Chapter 15
सरल रेखा

परिभाषा (Definition)

सरल रेखा वह वक्र है, जिसमें दो बिन्दुओं को मिलाने वाले रेखाखण्ड का प्रत्येक बिन्दु वक्र पर स्थित होता है। किसी तल में एक बिन्दु का सरलतम बिन्दुपथ एक सरल रेखा होती है। एक रेखा निम्न में से किसी एक के द्वारा अद्वितीय रूप से ज्ञात की जा सकती है :

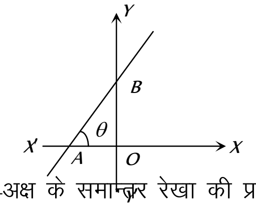
(1) दो विभिन्न बिन्दु (क्योंकि हम जानते हैं कि दिये गये दो बिन्दुओं से एक और केवल एक रेखा गुजरती है।)

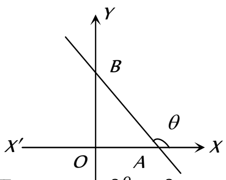
(2) एक बिन्दु तथा एक दी गई दिशा।

रेखा की प्रवणता (ढाल) (Slope (gradient) of a line)

किसी सरल रेखा की प्रवणता उस कोण की त्रिकोणमितीय स्पर्शज्या होती है, जो सरल रेखा x-अक्ष की धनात्मक दिशा से बनाती है।

रेखा की प्रवणता को साधारणतः m से व्यक्त करते हैं, अर्थात् $m = \tan\theta$





(1) x-अक्ष के समान्तर रेखा की प्रवणता $m = \tan 0^o = 0$

(2) y-अक्ष के समान्तर रेखा की प्रवणता $m = \tan 90^o = \infty$

(3) दोनों अक्षों के साथ समान कोण से झुकी रेखा की प्रवणता 1 या –1 होगी।

(4) बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ तथा $B(x_2, y_2)$ से जाने वाली रेखा की प्रवणता $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, अर्थात् $\frac{\text{कोटियों में अन्तर}}{\text{भुजों में अन्तर}}$ होगी।

(5) रेखा $ax + by + c = 0, b \neq 0$ की प्रवणता $-\frac{a}{b}$ होगी।

(6) दो समान्तर रेखाओं की प्रवणतायें बराबर होती हैं।

(7) यदि दो लम्बवत् रेखाओं की प्रवणतायें m_1 व m_2 हों, तो $m_1 m_2 = -1$.

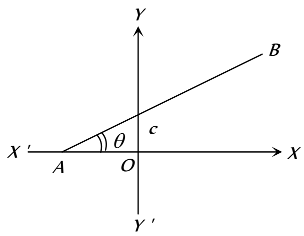
(8) m को $\tan\theta$ से व्यक्त कर सकते हैं, जबकि $0 \leq \theta \leq \pi$ तथा $\theta \neq \frac{\pi}{2}$.

विभिन्न रूपों में सरल रेखा का समीकरण (Equations of straight line in different forms)

(1) **प्रवणता रुप** (Slope form) **:** मूल बिन्दु से जाने वाली रेखा, जिसकी प्रवणता m है, का समीकरण $y = mx$ होगा।

(2) **एक बिन्दु रूप या बिन्दु-प्रवणता रूप** (One point form or Point slope form) **:** उस रेखा का समीकरण, जो बिन्दु (x_1, y_1) से होकर जाती है तथा जिसकी प्रवणता m है, $y - y_1 = m(x - x_1)$ होगा।

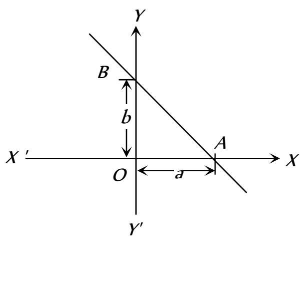
(3) **प्रवणता-अन्तःखण्ड रूप** (Slope intercept form) **:** रेखा (ऊर्ध्वाधर नहीं) का समीकरण, जिसकी प्रवणता m है तथा y-अक्ष पर c अन्तःखण्ड काटती है, $y = mx + c$ होगा।



उस रेखा का समीकरण, जिसकी प्रवणता m है तथा x-अक्ष पर अन्तःखण्ड d है, $y = m(x - d)$ होगा।

(4) **अन्तःखण्ड रूप** (Intercept form) **:** यदि सरल रेखा x-अक्ष को बिन्दु A तथा y-अक्ष को बिन्दु B पर काटती है, तो OA तथा OB क्रमशः x-अक्ष तथा y-अक्ष पर काटे गये अन्तःखण्ड हैं।

सरल रेखा, जो x-अक्ष तथा y-अक्ष से क्रमशः a तथा b अन्तःखण्ड काटती है, का समीकरण $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ होता है।

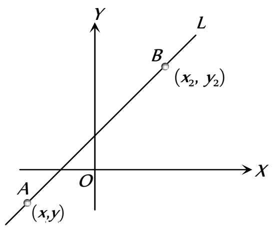


यदि दी गयी सरल रेखा X-अक्ष के समान्तर हो, तो X-अन्तःखण्ड अपरिभाषित होता है।

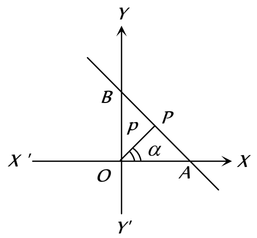
यदि दी गयी सरल रेखा Y-अक्ष के समान्तर हो, तो Y-अन्तःखण्ड अपरिभाषित होता है।

(5) **रेखा का दो बिन्दु रूप** (Two point form) : बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ तथा $B(x_2, y_2)$ से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण $(y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ है।

सारणिक रूप में, रेखा का समीकरण है : $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0.$



(6) **अभिलम्ब रूप** (Normal or perpendicular form) : रेखा, जिस पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब की लम्बाई p है तथा यह लम्ब x-अक्ष के साथ α कोण बनाता है, का समीकरण है,
$x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$.

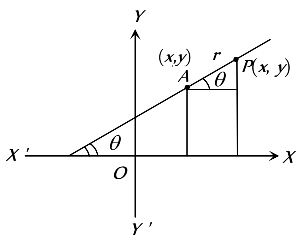


(7) **रेखा का प्राचलिक या सममित या दूरी रूप** : बिन्दु (x_1, y_1) से होकर जाने वाली तथा x-अक्ष की धनात्मक दिशा से θ कोण बनाने वाली रेखा का समीकरण है,

$$\frac{x - x_1}{\cos\theta} = \frac{y - y_1}{\sin\theta} = \pm r$$

जहाँ r, बिन्दु $P(x, y)$ एवं $A(x_1, y_1)$ के बीच की दूरी है।

इस रेखा पर स्थित किसी बिन्दु के निर्देशांक $(x_1 \pm r\cos\theta, y_1 \pm r\sin\theta)$ को प्राचलिक निर्देशांक कहते हैं, जहाँ 'r' प्राचल है।



दी गई रेखा के समान्तर एवं लम्बवत् रेखाओं का समीकरण
(Equation of parallel and perpendicular lines to a given line)

(1) रेखा, जो रेखा $ax + by + c = 0$ के समान्तर है, का समीकरण $ax + by + \lambda = 0$ होगा।

(2) रेखा, जो रेखा $ax + by + c = 0$ के लम्बवत् है, का समीकरण $bx - ay + \lambda = 0$ होगा।

उपरोक्त दोनों स्थितियों में λ का मान प्रश्नानुसार ज्ञात करते हैं।

(3) यदि रेखा का समीकरण $a\sin\theta + b\cos\theta = c$ हो, तब

(i) इसके समान्तर रेखा का समीकरण $a\sin\theta + b\cos\theta = d$ होगा।

(ii) इसके लम्बवत् रेखा का समीकरण

$$a\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + b\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = d \text{ होगा।}$$

सरल रेखा के व्यापक समीकरण का मानक रूपों में रूपान्तरण
(General equation of a straight line and its transformation in standard forms)

रेखा का व्यापक समीकरण $ax + by + c = 0$ है।

(1) **प्रवणता-अन्तःखण्ड रूप** (Slope intercept form) :

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$, प्रवणता $m = -\frac{a}{b}$ एवं y-अक्ष पर अन्तःखण्ड $C = -\frac{c}{b}$.

(2) **अन्तःखण्ड रूप** (Intercept form) : $\frac{x}{-c/a} + \frac{y}{-c/b} = 1$,

x अन्तःखण्ड $= \left(-\frac{c}{a}\right)$ एवं y-अन्तःखण्ड $= \left(-\frac{c}{b}\right)$.

(3) **अभिलम्ब रूप** (Normal form) : सरल रेखा के व्यापक रूप को अभिलम्ब रूप में परिवर्तित करने के लिए सर्वप्रथम c को दायीं ओर लेते हैं एवं धनात्मक बनाते हैं। इसके बाद $\sqrt{a^2 + b^2}$ से समीकरण में भाग देते हैं

इस प्रकार, $-\frac{ax}{\sqrt{a^2+b^2}} - \frac{by}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$,

जहाँ $\cos\alpha = -\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin\alpha = -\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

एवं $p = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

दो रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु
(Point of intersection of two lines)

माना $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ एवं $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ दो असमान्तर रेखाएँ हैं। यदि इनके प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक (x', y') हों, तब $a_1x' + b_1y' + c_1 = 0$ एवं $a_2x' + b_2y' + c_2 = 0$

समीकरणों को हल करने पर,

$$(x', y') = \left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\right) = \left(\frac{\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}, \frac{\begin{vmatrix} c_1 & c_2 \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}\right).$$

दो रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर जाने वाली रेखाओं का व्यापक समीकरण (General equation of lines through the intersection of two given lines)

यदि दो रेखायें $P = a_1x + b_1y + c_1 = 0$

एवं $Q = a_2x + b_2y + c_2 = 0$ हों, तो

इन रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु से जाने वाली रेखाओं का समीकरण है, $P + \lambda Q = 0$ या $a_1x + b_1y + c_1 + \lambda(a_2x + b_2y + c_2) = 0$; λ का मान प्रश्न में दिये गये अतिरिक्त निर्देशों की सहायता से प्राप्त करते हैं।

दो असमान्तर प्रतिच्छेदी रेखाओं के बीच का कोण
(Angle between two non-parallel lines)

माना रेखाओं $y = m_1x + c_1$ एवं $y = m_2x + c_2$ के बीच कोण θ है एवं दोनों रेखायें प्रतिच्छेद करती हैं, तब $\theta = \tan^{-1}\left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}\right|$. यदि दो रेखाओं के मध्य कोण θ है, तब इन दोनों रेखाओं के मध्य कोण $(\pi - \theta)$ भी होगा।

(1) **दो सरल रेखाओं के बीच कोण, जबकि उनके समीकरण दिये हों :** सरल रेखायें $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ एव $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ के मध्य कोण θ हो, तब $\tan\theta = \left|\frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2 + b_1b_2}\right|$.

(2) **दो रेखाओं के संपाती, समान्तर, लम्बवत् अथवा प्रतिच्छेदी होने का प्रतिबन्धः** दो रेखायें $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ हैं।

(a) संपाती, यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

(b) समान्तर, यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

(c) प्रतिच्छेदी, यदि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

(d) लम्बवत्, यदि $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$

दी हुई रेखा से दिया हुआ कोण बनाने वाली एवं दिये हुए बिन्दु से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण
(Equation of straight line through a given point making a given angle with a given line)

बिन्दु (x_1, y_1) से होकर जाने वाली उन दो सरल रेखाओं के समीकरण, जो एक दी हुई सरल रेखा $y = mx + c$ के साथ α कोण बनाती हैं, $y - y_1 = \frac{m \pm \tan\alpha}{1 \mp m\tan\alpha}(x - x_1)$ होंगे।

दो रेखाओं के बीच के कोणों के अर्द्धकों के समीकरण (Equations of the bisectors of the angles between two straight lines)

रेखाओं $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ एवं $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ के बीच के कोणों के अर्द्धकों के समीकरण हैं,

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \quad .....(i)$$

कोणार्धक, जिसमें मूल बिन्दु स्थित हो, के ज्ञात करने की विधि : माना दो रेखाओं के समीकरण $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ हैं। कोणार्धक, जिसमें मूलबिन्दु शामिल है, को ज्ञात करने की विधि निम्न है:

Step I : यदि समीकरणों में c_1 तथा c_2 ऋणात्मक हों, तो सबसे पहले c_1 तथा c_2 को धनात्मक बनाते हैं।

Step II : अब धनात्मक चिन्ह् के संगत अर्द्धक का समीकरण, अर्थात् $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$ ज्ञात करते हैं।

यह अभीष्ट कोणार्धक है, जिसमें मूल बिन्दु स्थित है।

कोण का अर्द्धक जिसमें मूल बिन्दु स्थित हो, से तात्पर्य है रेखाओं के मध्य उस कोण का अर्धक जिसमें कि मूल बिन्दु स्थित हो।

(1) **न्यून कोण तथा अधिक कोण के अर्द्धकों के समीकरण ज्ञात करने की विधि :** माना दी गयी रेखाओं में से (समी. (i) से) एक कोणार्धक के बीच कोण θ है। यदि $|\tan\theta| < 1$ हो, तो यह कोणार्धक न्यून कोण का अर्द्धक होगा एवं दूसरा कोणार्धक अधिक कोण का अर्द्धक होगा।

यदि $|\tan\theta| > 1$ हो, तो यह कोणार्धक अधिक कोण का अर्द्धक होगा एवं दूसरा कोणार्धक न्यून कोण का अर्द्धक होगा।

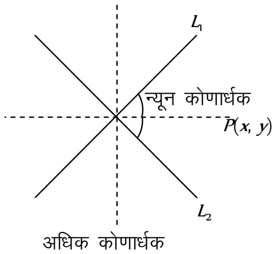
(2) **न्यून कोणार्धक एवं अधिक कोणार्धक ज्ञात करने की विधि**

(i) यदि अचर पद ऋणात्मक है, तो इसे धनात्मक बनाते हैं।

(ii) व्यंजक $a_1a_2 + b_1b_2$ का चिन्ह् ज्ञात करते हैं।

(iii) यदि $a_1a_2 + b_1b_2 > 0$ हो, तो धनात्मक चिन्ह् के संगत कोणार्धक अधिक कोण का अर्द्धक तथा ऋणात्मक चिन्ह् के संगत कोणार्धक न्यून कोण का अर्द्धक होगा।

(iv) यदि $a_1a_2 + b_1b_2 < 0$ हो, तो धनात्मक चिन्ह् के संगत कोणार्धक न्यून कोण का अर्द्धक तथा ऋणात्मक चिन्ह् के संगत कोणार्धक अधिक कोण का अर्द्धक होगा।



- दोनों कोणार्धक एक-दूसरे के लम्बवत् होते हैं।
- यदि $a_1a_2 + b_1b_2 > 0$, तो मूल बिन्दु अधिक कोण में स्थित होता है एवं यदि $a_1a_2 + b_1b_2 < 0$ तो मूल बिन्दु न्यून कोण में स्थित होता है।

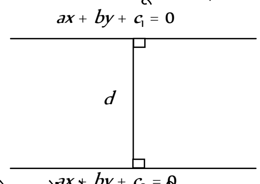
लम्ब की लंबाई (Length of perpendicular)

(1) **किसी रेखा से एक बिन्दु की दूरी** (Distance of a point from a line) **:** बिन्दु (x_1, y_1) से रेखा $ax + by + c = 0$ पर डाले गये लम्ब की लम्बाई p हो, तो $p = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

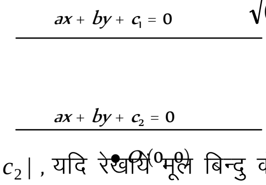
- मूल बिन्दु से रेखा $ax + by + c = 0$ पर डाले गये लम्ब की लम्बाई $= \left|\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$.
- बिन्दु (x_1, y_1) से रेखा $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ पर डाले गये लम्ब की लम्बाई $= |x_1\cos\alpha + y_1\sin\alpha - p|$.

(2) **दो समान्तर रेखाओं के मध्य दूरी** (Distance between two parallel lines) **:** माना दो समान्तर रेखाएँ $ax + by + c_1 = 0$ एवं $ax + by + c_2 = 0$ हैं।

प्रथम विधि : रेखाओं के मध्य दूरी d है, तो $d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{(a^2 + b^2)}}$.



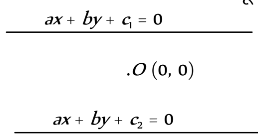
द्वितीय विधि : रेखाओं के मध्य दूरी $d = \frac{\lambda}{\sqrt{(a^2 + b^2)}}$, जहाँ



(i) $\lambda = |c_1 - c_2|$, यदि रेखाएँ मूल बिन्दु के एक ओर हों।

(ii) $\lambda = |c_1| + |c_2|$, यदि मूल बिन्दु रेखाओं के मध्य स्थित हो।

तृतीय विधि : दी गयी रेखा पर किसी बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करने के लिए $x = 0$ या $y = 0$ रखते हैं। तब इस बिन्दु से दूसरी रेखा की लम्बवत् दूरी दोनों रेखाओं के मध्य अभीष्ट दूरी होती है।



- दो समान्तर रेखाओं $ax + by + c_1 = 0$ एवं $kax + kby + c_2 = 0$ के मध्य दूरी $= \frac{\left|c_1 - \frac{c_2}{k}\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
- दो असमान्तर (प्रतिच्छेदी) रेखाओं के मध्य दूरी सदैव शून्य होती है।

किसी रेखा के सापेक्ष एक बिन्दु की स्थिति
(Position of a point with respect to a line)

माना दी गयी रेखा $ax + by + c = 0$ है तथा प्रेक्षित बिन्दु (x_1, y_1) हो, तब

(i) यदि रेखा के समीकरण में $x = x_1, y = y_1$ एवं $x = 0$, $y = 0$ रखने पर समान चिन्ह् प्राप्त होते हैं, तो बिन्दु (x_1, y_1) मूल बिन्दु के एक ओर स्थित होता है।

(ii) यदि रेखा के समीकरण में $x = x_1$, $y = y_1$ एवं $x = 0$, $y = 0$ रखने पर विपरीत चिन्ह् प्राप्त होते हैं, तो बिन्दु (x_1, y_1) मूल बिन्दु के विपरीत ओर स्थित होता है।

रेखा के सापेक्ष दो बिन्दुओं की स्थिति
(Position of two points with respect to a line)

दो बिन्दु (x_1, y_1) और (x_2, y_2) सरल रेखा $ax + by + c = 0$ के एक ही ओर या विपरीत ओर स्थित होंगे, यदि $ax_1 + by_1 + c$ एवं $ax_2 + by_2 + c$ के मान क्रमशः समान चिन्ह् या विपरीत चिन्ह् के हों।

संगामी रेखायें (Concurrent lines)

तीन या तीन से अधिक रेखायें संगामी रेखायें होंगी, यदि वे एक बिन्दु पर मिलती हैं।

प्रथम विधि : किन्ही दो रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात करते हैं। यदि यह तीसरी रेखा पर भी हो, तो रेखायें संगामी होंगी।

द्वितीय विधि :

तीन रेखाएँ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ एवं $a_3x + b_3y + c_3 = 0$ संगामी होंगी, यदि $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$.

तृतीय विधि : रेखाओं $P = 0$, $Q = 0$ एवं $R = 0$ के संगामी होने के लिए प्रतिबन्ध है कि तीन अचर *a, b, c* (सभी शून्य नहीं) इस प्रकार विद्यमान हों, कि $aP + bQ + cR = 0$.

