दिशा दोनों होते हैं परन्तु फिर भी यह अदिश राशि है क्योंकि यह सदिश बीजगणित नियमों का पालन नहीं करती।

सदिश के प्रकार (Types of Vector)

(1) **समान सदिश** (Equal vector): दो सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ समान सदिश कहलाते हैं यदि इनके परिमाण तथा दिशा दोनों समान हों।

(2) **समान्तर सदिश** (Parallel vector): दो सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ समान्तर कहलाते हैं यदि

(i) दोनों की दिशायें समान हों।

(ii) एक सदिश, दूसरे सदिश का अदिश (धनात्मक) तथा अशून्य गुणक हो।

(3) **प्रति समान्तर सदिश** (Anti parallel vector): दो सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ प्रतिसमान्तर सदिश कहलाते हैं यदि

(i) दोनों की दिशायें विपरीत हों।

(ii) एक सदिश, अन्य सदिश में अशून्य तथा ऋणात्मक संख्या द्वारा गुणा करने से प्राप्त सदिश हो।

(4) **संरेखीय सदिश** (Collinear vector) : यदि दिये गये सदिश एक ही सरल रेखा के अनुदिश या विपरीत दिशा में कार्य करते हैं तो वे संरेखीय सदिश कहलाते हैं।

(5) **शून्य सदिश** $(\vec{0})$ (Zero vector): वह सदिश जिसका परिमाण शून्य तथा दिशा स्वेच्छ हो (हमें ज्ञात न हो) शून्य सदिश कहलाता है।

(6) **इकाई सदिश** (Unit vector) : एक सदिश को इसके परिमाण द्वारा विभाजित करने पर इकाई सदिश प्राप्त होता है। $\vec{A}$ का इकाई सदिश $\hat{A}$ होता है (इसे A कैप या A हैट पढ़ा जाता है)

चूंकि, $\hat{A} = \dfrac{\vec{A}}{A} \Rightarrow \vec{A} = A\hat{A}$

अतः हम कह सकते हैं कि इकाई सदिश हमें दिशा का बोध कराता है।

(7) **अभिलम्बवत् इकाई सदिश** (Orthogonal unit vector) : $\hat{i}, \hat{j}$ तथा $\hat{k}$ अभिलम्बवत इकाई सदिश कहलाते हैं ये दाहिने त्रिक का निर्माण करते हैं (यह एक निर्देशांक पद्धति है जिसमें हम दायें हाथ की उंगलियों को x से y की ओर मोड़ें तो अंगूठे की दिशा z-अक्ष की ओर होगी।)

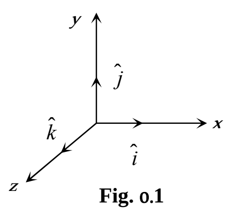


Fig. 0.1

$$\hat{i} = \frac{\vec{x}}{x}, \hat{j} = \frac{\vec{y}}{y}, \hat{k} = \frac{\vec{z}}{z}$$

$$\therefore \quad \vec{x} = x\hat{i}, \ \vec{y} = y\hat{j}, \ \vec{z} = z\hat{k}$$

(8) **ध्रुवीय सदिश** (Polar vector) : इनका प्रारम्भिक बिन्दु या कार्यकारी बिन्दु होता है। उदाहरणः विस्थापन तथा बल आदि।

(9) **अक्षीय सदिश** (Axial vector) **:** यह घूर्णी प्रभाव को प्रदर्शित करता है तथा दायें हाथ के पेंच के नियमानुसार हमेशा घूर्णन अक्ष के अनुदिश होता है। उदाहरण : कोणीय वेग, बलआघूर्ण तथा कोणीय संवेग आदि।

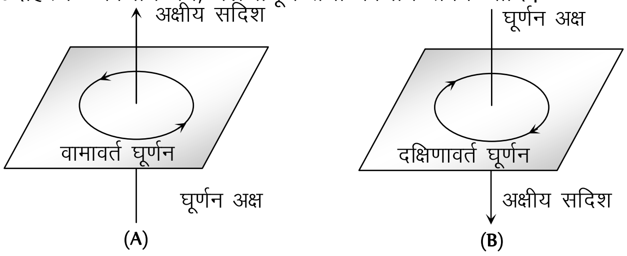


Fig. 0.2

(10) **समतलीय सदिश** (Coplanar vector) : तीन (या अधिक) सदिश समतलीय सदिश कहलाते हैं यदि ये एक ही तल में स्थित हों। दो (मुक्त) सदिश हमेशा समतलीय होते हैं।

दो सदिशों के योग का त्रिभुज नियम

(Triangle Law of Vector Addition of Two Vectors)

यदि दो अशून्य सदिशों को समान क्रम में ली गयी त्रिभुज की दो भुजाओं द्वारा प्रदर्शित किया जाए तो इनका परिणामी विपरीत क्रम में त्रिभुज की तीसरी भुजा द्वारा प्रदर्शित होगा। अर्थात् $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

$\because\ \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$

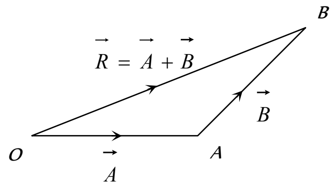


Fig. 0.3

(1) **परिणामी सदिश का परिमाण**

निम्न चित्र में, ΔABN में, $\cos\theta = \dfrac{AN}{B} \Rightarrow AN = B\cos\theta$

$\sin\theta = \dfrac{BN}{B} \Rightarrow BN = B\sin\theta$

ΔOBN में, $OB^2 = ON^2 + BN^2$

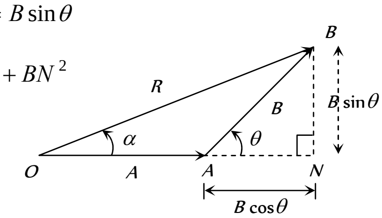


Fig. 0.4

$\Rightarrow R^2 = (A + B\cos\theta)^2 + (B\sin\theta)^2$

$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2\cos^2\theta + 2AB\cos\theta + B^2\sin^2\theta$

$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) + 2AB\cos\theta$

$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$

$\Rightarrow R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

(2) **परिणामी सदिश की दिशा :** यदि $\vec{A}$ व $\vec{B}$ के बीच कोण θ हो, तो $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

यदि $\vec{R}$, $\vec{A}$ के साथ α कोण बनाये तो ΔOBN में,

$$\tan\alpha = \frac{BN}{ON} = \frac{BN}{OA + AN}$$

$$\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$

सदिशों के योग का समान्तर चतुर्भुज नियम

(Parallelogram Law of Vector Addition)

यदि दो अशून्य सदिशों को एक समान्तर चतुर्भुज की दो आसन्न भुजाओं से निरूपित किया जाए, तो उनके उभयनिष्ठ (प्रतिच्छेद) बिन्दु से गुजरने वाला विकर्ण उनके परिणामी सदिश को प्रदर्शित करता है।

(1) **परिमाण**

चूँकि, $R^2 = ON^2 + CN^2$

$\Rightarrow R^2 = (OA + AN)^2 + CN^2$

$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$

$\therefore\ R = |\vec{R}| = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

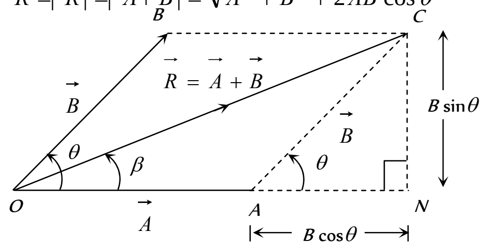


Fig. 0.5

विशेष स्थितियाँ: $R = A + B$ जब $\theta = 0°$

$R = A - B$ जब $\theta = 180°$

$R = \sqrt{A^2 + B^2}$ जब $\theta = 90°$

(2) **दिशा**

$$\tan\beta = \frac{CN}{ON} = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$

सदिशों के योग का बहुभुज नियम

(Polygon Law of Vector Addition)

यदि अशून्य सदिशों की संख्या को n-भुजा वाले बहुभुज की (n – 1) भुजाओं द्वारा प्रदर्शित किया जाए तो बहुभुज की अंतिम भुजा या n वीं भुजा विपरीत दिशा में परिणामी सदिश को प्रदर्शित करती है।

$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} + \vec{E}$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{OE}$

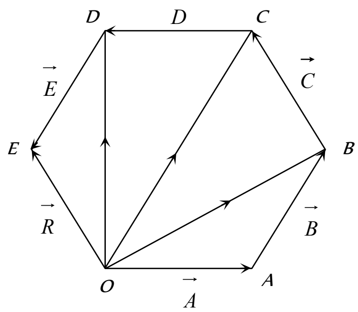


Fig. 0.6

(1) दो असमान सदिशों का परिणामी शून्य नहीं हो सकता।

(2) तीन समतलीय सदिशों का परिणामी शून्य अथवा अशून्य दोनों हो सकता है।

(3) तीन असमतलीय सदिशों का परिणामी शून्य नहीं हो सकता।

सदिशों का व्यवकलन (अन्तर) (Subtraction of vectors)

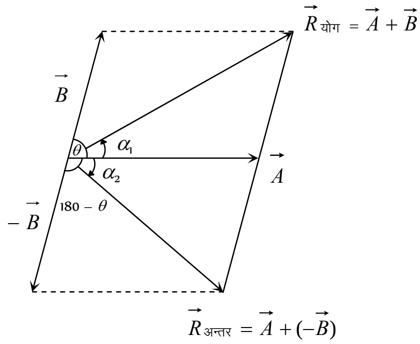
चूँकि, $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$ तथा

$$|\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$\Rightarrow |\vec{A}-\vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(180^o - \theta)}$$

चूँकि, $\cos(180 - \theta) = -\cos\theta$

$$\Rightarrow |\vec{A}-\vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$$



$$\tan\alpha_1 = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$

Fig. 0.7

तथा $\tan\alpha_2 = \dfrac{B\sin(180 - \theta)}{A + B\cos(180 - \theta)}$

परन्तु $\sin(180 - \theta) = \sin\theta$ तथा $\cos(180 - \theta) = -\cos\theta$

$$\Rightarrow \tan\alpha_2 = \frac{B\sin\theta}{A - B\cos\theta}$$

द्विविमीय सदिश का घटकों में वियोजन
(Resolution of Vector Into Components)

चित्र में दर्शाये अनुसार x-y तल में सदिश $\vec{R}$ पर विचार करें। यदि हम x तथा y अक्षों के अनुदिश अभिलम्बवत सदिश क्रमशः $\vec{R}_x$ तथा $\vec{R}_y$ खींचे तो सदिश योग के नियम से $\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y$

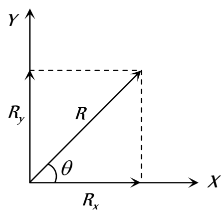


Fig. 0.8

किसी सदिश के लिए $\vec{A} = A\hat{n}$ अतः,

$\vec{R}_x = \hat{i}R_x$ तथा $\vec{R}_y = \hat{j}R_y$

अतः $\vec{R} = \hat{i}R_x + \hat{j}R_y$ ...(i)

परन्तु चित्र से $R_x = R\cos\theta$ ...(ii)

तथा $R_y = R\sin\theta$ ...(iii)

चूँकि R तथा θ सामान्यतः ज्ञात होते हैं, अतः समीकरण (ii) व (iii) से, $\vec{R}$ के घटकों के परिमाण क्रमशः x तथा y-अक्षों के अनुदिश ज्ञात हो जाते हैं।

यहाँ ध्यान रखें कि एक बार किसी सदिश को उसके घटकों में वियोजित कर दिया जाता है तो उन घटकों का प्रयोग उस सदिश का वर्णन करने के लिये किया जा सकता है।

(1) सदिश $\vec{R}$ का परिमाण समीकरण (ii) व (iii) को वर्ग करके जोड़ने पर प्राप्त हो सकता है अर्थात् $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

(2) सदिश $\vec{R}$ की दिशा समीकरण (iii) को (ii) से विभाजित करने पर प्राप्त होती है, अर्थात् $\tan\theta = (R_y / R_x)$ अथवा $\theta = \tan^{-1}(R_y / R_x)$

त्रिविमीय सदिश के समकोणिक घटक
(Rectangular Components of 3-D Vector)

(1) $\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y + \vec{R}_z$ अथवा $\vec{R} = R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k}$

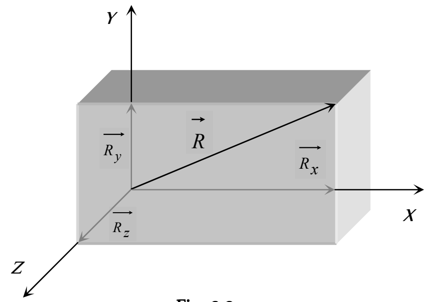


Fig. 0.9

(2) यदि $\vec{R}$ x-अक्ष से α कोण, y-अक्ष से β कोण तथा z-अक्ष से γ कोण बनाये तब

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{R_x}{R} = \frac{R_x}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}} = l$$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{R_y}{R} = \frac{R_y}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}} = m$$

$$\Rightarrow \cos\gamma = \frac{R_z}{R} = \frac{R_z}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}} = n$$

जहाँ l, m, n सदिश $\vec{R}$ की दिक्कोज्यायें कहलाती हैं।

$$l^2 + m^2 + n^2 = \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = \frac{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 1$$

(3) जब किसी बिन्दु P के निर्देशांक (x, y, z) हों तो इसका स्थिति सदिश $\overrightarrow{OP} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ होगा

(4) जब एक कण बिन्दु (x, y, z) से (x, y, z) तक गति करता है तो इसका विस्थापन सदिश होगा

$$\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

दो सदिशों का अदिश गुणनफल
(Scalar Product of Two Vectors)

(1) **परिभाषा :** दो सदिशों का अदिश गुणनफल (या डॉट गुणनफल) उन सदिशों के परिमाणों तथा उनके बीच के कोण की कोज्या के गुणनफल के बराबर होता है।

अतः यदि दो सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के बीच कोण θ हो तो उनका अदिश गुणनफल $\vec{A}.\vec{B}$ लिखा जायेगा तथा यह निम्न रुप से परिभाषित होगा $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$

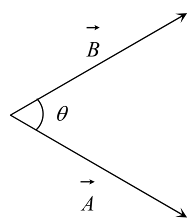


Fig. 0.10

(2) **गुण :** (i) यह हमेशा अदिश होता है। यदि दो सदिशों के बीच का कोण न्यूनकोण (अर्थात् $\theta < 90°$) है तो इनका अदिश गुणनफल धनात्मक होगा तथा यदि कोण अधिककोण (अर्थात् $90° < \theta < 180°$) है तो यह ऋणात्मक होगा।

(ii) यह क्रम-विनिमय नियम का पालन करता है अर्थात् $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$

(iii) यह वितरण नियम का पालन करता है अर्थात् $\vec{A}.(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}.\vec{B}+\vec{A}.\vec{C}$

(iv) परिभाषा से $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$

सदिशों के बीच कोण $\theta = \cos^{-1}\left[\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}\right]$

(v) दो सदिशों के बीच अदिश गुणनफल अधिकतम होगा यदि $\cos\theta = \max = 1$, या $\theta = 0^o$, अर्थात् सदिश एक दूसरे के समान्तर होंगे।

$(\vec{A}.\vec{B})_{\max} = AB$

(vi) दो सदिशों के बीच अदिश गुणनफल न्यूनतम होगा यदि $|\cos\theta| = \min = 0$, या $\theta = 90^o$

$(\vec{A}.\vec{B})_{\min} = 0$

अर्थात् यदि दो सदिश एक दूसरे के अभिलम्बवत् हों तो उनका अदिश गुणनफल शून्य होगा।

(vii) किसी सदिश का स्वयं के साथ अदिश गुणनफल निम्न प्रकार से दिया जाता है $(\vec{A})^2 = \vec{A}.\vec{A} = AA\cos\theta = A^2$ अर्थात् $A = \sqrt{\vec{A}.\vec{A}}$

(viii) इकाई सदिश $\hat{n}$ की स्थिति में

$\hat{n}.\hat{n} = 1\times1\times\cos 0 = 1$ इसलिये $\hat{n}.\hat{n} = \hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$

(ix) अभिलम्बवत इकाई सदिशों $\hat{i}, \hat{j}$ तथा $\hat{k}$ की स्थिति में $\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = 1\times1\cos 90° = 0$

(x) घटकों के पदों में $\vec{A}.\vec{B} = (\vec{i}A_x + \vec{j}A_y + \vec{k}A_z).(\vec{i}B_x + \vec{j}B_y + \vec{k}B_z)$

$= [A_xB_x + A_yB_y + A_ZB_z]$

(3) **उदाहरण :** (i) कार्य W : भौतिकी में नियत बल द्वारा कार्य निम्न प्रकार परिभाषित होता है, $W = Fs\cos\theta$ ...(i)

परन्तु दो सदिशों के अदिश गुणनफल की परिभाषा से,

$\vec{F}.\vec{s} = Fs\cos\theta$ ...(ii)

अतः समीकरण (i) व (ii) से $W = \vec{F}.\vec{s}$ अर्थात् कार्य, बल तथा विस्थापन का अदिश गुणनफल है।

(ii) शक्ति P :

चूँकि $W = \vec{F}.\vec{s}$ अथवा $\frac{dW}{dt} = \vec{F}.\frac{d\vec{s}}{dt}$ [चूँकि $\vec{F}$ नियत है]

अथवा $P = \vec{F}.\vec{v}$ अर्थात् शक्ति, बल तथा वेग का अदिश गुणनफल है।

$\left[\text{चूँकि } \frac{dW}{dt} = P \text{ तथा } \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{v}\right]$

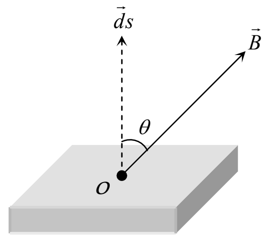


Fig. 0.11

(iii) चुम्बकीय फ्लक्स ϕ :

किसी क्षेत्रफल से गुजरने वाला चुम्बकीय फ्लक्स

$d\phi = B\,ds\cos\theta$ ...(i)

परन्तु अदिश गुणनफल की परिभाषा से $\vec{B}.d\vec{s} = Bds\cos\theta$ ...(ii)

अतः समीकरण (i) व (ii) से

$d\phi = \vec{B}.d\vec{s}$ अथवा $\phi = \int \vec{B}.d\vec{s}$

(iv) द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा U : यदि $\vec{p}$ आघूर्ण का एक विद्युत द्विध्रुव, विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ में स्थित है या $\vec{M}$ आघूर्ण का चुम्बकीय द्विध्रुव चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के प्रभाव में स्थित है, तो द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा

$U_E = -\vec{p}.\vec{E}$ एवं $U_B = -\vec{M}.\vec{B}$

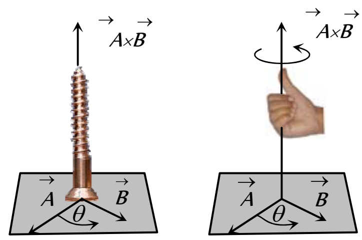
दो सदिशों का सदिश गुणनफल
(Vector Product of Two Vectors)

(1) **परिभाषा** : दो सदिशों का सदिश गुणनफल या क्रॉस गुणनफल एक सदिश राशि है, जिसका परिमाण उन दोनों सदिशों के परिमाण तथा उनके बीच के कोण की ज्या (sine) के गुणनफल के बराबर होता है तथा इसकी दिशा दक्षिणावर्ती पेंच नियम के अनुसार उस तल के लम्बवत् होती है, जिसमें दिये गये दोनों सदिश स्थित होते हैं।

$\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B}$

इस प्रकार यदि $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ दो सदिश हैं, तो इनका सदिश गुणनफल $(\vec{A}\times\vec{B})$ एक सदिश $\vec{C}$ होगा, जो निम्न रुप से परिभाषित होगा

$\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{n}$



(A) (B)

Fig. 0.12

$\vec{A}\times\vec{B}$, अर्थात् $\vec{C}$ की दिशा $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ को सम्मिलित करने वाले तल के लम्बवत् होती है। तथा $\vec{A}$ (प्रथम सदिश) से $\vec{B}$ (द्वितीय सदिश) तक लघुकोण से दक्षिणावर्ती पेंच घुमाने पर प्राप्त होती है। यदि एक दक्षिणावर्ती पेंच जिसकी अक्ष $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के तल के लम्बवत हो, को $\vec{A}$ से $\vec{B}$ की ओर लघुकोण से घुमाया जाये तो पेंच के बढ़ने की दिशा $\vec{A}\times\vec{B}$ अर्थात् $\vec{C}$ की दिशा होगी।

(2) **गुण**

(i) दो सदिशों का सदिश गुणनफल सदैव दोनों सदिशों को सम्मिलित करने वाले तल के लम्बवत् होता है। अर्थात् $\vec{A}$ व $\vec{B}$ के अभिलम्बवत् होगा चाहे $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ परस्पर अभिलम्बवत हों या न हो।

(ii) दो सदिशों का सदिश गुणनफल क्रम–विनिमय नियम का पालन नहीं करता अर्थात् $\vec{A}\times\vec{B}\neq\vec{B}\times\vec{A}$ [परन्तु $\vec{A}\times\vec{B},=-\vec{B}\times\vec{A}$]

यहाँ यह ध्यान देने योग्य है कि $|\vec{A}\times\vec{B}|=|\vec{B}\times\vec{A}|=AB\sin\theta$

अर्थात् सदिश $\vec{A}\times\vec{B}$ तथा $\vec{B}\times\vec{A}$ के परिमाण बराबर होते हैं परन्तु दिशायें विपरीत होती हैं।

(iii) सदिश गुणनफल वितरण नियम का पालन करता है जबकि सदिशों का क्रम वही रहे अर्थात्

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$$

(iv) दो सदिशों का सदिश गुणनफल अधिकतम होगा यदि $\sin\theta=$ अधिकतम $=1$ अर्थात् $\theta=90^o$

$[\vec{A}\times\vec{B}]_{\max}=AB\,\hat{n}$

अर्थात् सदिश गुणनफल अधिकतम होगा यदि सदिश अभिलम्बवत् हों।

(v) दो अशून्य सदिशों का सदिश गुणनफल न्यूनतम होगा यदि $|\sin\theta|=$ न्यूनतम $=0$, अर्थात् $\theta=0^o$ अथवा 180^o

$[\vec{A}\times\vec{B}]_{\min}=0$

अर्थात् यदि दो अशून्य सदिशों का सदिश गुणनफल शून्य है तो वे संरेखीय होंगे।

(vi) एक सदिश का स्वयं के साथ सदिश गुणनफल शून्य सदिश होता है अर्थात् $\vec{A}\times\vec{A}=AA\sin 0^o\,\hat{n}=\vec{0}$

(vii) इकाई सदिश की स्थिति में $\hat{n}\times\hat{n}=\vec{0}$ अतः $\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=\vec{0}$

(viii) अभिलम्बवत् इकाई सदिशों $\hat{i},\hat{j},\hat{k}$ के लिए, दक्षिणावर्ती पेंच नियम से

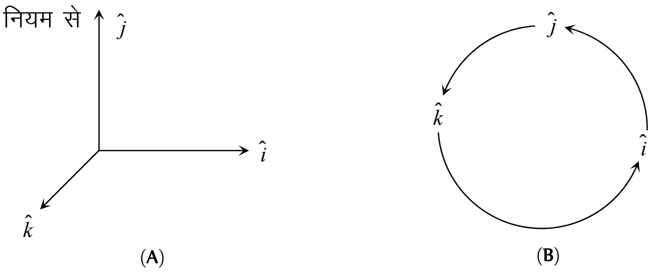


Fig. 0.13

$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k},\quad \hat{j}\times\hat{k}=\hat{i}$ तथा $\hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$

चूँकि सदिश गुणनफल क्रम–विनिमय नियम का पालन नहीं करता अतः $\hat{j}\times\hat{i}=-\hat{k}$, $\hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i}$ तथा $\hat{i}\times\hat{k}=-\hat{j}$

(ix) घटकों के पदों में

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

$$=\hat{i}(A_yB_z-A_zB_y)+\hat{j}(A_zB_x-A_xB_z)+\hat{k}(A_xB_y-A_yB_x)$$

(3) **उदाहरण :** चूँकि दो सदिशों का सदिश गुणनफल एक सदिश होता है अतः सदिश भौतिक राशियाँ (विशेष तौर पर घूर्णन प्रभावों को व्यक्त करने वाली) जैसे बल आघूर्ण, कोणीय संवेग, वेग तथा चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेश पर बल, दो सदिशों के सदिश गुणनफल के रूप में व्यक्त की जा सकती है।

(i) बल आघूर्ण $\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}$

(ii) कोणीय संवेग $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}$

(iii) वेग $\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$

(iv) चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में $\vec{v}$ वेग से गतिमान आवेशित कण q पर लगने वाला बल होगा $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$

(v) विद्युत क्षेत्र में स्थित द्विध्रुव पर बल आघूर्ण $\vec{\tau}_E=\vec{p}\times\vec{E}$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र में चुम्बकीय द्विध्रुव पर बल आघूर्ण $\vec{\tau}_B=\vec{M}\times\vec{B}$

लामी प्रमेय (Lami's Theorem)

किसी त्रिभुज ΔABC में जिसकी भुजायें $\vec{a},\vec{b}$ व $\vec{c}$ हैं

$$\frac{\sin\alpha}{a}=\frac{\sin\beta}{b}=\frac{\sin\gamma}{c}$$

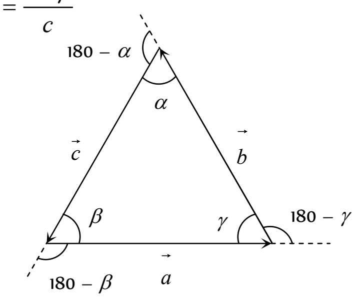


Fig. 0.14

अर्थात् किसी त्रिभुज में, भुजाओं के बीच कोण की ज्या तथा कोण के सामने वाली भुजा की लम्बाई का अनुपात नियत होता है।

एक त्रिभुज के लिए जिसकी भुजाऐं समान क्रम में हों, हम लामी प्रमेय की स्थापना निम्न प्रकार से करते हैं। दिये गये त्रिभुज के लिये

$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0} \qquad \text{...(i)}$$

[सभी तीनों भुजाओं को एक ही क्रम में लेने पर]

$$\Rightarrow \vec{a}+\vec{b}=-\vec{c} \qquad \text{...(ii)}$$

दोनों पक्षों में $\vec{a}$ से पूर्व गुणन (premultiply) करने पर

$$\vec{a}\times(\vec{a}+\vec{b})=-\vec{a}\times\vec{c} \Rightarrow \vec{0}+\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{a}\times\vec{c}$$

$$\Rightarrow \vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}\times\vec{a} \qquad \text{...(iii)}$$

समीकरण (ii) के दोनों पक्षों में $\vec{b}$ से पूर्व गुणन करने पर

$$\vec{b}\times(\vec{a}+\vec{b})=-\vec{b}\times\vec{c} \Rightarrow \vec{b}\times\vec{a}+\vec{b}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{c}$$

$$\Rightarrow -\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{c} \Rightarrow \vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{c} \qquad \text{...(iv)}$$

समीकरण (iii) व (iv) से $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{c}=\vec{c}\times\vec{a}$

इनके परिमाण लेने पर $|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{b}\times\vec{c}|=|\vec{c}\times\vec{a}|$

$\Rightarrow ab\sin(180-\gamma) = bc\sin(180-\alpha) = ca\sin(180-\beta)$

$\Rightarrow ab\sin\gamma = bc\sin\alpha = ca\sin\beta$

सभी को abc से विभाजित करने पर

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

सापेक्ष वेग (Relative Velocity)

(1) **प्रस्तावना :** जब हम किसी कण की गति पर विचार करते हैं तो हमें एक बिन्दु नियत मानना होता है जिसके सापेक्ष दिया गया कण गति करता है। उदाहरण के लिए यदि हम कहते हैं पानी बह रहा है या हवा चल रही है या कोई व्यक्ति v चाल से दौड़ रहा है, इन सबसे हमारा अर्थ है कि ये सभी गतियाँ पृथ्वी (जिसे हम नियत मान चुके हैं) के सापेक्ष हैं।

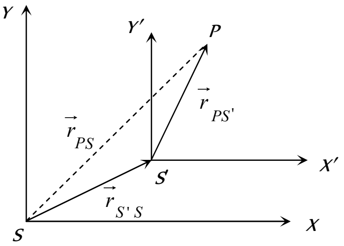


Fig. 0.15

किसी गतिमान वस्तु का वेग अन्य किसी गतिमान वस्तु के सापेक्ष ज्ञात करने के लिए माना एक कण P जिसकी फ्रेम S के सापेक्ष स्थिति $\vec{r}_{PS}$ है जबकि S' के सापेक्ष $\vec{r}_{PS'}$, है। यदि फ्रेम S' की स्थिति S के सापेक्ष किसी क्षण $\vec{r}_{S'S}$, हो तो चित्र से $\vec{r}_{PS} = \vec{r}_{PS'} + \vec{r}_{S'S}$

समय के सापेक्ष इस समीकरण का अवकलन करने पर

$$\frac{d\vec{r}_{PS}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{PS'}}{dt} + \frac{d\vec{r}_{S'S}}{dt}$$

अथवा $\vec{v}_{PS} = \vec{v}_{PS'} + \vec{v}_{S'S}$ [चूँकि $\vec{v} = d\vec{r}/dt$]

अथवा $\vec{v}_{PS'} = \vec{v}_{PS} - \vec{v}_{S'S}$

(2) **सामान्य सूत्र :** $\vec{v}_1$ वेग से गतिमान कण P_1 का सापेक्ष वेग, $\vec{v}_2$ वेग से गतिमान एक अन्य कण P_2 के सापेक्ष होगा $\vec{v}_{r_{12}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$

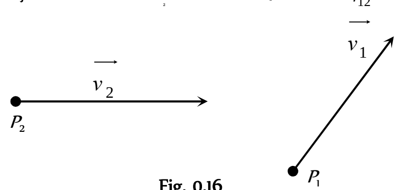


Fig. 0.16

(i) यदि दोनों कण समान दिशा में गतिमान हों तब :

$\upsilon_{r_{12}} = \upsilon_1 - \upsilon_2$

(ii) यदि दोनों कण विपरीत दिशा में गतिमान हों तब :

$\upsilon_{r_{12}} = \upsilon_1 + \upsilon_2$

(iii) यदि दोनों कण एक दूसरे के लम्बवत दिशा में गतिमान हों

$\upsilon_{r_{12}} = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}$

(iv) यदि $\vec{v}_1$ व $\vec{v}_2$ के बीच कोण θ हो तो $\upsilon_{r_{12}} = \left[\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 - 2\upsilon_1\upsilon_2\cos\theta\right]^{1/2}$

(3) **उपग्रह का सापेक्ष वेग :** यदि एक उपग्रह $\vec{v}_s$ वेग से भूमध्यरेखीय तल में गतिमान है तथा पृथ्वी के तल पर स्थित एक बिन्दु पृथ्वी के केन्द्र के सापेक्ष $\vec{v}_e$ वेग से गतिमान है, तो उपग्रह का पृथ्वी के तल के सापेक्ष वेग होगा

$\vec{v}_{se} = \vec{v}_s - \vec{v}_e$

अतः यदि उपग्रह पश्चिम से पूर्व की ओर (पृथ्वी के अपनी अक्ष पर घूर्णन की दिशा में) गतिमान हो तो पृथ्वी के सापेक्ष इसका वेग होगा $v_{se} = v_s - v_e$

तथा यदि उपग्रह पूर्व से पश्चिम की ओर (पृथ्वी की गति के विपरीत) गतिमान हो तो $v_{se} = v_s - (-v_e) = v_s + v_e$

(4) **वर्षा का सापेक्ष वेग :** यदि $\vec{v}_R$ वेग के साथ ऊर्ध्वाधरतः बारिश हो रही है तथा एक प्रेक्षक $\vec{v}_M$ चाल से क्षैतिजतः गतिमान है तो प्रेक्षक के सापेक्ष वर्षा का वेग होगा $\vec{v}_{RM} = \vec{v}_R - \vec{v}_M$

सदिश योग के नियम से इसका परिमाण $v_{RM} = \sqrt{v_R^2 + v_M^2}$

दिशा $\theta = \tan^{-1}(v_M / v_R)$ ऊर्ध्वाधर के साथ, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है

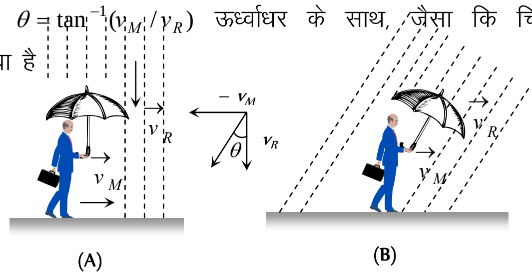


Fig. 0.17

(5) **तैराक का आपेक्षिक वेग :** यदि एक व्यक्ति $\vec{v}$ वेग से पानी के सापेक्ष तैर सकता है तथा पानी, पृथ्वी तल के सापेक्ष $\vec{v}_R$ वेग से बह रहा है तो व्यक्ति का पृथ्वी तल के सापेक्ष वेग $\vec{v}_M$ निम्न सूत्र से ज्ञात कर सकते हैं

$\vec{v} = \vec{v}_M - \vec{v}_R$, अर्थात् $\vec{v}_M = \vec{v} + \vec{v}_R$

अतः यदि तैराक पानी के बहने की दिशा में तैर रहा है तो $v_M = v + v_R$

और यदि तैराक पानी के बहने की दिशा के विपरीत तैर रहा है तो $v_M = v - v_R$

(6) **नदी को पार करना :** माना कोई नदी v_r वेग से बह रही है। एक व्यक्ति स्थिर जल में, υ_m वेग से तैर सकता है। वह नदी के एक किनारे पर खड़ा है और नदी पार करना चाहता है, तो दो स्थितियाँ हो सकती हैं :

(i) न्यूनतम दूरी में नदी पार करना : नदी को सीधे पार करने के लिए, व्यक्ति को जल प्रवाह के विपरीत दिशा से चित्रानुसार θ कोण बनाते हुए तैरना चाहिए।

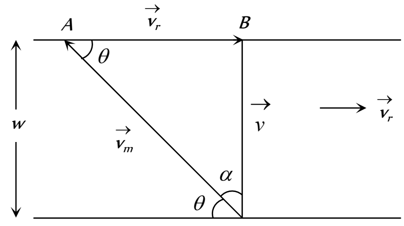


Fig. 0.18

यहाँ OAB सदिशों से निर्मित त्रिभुज है जिसमें $\vec{OA}=\vec{v}_m, \vec{AB}=\vec{v}_r$ । उनका परिणामी $\vec{OB}=\vec{v}$ होगा। जल प्रवाह की विपरीत दिशा से व्यक्ति θ कोण बनाता है अतः ΔOBA से, हम ज्ञात करते हैं

$$\cos\theta=\frac{\upsilon_r}{\upsilon_m} \text{ तथा } \sin\alpha=\frac{\upsilon_r}{\upsilon_m}$$

जहाँ α न्यूनतम दूरी (OB) के साथ तैराक की दिशा द्वारा बना कोण है।

नदी पार करने में लगा समय : यदि नदी की चौड़ाई w हो तो नदी पार करने में लगा समय होगा $t_1=\frac{w}{\upsilon}=\frac{w}{\sqrt{\upsilon_m^2-\upsilon_r^2}}$

(ii) न्यूनतम संभव समय में नदी पार करना : व्यक्ति को नदी के किनारे के लम्बवत् तैरना चाहिए।

नदी पार करने में लगा समय $t_2=\frac{w}{\upsilon_m}$

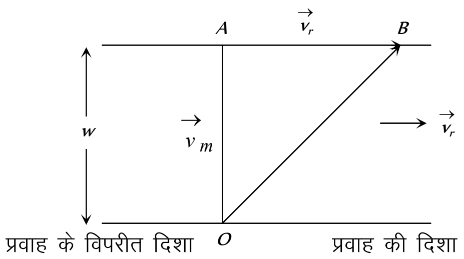


Fig. 0.19

इस स्थिति में, व्यक्ति दूसरे किनारे को जल प्रवाह की दिशा में दूरी AB तैर कर स्पर्श करेगा

$$AB=\upsilon_r t_2=\upsilon_r\frac{w}{\upsilon_m} \quad \text{अथवा} \quad AB=\frac{\upsilon_r}{\upsilon_m}w$$

Tips & Tricks

- सभी भौतिक राशियां जिनकी दिशा होती है, यह आवश्यक नहीं है कि वे सदिश हों। उदाहरण के लिये विद्युत धारा की दिशा होती है परन्तु यह एक अदिश राशि है क्योंकि इसे सदिश बीजगणित के नियमों से जोड़ा अथवा गुणा नहीं किया जा सकता।
- किसी समतल में किसी सदिश के केवल दो समकोणिक घटक होते हैं, तथा मुक्त आकाश में तीन समकोणिक घटक होते हैं।
- किसी सदिश के न्यूनतम दो घटकें से लेकर अनन्त घटक तक हो सकते हैं।
- निम्न राशियाँ न तो सदिश राशि हैं और न ही अदिश : आपेक्षिक घनत्व, घनत्व, श्यानता, आवृत्ति, दाब, प्रतिबल, विकृति, प्रत्यास्थता गुणांक, प्वाइसन अनुपात, जड़त्व आघूर्ण, विशिष्ट ऊष्मा, गुप्त ऊष्मा, स्प्रिंग नियतांक, ध्वनि प्रबलता, प्रतिरोध, चालकत्व, प्रेरकत्व, प्रतिबाधा, विद्युतशीलता, परावैद्युतांक, चुंबकशीलता, चुंम्बकीय प्रवृत्ति, परावैद्युतांक फोकस दूरी, लेंस की शक्ति, वोल्ट्जमैन स्थिरांक, स्टीफन नियतांक, गैस नियतांक, गुरुत्वाकर्षण नियतांक, रिडबर्ग स्थिरांक, प्लांक नियतांक आदि।
- तय की गई दूरी एक अदिश राशि है।
- विस्थापन एक सदिश राशि है।
- अदिशों को साधारण बीजगणित के नियमों से जोड़ा, घटाया अथवा विभाजित किया जा सकता है।
- सदिशों को ज्यामितीय रूप से जोड़ा तथा घटाया जाता है।
- सदिशों का विभाजन संभव नहीं है, क्योंकि दिशाओं को विभाजित नहीं किया जा सकता।
- इकाई सदिश किसी सदिश की दिशा को प्रदर्शित करता है।
- इकाई सदिश का परिमाण 1 होता है।
- इकाई सदिश का कोई मात्रक नहीं होता। उदाहरण के लिए किसी पिण्ड का वेग 5 मी/से पूर्व की ओर है,

अर्थात् $\vec{v}=5ms^{-1}$ पूर्व दिशा में

$$\hat{v}=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}=\frac{5ms^{-1}(\text{पूर्व})}{5ms^{-1}}=\text{पूर्व}$$

अतः इकाई सदिश $\hat{v}$ का कोई मात्रक नहीं होता क्योंकि पूर्व दिशा एक भौतिक राशि नहीं है।

- इकाई सदिश की कोई विमा नहीं होती।
- $\hat{i}.\hat{i}=\hat{j}.\hat{j}=\hat{k}.\hat{k}=1$
- $\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=\vec{0}$
- $\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k},\ \hat{j}\times\hat{k}=\hat{i},\ \hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$
- $\vec{A}\times\vec{A}=\vec{0}$. तथा $\vec{A}-\vec{A}=\vec{0}$ किन्तु $\vec{A}\times\vec{A}\neq\vec{A}-\vec{A}$

क्योंकि $\vec{A}\times\vec{A}\perp\vec{A}$ तथा $\vec{A}-\vec{A}$, $\vec{A}$ के संरेखीय है।

- किसी सदिश में –1 का गुणा करने से सदिश की दिशा बदल जाती है।

यदि $\vec{A}=\vec{B}$, तब $A=B$ तथा $\hat{A}=\hat{B}$

यदि $\vec{A}+\vec{B}=\vec{0}$, तब $A=B$ किन्तु $\hat{A}=-\hat{B}$

- संरेखीय सदिशों की न्यूनतम संख्या, जिनका परिणामी शून्य हो सकता है, दो होती है।
- समतलीय सदिशों की न्यूनतम संख्या, जिनका परिणामी शून्य हो सकता है, तीन होती है।
- असमतलीय सदिशों की न्यूनतम संख्या, जिनका परिणामी शून्य हो सकता है, चार होती है।
- दो सदिश एक दूसरे के अभिलम्बवत् होते हैं यदि $\vec{A}.\vec{B}=0$
- दो सदिश एक दूसरे के समांतर होते हैं यदि $\vec{A}\times\vec{A}=0$
- विस्थापन, वेग, रेखीय संवेग तथा बल ध्रुवीय सदिश हैं।
- कोणीय वेग, कोणीय त्वरण, बल आघूर्ण तथा कोणीय संवेग अक्षीय सदिश हैं।
- तय की गई दूरी हमेशा धनात्मक राशि होती है।
- सदिशों के घटकों का परिमाण हो सकता है, जबकि सदिश का अपना एक अलग परिमाण होता है।

✍ सदिश के समकोणिक घटकों का परिमाण स्वयं उस सदिश के परिमाण से अधिक नहीं हो सकता।

✍ किसी सदिश को 0 से गुणा करने पर प्राप्त सदिश 'शून्य सदिश' कहलाता है।

✍ असमान परिमाण वाले दो सदिशों का परिणामी एक शून्य सदिश नहीं हो सकता।

✍ तीन सदिश जो कि एक ही समतल में स्थित नहीं हैं, के संयोजन से शून्य सदिश प्राप्त नहीं किया जा सकता।

✍ एक राशि जिसका परिमाण तथा दिशा होती है, आवश्यक नहीं है कि वह सदिश राशि हों। उदाहरण के लिये समय तथा विद्युत धारा। इन राशियों का परिमाण तथा दिशा होती है परंतु ये अदिश राशियाँ हैं इसका कारण है कि ये राशियाँ सदिश योग के नियमों का पालन नहीं करतीं।

✍ वे भौतिक राशियाँ जिनका भिन्न दिशाओं में भिन्न परिमाण होता है, प्रदिश (Tensor) कहलाती हैं उदाहरण के लिये जड़त्व आघूर्ण का मान भिन्न दिशाओं में भिन्न होता है अतः जड़त्व आघूर्ण एक प्रदिश है। प्रदिश के अन्य उदाहरण हैं – परावैद्युतांक, प्रतिबल, विकृति, घनत्व आदि।

✍ किसी सदिश के घटकों का परिमाण सदैव उस सदिश के परिमाण से हमेशा कम होता है।

✍ यदि $\vec{A} = \vec{A}$, तब $A_x = B_x$, $A_y = B_y$ तथा $A_z = B_z$

✍ यदि $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ अथवा यदि $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$, तब $\vec{A} + \vec{B}$ तथा $\vec{C}$ एक ही समतल में स्थित होते हैं।

✍ यदि $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$, तब $\vec{C}$, $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ दोनों सदिशों के लम्बवत् होगा।

✍ यदि $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$, तब $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के बीच का कोण 90° होगा।

✍ किन्हीं दो सदिशों का परिणामी अधिकतम होता है, जब θ = 0° अर्थात् सदिश समान्तर हों।

$R_{\max} = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 0^\circ} = |P + Q|$ अतः दो सदिशों के परिणामी का अधिकतम मान उनके परिमाण के योग के तुल्य होता है।

✍ दो सदिशों का परिणामी न्यूनतम होता है, जब θ = 180° अर्थात् सदिश प्रति समांतर हों।

$$R_{\min} = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 180^\circ} = |P - Q|$$

अतः दो सदिशों के परिणामी का न्यूनतम मान उनके परिमाणों के अंतर के तुल्य होता है

✍ यदि दो सदिश असमान परिमाण के हैं, तब

$$R_{\min} = P - Q \neq 0 \qquad \vec{A}$$

अतः असमान परिमाणों वाले दो सदिशों के संयोजन से एक शून्य परिणामी प्राप्त नहीं किया जा सकता। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि असमान परिमाण वाले सदिशों की न्यूनतम संख्या, जिससे शून्य परिणामी प्राप्त किया जा सके, तीन होती हैं। दूसरे शब्दों में समान परिमाण के दो सदिशों की न्यूनतम संख्या, जिससे शून्य परिणामी प्राप्त किया जा सके, दो होती है।

दो सदिशों $\vec{A}$ तथा $\vec{A}$ के बीच का कोण $\cos\theta = \dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|}$

सदिश $\vec{B}$ की दिशा में सदिश $\vec{A}$ का प्रक्षेप $= \dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{B}|}$

सदिश $\vec{A}$ की दिशा में सदिश $\vec{B}$ का प्रक्षेप $= \dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}|}$

यदि सदिशों $\vec{A}, \vec{B}$ एवं $\vec{C}$ को क्रमशः तीन भुजाओं *ab, bc* तथा *ca* से प्रदर्शित किया जाए, तब $\dfrac{|\vec{A}|}{ab} = \dfrac{|\vec{B}|}{bc} = \dfrac{|\vec{C}|}{ca}$

✍ सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ का, निर्देशांक अक्षों से 54.74 डिग्री कोण पर समान झुकाव होता है।

✍ यदि $\vec{A} \pm \vec{B} = \vec{C}$, तब $\vec{A}.\vec{B} \times \vec{C} = 0$

✍ यदि $\vec{A}.\vec{B} \times \vec{C} = 0$, तब $\vec{A}.\vec{B}$ तथा $\vec{C}$ समतलीय होंगे।

यदि $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के बीच का कोण 45° है $\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}|$

✍ यदि $\vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3 + ... + \vec{A}_n = \vec{0}$ तथा $A_1 = A_2 = A_3 = ... = A_n$ तब दो संलग्न सदिश परस्पर $2\pi/n$ कोण पर झुके होते हैं।

✍ यदि $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ तथा $A^2 + B^2 = C^2$, तब $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के बीच का कोण 90° होता है। तथा *A, B* तथा *C* के निम्न मान हो सकते हैं,

(i) $A = 3$, $B = 4$, $C = 5$

(ii) $A = 5$, $B = 12$, $C = 13$

(iii) $A = 8$, $B = 15$, $C = 17$

Problem sheets-

Student name-

सदिश अवधारणा

1. सदिश $3\hat{i}+4\hat{k}$ का y-अक्ष पर प्रक्षेप होगा [RPMT 2004]
(a) 5 (b) 4
(c) 3 (d) शून्य

2. आयताकार निर्देशांक पद्धति में किसी कण की स्थिति (3, 2, 5) है। इसका स्थिति सदिश होगा
(a) $3\hat{i}+5\hat{j}+2\hat{k}$ (b) $3\hat{i}+2\hat{j}+5\hat{k}$
(c) $5\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

3. यदि एक कण बिन्दु P (2,3,5) से बिन्दु Q (3,4,5) तक गति करता है, तो इसका विस्थापन सदिश होगा
(a) $\hat{i}+\hat{j}+10\hat{k}$ (b) $\hat{i}+\hat{j}+5\hat{k}$
(c) $\hat{i}+\hat{j}$ (d) $2\hat{i}+4\hat{j}+6\hat{k}$

4. 5 N का एक बल ऊर्ध्वाधर से 60° कोण पर किसी कण पर कार्यरत है। इसका ऊर्ध्वाधर घटक होगा
(a) 10 N (b) 3 N
(c) 4 N (d) 2.5 N

5. यदि $\vec{A}=3\hat{i}+4\hat{j}$ तथा $\vec{B}=7\hat{i}+24\hat{j}$, तब वह सदिश, जिसका परिमाण B के बराबर तथा दिशा A के समांतर हो, होगा
(a) $5\hat{i}+20\hat{j}$ (b) $15\hat{i}+10\hat{j}$
(c) $20\hat{i}+15\hat{j}$ (d) $15\hat{i}+20\hat{j}$

6. सदिश $\vec{A}$, x, y तथा z अक्ष के साथ समान कोण बनाता है। इसके घटकों के मान ($\vec{A}$ के परिमाण के पदों में) होंगे
(a) $\frac{A}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{A}{\sqrt{2}}$
(c) $\sqrt{3}A$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{A}$

7. यदि $\vec{A}=2\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}$ तो सदिश $\vec{A}$ की दिक्कोज्यायें हैं
(a) $\frac{2}{\sqrt{45}},\frac{4}{\sqrt{45}}$ तथा $\frac{-5}{\sqrt{45}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{45}},\frac{2}{\sqrt{45}}$ तथा $\frac{3}{\sqrt{45}}$
(c) $\frac{4}{\sqrt{45}},0$ तथा $\frac{4}{\sqrt{45}}$ (d) $\frac{3}{\sqrt{45}},\frac{2}{\sqrt{45}}$ तथा $\frac{5}{\sqrt{45}}$