सतह पर परावर्तन (Reflection on the surface)

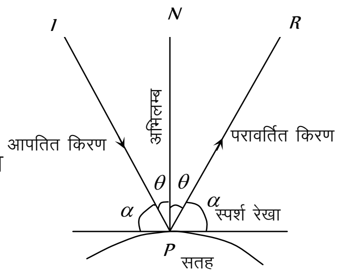
यहाँ, *IP* = आपतित किरण

PN = सतह पर अभिलम्ब

PR = परावर्तित किरण

तब, $\angle IPN = \angle NPR$

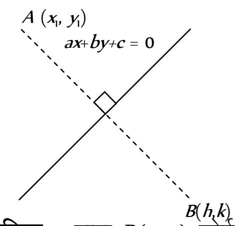
आपतित कोण = परावर्तित कोण



विभिन्न स्थितियों में बिन्दु का प्रतिबिम्ब (Image of a point in different cases)

(1) **किसी रेखा के सापेक्ष एक बिन्दु का प्रतिबिम्ब :** रेखा $ax + by + c = 0$ के सापेक्ष बिन्दु $A(x_1, y_1)$ का प्रतिबिम्ब $B(h, k)$ हो, तो

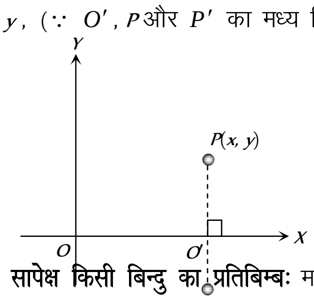
$$\frac{h - x_1}{a} = \frac{k - y_1}{b} = \frac{-2(ax_1 + by_1 + c)}{a^2 + b^2}$$



(2) ***x*-अक्ष के सापेक्ष किसी बिन्दु का प्रतिबिम्ब :** माना $P(x, y)$ कोई बिन्दु है एवं $P'(x', y')$, *x*-अक्ष में परावर्तन के पश्चात् प्रतिबिम्ब है, तो

$x' = x$

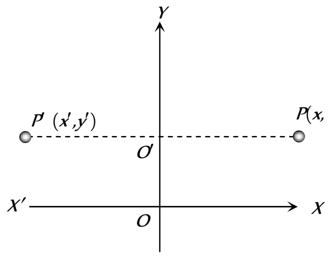
$y' = -y$, ($\because$ O', *P* और P' का मध्य बिन्दु है)



(3) ***y*-अक्ष के सापेक्ष किसी बिन्दु का प्रतिबिम्बः** माना $P(x, y)$ कोई बिन्दु है एवं $P'(x', y')$, *y*-अक्ष में परावर्तन के पश्चात् प्रतिबिम्ब है,

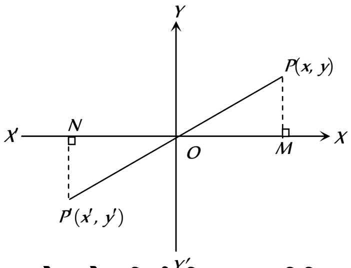
तो $x' = -x$

$y' = y$, ($\because$ O', *P* और P' का मध्य बिन्दु है)



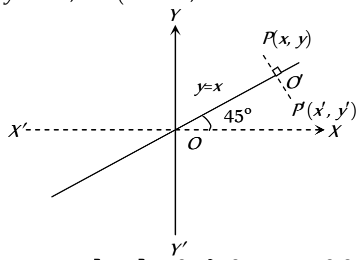
(4) **मूल बिन्दु के सापेक्ष किसी बिन्दु का प्रतिबिम्ब :** माना $P(x, y)$ कोई बिन्दु है एवं बिन्दु $P'(x', y')$, मूल बिन्दु से परावर्तन के पश्चात् प्रतिबिम्ब हो, तो $x' = -x$

$y' = -y$, ($\because$ O, *P* और P' का मध्य बिन्दु है)



(5) **रेखा $y = x$ के सापेक्ष किसी बिन्दु का प्रतिबिम्बः** माना $P(x, y)$ कोई बिन्दु है एवं बिन्दु $P'(x', y')$, रेखा $y = x$ में परावर्तन के पश्चात् प्रतिबिम्ब है, तो $x' = y$

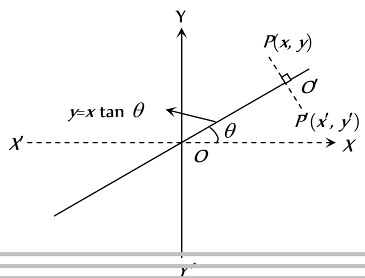
$y' = x$, ($\because$ O', *P* और P' का मध्य बिन्दु है)



(6) **रेखा $y = x \tan\theta$ के सापेक्ष किसी बिन्दु का प्रतिबिम्ब :** माना $P(x, y)$ कोई बिन्दु है, एवं बिन्दु $P'(x', y')$, रेखा $y = x\tan\theta$ में परावर्तन के पश्चात् प्रतिबिम्ब है, तो

$x' = x\cos 2\theta + y\sin 2\theta$

$y' = x\sin 2\theta - y\cos 2\theta$, ($\because$ O', *P* और P' का मध्य बिन्दु है)



Tips & Tricks

- यदि तीन बिन्दु *A, B, C* समरेखीय हों, तो *AB* की प्रवणता = *BC* की प्रवणता = *AC* की प्रवणता.

✍ x-अक्ष का समीकरण $\Rightarrow y = 0$; x-अक्ष के समान्तर (या y-अक्ष के लम्बवत्) रेखा का समीकरण, जिसकी x-अक्ष से दूरी 'b' है $\Rightarrow y = b$.

✍ y-अक्ष का समीकरण $\Rightarrow x = 0$; y-अक्ष के समान्तर (या x-अक्ष के लम्बवत्) रेखा का समीकरण, जिसकी y-अक्ष से दूरी 'a' है $\Rightarrow x = a$.

✍ रेखाओं $y = m_1x + c_1$, $y = m_2x + c_2, y = m_3x + c_3$ से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\left|\sum \frac{(c_1 - c_2)^2}{m_1 - m_2}\right|$.

✍ रेखा $ax + by + c = 0$ तथा निर्देशांक-अक्षों से निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{c^2}{2|ab|}$.

✍ रेखाओं $ax \pm by \pm c = 0$ से निर्मित समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \left|\frac{2c^2}{ab}\right|$.

✍ रेखाओं $a_1x + b_1y + c_1 = 0$; $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, $a_1x + b_1y + d_1 = 0$ एवं $a_2x + b_2y + d_2 = 0$ से निर्मित समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \left|\frac{(d_1 - c_1)(d_2 - c_2)}{a_1b_2 - a_2b_1}\right|$.

✍ रेखा $ax + by + c = 0$ पर बिन्दु (x_1, y_1) से खींचे गये लम्ब के लम्ब-पाद के निर्देशांक (h, k) हों, तो $\frac{h - x_1}{a} = \frac{k - y_1}{b} = \frac{-(ax_1 + by_1 + c)}{a^2 + b^2}$. अतः लम्बपाद के निर्देशांक $= \left(\frac{b^2x_1 - aby_1 - ac}{a^2 + b^2}, \frac{a^2y_1 - abx_1 - bc}{a^2 + b^2}\right)$ होंगे।

✍ समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल, $A = \frac{p_1p_2}{\sin\theta}$, जहाँ p_1 एवं p_2 समान्तर भुजाओं के मध्य दूरियाँ एवं θ दो आसन्न भुजाओं के मध्य कोण है।

✍ यदि अक्षों के मध्य किसी रेखा का कटा भाग (x_1, y_1) पर समद्विभाजित होता हो, तब रेखा का समीकरण $\frac{x}{x_1} + \frac{y}{y_1} = 2$ होगा।

✍ यदि एक सरल रेखा, निर्देशांक्षों के साथ एक त्रिभुज बनाती है, जिसका केन्द्रक (x_1, y_1) है, तब सरल रेखा का समीकरण $\frac{x}{3x_1} + \frac{y}{3y_1} = 1$ होगा।

Ordinary Thinking

Objective Questions

रेखा की प्रवणता, रेखा के समीकरण के विभिन्न रूप

1. निर्देशांक अक्षों से बराबर लम्बाई के अन्तःखण्ड काटने वाली एक रेखा की प्रवणता है **[MP PET 1986]**
   (a) – 1 (b) 0
   (c) 2 (d) $\sqrt{3}$

2. यदि बिन्दुओं A तथा B के निर्देशांक क्रमशः (3, 3) तथा (7, 6) हों, तो रेखा AB के अक्षों के बीच कटे भाग की लम्बाई होगी
   (a) $\frac{5}{4}$ (b) $\frac{\sqrt{10}}{4}$
   (c) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

3. यदि रेखाएँ $2x + 3y = 5$ तथा $y = mx + c$ समान्तर हों, तो
   (a) $m = 2/3, c = 5$
   (b) $m = -2/3, c = 5$
   (c) $m = -2/3, c =$ कोई वास्तविक संख्या
   (d) इनमें से कोई नहीं

4. रेखा $(3x - y + 5) + \lambda(2x - 3y - 4) = 0$, y-अक्ष के समान्तर होगी, यदि $\lambda =$
   (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{-1}{3}$
   (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{-3}{2}$

5. यदि रेखा $y = m_rx$; $r = 1, 2, 3$ एक अन्य रेखा $x + y = 1$ पर बराबर अन्तःखण्ड काटती है, तो $1 + m_1$, $1 + m_2$ एवं $1 + m_3$ होंगे
   (a) स.श्रे. में (b) गु.श्रे. में
   (c) ह.श्रे. में (d) इनमें से कोई नहीं

6. वक्र $y = x^2 + 2x$ पर स्थित बिन्दु, जिनके भुज 1 एवं 3 हैं, को मिलाने वाली रेखा की प्रवणता है **[MP PET 1997]**
   (a) 6 (b) 5
   (c) 4 (d) 3

7. दो सरल रेखाओं के समान्तर होने का प्रतिबन्ध, जबकि एक सरल रेखा $ax + by + c = 0$ है तथा दूसरी सरल रेखा का प्राचल रूप $x = \alpha t + \beta$, $y = \gamma t + \delta$ द्वारा प्रदर्शित है, है **[AMU 2000]**
   (a) $a\gamma - b\alpha = 0$, $\beta = \delta = c = 0$
   (b) $a\alpha - b\gamma = 0$, $\beta = \delta = 0$
   (c) $a\alpha + b\gamma = 0$
   (d) $a\gamma = b\alpha = 0$

8. बिन्दु (1, – 2) से जाने वाली तथा दोनों अक्षों से बराबर अन्तःखण्ड काटने वाली रेखा का समीकरण है **[MNR 1978]**
   (a) $x + y = 1$ (b) $x - y = 1$
   (c) $x + y + 1 = 0$ (d) $x - y - 2 = 0$

9. उन रेखाओं के समीकरण, जो y-अक्ष से –1 इकाई का अन्तःखण्ड काटती हैं तथा अक्षों से बराबर कोण बनाती हैं, हैं

(a) $x-y+1=0,\ x+y+1=0$

(b) $x-y-1=0,\ x+y-1=0$

(c) $x-y-1=0,\ x+y+1=0$

(d) इनमें से कोई नहीं

10. एक रेखा L, रेखा $5x-y=1$ के लम्बवत् है तथा रेखा L व निर्देशांक अक्षों से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल 5 है। रेखा L का समीकरण है [IIT 1980; RPET 1997]

(a) $x+5y=5$ (b) $x+5y=\pm5\sqrt{2}$

(c) $x-5y=5$ (d) $x-5y=5\sqrt{2}$

11. उस रेखा का समीकरण, जिसकी प्रवणता 3 है तथा जो धनात्मक x–अक्ष से 3 लम्बाई का अन्तःखण्ड काटती है, है

(a) $y=3x-9$ (b) $y=3x+3$

(c) $y=3x+9$ (d) इनमें से कोई नहीं

12. यदि बिन्दुओं A, B, C, D के निर्देशांक क्रमशः (a,b), (a',b'), $(-a,b)$ तथा $(a',-b')$ हों, तो रेखाखण्डों AB तथा CD को समद्विभाजित करने वाली रेखा का समीकरण है

(a) $2a'y-2bx=ab-a'b'$ (b) $2ay-2b'x=ab-a'b'$

(c) $2ay-2b'x=a'b-ab'$ (d) इनमें से कोई नहीं

13. बिन्दु (3, 2) से गुजरने वाली तथा रेखा $y=x$ के लम्बवत् रेखा का समीकरण है [MNR 1979]

(a) $x-y=5$ (b) $x+y=5$

(c) $x+y=1$ (d) $x-y=1$

14. यदि बिन्दुओं A तथा B के निर्देशांक (1, 1) तथा (5, 7) हों, तो रेखाखण्ड AB को लम्बवत् समद्विभाजित करने वाली रेखा का समीकरण है

(a) $2x+3y=18$ (b) $2x-3y+18=0$

(c) $2x+3y-1=0$ (d) $3x-2y+1=0$

15. यदि बिन्दुओं A, B, C के निर्देशांक क्रमशः (– 1, 5), (0, 0) तथा (2, 2) हों और D, बिन्दु BC का मध्य बिन्दु हो, तो बिन्दु B से रेखा AD पर डाले गये लम्ब का समीकरण है

(a) $x+2y=0$ (b) $2x+y=0$

(c) $x-2y=0$ (d) $2x-y=0$

16. बिन्दु (x',y') से गुजरने वाली तथा रेखा $yy'=2a(x+x')$ के लम्बवत् रेखा का समीकरण है

(a) $xy'+2ay+2ay'-x'y'=0$

(b) $xy'+2ay-2ay'-x'y'=0$

(c) $xy'+2ay+2ay'+x'y'=0$

(d) $xy'+2ay-2ay'+x'y'=0$

17. यदि त्रिभुज ABC की भुजाओं BC, CA तथा AB के मध्य बिन्दु क्रमशः (1, 3), (5, 7) तथा (– 5, 7) हों, तो भुजा AB का समीकरण होगा

(a) $x-y-2=0$ (b) $x-y+12=0$

(c) $x+y-12=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

18. यदि त्रिभुज ABC के शीर्षों के निर्देशांक क्रमशः (– 1, 6), (– 3,– 9), तथा (5, – 8) हों तो C से गुजरने वाली माध्यिका का समीकरण होगा

(a) $13x-14y-47=0$ (b) $13x-14y+47=0$

(c) $13x+14y+47=0$ (d) $13x+14y-47=0$

19. रेखा $\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=1$ के लम्बवत् तथा उस बिन्दु पर जहाँ यह रेखा x–अक्ष को काटती है, से गुजरने वाली रेखा का समीकरण है [RPET 1996; Kerala (Engg.) 2002]

(a) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{a}{b}=0$ (b) $\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=\frac{b}{a}$

(c) $\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=0$ (d) $\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=\frac{a}{b}$

20. बिन्दु (1, 2) से गुजरने वाली तथा रेखा $x+y+1=0$ के लम्बवत् रेखा का समीकरण है [MNR 1981]

(a) $y-x+1=0$ (b) $y-x-1=0$

(c) $y-x+2=0$ (d) $y-x-2=0$

21. एक रेखा बिन्दु (3, 4) से गुजरती है तथा उसके द्वारा अक्षों से काटे गये अन्तःखण्डों का योग 14 है। रेखा का समीकरण है

(a) $4x-3y=24$ (b) $4x+3y=24$

(c) $3x-4y=24$ (d) $3x+4y=24$

22. बिन्दुओं (a, b) तथा (a',b') को मिलाने वाले रेखाखण्ड को लम्ब समद्विभाजित करने वाली रेखा का समीकरण है

(a) $2(a-a')x+2(b-b')y=a^2+b^2-a'^2-b'^2$

(b) $(a-a')x+(b-b')y=a^2+b^2-a'^2-b'^2$

(c) $2(a-a')x+2(b-b')y=a'^2+b'^2-a^2-b^2$

(d) इनमें से कोई नहीं

23. उन रेखाओं के समीकरण, जो मूल बिन्दु से गुजरती है तथा रेखा $y=mx+c$ से कोण $\tan^{-1}m$ पर झुकी हो, हैं

(a) $x=0,\ 2mx+(m^2-1)y=0$

(b) $y=0,\ 2mx+(m^2-1)y=0$

(c) $y=0,\ 2mx+(1-m^2)y=0$

(d) इनमें से कोई नहीं

24. एक रेखा x–अक्ष तथा y-अक्ष को क्रमशः बिन्दुओं A तथा B पर मिलती है। यदि AB का मध्य बिन्दु (x_1,y_1) हो, तो रेखा का समीकरण है

(a) $y_1x+x_1y=2x_1y_1$ (b) $x_1x+y_1y=2x_1y_1$

(c) $y_1x+x_1y=x_1y_1$ (d) $x_1x+y_1y=x_1y_1$

25. रेखा $2x-3y=1$ के समान्तर और बिन्दुओं (1, 3) तथा (1,– 7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु से जाने वाली रेखा का समीकरण है

(a) $2x-3y+8=0$ (b) $2x-3y=8$

(c) $2x-3y+4=0$ (d) $2x-3y=4$

26. उन रेखाओं, जो बिन्दु (3, –2) से गुजरती हैं तथा रेखा $\sqrt{3}x+y=1$ से 60^o के कोण पर झुकी हैं, के समीकरण हैं [IIT 1974; MP PET 1996]

(a) $y+2=0,\ \sqrt{3}x-y-2-3\sqrt{3}=0$

(b) $x-2=0,\ \sqrt{3}x-y+2+3\sqrt{3}=0$

(c) $\sqrt{3}x-y-2-3\sqrt{3}=0$

(d) इनमें से कोई नहीं

27. बिन्दु (1,0) से होकर जाने वाली उन रेखाओं के समीकरण, जिनकी मूल बिन्दु से दूरी $\frac{\sqrt{3}}{2}$ है, हैं

(a) $\sqrt{3}x + y - \sqrt{3} = 0,\ \sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$

(b) $\sqrt{3}x + y + \sqrt{3} = 0,\ \sqrt{3}x - y + \sqrt{3} = 0$

(c) $x + \sqrt{3}y - \sqrt{3} = 0,\ x - \sqrt{3}y - \sqrt{3} = 0$

(d) इनमें से कोई नहीं

28. $(-3, 2)$ से गुजरने वाली एवं अक्षों से बराबर परन्तु विपरीत चिन्हों के अन्तःखण्ड काटने वाली रेखा का समीकरण है [RPET 1984; MP PET 1993]

(a) $x - y + 5 = 0$ (b) $x + y - 5 = 0$

(c) $x - y - 5 = 0$ (d) $x + y + 5 = 0$

29. रेखाओं $x + 5y + 7 = 0$, $3x + 2y - 5 = 0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर जाने वाली तथा रेखा $7x + 2y - 5 = 0$ पर लम्ब रेखा का समीकरण है [RPET 1987; MP PET 1993; Pb. CET 2000]

(a) $2x - 7y - 20 = 0$ (b) $2x + 7y - 20 = 0$

(c) $-2x + 7y - 20 = 0$ (d) $2x + 7y + 20 = 0$

30. एक रेखा, जो $2x + y = 5$ व $x + 3y + 8 = 0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर गुजरती है एवं रेखा $3x + 4y = 7$ के समान्तर है, का समीकरण है [RPET 1984; MP PET 1991]

(a) $3x + 4y + 3 = 0$ (b) $3x + 4y = 0$

(c) $4x - 3y + 3 = 0$ (d) $4x - 3y = 3$

31. मूलबिन्दु को बिन्दु (– 4, 5) से मिलाने वाली रेखा का समीकरण है [MP PET 1984]

(a) $5x + 4y = 0$ (b) $3x + 4y = 2$

(c) $5x - 4y = 0$ (d) $4x - 5y = 0$

32. उस रेखा का समीकरण, जो *OX* पर 3 इकाई का एवं *OY* पर – 2 इकाई का अन्तःखण्ड काटती है, है [MP PET 1984]

(a) $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$ (b) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

(c) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ (d) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$

33. बिन्दु $(3, -4)$ से होकर जाने वाली एवं रेखा $3x + 4y = 5$ पर लम्ब रेखा का समीकरण है [RPET 1981, 84, 86; MP PET 1984]

(a) $4x + 3y = 24$ (b) $y - 4 = (x + 3)$

(c) $3y - 4x = 24$ (d) $y + 4 = \frac{4}{3}(x - 3)$

34. बिन्दु (1, 2) से गुजरने वाली एवं $y = 3x - 1$ के समान्तर रेखा का समीकरण है [MP PET 1984]

(a) $y + 2 = x + 1$ (b) $y + 2 = 3(x + 1)$

(c) $y - 2 = 3(x - 1)$ (d) $y - 2 = x - 1$

35. (–1,1) से गुजरने वाली एवं $2x + 3y + 4 = 0$ पर लम्ब रेखा का समीकरण है [MP PET 1984]

(a) $2(y - 1) = 3(x + 1)$ (b) $3(y - 1) = -2(x + 1)$

(c) $y - 1 = 2(x + 1)$ (d) $3(y - 1) = x + 1$

36. रेखाओं $x = 0$ तथा $y = 0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से एवं बिन्दु (2, 2) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण है [MP PET 1984]

(a) $y = x - 1$ (b) $y = -x$

(c) $y = x$ (d) $y = -x + 2$

37. बिन्दुओं (*a*, 0) व (– *a*, 0) को मिलाने वाली रेखा पर लम्ब एवं मूल बिन्दु से गुजरने वाली रेखा का समीकरण है [MP PET 1984]

(a) $y = 0$ (b) $x = 0$

(c) $x = -a$ (d) $y = -a$

38. किसी सरल रेखा को दर्शाने के लिए कितने ज्यामितीय प्राचलों की आवश्यकता होती है [MP PET 1982]

(a) 1 (b) 2

(c) 4 (d) 3

39. बिन्दु *A* (1, 3) व *C* (5, 1) किसी आयत के विपरीत शीर्ष हैं। अन्य दो शीर्षों से होकर जाने वाली एवं प्रवणता '2' की रेखा का समीकरण है [RPET 1991]

(a) $2x + y - 8 = 0$ (b) $2x - y - 4 = 0$

(c) $2x - y + 4 = 0$ (d) $2x + y + 7 = 0$

40. किसी रेखा द्वारा *y*–अक्ष पर काटा गया अन्तःखण्ड *x*–अक्ष पर काटे गये अन्तःखण्ड से दुगना है। यदि रेखा (1, 2) से गुजरती है, तो उसका समीकरण होगा [AMU 1972; RPET 1985]