8. वह सदिश जिसे सदिश $\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k}$ तथा $3\hat{i}+6\hat{j}-7\hat{k}$ में जोड़ने पर इनका परिणामी y-अक्ष के अनुदिश इकाई सदिश प्राप्त हो, होगा
(a) $4\hat{i}+2\hat{j}+5\hat{k}$ (b) $-4\hat{i}-2\hat{j}+5\hat{k}$
(c) $3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$ (d) शून्य सदिश

9. भिन्न-भिन्न परिमाणों के न्यूनतम कितने समतलीय सदिशों का योग शून्य हो सकता है
(a) 2 (b) 3
(c) 4 (d) 5

10. एक कमरे की विमाऐं $10\,m\times 12\,m\times 14\,m$ हैं। एक मक्खी एक किनारे से प्रारम्भ करके विकर्णीय रूप से विपरीत किनारे पर जाती है। इसके विस्थापन का परिमाण होगा
(a) 17 m (b) 26 m
(c) 36 m (d) 20 m

11. 10 N के 100 समतलीय बल एक वस्तु पर कार्य करते हैं। प्रत्येक बल अपने पहले वाले बल से $\pi/50$ का कोण बनाता है इन बलों का परिणामी होगा
(a) 1000 N (b) 500 N
(c) 250 N (d) शून्य

12. किसी सदिश के प्रारंभिक तथा अंतिम बिन्दुओं के निर्देशांक (4, – 4, 0) तथा (– 2, – 2, 0) हैं। इसका परिमाण होगा
(a) 6 (b) $5\sqrt{2}$
(c) 4 (d) $2\sqrt{10}$

13. व्यंजक $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i}+\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j}\right)$ है
(a) इकाई सदिश (b) शून्य सदिश
(c) $\sqrt{2}$ परिमाण का सदिश (d) अदिश

14. दिया है सदिश $\vec{A}=2\hat{i}+3\hat{j}$, $\vec{A}$ व y-अक्ष के बीच कोण होगा [CPMT 1993]
(a) $\tan^{-1}3/2$ (b) $\tan^{-1}2/3$
(c) $\sin^{-1}2/3$ (d) $\cos^{-1}2/3$

15. $(\hat{i}+\hat{j})$ के अनुदिश इकाई सदिश होगा
(a) $\hat{k}$ (b) $\hat{i}+\hat{j}$
(c) $\frac{\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{\hat{i}+\hat{j}}{2}$

16. एक सदिश को $3\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$ द्वारा प्रदर्शित किया जाता है X-Y तल में उसकी लम्बाई है [EAMCET (Engg.) 1994]
(a) 2 (b) $\sqrt{14}$
(c) $\sqrt{10}$ (d) $\sqrt{5}$

17. 10 N के पाँच एकसमान बल एक बिन्दु पर आरोपित किये गये हैं तथा यह सभी एक ही तल में हैं। यदि उनके मध्य कोण बराबर हों तो इनका परिणामी होगा [CBSE PMT 1995]
(a) शून्य (b) 10 N
(c) 20 N (d) $10\sqrt{2}N$

18. सदिश $A=\hat{i}+\hat{j}$ द्वारा x-अक्ष के साथ बनाया गया कोण होगा [EAMCET (Engg.) 1999]
(a) 90° (b) 45°

(c) 22.5° (d) 30°

19. कोई सदिश किसी स्वेच्छ दिशा में दो (या तीन) सदिशों द्वारा प्रतिस्थापित किया जाता है। वे सदिश होंगे

(a) समान्तर सदिश जिनका परिणामी मूल सदिश होगा

(b) परस्पर लम्बवत् सदिश जिनका परिणामी मूल सदिश होगा

(c) स्वेच्छ सदिश जिनका परिणामी मूल सदिश होगा

(d) सदिशों को पृथक करना सम्भव नहीं है

20. कोणीय संवेग है [MNR 1986]

(a) अदिश (b) ध्रुवीय सदिश

(c) अक्षीय सदिश (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

21. निम्न में से कौनसी राशि सदिश राशि है

(a) दाब (b) पृष्ठ तनाव

(c) जड़त्व आघूर्ण (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

22. यदि $\vec{P} = \vec{Q}$ तब निम्न में से कौनसा विकल्प असत्य है

(a) $\hat{P} = \hat{Q}$ (b) $|\vec{P}| = |\vec{Q}|$

(c) $P\hat{Q} = Q\hat{P}$ (d) $\vec{P} + \vec{Q} = \hat{P} + \hat{Q}$

23. किसी कण का स्थिति सदिश $\vec{r} = (a\cos\omega t)\hat{i} + (a\sin\omega t)\hat{j}$ है। कण का वेग होगा [CBSE PMT 1995]

(a) स्थिति सदिश के समांतर

(b) स्थिति सदिश के अभिलम्बवत्

(c) मूलबिन्दु की ओर निर्देशित

(d) मूलबिन्दु से दूरस्थ निर्देशित

24. निम्न में से अदिश राशि है [AFMC 1998]

(a) विस्थापन (b) विद्युत क्षेत्र

(c) त्वरण (d) कार्य

25. किसी इकाई सदिश को $0.5\hat{i} + 0.8\hat{j} + c\hat{k}$, द्वारा प्रदर्शित किया जाता है, तब 'c' का मान होगा

[CBSE PMT 1999; EAMCET 1994]

(a) 1 (b) $\sqrt{0.11}$

(c) $\sqrt{0.01}$ (d) $\sqrt{0.39}$

26. एक लड़का 400 $m \times$ 300 m, आकार वाले आयताकार पार्क में किनारों के अनुदिश एक समान गति से चलता है पार्क के एक कोने से प्रारंभ कर वह विकर्णतः विपरीत कोने पर पहुँचता है। तब निम्न में से कौनसा कथन असत्य है [HP PMT 1999]

(a) उसके द्वारा तय की गई दूरी 700 m है

(b) उसका विस्थापन 700 m है

(c) उसका विस्थापन 500 m है

(d) उसका वेग पूरी यात्रा में एक समान नहीं रहता

27. सदिशों $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ तथा $\vec{B} = -\hat{i} + 3\hat{j} - 8\hat{k}$ के परिणामी सदिश के समांतर इकाई सदिश है [EAMCET 2000]

(a) $\frac{1}{7}(3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k})$ (b) $\frac{1}{7}(3\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k})$

(c) $\frac{1}{49}(3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k})$ (d) $\frac{1}{49}(3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k})$

28. पृष्ठ क्षेत्रफल है [J&K CET 2002]

(a) अदिश (b) सदिश

(c) न सदिश न अदिश (d) सदिश व अदिश दोनों

29. कार्तीय निर्देशांक पद्धति में तीन सदिश निम्न प्रकार प्रदर्शित हैं

$\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j}$, $\vec{b} = -3\hat{i} + 2\hat{j}$ तथा $\vec{c} = -\hat{k}$

जहाँ $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ क्रमशः X, Y और Z-अक्ष के सापेक्ष इकाई सदिश है। इन सदिशों के संयोग के अनुदिश इकाई सदिश $\hat{r}$ है

[Kerala CET (Engg.) 2003]

(a) $\hat{r} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ (b) $\hat{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$

(c) $\hat{r} = \frac{1}{3}(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ (d) $\hat{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$

30. सदिशों $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $\vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ के बीच का कोण होगा [DPMT 2000]

(a) 60° (b) शून्य

(c) 90° (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

31. किसी कण का स्थिति सदिश $\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 4t^2\hat{j} + 7\hat{k}$ द्वारा प्रदर्शित है प्रथम 10 सैकण्ड में तय की गई दूरी है [DPMT 2002]

(a) 500 m (b) 300 m

(c) 150 m (d) 100 m

32. $\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$ तथा $\vec{B} = 8\hat{i} + 8\hat{j}$ के परिणामी के समांतर इकाई सदिश होगा [BHU 1995]

(a) $\frac{24\hat{i} + 5\hat{j}}{13}$ (b) $\frac{12\hat{i} + 5\hat{j}}{13}$

(c) $\frac{6\hat{i} + 5\hat{j}}{13}$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

33. सदिश $A = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ का सदिश $\hat{i} + \hat{j}$ के अनुदिश घटक है

[KCET 1997]

(a) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ (b) $10\sqrt{2}$

(c) $5\sqrt{2}$ (d) 5

34. सदिशों $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $\vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ के बीच का कोण है [Pb. CET 2001]

(a) 90° (b) 0°

(c) 60° (d) 45°

सदिशों का संयोजन (योग) व व्यवकलन (अंतर)

1. दो बल सदिशों को, जिनके परिमाण क्रमशः 5 N व 12 N है, किस कोण पर जोड़ा जाये कि परिणामी सदिश क्रमशः 17 N, 7 N तथा 13 N प्राप्त हो

(a) 0°, 180° तथा 90° (b) 0°, 90° तथा 180°
(c) 0°, 90° तथा 90° (d) 180°, 0° तथा 90°

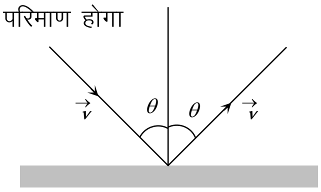
2. यदि $\vec{A}=4\hat{i}-3\hat{j}$ तथा $\vec{B}=6\hat{i}+8\hat{j}$ तो $\vec{A}+\vec{B}$ का परिमाण तथा दिशा होगी
(a) $5, \tan^{-1}(3/4)$ (b) $5\sqrt{5}, \tan^{-1}(1/2)$
(c) $10, \tan^{-1}(5)$ (d) $25, \tan^{-1}(3/4)$

3. 20 *m/s* चाल से उत्तर की ओर गति करता हुआ एक ट्रक पश्चिम की ओर मुड़ता है तथा उसी चाल से गति करता है। इसके वेग में परिवर्तन होगा [UPSEAT 1999]
(a) 40 *m/s N-W* (b) $20\sqrt{2}$ *m/s N-W*
(c) 40 *m/s S-W* (d) $20\sqrt{2}$ *m/s S-W*

4. यदि दो इकाई सदिशों का योग इकाई सदिश हो, तो इनके अन्तर का परिमाण है [CPMT 1995; CBSE PMT 1989]
(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{3}$
(c) $1/\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{5}$

5. माना $\vec{A}=2\hat{i}+\hat{j}, B=3\hat{j}-\hat{k}$ तथा $\vec{C}=6\hat{i}-2\hat{k}$ तो $\vec{A}-2\vec{B}+3\vec{C}$ का मान होगा
(a) $20\hat{i}+5\hat{j}+4\hat{k}$ (b) $20\hat{i}-5\hat{j}-4\hat{k}$
(c) $4\hat{i}+5\hat{j}+20\hat{k}$ (d) $5\hat{i}+4\hat{j}+10\hat{k}$

6. एक *m kg* की वस्तु *v m/s* चाल से θ कोण पर एक दीवार से टकराती है तथा समान चाल तथा समान कोण पर उछलती है। वस्तु के संवेग में परिवर्तन का परिमाण होगा



(a) $2mv\cos\theta$
(b) $2mv\sin\theta$
(c) 0
(d) $2mv$

7. दो बलों, जिनमें प्रत्येक का परिमाण *F* है, का परिणामी भी *F* हो तो दोनों बलों के बीच कोण है [CBSE PMT 1990]
(a) 45° (b) 120°
(c) 150° (d) 60°

8. दो सदिशों के परिणामी के अधिकतम होने के लिए, उनके मध्य कितना कोण होना चाहिए
(a) 0° (b) 60°
(c) 90° (d) 180°

9. किसी कण पर एक साथ 4 *N* व 3 *N* के दो बल लगते हैं तो कण पर कुल बल है [CPMT 1979]
(a) 7 *N* (b) 5 *N*
(c) 1 *N* (d) 1 *N* तथा 7 *N* के मध्य

10. $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ दो सदिश एक तल में स्थित हैं तथा एक अन्य सदिश $\vec{C}$ इस तल के बाहर है, तो इन तीन सदिशों का परिणामी अर्थात $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$ [CPMT 1983]
(a) शून्य हो सकता है
(b) शून्य नहीं हो सकता
(c) $\vec{A}+\vec{B}$ के तल में होगा
(d) $\vec{C}$ के तल में होगा

11. यदि दो बलों के परिणामी का परिमाण बड़े बल के परिमाण से कम हो तो दोनों बल अनिवार्य रूप से
(a) परिमाण तथा दिशा में अलग-अलग होंगे
(b) एक दूसरे के लम्बवत् होंगे
(c) परिमाण में बहुत छोटे होंगे
(d) विपरीत दिशाओं में होंगे

12. किसी बिन्दु द्रव्यमान पर दो बल F_1 व F_2 परस्पर लम्बवत् दिशाओं में लगते हैं। बिन्दु द्रव्यमान पर परिणामी बल होगा [CPMT 1991]
(a) F_1+F_2 (b) F_1-F_2
(c) $\sqrt{F_1^2+F_2^2}$ (d) $F_1^2+F_2^2$

13. यदि $|\vec{A}-\vec{B}|=|\vec{A}|=|\vec{B}|$ तब $\vec{A}$ व $\vec{B}$ के बीच कोण है
(a) 60° (b) 0°
(c) 120° (d) 90°

14. माना दो अशून्य सदिशों $\vec{A}$ व $\vec{B}$ के बीच कोण 120° है तथा इनका परिणामी $\vec{C}$ है तो
(a) $\vec{C}$ अवश्य ही $|\vec{A}-\vec{B}|$ के बराबर होगा
(b) $\vec{C}$ अवश्य ही $|\vec{A}-\vec{B}|$ से कम होगा
(c) $\vec{C}$ अवश्य ही $|\vec{A}-\vec{B}|$ से अधिक होगा
(d) $\vec{C}$, $|\vec{A}-\vec{B}|$ के बराबर हो सकता है

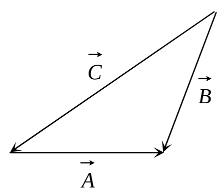
15. सदिश $\vec{A}, \vec{B}$ व $\vec{C}$ के परिमाण क्रमशः 12, 5 तथा 13 इकाई हैं तथा $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$ है तो $\vec{A}$ व $\vec{B}$ के बीच कोण होगा [CPMT 1997]
(a) 0 (b) π
(c) $\pi/2$ (d) $\pi/4$

16. दो सदिशों $6\hat{i}+7\hat{j}$ तथा $3\hat{i}+4\hat{j}$ के योग से प्राप्त सदिश का परिमाण है [BHU 2000]
(a) $\sqrt{136}$ (b) $\sqrt{13.2}$
(c) $\sqrt{202}$ (d) $\sqrt{160}$

17. एक कण का विस्थापन 12 *m* पूर्व की ओर तथा 5 *m* उत्तर की ओर तथा 6 *m* ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर है। इन विस्थापनों का योग है
(a) 12 *m* (b) 10.04 *m*
(c) 14.31 *m* (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

18. तीन सदिश $\vec{A}=3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}, \vec{B}=\hat{i}-3\hat{j}+5\hat{k}$ तथा $\vec{C}=2\hat{i}+\hat{j}-4\hat{k}$ बनाते हैं
(a) समबाहु त्रिभुज (b) समद्विबाहु त्रिभुज
(c) समकोण त्रिभुज (d) कोई त्रिभुज नहीं

19. चित्रानुसार



(a) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$
(b) $\vec{B}+\vec{C}=\vec{A}$
(c) $\vec{C}+\vec{A}=\vec{B}$
(d) $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=0$

20. माना $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ तब

(a) $|\vec{C}|$ हमेशा $|\vec{A}|$ से अधिक है

(b) $|\vec{C}| < |\vec{A}|$ तथा $|\vec{C}| < |\vec{B}|$ सम्भव हो सकता है

(c) C हमेशा $A + B$ के बराबर है

(d) C, $A + B$ के बराबर नहीं हो सकता

21. दो सदिशों $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के मध्य कोण θ हो तो इनके योग का मान होगा [BHU 1996]

(a) $\sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$ (b) $\sqrt{A^2 - B^2 + 2AB\cos\theta}$

(c) $\sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\sin\theta}$ (d) $\sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\sin\theta}$

22. तीन बलों के निम्न समुच्चय किसी वस्तु पर कार्य करते हैं, किस समुच्चय का परिणामी शून्य नहीं हो सकता [CPMT 1985]

(a) 10, 10, 10 (b) 10, 10, 20

(c) 10, 20, 23 (d) 10, 20, 40

23. जब 50 *N*, 30 *N* व 15 *N* के तीन बल एक वस्तु पर कार्य करते हैं तो वस्तु होगी

(a) विराम में (b) एकसमान वेग से गतिमान

(c) साम्यावस्था में (d) किसी त्वरण से गतिमान

24. किसी बिन्दु पर कार्य करने वाले दो बलों का योग 16 *N* है। यदि परिणामी बल का मान 8 *N* तथा इसकी दिशा न्यूनतम बल के लम्बवत् है तो बलों के मान होंगे [CPMT 1997]

(a) 6 *N* तथा 10 *N* (b) 8 *N* तथा 8 *N*

(c) 4 *N* तथा 12 *N* (d) 2 *N* तथा 14 *N*

25. यदि सदिशों *P*, *Q* तथा *R* के परिमाण क्रमशः 5, 12 तथा 13 इकाई हैं तथा $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$ है तो *Q* तथा *R* के बीच कोण है

(a) $\cos^{-1}\frac{5}{12}$ (b) $\cos^{-1}\frac{5}{13}$

(c) $\cos^{-1}\frac{12}{13}$ (d) $\cos^{-1}\frac{7}{13}$

26. दो सदिशों $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ का परिणामी सदिश $\vec{A}$ के लम्बवत् है तथा इसका परिमाण सदिश $\vec{B}$ के परिमाण का आधा है। $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के बीच कोण होगा

(a) 120° (b) 150°

(c) 135° (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

27. दो सदिशों $\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, में कौनसा सदिश जोड़ें कि उनका परिणामी *x*-अक्ष के अनुदिश इकाई सदिश हो [BHU 1990]

(a) $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ (b) $-2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

(c) $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ (d) $-2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$

28. $\vec{P}$ तथा $(\vec{P} + \vec{Q})$ एवं $(\vec{P} - \vec{Q})$ के परिणामी के बीच कोण होगा

(a) शून्य (b) $\tan^{-1}(P/Q)$

(c) $\tan^{-1}(Q/P)$ (d) $\tan^{-1}(P-Q)/(P+Q)$

29. $\vec{P}$ तथा $\vec{Q}$ का परिणामी $\vec{P}$ के लम्बवत् है तो $\vec{P}$ तथा $\vec{Q}$ के बीच कोण होगा

(a) $\cos^{-1}(P/Q)$ (b) $\cos^{-1}(-P/Q)$

(c) $\sin^{-1}(P/Q)$ (d) $\sin^{-1}(-P/Q)$

30. दो सदिशों *P* तथा *Q* के परिणामी के अधिकतम तथा न्यूनतम परिमाणों का अनुपात $3:1$ है। निम्न में से कौन सा संबध सही है

(a) $P = 2Q$ (b) $P = Q$

(c) $PQ = 1$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

31. दो सदिशों $\vec{P}$ तथा $\vec{Q}$ का परिणामी $\vec{R}$ है। यदि *Q* को दुगना कर दिया जाए तो नया सदिश *P* के लम्बवत हो जाता है। *R* निम्न के बराबर होगा

(a) *P* (b) (*P*+*Q*)

(c) *Q* (d) (*P*–*Q*)

32. किसी वस्तु पर दो बल F_1 तथा F_2 कार्य करते हैं। एक बल दूसरे का दोगुना है तथा इनका परिणामी बड़े बल के बराबर है तो दोनों बलों के बीच कोण है

(a) $\cos^{-1}(1/2)$ (b) $\cos^{-1}(-1/2)$

(c) $\cos^{-1}(-1/4)$ (d) $\cos^{-1}(1/4)$

33. दिया है $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ तथा $\vec{C}$, $\vec{A}$ के लम्बवत है इसके अतिरिक्त यदि $|\vec{A}| = |\vec{C}|$, तो $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के बीच कोण होगा

(a) $\frac{\pi}{4}$ रेडियन (b) $\frac{\pi}{2}$ रेडियन

(c) $\frac{3\pi}{4}$ रेडियन (d) π रेडियन

34. तीन बलों के प्रभाव में एक वस्तु विराम अवस्था में है। जिनमें से दो बल $\vec{F_1} = 4\hat{i}, \vec{F_2} = 6\hat{j}$ हैं, तो तीसरा बल होगा [AMU 1996]

(a) $4\hat{i} + 6\hat{j}$ (b) $4\hat{i} - 6\hat{j}$

(c) $-4\hat{i} + 6\hat{j}$ (d) $-4\hat{i} - 6\hat{j}$

35. पृथ्वी तल से नियत ऊँचाई पर एक हवाई जहाज 100 किमी/घण्टा की चाल से पृथ्वी के परितः चक्कर लगा रहा है। जब यह आधा वृत्त पूर्ण कर लेता है तो वेग में परिवर्तन होगा [RPET 1998; KCET 2000]

(a) 200 *km/hr* (b) 150 *km/hr*

(c) $100\sqrt{2}\, km/hr$ (d) 0

36. विस्थापन $25\hat{i} - 6\hat{j}\, m$ में कितना विस्थापन जोड़ें कि *x*–दिशा में 7.0 *m* का विस्थापन प्राप्त हो

(a) $18\hat{i} - 6\hat{j}$ (b) $32\hat{i} - 13\hat{j}$

(c) $-18\hat{i} + 6\hat{j}$ (d) $-25\hat{i} + 13\hat{j}$

37. एक वस्तु पूर्व की ओर 20 किमी/घण्टा के वेग से चलती है तथा फिर उत्तर की ओर 15 किमी/घण्टा से चलती है परिणामी वेग होगा [AFMC 1995]

(a) 5 *km/h* (b) 15 *km/h*

(c) 20 *km/h* (d) 25 *km/h*

38. सदिशों $\vec{A}, \vec{B}$ तथा $\vec{C}$ के परिमाण क्रमशः 3, 4 तथा 5 इकाई हैं। यदि $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$, तब सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के बीच कोण होगा [CBSE PMT 1990]

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\cos^{-1}(0.6)$

(c) $\tan^{-1}\left(\frac{7}{5}\right)$ (d) $\frac{\pi}{4}$

39. एक स्टेशन से दूसरे स्टेशन की ओर जाती हुई एक कार 75 *km* उत्तर, 60 *km* उत्तर पूर्व तथा 20 *km* पूर्व दिशा में गति करती है। स्टेशनों के बीच की न्यूनतम दूरी है [AFMC 1993]

(a) 72 *km* (b) 112 *km*

(c) 132 *km* (d) 155 *km*

40. पूर्व की ओर 10 *ms* से गतिमान एक स्कूटर चालक 90°कोण पर दाहिनी ओर मुड़ जाता है। यदि मुड़ने के पश्चात् भी स्कूटर की चाल पहले के समान रहे तब स्कूटर के वेग में परिवर्तन होगा [BHU 1994]

(a) 20.0 *ms* दक्षिण पूर्व दिशा में

(b) शून्य

(c) 10.0 *ms* दक्षिण दिशा में

(d) 14.14 *ms* दक्षिण पश्चिम दिशा में

41. एक व्यक्ति 10 *km* उत्तर तथा 20 *km* पूर्व की ओर जाता है। प्रारंभिक बिन्दु से व्यक्ति का विस्थापन होगा [AFMC 1994, 2003]

(a) 22.36 *km* (b) 2 *km*

(c) 5 *km* (d) 20 *km*

42. दो बल $\vec{F_1}=5\hat{i}+10\hat{j}-20\hat{k}$ तथा $\vec{F_2}=10\hat{i}-5\hat{j}-15\hat{k}$ एक ही बिन्दु पर कार्यरत हैं। $\vec{F_1}$ तथा $\vec{F_2}$ के बीच का कोण होगा [AMU 1995]

(a) 30° (b) 45°

(c) 60° (d) 90°

43. दिये गये बलों के युग्म मे से किस युग्म का परिणामी 2 *N* नहीं हो सकता [HP PMT 1999]

(a) 2 *N* तथा 2 *N* (b) 1 *N* तथा 1 *N*

(c) 1 *N* तथा 3 *N* (d) 1 *N* तथा 4 *N*

44. 3*N* तथा 2 *N* परिमाण के दो बल θ कोण पर इस प्रकार कार्यरत है, कि उनका परिणामी *R* है। यदि प्रथम बल को 6*N* तक बढ़ा दिया जाये, तो परिणामी बल 2*R* हो जाता है। θ का मान है [HP PMT 2000]

(a) 30° (b) 60°

(c) 90° (d) 120°

45. समान परिमाण के तीन संगामी बल परस्पर साम्यावस्था में है। इन बलों के बीच के कोण क्या होंगे तथा बलों को भुजा के रुप में प्रदर्शित करने पर बनने वाले त्रिभुज का नाम क्या होगा [JIPMER 2000]

(a) 60°, समबाहु त्रिभुज

(b) 120°, समबाहु त्रिभुज

(c) 120°, 30°, 30°, एक समद्विबाहु त्रिभुज

(d) 120°, एक अधिक कोण त्रिभुज

46. यदि $|\vec{A}+\vec{B}|=|\vec{A}|+|\vec{B}|$, तब $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के बीच का कोण होगा [CBSE PMT 2001]

(a) 90° (b) 120°

(c) 0° (d) 60°

47. दिये गये दो सदिशों के परिणामी के अधिकतम तथा न्यूनतम परिमाण क्रमशः 17 तथा 7 इकाई हैं। यदि ये दोनों सदिश परस्पर लम्बवत् हैं। तब इनके परिणामी का परिमाण होगा [Kerala (Engg.) 2000]

(a) 14 (b) 16

(c) 18 (d) 13

48. दो बलों का सदिश योग उनके सदिश अंतर के लम्बवत् है। इस स्थिति में बल [CBSE PMT 2003]

(a) परस्पर परिमाण में बराबर होंगे

(b) परस्पर परिमाण में बराबर नहीं होंगे

(c) कुछ कहा नहीं जा सकता है

(d) परस्पर बराबर होंगे

49. यदि वेग का *y* घटक 20 तथा *x* घटक 10 है। इस क्षण पर क्षैतिज से वस्तु की गति की दिशा होगी [Manipal 2003]

(a) $\tan^{-1}(2)$ (b) $\tan^{-1}(1/2)$

(c) 45° (d) 0°

50. 12 *N* तथा 8 *N* परिमाण के दो बल एक वस्तु पर कार्यरत हैं। वस्तु पर लगने वाले परिणामी बल का अधिकतम मान है [Manipal 2003]

(a) 4 *N* (b) 0 *N*

(c) 20 *N* (d) 8 *N*

51. दो एक समान बल (प्रत्येक *P*) किसी बिन्दु पर परस्पर 120° के कोण पर लगाये जाते हैं। उनके परिणामी बल का परिमाण है [KCET 2004]

(a) $P/2$ (b) $P/4$

(c) P (d) $2P$

52. सदिशों $5i+8j$ तथा $2i+7j$ को परस्पर जोड़ा जाता है। इन सदिशों के योग का परिमाण है [BHU 2000]

(a) $\sqrt{274}$ (b) 38

(c) 238 (d) 560

53. दो सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ इस प्रकार हैं कि $\vec{A}+\vec{B}=\vec{A}-\vec{B}$ तब [AMU (Med.) 2000]

(a) $\vec{A}.\vec{B}=0$ (b) $\vec{A}\times\vec{B}=0$

(c) $\vec{A}=0$ (d) $\vec{B}=0$

सदिश गुणन

1. यदि एक सदिश $2\hat{i}+3\hat{j}+8\hat{k}$ दूसरे सदिश $4\hat{j}-4\hat{i}+\alpha\hat{k}$ पर लम्बवत् हो तो α का मान होगा [CBSE PMT 2005]

(a) –1 (b) $\frac{1}{2}$

(c) $-\frac{1}{2}$ (d) 1

2. यदि दो सदिश $2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$ तथा $-4\hat{i}-6\hat{j}-\lambda\hat{k}$ एक दूसरे के समान्तर हों तो λ का मान होगा

(a) 0 (b) 2

(c) 3 (d) 4

3. एक वस्तु पर 50 N का बल लगाने पर यह बल की दिशा से 60° कोण पर 10 मीटर तक विस्थापित होती है। बल द्वारा किया गया कार्य होगा

(a) 200 J (b) 100 J

(c) 300 J (d) 250 J

4. एकसमान बल $(4\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k})N$ के अन्तर्गत कोई कण स्थिति $3\hat{i}+2\hat{j}-6\hat{k}$ से $14\hat{i}+13\hat{j}+9\hat{k}$ तक गति करता है। यदि विस्थापन मीटर में हो तो किया गया कार्य होगा [CMEET 1995; Pb. PMT 2002, 03]

(a) 100 J (b) 200 J

(c) 300 J (d) 250 J

5. यदि दो सदिशों $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ का योग सदिश $(\vec{A}+\vec{B})$ इनके अन्तर सदिश $(\vec{A}-\vec{B})$ के लम्बवत हो तो इनके परिमाणों का अनुपात है

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

6. सदिश $\vec{A}$ और $\vec{B}$ के बीच का कोण θ हो तो त्रिक गुणनफल $\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{A})$ का मान होगा [CBSE PMT 1991, 2005]

(a) A^2B (b) शून्य

(c) $A^2B\sin\theta$ (d) $A^2B\cos\theta$

7. यदि $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{B}\times\vec{A}$ हो तो $\vec{A}$ व $\vec{B}$ के बीच का कोण होगा [AIEEE 2004]

(a) $\pi/2$ (b) $\pi/3$

(c) π (d) $\pi/4$

8. यदि $\vec{A}=3\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$ तथा $\vec{B}=2\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$ तो $|\vec{A}\times\vec{B}|$ का मान होगा

(a) $8\sqrt{2}$ (b) $8\sqrt{3}$

(c) $8\sqrt{5}$ (d) $5\sqrt{8}$

9. बिन्दु $\vec{r}=(3\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})m$ पर कार्य करने वाला एक बल $\vec{F}=(2\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k})N$ का मूल बिन्दु के परितः आघूर्ण होगा [CBSE PMT 1995]

(a) $6\hat{i}-6\hat{j}+12\hat{k}$ (b) $17\hat{i}-6\hat{j}-13\hat{k}$

(c) $-6\hat{i}+6\hat{j}-12\hat{k}$ (d) $-17\hat{i}+6\hat{j}+13\hat{k}$

10. यदि $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{C}$, तो निम्न में से कौन सा कथन गलत है

(a) $\vec{C}\perp\vec{A}$ (b) $\vec{C}\perp\vec{B}$

(c) $\vec{C}\perp(\vec{A}+\vec{B})$ (d) $\vec{C}\perp(\vec{A}\times\vec{B})$

11. m द्रव्यमान का एक कण x-y तल में नियत वेग v से x-अक्ष के समान्तर चित्रानुसार गति कर रहा है किसी समय t पर मूल बिन्दु के सापेक्ष इसका कोणीय संवेग होगा

(a) $mvb\,\hat{k}$ (b) $-mvb\,\hat{k}$

(c) $mvb\,\hat{i}$ (d) $mv\,\hat{i}$

12. $\vec{F}_1=2\hat{i}+5\hat{k}$ तथा $\vec{F}_2=3\hat{j}+4\hat{k}$ सदिशों के अदिश गुणनफल का परिमाण होगा [MP PMT 1987]

(a) 20 (b) 23

(c) $5\sqrt{33}$ (d) 26

13. एक सदिश $\vec{F}=4\hat{i}-3\hat{j}$ है सदिश $\vec{F}$ के लम्बवत् अन्य सदिश है

(a) $4\hat{i}+3\hat{j}$ (b) $6\hat{i}$

(c) $7\hat{k}$ (d) $3\hat{i}-4\hat{j}$

14. दो सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ एक दूसरे के लम्बवत होंगे जबकि [AIIMS 1987]

(a) $\vec{A}+\vec{B}=0$ (b) $\vec{A}-\vec{B}=0$

(c) $\vec{A}\times\vec{B}=0$ (d) $\vec{A}.\vec{B}=0$

15. यदि $|\vec{V}_1+\vec{V}_2|=|\vec{V}_1-\vec{V}_2|$ तथा V_2 नियत हैं, तो [CPMT 1989]

(a) V_1, V_2 के समान्तर होगा

(b) $\vec{V}_1=\vec{V}_2$

(c) V_1 तथा V_2 परस्पर लम्बवत होंगे

(d) $|\vec{V}_1|=|\vec{V}_2|$

16. बल $\vec{F}=(5\hat{i}+3\hat{j})$ न्यूटन एक कण पर लगाया जाता है जो इसे मूल बिन्दु से $\vec{r}=(2\hat{i}-1\hat{j})$ मीटर तक विस्थापित कर देता है। बल द्वारा किया गया कार्य होगा [MP PMT 1995]

(a) -7 J (b) +13 J

(c) +7 J (d) +11 J

17. दो सदिशों $-2\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k}$ तथा $\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}$ के बीच कोण है [EAMCET 1990]

(a) 0° (b) 90°

(c) 180° (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

18. सदिशों $(\hat{i}+\hat{j})$ तथा $(\hat{j}+\hat{k})$ के बीच कोण है [EAMCET 1995]

(a) 30° (b) 45°

(c) 60° (d) 90°

19. एक कण नियत बल $\vec{F}=(20\hat{i}+15\hat{j}-5\hat{k})N$ के प्रभाव में वेग $(6\hat{i}-4\hat{j}+3\hat{k})m/s$ से गति करता है। कण पर आरोपित तात्क्षणिक शक्ति है [CBSE PMT 2000]

(a) 35 J/s (b) 45 J/s

(c) 25 J/s (d) 195 J/s

20. यदि $\vec{P}.\vec{Q}=PQ$, तो $\vec{P}$ तथा $\vec{Q}$ के बीच कोण है [AIIMS 1999]

(a) 0° (b) 30°

(c) 45° (d) 60°

21. एक वस्तु पर कार्य करने वाले बल $\vec{F} = 5\hat{i} + 6\hat{j} + 4\hat{k}$ द्वारा वस्तु में $\vec{S} = 6\hat{i} - 5\hat{k}$. विस्थापन होता है। बल द्वारा किया गया कार्य है [KCET 1999]
(a) 10 इकाई (b) 18 इकाई
(c) 11 इकाई (d) 5 इकाई

22. दो सदिशों $\vec{A} = 5\hat{i} + 5\hat{j}$ तथा $\vec{B} = 5\hat{i} - 5\hat{j}$ के बीच कोण होगा [CPMT 2000]
(a) शून्य (b) 45°
(c) 90° (d) 180°

23. दो सदिश $\vec{P} = a\hat{i} + a\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{Q} = a\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ एक दूसरे के लम्बवत् हैं। a का धनात्मक मान होगा [AFMC 2000; AIIMS 2002]
(a) 3 (b) 4
(c) 9 (d) 13

24. एक वस्तु, बल $\vec{F} = (-2\hat{i} + 15\hat{j} + 6\hat{k})N$ के प्रभाव में Y-दिशा में गति करती है। इस बल द्वारा वस्तु को Y-अक्ष के अनुदिश 10 m विस्थापित करने में किया गया कार्य होगा [CBSE PMT 1994]
(a) 20 J (b) 150 J
(c) 160 J (d) 190 J

25. बल $\vec{F}$ के कारण एक कण x-y तल में इस प्रकार गति करता है कि किसी समय t पर इसके रेखीय संवेग का मान $P_x = 2\cos t, P_y = 2\sin t$ है। तो दिये गये समय t पर $\vec{F}$ तथा $\vec{P}$ के बीच कोण होगा [MNR 1991; UPSEAT 2000]
(a) $\theta = 0°$ (b) $\theta = 30°$
(c) $\theta = 90°$ (d) $\theta = 180°$

26. सदिशों $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ तथा $\vec{B} = \hat{i} + 4\hat{j}$ द्वारा प्रदर्शित समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल होगा
(a) 14 इकाई (b) 7.5 इकाई
(c) 10 इकाई (d) 5 इकाई

27. एक सदिश $\vec{F_1}$ धनात्मक X-अक्ष के अनुदिश है। यदि इसका अन्य सदिश $\vec{F_2}$ के साथ सदिश गुणनफल शून्य हो तो $\vec{F_2}$ होगा [MP PMT 1987]
(a) $4\hat{j}$ (b) $-(\hat{i} + \hat{j})$
(c) $(\hat{j} + \hat{k})$ (d) $(-4\hat{i})$

28. यदि दो सदिशों $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$, के लिए $\vec{A} \times \vec{B} = 0$, हो तो सदिश
(a) एक दूसरे के लम्बवत होंगे
(b) एक दूसरे के समान्तर होंगे
(c) एक दूसरे से 60° कोण पर होंगे
(d) एक दूसरे से 30° पर होंगे

29. सदिश $(\vec{A} \times \vec{B})$ तथा $(\vec{B} \times \vec{A})$ के बीच कोण है
(a) शून्य (b) π
(c) $\pi / 4$ (d) $\pi / 2$

30. $(\vec{P} + \vec{Q})$ तथा $(\vec{P} \times \vec{Q})$ सदिशों के बीच कोण है
(a) 0 (b) $\frac{\pi}{2}$
(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) π

31. दो सदिशों के परिमाण क्रमशः 2 तथा 3 हैं। यदि इनका परिणामी 1 है तो उनका सदिश गुणनफल होगा
(a) 6 (b) 3
(c) 1 (d) 0

32. माना $\vec{A} = \hat{i}A\cos\theta + \hat{j}A\sin\theta$ कोई सदिश है। सदिश $\vec{A}$ के लम्बवत् सदिश $\vec{B}$ होगा [BHU 1997]
(a) $\hat{i}\,B\cos\theta + j\,B\sin\theta$ (b) $\hat{i}\,B\sin\theta + j\,B\cos\theta$
(c) $\hat{i}\,B\sin\theta - j\,B\cos\theta$ (d) $\hat{i}\,B\cos\theta - j\,B\sin\theta$

33. दो सदिशों $6\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $7\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}$ के बीच कोण है [EAMCET (Engg.) 1999]
(a) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (b) $\cos^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)$
(c) $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ (d) $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$

34. एक सदिश $\vec{A}$ ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर इंगित है तथा $\vec{B}$ उत्तर की ओर। सदिश गुणनफल $\vec{A} \times \vec{B}$ है [UPSEAT 2000]
(a) शून्य (b) पश्चिम की ओर
(c) पूर्व की ओर (d) ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर

35. सदिश $(\hat{i} + \hat{j})$ तथा $(\hat{j} - \hat{k})$ के बीच कोण है
(a) 90° (b) 0°
(c) 180° (d) 60°

36. बिन्दुओं A, B, C तथा D के स्थिति सदिश क्रमशः $A = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$, $B = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}$, $C = 7\hat{i} + 9\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $D = 4\hat{i} + 6\hat{j}$ हैं तो विस्थापन सदिश AB तथा CD हैं
(a) लम्बवत् (b) समान्तर
(c) प्रतिसमान्तर (d) 60° कोण पर झुके हुए

37. यदि बल $(\vec{F}) = 4\hat{i} + 5\hat{j}$ तथा विस्थापन $(\vec{s}) = 3\hat{i} + 6\hat{k}$ हो तो किया गया कार्य होगा [Manipal 1995]
(a) 4×3 (b) 5×6
(c) 6×3 (d) 4×6

38. यदि $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}.\vec{B}|$, तो $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के बीच कोण है [AIIMS 2000; Manipal 2000]
(a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) 90°

39. दक्षिणावर्त (Clockwise) पद्धति में [CPMT 1990]
(a) $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$ (b) $\hat{i}.\hat{i} = 0$
(c) $\hat{j} \times \hat{j} = 1$ (d) $\hat{k}.\hat{j} = 1$

40. किसी घूर्णन करने वाली वस्तु का रेखीय वेग $\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$, से दिया जाता है जहाँ $\vec{\omega}$ कोणीय वेग तथा $\vec{r}$ त्रिज्यीय सदिश है। यदि $\vec{\omega}=\hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k}$ तथा $\vec{r}=4\hat{j}-3\hat{k}$, है तो $|\vec{v}|$ है

(a) $\sqrt{29}$ इकाई (b) $\sqrt{31}$ इकाई

(c) $\sqrt{37}$ इकाई (d) $\sqrt{41}$ इकाई

41. तीन सदिश $\vec{a},\vec{b}$ और $\vec{c}$, सम्बन्ध $\vec{a}.\vec{b}=0$ तथा $\vec{a}.\vec{c}=0$. को संतुष्ट करते हैं तो सदिश $\vec{a}$ निम्न के समान्तर है [AIIMS 1996]

(a) $\vec{b}$ (b) $\vec{c}$

(c) $\vec{b}.\vec{c}$ (d) $\vec{b}\times\vec{c}$

42. समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण क्रमशः $2\hat{i}$ तथा $2\hat{j}$ हैं। समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है

(a) 0.5 इकाई (b) 1 इकाई

(c) 2 इकाई (d) 4 इकाई

43. सदिश $2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ तथा $6\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k}$ के लम्बवत इकाई सदिश होगा

(a) $\frac{\hat{i}+10\hat{j}-18\hat{k}}{5\sqrt{17}}$ (b) $\frac{\hat{i}-10\hat{j}+18\hat{k}}{5\sqrt{17}}$

(c) $\frac{\hat{i}-10\hat{j}-18\hat{k}}{5\sqrt{17}}$ (d) $\frac{\hat{i}+10\hat{j}+18\hat{k}}{5\sqrt{17}}$

44. उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा जिसकी भुजायें सदिश $\hat{j}+3\hat{k}$ तथा $\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ से प्रदर्शित हैं

(a) $\sqrt{61}$ वर्ग इकाई (b) $\sqrt{59}$ वर्ग इकाई

(c) $\sqrt{49}$ वर्ग इकाई (d) $\sqrt{52}$ वर्ग इकाई

45. किसी कण की स्थिति $\vec{r}=(\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k})$ तथा संवेग $\vec{P}=(3\hat{i}+4\hat{j}-2\hat{k})$ है, तो कोणीय संवेग निम्न के लम्बवत् होगा [EAMCET (Engg.) 1998]

(a) x-अक्ष

(b) y- अक्ष

(c) z- अक्ष

(d) उस रेखा के जो तीनों अक्षों से समान कोण बनाये

46. दो सदिशों $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के परिमाण समान हैं तो सदिश $\vec{A}+\vec{B}$ किसके लम्बवत् होगा

(a) $\vec{A}\times\vec{B}$ (b) $\vec{A}-\vec{B}$

(c) $3\vec{A}\times3\vec{B}$ (d) उपरोक्त सभी

47. बिन्दु $\vec{r}=7\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k}$ पर कार्य करने वाले बल $\vec{F}=-3\hat{i}+\hat{j}+5\hat{k}$ का आघूर्ण होगा

[CPMT 1997; CBSE PMT 1997; CET 1998; DPMT 2004]

(a) $14\hat{i}-38\hat{j}+16\hat{k}$ (b) $4\hat{i}+4\hat{j}+6\hat{k}$

(c) $21\hat{i}+4\hat{j}+4\hat{k}$ (d) $-14\hat{i}+34\hat{j}-16\hat{k}$

48. $(\vec{A}+\vec{B})\times(\vec{A}-\vec{B})$ का मान है [RPET 1991, 2002; BHU 2002]

(a) 0 (b) A^2-B^2

(c) $\vec{B}\times\vec{A}$ (d) $2(\vec{B}\times\vec{A})$

49. यदि $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ परस्पर लम्बवत् सदिश है, तथा सदिश $\vec{A}=5\hat{i}+7\hat{j}-3\hat{k}$ तथा $\vec{B}=2\hat{i}+2\hat{j}-a\hat{k}$. तब a का मान है [EAMCET 1991]

(a) – 2 (b) 8

(c) – 7 (d) – 8

50. किसी द्रव्यमान पर आरोपित बल $\vec{F}=6\hat{i}-8\hat{j}+10\hat{k}$ द्वारा प्रदर्शित है, जो कि द्रव्यमान को $1\,m/s^2$ से त्वरित करता है। द्रव्यमान का मान (किग्रा में) होगा [CMEET 1995]

(a) $10\sqrt{2}$ (b) 20

(c) $2\sqrt{10}$ (d) 10

51. किसी समान्तर चतुर्भज की दो आसन्न सदिशें $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ तथा $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ द्वारा प्रदर्शित की जाती है। समान्तर चतुर्भज का क्षेत्रफल होगा [AMU 1997]

(a) 8 (b) $8\sqrt{3}$

(c) $3\sqrt{8}$ (d) 192

52. यदि त्रिज्या के स्थिति सदिश $2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ तथा $2\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ जबकि रेखीय संवेग $2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$. हों, तब कोणीय संवेग का मान होगा [BHU 1997]

(a) $2\hat{i}-4\hat{k}$ (b) $4\hat{i}-8\hat{k}$

(c) $2\hat{i}-4\hat{j}+2\hat{k}$ (d) $4\hat{i}-8\hat{k}$

53. यदि $\vec{\omega}=3\hat{i}-4\hat{j}+\hat{k}$ तथा $\vec{r}=5\hat{i}-6\hat{j}+6\hat{k}$ तब रेखीय वेग का मान होगा [CBSE PMT 1999; CPMT 1999, 2001; Pb. PMT 2000; Pb. CET 2000]

(a) $6\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ (b) $6\hat{i}-2\hat{j}+8\hat{k}$

(c) $4\hat{i}-13\hat{j}+6\hat{k}$ (d) $-18\hat{i}-13\hat{j}+2\hat{k}$

54. दो परस्पर लम्बवत् सदिशों का अदिश गुणनफल होगा [Haryana CEET 2002]

(a) 0 (b) 1

(c) ∞ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

55. जब $\vec{A}.\vec{B}=-|\vec{A}||\vec{B}|$, तब [Orissa JEE 2003]

(a) $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ परस्पर लम्बवत् होंगे

(b) $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ एक ही दिशा में कार्यरत होंगे

(c) $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ विपरीत दिशा में कार्यरत होंगे

(d) $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ किसी भी दिशा में हो सकते हैं

56. यदि $|\vec{A}\times\vec{B}|=\sqrt{3}\,\vec{A}.\vec{B}$, तब $|\vec{A}+\vec{B}|$ का मान होगा [CBSE PMT 2004]

(a) $\left(A^2+B^2+\frac{AB}{\sqrt{3}}\right)^{1/2}$ (b) $A+B$

(c) $(A^2+B^2+\sqrt{3}AB)^{1/2}$ (d) $(A^2+B^2+AB)^{1/2}$

57. एक बल $\vec{F}=3\hat{i}+c\hat{j}+2\hat{k}$ द्वारा किसी कण में अपनी दिशा में उत्पन्न विस्थापन $\vec{S}=-4\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ है। यदि किया गया कार्य 6*J*, हो, तब c का मान होगा **[DPMT 1997]**

(a) 12 (b) 6

(c) 1 (d) 0

58. एक बल $\vec{F}=(5\hat{i}+3\hat{j})\,N$ एक कण पर कार्यरत है, जो कण को प्रारम्भिक स्थिति से $\vec{s}=(2\hat{i}-1\hat{j})\,m$ तक विस्थापित कर देता है। कण पर किया गया कार्य है **[BHU 2001]**

(a) + 11 *J* (b) + 7 *J*

(c) + 13 *J* (d) − 7 *J*

59. यदि एक सदिश $\vec{A}$ एक अन्य सदिश $\vec{B}$ के समान्तर है, तब सदिश $\vec{A}\times\vec{B}$ का परिणामी होगा **[Pb. CET 1996]**

(a) A (b) $\vec{A}$

(c) शून्य सदिश (d) शून्य

लामी प्रमेय

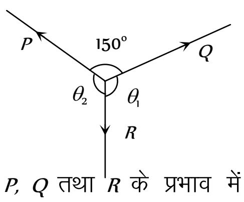
1. तीन समतलीय सदिश *P, Q* तथा *R* किसी बिन्दु पर कार्यरत् हैं तथा साम्यावस्था में हैं। दिया है P = 1.9318 किग्रा भार $\sin\theta_1 = 0.9659$, तो *R* का मान (किग्रा. भार में) है **[CET 1998]**

(a) 0.9659

(b) 2

(c) 1

(d) $\frac{1}{2}$



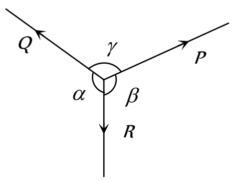
2. चित्रानुसार तीन समतलीय सदिशों *P, Q* तथा *R* के प्रभाव में एक वस्तु साम्यावस्था में है। सही कथन चुनें **[AFMC 1994]**