(a) $2x + y = 4$ (b) $2x + y + 4 = 0$

(c) $2x - y = 4$ (d) $2x - y + 4 = 0$

41. दो बिन्दुओं (2, – 19) व (6, 1) से होकर जाने वाली रेखा को समद्विभाजित करने वाली एवं बिन्दुओं (–1, 3) तथा (5, –1) से होकर जाने वाली रेखा पर लम्ब रेखा का समीकरण है [RPET 1987]

(a) $3x - 2y = 30$ (b) $2x - y - 3 = 0$

(c) $2x + 3y = 20$ (d) इनमें से कोई नहीं

42. उस रेखा का समीकरण, जिसका अक्षों के मध्य के किसी भाग में मध्य बिन्दु (x_1, y_1) है, है [RPET 1988]

(a) $\frac{x}{x_1} + \frac{y}{y_1} = 2$ (b) $\frac{x}{x_1} + \frac{y}{y_1} = \frac{1}{2}$

(c) $\frac{x}{x_1} + \frac{y}{y_1} = 1$ (d) इनमें से कोई नहीं

43. बिन्दु (*c*, *d*) से गुजरने वाली एवं $ax + by + c = 0$ के समान्तर रेखा का समीकरण है [RPET 1987]

(a) $a(x + c) + b(y + d) = 0$ (b) $a(x + c) - b(y + d) = 0$

(c) $a(x - c) + b(y - d) = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं

44. रेखाओं $3x - 2y - 1 = 0$ व $x - 4y + 3 = 0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु एवं बिन्दु $(\pi, 0)$ से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण है [RPET 1987]

(a) $x - y = \pi$ (b) $x - y = \pi(y + 1)$

(c) $x - y = \pi(1 - y)$ (d) $x + y = \pi(1 - y)$

45. बिन्दु (a, b) से होकर जाने वाली एवं रेखा $ax + by + c = 0$ पर लम्ब रेखा का समीकरण है [RPET 1988; MP PET 1995]

(a) $bx - ay + (a^2 - b^2) = 0$ (b) $bx - ay - (a^2 - b^2) = 0$

(c) $bx - ay = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं

46. रेखाओं $4x - 3y - 1 = 0$ व $5x - 2y - 3 = 0$ के प्रतिच्छेद बिन्दुओं से होकर जाने वाली एवं रेखा $2y - 3x + 2 = 0$ के समान्तर रेखा का समीकरण है [RPET 1985, 86, 88]

(a) $x - 3y = 1$ (b) $3x - 2y = 1$

(c) $2x - 3y = 1$ (d) $2x - y = 1$

47. बिन्दु (4, – 6) से गुजरने वाली एवं धनात्मक *x*–अक्ष के साथ 45^o का कोण बनाने वाली रेखा का समीकरण है [RPET 1984]

(a) $x - y - 10 = 0$ (b) $x - 2y - 16 = 0$

(c) $x - 3y - 22 = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं

48. बिन्दु (a, b) से गुजरने वाली एवं रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ के समान्तर रेखा का समीकरण है [RPET 1986, 95]

(a) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=3$ (b) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$

(c) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=0$ (d) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+2=0$

49. 4 बजने पर घंटे की सुई का समीकरण है

(a) $x-\sqrt{3}\,y=0$ (b) $\sqrt{3}\,x-y=0$

(c) $x+\sqrt{3}\,y=0$ (d) $\sqrt{3}\,x+y=0$

50. उस रेखा का समीकरण, जो x-अक्ष के साथ 120^o का कोण बनाती है एवं जिस पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब की लम्बाई 4 इकाई है, है [MNR 1986]

(a) $x\sqrt{3}+y+8=0$ (b) $x\sqrt{3}-y=8$

(c) $x\sqrt{3}-y=8$ (d) $x-\sqrt{3}\,y+8=0$

51. रेखाओं $x+2y-10=0$ व $2x+y+5=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दुओं से गुजरने वाली रेखा का समीकरण है [IIT 1983]

(a) $5x-4y=0$ (b) $5x+4y=0$

(c) $4x-5y=0$ (d) $4x+5y=0$

52. बिन्दु $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ से गुजरने वाली एवं रेखा $x\sec\theta+y\,\text{cosec}\,\theta=a$ पर लम्ब रेखा का समीकरण है [AMU 1975]

(a) $x\cos\theta-y\sin\theta=a\cos 2\theta$

(b) $x\cos\theta+y\sin\theta=a\cos 2\theta$

(c) $x\sin\theta+y\cos\theta=a\cos 2\theta$

(d) इनमें से कोई नहीं

53. बिन्दुओं (7, 4) व (– 1, – 2) को मिलाने वाले रेखाखण्ड के लम्ब समद्विभाजक का समीकरण है [AMU 1979]

(a) $4x-3y=15$ (b) $3x+4y=15$

(c) $4x+3y=15$ (d) इनमें से कोई नहीं

54. उन दो सरल रेखाओं के समीकरण, जो (3, 2) से होकर जाती हैं एवं रेखा $x-2y=3$ के साथ 45^o का कोण बनाती हैं, हैं [AMU 1978]

(a) $3x+y+7=0$ व $x+3y+9=0$

(b) $3x-y-7=0$ व $x+3y-9=0$

(c) $x+3y-7=0$ व $x+3y-9=0$

(d) इनमें से कोई नहीं

55. रेखाओं $4x-3y-1=0$ व $2x-5y+3=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दुओं से होकर जाने वाली रेखाओं के समीकरण, जो अक्षों से बराबर कोण पर झुकी हुई हैं, हैं [AMU 1981]

(a) $y\pm x=0$ (b) $y-1=\pm 1(x-1)$

(c) $x-1=\pm 2(y-1)$ (d) इनमें से कोई नहीं

56. उन दो रेखाओं के समीकरण, जो $(0, a)$ से गुजरती हैं एवं बिन्दु $(2a, 2a)$ से 'a' दूरी पर हैं, हैं [ISM Dhanbad 1972]

(a) $y-a=0$ व $4x-3y-3a=0$

(b) $y-a=0$ व $3x-4y+3a=0$

(c) $y-a=0$ व $4x-3y+3a=0$

(d) इनमें से कोई नहीं

57. एक सरल रेखा इस प्रकार है, कि इसका सरल रेखाओं $5x-y-4=0$ तथा $3x+4y-4=0$ के मध्य खण्ड बिन्दु (1, 5) पर समद्विभाजित होता है, तब सरल रेखा का समीकरण है [Roorkee 1988]

(a) $83x-35y+92=0$ (b) $35x-83y+92=0$

(c) $35x+35y+92=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

58. उस रेखा का समीकरण, जो $(-4, 3)$ से गुजरती है एवं इस बिन्दु द्वारा अक्षों के बीच कटा भाग 5 : 3 के अनुपात में अन्तः विभाजित होता है, है [AMU 1973; Dhanbad Engg. 1971]

(a) $9x+20y+96=0$ (b) $20x+9y+96=0$

(c) $9x-20y+96=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

59. बिन्दुओं $(-5, -6)$ व (3, 10) से होकर जाने वाली सरल रेखा का समीकरण है [MNR 1974]

(a) $x-2y=4$ (b) $2x-y+4=0$

(c) $2x+y=4$ (d) इनमें से कोई नहीं

60. रेखाओं $x-y+1=0$ व $2x-3y+5=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर जाने वाली रेखाओं के समीकरण, जिनकी बिन्दु (3, 2) से दूरी $\frac{7}{5}$ है, हैं [IIT 1963]

(a) $3x-4y-6=0$ व $4x+3y+1=0$

(b) $3x-4y+6=0$ व $4x-3y-1=0$

(c) $3x-4y+6=0$ व $4x-3y+1=0$

(d) इनमें से कोई नहीं

61. अक्षों पर $2a\sec\theta$ तथा $2a\,\text{cosec}\,\theta$ अन्तःखण्ड काटने वाली रेखा का समीकरण है

(a) $x\sin\theta+y\cos\theta-2a=0$

(b) $x\cos\theta+y\sin\theta-2a=0$

(c) $x\sec\theta+y\,\text{cosec}\,\theta-2a=0$

(d) $x\,\text{cosec}\,\theta+y\sec\theta-2a=0$

62. यदि $y=mx+c$ व $x\cos\alpha+y\sin\alpha=p$ एक ही रेखा को निरूपित करती हों, तो

(a) $p=c\sqrt{1+m^2}$ (b) $c=p\sqrt{1+m^2}$

(c) $cp=\sqrt{1+m^2}$ (d) $p^2+c^2+m^2=1$

63. रेखाओं $5x-6y-1=0$ तथा $3x+2y+5=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर गुजरने वाली तथा रेखा $3x-5y+11=0$ पर लम्ब सरल रेखा का समीकरण है [MP PET 1994]

(a) $5x+3y+8=0$ (b) $3x-5y+8=0$

(c) $5x+3y+11=0$ (d) $3x-5y+11=0$

64. (1, 2) व (2, 5) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण है [RPET 1995]

(a) $3x-y+1=0$ (b) $3x+y+1=0$

(c) $y-3x+1=0$ (d) $3x+y-1=0$

65. (1, 2) से होकर गुजरने वाली व $3x+4y+5=0$ पर लम्बवत् रेखा का समीकरण है [RPET 1995]

(a) $3y=4x-2$ (b) $3y=4x+3$

(c) $3y=4x+4$ (d) $3y=4x+2$

66. $2x+6y+7=0$ के समान्तर एवं अक्षों के बीच 10 इकाई लम्बाई का अन्तःखण्ड काटने वाली रेखाओं की संख्या होगी

(a) 1 (b) 2

(c) 4 (d) अनन्त

67. एक रेखा (2, 2) से गुजरती है एवं रेखा $3x+y=3$ पर लम्ब है, तो इसका y–अन्तःखण्ड होगा [IIT Screening 1992]

(a) $1/3$ (b) $2/3$

(c) 1 (d) $4/3$

68. एक सीधी रेखा x–अक्ष से 135^o का कोण बनाती है एवं y–अक्ष को मूल बिन्दु से – 5 की दूरी पर काटती है। रेखा का समीकरण है

(a) $2x+y+5=0$ (b) $x+2y+3=0$

(c) $x+y+5=0$ (d) $x+y+3=0$

69. बिन्दु P(1, 2) से होकर जाने वाली उस रेखा का समीकरण, जिसका अक्षों के मध्य कटा अन्तःखण्ड बिन्दु P पर समद्विभाजित होता है, है

(a) $x+2y=5$ (b) $x-y+1=0$

(c) $x+y-3=0$ (d) $2x+y-4=0$

70. बिन्दु (a, b) को रेखाओं $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ व $\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से जोड़ने वाली रेखा का समीकरण है

(a) $a^2y-b^2x=ab\,(a-b)$ (b) $a^2x+b^2y=ab\,(a+b)$

(c) $a^2y+b^2x=ab$ (d) $a^2x+b^2y=ab\,(a-b)$

71. रेखा $x+y\sqrt{3}+3\sqrt{3}=0$ के साथ 60^o का कोण बनाते हुये और मूल बिन्दु से होकर जाने वाली रेखाओं का समीकरण है

(a) $y=0, x-y\sqrt{3}=0$ (b) $x=0, x-y\sqrt{3}=0$

(c) $x=0, x+y\sqrt{3}=0$ (d) $y=0, x+y\sqrt{3}=0$

72. बिन्दु $P\,(a, b)$ सरल रेखा $3x+2y=13$ पर तथा बिन्दु $Q\,(b, a)$ सरल रेखा $4x-y=5$ पर स्थित है, तब रेखा PQ का समीकरण है [MP PET 1999]

(a) $x-y=5$ (b) $x+y=5$

(c) $x+y=-5$ (d) $x-y=-5$

73. उस रेखा का समीकरण, जो (1, 1) से गुजरती है और रेखा $2x+3y-7=0$ के समान्तर है, है [RPET 1996]

(a) $2x+3y-5=0$ (b) $3x+2y-5=0$

(c) $3x-2y-7=0$ (d) $2x+3y+5=0$

74. उस रेखा का समीकरण, जिसके द्वारा अक्षों के बीच काटा गया अंतःखण्ड बिन्दु (5, 2) द्वारा समद्विभाजित होता हो, होगा [RPET 1996]

(a) $5x+2y=20$ (b) $2x+5y=20$

(c) $5x-2y=20$ (d) $2x-5y=20$

75. रेखाओं $x-2y=1$ तथा $x+3y=2$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु से जाने वाली तथा रेखा $3x+4y=0$ के समान्तर, रेखा का समीकरण है [MP PET 2000]

(a) $3x+4y+5=0$ (b) $3x+4y-10=0$

(c) $3x+4y-5=0$ (d) $3x+4y+6=0$

76. रेखाओं $2x-3y+4=0$ तथा $3x+4y-5=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर जाने वाली तथा रेखा $6x-7y+3=0$ के लम्बवत् रेखा का समीकरण है [RPET 2000]

(a) $119x+102y+125=0$ (b) $119x+102y=125$

(c) $119x-102y=125$ (d) इनमें से कोई नहीं

77. यदि रेखा $3x+3y+7=0$ को $x\cos\alpha+y\sin\alpha=p$ के रूप में परिवर्तित करें, तो p का मान होगा [MP PET 2001]

(a) $\frac{7}{2\sqrt{3}}$ (b) $\frac{7}{3}$

(c) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ (d) $\frac{7}{3\sqrt{2}}$

78. मूलबिन्दु को रेखाओं $y-x+7=0$ तथा $y+2x-2=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से [MP PET 1998] मिलाने वाली सरल रेखा का समीकरण है [MP PET 2001]

(a) $3x+4y=0$ (b) $3x-4y=0$

(c) $4x-3y=0$ (d) $4x+3y=0$

79. रेखा $x = c$ के लम्बवत् [EAMCET 1994] रेखा का समीकरण है [RPET 2001]

(a) $y=d$ (b) $x=d$

(c) $x=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

80. एक रेखा AB, x–अक्ष तथा y–अक्ष से शून्य अन्तःखण्ड काटती है तथा यह एक अन्य रेखा $CD\equiv 3x+4y+6=0$ के लम्बवत् हैं, तब रेखा AB का समीकरण है [Karnataka CET 2001]

(a) $y=4$ (b) $4x-3y+8=0$

(c) $4x-3y=0$ (d) $4x-3y+6=0$

81. उस सरल रेखा का समीकरण, जो रेखाओं $3x-y+2=0$ तथा $5x-2y+7=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरती है तथा जिसकी प्रवणता अनन्त है, होगा [UPSEAT 2001]

(a) $x=2$ (b) $x+y=3$

(c) $x=3$ (d) $x=4$

82. रेखा $y=x$ के लम्बवत् तथा (3, 2) से होकर जाने वाली सरल रेखा का समीकरण है [MP PET 2002]

(a) $x-y=5$ (b) $x+y=5$

(c) $x+y=1$ (d) $x-y=1$

83. x-अक्ष की धनात्मक दिशा से 30° का कोण बनाने वाली तथा y-अक्ष की ऋणात्मक दिशा से 2 लम्बाई का अन्तःखण्ड काटने वाली सरल रेखा का समीकरण है [MP PET 2003]

(a) $y+x-\sqrt{3}=0$ (b) $y-x+2=0$

(c) $y-\sqrt{3}x-2=0$ (d) $\sqrt{3}y-x+2\sqrt{3}=0$

84. बिन्दु $\left(-1, \frac{\pi}{2}\right)$ से गुजरने वाली तथा रेखा $\sqrt{3}\sin\theta+2\cos\theta=\frac{4}{r}$ के लम्बवत् रेखा का समीकरण है [EAMCET 2003]

(a) $2=\sqrt{3}\,r\cos\theta-2r\sin\theta$

(b) $5=-2\sqrt{3}\,r\sin\theta+4r\cos\theta$

(c) $2=\sqrt{3}\,r\cos\theta+2r\cos\theta$

(d) $5=2\sqrt{3}\,r\sin\theta+4r\cos\theta$

85. उस सरल रेखा का समीकरण, जो बिन्दुओं (– 4, 6) तथा (8, 8) को मिलाने वाले रेखा खण्ड का लम्ब–समद्विभाजक है, है [Karnataka CET 2003]

(a) $6x+y-19=0$ (b) $y=7$

(c) $6x+2y-19=0$ (d) $x+2y-7=0$

86. उस सरल रेखा का समीकरण, जो बिन्दु (1, – 2) से गुजरती है तथा रेखा $3x-5y+7=0$ के लम्बवत् है, है [RPET 2003]

(a) $5x+3y+1=0$ (b) $3x+5y+1=0$

(c) $5x-3y-1=0$ (d) $3x-5y+1=0$

87. यदि रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ बिन्दुओं (2, – 3) तथा (4, – 5) से गुजरती हो, तो (a, b) =

(a) (1, 1) (b) (– 1, 1)
(c) (1, – 1) (d) (– 1, – 1)

88. यदि *A* (3, 2) से होकर जाने वाली एक रेखा की प्रवणता 3/4 हो, तो बिन्दु *A* से 5 इकाई दूरी पर स्थित रेखा के बिन्दु हैं [IIT 1965]

(a) (5, 5), (– 1, – 1) (b) (7, 5), (– 1, – 1)
(c) (5, 7), (– 1, – 1) (d) (7, 5), (1, 1)

89. रेखाओं $2x+5y=7$ तथा $2x-5y=9$ के लिये निम्न में से कौन सा कथन सत्य है

(a) रेखाएँ समान्तर हैं (b) रेखाएँ सम्पाती हैं
(c) रेखाएँ प्रतिच्छेदी हैं (d) रेखाएँ लम्बवत् हैं

90. किसी वर्ग के विपरीत शीर्ष $(3, 4)$ व $(1, -1)$ हैं, तो अन्य दो शीर्षों के निर्देशांक हैं [Roorkee 1985]

(a) $D\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{2}\right), B\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ (b) $D\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{2}\right), B\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$
(c) $D\left(\frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right), B\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ (d) इनमें से कोई नहीं

91. किसी समान्तर चतुर्भुज की दो आसन्न भुजायें $4x+5y=0$ व $7x+2y=0$ हैं। यदि एक विकर्ण का समीकरण $11x+7y=9$ हो, तो दूसरे विकर्ण का समीकरण है [IIT 1970]

(a) $x+2y=0$ (b) $2x+y=0$
(c) $x-y=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

92. वर्ग का एक विकर्ण $8x-15y=0$ के अनुदिश है एवं इसका एक शीर्ष (1, 2) है, तो इस शीर्ष से गुजरने वाली वर्ग की भुजाओं के समीकरण हैं [IIT 1962]

(a) $23x+7y=9, 7x+23y=53$
(b) $23x-7y+9=0, 7x+23y+53=0$
(c) $23x-7y-9=0, 7x+23y-53=0$
(d) इनमें से कोई नहीं

93. वर्ग के विपरीत शीर्ष (1, 2) व (3, 8) हैं, तो बिन्दु (1, 2) से गुजरने वाले विकर्ण का समीकरण है [Roorkee 1981]

(a) $3x-y-1=0$ (b) $3y-x-1=0$
(c) $3x+y+1=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

94. किसी समद्विबाहु त्रिभुज के आधार के दो शीर्ष $(2a, 0)$ व $(0, a)$ हैं। यदि त्रिभुज की एक भुजा $x=2a$ है, तो दूसरी भुजा का समीकरण है

(a) $x+2y-a=0$ (b) $x+2y=2a$
(c) $3x+4y-4a=0$ (d) $3x-4y+4a=0$

95. उन रेखाओं के समीकरण, जिन पर मूलबिन्दु से डाला गया लम्ब *x*–अक्ष से 30^o का कोण बनाता है एवं जो अक्षों के साथ $\frac{50}{\sqrt{3}}$ वर्ग इकाई क्षेत्रफल का त्रिभुज बनाता है, हैं

(a) $x+\sqrt{3}y\pm 10=0$
(b) $\sqrt{3}x+y\pm 10=0$
(c) $x\pm\sqrt{3}y-10=0$
(d) इनमें से कोई नहीं

96. त्रिभुज *ABC* का आधार *BC* बिन्दु (*p, q*) पर समद्विभाजित होता है तथा *AB* व *AC* के समीकरण क्रमशः $px+qy=1$ व $qx+py=1$ हैं, तो *A* से जाने वाली वाली माध्यिका का समीकरण है

(a) $(2pq-1)(px+qy-1)=(p^2+q^2-1)(qx+py-1)$
(b) $(p^2+q^2-1)(px+qy-1)=(2p-1)(qx+py-1)$
(c) $(pq-1)(px+qy-1)=(p^2+q^2-1)(qx+py-1)$
(d) इनमें से कोई नहीं

97. उन सरल रेखाओं के समीकरण, जो अक्षों के साथ समकोण त्रिभुज बनाते हैं, जिसका क्षेत्रफल 6 वर्ग इकाई एवं कर्ण 5 इकाई है, हैं