(a) $\frac{P}{\sin\alpha}=\frac{Q}{\sin\beta}=\frac{R}{\sin\gamma}$

(b) $\frac{P}{\cos\alpha}=\frac{Q}{\cos\beta}=\frac{R}{\cos\gamma}$

(c) $\frac{P}{\tan\alpha}=\frac{Q}{\tan\beta}=\frac{R}{\tan\gamma}$

(d) $\frac{P}{\sin\beta}=\frac{Q}{\sin\gamma}=\frac{R}{\sin\alpha}$



3. यदि कोई वस्तु कई असंरेखीय बलों के प्रभाव में साम्यावस्था में है तो न्यूनतम बलों की संख्या होनी चाहिए **[AIIMS 2000]**

(a) चार (b) तीन

(c) दो (d) पाँच

4. विभिन्न तलों में कितने न्यूनतम अशून्य सदिशों का योग शून्य परिणामी देगा

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) 5

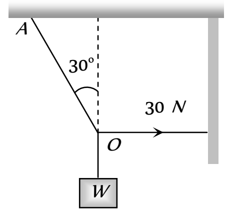
5. चित्र में प्रदर्शित क्षैतिज रस्सी में तनाव $30\,N$ है। भार W तथा रस्सी OA मे तनाव होगा **[DPMT 1992]**

(a) $30\sqrt{3}$, 30

(b) $30\sqrt{3}$, 60

(c) $60\sqrt{3}$, 30

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं



आपेक्षिक वेग

1. दो कारें समान दिशा में समान चाल 30 किमी प्रति घण्टा से चल रही हैं तथा उनके बीच की दूरी 5 कि.मी. है, तो विपरीत दिशा में चल रही उस कार की चाल क्या होगी जो इन दो कारों को 4 मिनिट के समय अन्तराल पर मिलती है

(a) 40 *km/hr* (b) 45 *km/hr*

(c) 30 *km/hr* (d) 15 *km/hr*

2. एक व्यक्ति वर्षा से बचने के लिए अपने छाते को ऊर्ध्वाधर से 30° कोण पर रखकर सड़क पर खड़ा है। वह छाता फेंक देता है और 10 *km/hr* की चाल से दौड़ना प्रारम्भ कर देता है। वह पाता है कि वर्षा की बूँदें उसके सिर से ऊर्ध्वाधर रूप से टकराती हैं। तो वर्षा की बूँदों की चाल सड़क के सापेक्ष क्या होगी

(a) 10 *km/hr* (b) 20 *km/hr*

(c) 30 *km/hr* (d) 40 *km/hr*

3. उपरोक्त प्रश्न में, गतिमान व्यक्ति के सापेक्ष वर्षा की बूँदों की चाल होगी

(a) $10/\sqrt{2}\,km/hr$ (b) 5 *km/hr*

(c) $10\sqrt{3}\,km/hr$ (d) $5/\sqrt{3}\,km/hr$

4. एक नाव जमीन के सापेक्ष $3\hat{i}+4\hat{j}$ वेग के साथ गतिमान है नदी का पानी जमीन के सापेक्ष $-3\hat{i}-4\hat{j}$ वेग से बह रहा है। नाव का पानी के सापेक्ष वेग होगा **[CPMT 1998]**

(a) $8\hat{j}$ (b) $-6\hat{i}-8\hat{j}$

(c) $6\hat{i}+8\hat{j}$ (d) $5\sqrt{2}\hat{i}$

5. 150 मीटर लम्बी रेलगाड़ी उत्तर की ओर 10 मीटर/सैकण्ड की चाल से चल रही है। एक तोता दक्षिण की ओर 5 मीटर/सैकण्ड की चाल से रेलगाड़ी को पार करता है। तोते द्वारा रेलगाड़ी को पार करने में लगा समय होगा **[CBSE PMT 1992]**

(a) 30 s (b) 15 s

(c) 8 s (d) 10 s

6. एक नदी पूर्व से पश्चिम की ओर 5 मी/मिनिट की चाल से बह रही है दक्षिण की ओर किनारे पर स्थित एक व्यक्ति स्थिर जल में 10 मी/मिनिट की चाल से तैर सकता है। वह नदी को न्यूनतम समय में पार करना चाहता है तो उसे तैरना चाहिए **[BHU 1998]**

(a) उत्तर की ओर

(b) उत्तर-पूर्व की ओर

(c) नदी प्रवाह की दुगुनी चाल से उत्तर-पूर्व की ओर

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

7. एक व्यक्ति किसी नदी के किनारे पर ठीक सामने वाले बिन्दु तक पहुँचना चाहता है। यह जल प्रवाह की दिशा से 120° कोण पर 0.5 m/s की चाल से तैर रहा है। जल धारा की चाल है

[CBSE PMT 1999]

(a) 1 m/s (b) 0.5 m/s
(c) 0.25 m/s (d) 0.433 m/s

8. A, 65 किमी / घण्टा की चाल से गतिमान है तथा B, A के पीछे 80 किमी / घण्टा की चाल से चल रहा है। A के सापेक्ष B का वेग होगा

(a) 80 km/hr (b) 60 km/hr
(c) 15 km/hr (d) 145 km/hr

9. एक चोर जीप में 9 m/s की चाल से सीधी सड़क पर भाग रहा है। तथा पुलिस का एक आदमी मोटर साईकिल पर 10 m/s चाल से उसका पीछा कर रहा है। यदि किसी क्षण मोटर साईकिल जीप से 100 m दूरी पर हो तो पुलिस द्वारा चोर को पकड़ने में कितना समय लगेगा

(a) 1 सैकण्ड (b) 19 सैकण्ड
(c) 90 सैकण्ड (d) 100 सैकण्ड

10. एक व्यक्ति, पानी के सापेक्ष v वेग से तैर सकता है। उसे d चौड़ाई की नदी, जो कि u ($u > v$) वेग से बह रही है, को पार करना है। यदि वह नदी के प्रवाह द्वारा x दूरी विस्थापित किया जाता है, तो निम्न में से कौनसा कथन सत्य है

(a) यदि वह नदी को न्यूनतम समय में पार करता है तो $x = \frac{du}{v}$

(b) x का मान $\frac{du}{v}$ से कम नहीं हो सकता

(c) x के न्यूनतम होने के लिए उसे जल प्रवाह की दिशा के साथ कोण $\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}\left(\frac{v}{u}\right)$ बनाते हुए तैरना चाहिए

(d) x अधिकतम होगा यदि वह जल प्रवाह की दिशा से $\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}\frac{v}{u}$ कोण बनाते हुए तैरता है

11. 40 km/hr की चाल से पश्चिम से पूर्व की ओर गतिमान बस में बैठा एक व्यक्ति देखता है कि वर्षा की बूँदें ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गिर रहीं है। जमीन पर खड़े दूसरे व्यक्ति को वर्षा की बूँदें प्रतीत होंगी

[HP PMT 1999]

(a) ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गिरती हुई
(b) पश्चिम से पूर्व की ओर किसी कोण पर गिरती हुई
(c) पूर्व से पश्चिम की ओर किसी कोण पर गिरती हुई
(d) वर्षा की दिशा निर्धारण के लिये उपरोक्त विवरण अपर्याप्त है

12. शांत जल में एक नाव 8 km की यात्रा तय करने तथा फिर वापस आने में दो घण्टे लेती है। यदि जल का वेग 4 km/hr, हो, तो धारा की दिशा के विपरीत 8 km जाने तथा वापस आने में लगने वाला समय होगा [EAMCET 1990]

(a) 2hr
(b) 2hr 40 min
(c) 1hr 20 min
(d) उपरोक्त विवरण से ज्ञात नहीं किया जा सकता

13. एक 120 m लम्बी रेलगाड़ी पश्चिम की ओर 10 m/s की चाल से जा रही है। एक पक्षी पूर्व की ओर 5 m/s की चाल से रेलगाड़ी को पार करता है। रेलगाड़ी पार करने मे पक्षी द्वारा लिया गया समय होगा

(a) 16 sec (b) 12 sec
(c) 10 sec (d) 8 sec

14. एक नाव 8 km/h. के वेग से नदी को पार करती है। यदि नाव का परिणामी वेग 10 km/h हो, तब नदी के जल का वेग होगा
[AFMC 2000]
[CPMT 2001]

(a) 4 km/hr (b) 6 km/hr
(c) 8 km/hr (d) 10 km/hr

CT Critical Thinking

Objective Questions

1. यदि सदिश $\vec{P}$ X, Y तथा Z अक्षों के साथ क्रमशः $\alpha, \beta,$ तथा γ कोण बनाये तो $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma$ का मान होगा

(a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

2. यदि किसी बिन्दु पर कार्यरत् विभिन्न परिमाणों के n बलों के परिणामी बल का मान शून्य है, तो n का न्यूनतम मान है

[SCRA 2000]

(a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

3. क्या दो सदिशों का परिणामी शून्य हो सकता है [IIIT 2000]

(a) हाँ, जब दोनों सदिशों के परिमाण तथा दिशा समान हों
(b) नहीं
(c) हाँ, जब दोनों सदिशों के परिमाण समान हों, किन्तु इनकी दिशाएँ विपरीत हों
(d) हाँ, जब दोनों सदिश परिमाण में समान हेां, तथा इनके बीच का कोण $\frac{2\pi}{3}$ हो।

4. किसी बिन्दु पर कार्य करने वाले दो बलों के परिमाणों का योग 18 है तथा उनके परिणामी का परिमाण 12 है। यदि परिणामी छोटे परिमाण के बल से 90° के कोण पर हो तो बलों के परिमाण होंगे

[Roorkee 1992; AIEEE 2002]

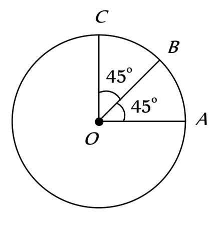
(a) 12, 5 (b) 14, 4
(c) 5, 13 (d) 10, 8

5. किसी सदिश $\vec{a}$ को इसकी लम्बाई में बिना परिवर्तन किये लघु कोण $d\theta$ से घुमा दिया जाता है, तो $|\Delta \vec{a}|$ तथा Δa के मान क्रमशः होंगे

(a) $0, a\,d\theta$ (b) $a\,d\theta, 0$
(c) 0, 0 (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

6. चित्र में दर्शाये अनुसार तीन सदिशों $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ व $\overrightarrow{OC}$ का परिणामी होगा। (वृत्त की त्रिज्या R है)

(a) $2R$
(b) $R(1+\sqrt{2})$

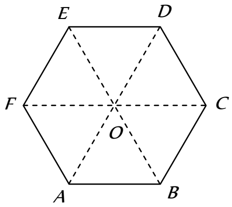


(c) $R\sqrt{2}$

(d) $R(\sqrt{2}-1)$

7. चित्र में $ABCDEF$ एक समषट्भुज है।

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}$ का मान है



(a) $\overrightarrow{AO}$

(b) $2\overrightarrow{AO}$

(c) $4\overrightarrow{AO}$

(d) $6\overrightarrow{AO}$

8. घड़ी में सैकण्ड के कांटे की लम्बाई 1 सेमी है। 15 सैकण्ड में इसकी नोंक के वेग में परिवर्तन होगा [MP PMT 1987]

(a) शून्य (b) $\frac{\pi}{30\sqrt{2}}\, cm/\sec$

(c) $\frac{\pi}{30}\, cm/\sec$ (d) $\frac{\pi\sqrt{2}}{30}\, cm/\sec$

9. एक कण पूर्व की ओर 5 मी/सैकण्ड के वेग से चलता है। 10 सैकण्ड बाद इसकी दिशा उत्तर की ओर हो जाती है तथा वेग वही रहता है। कण का औसत त्वरण होगा

[CPMT 1997; IIT-JEE 1982]

(a) शून्य (b) $\frac{1}{\sqrt{2}} m/s^2, N-W$

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}} m/s^2, N-W$ (d) $\frac{1}{\sqrt{2}} m/s^2, N-W$

10. एक बल $\vec{F}=-K(y\hat{i}+x\hat{j})$ (जहाँ K धनात्मक नियतांक है) x-y तल में गतिमान कण पर कार्यरत है। मूल बिन्दु से प्रारम्भ करके कण को धनात्मक x- अक्ष के अनुदिश बिन्दु $(a, 0)$ तक एवं तत्पश्चात् y-अक्ष के समान्तर बिन्दु (a, a) तक ले जाया जाता है। इस कण पर बल $\vec{F}$ द्वारा किया गया कुल कार्य है [IIT-JEE 1998]

(a) $-2Ka^2$ (b) $2Ka^2$

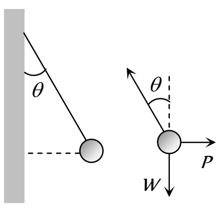
(c) $-Ka^2$ (d) Ka^2

11. मूल बिन्दु से बिन्दु A व B के सदिश क्रमशः $\vec{A}=3\hat{i}-6\hat{j}+2\hat{k}$ तथा $\vec{B}=2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ हैं। त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल होगा

(a) $\frac{5}{2}\sqrt{17}$ वर्ग इकाई (b) $\frac{2}{5}\sqrt{17}$ वर्ग इकाई

(c) $\frac{3}{5}\sqrt{17}$ वर्ग इकाई (d) $\frac{5}{3}\sqrt{17}$ वर्ग इकाई

12. एक दीवार से जुड़ी डोरी द्वारा एक धात्विक गोला लटकाया गया है। किसी छड़ द्वारा गोले को बाहर की ओर धकेला जाता है। गोले पर लगने वाले बल दूसरे चित्र द्वारा प्रदर्शित हैं। कौनसा कथन गलत है



(a) $P=W\tan\theta$

(b) $\vec{T}+\vec{P}+\vec{W}=0$

(c) $T^2=P^2+W^2$

(d) $T=P+W$

13. स्थिर जल में नाव की चाल 5 किमी/घण्टा है। यह न्यूनतम दूरी के पथ के अनुदिश 1 किमी चौड़ी नदी को 15 मिनिट में पार करती है। नदी के जल का वेग होगा

[IIT 1988; CBSE PMT 1998, 2000]

(a) 1 km/h (b) 3 km/h

(c) 4 km/h (d) 5 km/h

14. एक व्यक्ति 320 मी चौड़ी नदी को धारा के लम्बवत् तैरते हुए 4 मिनिट मे पार करता है। यदि वह स्थिर जल में धारा की अपेक्षा $\frac{5}{3}$ गुनी चाल से तैर सकता है तो धारा की चाल (मी/मिनिट में) होगी [Roorkee 1998]

(a) 30 (b) 40

(c) 50 (d) 60.

AR Assertion & Reason

For AIIMS Aspirants

निम्नलिखित प्रश्नों में प्रक्कथन (Assertion) के वक्तव्य के पश्चात कारण (Reason) का वक्तव्य है।

(a) प्रक्कथन और कारण दोनों सही हैं और कारण प्रक्कथन का सही स्पष्टीकरण देता है।

(b) प्रक्कथन और कारण दोनों सही हैं किन्तु कारण प्रक्कथन का सही स्पष्टीकरण नही देता है।

(c) प्रक्कथन सही है किन्तु कारण गलत है।

(d) प्रक्कथन और कारण दोनों गलत हैं।

(e) प्रक्कथन गलत है किन्तु कारण सही है।

1. प्रक्कथन : $\vec{A}\times\vec{B}$ सदिशों $\vec{A}+\vec{B}$ व $\vec{A}-\vec{B}$ दोनों पर लम्बवत् होता है।

कारण : $\vec{A}+\vec{B}$ तथा $\vec{A}-\vec{B}$ उस समतल में स्थित होते हैं, जिसमें $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$, दोनों स्थित हैं किन्तु $\vec{A}\times\vec{B}$ उस समतल के लम्बवत् होता है, जिसमें $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ दोनों स्थित हैं।

2. प्रक्कथन : $\hat{i}+\hat{j}$ तथा $\hat{i}$ के बीच का कोण $45°$ है।

कारण : $\hat{i}+\hat{j}$, $\hat{i}$ तथा $\hat{j}$ दोनों से समान कोण बनाता है तथा $\hat{i}$ व $\hat{j}$ के बीच का कोण $90°$ है।

3. प्रक्कथन : यदि $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$, के बीच का कोण θ है, तब

$$\tan\theta=\frac{\vec{A}\times\vec{B}}{\vec{A}.\vec{B}}$$

कारण : $\vec{A}\times\vec{B}, \vec{A}.\vec{B}$ के अभिलम्बवत् हैं।

4. प्रक्कथन : यदि $|\vec{A}+\vec{B}|=|\vec{A}-\vec{B}|$ हो, तो $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के बीच का कोण $90°$ होगा।

कारण : $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$

5. प्रक्कथन : दो सदिशों का सदिश गुणनफल एक अक्षीय सदिश होता है।

कारण : यदि $\vec{v}$ = तात्क्षणिक वेग, $\vec{r}$ = त्रिज्यीय सदिश तथा $\vec{\omega}$ = कोणीय वेग हो, तब $\vec{\omega}=\vec{v}\times\vec{r}$

6. प्रक्कथन : किसी समतल में शून्य परिणामी सदिश प्राप्त करने हेतु आवश्यक असमान सदिशों की न्यूनतम संख्या तीन होती है।

कारण : यदि $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}\times\vec{0}$, तब ये सभी एक ही समतल में स्थित होंगे।

7. प्रक्कथन : B के सापेक्ष A का आपेक्षिक वेग A और B प्रत्येक के वेग से अधिक होगा, जबकि दोनों विपरीत दिशा में गति करते हैं।

कारण : B के सापेक्ष A का आपेक्षिक वेग = $\vec{v}_A-\vec{v}_B$

8. प्रक्कथन : दो सदिशों $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ का सदिश योग क्रम–विनिमय नियम का पालन करता है।

कारण : $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$

9. प्रक्कथन : $\vec{A}.\vec{B}=\vec{B}.\vec{A}$

कारण : दो सदिशों का अदिश गुणनफल क्रम–विनिमय नियम का पालन करता है।

10. प्रक्कथन : $\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}$ तथा $\vec{\tau}\neq\vec{F}\times\vec{r}$

कारण : सदिशों का सदिश गुणनफल क्रम–विनिमय नियम का पालन करता है।

11. प्रक्कथन : वस्तु के ऋणात्मक त्वरण का अर्थ है, समय के साथ वस्तु की गति अवमंदित हो रही है।

कारण : त्वरण एक सदिश राशि है।

12. प्रक्कथन : यदि किसी भौतिक राशि का परिमाण शून्य है, तब इसे सदिश नहीं कहा जा सकता।

कारण : एक सदिश के लिये परिमाण तथा दिशा दोनों आवश्यक हैं।

13. प्रक्कथन : दो सदिशों का योग शून्य हो सकता है।

कारण : यदि सदिश समान परिमाण के तथा विपरीत हों तो वे एक दूसरे को निरस्त कर देते हैं।

14. प्रक्कथन : दो सदिश समान सदिश कहलाते हैं, यदि इनकी दिशा समान हो लेकिन परिमाण भिन्न–भिन्न हों।

कारण : सदिश राशियों की कोई विशिष्ट दिशा नहीं होती।

15. प्रक्कथन : दो सदिशों का अदिश गुणनफल शून्य हो सकता है।

कारण : जब दो सदिश परस्पर लम्बवत् होते हैं तब उनका अदिश गुणनफल शून्य होता है।

16. प्रक्कथन : किसी सदिश में अदिश राशि का गुणन एक सार्थक प्रक्रिया है।

कारण : एक समान गति मे चाल नियत रहती है।

17. प्रक्कथन : एक शून्य सदिश वह सदिश है, जिसका परिमाण शून्य तथा दिशा स्वेच्छ होती है।

कारण : एक शून्य सदिश का कोई अस्तित्व नहीं होता।

18. प्रक्कथन : यदि सदिशों $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ का अदिश तथा सदिश दोनों गुणनफल शून्य है, इसका अर्थ है, कि $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ में से कोई एक सदिश शून्य है।

कारण : शून्य सदिश वह सदिश है, जिसका परिमाण शून्य होता है।

19. प्रक्कथन : किसी सदिश में उसी सदिश का सदिश गुणनफल करने पर शून्य सदिश प्राप्त होता है।

कारण : दो सदिशों का सदिश गुणनफल एक सदिश राशि होती है।

20. प्रक्कथन : असमतलीय सदिशों की न्यूनतम संख्या जिनका योग शून्य हो सकता है, चार होती है।

कारण : असमान परिमाण वाले दो सदिशों का परिणामी शून्य हो सकता है।

21. प्रक्कथन : यदि $\vec{A}.\vec{B}=\vec{B}.\vec{C}$, तब $\vec{A}$ हमेशा $\vec{C}$ के बराबर नहीं होता।

कारण : दो सदिशों के अदिश गुणनफल में दोनों सदिशों के बीच के कोण की कोज्या का पद सम्मिलित रहता है।

22. प्रक्कथन : सदिशों का योग क्रम–विनिमय नियम का पालन करता है।

कारण : $(\vec{A}+\vec{B})\neq(\vec{B}+\vec{A})$

Answers

सदिश अवधारणा

1	d	2	b	3	c	4	d	5	d
6	a	7	a	8	b	9	b	10	d
11	d	12	d	13	a	14	b	15	c
16	c	17	a	18	b	19	c	20	c
21	d	22	d	23	b	24	d	25	b
26	b	27	a	28	a	29	a	30	d
31	a	32	b	33	a	34	a		

सदिशों का संयोजन (योग) व व्यवकलन (अंतर)

1	a	2	b	3	d	4	b	5	b
6	a	7	b	8	a	9	d	10	b
11	d	12	c	13	a	14	c	15	c
16	c	17	c	18	c	19	c	20	b
21	a	22	d	23	d	24	a	25	c
26	b	27	b	28	a	29	b	30	a
31	c	32	c	33	c	34	d	35	a
36	c	37	d	38	a	39	c	40	d
41	a	42	b	43	d	44	d	45	a
46	c	47	d	48	a	49	a	50	c
51	c	52	a	53	d				

सदिश गुणन

1	c	2	b	3	d	4	a	5	a
6	b	7	c	8	b	9	b	10	d
11	b	12	d	13	c	14	d	15	c
16	c	17	b	18	c	19	b	20	a
21	a	22	c	23	a	24	b	25	c
26	d	27	d	28	b	29	b	30	b
31	d	32	c	33	d	34	b	35	d
36	b	37	a	38	b	39	a	40	a
41	d	42	d	43	c	44	b	45	a
46	a	47	a	48	d	49	d	50	a
51	b	52	b	53	d	54	a	55	c
56	d	57	a	58	b	59	c		

लामी प्रमेय

1	c	2	a	3	b	4	c	5	b

आपेक्षिक वेग

1	b	2	b	3	c	4	c	5	d
6	a	7	c	8	c	9	d	10	ac
11	b	12	b	13	d	14	b		

Critical Thinking Questions

1	c	2	c	3	c	4	c	5	b
6	b	7	d	8	d	9	b	10	c
11	a	12	d	13	b	14	d		

प्रक्कथन एवं कारण

1	a	2	a	3	d	4	b	5	c
6	b	7	a	8	b	9	a	10	c
11	b	12	e	13	a	14	c	15	a
16	b	17	c	18	b	19	b	20	c
21	a	22	c						

Answers and Solutions

सदिश अवधारणा

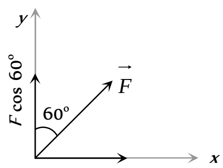
1. (d) चूँकि दिये गये सदिश में $\hat{j}$ का गुणांक शून्य है अतः यह सदिश *xz* तल में स्थित होगा तथा *y*-अक्ष पर इस सदिश का प्रक्षेप भी शून्य होगा।

2. (b) यदि किसी बिन्दु के निर्देशांक (*x, y, z*) हैं तो इसका स्थिति सदिश $x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$ होगा।

3. (c) विस्थापन सदिश $\vec{r} = \Delta x\hat{i}+\Delta y\hat{j}+\Delta z\hat{k}$

$=(3-2)\hat{i}+(4-3)\hat{j}+(5-5)\hat{k} = \hat{i}+\hat{j}$

4. (d)



बल का ऊर्ध्वाधर दिशा में घटक $= F\cos\theta$

$= F\cos 60° = 5\times\frac{1}{2} = 2.5\,N$

5. (d) $|B| = \sqrt{7^2+(24)^2} = \sqrt{625} = 25$

A की दिशा में एकांक सदिश $\hat{A} = \frac{3\hat{i}+4\hat{j}}{5}$

इसलिये आवश्यक सदिश $= 25\left(\frac{3\hat{i}+4\hat{j}}{5}\right) = 15\hat{i}+20\hat{j}$

6. (a) माना कि $\vec{A}$ के घटक *x, y* तथा *z* अक्ष के साथ क्रमशः α, β तथा γ कोण बनाते हैं तो $\alpha=\beta=\gamma$

$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$

$\Rightarrow 3\cos^2\alpha=1 \Rightarrow \cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore A_x=A_y=A_z=A\cos\alpha=\frac{A}{\sqrt{3}}$

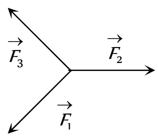
7. (a) $\vec{A}=2\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k} \therefore |\vec{A}|=\sqrt{(2)^2+(4)^2+(-5)^2}=\sqrt{45}$

$\therefore \cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{45}}, \quad \cos\beta=\frac{4}{\sqrt{45}}, \quad \cos\gamma=\frac{-5}{\sqrt{45}}$

8. (b) *y* अक्ष के अनुदिश एकांक सदिश $=\hat{j}$ इसलिये आवश्यक सदिश $=\hat{j}-[(\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k})+(3\hat{i}+6\hat{j}-7\hat{k})]=-4\hat{i}-2\hat{j}+5\hat{k}$

9. (b) $\vec{F}_3=\vec{F}_1+\vec{F}_2$

यहाँ (न्यूनतम) कम से कम तीन भिन्न परिमाणों के समतलीय सदिश होने चाहिये जो योग करने पर शून्य परिणामी दें।

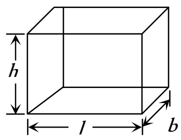


10. (d) कमरे का विकर्ण $=\sqrt{l^2+b^2+h^2}$

$=\sqrt{10^2+12^2+14^2}$

$=\sqrt{100+144+196}$

$=\sqrt{400}=20m$



11. (d) कुल कोण $=100\times\frac{\pi}{50}=2\pi$

इसलिये सभी बल संतुलित होंगे और एक ही बिन्दु से होकर गुजरेगें अर्थात् उनका परिणामी शून्य होगा।

12. (d) $\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=(-2\hat{i}-2\hat{j}+0\hat{k})-(4\hat{i}-4\hat{j}+0\hat{k})$

$\Rightarrow \vec{r}=-6\hat{i}+2\hat{j}+0\hat{k}$

$\therefore |\vec{r}|=\sqrt{(-6)^2+(2)^2+0^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

13. (a) $\vec{P}=\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i}+\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j} \therefore |\vec{P}|=\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}=1$

$\therefore$ यह एक एकांक सदिश है।

14. (b)

15. (c) $\hat{R}=\frac{\vec{R}}{|R|}=\frac{\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i}+\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j}$

16. (c) $\vec{R}=3\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$

$\therefore$ *XY* तल में लम्बाई $=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

17. (a) यदि सभी बलों, जो कि समान हैं और एक ही तल मे स्थित हैं (समतलीय), के बीच के कोण बराबर हों तो उनका परिणामी शून्य होगा।

18. (b) $\vec{A}=\hat{i}+\hat{j}\Rightarrow |A|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\cos\alpha=\frac{A_x}{|A|}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\cos 45^\circ \Rightarrow \alpha=45^\circ$

19. (c)

20. (c)

21. (d) सभी राशियाँ प्रदिश (tensor) हैं।

22. (d) $\vec{P}+\vec{Q}=P\hat{P}+Q\hat{Q}$

23. (b) $\vec{r}=(a\cos\omega t)\hat{i}+(a\sin\omega t)\hat{j}$

$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=-a\omega\sin\omega t\,\hat{i}+a\omega\cos\omega t\,\hat{j}$

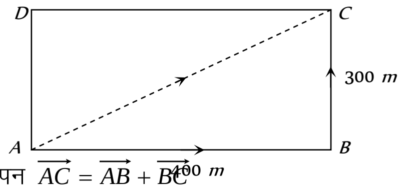
चूँकि $\vec{r}.\vec{v}=0$ अतः कण का वेग स्थिति सदिश पर लम्ब है।

24. (d) विस्थापन, वैद्युत क्षेत्र व त्वरण सदिश राशियाँ हैं।

25. (b) एकांक सदिश का परिमाण $=1\Rightarrow \sqrt{(0.5)^2+(0.8)^2+c^2}=1$

हल करने पर हमें प्राप्त होता है $c=\sqrt{0.11}$

26. (b)



विस्थापन $\vec{AC}=\vec{AB}+\vec{BC}$

$AC=\sqrt{(AB)^2+(BC)^2}=\sqrt{(400)^2+(300)^2}=500\,m$

दूरी $=AB+BC=400+300=700\,m$

27. (a) सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ का परिणामी

$\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}=4\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k}-\hat{i}+3\hat{j}-8\hat{k}=3\hat{i}+6\hat{j}-2\hat{k}$

$\hat{R}=\frac{\vec{R}}{|\vec{R}|}=\frac{3\hat{i}+6\hat{j}-2\hat{k}}{\sqrt{3^2+6^2+(-2)^2}}=\frac{3\hat{i}+6\hat{j}-2\hat{k}}{7}$

28. (a) $\phi=\vec{B}.\vec{A}$, इस सूत्र में $\vec{A}$ क्षेत्रफल सदिश है।

29. (a) $\vec{r}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=4\hat{i}-\hat{j}-3\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}=\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$

$\hat{r}=\frac{\vec{r}}{|r|}=\frac{\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}}{\sqrt{3}}$

30. (d) $\cos\theta=\frac{\vec{A}.\vec{B}}{|A||B|}=\frac{9+16+25}{\sqrt{9+16+25}\sqrt{9+16+25}}=\frac{50}{50}=1$

$\Rightarrow \cos\theta=1 \Rightarrow \theta=\cos^{-1}(1)$

31. (a) $\vec{r}=3t^2\hat{i}+4t^2\hat{j}+7\hat{k}$

$t=0$ पर, $\vec{r}_1=7\hat{k}$

$t=10$ sec पर, $\vec{r}_2=300\hat{i}+400\hat{j}+7\hat{k}$,

$\vec{\Delta r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=300\hat{i}+400\hat{j}$

$|\vec{\Delta r}|=|\vec{r}_2-\vec{r}_1|=\sqrt{(300)^2+(400)^2}=500\,m$

32. (b) सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ का परिणामी

$\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}=4\hat{i}-3\hat{j}+8\hat{i}+8\hat{j}=12\hat{i}+5\hat{j}$

$\hat{R}=\frac{\vec{R}}{|R|}=\frac{12\hat{i}+5\hat{j}}{\sqrt{(12)^2+(5)^2}}=\frac{12\hat{i}+5\hat{j}}{13}$

33. (a) $\frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{i}+\vec{j}|}=\frac{(2\hat{i}+3\hat{j})(\hat{i}+\hat{j})}{\sqrt{2}}=\frac{2+3}{\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}$

34. (a) $\cos\theta=\frac{\vec{A}.\vec{B}}{|A||B|}=\frac{(3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k})(3\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k})}{\sqrt{9+16+25}\sqrt{9+16+25}}$

$=\frac{9+16-25}{50}=0$

$\Rightarrow \cos\theta=0$, $\therefore\ \theta=90°$

सदिशों का संयोजन (योग) व व्यवकलन (अंतर)

1. (a) 17 N के लिये दोनों सदिश समांतर होने चाहिये अर्थात् दोनों के बीच का कोण शून्य होना चाहिये।

7 N के लिये दोनों सदिश प्रति समांतर होने चाहिये अर्थात् दोनों के मध्य का कोण 180° होना चाहिये।

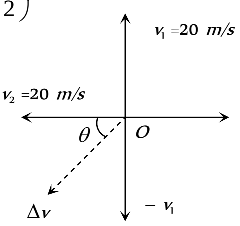
13 N के लिये दोनों सदिश परस्पर लम्बवत् होने चाहिये अर्थात् दोनों के मध्य का कोण 90° होना चाहिये।

2. (b) $\vec{A}+\vec{B}=4\hat{i}-3\hat{j}+6\hat{i}+8\hat{j}=10\hat{i}+5\hat{j}$

$|\vec{A}+\vec{B}|=\sqrt{(10)^2+(5)^2}=5\sqrt{5}$

$\tan\theta=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ \theta=\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

3. (d) चित्र के अनुसार



$\vec{v}_1=20\hat{j}$ तथा $\vec{v}_2=-20\hat{i}$

$\Delta\vec{v}=\vec{v}_2-\vec{v}_1=-20(\hat{i}+\hat{j})$

$|\Delta\vec{v}|=20\sqrt{2}$ तथा इसकी दिशा

$\theta=\tan^{-1}(1)=45°$ अर्थात् दक्षिण-पश्चिम

4. (b) माना कि $\hat{n}_1$ तथा $\hat{n}_2$ दो एकांक सदिश है तब इनका योग

$\vec{n}_s=\hat{n}_1+\hat{n}_2$ अथवा $n_s^2=n_1^2+n_2^2+2n_1n_2\cos\theta$

$=1+1+2\cos\theta$

चूँकि यह दिया गया है कि n_s भी एकांक सदिश है, अतः

$1=1+1+2\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=-\frac{1}{2}\ \ \therefore \theta=120°$

अब इनका अंतर $\hat{n}_d=\hat{n}_1-\hat{n}_2$ अथवा

$n_d^2=n_1^2+n_2^2-2n_1n_2\cos\theta=1+1-2\cos(120°)$

$\therefore\ n_d^2=2-2(-1/2)=2+1=3\ \Rightarrow n_d=\sqrt{3}$

5. (b) $\vec{A}-2\vec{B}+3\vec{C}=(2\hat{i}+\hat{j})-2(3\hat{j}-\hat{k})+3(6\hat{i}-2\hat{k})$

$=2\hat{i}+\hat{j}-6\hat{j}+2\hat{k}+18\hat{i}-6\hat{k}=20\hat{i}-5\hat{j}-4\hat{k}$

6. (a) $\vec{P}_1=mv\sin\theta\,\hat{i}-mv\cos\theta\,\hat{j}$ तथा

$\vec{P}_2=mv\sin\theta\,\hat{i}+mv\cos\theta\,\hat{j}$

इसलिये संवेग में परिवर्तन

$\Delta\vec{P}=\vec{P}_2-\vec{P}_1=2mv\cos\theta\,\hat{j},\ |\Delta\vec{P}|=2mv\cos\theta$

7. (b) $R=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}$

$A=F, B=F$ तथा $R=F$ रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$\cos\theta=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=120°$

8. (a)

9. (d) यदि दो सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ दिये गये हैं तो उनका परिणामी $R_{\max}=A+B=7N$ तथा $R_{\min}=4-3=1N$

अर्थात् कण पर कुल बल 1 N तथा 7 N के मध्य होगा

10. (b) यदि $\vec{C}$ तल के बाहर स्थित है तब परिणामी बल शून्य नहीं हो सकता।

11. (d)

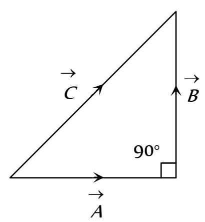
12. (c) $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos 90°}=\sqrt{F_1^2+F_2^2}$

13. (a)

14. (c)

15. (c) $C=\sqrt{A^2+B^2}$

A तथा B के मध्य का कोण $\frac{\pi}{2}$ है



16. (c) $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}=6\hat{i}+7\hat{j}+3\hat{i}+4\hat{j}=9\hat{i}+11\hat{j}$

$\therefore |\vec{R}|=\sqrt{9^2+11^2}=\sqrt{81+121}=\sqrt{202}$

17. (c) $R=\sqrt{12^2+5^2+6^2}=\sqrt{144+25+36}=\sqrt{205}=14.31\ m$

18. (c) $\vec{A}=3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{B}=\hat{i}-3\hat{j}+5\hat{k}$, $\vec{C}=2\hat{i}-\hat{j}+4\hat{k}$

$|\vec{A}|=\sqrt{3^2+(-2)^2+1^2}=\sqrt{9+4+1}=\sqrt{14}$

$|\vec{B}|=\sqrt{1^2+(-3)^2+5^2}=\sqrt{1+9+25}=\sqrt{35}$

$|\vec{A}|=\sqrt{2^2+1^2+(-4)^2}=\sqrt{4+1+16}=\sqrt{21}$

चूँकि $B=\sqrt{A^2+C^2}$ अतः ABC एक समकोण त्रिभुज है

19. (c)

20. (b) $\vec{C}+\vec{A}=\vec{B}$

C का मान $A-B$ तथा $A+B$ के मध्य होगा

$\therefore |\vec{C}|<|\vec{A}|$ अथवा $|\vec{C}|<|\vec{B}|$

21. (a)

22. (d)

23. (d) यहाँ तीनों बल कण को साम्यावस्था मे नहीं रख सकते इसलिये कण पर आरोपित कुल बल शून्य नहीं होगा और कण त्वरण के साथ गति करेगा।

24. (a) $A+B=16$ (दिया गया है) ...(i)

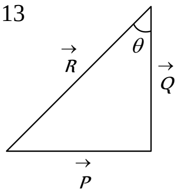
$\tan\alpha = \dfrac{B\sin\theta}{A+B\cos\theta} = \tan 90°$

$\therefore \quad A + B\cos\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = \dfrac{-A}{B}$ ...(ii)

$8 = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$ ...(iii)

समीकरण (i), (ii) तथा (iii) को हल करने पर हमें प्राप्त होगा $A = 6N$ तथा $B = 10N$

25. (c) $|\vec{P}| = 5$, $|\vec{Q}| = 12$ तथा $|\vec{R}| = 13$



$\cos\theta = \dfrac{Q}{R} = \dfrac{12}{13}$

$\therefore \ \theta = \cos^{-1}\left(\dfrac{12}{13}\right)$

26. (b) $\dfrac{B}{2} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$ ...(i)

$\therefore \ \tan 90° = \dfrac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta} \Rightarrow A + B\cos\theta = 0$

$\therefore \ \cos\theta = -\dfrac{A}{B}$

अतः समीकरण (i) से $\dfrac{B^2}{4} = A^2 + B^2 - 2A^2 \Rightarrow A = \sqrt{3}\,\dfrac{B}{2}$

$\Rightarrow \cos\theta = -\dfrac{A}{B} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 150°$

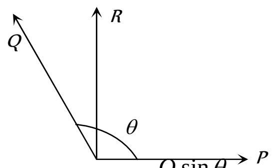
27. (b) $(\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}) + (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \vec{R} = i$

$\therefore$ आवश्यक सदिश $\vec{R} = -2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

28. (a) परिणामी $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{P} - \vec{Q} = 2\vec{P}$

$\vec{P}$ तथा $2\vec{P}$ के मध्य कोण शून्य होगा

29. (b)



$\Rightarrow \tan 90° = \dfrac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta} \Rightarrow P + Q\cos\theta = 0$

$\cos\theta = \dfrac{-P}{Q} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\dfrac{-P}{Q}\right)$

30. (a) प्रश्न के अनुसार $P + Q = 3$ तथा $P - Q = 1$

हल करने पर हमें प्राप्त होता है $P = 2$ तथा $Q = 1$

$\therefore \dfrac{P}{Q} = 2 \Rightarrow P = 2Q$

31. (c)

32. (c)

33. (c)

34. (d) $F_1 + F_2 + F_3 = 0 \Rightarrow 4\hat{i} + 6\hat{j} + F_3 = 0$

$\therefore \vec{F}_3 = -4\hat{i} - 6\hat{j}$

35. (a) $\Delta v = 2v\sin\left(\dfrac{\theta}{2}\right) = 2 \times v \times \sin 90° = 2 \times 100 = 200 \ km/hr$

36. (c)

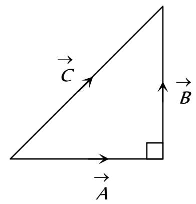
37. (d) परिणामी वेग $= \sqrt{20^2 + 15^2}$

$= \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625} = 25 \ km/hr$

38. (a) $C = \sqrt{A^2 + B^2}$

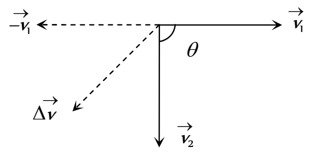
$= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

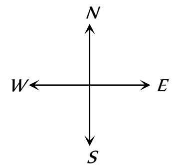
$\therefore \ \vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के मध्य का कोण $\dfrac{\pi}{2}$ है।



39. (c)

40. (d)





यदि सदिश का परिमाण समान रहता है तथा सिर्फ दिशा θ कोण से बदल जाती है, तो

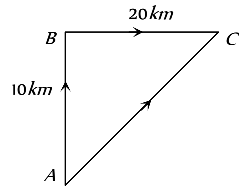
$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$

सदिश में परिवर्तन का परिमाण $|\Delta\vec{v}| = 2v\sin\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$

$|\Delta\vec{v}| = 2 \times 10 \times \sin\left(\dfrac{90°}{2}\right) = 10\sqrt{2} = 14.14 \ m/s$

दिशा दक्षिण-पश्चिम होगी जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है

41. (a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$



$AC = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2}$

$= \sqrt{(10)^2 + (20)^2}$

$= \sqrt{100 + 400} = \sqrt{500} = 22.36 \ km$

42. (b) $\cos\theta = \dfrac{\vec{F}_1 . \vec{F}_2}{|F_1||F_2|}$

$= \dfrac{(5\hat{i} + 10\hat{j} - 20\hat{k}).(10\hat{i} - 5\hat{j} - 15\hat{k})}{\sqrt{25 + 100 + 400}\sqrt{100 + 25 + 225}} = \dfrac{50 - 50 + 300}{\sqrt{525}\sqrt{350}}$

$\Rightarrow \cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \ \therefore \ \theta = 45°$

43. (d) यदि दो सदिश A तथा B दिये गये हो तो उनके परिणामी की परास $(A - B) \le R \le (A + B)$ होगी

अर्थात् $R_{max} = A + B$ तथा $R_{min} = A - B$

यदि $B = 1$ तथा $A = 4$ हो तो उनका परिणामी $3N$ तथा $5N$ के मध्य होगा। यह कभी भी $2N$ नहीं हो सकता।

44. (d) $A = 3N$, $B = 2N$ तब $R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

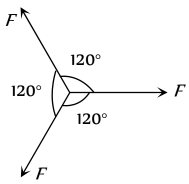
$R = \sqrt{9 + 4 + 12\cos\theta}$ ...(i)

अब $A = 6N$, $B = 2N$

$2R = \sqrt{36 + 4 + 24\cos\theta}$ ...(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) से $\cos\theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120°$

45. (a) यदि समान परिमाण के N बल एक बिन्दु पर कार्यरत् हैं और उनका परिणामी शून्य है तो किन्हीं भी दो बलों के मध्य कोण $\theta = \frac{360}{N} = \frac{360}{3} = 120°$



यदि यह तीन सदिश किसी त्रिभुज की भुजाओं द्वारा दर्शायें जायें तो यह समबाहु त्रिभुज बनाते हैं।

46. (c) दो सदिशों $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ का परिणामी होता है $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

$|\vec{R}| = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

यदि $\theta = 0°$ हो, तब $|\vec{R}| = A + B = |\vec{A}| + |\vec{B}|$

47. (d) $R_{\max} = A + B = 17$, जब $\theta = 0°$ है

$R_{\min} = A - B = 7$, जब $\theta = 180°$ है

हल करने पर $A = 12$ तथा $B = 5$

अब यदि $\theta = 90°$ है, तो $R = \sqrt{A^2 + B^2}$

$\Rightarrow R = \sqrt{(12)^2 + (5)^2} = \sqrt{169} = 13$

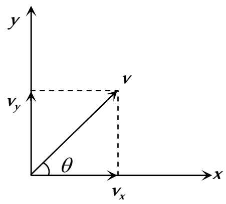
48. (a) यदि दो सदिश लम्बवत हैं, तो उनका अदिश गुणनफल शून्य होगा। प्रश्न के अनुसार

$(\vec{A} + \vec{B}).(\vec{A} - \vec{B}) = 0 \Rightarrow \vec{A}.\vec{A} - \vec{A}.\vec{B} + \vec{B}.\vec{A} - \vec{B}.\vec{B} = 0$

$\Rightarrow A^2 - B^2 = 0 \Rightarrow A^2 = B^2$

$\therefore$ $A = B$ अर्थात् दोनों सदिशों का परिमाण समान है।

49. (a) $v_y = 20$ तथा $v_x = 10$



$\therefore$ वेग $\vec{v} = 10\hat{i} + 20\hat{j}$

x अक्ष के साथ वेग की दिशा

$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{20}{10} = 2$

$\therefore$ $\theta = \tan^{-1}(2)$

50. (c) $R_{\max} = A + B$ जब $\theta = 0°$ $\therefore$ $R_{\max} = 12 + 8 = 20\,N$

51. (c) $R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

यदि $A = B = P$ तथा $\theta = 120°$ हो, तो $R = P$ होगा।

52. (a) सदिशों का योग $\vec{R} = 5\hat{i} + 8\hat{j} + 2\hat{i} + 7\hat{j} = 7\hat{i} + 15\hat{j}$

$\vec{R}$ का परिमाण $= |\vec{R}| = \sqrt{49 + 225} = \sqrt{274}$

53. (d)

सदिश गुणन

1. (c) माना दिये गये सदिश हैं $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 8\hat{k}$

तथा $\vec{B} = -4\hat{i} + 4\hat{j} + \alpha\hat{k}$

चूँकि दोनों सदिश परस्पर लम्बवत् हैं, अतः इनका अदिश गुणन शून्य होगा।

$\therefore$ $\vec{A}.\vec{B} = -8 + 12 + 8\alpha = 0 \Rightarrow 8\alpha = -4 \Rightarrow \alpha = -1/2$

2. (b) माना $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{B} = -4\hat{i} - 6\hat{j} + \lambda\hat{k}$

$\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ एक दूसरे के समान्तर हैं

$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$ अर्थात् $\frac{2}{-4} = \frac{3}{-6} = \frac{-1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2$.