(a) $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=\pm 1$ (b) $\frac{x}{4}-\frac{y}{3}=\pm 3$
(c) $\frac{x}{6}+\frac{y}{1}=\pm 1$ (d) $\frac{x}{1}-\frac{y}{6}=\pm 1$

98. *xy*-समतल में किसी वर्ग के दो विपरीत शीर्ष *A*(–1, 1), *B*(5, 3) हैं, तो वर्ग के अन्य विकर्ण का समीकरण (*A, B* से न जाने वाला) होगा

(a) $x-3y+4=0$ (b) $2x-y+3=0$
(c) $y+3x-8=0$ (d) $x+2y-1=0$

99. समद्विबाहु त्रिभुज *ABC* में, आधार *BC* के बिन्दुओं *B* तथा *C* के निर्देशांक क्रमशः (1, 2) तथा (2, 1) हैं। यदि रेखा *AB* का समीकरण $y=2x$ है, तब रेखा *AC* का समीकरण है [Roorkee 2000]

(a) $y=\frac{1}{2}(x-1)$ (b) $y=\frac{x}{2}$
(c) $y=x-1$ (d) $2y=x+3$

100. रेखाओं $x=0$, $y=0$, $x=1$ व $y=1$ द्वारा बने वर्ग के विकर्णों के समीकरण हैं [MP PET 1984]

(a) $y=x, y+x=1$ (b) $y=x, x+y=2$
(c) $2y=x, y+x=\frac{1}{3}$ (d) $y=2x, y+2x=1$

101. रेखाओं $x=0, y=0, x+y=1$ व $6x+y=3$ द्वारा निर्मित चतुर्भुज का मूल बिन्दु से जाने वाला विकर्ण है [IIT 1973]

(a) $3x-2y=0$ (b) $2x-3y=0$
(c) $3x+2y=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

102. त्रिभुज *OBC* के शीर्ष क्रमशः $(0, 0), (-3, -1)$ व $(-1, -3)$ हैं, तब *BC* के समान्तर रेखा का समीकरण जो मूल बिन्दु से $\frac{1}{2}$ इकाई की दूरी पर है एवं *OB* व *OC* अन्तःखण्ड काटता है, है [IIT 1976]

(a) $2x+2y+\sqrt{2}=0$ (b) $2x+2y-\sqrt{2}=0$
(c) $2x-2y+\sqrt{2}=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

103. किसी वर्ग का एक शीर्ष (3, 4) एवं विकर्ण $x+2y=1$ है, तो दूसरा विकर्ण जो दिये गये शीर्ष से गुजरता है, होगा

(a) $2x-y+2=0$ (b) $x+2y=11$
(c) $2x-y=2$ (d) इनमें से कोई नहीं

104. समबाहु त्रिभुज का एक शीर्ष (2, 3) है एवं सामने वाली भुजा का समीकरण $x+y=2$ है, तो शेष दो में से एक भुजा का समीकरण है [IIT 1975]

(a) $y-3=2(x-2)$ (b) $y-3=(2-\sqrt{3})(x-2)$
(c) $y-3=(\sqrt{3}-1)(x-2)$ (d) इनमें से कोई नहीं

105. एक सरल रेखा इस प्रकार गति करती है कि इसके द्वारा दो लम्बवत् रेखाओं पर काटे अन्तःखण्डों के व्युत्क्रमों का योग स्थिर रहता है, तो रेखा गुजरती है [IIT 1977]

(a) एक स्थिर बिन्दु से (b) एक चर बिन्दु से

(c) मूल बिन्दु से (d) इनमें से कोई नहीं

106. यदि *a, b, c* हरात्मक श्रेणी में हों, तो सरल रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{1}{c}=0$ सदैव जिस निश्चित बिन्दु से गुजरती है, वह बिन्दु है [MP PET 1999; AIEEE 2005]

(a) $(-1,-2)$ (b) $(-1,2)$

(c) $(1,-2)$ (d) $(1,-1/2)$

107. एक सरल रेखा $ax+by+c=0$ सदैव बिन्दु (1, – 2) से गुजरती है, तब *a, b, c* होंगे [AMU 2000]

(a) समान्तर श्रेणी में (b) हरात्मक श्रेणी में

(c) गुणोत्तर श्रेणी में (d) इनमें से कोई नहीं

108. यदि $u=a_1x+b_1y+c_1=0$, $v=a_2x+b_2y+c_2=0$ व $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$, तो वक्र $u+kv=0$ है [MNR 1987]

(a) वही सरल रेखा *u* (b) भिन्न सरल रेखा

(c) यह सरल रेखा नहीं है (d) इनमें से कोई नहीं

109. *a* और *b* के किन मानों के लिए रेखा $ax+by+8=0$ द्वारा अक्षों पर कटे अन्तःखण्ड, रेखा $2x-3y+6=0$ द्वारा कटे अन्तःखण्डों की लम्बाई में बराबर एवं चिन्हों में विपरीत होंगे [MP PET 1983]

(a) $a=\frac{8}{3}, b=-4$ (b) $a=-\frac{8}{3}, b=-4$

(c) $a=\frac{8}{3}, b=4$ (d) $a=-\frac{8}{3}, b=4$

110. यदि *a* व *b* दो स्वेच्छ नियतांक हैं, तो सरल रेखा $(a-2b)x+(a+3b)y+3a+4b=0$ किस बिन्दु से गुजरेगी [RPET 1990]

(a) $(-1,-2)$ (b) (1, 2)

(c) $(-2,-3)$ (d) (2, 3)

111. यदि $a+b+c=0$ व $p\neq 0$, तो रेखायें $ax+(b+c)y=p$, $bx+(c+a)y=p$ व $cx+(a+b)y=p$

(a) प्रतिच्छेदी नहीं हैं (b) प्रतिच्छेदी हैं

(c) संगामी हैं (d) इनमें से कोई नहीं

112. वक्र $x^3+y^3=3axy$ सममित है

(a) *x*–अक्ष के अनुदिश (b) *y*–अक्ष के अनुदिश

(c) रेखा $y=x$ के अनुदिश (d) विपरीत चतुर्थांशों के अनुदिश

113. रेखाओं $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ व $\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1$ का प्रतिच्छेद बिन्दु निम्न रेखा पर स्थित है

(a) $x-y=0$ (b) $(x+y)(a+b)=2ab$

(c) $(lx+my)(a+b)=(l+m)ab$ (d) उपरोक्त सभी

114. समीकरण $(b-c)x+(c-a)y+(a-b)=0$ व $(b^3-c^3)x+(c^3-a^3)y+a^3-b^3=0$ एक ही रेखा निरूपित करते हैं, यदि

(a) $b=c$ (b) $c=a$

(c) $a=b$ (d) $a+b+c=0$

(e) उपरोक्त सभी

115. एक सरल रेखा *x*–अक्ष के साथ 135^o का कोण बनाती है और मूलबिन्दु से – 5 दूरी पर *y*-अक्ष को काटती है। रेखा का समीकरण है [Pb. CET 2001]

(a) $2x+y+5=0$ (b) $x+2y+3=0$

(c) $x+y+5=0$ (d) $x+y+3=0$

116. उस सरल रेखा का समीकरण, जो अक्षों पर समान अन्तःखण्ड बनाती है और बिन्दु (2, 4) से होकर गुजरती है, है [Karnataka CET 2004]

(a) $4x-y-4=0$ (b) $2x+y-8=0$

(c) $x+y-6=0$ (d) $x+2y-10=0$

117. उस सरल रेखा का समीकरण, जो बिन्दु (4, 3) से होकर गुजरती है और निर्देशांक अक्षों पर ऐसे अन्तःखण्ड काटती है जिसका योग –1 है, है [AIEEE 2004]

(a) $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1$ और $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}=1$

(b) $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=-1$ और $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}=-1$

(c) $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1$ और $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}=1$

(d) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=-1$ और $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}=-1$

118. उस सरल रेखा का समीकरण, जो *x*–अक्ष के समान्तर है तथा वक्र $y=\sqrt{x}$ को 45^o कोण पर काटती है, होगा [Pb. CET 2002]

(a) $x=\frac{1}{4}$ (b) $y=\frac{1}{4}$

(c) $y=\frac{1}{2}$ (d) $y=1$

119. उस सरल रेखा का समीकरण, जो रेखा $ax+by+c=0$ के लम्बवत् और बिन्दु (a,b) से होकर गुजरती है, है [Pb. CET 2002]

(a) $bx-ay=0$ (b) $bx+ay-2ab=0$

(c) $bx+ay=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

120. बिन्दु (1, 3) और (5, 1) एक आयत के विपरीत शीर्ष हैं। शेष दो शीर्ष, रेखा $y=2x+c$ पर स्थित हैं, तब *c* का मान होगा [Pb. CET 2003; IIT 1981]

(a) 4 (b) – 4

(c) 2 (d) – 2

121. त्रिभुज *PQR*, वृत्त $x^2+y^2=25$ से घिरा हुआ है। यदि *Q* और *R* के निर्देशांक क्रमशः (3,4) और (– 4, 3) हैं, तब $\angle QPR$ का मान है [IIT Screening 2000]

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

122. रेखा $x+y=2$ पर बिन्दु $(t^2+2t+5, 2t^2+t-2)$ स्थित है

(a) *t* के सभी वास्तविक मानों के लिये

(b) *t* के कुछ वास्तविक मानों के लिये

(c) $t=\frac{-3\pm\sqrt{3}}{6}$ के लिये

(d) इनमें से कोई नहीं

123. बिन्दुओं (–1, 3) व (4, –2) से जाने वाली रेखा बिन्दु (*p, q*) से भी जायेगी, यदि

(a) $p-q=1$ (b) $p+q=1$

(c) $p-q=2$ (d) $p+q=2$

124. x-अक्ष के समान्तर रेखा व रेखाओं $ax+2by+3b=0$ व $bx-2ay-3a=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दुओं से जाने वाली रेखा का समीकरण होगा, जहाँ $(a,b)\neq(0,0)$ [AIEEE 2005]

(a) x-अक्ष के ऊपर इससे 3/2 दूरी पर
(b) x-अक्ष के ऊपर इससे 2/3 दूरी पर
(c) x-अक्ष के नीचे इससे 3/2 दूरी पर
(d) x-अक्ष के ऊपर इससे 2/3 दूरी पर

125. एक सरल रेखा, दो बिन्दुओं $(a, 0)$ और $(0, b)$ को मिलाती है, रेखा पर अन्य कोई बिन्दु है [Orissa JEE 2005]

(a) $(3a,-2b)$ (b) (a^2,ab)
(c) $(-3a,2b)$ (d) (a,b)

126. उस सरल रेखा का समीकरण, जो बिन्दुओं $(3, -4)$ तथा $(5, 2)$ को मिलाने वाली रेखा को समद्विभाजित करती है तथा जिसके x व y अक्षों द्वारा काटे गये अन्तःखण्ड 2 : 1 अनुपात में हैं, है [Karnataka CET 2005]

(a) $x+y-3=0$ (b) $2x-y=9$
(c) $x+2y=2$ (d) $2x+y=7$

127. यदि $(1, 0)$ और $(2,\sqrt{3})$ क्रमशः बिन्दुओं A और B के निर्देशांक हैं, तब x-अक्ष के साथ रेखा AB द्वारा बनाया गया कोण है

(a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) 75°

128. रेखा $lx+my+n=0$, x-अक्ष के समान्तर होगी, यदि

(a) $l=m=0$ (b) $m=n=0$
(c) $l=n=0$ (d) $l=0$

129. एक रेखा मूलबिन्दु से गुजरती है तथा दो दी गयी रेखाओं $2x+y+6=0$ व $4x+2y-9=0$ के लम्बवत् है। वह अनुपात, जिसके द्वारा मूलबिन्दु इस रेखा को विभाजित करता है, है [DCE 2005]

(a) 1 : 2 (b) 2 : 1
(c) 4 : 3 (d) 3 : 4

दो रेखाओं के मध्य कोण, दो रेखाओं के मध्य कोणार्द्धक

1. रेखाओं $y=3$ व $y=\sqrt{3}x+9$ के बीच न्यूनकोण है [RPET 1984, 87, 88]

(a) 30^o (b) 60^o
(c) 45^o (d) 90^o

2. रेखाओं $y=(2-\sqrt{3})x+5$ तथा $y=(2+\sqrt{3})x-7$ के बीच का कोण है [MP PET 1997]

(a) 30^o (b) 60^o
(c) 45^o (d) 90^o

3. उन रेखाओं, जिनके निर्देशांक अक्षों पर अन्तःखण्ड क्रमशः $a, -b$ तथा $b, -a$ हैं, के मध्य कोण होगा

(a) $\tan^{-1}\frac{a^2-b^2}{ab}$ (b) $\tan^{-1}\frac{b^2-a^2}{2}$
(c) $\tan^{-1}\frac{b^2-a^2}{2ab}$ (d) इनमें से कोई नहीं

4. यदि त्रिभुज ABC के शीर्षों A, B, C के निर्देशांक क्रमशः $(-4, 2)$, $(12, -2)$ तथा $(8, 6)$ हों, तो $\angle B =$

(a) $\tan^{-1}\left(-\frac{6}{7}\right)$ (b) $\tan^{-1}\left(\frac{6}{7}\right)$
(c) $\tan^{-1}\left(-\frac{7}{6}\right)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{7}{6}\right)$

5. रेखाओं $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ तथा $\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=1$ के मध्य कोण है [MP PET 1995]

(a) $2\tan^{-1}\frac{b}{a}$ (b) $\tan^{-1}\frac{2ab}{a^2+b^2}$
(c) $\tan^{-1}\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

6. यदि रेखाएँ $y=3x+1$ तथा $2y=x+3$, रेखा $y=mx+4$ से समान कोण पर झुकी हों, तो $m=$ [ISM Dhanbad 1976]

(a) $\frac{1+3\sqrt{2}}{7}$ (b) $\frac{1-3\sqrt{2}}{7}$
(c) $\frac{1\pm3\sqrt{2}}{7}$ (d) $\frac{1\pm5\sqrt{2}}{7}$

7. रेखाओं $x\cos\alpha_1+y\sin\alpha_1=p_1$ व $x\cos\alpha_2+y\sin\alpha_2=p_2$ के बीच कोण है

(a) $(\alpha_1+\alpha_2)$ (b) $(\alpha_1\sim\alpha_2)$
(c) $2\alpha_1$ (d) $2\alpha_2$

8. रेखाओं $x\cos30^o+y\sin30^\circ=3$ तथा $x\cos60^o+y\sin60^o=5$ के मध्य का कोण है

(a) 90^o (b) 30^o
(c) 60^o (d) इनमें से कोई नहीं

9. रेखाओं $y-2x=9$ व $x+2y=-7$ के बीच कोण है [RPET 1981, 85, 86; MP PET 1984]

(a) 60^o (b) 30^o
(c) 90^o (d) 45^o

10. यदि $\frac{1}{ab'}+\frac{1}{ba'}=0$, तो रेखायें $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ व $\frac{x}{b'}+\frac{y}{a'}=1$ हैं [MP PET 1984]

(a) समान्तर
(b) परस्पर 60^o के कोण पर झुकी हुई
(c) परस्पर लम्बवत्
(d) परस्पर 30^o के कोण पर झुकी हुई

11. रेखायें $2x+3y-7=0$ व $2x+3y-5=0$ निम्न में से किस प्रकार की हैं [MP PET 1982]

(a) परस्पर समान्तर
(b) परस्पर लम्बवत्
(c) परस्पर 45^o के कोण पर झुकी हुई
(d) सम्पाती रेखायुग्म

12. रेखाओं $y=-2$ व $y=x+2$ के मध्य का अधिककोण है [RPET 1984]

(a) 120^o (b) 135^o
(c) 150^o (d) 160^o

13. बिन्दुओं $(1, 0)$ व $(-2,\sqrt{3})$ से जाने वाली रेखा x अक्ष के साथ निम्न कोण बनाती है [RPET 1985]

(a) 60^o (b) 120^o

(c) 150^o (d) 135^o

14. रेखाओं $x=2$ व $x-3y=6$ के बीच कोण है [MNR 1988]

(a) ∞ (b) $\tan^{-1}(3)$

(c) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ (d) इनमें से कोई नहीं

15. यदि रेखायें $y=(2+\sqrt{3})x+4$ व $y=kx+6$ परस्पर 60^o पर झुकी हों, तो k का मान होगा

(a) 1 (b) 2
(c) – 1 (d) – 2

16. एक सरल रेखा $(\sqrt{3}-1)x=(\sqrt{3}+1)y$ एक दूसरी रेखा जो मूल बिन्दु से जाती है, के साथ 75^o का कोण बनाती है, तो उस रेखा का समीकरण है

(a) $x=0$ (b) $y=0$

(c) $x+y=0$ (d) $x-y=0$

17. रेखाओं $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ के मध्य कोण है [MP PET 1994]

(a) $\tan^{-1}\frac{a_1b_2+a_2b_1}{a_1a_2-b_1b_2}$ (b) $\cot^{-1}\frac{a_1a_2+b_1b_2}{a_1b_2-a_2b_1}$

(c) $\cot^{-1}\frac{a_1b_1-a_2b_2}{a_1a_2+b_1b_2}$ (d) $\tan^{-1}\frac{a_1b_1-a_2b_2}{a_1a_2+b_1b_2}$

18. उस सरल रेखा की प्रवणता (ढाल) क्या होगी, जो बिन्दु (– 3, 6) से तथा बिन्दुओं (4, – 5) व (– 2, 9) को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु से गुजरती है [Kerala (Engg.) 2002]

(a) $\pi/4$ (b) $\pi/6$
(c) $\pi/3$ (d) $3\pi/4$

19. सरल रेखाओं $2x-y+3=0$ तथा $x+2y+3=0$ के मध्य कोण है [Kerala (Engg.) 2002]

(a) 90^o (b) 60^o

(c) 45^o (d) 30^o

20. सरल रेखाओं $x-y\sqrt{3}=5$ तथा $\sqrt{3}x+y=7$ के मध्य कोण है [MP PET 2003]

(a) 90^o (b) 60^o

(c) 75^o (d) 30^o

21. सरल रेखाओं $2x-y-15=0$ तथा $3x+y+4=0$ के मध्य कोण है [RPET 2003]

(a) 90^o (b) 45^o

(c) 180^o (d) 60^o

22. रेखाओं $xy=0$ के मध्य कोण है [Pb. CET 2003]

(a) 45^o (b) 60^o

(c) 90^o (d) 180^o

23. बिन्दुओं (3, – 4) व (–2, 6) से गुजरने वाली तथा (–3,6) व (9, –18) से गुजरने वाली रेखायें हैं [AMU 1974]

(a) लम्बवत्
(b) समान्तर
(c) परस्पर 60^o का कोण बनाती हैं
(d) इनमें से कोई नहीं

24. यदि रेखायें $2x+3ay-1=0$ व $3x+4y+1=0$ परस्पर लम्बवत् हों, तो a का मान होगा [MNR 1975]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 2

(c) $-\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

25. यदि एक सरल रेखा जो मूल बिन्दु से जाती है तथा बिन्दुओं $(a\cos\alpha, a\sin\alpha)$ व $(a\cos\beta, a\sin\beta)$ से जाने वाली रेखा को समद्विभाजित करती है, तो दोनों रेखायें है

(a) लम्बवत् (b) समान्तर

(c) दोनों के बीच कोण $\frac{\pi}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

26. रेखाएँ $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ एक दूसरे पर लम्ब होंगी, यदि [MP PET 1996]

(a) $a_1b_2-b_1a_2=0$ (b) $a_1a_2+b_1b_2=0$

(c) $a_1^2b_2+b_1^2a_2=0$ (d) $a_1b_1+a_2b_2=0$

27. रेखायें $y=2x$ व $x=-2y$ हैं [MP PET 1993]

(a) समान्तर (b) लम्बवत्
(c) अक्षों से बराबर झुकी हैं (d) सम्पाती

28. यदि रेखा (4, 3) व (2, k) से गुजरती है एवं रेखा $y=2x+3$ पर लम्ब है, तो $k=$ [RPET 1985; MP PET 1999]

(a) –1 (b) 1
(c) – 4 (d) 4

29. दोनों अक्षों से समान झुकाव वाली सरल रेखाओं की संख्या है [RPET 2002]

(a) 4 (b) 2
(c) 3 (d) 1

30. रेखाओं $3x-4y+7=0$ तथा $12x+5y-2=0$ के बीच के न्यून कोण के समद्विभाजक का समीकरण है [IIT 1975, 1983; RPET 2003; UPSEAT 2004]

(a) $21x+77y-101=0$ (b) $11x-3y+9=0$

(c) $31x+77y+101=0$ (d) $11x-3y-9=0$

31. रेखाओं $x-2y+4=0$ तथा $4x-3y+2=0$ के बीच के अधिक कोण को समद्विभाजित करने वाली रेखा का समीकरण है [IIT 1979]