3. (d) $W = \vec{F}.\vec{S} = FS\cos\theta$

$= 50 \times 10 \times \cos 60° = 50 \times 10 \times \frac{1}{2} = 250\ J$

4. (a) $S = \vec{r_2} - \vec{r_1}$

$W = \vec{F}.\vec{S} = (4\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}).(11\hat{i} + 11\hat{j} + 15\hat{k})$

$= (4 \times 11 + 1 \times 11 + 3 \times 15) = 100\ J.$

5. (a) $(\vec{A} + \vec{B})$ सदिश $(\vec{A} - \vec{B})$ पर लम्ब है।

इसलिये $(\vec{A} + \vec{B}).(\vec{A} - \vec{B}) = 0$

अथवा $A^2 + \vec{B}.\vec{A} - \vec{A}.\vec{B} - B^2 = 0$

अदिश गुणन के क्रम विनिमय नियम के अनुसार $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$

$\therefore$ $A^2 - B^2 = 0$ अथवा $A = B$

सदिशों के परिमाण का अनुपात $A/B = 1$

6. (b) माना कि $\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{A}) = \vec{A}.\vec{C}$

यहाँ $\vec{C} = \vec{B} \times \vec{A}$ है जो कि दोनों सदिशों $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ पर पर लम्ब है।

$\therefore$ $\vec{A}.\vec{C} = 0$

7. (c) हम जानते हैं कि $\vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$ क्योंकि इन दोनों के मध्य का कोण हमेशा 90° होगा।

लेकिन यदि $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के मध्य कोण 0° अथवा π हों तब $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{B} \times \vec{A} = 0$

8. (b) $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 4 \end{vmatrix}$

$= (1 \times 4 - 2 \times -2)\hat{i} + (2 \times 2 - 4 \times 3)\hat{j} + (3 \times -2 - 1 \times 2)\hat{k}$

$= 8\hat{i} - 8\hat{j} - 8\hat{k}$

$\therefore$ $\vec{A} \times \vec{B}$ का परिमाण $= |\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{(8)^2 + (-8)^2 + (-8)^2}$

$= 8\sqrt{3}$

9. (b) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix}$

$= [(2\times 4)-(3\times -3)]\,\hat{i} + [(2\times 3)-(3\times 4)]\,\hat{j}$

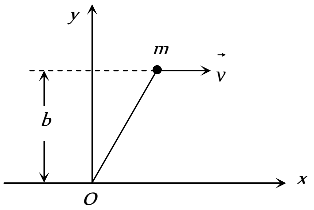
$+ [(3\times -3)-(2\times 2)]\,\hat{k} = 17\,\hat{i} - 6\,\hat{j} - 13\,\hat{k}$

10. (d) सदिश गुणन के अनुसार हम कह सकते हैं कि सदिश $\vec{C}$, सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ द्वारा निर्मित तल के लम्बवत् होगा। इसलिये सदिश $\vec{C}$, $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ दोनों के लम्बवत् होगा और सदिश $(\vec{A}+\vec{B})$भी, $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ द्वारा बनाये गये तल में स्थित होगा। इस तरह $\vec{C}$, सदिश $(\vec{A}+\vec{B})$ के भी लम्बवत् होगा परन्तु $(\vec{A}\times\vec{B})$ जो कि सदिश गुणन है स्वयं के लम्बवत् (दिया है $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{C}$) नहीं हो सकता। अतः अन्तिम विकल्प सही नहीं है।

11. (b) हम जानते हैं कि, कोणीय संवेग

$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$, इसे घटकों के पदों में लिखने पर

$$\vec{L} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix}$$



चूँकि गति x-y तल में है ($z = 0$ तथा $P_z = 0$), अतः

$\vec{L} = \vec{k}(xp_y - yp_x)$

यहाँ $x = vt$, $y = b$, $p_x = mv$ तथा $p_y = 0$

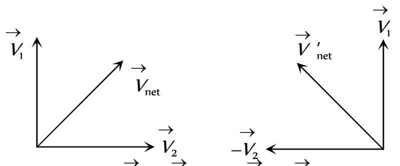
$\therefore\ \vec{L} = \vec{k}[vt\times 0 - b\,mv] = -mvb\,\hat{k}$

12. (d) $\vec{F_1}.\vec{F_2} = (2\hat{j}+5\hat{k})(3\hat{j}+4\hat{k}) = 6+20 = 20+6 = 26$

13. (c) बल F, x-y तल मे स्थित है इसलिये z-अक्ष के अनुदिश सदिश F पर लम्ब होगा।

14. (d) $\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A}|.|\vec{B}|.\cos\theta = \vec{A}.\vec{B}.\cos 90° = 0$

15. (c)



प्रश्न के अनुसार $|\vec{V}_1+\vec{V}_2| = |\vec{V}_1-\vec{V}_2|$

$\Rightarrow |\vec{V}_{net}| = |\vec{V}'_{net}|$

इसलिये V_1 तथा V_2 एक दूसरे के लम्बवत् होने चाहिये।

16. (c) $W = \vec{F}.\vec{r} = (5\hat{i}+3\hat{j})(2\hat{i}-\hat{j}) = 10-3 = 7\ J$.

17. (b) $\cos\theta = \dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|} = \dfrac{-2+6-4}{\sqrt{14}\sqrt{21}} = 0 \Rightarrow \theta = 90°$

18. (c) $(\hat{i}+\hat{j}).(\hat{j}+\hat{k}) = 0+0+1+0 = 1$

$\cos\theta = \dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2}\ \therefore\ \theta = 60°$

19. (b) $P = \vec{F}.\vec{v} = 20\times 6 + 15\times(-4) + (-5)\times 3$

$= 120 - 60 - 15 = 120 - 75 = 45\ J/s$

20. (a) $\cos\theta = \dfrac{\vec{P}.\vec{Q}}{PQ} = 1 \Rightarrow \theta = 0°$

21. (a) $W = \vec{F}.\vec{s} = (5\hat{i}+6\hat{j}+4\hat{k})(6\hat{i}-5\hat{k}) = 30-20 = 10\ J$

22. (c) $\vec{A}.\vec{B} = 0 \Rightarrow \theta = 90°$

23. (a) $\vec{P}.\vec{Q} = 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$

24. (b) $W = \vec{F}.\vec{r} = (-2\hat{i}+15\hat{j}+6\hat{k})(10\hat{j}) = 150$

25. (c) $P_x = 2\cos t$, $P_y = 2\sin t\ \therefore\ \vec{P} = 2\cos t\,\hat{i} + 2\sin t\,\hat{j}$

$\vec{F} = \dfrac{d\vec{P}}{dt} = -2\sin t\,\hat{i} + 2\cos t\,\hat{j} \Rightarrow \vec{F}.\vec{P} = 0 \Rightarrow \theta = 90°$

26. (d) $|\vec{A}\times\vec{B}| = |(2\hat{i}+3\hat{j})\times(\hat{i}+4\hat{j})| = |5\hat{k}| = 5$ इकाई

27. (d)

28. (b) $\vec{A}\times\vec{B} = 0 \Rightarrow \sin\theta = 0$ या $\theta = 0°$

दो सदिश एक दूसरे के समान्तर होंगे।

29. (b) $\vec{A}\times\vec{B}$ तथा $\vec{B}\times\vec{A}$ एक दूसरे के समान्तर परंतु विपरीत हैं इसलिये दोनों के मध्य कोण $180°$ अथवा π होगा।

30. (b) सदिश $(\vec{P}+\vec{Q})$ जिस तल में स्थित होता है, सदिश $(\vec{P}\times\vec{Q})$ उस तल पर लम्बवत् होगा अर्थात् दिये गये सदिशों के मध्य कोण $\dfrac{\pi}{2}$ है।

31. (d) $\sqrt{2^2+3^2+2\times 2\times 3\times\cos\theta} = 1$

हल करने पर $\theta = 180° \Rightarrow \vec{A}\times\vec{B} = 0$

32. (c) दो परस्पर लम्ब सदिशों का अदिश गुणनफल हमेशा शून्य होता है।

33. (d) $\cos\theta = \dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{AB} = \dfrac{42+24-12}{\sqrt{36+36+9}\sqrt{49+16+16}} = \dfrac{56}{9\sqrt{71}}$

$\cos\theta = \dfrac{56}{9\sqrt{71}}\ \therefore\ \sin\theta = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ अथवा $\theta = \sin^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)$

34. (b) सदिश A की दिशा z-अक्ष के अनुदिश है $\Rightarrow \vec{A} = a\hat{k}$

सदिश B की दिशा उत्तर की ओर है $\Rightarrow \vec{B} = b\hat{j}$

अब $\vec{A}\times\vec{B} = a\hat{k}\times b\hat{j} = ab(-\hat{i})$

$\therefore\ \vec{A}\times\vec{B}$ की दिशा पश्चिम की ओर होगी

35. (d) $\cos\theta = \dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2}\ \therefore\ \theta = 60°$

36. (d) $\overrightarrow{AB} = (4\hat{i}+5\hat{j}+6\hat{k}) - (3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}) = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$

$\overrightarrow{CD} = (4\hat{i}+6\hat{j}) - (7\hat{i}+9\hat{j}+3\hat{k}) = -3\hat{i}-3\hat{j}-3\hat{k}$

$\overrightarrow{AB}$ तथा $\overrightarrow{CD}$ समान्तर हैं क्योंकि इनका सदिश गुणन शून्य है।

37. (a) $W = \vec{F}\,\vec{S} = (4\hat{i}+5\hat{j})(3\hat{i}+6\hat{j}) = 12$

38. (b) $|\vec{A}\times\vec{B}| = \vec{A}.\vec{B} \Rightarrow AB\sin\theta = AB\cos\theta \Rightarrow \tan\theta = 1$

$\therefore\ \theta = 45°$

39. (a)

40. (a) $\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & -3 \end{vmatrix} = \hat{i}(6-8) - \hat{j}(-3) + 4\hat{k}$

$= 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$

$\Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2 + 4^2} = \sqrt{29}$ इकाई

41. (d) $\vec{a}.\vec{b} = 0$ अर्थात् $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ परस्पर लम्बवत् हैं

$\vec{a}.\vec{c} = 0$ अर्थात् $\vec{a}$ तथा $\vec{c}$ परस्पर लम्बवत् हैं

$\vec{b}\times\vec{c}$ एक सदिश होगा, जो दोनों सदिश $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ पर लम्ब होगा

अतः $\vec{a}$ सदिश $\vec{b}\times\vec{c}$ के समान्तर है।

42. (d) क्षेत्रफल $= |2\hat{i}\times 2\hat{j}| = |4\hat{k}| = 4$ इकाई

43. (c) $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})\times(6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 2 & -1 \\ 6 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \hat{i} - 10\hat{j} - 18\hat{k}$$

एकांक सदिश, जो दोनों सदिशों $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ पर लम्ब होगा

$$= \frac{\hat{i} - 10\hat{j} - 18\hat{k}}{\sqrt{1^2 + 10^2 + 18^2}} = \frac{\hat{i} - 10\hat{j} - 18\hat{k}}{5\sqrt{17}}$$

44. (b) $\vec{A} = \hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

$$\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -7\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$$

अतः क्षेत्रफल $= |\vec{C}| = \sqrt{49 + 9 + 1} = \sqrt{59}$ वर्ग इकाई

45. (a) $$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -\hat{j} - 2\hat{k}$$

अर्थात् कोणीय संवेग x-अक्ष के अभिलम्बवत् होगा।

46. (a) $\vec{A}\times\vec{B}$ सदिश $\vec{A}+\vec{B}$ के तल के लम्बवत् होगा अतः यह $\vec{A}+\vec{B}$ पर भी लम्ब होगा।

47. (a) $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} = (7\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})(-3\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k})$

$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 7 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 14\hat{i} - 38\hat{j} + 16\hat{k}$$

48. (d) $(\vec{A}+\vec{B})\times(\vec{A}-\vec{B}) = \vec{A}\times\vec{A} - \vec{A}\times\vec{B} + \vec{B}\times\vec{A} - \vec{B}\times\vec{B}$

$= 0 - \vec{A}\times\vec{B} + \vec{B}\times\vec{A} - 0 = \vec{B}\times\vec{A} + \vec{B}\times\vec{A} = 2(\vec{B}\times\vec{A})$

49. (d) परस्पर लम्बवत् सदिशों के लिये $\vec{A}.\vec{B} = 0$

$\Rightarrow (5\hat{i} + 7\hat{j} - 3\hat{k}).(2\hat{i} + 2\hat{j} - a\hat{k}) = 0$

$\Rightarrow 10 + 14 + 3a = 0 \Rightarrow a = -8$

50. (a) द्रव्यमान $= \dfrac{\text{बल}}{\text{त्वरण}} = \dfrac{|\vec{F}|}{a} = \dfrac{\sqrt{36 + 64 + 100}}{1} = 10\sqrt{2}\ kg$

51. (a) समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \vec{A}\times\vec{B}$

$= (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})\times(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (8)\hat{i} + (8)\hat{j} - (8)\hat{k}$$

परिमाण $= \sqrt{64 + 64 + 64} = 8\sqrt{3}$

52. (b) त्रिज्यीय सदिश $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) - (2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$

$\therefore \vec{r} = -4\hat{j}$

रेखीय संवेग $\vec{p} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$

$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} = (-4\hat{j})\times(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & -4 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 4\hat{i} - 8\hat{k}$$

53. (d) $$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -4 & 1 \\ 5 & -6 & 6 \end{vmatrix} = -18\hat{i} - 13\hat{j} + 2\hat{k}$$

54. (a)

55. (c) $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$

दिये गये प्रश्न में $\vec{A}.\vec{B} = -AB$ अर्थात् $\cos\theta = -1$

$\therefore \theta = 180°$

अर्थात् $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ विपरीत दिशा मे कार्यरत हैं।

56. (d) $|\vec{A}\times\vec{B}| = \sqrt{3}(\vec{A}.\vec{B})$

$AB\sin\theta = \sqrt{3}AB\cos\theta \Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60°$

अब $|\vec{R}| = |\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

$$= \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\left(\frac{1}{2}\right)} = (A^2 + B^2 + AB)^{1/2}$$

57. (a) $W = \vec{F}.\vec{s} = (3\hat{i} + c\hat{j} + 2\hat{k}).(-4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) = -12 + 2c - 6$

किया गया कार्य $= 6J$ (दिया गया है)

$\therefore -12 + 2c - 6 = 6 \Rightarrow c = 12$

58. (b) $W = \vec{F}.\vec{s} = (5\hat{i} + 3\hat{j}).(2\hat{i} - \hat{j}) = 10 - 3 = 7\ J$

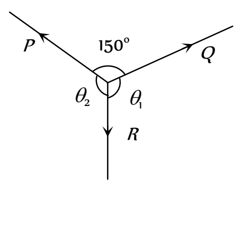
59. (c) $\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{n}$

समान्तर सदिशों के लिये $\theta = 0°$ अथवा $180°$, $\sin\theta = 0$

$\therefore \vec{A}\times\vec{B} = \hat{0}$

लामी प्रमेय

1. (c) $\dfrac{P}{\sin\theta_1} = \dfrac{Q}{\sin\theta_2} = \dfrac{R}{\sin 150°}$



$$\Rightarrow \frac{1.93}{\sin\theta_1} = \frac{R}{\sin 150°}$$

$$\Rightarrow R = \frac{1.93 \times \sin 150°}{\sin\theta_1} = \frac{1.93 \times 0.5}{0.9659} = 1$$

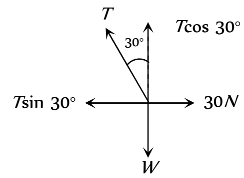
2. (a) लामी की प्रमेय के अनुसार

$$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$$

3. (b)

4. (c)

5. (b)



चित्रानुसार $T\sin 30^o = 30$ ...(i)

$T\cos 30^o = W$ ...(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) को हल करने पर

$W = 30\sqrt{3}N$ तथा $T = 60\,N$

सापेक्ष वेग

1. (b) दो कारें (माना A तथा B) समान वेग से चल रही हैं, तब एक कार (माना B) का दूसरी कार (A) के सापेक्ष वेग $\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = v - v = 0$

इसलिये दोनों के बीच सापेक्षिक दूरी उतनी ही बनी रहेगी अर्थात् हमेशा 5 km ही रहेगी।

अब यदि कार (माना C) का वेग जो कि A तथा B की विपरीत दिशा में चल रही है, $\vec{v}_C$ है तो कार C का A तथा B के सापेक्ष वेग $\vec{v}_{rel} = \vec{v}_C - \vec{v}$

परन्तु $\vec{v}$ तथा v_c विपरीत दिशा में हैं

इसलिये $v_{rel} = v_c - (-30) = (v_C + 30) km/hr$

इसलिये इसके द्वारा (C द्वारा) A तथा B को पार करने में लिया गया समय $t = \frac{d}{v_{rel}} \Rightarrow \frac{4}{60} = \frac{5}{v_C + 30}$

$\Rightarrow v_C = 45\,km/hr$

2. (b) जब मनुष्य विराम अवस्था में है तब पानी की बूँदें उसके ऊपर ऊर्ध्वाधर से 30° के कोण पर गिरती हैं। यही पानी की बूँदो के वेग की जमीन के सापेक्ष दिशा होगी।

अब $\vec{v}_{rg}$ = पानी की बूँदों का जमीन के सापेक्ष वेग

$\vec{v}_{mg}$ = मनुष्य का जमीन के सापेक्ष वेग

तथा $\vec{v}_{rm}$ = पानी की बूँदों का मनुष्य के सापेक्ष वेग

$\vec{v}_{rg} = \vec{v}_{rm} + \vec{v}_{mg}$ ......(i)

क्षैतिज घटक लेने पर समीकरण (i) से

$v_{rg}\sin 30° = v_{mg} = 10\,km/hr$

अथवा $v_{rg} = \frac{10}{\sin 30°} = 20\,km/hr$

3. (c) उपरोक्त हल (प्रश्न-2) में ऊर्ध्वाधर घटक लेने पर समीकरण (i) से

$$v_{rg}\cos 30° = v_{rm} = 20\frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\,km/hr$$

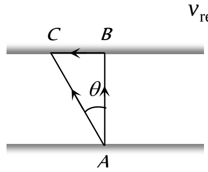
4. (c) सापेक्षिक वेग $= (3\hat{i} + 4\hat{j}) - (-3\hat{i} - 4\hat{j}) = 6\hat{i} + 8\hat{j}$

5. (d) रेलगाड़ी के सापेक्ष तोते का वेग

$= 5 - (-10) = 5 + 10 = 15\,m/\sec$

तोते द्वारा लिया गया समय $= \frac{d}{v_{\text{rel}}} = \frac{150}{15} = 10\sec$

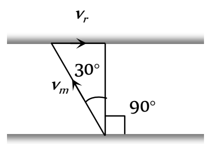
6. (a)



न्यूनतम समय के लिये, तैराक को AB के अनुदिश तैरना चाहिये। जिससे वह नदी के वेग के कारण बिन्दु C पर पहुँच जायेगा।

अर्थात उसे उत्तर दिशा में तैरना चाहिये।

7. (c)



$\sin 30^o = \frac{v_r}{v_m} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_r = \frac{v_m}{2} = \frac{0.5}{2} = 0.25\,m/s$

8. (c) $\vec{v}_B + \vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_A = 80 + 65 = 145\,km/hr$

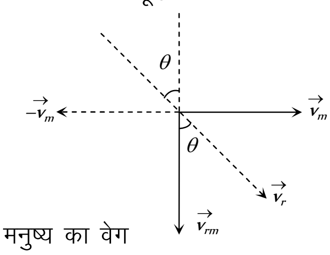
9. (d) पुलिस की चोर के सापेक्ष चाल $= 10 - 9 = 1\,m/s$

दोनों के बीच तात्क्षणिक दूरी = 100 m

समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{100}{1} = 100\sec$

10. (a,c)

11. (b) व्यक्ति बस में बैठा है जो कि पश्चिम से पूर्व की तरफ जा रही है तब उसे पानी की बूँदें ऊर्ध्वाधरतः गिरती हुयी प्रतीत हो रहीं है।



v_m = मनुष्य का वेग

v_r = पानी की बूँदों का वास्तविक वेग जो कि ऊर्ध्वाधर से θ कोण पर गिर रही हैं

v_{rm} = पानी की बूँदों का गतिमान मनुष्य के सापेक्ष वेग

यदि कोई दूसरा व्यक्ति वर्षा की बूँदों को देखता है तो वह पाता है कि वास्तव में पानी की बूँदें v_r वेग से पश्चिम से पूर्व की तरफ बनने वाले कोण पर गिर रही हैं।

12. (b) नाव शांत जल में 16km की दूरी 2 घण्टे में तय करती है

अर्थात् $v_B = \frac{16}{2} = 8\,km/hr$

अब, पानी का वेग $\Rightarrow v_w = 4km/hr$

धारा के विपरीत जाने मे लगा समय

$t_1 = \frac{8}{v_B - v_w} = \frac{8}{8-4} = 2hr$

(क्योंकि धारा नाव की गति का विरोध करेगी)

धारा की दिशा में जाने में लगा समय

$t_2 = \frac{8}{v_B + v_w} = \frac{8}{8+4} = \frac{8}{12}hr$

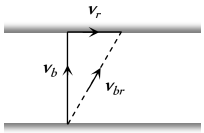
(क्योंकि धारा की दिशा नाव की गति की दिशा में है)

$\therefore$ कुल समय $= t_1 + t_2 = \left(2 + \frac{8}{12}\right)hr$ अथवा 2 घण्टे 40 मिनट

13. (d) आपेक्षिक वेग $= 10 + 5 = 15\ m/s$

रेलगाड़ी को पार करने में पक्षी द्वारा लिया गया समय $= \frac{120}{15} = 8$ sec

14. (b) $\vec{v}_r = \vec{v}_b + \vec{v}_r$



$\Rightarrow v_{br} = \sqrt{v_b^2 + v_r^2}$

$\Rightarrow 10 = \sqrt{8^2 + v_r^2}$

$\Rightarrow v_r = 6km/hr$

Critical Thinking Questions

1. (c) $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma$

$= 1 - \cos^2\alpha + 1 - \cos^2\beta + 1 - \cos^2\gamma$

$= 3 - (\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma) = 3 - 1 = 2$

2. (c) यदि सदिशों के परिमाण समान हो तो दो सदिशों का परिणामी शून्य हो सकता है, यदि वे विपरीत दिशा में कार्य करते हैं।

परन्तु यदि सदिशों के परिमाण भिन्न हैं तो परिणामी सदिश के शून्य होने के लिये कम से कम तीन सदिश होना आवश्यक है।

3. (c)

4. (c) माना कि P कम परिमाण का बल तथा Q अधिक परिमाण का बल है। तब प्रश्नानुसार

$P + Q = 18$ ...(i)

$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta} = 12$ ...(ii)

$\tan\phi = \frac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta} = \tan 90 = \infty$

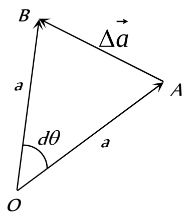
$\therefore\ P + Q\cos\theta = 0$ ...(iii)

समीकरण (i), (ii) तथा (iii) को हल करने पर हम पाते हैं $P = 5$, तथा $Q = 13$

5. (b) चित्रानुसार $|\overrightarrow{OA}| = a$ तथा $|\overrightarrow{OB}| = a$

त्रिभुज नियम के अनुसार $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB} = \Delta\vec{a}$

$\Rightarrow |\Delta\vec{a}| = AB$



कोण $= \frac{\text{चाप}}{\text{त्रिज्या}}$ का प्रयोग करने पर

$\Rightarrow AB = a\,.\,d\theta$

इसलिये $|\Delta\vec{a}| = a\,d\theta$

जहाँ Δa सदिश के परिमाण में परिवर्तन है अर्थात् $|\overrightarrow{OB}| - |\overrightarrow{OA}| \Rightarrow a - a = 0$

इसलिये $\Delta a = 0$

6. (b) $R_{\text{net}} = R + \sqrt{R^2 + R^2} = R + \sqrt{2}R = R(\sqrt{2} + 1)$

7. (d)

8. (d) $\Delta v = 2v\sin\left(\frac{90°}{2}\right) = 2v\sin 45° = 2v \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}v$

$= \sqrt{2} \times r\omega = \sqrt{2} \times 1 \times \frac{2\pi}{60} = \frac{\sqrt{2}\pi}{`30}\ cm/s$

9. (b) $\Delta v = 2v\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2 \times 5 \times \sin 45° = \frac{10}{\sqrt{2}}$

$\therefore\ a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10/\sqrt{2}}{10} = \frac{1}{\sqrt{2}}\ m/s^2$

10. (c) (0, 0) से $(a, 0)$ तक कण की गति के लिये

$\vec{F} = -K(0\hat{i} + a\hat{j}) \Rightarrow \vec{F} = -Ka\hat{j}$

विस्थापन $\vec{r} = (a\hat{i} + 0\hat{j}) - (0\hat{i} + 0\hat{j}) = a\hat{i}$

इसलिये (0, 0) से $(a, 0)$ तक विस्थापन में किया गया कार्य

$W = \vec{F}.\vec{r} = -Ka\hat{j}.a\hat{i} = 0$

$(a, 0)$ से (a, a) तक कण की गति के लिये

$\vec{F} = -K(a\hat{i} + a\hat{j})$ तथा विस्थापन

$\vec{r} = (a\hat{i} + a\hat{j}) - (a\hat{i} + 0\hat{j}) = a\hat{j}$

इसलिये $(a, 0)$ से (a, a) तक किया गया कार्य $W = \vec{F}.\vec{r}$

$= -K(a\hat{i} + a\hat{j}).a\hat{j} = -Ka^2$

इसलिये कुल किया गया कार्य $= -Ka^2$

11. (a) दिया है $\overrightarrow{OA} = \vec{a} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\overrightarrow{OB} = \vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

$\therefore (\vec{a} \times \vec{b}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

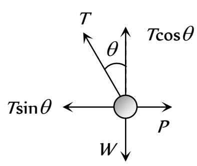
$= (12 - 2)\hat{i} + (4 + 6)\hat{j} + (3 + 12)\hat{k}$

$= 10\hat{i} + 10\hat{j} + 15\hat{k} \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{10^2 + 10^2 + 15^2}$

$= \sqrt{425} = 5\sqrt{17}$

त्रिभुज ΔOAB का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{5\sqrt{17}}{2}$ वर्ग इकाई

12. (d)



चूँकि धातु का गोला तीनों बलों के प्रभाव में साम्य अवस्था में है। अतः $\vec{T}+\vec{P}+\vec{W}=0$

चित्रानुसार $T\cos\theta = W$ ...(i)

$T\sin\theta = P$ ...(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) से, हमें प्राप्त होता है,

$P = W\tan\theta$ तथा $T^2 = P^2 + W^2$

13. (b)

14. (d)

प्रक्कथन एवं कारण

1 (a) दो सदिशों के सदिश गुणन की दिशा उस तल के लम्बवत् होती है जिसमें यह दोनों सदिश स्थित होते हैं।

2 (a) $\cos\theta = \frac{(\hat{i}+\hat{j}).(\hat{i})}{|\hat{i}+\hat{j}||\hat{i}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. अतः $\theta = 45°$.