(a) $(4-\sqrt{5})x-(3-2\sqrt{5})y+(2-4\sqrt{5})=0$

(b) $(4+\sqrt{5})x-(3+2\sqrt{5})y+(2+4\sqrt{5})=0$

(c) $(4+\sqrt{5})x+(3+2\sqrt{5})y+(2+4\sqrt{5})=0$

(d) इनमें से कोई नहीं

32. x-अक्ष व y-अक्ष के कोणों के अर्द्धकों के समीकरण हैं [MP PET 1984]

(a) $y=\pm x$ (b) $y=\pm 2x$

(c) $y=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}x$ (d) $y=\pm 3x$

33. रेखाओं $x+2y-11=0$, $3x-6y-5=0$ के बीच उस कोण के समद्विभाजक का समीकरण, जिसमें बिन्दु (1, –3) निहित है, है

(a) $3x=19$ (b) $3y=7$

(c) $3x=19$ या $3y=7$ (d) इनमें से कोई नहीं

34. रेखाओं $3x+4y-7=0$ व $12x+5y+17=0$ के बीच कोणार्द्धकों के समीकरण हैं [RPET 1995]

(a) $\frac{3x+4y-7}{\sqrt{25}}=\pm\frac{12x+5y+17}{\sqrt{169}}$

(b) $\frac{3x+4y+7}{\sqrt{25}}=\frac{12x+5y+17}{\sqrt{169}}$

(c) $\frac{3x+4y+7}{\sqrt{25}}=\pm\frac{12x+5y+17}{\sqrt{169}}$

(d) इनमें से कोई नहीं

35. रेखाओं $4x-3y+7=0$ तथा $3x-4y+14=0$ के मध्य निर्मित न्यूनकोण के अर्धक का समीकरण है [Pb. CET 2004]

(a) $x+y+3=0$ (b) $x-y-3=0$

(c) $x-y+3=0$ (d) $3x+y-7=0$

36. यदि समान्तर चतुर्भुज के निर्देशांक क्रमशः (0, 0), (1, 0), (2, 2) तथा (1, 2) हैं, तो विकर्णों के बीच कोण है [RPET 1996]

(a) $\pi/3$ (b) $\pi/2$

(c) $3\pi/2$ (d) $\pi/4$

37. माना $P(-1,0)$, $Q(0,0)$ और $R(3,3\sqrt{3})$ तीन बिन्दु हैं, तब कोण PQR के कोणार्द्धक का समीकरण है [IIT Screening 2002]

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2}x+y=0$ (b) $x+\sqrt{3}y=0$

(c) $\sqrt{3}x+y=0$ (d) $x+\frac{\sqrt{3}}{2}y=0$

दो रेखाओं के मध्य दूरी, किसी बिन्दु से रेखा की लम्बवत् दूरी, रेखा के सापेक्ष बिन्दु की स्थिति

1. x-अक्ष पर वे बिन्दु, जिनकी रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ से लम्बवत् दूरी a है, हैं [RPET 2001; MP PET 2003]

(a) $\left[\frac{a}{b}(b\pm\sqrt{a^2+b^2}),0\right]$ (b) $\left[\frac{b}{a}(b\pm\sqrt{a^2+b^2}),0\right]$

(c) $\left[\frac{a}{b}(a\pm\sqrt{a^2+b^2}),0\right]$ (d) इनमें से कोई नहीं

2. बिन्दु (b,a) से रेखा $\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=1$ पर डाले गये लम्ब की लम्बाई है

(a) $\left|\frac{a^2-ab+b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$ (b) $\left|\frac{b^2-ab-a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

(c) $\left|\frac{a^2+ab-b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$ (d) इनमें से कोई नहीं

3. रेखाओं $3x+4y=9$ तथा $6x+8y=15$ के मध्य दूरी है [MNR 1982; RPET 1995; MP PET 2002]

(a) 3/2 (b) 3/10

(c) 6 (d) इनमें से कोई नहीं

4. रेखाओं $2x-3y+5=0$ तथा $3x+4y=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु की रेखा $5x-2y=0$ से दूरी है

(a) $\frac{130}{17\sqrt{29}}$ (b) $\frac{13}{7\sqrt{29}}$

(c) $\frac{130}{17}$ (d) इनमें से कोई नहीं

5. रेखा $x+y=4$ पर स्थित वे बिन्दु, जिनकी रेखा $4x+3y=10$ से दूरी इकाई है, हैं [IIT 1976]

(a) $(3,1),(-7,11)$ (b) $(3,1),(7,11)$

(c) $(-3,1),(-7,11)$ (d) $(1,3),(-7,11)$

6. यदि मूल बिन्दु से उस रेखा पर, जिसके अक्षों पर अन्तःखण्ड a तथा b हैं, डाले गये लम्ब की लम्बाई p हो, तो [Karnataka CET 2003]

(a) $a^2+b^2=p^2$ (b) $a^2+b^2=\frac{1}{p^2}$

(c) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{2}{p^2}$ (d) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{p^2}$

7. बिन्दुओं (x',y') व (x'',y'') को मिलाने वाली रेखा पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब की लम्बाई है

(a) $\frac{x'y''+x''y'}{\sqrt{(x''-x')^2+(y''-y')^2}}$

(b) $\frac{x'y''-x''y'}{\sqrt{(x''-x')^2+(y''-y')^2}}$

(c) $\frac{x'x''+y'y''}{\sqrt{(x''+x')^2+(y''+y')^2}}$

(d) $\frac{x'x''+y'y''}{\sqrt{(x''-x')^2+(y''-y')^2}}$

8. यदि p तथा p' मूल बिन्दु की रेखाओं $x\sec\alpha+y\operatorname{cosec}\alpha=k$ तथा $x\cos\alpha-y\sin\alpha=k\cos 2\alpha$ से दूरियाँ हों, तो $4p^2+p'^2=$

(a) k (b) $2k$

(c) k^2 (d) $2k^2$

9. मूलबिन्दु से सरल रेखा $12x+5y=7$ की लम्बवत् दूरी है [MP PET 1993]

(a) $\frac{7}{13}$ (b) $\frac{12}{13}$

(c) $\frac{5}{13}$ (d) $\frac{1}{13}$

10. बिन्दु (3, 1) से रेखा $4x+3y+20=0$ पर डाले गये लम्ब की लम्बाई है [RPET 1989; MP PET 1984]

(a) 6 (b) 7

(c) 5 (d) 8

11. समान्तर रेखाओं $3x+4y-8=0$ व $3x+4y-3=0$ के बीच की दूरी है [MP PET 1984]

(a) 4 (b) 5

(c) 3 (d) 1

12. रेखाओं $4x+3y=11$ व $8x+6y=15$ के बीच की दूरी है [AMU 1979; MNR 1987; UPSEAT 2000]

(a) $\frac{7}{2}$ (b) 4

(c) $\frac{7}{10}$ (d) इनमें से कोई नहीं

13. किसी समबाहु त्रिभुज का शीर्ष (2, –1) तथा आधार का समीकरण $x+2y=1$ है। इस समबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई है [UPSEAT 2003]

(a) $4/\sqrt{15}$ (b) $2/\sqrt{15}$

(c) $4/3\sqrt{3}$ (d) $1/\sqrt{5}$

14. बिन्दुओं $(\pm\sqrt{a^2-b^2},0)$ से रेखा $\frac{x}{a}\cos\theta+\frac{y}{b}\sin\theta=1$ पर डाले गये लम्बों की लम्बाइयों का गुणनफल है

(a) a^2 (b) b^2

(c) a^2+b^2 (d) a^2-b^2

15. रेखाओं $3x+4y+5=0$ व $3x+4y-5=0$ के बीच की दूरी को एक अन्य रेखा $3x+4y+2=0$ निम्न अनुपात में विभाजित करती है

(a) 7 : 3 (b) 3 : 7
(c) 2 : 3 (d) इनमें से कोई नहीं

16. यदि रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ पर मूलबिन्दु से डाले गये लम्ब की लम्बाई $2p$ है, तो $a^2, 8p^2, b^2$ होंगे

(a) स.श्रे. में (b) गु.श्रे. में
(c) ह.श्रे. में (d) इनमें से कोई नहीं

17. मूल बिन्दु से सरल रेखा $\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=1$ पर खींचे गए लम्ब की लंबाई है **[MP PET 1997]**

(a) $2\frac{2}{5}$ (b) $3\frac{1}{5}$
(c) $4\frac{2}{5}$ (d) $3\frac{2}{5}$

18. रेखाओं $3x-2y=1$ और $6x+9=4y$ के बीच की दूरी है **[MP PET 1998]**

(a) $\frac{1}{\sqrt{52}}$ (b) $\frac{11}{\sqrt{52}}$
(c) $\frac{4}{\sqrt{13}}$ (d) $\frac{6}{\sqrt{13}}$

19. दो बिन्दुओं A व B के निर्देशांक क्रमशः (1, 1) तथा (3, –2) हैं, तब उस बिन्दु के निर्देशांक क्या होंगे, जो कि B से $\sqrt{85}$ दूरी पर है, तथा उस रेखा पर स्थित है जो B से जाती है व AB के लम्बवत् है **[AMU 2000]**

(a) (4, 7) (b) (7, 4)
(c) (5, 7) (d) (–5, –3)

20. बिन्दु (– 2, 3) की रेखा $x-y=5$ से दूरी है **[MP PET 2001]**

(a) $5\sqrt{2}$ (b) $2\sqrt{5}$
(c) $3\sqrt{5}$ (d) $5\sqrt{3}$

21. बिन्दु (1, 1) से रेखा $2x-3y=4$ की दूरी, जिसे रेखा $x+y=1$ के समान्तर मापा गया हो, है **[Orissa JEE 2002]**

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\frac{5}{\sqrt{2}}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) 6

22. सरल रेखाओं $5x+3y-7=0$ तथा $15x+9y+14=0$ के मध्य दूरी है **[Kerala (Engg.) 2002]**

(a) $\frac{35}{\sqrt{34}}$ (b) $\frac{1}{3\sqrt{34}}$
(c) $\frac{35}{3\sqrt{34}}$ (d) $\frac{35}{2\sqrt{34}}$

23. समान्तर रेखाओं $3x+4y+7=0$ तथा $3x+4y-5=0$ के मध्य दूरी है **[RPET 2003]**

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{12}{5}$
(c) $\frac{5}{12}$ (d) $\frac{3}{5}$

24. रेखाओं $2x+3y-4=0$ तथा $6x+9y+8=0$ के सापेक्ष बिन्दु (8, –9) की स्थिति है

(a) बिन्दु, रेखाओं के एक ही ओर स्थित है
(b) बिन्दु, रेखाओं के विपरीत ओर स्थित है
(c) बिन्दु, एक रेखा पर स्थित है
(d) इनमें से कोई नहीं

25. बिन्दु $(a\cos\alpha, a\sin\alpha)$ से रेखा $y=x\tan\alpha+c,\ c>0$ पर डाले गये लम्ब की लम्बाई है **[MP PET 2004]**

(a) $c\cos\alpha$ (b) $c\sin^2\alpha$
(c) $c\sec^2\alpha$ (d) $c\cos^2\alpha$

26. रेखा $x-y=5$ से बिन्दु (–2, 3) की दूरी है **[Pb. CET 2001]**

(a) $5\sqrt{2}$ (b) $2\sqrt{5}$
(c) $3\sqrt{5}$ (d) $5\sqrt{3}$

27. दो समान्तर रेखाओं $y=2x+7$ और $y=2x+5$ के बीच की दूरी है **[Orissa JEE 2004]**

(a) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (b) $\frac{2}{5}$
(c) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

28. रेखा $y-x+2=0$, बिन्दुओं (3, –1) तथा (8, 9) को मिलाने वाली रेखा को किस अनुपात में विभाजित करती है **[Karnataka CET 2002]**

(a) 1 : 2 (b) 2 : 1
(c) 2 : 3 (d) 3 : 4

29. मूल बिन्दु से सरल रेखा $12x+5y=7$ की लम्बवत् दूरी है **[Pb. CET 2002]**

(a) $\frac{7}{13}$ (b) $\frac{12}{13}$
(c) $\frac{5}{13}$ (d) $\frac{1}{13}$

30. रेखाओं $4x+3y+10=0$, $5x-12y+26=0$ व $7x+24y-50=0$ से समदूरस्थ बिन्दु है **[EAMCET 1994]**

(a) $(1,-1)$ (b) $(1,1)$
(c) $(0,0)$ (d) $(0,1)$

31. एक समबाहु त्रिभुज का आधार $x+y=2$ तथा शीर्ष (2, –1) है। त्रिभुज की भुजा की लम्बाई है **[IIT 1973, 83, MP PET 1995; RPET 1999, 2000]**

(a) $\sqrt{3/2}$ (b) $\sqrt{2}$
(c) $\sqrt{2/3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

32. यदि $(\sin\theta, \cos\theta)$ व $(3,2)$ रेखा $x+y=1$ के एक ही ओर स्थित हैं, तब θ का अन्तराल है **[DCE 2005]**

(a) $(0, \pi/2)$ (b) $(0, \pi)$
(c) $(\pi/4, \pi/2)$ (d) $(0, \pi/4)$

33. कौन से बिन्दु युग्म, रेखा $3x-8y-7=0$ के एक ओर स्थित हैं **[Roorkee 1990]**

(a) (0, –1) व (0, 0) (b) (4, –3) व (0, 1)
(c) (–3, –4) व (1, 2) (d) (–1, –1) व (3, 7)

34. माना रेखाओं $-x+y=2$ तथा $x-y=2$ के बीच की दूरी α व रेखाओं $4x-3y=5$ व $6y-8x=1$ के बीच की दूरी β है, तब [J & K 2005]

(a) $20\sqrt{2}\beta=11\alpha$ (b) $20\sqrt{2}\alpha=11\beta$

(c) $11\sqrt{2}\beta=20\alpha$ (d) इनमें से कोई नहीं

35. निम्न में से सही कथन का चयन कीजिये जो बिन्दु (–6, 2) की स्थिति सरल रेखाओं $2x+3y-4=0$ व $6x+9y+8=0$ के सापेक्ष बताता है [MP PET 1983]

(a) दोनों रेखाओं के नीचे (b) दोनों रेखाओं के ऊपर

(c) दोनों रेखाओं के बीच में (d) इनमें से कोई नहीं

36. रेखा $3x-4y=8$ के सापेक्ष बिन्दुओं (3, 4) व (2, –6) की स्थिति है [Roorkee 1972; MP PET 1984]

(a) रेखा के एक ही ओर हैं

(b) रेखा के विपरीत ओर हैं

(c) एक बिन्दु रेखा पर है व दूसरा रेखा के बाहर है

(d) दोनों बिन्दु रेखा पर हैं

संगामी रेखायें

1. यदि रेखाएँ $ax+by+c=0$, $bx+cy+a=0$ तथा $cx+ay+b=0$ संगामी हों, तो [IIT 1985; DCE 2000, 02]

(a) $a^3+b^3+c^3+3abc=0$ (b) $a^3+b^3+c^3-abc=0$

(c) $a^3+b^3+c^3-3abc=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

2. बिन्दु $(at_1^2, 2at_1), (at_2^2, 2at_2)$ तथा $(a, 0)$ समरेखीय होंगे, यदि

(a) $t_1t_2=1$ (b) $t_1t_2=-1$

(c) $t_1+t_2=1$ (d) $t_1+t_2=-1$

3. यदि रेखाएँ $y=m_1x+c_1, y=m_2x+c_2$ तथा $y=m_3x+c_3$ संगामी हों, तो

(a) $m_1(c_2-c_3)+m_2(c_3-c_1)+m_3(c_1-c_2)=0$

(b) $m_1(c_2-c_1)+m_2(c_3-c_2)+m_3(c_1-c_3)=0$

(c) $c_1(m_2-m_3)+c_2(m_3-m_1)+c_3(m_1-m_2)=0$

(d) इनमें से कोई नहीं

4. रेखायें $(p-q)x+(q-r)y+(r-p)=0$

$(q-r)x+(r-p)y+(p-q)=0$

व $(r-p)x+(p-q)y+(q-r)=0$ हैं

(a) समान्तर (b) लम्बवत्

(c) संगामी (d) इनमें से कोई नहीं

5. निम्न में से कौन सी रेखा, रेखाओं $3x+4y+6=0$ तथा $6x+5y+9=0$ के साथ संगामी है

(a) $2x+3y+5=0$ (b) $3x+3y+5=0$

(c) $7x+9y+3=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

6. रेखाओं $7x-8y+5=0$, $3x-4y+5=0$ व $4x+5y+k=0$ के संगामी होने के लिए k का मान है [MP PET 1993]

(a) – 45 (b) 44

(c) 54 (d) – 54

7. 'a' के किस मान के लिए रेखायें $x=3, y=4$ व $4x-3y+a=0$ संगामी हैं [RPET 1984]

(a) 0 (b) –1

(c) 2 (d) 3

8. रेखायें $15x-18y+1=0$, $12x+10y-3=0$ व $6x+66y-11=0$ हैं [AMU 1978]

(a) समान्तर (b) लम्बवत्

(c) संगामी (d) इनमें से कोई नहीं

9. रेखायें $x+2y-9=0$, $3x+5y-5=0$ व $ax+by-1=0$ संगामी होंगी, यदि रेखा $35x-22y+1=0$ निम्न बिन्दु से गुजरेगी

(a) (a, b) (b) (b, a)

(c) $(-a, -b)$ (d) इनमें से कोई नहीं

10. यदि रेखायें $ax+y+1=0, x+by+1=0$ व $x+y+c=0$ (a, b, c अलग–अलग तथा 1 से भिन्न हैं) संगामी हैं, तो $\frac{1}{1-a}+\frac{1}{1-b}+\frac{1}{1-c}=$

(a) 0 (b) 1

(c) $\frac{1}{a+b+c}$ (d) इनमें से कोई नहीं

11. यदि रेखायें $ax+2y+1=0, bx+3y+1=0$ व $cx+4y+1=0$ संगामी हैं, तो a, b, c हैं

(a) स.श्रे. में (b) गु.श्रे. में

(c) ह.श्रे. में (d) इनमें से कोई नहीं

12. रेखायें $2x+y-1=0, ax+3y-3=0$ व $3x+2y-2=0$ संगामी होंगी [EAMCET 1994]

(a) a के सभी मानों के लिए (b) केवल $a=4$ के लिए

(c) $-1\le a\le 3$ के लिए (d) केवल $a>0$ के लिए

13. यदि रेखायें $4x+3y=1, y=x+5$ व $5y+bx=3$ संगामी (concurrent) हों, तो b का मान होगा [RPET 1996; MP PET 1997; EAMCET 2003; Pb. CET 2002]

(a) 1 (b) 3

(c) 6 (d) 0

14. तीन रेखाएँ $3x-y=2, 5x+ay=3$ और $2x+y=3$ संगामी हैं, तो $a=$ [MP PET 1996]

(a) 2 (b) 3

(c) –1 (d) –2

15. तीन रेखायें $lx+my+n=0$, $mx+ny+l=0$, $nx+ly+m=0$ संगामी हैं, यदि [Pb. CET 2002]

(a) $l=m+n$ (b) $m=l+n$

(c) $n=l+m$ (d) $l+m+n=0$

16. सरल रेखायें $4ax+3by+c=0$, जहाँ $a+b+c=0$ संगामी होंगी, यदि बिन्दु है [RPET 2002]

(a) (4, 3) (b) (1/4, 1/3)

(c) (1/2, 1/3) (d) इनमें से कोई नहीं

17. यदि रेखायें $x+q=0, y-2=0$ तथा $3x+2y+5=0$ संगामी हों, तो q का मान होगा [DCE 2002]

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 5

18. λ का वह मान, जिसके लिए रेखायें $3x+4y=5$, $5x+4y=4$ तथा $\lambda x+4y=6$ एक बिन्दु पर मिलती हैं, है [Kerala (Engg.) 2002]

(a) 2 (b) 1

(c) 4 (d) 3

19. तीन सरल रेखाएँ $ax+by=c, bx+cy=a$ और $cx+ay=b$ समरेखीय हैं, यदि [MP PET 2004]

(a) $a+b+c=0$ (b) $b+c=a$

(c) $c+a=b$ (d) $a+b=c$

20. समीकरणों $x+y=10, 2x+y=18$ और $4x-3y=26$ का हल होगा [DCE 2005]

(a) केवल एक हल (b) हल नहीं

(c) अनन्त हल (d) इनमें से कोई नहीं

लम्ब का पाद, रूपान्तरण, पाद बिन्दु, बिन्दु का प्रतिबिम्ब

1. रेखा $y=3x+4$ पर बिन्दु (2, 3) से डाले गये लम्ब के पाद बिन्दु के निर्देशांक हैं [MP PET 1984]

(a) $\left(\frac{37}{10},-\frac{1}{10}\right)$ (b) $\left(-\frac{1}{10},\frac{37}{10}\right)$

(c) $\left(\frac{10}{37},-10\right)$ (d) $\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$

2. बिन्दुओं $(a\cos\alpha, a\sin\alpha)$ व $(a\cos\beta, a\sin\beta)$ को मिलाने वाली रेखा पर मूल बिन्दु (0,0) से डाले गये लम्ब का पाद बिन्दु है [IIT 1982]

(a) $\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2}\right)$

(b) $\left[\frac{a}{2}(\cos\alpha+\cos\beta),\frac{a}{2}(\sin\alpha+\sin\beta)\right]$

(c) $\left(\cos\frac{\alpha+\beta}{2},\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$

(d) इनमें से कोई नहीं

3. रेखा $ax+by+c=0$ पर बिन्दु (x_1, y_1) से डाले गये लम्ब के पाद बिन्दु के निर्देशांक हैं [Dhanbad Engg. 1973]

(a) $\left(\frac{b^2x_1-aby_1-ac}{a^2+b^2},\frac{a^2y_1-abx_1-bc}{a^2+b^2}\right)$

(b) $\left(\frac{b^2x_1+aby_1+ac}{a^2+b^2},\frac{a^2y_1+abx_1+bc}{a^2+b^2}\right)$

(c) $\left(\frac{ax_1+by_1+ab}{a+b},\frac{ax_1-by_1-ab}{a+b}\right)$

(d) इनमें से कोई नहीं

4. रेखा $x+y=1$ पर बिन्दु (2, 4) से खींचे गये लम्ब का पाद है [Roorkee 1995]

(a) $\left(\frac{1}{3},\frac{3}{2}\right)$ (b) $\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

(c) $\left(\frac{4}{3},\frac{1}{2}\right)$ (d) $\left(\frac{3}{4},-\frac{1}{2}\right)$

5. बिन्दु (2, 3) से रेखा $x+y-11=0$ पर डाले गये लम्ब के पाद के निर्देशांक होंगे [MP PET 1986]

(a) $(-6,5)$ (b) $(5,6)$

(c) $(-5,6)$ (d) $(6,5)$

6. रेखा $2x+3y=12$, x-अक्ष को बिन्दु A तथा y-अक्ष को बिन्दु B पर मिलती है। बिन्दु (5, 5) से जाने वाली रेखा AB पर लम्ब है एवं यह रेखा x-अक्ष, y-अक्ष तथा दी गई रेखा को क्रमशः C, D व E पर मिलती है। यदि O मूल बिन्दु हो, तो $OCEB$ का क्षेत्रफल है [IIT 1976]

(a) 23 वर्ग इकाई (b) $\frac{23}{2}$ वर्ग इकाई

(c) $\frac{23}{3}$ वर्ग इकाई (d) इनमें से कोई नहीं

7. यदि सरल रेखा $3x+4y+15=0$ पर कोई दो बिन्दु A व B इस प्रकार हों कि $OA=OB=9$ इकाई, तो त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल है

(a) 18 वर्ग इकाई (b) $18\sqrt{2}$ वर्ग इकाई

(c) $18/\sqrt{2}$ वर्ग इकाई (d) इनमें से कोई नहीं

8. यदि किसी समबाहु त्रिभुज का केन्द्रक (0, 0) एवं एक भुजा $x+y-2=0$ हो, तो उसका एक शीर्ष होगा

(a) $(-1,-1)$ (b) $(2,2)$

(c) $(-2,-2)$ (d) इनमें से कोई नहीं

9. बिन्दु (4,1) को निम्न दो क्रमिक रूपान्तरणों से गुजरना पड़ता है

(i) रेखा $y=x$ से परावर्तन

(ii) धनात्मक x-अक्ष पर 2 इकाई दूरी से स्थानान्तरण

तब बिन्दु के अन्तिम निर्देशांक हैं [MNR 1987; UPSEAT 2000]

(a) (4, 3) (b) (3, 4)

(c) (1, 4) (d) $\left(\frac{7}{2},\frac{7}{2}\right)$

10. एक रेखा L द्वारा अक्षों पर काटे गये अन्तःखण्ड a व b हैं। अब अक्षों को एक दिये कोण से घुमा दिया जाता है (मूल बिन्दु को स्थिर रखकर) अब उसी रेखा द्वारा अक्षों पर काटे अन्तःखण्ड p व q हैं, तो [IIT 1990; Kurukshetra CEE 1998]

(a) $a^2+b^2=p^2+q^2$

(b) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{p^2}+\frac{1}{q^2}$

(c) $a^2+p^2=b^2+q^2$

(d) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{p^2}=\frac{1}{b^2}+\frac{1}{q^2}$

11. L एक रेखा $2x+y=2$ है। अब यदि अक्षों को 45^o से घुमा दिया जाये तो रेखा L द्वारा नये अक्षों पर काटे गये अन्तःखण्ड क्रमशः होंगे [Roorkee Qualifying 1998]

(a) $\sqrt{2}$ और 1 (b) 1 और $\sqrt{2}$

(c) $2\sqrt{2}$ और $2\sqrt{2}/3$ (d) $2\sqrt{2}/3$ और $2\sqrt{2}$

12. रेखा $3x+4y-5=0$ पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब के पाद बिन्दु के निर्देशांक हैं [RPET 1990]

(a) $\left(\frac{3}{5},2\right)$ (b) $\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$

(c) $\left(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$ (d) $\left(\frac{30}{17},\frac{19}{17}\right)$

13. रेखा $x+3y-7=0$ में बिन्दु $A(3,8)$ का प्रतिबिम्ब है [RPET 1991]

(a) $(-1,-4)$ (b) $(-3,-8)$

(c) $(1,-4)$ (d) $(3,8)$

14. बिन्दु (4,–13) का रेखा $5x+y+6=0$ से परावर्तन है [EAMCET 1994]

(a) $(-1,-14)$ (b) (3 ,4)

(c) (1, 2) (d) (– 4, 13)

15. यदि बिन्दु (4, 2) का रेखा $L = 0$ के सापेक्ष प्रतिबिम्ब (– 2, 6) है, तो $L =$ [EAMCET 2002]
(a) $3x - 2y + 5$ (b) $3x - 2y + 10$
(c) $2x + 3y - 5$ (d) $6x - 4y - 7$

16. एक सरल रेखा स्थिर बिन्दु (h, k) से गुजरती है। इस रेखा पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब के पाद बिन्दु का बिन्दुपथ होगा
(a) $x^2 + y^2 - hx - ky = 0$ (b) $x^2 + y^2 + hx + ky = 0$
(c) $3x^2 + 3y^2 + hx - ky = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं

17. यदि चर रेखा $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ के लिए प्रतिबन्ध $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{c^2}$ (c एक अचर है) संतुष्ट होता है, तब मूलबिन्दु से रेखा पर डाले गये लम्ब के पाद का बिन्दुपथ होगा [RPET 1999]
(a) $x^2 + y^2 = c^2/2$ (b) $x^2 + y^2 = 2c^2$
(c) $x^2 + y^2 = c^2$ (d) $x^2 - y^2 = c^2$

त्रिभुज व चतुर्भुज पर आधारित प्रश्न, बिन्दुपथ

1. यदि समद्विबाहु त्रिभुज के आधार के सिरे के शीर्ष $(2a, 0)$ व $(0, a)$ हैं व एक भुजा का समीकरण $x = 2a$ है तब त्रिभुज का क्षेत्रफल है
(a) $5a^2$ वर्ग इकाई (b) $\frac{5}{2}a^2$ वर्ग इकाई
(c) $\frac{25a^2}{2}$ वर्ग इकाई (d) इनमें से कोई नहीं

2. किसी त्रिभुज की भुजाएँ $x - 3y = 0$, $4x + 3y = 5$ व $3x + y = 0$ हैं, तो रेखा $3x - 4y = 0$ गुजरती है [EAMCET 1994]
(a) अन्तःकेन्द्र से (b) केन्द्रक से
(c) परिकेन्द्र से (d) लम्ब केन्द्र से

3. रेखाओं $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_1x + b_1y + d_1 = 0$ व $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, $a_2x + b_2y + d_2 = 0$ से निर्मित समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल होगा
(a) $\frac{(d_1 - c_1)(d_2 - c_2)}{[(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2)]^{1/2}}$ (b) $\frac{(d_1 - c_1)(d_2 - c_2)}{a_1a_2 - b_1b_2}$
(c) $\frac{(d_1 + c_1)(d_2 + c_2)}{a_1a_2 + b_1b_2}$ (d) $\frac{(d_1 - c_1)(d_2 - c_2)}{a_1b_2 - a_2b_1}$

4. उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल, जिसकी भुजाएँ $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$, $x\cos\alpha + y\sin\alpha = q$, $x\cos\beta + y\sin\beta = r$ व $x\cos\beta + y\sin\beta = s$ हैं, होगा
(a) $\pm(p - q)(r - s)\operatorname{cosec}(\alpha - \beta)$
(b) $(p + q)(r - s)\operatorname{cosec}(\alpha + \beta)$
(c) $(p + q)(r + s)\operatorname{cosec}(\alpha - \beta)$
(d) इनमें से कोई नहीं

5. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल, जो कि सरल रेखा $ax + by + c = 0$, $(a, b, c \neq 0)$ तथा निर्देशांक्षों से घिरा हुआ है, होगा [AMU 2000]
(a) $\frac{1}{2}\frac{a^2}{|bc|}$ (b) $\frac{1}{2}\frac{c^2}{|ab|}$
(c) $\frac{1}{2}\frac{b^2}{|ac|}$ (d) 0

6. रेखाओं $x + y - 4 = 0$, $3x + y = 4$ तथा $x + 3y = 4$ से बना त्रिभुज है [RPET 2002; IIT 1983; MNR 1992; UPSEAT 2001]
(a) समद्विबाहु (b) समबाहु
(c) समकोण (d) इनमें से कोई नहीं

7. बिन्दु (3, 4) से दो रेखायें खींची जाती हैं, जिनमें से प्रत्येक रेखा, रेखा $x - y = 2$ के साथ 45° का कोण बनाती है, तब इन रेखाओं से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल है [RPET 2000]
(a) 9 (b) 9/2
(c) 2 (d) 2/9

8. रेखा $x\sin\alpha + y\cos\alpha = \sin 2\alpha$ तथा अक्षों से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा
(a) $\sin 2\alpha$ (b) $\cos 2\alpha$
(c) $2\sin 2\alpha$ (d) $2\cos 2\alpha$

9. $ax \pm by \pm c = 0$ से बने समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है [IIT 1973]
(a) $\frac{c^2}{ab}$ (b) $\frac{2c^2}{ab}$
(c) $\frac{c^2}{2ab}$ (d) इनमें से कोई नहीं

10. $x^2 - 9y^2 = 0$ और $x = 4$ के द्वारा निर्मित त्रिभुज है [Orissa JEE 2004]
(a) समद्विबाहु (b) समबाहु
(c) समकोण त्रिभुज (d) इनमें से कोई नहीं

11. एक बिन्दु इस प्रकार गति करता है कि इसकी बिन्दु (3, – 2) से दूरी का वर्ग संख्यात्मक रूप से इसकी रेखा $5x - 12y = 13$ से दूरी के बराबर रहता है। बिन्दु के बिन्दुपथ का समीकरण है [Roorkee 1974]
(a) $13x^2 + 13y^2 - 83x + 64y + 182 = 0$
(b) $x^2 + y^2 - 11x + 16y + 26 = 0$
(c) $x^2 + y^2 - 11x + 16y = 0$
(d) इनमें से कोई नहीं

12. उस बिन्दु का बिन्दुपथ जो कि सरल रेखाओं $3x + 4y - 11 = 0$ व $12x + 5y + 2 = 0$ से समान दूरी पर स्थित है एवं मूल बिन्दु के समीप है, है [MNR 1987]
(a) $21x - 77y + 153 = 0$ (b) $99x + 77y - 133 = 0$
(c) $7x - 11y = 19$ (d) इनमें से कोई नहीं

13. एक बिन्दु इस प्रकार गति करता है कि इसकी बिन्दु $(4, 0)$ से दूरी सरल रेखा $x = 16$ से दूरी की आधी रहती है, तो बिन्दु का बिन्दुपथ है [AMU 1980]
(a) $3x^2 + 4y^2 = 192$
(b) $4x^2 + 3y^2 = 192$
(c) $x^2 + y^2 = 192$
(d) इनमें से कोई नहीं

14. उस बिन्दु का बिन्दुपथ, जिसकी किन्हीं दो परस्पर लम्बवत् रेखाओं से दूरियों का योग 2 इकाई है (प्रथम चतुर्थांश में), है
(a) $x + y + 2 = 0$ (b) $x + y = 2$
(c) $x - y = 2$ (d) इनमें से कोई नहीं

15. यदि दो लम्बवत् रेखाओं से किसी बिन्दु की दूरी का योग 1 है, तो इस बिन्दु का बिन्दुपथ है [IIT 1992, Karnataka CET 1999; DCE 2000,01]
(a) वर्ग (b) वृत्त
(c) सरल रेखा (d) दो प्रतिच्छेदी रेखायें

16. यदि सरल रेखाओं $\frac{x}{\alpha}+\frac{y}{\beta}=1$ तथा $\frac{x}{\beta}+\frac{y}{\alpha}=1$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से एक चर रेखा खींची जाती है जो कि अक्षों को क्रमशः *A* व *B* पर मिलती है तो AB के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ होगा

(a) $\alpha\beta(x+y)=xy(\alpha+\beta)$ (b) $\alpha\beta(x+y)=2xy(\alpha+\beta)$

(c) $(\alpha+\beta)(x+y)=2\alpha\beta xy$ (d) इनमें से कोई नहीं

17. एक बिन्दु इस प्रकार गति करता है, कि इस बिन्दु तथा बिन्दुओं (1, 5) तथा (3, –7) से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल 21 वर्ग इकाई है, तब बिन्दु का बिन्दुपथ होगा [Kerala (Engg.) 2002]

(a) $6x+y-32=0$ (b) $6x-y+32=0$

(c) $x+6y-32=0$ (d) $6x-y-32=0$

18. एक सरल रेखा, बिन्दु (1, 1) से गुजरती है व *x*-अक्ष को '*A*' तथा *y*-अक्ष को '*B*' पर मिलती है, तब *AB* के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ होगा

(a) $2xy+x+y=0$ (b) $x+y-2xy=0$

(c) $x+y+2=0$ (d) $x+y-2=0$

19. यदि *A* (2, 5), *B* (4, –11) तथा *C*, रेखा $9x+7y+4=0$ पर स्थित हैं, तब त्रिभुज ABC के केन्द्रक का बिन्दुपथ एक सरल रेखा है जो निम्न में से किस सरल रेखा के समान्तर है [MP PET 1986]

(a) $7x-9y+4=0$ (b) $9x-7y-4=0$

(c) $9x+7y+4=0$ (d) $7x+9y+4=0$

Critical Thinking

Objective Questions

1. *m* के पूर्णांक मानों की संख्या, जिसके लिए रेखाओं $3x+4y=9$ तथा $y=mx+1$ के प्रतिच्छेद बिन्दु का *x*-निर्देशांक भी एक पूर्णांक हो, है [IIT Screening 2001]

(a) 2 (b) 0

(c) 4 (d) 1

2. बिन्दु (1, 2) से आने वाली एक प्रकाश किरण, *x*–अक्ष के एक बिन्दु *A* पर परावर्तित होकर बिन्दु (5, 3) से गुजरती है, तो बिन्दु *A* के निर्देशांक हैं [Orissa JEE 2003]

(a) $(13/5, 0)$ (b) $(5/13, 0)$

(c) (– 7, 0) (d) इनमें से कोई नहीं

3. किसी रेखा के अक्षों से कटे भाग के मध्य बिन्दु के निर्देशांक (3, 2) हैं, तो रेखा का समीकरण होगा [RPET 1985; MP PET 1984]

(a) $2x+3y=12$ (b) $3x+2y=12$

(c) $4x-3y=6$ (d) $5x-2y=10$

4. बिन्दु $A(-5,-4)$ से जाने वाली एक रेखा तीन अन्य रेखाओं $x+3y+2=0$, $2x+y+4=0$ व $x-y-5=0$ को क्रमशः *B*, *C* व *D* पर मिलती है। यदि $\left(\frac{15}{AB}\right)^2+\left(\frac{10}{AC}\right)^2=\left(\frac{6}{AD}\right)^2$, तो रेखा का समीकरण होगा [IIT 1993]

(a) $2x+3y+22=0$ (b) $5x-4y+7=0$

(c) $3x-2y+3=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

5. किसी त्रिभुज *ABC* की भुजाओं *AB* तथा *AC* के लम्ब समद्विभाजकों के समीकरण क्रमशः $x-y+5=0$ व $x+2y=0$ हैं। यदि बिन्दु A $(1,-2)$ हो, तो रेखा *BC* का समीकरण है [IIT 1986]

(a) $23x+14y-40=0$ (b) $14x-23y+40=0$

(c) $23x-14y+40=0$ (d) $14x+23y-40=0$

6. त्रिभुज, जिसके शीर्ष $A(0,b), B(0,0)$ व $C(a,0)$ हैं, की माध्यिकायें *AD* तथा *BE* परस्पर लम्बवत् होंगी, यदि [Karnataka CET 2000]

(a) $a=\sqrt{2}\,b$ (b) $a=-\sqrt{2}\,b$

(c) दोनों (a) व (b) (d) इनमें से कोई नहीं

7. त्रिभुज, जिसके शीर्ष $P(2,2), Q(6,-1)$ व $R(7,3)$ हैं, की माध्यिका *PS* है। बिन्दु (1, – 1) से जाने वाली तथा माध्यिका *PS* के समान्तर रेखा का समीकरण है [IIT Screening 2000]

[UPSEAT 2004]

(a) $2x-9y-7=0$ (b) $2x-9y-11=0$

(c) $2x+9y-11=0$ (d) $2x+9y+7=0$

8. उस सरल रेखा का समीकरण जो $(-a,0)$ से गुजरती है एवं अक्षों के साथ '*T*' क्षेत्रफल का त्रिभुज बनाती है, है [RPET 1987]

(a) $2Tx+a^2y+2aT=0$ (b) $2Tx-a^2y+2aT=0$

(c) $2Tx-a^2y-2aT=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

9. एक समद्विबाहु त्रिभुज की दो बराबर भुजाओं के समीकरण $7x-y+3=0$ तथा $x+y-3=0$ हैं और तीसरी भुजा बिन्दु (1, – 10) से गुजरती है। तीसरी भुजा का समीकरण है [IIT 1984]

(a) $x-3y-31=0$ परन्तु $3x+y+7=0$ नहीं

(b) $3x+y+7=0$ परन्तु $x-3y-31=0$ नहीं

(c) $3x+y+7=0$ या $x-3y-31=0$

(d) न तो $3x+y+7=0$ और न ही $x-3y-31=0$

10. फलन $\cos x\cos(x+2)-\cos^2(x+1)$ का ग्राफ होगा [IIT 1997 Re-Exam]

(a) एक सरल रेखा जो $(0,-\sin^2 1)$ से गुजरती है और जिसकी प्रवणता 2 है

(b) मूल बिन्दु से जाने वाली सरल रेखा

(c) परवलय जिसका शीर्ष $(1,-\sin^2 1)$ है

(d) एक सरल रेखा जो $\left(\frac{\pi}{2},-\sin^2 1\right)$ से गुजरती है और *x*–अक्ष के समान्तर है

11. एक समबाहु त्रिभुज के आधार का समीकरण $2x-y=1$ और शीर्ष (–1, 2) है, तब त्रिभुज की भुजा की लम्बाई होगी [Kerala (Engg.) 2005]

(a) $\sqrt{\frac{20}{3}}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{15}}$

(c) $\sqrt{\frac{8}{15}}$ (d) $\sqrt{\frac{15}{2}}$

12. यदि x_1,x_2,x_3 तथा y_1,y_2,y_3 गुणोत्तर श्रेणी में हैं तथा दोनों श्रेणियों का सार्वानुपात समान है। तब बिन्दु (x_1,y_1), (x_2,y_2) तथा (x_3,y_3) [AIEEE 2003]

(a) एक सरल रेखा पर स्थित होंगे

(b) एक दीर्घवृत्त पर स्थित होंगे

(c) एक वृत्त पर स्थित होंगे

(d) त्रिभुज के शीर्ष होंगे

13. एक रेखा $4x+y=1$, बिन्दु $A(2,-7)$ से गुजरती है एवं रेखा BC जिसका समीकरण $3x-4y+1=0$ है, को बिन्दु B पर मिलती है। तब रेखा AC का समीकरण, जबकि $AB=AC$, है [IIT 1971]
(a) $52x+89y+519=0$ (b) $52x+89y-519=0$
(c) $89x+52y+519=0$ (d) $89x+52y-519=0$

14. बिन्दु (1, 2) से किस दिशा में एक रेखा खींची जाए ताकि इसका रेखा $x+y=4$ के साथ प्रतिच्छेद बिन्दु, दिये गये बिन्दु से $\frac{\sqrt{6}}{3}$ की दूरी पर हो [IIT 1966; MNR 1987]
(a) 30^o (b) 45^o
(c) 60^o (d) 75^o