3 (d) $\frac{\vec{A}\times\vec{B}}{\vec{A}.\vec{B}} = \frac{AB\sin\theta\,\hat{n}}{AB\cos\theta} = \tan\theta\,\hat{n}$

यहाँ $\hat{n}$, $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ दोनों के लम्बवत् एकांक सदिश है,

जबकि $\frac{|\vec{A}\times\vec{B}|}{\vec{A}.\vec{B}} = \tan\theta$

4 (b) $|\vec{A}+\vec{B}| = |\vec{A}-\vec{B}|$

$\Rightarrow A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$

अतः $\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = 90°$

चूँकि सदिशों का योग क्रम विनिमय नियम का पालन करता है, अतः $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$.

5 (c) $\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r}$, दिया गया व्यंजक $\vec{\omega} = \vec{v}\times\vec{r}$ गलत है।

6 (b) शून्य परिणामी देने के लिये, दिये गये सदिशों को बंद बहुभुज की भुजाओं के अनुदिश निरुपित किया जाना चाहिये जिसमें बहुभुज की भुजाओं की न्यूनतम संख्या तीन होती है।

7 (a) चूँकि वेग विपरीत दिशाओं में है

अतः $v_{AB} = |\vec{v}_A - \vec{v}_B| = v_A + v_B$

जो कि v_A अथवा v_B से अधिक है।

8 (b) दो सदिशों का योग क्रम विनिमय नियम का पालन करता है। अर्थात् $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$

9 (a)

10 (c) दो सदिशों का सदिश गुणन क्रम विनिमय नियम का पालन नहीं करता है, क्योंकि

$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$

11 (b)

12 (e) यदि किसी सदिश राशि का परिमाण शून्य है तो इसे हम शून्य सदिश कहते है। इस राशि का परिमाण शून्य होते हुए भी इसकी कोई दिशा हो सकती है।

13 (a) माना $\vec{P}$ तथा $\vec{Q}$ विपरीत दिशाओं में दो सदिश हैं तब उनका योग $\vec{P}+(-\vec{Q}) = \vec{P}-\vec{Q}$

यदि $\vec{P}=\vec{Q}$ हो तो उनका योग शून्य होगा।

14 (c) यदि दो सदिश विपरीत दिशाओं में हैं तो वे समान सदिश नहीं हो सकते।

15 (a) यदि दो सदिशों के मध्य कोण θ है तो उनका अदिश गुणन $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$

यदि $\theta = 90°$ तो $\vec{A}.\vec{B} = 0$

अर्थात् यदि $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ परस्पर लम्बवत् हैं तो उनका अदिश गुणन शून्य होगा।

16 (b) हम किसी सदिश को किसी अदिश से गुणा कर सकते हैं।

उदाहरण के लिये, समीकरण $\vec{F} = m\,\vec{a}$ में द्रव्यमान एक अदिश राशि है तथा त्वरण एक सदिश राशि है।

17 (c) दो सदिशों का योग जिनका परिमाण समान है परन्तु दिशा विपरीत है शून्य सदिश होता है।

एक शून्य सदिश का परिमाण शून्य होने पर भी उसकी कोई दिशा होती है जो कि मध्यवर्ती होती है (अथवा प्रारंभिक सदिशों के मान पर निर्भर करती है)।

18 (b) $\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta = 0$

$\vec{A}\times\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta = 0$

यदि $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ शून्य सदिश नहीं है तो इसका अर्थ है कि $\sin\theta$ तथा $\cos\theta$ दोनों का मान एक साथ शून्य होना चाहिये। परन्तु यह संभव नहीं है इसलिये यह आवश्यक है कि दोनों मे से कोई भी एक सदिश शून्य सदिश हो।

19 (b)

20 (c) असमान परिमाण के दो सदिशों का परिणामी $R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$, R का मान θ के किसी भी मान के लिये शून्य नहीं हो सकता।

21 (a) $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{C} \Rightarrow AB\cos\theta_1 = BC\cos\theta_2$

$\therefore A = C$, जब $\theta_1 = \theta_2$

इसलिये $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के मध्य का कोण जब $\vec{b}$ तथा $\vec{C}$ के मध्य के कोण के बराबर होगा सिर्फ तभी $\vec{A}$ तथा $\vec{C}$ समान होंगे।

22 (c) चूँकि सदिशों का योग क्रम विनिमय नियम का पालन करता है। अतः $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$

Ifn'k

SET Self Evaluation Test -0

1. $0.4\hat{i}+0.8\hat{j}+c\hat{k}$ एक इकाई सदिश को प्रदर्शित करता है जब c का मान है

(a) – 0.2 (b) $\sqrt{0.2}$

(c) $\sqrt{0.8}$ (d) 0

2. एक सदिश $\hat{i}+\hat{j}+\sqrt{2}\,\hat{k}$ द्वारा X, Y तथा Z अक्षों के साथ बनाये गये कोण क्रमशः होंगे

(a) 60°, 60°, 60° (b) 45°, 45°, 45°

(c) 60°, 60°, 45° (d) 45°, 45°, 60°

3. सदिश $\vec{A}=5\hat{i}-12\hat{j}$, की दिशा में इकाई सदिश होगा

(a) $\hat{i}$ (b) $\hat{j}$

(c) $(\hat{i}+\hat{j})/13$ (d) $(5\hat{i}-12\hat{j})/13$

4. निम्न में से कौनसा निर्देशांक पद्धति के चयन पर निर्भर नहीं करता

(a) $\vec{P}+\vec{Q}+\vec{R}$ (b) $(P_x+Q_x+R_x)\hat{i}$

(c) $P_x\hat{i}+Q_y\hat{j}+R_z\hat{k}$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

5. एक कार पूर्व से 45° कोण पर उत्तर की ओर 6 किमी चलती है तथा फिर पूर्व से 135° कोण पर उत्तर की ओर 4 किमी. दूरी तक चलती है। प्रारम्भिक बिन्दु से कार कितनी दूरी पर है। प्रारम्भिक तथा अन्तिम स्थिति को जोड़ने वाली रेखा पूर्व दिशा से क्या कोण बनायेगी

(a) $\sqrt{50}\,km$ तथा $\tan^{-1}(5)$

(b) 10 km तथा $\tan^{-1}(\sqrt{5})$

(c) $\sqrt{52}\,km$ तथा $\tan^{-1}(5)$

(d) $\sqrt{52}\,km$ तथा $\tan^{-1}(\sqrt{5})$

6. दिया है $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=0$, तीन में से दो सदिश परिमाण में समान हैं तथा तीसरे सदिश का परिमाण पहले दो समान परिमाण वाले सदिशों में से किसी एक का $\sqrt{2}$ गुना है तो सदिशों के मध्य कोण है

(a) 30°, 60°, 90° (b) 45°, 45°, 90°

(c) 45°, 60°, 90° (d) 90°, 135°, 135°

7. दो बल $F_1=1\,N$ तथा $F_2=2\,N$ क्रमशः $x=0$ तथा $y=0$ रेखाओं के अनुदिश कार्यरत हैं तो बलों का परिणामी होगा

(a) $\hat{i}+2\hat{j}$ (b) $\hat{i}+\hat{j}$

(c) $3\hat{i}+2\hat{j}$ (d) $2\hat{i}+\hat{j}$

8. दो सदिश $(x+y)$ तथा $(x-y)$ किस कोण पर कार्य करें ताकि इनका परिणामी $\sqrt{(x^2+y^2)}$ हो सके

(a) $\cos^{-1}\left(-\frac{x^2+y^2}{2(x^2-y^2)}\right)$ (b) $\cos^{-1}\left(-\frac{2(x^2-y^2)}{x^2+y^2}\right)$

(c) $\cos^{-1}\left(-\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}\right)$ (d) $\cos^{-1}\left(-\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\right)$

9. निर्देशांक पद्धति के मूल बिन्दु पर विरामावस्था में रखे एक कण पर निम्न बल एक साथ कार्यरत हैं

$\vec{F}_1=-4\hat{i}-5\hat{j}+5\hat{k}$, $\vec{F}_2=5\hat{i}+8\hat{j}+6\hat{k}$, $\vec{F}_3=-3\hat{i}+4\hat{j}-7\hat{k}$

तथा $\vec{F}_4=2\hat{i}-3\hat{j}-2\hat{k}$ तो कण गति करेगा

(a) $x-y$ तल में (b) $y-z$ तल में

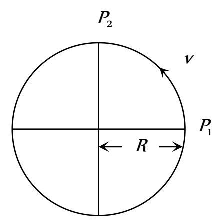
(c) $x-z$ तल में (d) $x-$ अक्ष के अनुदिश

10. $\vec{A}+\vec{B}$ का परिणामी $\vec{R}_1$ है। सदिश $\vec{B}$ को पलटने (विपरीत दिशा) पर परिणामी $\vec{R}_2$ हो जाता है। $R_1^2+R_2^2$ का मान क्या होगा

(a) A^2+B^2 (b) A^2-B^2

(c) $2(A^2+B^2)$ (d) $2(A^2-B^2)$

11. नीचे दर्शाये चित्र में M द्रव्यमान की एक वस्तु R त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर एकसमान चाल से गति कर रही है। P_1 से P_2 तक जाने में त्वरण में परिवर्तन होगा



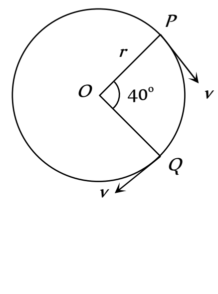
(a) शून्य

(b) $v^2/2R$

(c) $2v^2/R$

(d) $\frac{v^2}{R}\times\sqrt{2}$

12. एक कण r त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर एकसमान वेग से गति कर रहा है P से Q तक $(\angle POQ=40°)$ जाने में वेग में परिवर्तन होगा



(a) $2v\cos 40°$

(b) $2v\sin 40°$

(c) $2v\sin 20°$

(d) $2v\cos 20°$

13. $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}$ तथा $\vec{B} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ दो सदिश हैं। उनके मध्य कोण होगा

(a) 0° (b) 45°
(c) 60° (d) 90°

14. यदि $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{B} = -\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ तो सदिश $\vec{A}$ का सदिश $\vec{B}$ पर प्रक्षेप होगा

(a) $\frac{3}{\sqrt{13}}$ (b) $\frac{3}{\sqrt{26}}$
(c) $\sqrt{\frac{3}{26}}$ (d) $\sqrt{\frac{3}{13}}$

15. उपरोक्त प्रश्न में $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ दोनों के लम्बवत् एकांक सदिश होगा

(a) $+\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$ (b) $-\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$
(c) (a) तथा (b) दोनों (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

16. दो नियत बल $F_1 = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$ (*N*) तथा $F_2 = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ (*N*) किसी वस्तु पर कार्यरत हैं तथा इसे स्थिति $r_1 = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ (m) से स्थिति $r_2 = 7\hat{i} + 10\hat{j} + 5\hat{k}$ (m) तक विस्थापित करते हैं। किया गया कार्य होगा

(a) 9 *J* (b) 41 *J*
(c) – 3 *J* (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

17. किन्ही दो सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के लिये यदि $\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}|$ हो तो $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ का परिमाण होगा

(a) $\sqrt{A^2 + B^2}$ (b) $A + B$
(c) $\sqrt{A^2 + B^2 + \frac{AB}{\sqrt{2}}}$ (d) $\sqrt{A^2 + B^2 + \sqrt{2} \times AB}$

18. निम्न में से कौनसा $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के लम्बवत् एकांक सदिश है

(a) $\frac{\hat{A} \times \hat{B}}{AB \sin\theta}$ (b) $\frac{\hat{A} \times \hat{B}}{AB \cos\theta}$
(c) $\frac{\vec{A} \times \vec{B}}{AB \sin\theta}$ (d) $\frac{\vec{A} \times \vec{B}}{AB \cos\theta}$

19. दो सदिश $P = 2\hat{i} + b\hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $Q = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ समान्तर होगें, यदि

(a) $b = 0$ (b) $b = 1$
(c) $b = 2$ (d) $b = -4$

20. निम्न में से कौनसा सत्य नहीं है? यदि $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ तथा $\vec{B} = 6\hat{i} + 8\hat{j}$ यहाँ *A* तथा *B* सदिश $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ के परिमाण हैं

(a) $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ (b) $\frac{A}{B} = \frac{1}{2}$
(c) $\vec{A}\vec{B} = 48$ (d) A = 5

21. $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ तथा $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ द्वारा बनाये गये त्रिभुज का क्षेत्रफल है

(a) 3 वर्ग इकाई
(b) $2\sqrt{3}$ वर्ग इकाई
(c) $2\sqrt{14}$ वर्ग इकाई
(d) $\frac{\sqrt{14}}{2}$ वर्ग इकाई

22. दो रेलगाडियाँ समान सीधी पटरियों के अनुदिश क्रमशः 60 *km/hr* तथा 30 *km/hr* की नियत चाल से एक दूसरे की तरफ चल रही हैं, यदि $t = 0$ समय पर उनके बीच की दूरी 90 *km* हो तो, उनके टकराने का समय होगा

(a) 1 *hr* (b) 2 *hr*
(c) 3 *hr* (d) 4 *hr*

23. एक नाव दो स्थितियों में झील के एक किनारे से दूसरे किनारे तक जाती है तथा वापस आती है। (a) साफ मौसम वाले दिन, जब झील का पानी स्थिर है तथा (b) खराब मौसम वाले दिन, जबकि वायु प्रवाह एक समान है तथा जाते समय यात्रा के लिये सहायक है तथा वापस आते समय यात्रा का विरोध करता है।

यदि नाव का वेग दोनों दिन समान है, तो किस स्थिति में यात्रा पूरी करने में कम समय लगेगा

(a) स्थिति (a) में
(b) स्थिति (b) में
(c) दोनों में समान
(d) कुछ नहीं कहा जा सकता

24. दो व्यक्ति 25 *km/hr* के वेग से कार में पूर्व की ओर जा रहे हैं, एक रेलगाड़ी उन्हें $25\sqrt{3}$ *km/hr* के वेग से उत्तर की ओर जाती हुई प्रतीत होती है। रेलगाड़ी का वास्तविक वेग होगा

(a) 25 *km/hr* (b) 50 *km/hr*
(c) 5 *km/hr* (d) $5\sqrt{3}$ *km/hr*

25. एक तैराक स्थिर जल में *v* चाल से तैर सकता है तथा नदी *v*/2 वेग से बह रही है। नदी को न्यूनतम दूरी में पार करने के लिये तैराक को धारा की विपरीत दिशा से θ कोण पर तैरना चाहिये। न्यूनतम समय में नदी को पार करने तथा न्यूनतम दूरी में नदी को पार करने में लिये गये समय का अनुपात होगा

(a) $\cos\theta$ (b) $\sin\theta$
(c) $\tan\theta$ (d) $\cot\theta$

26. एक बस सीधी रोड पर 10 m/s के वेग से गति कर रही है। एक स्कूटर चालक बस को 100 *s* में पार करना चाहता है। यदि बस स्कूटर चालक से 1 *km* की दूरी पर हो तो बस को पकड़ने के लिये स्कूटर चालक का वेग क्या होना चाहिये

(a) 50 *m/s* (b) 40 *m/s*
(c) 30 *m/s* (d) 20 *m/s*

Answers and Solutions

(SET -0)

1. (b) $\sqrt{(0.4)^2+(0.8)^2+c^2}=1$

$\Rightarrow 0.16+0.64+c^2=1 \Rightarrow c=\sqrt{0.2}$

2. (c) $\vec{R}=\hat{i}+\hat{j}+\sqrt{2}\hat{k}$

दिये गये सदिश की $R=R_x\hat{i}+R_y\hat{j}+R_z\hat{k}$ से तुलना करने पर

$R_x=1, R_y=1, R_z=\sqrt{2}$ तथा $|\vec{R}|=\sqrt{R_x^2+R_y^2+R_z^2}=2$

$\cos\alpha=\frac{R_x}{R}=\frac{1}{2}\Rightarrow \alpha=60°$

$\cos\beta=\frac{R_y}{R}=\frac{1}{2}\Rightarrow \beta=60°$

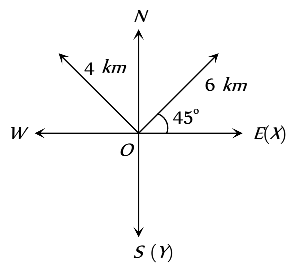
$\cos\gamma=\frac{R_z}{R}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow \gamma=45°$

3. (d) $\vec{A}=5\hat{i}+12\hat{j}, |\vec{A}|=\sqrt{5^2+(-12)^2}=\sqrt{25+144}=13$

इकाई सदिश $\hat{A}=\frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}=\frac{5\hat{i}-12\hat{j}}{13}$

4. (a)

5. (c)



x-अक्ष के अनुदिश कुल विस्थापन $S_x=(6-4)\cos 45°\ \hat{i}$

$=2\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\ km$

y- अक्ष के अनुदिश कुल विस्थापन $S_y=(6+4)\sin 45°\ \hat{j}$

$=10\times\frac{1}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}\ km$

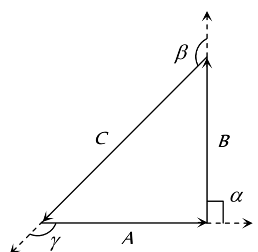
प्रारम्भिक बिन्दु से कुल विस्थापन

$|\vec{S}|=\sqrt{S_x^2+S_y^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}=\sqrt{52}\ km$

पूर्व दिशा के साथ बनाया गया कोण

$\tan\theta=\frac{\text{Y – घटक}}{\text{X – घटक}}=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\ \therefore\ \theta=\tan^{-1}(5)$

6. (d)



बहुभुज के नियमानुसार तीन सदिश जिनका योग शून्य है एक बंद बहुभुज (त्रिभुज) बनाते हैं। चूँकि यहाँ दो सदिशों का परिमाण समान है और तीसरे का परिमाण समान परिमाण वाले किसी भी सदिश का $\sqrt{2}$ गुना है। अतः त्रिभुज को समकोण त्रिभुज होना चाहिये

A तथा B के मध्य कोण $\alpha=90°$

B तथा C के मध्य कोण $\beta=135°$

A तथा C के मध्य कोण $\gamma=135°$

7. (d) $x=0$ का अर्थ है y-अक्ष $\Rightarrow \vec{F}_1=\hat{j}$

$y=0$ का अर्थ है x-अक्ष $\Rightarrow \vec{F}_2=2\hat{i}$

इसलिये परिणामी $\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2=2\hat{i}+\hat{j}$

8. (a) $R^2=A^2+B^2+2AB\cos\theta$

$A=(x+y), B=(x-y)$ एवं $R=\sqrt{(x^2+y^2)}$

अतः $\theta=\cos^{-1}\left(-\frac{(x^2+y^2)}{2(x^2-y^2)}\right)$

9. (b) $F_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_4$

$=(-4\hat{i}+5\hat{i}-3\hat{i}+2\hat{i})+(-5\hat{j}+8\hat{j}+4\hat{j}-3\hat{j})$

$+(5\hat{k}+6\hat{k}-7\hat{k}-2\hat{k})=4\hat{j}+2\hat{k}$

$\therefore$ कण $y-z$ तल में गति करेगा

10. (c) $\vec{R}_1=\vec{A}+\vec{B},\ \vec{R}_2=\vec{A}-\vec{B}$

$R_1^2+R_2^2=\left(\sqrt{A^2+B^2}\right)^2+\left(\sqrt{A^2+B^2}\right)^2=2\left(A^2+B^2\right)$

11. (d) $\Delta a=2a\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)=2a\times\sin 45°=\sqrt{2}a=\sqrt{2}\frac{v^2}{R}$

12. (b) $\Delta v=2v\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)=2v\sin 20°$

13. (c) $\cos\theta=\frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}|.|\vec{B}|}=\frac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{|\vec{A}|.|\vec{B}|}$

$=\frac{2\times4+4\times2-4\times4}{|\vec{A}|.|\vec{B}|}=0$

$\therefore \theta=\cos^{-1}(0°)\Rightarrow \theta=90°$

14. (b) $|\vec{A}|=\sqrt{2^2+3^2+(-1)^2}=\sqrt{4+9+1}=\sqrt{14}$

$|\vec{B}| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{1+9+16} = \sqrt{26}$

$\vec{A}.\vec{B} = 2(-1) + 3\times 3 + (-1)(4) = 3$

सदिश $\vec{A}$ का सदिश $\vec{B}$ पर प्रक्षेप $= \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{B}|} = \frac{3}{\sqrt{26}}$

15. (c) $\hat{n} = \frac{\vec{A}\times\vec{B}}{|\vec{A}\times\vec{B}|} = \frac{8\hat{i} - 8\hat{j} - 8\hat{k}}{8\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$

यहाँ दो एकांक सदिश हैं जो $\vec{A}$ तथा $\vec{B}$ दोनों के लम्बवत् हैं ये सदिश हैं $\hat{n} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$

16. (a) $W = \vec{F}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

$= (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})(6\hat{i} + 8\hat{j} + 7\hat{k}) = 18 - 16 + 7 = \vec{9}\, J$

17. (d) $AB\cos\theta = AB\sin\theta \Rightarrow \tan\theta = 1$ या $\theta = 45°$

$\therefore |\vec{C}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos 45°} = \sqrt{A^2 + B^2 + \sqrt{2}AB}$

18. (c) A तथा B के लम्बवत् सदिश, $\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{n}$

$\therefore$ A तथा B के लम्बवत् एकांक सदिश $\hat{n} = \frac{\vec{A}\times\vec{B}}{|\vec{A}|\times|\vec{B}|\sin\theta}$

19. (c) P तथा Q समान्तर होंगे यदि $\frac{2}{1} = \frac{b}{1} = \frac{2}{1}$ $\therefore b = 2$

20. (b) $|\vec{A}| = 5$, $|\vec{B}| = 10 \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{1}{2}$

21. (d) $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\left|2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{4+9+1}$$

$= \frac{\sqrt{14}}{2}$ वर्ग इकाई

22. (a) सापेक्षिक वेग $v_{rel.} = 60 - (-30) = 90\ km/hr$

रेलगाड़ियों के बीच की दूरी $s_{rel.} = 90\,km$,

$\therefore$ उनके टकराने का समय $= \frac{s_{rel.}}{v_{rel.}} = \frac{90}{90} = 1\,hr$

23. (b) यदि झील की चौड़ाई l है तथा नाव का वेग v_b है, तब शांत जल में जाने और वापस आने में लगा समय

$t_Q = \frac{l}{v_b} + \frac{l}{v_b} = \frac{2l}{v_b}$ .....(i)

अब यदि हवा का वेग v_a हो तो झील को पार करने में लगा समय

$t_1 = \frac{l}{v_b + v_a}$ [क्योंकि वायु गति की दिशा में है]

तथा वापस आने में लगा समय $t_2 = \frac{l}{v_b - v_a}$

[क्योंकि वायु गति का विरोध करती है]

अतः $t_R = t_1 + t_2 = \frac{2l}{v_b[1 - (v_a/v_b)^2]}$ .....(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) से

$\frac{t_R}{t_Q} = \frac{1}{[1 - (v_a/v_b)^2]} > 1$ $\left[\text{as } 1 - \frac{v_a^2}{v_b^2} < 1\right]$ अर्थात $t_R > t_Q$

अर्थात शांत मौसम वाले दिन यात्रा करने में लगा समय खराब मौसम वाले दिन यात्रा करने में लगे समय से कम होगा।

24. (a) $v_T = \sqrt{v_{TC}^2 + v_C^2} = \sqrt{(25\sqrt{3})^2 + (25)^2}$

$= \sqrt{1875 + 625} = \sqrt{2500} = 25\ km/hr$

25. (b)

26. (d) माना कि स्कूटर चालक का वेग $= v$

बस के सापेक्ष स्कूटर चालक का आपेक्षिक वेग $= (v - 10)$

$\Rightarrow S = (v-10)\times 100 \Rightarrow 1000 = (v-10)\times 100$

$\therefore v = 10 + 10 = 20\ m/s$

***