15. यदि सरल रेखायें $ax+by+p=0$ एवं $x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$ के बीच कोण $\pi/4$ है एवं ये दोनों रेखायें एक अन्य रेखा $x\sin\alpha-y\cos\alpha=0$ को एक ही बिन्दु पर मिलती हैं, तो a^2+b^2 का मान है
(a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

16. किसी चतुर्भुज की भुजाओं AB, BC, CD व DA के समीकरण क्रमशः $x+2y=3, x=1, x-3y=4, 5x+y+12=0$ हैं, तो विकर्ण AC व BD के बीच कोण होगा [Roorkee 1993]
(a) 45^o (b) 60^o
(c) 90^o (d) 30^o

17. यदि त्रिभुज के शीर्ष $A(1,1), B(4,-2)$ व $C(5,5)$ हैं, तो C से A के अन्तःसमद्विभाजक पर डाले गये लम्ब का समीकरण है [Roorkee 1994]
(a) $y-5=0$ (b) $x-5=0$
(c) $y+5=0$ (d) $x+5=0$

18. यदि एक सरल रेखा जो बिन्दु $P(3,4)$ से होकर जाती है एवं x-अक्ष से $\frac{\pi}{6}$ का कोण बनाती है तथा रेखा $12x+5y+10=0$ को Q पर मिलती है, तो PQ की लम्बाई है
(a) $\frac{132}{12\sqrt{3}+5}$ (b) $\frac{132}{12\sqrt{3}-5}$
(c) $\frac{132}{5\sqrt{3}+12}$ (d) $\frac{132}{5\sqrt{3}-12}$

19. किसी त्रिभुज के शीर्ष (2, 1), (5, 2) व (4, 4) हैं, तो इन शीर्षों से सामने वाली भुजाओं पर डाले गये लम्ब की लम्बाईयाँ हैं [IIT 1962]
(a) $\frac{7}{\sqrt{5}},\frac{7}{\sqrt{13}},\frac{7}{\sqrt{6}}$ (b) $\frac{7}{\sqrt{6}},\frac{7}{\sqrt{8}},\frac{7}{\sqrt{10}}$
(c) $\frac{7}{\sqrt{5}},\frac{7}{\sqrt{8}},\frac{7}{\sqrt{15}}$ (d) $\frac{7}{\sqrt{5}},\frac{7}{\sqrt{13}},\frac{7}{\sqrt{10}}$

20. बिन्दु (3, 5) को रेखाओं $4x+y-1=0$ व $7x-3y-35=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से जोड़ने वाली रेखा बिन्दुओं (0, 0) व (8, 34) से समदूरस्थ है। यह कथन है [Roorkee 1984]
(a) सत्य (b) असत्य
(c) कुछ नहीं कहा जा सकता (d) इनमें से कोई नहीं

21. एक चर रेखा स्थिर बिन्दु P से गुजरती है। इस रेखा पर बिन्दुओं (2,0), (0, 2) व (1, 1) से डाले गये लम्बों का बीजीय योग शून्य है, तो P के निर्देशांक हैं [IIT 1991; AMU 2005]
(a) (1, –1) (b) (1, 1)
(c) (2, 1) (d) (2, 2)

22. यदि चार रेखाओं के समीकरण $x+2y=3$, $3x+4y=7$, $2x+3y=4$ तथा $4x+5y=6$ दिये गये हैं, तो ये रेखायें हैं [IIT 1980; Pb. CET 2003]
(a) संगामी (b) लम्बवत्
(c) आयत की भुजायें (d) इनमें से कोई नहीं

23. रेखा $3x+2y=24$, y-अक्ष को A पर एवं x-अक्ष को B पर मिलती है। AB का लम्ब समद्विभाजक (0,–1) से जाने वाली एवं x-अक्ष के समान्तर रेखा को C पर मिलता है। त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल है
(a) 182 वर्ग इकाई
(b) 91 वर्ग इकाई
(c) 48 वर्ग इकाई
(d) इनमें से कोई नहीं

24. मूलबिन्दु से खींची गयी सरल रेखायुग्म एक अन्य रेखा $2x+3y=6$ के साथ समद्विबाहु समकोण त्रिभुज बनाती है, तो सरल रेखाओं के समीकरण एवं इस प्रकार प्राप्त त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा [Roorkee 1993]
(a) $x-5y=0$, $5x+y=0$, $\Delta=\frac{36}{13}$ (b) $3x-y=0$, $x+3y=0$, $\Delta=\frac{12}{17}$
(c) $5x-y=0$, $x+5y=0$, $\Delta=\frac{13}{5}$ (d) इनमें से कोई नहीं

25. समान्तर चतुर्भुज $PQRS$ के विकर्ण सरल रेखाओं $x+3y=4$ और $6x-2y=7$ के अनुदिश हैं। तब निश्चित रूप से $PQRS$ एक [IIT 1998]
(a) आयत होगा (b) वर्ग होगा
(c) चक्रीय चतुर्भुज होगा (d) समचतुर्भुज होगा

26. वक्र $|x|+|y|=1$ से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है [RPET 1990, 1997; IIT 1981; UPSEAT 2003]
(a) $\sqrt{2}$ (b) 1
(c) $\sqrt{3}$ (d) 2

27. रेखाओं $x=0, y=0$ व $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल है [RPET 1984]
(a) ab (b) $\frac{ab}{2}$
(c) $2ab$ (d) $\frac{ab}{3}$

28. एक रेखा L, बिन्दुओं (1, 1) व (2, 0) से होकर जाती है एवं एक अन्य रेखा L', बिन्दु $\left(\frac{1}{2},0\right)$ से होकर जाती है एवं L पर लम्ब है, तो रेखाओं L व L' तथा y-अक्ष द्वारा निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल है [RPET 1991]
(a) 15/8 (b) 25/4
(c) 25/8 (d) 25/16

29. रेखा $y=x$ के सापेक्ष बिन्दु (4, – 3) का प्रतिबिम्ब है [RPET 2002]
(a) (– 4, – 3) (b) (3, 4)
(c) (– 4, 3) (d) (– 3, 4)

30. बिन्दुओं (1, 0) व $(2\cos\theta, 2\sin\theta)$ को जोड़ने वाली रेखा को 2 : 3 के अनुपात में अन्तःविभाजित करने वाले बिन्दु का बिन्दुपथ होगा [IIT 1986]
(a) सरल रेखा (b) वृत्त
(c) सरल रेखायुग्म (d) परवलय

Answers

रेखा की प्रवणता, रेखा के समीकरण के विभिन्न रूप

1	a	2	a	3	c	4	b	5	c
6	a	7	c	8	c	9	c	10	b
11	a	12	b	13	b	14	a	15	c
16	b	17	b	18	c	19	d	20	b
21	b	22	a	23	b	24	a	25	b
26	a	27	a	28	a	29	a	30	a
31	a	32	a	33	d	34	c	35	a
36	c	37	b	38	b	39	b	40	a
41	a	42	a	43	c	44	c	45	c
46	b	47	a	48	b	49	c	50	a
51	b	52	a	53	c	54	b	55	b
56	c	57	a	58	c	59	b	60	c
61	b	62	b	63	a	64	c	65	d
66	b	67	d	68	c	69	d	70	a
71	b	72	b	73	a	74	b	75	c
76	b	77	d	78	d	79	a	80	c
81	c	82	b	83	d	84	a	85	a
86	a	87	d	88	b	89	c	90	c
91	c	92	c	93	a	94	d	95	b
96	a	97	a	98	c	99	b	100	a
101	a	102	a	103	c	104	b	105	a
106	c	107	a	108	a	109	d	110	a
111	a	112	c	113	d	114	e	115	c
116	c	117	a	118	c	119	a	120	b
121	c	122	d	123	d	124	c	125	a
126	c	127	c	128	d	129	c		

दो रेखाओं के मध्य कोण, दो रेखाओं के मध्य कोणार्द्धक

1	b	2	b	3	c	4	d	5	a
6	d	7	b	8	b	9	c	10	c
11	a	12	b	13	c	14	b	15	c
16	a	17	b	18	d	19	a	20	a
21	b	22	c	23	b	24	c	25	a
26	b	27	b	28	d	29	b	30	b
31	a	32	a	33	a	34	a	35	c
36	d	37	c						

दो रेखाओं के मध्य दूरी, किसी बिन्दु से रेखा की लम्बवत् दूरी, रेखा के सापेक्ष बिन्दु की स्थिति

1	a	2	b	3	b	4	a	5	a
6	d	7	b	8	c	9	a	10	b
11	d	12	c	13	b	14	b	15	b
16	c	17	a	18	b	19	c	20	a
21	a	22	c	23	b	24	a	25	a
26	a	27	c	28	c	29	a	30	c
31	c	32	d	33	d	34	a	35	a
36	b								

संगामी रेखायें

1	c	2	b	3	a	4	c	5	b
6	a	7	a	8	c	9	a	10	b
11	a	12	a	13	c	14	d	15	d
16	b	17	c	18	b	19	a	20	a

लम्ब का पाद, रूपान्तरण, पाद बिन्दु, बिन्दु का प्रतिबिम्ब

1	b	2	b	3	a	4	b	5	b
6	c	7	b	8	c	9	b	10	b
11	c,d	12	b	13	a	14	a	15	a
16	a	17	d						

त्रिभुज व चतुर्भुज पर आधारित प्रश्न, बिन्दुपथ

1	b	2	d	3	d	4	a	5	b
6	a	7	b	8	a	9	b	10	a
11	a	12	b	13	a	14	b	15	a
16	b	17	a	18	b	19	c		

Critical Thinking Questions

1	a	2	a	3	a	4	a	5	d
6	c	7	d	8	b	9	c	10	d
11	a	12	a	13	a	14	d	15	b
16	c	17	b	18	a	19	d	20	a
21	b	22	d	23	b	24	a	25	d
26	d	27	b	28	d	29	d	30	b

AS Answers and Solutions

रेखाओं की प्रवणता, रेखा के समीकरण के विभिन्न रूप

1. (a) रेखा का समीकरण है, $\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1 \Rightarrow x+y-a=0$

$\therefore$ प्रवणता $=-\frac{x \text{ का गुणांक}}{y \text{ का गुणांक}}=-1$.

2. (a) रेखा AB का समीकरण है, $y-3=\frac{6-3}{7-3}(x-3)$

$\Rightarrow 3x-4y+3=0 \Rightarrow \frac{x}{-1}+\frac{y}{3/4}=1$

अतः अभीष्ट लम्बाई $=\sqrt{(-1)^2+\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{5}{4}$.

3. (c) यह स्पष्ट है।

4. (b) दी गयी रेखा को निम्न रूप में लिख सकते हैं,
$(3+2\lambda)x+(-1-3\lambda)y+(5-4\lambda)=0$
यह y-अक्ष के समान्तर होगी, यदि
$-1-3\lambda=0 \Rightarrow \lambda=-\frac{1}{3}$.

5. (c) रेखा $y=m_r x$ व $x+y=1$ को हल करने पर $x=\frac{1}{1+m_r}$ व $y=\frac{m_r}{1+m_r}$ प्राप्त होते हैं। अतः इन तीन रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु $\left(\frac{1}{1+m_1},\frac{m_1}{1+m_1}\right)$, $\left(\frac{1}{1+m_2},\frac{m_2}{1+m_2}\right)$ और $\left(\frac{1}{1+m_3},\frac{m_3}{1+m_3}\right)$ हैं।

संकल्पना से, $\left(\frac{1}{1+m_1}-\frac{1}{1+m_2}\right)^2+\left(\frac{m_1}{1+m_1}-\frac{m_2}{1+m_2}\right)^2$

$=\left(\frac{1}{1+m_2}-\frac{1}{1+m_3}\right)^2+\left(\frac{m_2}{1+m_2}-\frac{m_3}{1+m_3}\right)^2$

$\Rightarrow \frac{m_2-m_1}{1+m_1}=\frac{m_3-m_2}{1+m_3}$ या $\frac{1+m_2}{1+m_1}-1=1-\frac{1+m_2}{1+m_3}$

$\Rightarrow \frac{1+m_2}{1+m_1}+\frac{1+m_2}{1+m_3}=2 \Rightarrow 1+m_2=\frac{2(1+m_1)(1+m_3)}{(1+m_1)+(1+m_3)}$

अतः $1+m_1, 1+m_2, 1+m_3$ हरात्मक श्रेणी में हैं।

6. (a) बिन्दु (1, 3) व (3, 15) हैं। अतः प्रवणता $=\frac{12}{2}=6$.

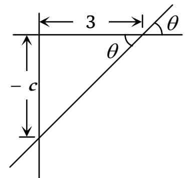
7. (c) दी गयी रेखायें हैं, $ax+by+c=0$ .....(i)
तथा $x=\alpha t+\beta, y=\gamma t+\delta$
t को विलुप्त करने पर, $\gamma x-\alpha y+\alpha\delta-\gamma\beta=0$ .....(ii)
रेखाओं (i) व (ii) के समान्तर होने के लिये, $\frac{a}{\gamma}=\frac{b}{-\alpha}$
$\Rightarrow a\alpha+b\gamma=0$.

8. (c) अक्षों से बराबर अन्तःखण्ड (माना a) काटने वाली रेखा का समीकरण $\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$ या $x+y=a$ है।
लेकिन यह (1, –2) से होकर जाती है, अतः $1-2=a$ $\Rightarrow a=-1$
अतः सरल रेखा का समीकरण $x+y+1=0$ होगा।

9. (c) यहाँ $c=-1$ व $m=\tan\theta=\tan 45^o=1$
तथा $m=\tan 135^\circ=-1 \Rightarrow m=\pm 1$
(चूँकि रेखायें अक्षों से बराबर झुकी हैं, अतः $\theta=45^o$ तथा 135°)
अतः रेखा का समीकरण है, $y=\pm(1.x)-1$
$\Rightarrow x-y-1=0$ व $x+y+1=0$.

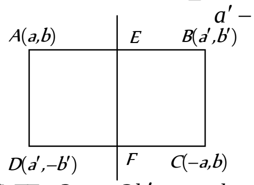
10. (b) रेखा $5x-y=1$ पर लम्ब रेखा का समीकरण है, $x+5y-\lambda=0=L$ (दिया है)
अंतःखण्ड रूप में, $\frac{x}{\lambda}+\frac{y}{\lambda/5}=1$
अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times$(अन्तःखण्डों का गुणनफल)
$\Rightarrow \frac{1}{2}(\lambda)\times\left(\frac{\lambda}{5}\right)=5 \Rightarrow \lambda=\pm 5\sqrt{2}$
अतः अभीष्ट सरल रेखा का समीकरण $x+5y=\pm 5\sqrt{2}$ है।

11. (a) स्पष्टतः, $m=\tan\theta=\frac{-c}{3} \Rightarrow 3=\frac{-c}{3} \Rightarrow c=-9$



अतः अभीष्ट समीकरण $y=3x-9$ होगा।

12. (b) AB का मध्य बिन्दु $=E\left(\frac{a+a'}{2},\frac{b+b'}{2}\right)$
एवं CD का मध्यबिन्दु $=F\left(\frac{a'-a}{2},\frac{b-b'}{2}\right)$
अतः रेखा EF का समीकरण $=y-\frac{b+b'}{2}$
$=\frac{b-b'-b-b'}{a'-a-a-a'}\left(x-\frac{a+a'}{2}\right)$



हल करने पर, $2ay-2b'x-=ab-a'b'$.

13. (b) माना रेखा का अभीष्ट समीकरण $y=-x+c$ है जो कि $y=x$ पर लम्ब है एवं यह रेखा (3, 2) से गुजरती है
$\therefore 2=-3+c \Rightarrow c=5$, अतः अभीष्ट समीकरण $x+y=5$ है।

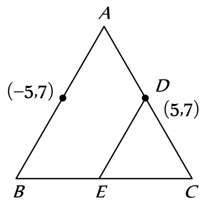
14. (a) मध्य बिन्दु (3, 4) है। लम्ब की प्रवणता $=\frac{-1}{6/4}=\frac{-2}{3}$
अतः रेखा $2x+3y=18$ है।

15. (c) यहाँ $D(1, 1)$ है, अतः AD का समीकरण $2x+y-3=0$ होगा। अतः AD पर लम्ब रेखा $x-2y+k=0$ है एवं यह B से गुजरती है, $\therefore\ k=0$. अतः अभीष्ट समीकरण $x-2y=0$ है।

16. (b) प्रवणता $=\dfrac{-y'}{2a}$.

अतः अभीष्ट समीकरण $y'x+2ay=y'x'+2ay'$ है।

17. (b) DE की प्रवणता $=\dfrac{7-3}{5-1}=1 \Rightarrow AB$ की प्रवणता $=1$



अतः AB का समीकरण $y-7=(x+5) \Rightarrow x-y+12=0$ है।

18. (c) माध्यिका का अभीष्ट समीकरण है, $y+8=\dfrac{-\frac{3}{2}+8}{-2-5}(x-5)$

$\Rightarrow 13x+14y+47=0$.

19. (d) दी गयी रेखा है, $bx-ay=ab$ .....(i)

स्पष्टतः यह x-अक्ष को $(a, 0)$ पर काटेगी। रेखा (i) पर लम्ब रेखा का समीकरण $ax+by=k$ है लेकिन यह $(a, 0)$ से गुजरती है, $\therefore\ k=a^2$

अतः अभीष्ट रेखा का समीकरण $ax+by=a^2$ अर्थात् $\dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{a}=\dfrac{a}{b}$ है।

20. (b) माना रेखा $x+y+1=0$ के लम्बवत् रेखा $y-x+\lambda=0$ है। यह बिन्दु $(1, 2)$ से गुजरती है, $\therefore \lambda=-1$. अतः अभीष्ट रेखा का समीकरण $y-x-1=0$ है।

21. (b) दिया है, $a+b=14 \Rightarrow a=14-b$

अतः रेखा का समीकरण $\dfrac{x}{14-b}+\dfrac{y}{b}=1$ है।

यह $(3,4)$ से गुजरती है,

$\therefore\ \dfrac{3}{14-b}+\dfrac{4}{b}=1 \Rightarrow b=8$ या 7

अतः समीकरण $4x+3y=24$ व $x+y=7$ हैं।

ट्रिक : इस प्रश्न को विकल्पों द्वारा भी जाँचा जा सकता है। चूँकि रेखा $4x+3y=24$, बिन्दु $(3, 4)$ से गुजरती है व इसके अक्षों पर काटे गये अन्तःखण्ड का योग 14 है।

22. (a) $m=\dfrac{-1}{\frac{b'-b}{a'-a}}=\dfrac{a'-a}{b-b'}$. मध्य बिन्दु $\left(\dfrac{a+a'}{2}, \dfrac{b+b'}{2}\right)$ है

अतः रेखा का समीकरण है, $y-\left(\dfrac{b+b'}{2}\right)=\left(\dfrac{a'-a}{b-b'}\right)\left(x-\dfrac{a+a'}{2}\right)$

$\Rightarrow 2(b-b')y+2(a-a')x-b^2+b'^2-a^2+a'^2=0$.

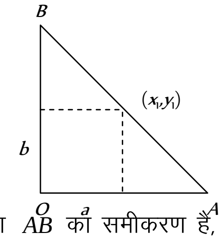
23. (b) दोनों रेखाओं के बीच का कोण

$=\tan^{-1}m \pm \tan^{-1}m=\tan^{-1}\dfrac{2m}{1-m^2}$ या $\tan^{-1}0$

अतः प्रवणता $=0$ या $\dfrac{2m}{1-m^2}$

अतः रेखाओं के अभीष्ट समीकरण $y=0$, $y=\dfrac{2mx}{1-m^2}$ हैं।

24. (a) स्पष्टतः, $x_1=\dfrac{a}{2}$ व $y_1=\dfrac{b}{2}$



अतः रेखा AB का समीकरण है, $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

$\Rightarrow\ \dfrac{x}{2x_1}+\dfrac{y}{2y_1}=1 \Rightarrow xy_1+yx_1=2x_1y_1$.

25. (b) मध्यबिन्दु $\equiv\left(\dfrac{1+1}{2}, \dfrac{3-7}{2}\right)=(1,-2)$

अतः अभीष्ट रेखा $2x-3y=k \Rightarrow 2x-3y=8$ है।

26. (a) $(3, -2)$ से जाने वाली किसी भी रेखा का समीकरण है, $y+2=m(x-3)$ .....(i)

दी गयी रेखा की प्रवणता $-\sqrt{3}$ है।

अतः $\tan 60^o=\pm\dfrac{m-(-\sqrt{3})}{1+m(-\sqrt{3})}$

हल करने पर, $m=0$ या $\sqrt{3}$

m के यह मान (i) में रखने पर, अभीष्ट रेखाओं के समीकरण $y+2=0$ व $\sqrt{3}x-y=2+3\sqrt{3}$ हैं।

27. (a) $(1, 0)$ से जाने वाली रेखा का समीकरण $y=m(x-1)$ है तथा मूल बिन्दु से इसकी दूरी $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ है।

$\Rightarrow \left|\dfrac{-m}{\sqrt{1+m^2}}\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow m=\pm\sqrt{3}$.

अतः रेखायें $\sqrt{3}x+y-\sqrt{3}=0$ व $\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$ हैं।

28. (a) माना समीकरण है, $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{-a}=1 \Rightarrow x-y=a$

चूँकि यह $(-3, 2)$ से गुजरता है, अतः $a=-3-2=-5$

अतः समीकरण $x-y+5=0$ है।

29. (a) रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु $(3, -2)$ है। अतः अभीष्ट समीकरण $2x-7y=2(3)-7(-2)=20$ होगा।

30. (a) प्रतिच्छेद बिन्दु $y=-\dfrac{21}{5}$ और $x=\dfrac{23}{5}$ है।

माना अभीष्ट रेखा का समीकरण $3x+4y=k$ है

$\therefore\ 3x+4y=\dfrac{3(23)+4(-21)}{5}=\dfrac{69-84}{5}=-3=k$

अतः अभीष्ट रेखा $3x+4y+3=0$ है।

31. (a) $m=\dfrac{5}{-4}$, अतः रेखा $5x+4y=0$ है।

32. (a) यहाँ x-अक्ष पर अन्तःखण्ड 3 और y-अक्ष पर अन्तःखण्ड -2 है। अतः अभीष्ट रेखा $\dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=1$ होगी।

33. (d) अभीष्ट रेखा का समीकरण, जो कि $(3, -4)$ से गुजरती है एवं प्रवणता $\dfrac{4}{3}$ है, $(y+4)=\dfrac{4}{3}(x-3)$ है।

34. (c) बिन्दु (1, 2) से गुजरने वाली एवं प्रवणता $m = 3$ वाली रेखा का समीकरण $(y-2) = 3(x-1)$ होगा।

35. (a) रेखा $2x + 3y + 4 = 0$ की प्रवणता $-\frac{2}{3}$ है। अब (–1,1) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण $y - 1 = m(x+1)$ होगा परन्तु $m = -\frac{1}{-2/3} = \frac{3}{2}$.

अतः अभीष्ट समीकरण $2(y-1) = 3(x+1)$ है।

36. (c) स्पष्टतः, प्रतिच्छेद बिन्दु (0, 0) है। अतः बिन्दु (0, 0) व (2, 2) से जाने वाली रेखा का समीकरण $y = x$ है।

37. (b) (0, 0) से होकर जाने वाली एवं $m = \frac{1}{0}$ वाली रेखा का समीकरण $y = \frac{1}{0}x \Rightarrow x = 0$ है।

38. (b) $ax + by = 1 \Rightarrow$ दो प्राचल।

39. (b) मध्य बिन्दु $\equiv (3, 2)$. अतः समीकरण $2x - y - 4 = 0$ होगा।

40. (a) माना अन्तःखण्ड a तथा $2a$ हैं, तब रेखा का समीकरण $\frac{x}{a} + \frac{y}{2a} = 1$ होगा। परन्तु यह (1, 2) से गुजरती है,

$\therefore\ a = 2$. अतः अभीष्ट समीकरण $2x + y = 4$ है।

41. (a) मध्य बिन्दु $\equiv (4, -9)$; प्रवणता $= \frac{-1}{\frac{3+1}{-1-5}} = \frac{3}{2}$

अतः अभीष्ट रेखा $3x - 2y = 30$ है।

42. (a) x-अक्ष तथा y-अक्ष पर प्रतिच्छेद बिन्दु क्रमशः $(2x_1, 0)$ एवं $(0,\ 2y)$ हैं। अतः इन बिन्दुओं से जाने वाली रेखा $\frac{x}{x_1} + \frac{y}{y_1} = 2$ है।

43. (c) बिन्दु (c,d) से गुजरने वाली एवं प्रवणता $-\frac{a}{b}$ वाली रेखा का समीकरण है, $y - d = -\frac{a}{b}(x-c)$

$\Rightarrow a(x-c) + b(y-d) = 0$.

44. (c) प्रतिच्छेद बिन्दु (1, 1) है। अतः बिन्दुओं (1, 1) व $(\pi, 0)$ से गुजरने वाली रेखा का समीकरण

$y - 1 = \frac{-1}{\pi - 1}(x-1) \Rightarrow x - y = \pi(1-y)$ है।

45. (c) रेखा का अभीष्ट समीकरण, जो बिन्दु (a, b) से गुजरती है व जिसकी प्रवणता $\frac{b}{a}$ है, $y - b = \frac{b}{a}(x-a) \Rightarrow bx - ay = 0$ है।

46. (b) रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु (1,1) है। रेखा $2y - 3x + 2 = 0$ के समान्तर रेखा का समीकरण $2y - 3x + k = 0$ है। यह (1, 1) से भी गुजरती है, $\therefore\ k = 1$. अतः अभीष्ट रेखा का समीकरण $2y - 3x + 1 = 0$ या $3x - 2y = 1$ है।

47. (a) अभीष्ट रेखा का समीकरण है,

$y + 6 = \tan 45^o (x-4) \Rightarrow x - y - 10 = 0$.

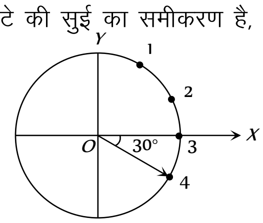
48. (b) अभीष्ट समीकरण है $y - b = -\frac{b}{a}(x-a)$

$\Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$.

49. (c) चूँकि घड़ी की घण्टा मिनट व सेकण्ड की सुईयाँ हमेशा मूलबिन्दु से गुजरती हैं क्योंकि इनका एक सिरा हमेशा मूलबिन्दु पर रहता है। 4 बजे घण्टे की सुई चतुर्थ चतुर्थांश में 30^o का कोण बनायेगी, अतः घण्टे की सुई का समीकरण है,

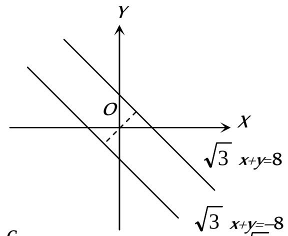
$y = mx \Rightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$

$\Rightarrow x + \sqrt{3}y = 0$.



50. (a) प्रवणता $= -\sqrt{3}$

$\therefore$ रेखा का समीकरण है, $y = -\sqrt{3}x + c \Rightarrow \sqrt{3}x + y = c$



अब, $\frac{c}{2} = |4| \Rightarrow c = \pm 8 \Rightarrow x\sqrt{3} + y = \pm 8$.

51. (b) विकल्प (b) से,

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -10 \\ 2 & 1 & 5 \\ 5 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 1(0-20) - 2(-25) - 10(3) = 0$$

अतः विकल्प (b) सही उत्तर है।

52. (a) $x\cos\theta - y\sin\theta = a(\cos^4\theta - \sin^4\theta) = a\cos 2\theta$.

53. (c) मध्य बिन्दु $\equiv (3, 1)$

लम्ब की प्रवणता $= \frac{-1}{\frac{-2-4}{-1-7}} = \frac{-4}{3}$

अतः अभीष्ट समीकरण $4x + 3y = 4(3) + 3(1) = 15$ है।

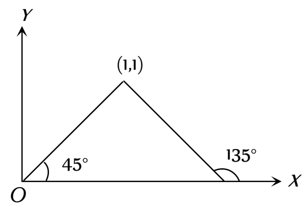
54. (b) दी गयी रेखा की प्रवणता $\frac{1}{2}$ है।

इस प्रकार, $\tan 45^o = \pm \frac{m - \frac{1}{2}}{1 + m.\frac{1}{2}} \Rightarrow m = \pm 3$.

अतः विकल्प (b) सही है।

55. (b) रेखाओं की प्रवणता 1 व –1 है।

चूँकि प्रतिच्छेद बिन्दु (1, 1) हैं।



अतः अभीष्ट समीकरण $y-1=\pm 1(x-1)$ हैं।

56. (c) $(0,a)$ से गुजरने वाली किसी रेखा का समीकरण है,

$y-a=m(x-0)$ या $mx-y+a=0$ .....(i)

यदि $(2a,2a)$ से रेखा (i) पर डाले गये लम्ब की लम्बाई 'a' है,

तो $a=\pm\frac{m(2a)-2a+a}{\sqrt{m^2+1}}\Rightarrow m=0,\frac{4}{3}$

अतः अभीष्ट रेखाओं के समीकरण $y-a=0$, $4x-3y+3a=0$ हैं।

57. (a) अन्तःखण्ड AB के मध्य बिन्दु $M(1,5)$ से जाने वाली रेखा है,

$\frac{x-1}{\cos\theta}=\frac{y-5}{\sin\theta}=r$ .....(i)

जहाँ 'r' रेखा (i) पर स्थित किसी बिन्दु (x, y) तथा बिन्दु $M(1,5)$ के बीच की दूरी है। चूँकि A व B, M से बराबर दूरी पर एवं इसके विपरीत दिशा में हैं, अतः यदि A के निर्देशांक (i) में, $r=d$ रखने से प्राप्त होते हों, तो B के निर्देशांक $r=-d$ रखने पर प्राप्त होगें।

अब बिन्दु $A(1+d\cos\theta, 5+d\sin\theta)$, रेखा $5x-y-4=0$ पर स्थित होगा एवं बिन्दु $B(1-d\cos\theta, 5-d\sin\theta)$, रेखा $3x+4y-4=0$ पर स्थित होगा,

अतः $5(1+d\cos\theta)-(5+d\sin\theta)-4=0$

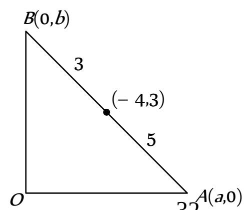
$3(1-d\cos\theta)+4(5-d\sin\theta)-4=0$

उपर्युक्त दोनों समीकरणों से 'd' का विलोपन करने पर, $\frac{\cos\theta}{35}=\frac{\sin\theta}{83}$

अतः अभीष्ट रेखा का समीकरण है, $\frac{x-1}{35}=\frac{y-5}{83}$

या $83x-35y+92=0$.

58. (c)



विभाजन सूत्र से, $a=-\frac{32}{3}$ व $b=\frac{24}{5}$. अतः अभीष्ट समीकरण $\frac{x}{-(32/3)}+\frac{y}{(24/5)}=1\Rightarrow 9x-20y+96=0$ होगा।

59. (b) प्रवणता $=\frac{10+6}{3+5}=2$, अतः रेखा $2x-y=-4$ है।

60. (c) प्रतिच्छेद बिन्दु (2, 3) है अतः (2, 3) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण है, $y-3=m(x-2)$ ......(i)

या $mx-y-(2m-3)=0$

प्रतिबन्ध के अनुसार,

$\frac{3m-2-(2m-3)}{\sqrt{1+m^2}}=\frac{7}{5}\Rightarrow m=\frac{3}{4},\frac{4}{3}$

अतः समीकरण $3x-4y+6=0$ तथा $4x-3y+1=0$ होंगे।

61. (b) रेखा के अन्तःखण्ड रूप से,

$\frac{x}{2a\sec\theta}+\frac{y}{2a\operatorname{cosec}\theta}=1\Rightarrow x\cos\theta+y\sin\theta=2a$.

62. (b) दी गयी रेखायें एक ही रेखा को निरूपित करती हैं, अतः मूलबिन्दु से इस पर डाले गये लम्ब बराबर होंगे

$\therefore \frac{c}{\sqrt{1+m^2}}=\frac{p}{\sqrt{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}}$

$\Rightarrow c=p\sqrt{1+m^2}$.

63. (a) रेखाओं $5x-6y-1=0$ व $3x+2y+5=0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु $(-1,-1)$ है। अब $3x-5y+11=0$ पर लम्ब रेखा का समीकरण $5x+3y+k=0$ है, परन्तु यह $(-1,-1)$ से गुजरती है।

$\Rightarrow -5-3+k=0\Rightarrow k=8$

अतः अभीष्ट रेखा $5x+3y+8=0$ है।

64. (c) अभीष्ट समीकरण है, $y-2=\frac{5-2}{2-1}(x-1)\Rightarrow y-3x+1=0$.

65. (d) **ट्रिक** : रेखा $3y=4x+2$ दी गयी रेखा पर लम्ब है एवं (1, 2) से गुजरती है।

66. (b) रेखा $2x+6y+7=0$ के समान्तर रेखा $2x+6y+k=0$ होगी। यह अक्षों को $A\left(-\frac{k}{2},0\right)$ व $B\left(0,-\frac{k}{6}\right)$ पर मिलती है।

संकल्पना से, $AB=10$

$\Rightarrow\sqrt{\frac{k^2}{4}+\frac{k^2}{36}}=10\Rightarrow\sqrt{\frac{10k^2}{36}}=10$

$\Rightarrow 10k^2=3600\Rightarrow k=\pm 6\sqrt{10}$

अतः दो रेखायें $2x+6y\pm 6\sqrt{10}=0$ होंगी।

67. (d) बिन्दु (2, 2) से होकर जाने वाली एवं $3x+y=3$ पर लम्ब रेखा $y-2=\frac{1}{3}(x-2)$ या $x-3y+4=0$ है।

$x=0$ रखने पर, $y=4/3$.

अतः y-अन्तःखण्ड $=4/3$.

68. (c) $\because y=mx+c \Rightarrow y=(\tan 135^o)x-5$

$\Rightarrow y=-x-5\Rightarrow x+y+5=0$.

69. (d) माना रेखा का समीकरण $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ है। अक्षों के बीच अन्तःखण्ड AB का मध्य बिन्दु $\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2}\right)$ है।

$\therefore \frac{a}{2}=1,\frac{b}{2}=2\Rightarrow a=2,b=4$

अतः रेखा का समीकरण $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1$, $2x+y=4$ है।

70. (a) दी गयी रेखाएँ $\left(\frac{ab}{a+b},\frac{ab}{a+b}\right)$ पर काटती हैं एवं इसे (a, b) से मिलाने पर रेखा की प्रवणता $\frac{b^2}{a^2}$ प्राप्त होती है। हल करने पर अभीष्ट सरल रेखा प्राप्त होती है।

71. (b) चूँकि रेखा $x+y\sqrt{3}+3\sqrt{3}=0$, x-अक्ष से 150^o का कोण बनाती है। अतः अभीष्ट रेखायें x-अक्ष की धनात्मक दिशा से 90^o तथा 210^o अर्थात् 30^o का कोण बनायेंगी।

अतः रेखायें $x = 0$ तथा $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ होंगी।

72. (b) बिन्दु $P(a, b)$, रेखा $3x + 2y = 13$ पर है,

अतः $3a + 2b = 13$ .....(i)

बिन्दु $Q(b, a)$, रेखा $4x - y = 5$ पर है,

अतः $4b - a = 5$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) को हल करने पर, $a = 3, b = 2$

$P(a, b) \to (3, 2)$ तथा $Q(b, a) \to (2, 3)$

$\therefore$ PQ का समीकरण है,

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = \frac{3-2}{2-3}(x-3)$

$\Rightarrow y - 2 = -(x-3) \Rightarrow x + y = 5$.

73. (a) रेखा का समीकरण $2x + 3y + \lambda = 0$ होगा।

यह रेखा बिन्दु (1, 1) से होकर गुजरती है,

$\therefore 2 + 3 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -5$

अतः अभीष्ट रेखा का समीकरण $2x + 3y - 5 = 0$ हैं।

74. (b) रेखा द्वारा अक्षों पर काटे गये अंतःखण्ड क्रमशः 10, 4 हैं।

अतः रेखा का समीकरण $\frac{x}{10} + \frac{y}{4} = 1 \Rightarrow 2x + 5y = 20$ है।

75. (c) सरल रेखाओं $x - 2y = 1$ तथा $x + 3y = 2$ का प्रतिच्छेद बिन्दु $\left(\frac{7}{5}, \frac{1}{5}\right)$ है तथा अभीष्ट रेखा की प्रवणता $= -\frac{3}{4}$

$\therefore$ अभीष्ट रेखा का समीकरण है, $y - \frac{1}{5} = \frac{-3}{4}\left(x - \frac{7}{5}\right)$

$\Rightarrow \frac{3x}{4} + y = \frac{21}{20} + \frac{1}{5} \Rightarrow 3x + 4y = 5 \Rightarrow 3x + 4y - 5 = 0$.

76. (b) सरल रेखाओं $2x - 3y + 4 = 0$ तथा $3x + 4y - 5 = 0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु $\left(\frac{-2}{34}, \frac{22}{17}\right)$ है तथा अभीष्ट रेखा की प्रवणता $= \frac{-7}{6}$.

अतः अभीष्ट रेखा का समीकरण है, $y - \frac{22}{17} = \frac{-7}{6}\left(x + \frac{2}{34}\right)$

$\Rightarrow 119x + 102y = 125$.

77. (d) दी गयी सरल रेखा है, $3x + 3y + 7 = 0$

$\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{3^2 + 3^2}}x + \frac{3}{\sqrt{3^2 + 3^2}}y + 7 = 0$

$\Rightarrow \frac{3}{3\sqrt{2}}x + \frac{3}{3\sqrt{2}}y = \frac{-7}{3\sqrt{2}}$, $\therefore p = \left|\frac{-7}{3\sqrt{2}}\right| = \frac{7}{3\sqrt{2}}$.

78. (d) रेखाओं $y - x + 7 = 0$ तथा $y + 2x - 2 = 0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु $(3, -4)$ है।

$\therefore$ मूलबिन्दु को $(3, -4)$ से मिलाने वाली रेखा का समीकरण ,

$y - 0 = \frac{-4}{3}(x - 0) \Rightarrow 4x + 3y = 0$ है।

79. (a) यह स्पष्ट है।

80. (c) रेखा AB, x-अक्ष तथा y-अक्ष से शून्य अन्तःखण्ड काटती है तथा यह रेखा, अन्य रेखा $CD \equiv 3x + 4y + 6 = 0$ के लम्बवत् है। हम जानते हैं कि सरल रेखा का मानक समीकरण $y = ax + b$ होता है। दी गयी रेखा CD को, रेखा के मानक समीकरण से तुलना करने पर, $a = 3$, $b = 4$

साथ ही हम जानते हैं कि, रेखा CD की प्रवणता $= -\frac{a}{b} = \frac{-3}{4}$. चूँकि रेखा AB, रेखा CD के लम्बवत् हैं, अतः रेखा AB की प्रवणता $(m) = \frac{4}{3}$. अतः रेखा AB का समीकरण

$(y - y_1) = m(x - x_1)$ या $y - 0 = \frac{4}{3}(x - 0)$ या $3y = 4x$

या $4x - 3y = 0$ है।

81. (c) अभीष्ट रेखा है,

$(3x - y + 2) + \lambda(5x - 2y + 7) = 0$ .....(i)

$\Rightarrow (3 + 5\lambda)x - (2\lambda + 1)y + (2 + 7\lambda) = 0$

$\Rightarrow y = \frac{3 + 5\lambda}{2\lambda + 1}x + \frac{2 + 7\lambda}{2\lambda + 1}$ .....(ii)

प्रश्नानुसार, (ii) की प्रवणता अनन्त है

$\therefore 2\lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = -1/2$

समीकरण (i) में $\lambda = -1/2$ रखने पर,

$(3x - y + 2) + (-1/2)(5x - 2y + 7) = 0 \Rightarrow x = 3$.

82. (b) $\because$ दी गई रेखा $y = x$ की प्रवणता 1 है

$\therefore$ अभीष्ट रेखा की प्रवणता $= -1$

अतः अभीष्ट रेखा का समीकरण है,

$y - 2 = -1(x - 3) \Rightarrow x + y = 5$.

83. (d) $y = mx + c$; $\because m = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $c = -2$

$\therefore y = \frac{x}{\sqrt{3}} - 2 \Rightarrow \sqrt{3}y - x + 2\sqrt{3} = 0$.

84. (a) $\sqrt{3}\sin\theta + 2\cos\theta = \frac{4}{r}$ के लम्बवत् रेखा,

$\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{k}{r}$ है।

यह रेखा $(-1, \pi/2)$ से गुजरती है, अतः

$\sqrt{3}\sin\pi + 2\cos\pi = \frac{k}{-1} \Rightarrow k = 2$

$\therefore \sqrt{3}\cos\theta - 2\sin\theta = \frac{2}{r} \Rightarrow 2 = \sqrt{3}r\cos\theta - 2r\sin\theta$.

85. (a) बिन्दुओं $(-4, 6)$ तथा $(8, 8)$ से गुजरने वाली रेखा का समीकरण है, $y - 6 = \left(\frac{8-6}{8+4}\right)(x + 4) \Rightarrow y - 6 = \frac{2}{12}(x + 4)$

$\Rightarrow 6y - 36 = x + 4 \Rightarrow 6y - x - 40 = 0$ ......(i)

रेखा (i) के लम्बवत् रेखा का समीकरण है,

$6x + y + \lambda = 0$ ......(ii)

रेखा (ii) बिन्दुओं $(-4, 6)$ व $(8, 8)$ के मध्य बिन्दु अर्थात् $(2, 7)$ से गुजरती है

$\therefore 6 \times 2 + 7 + \lambda = 0 \Rightarrow 19 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -19$

अतः समीकरण (ii) से अभीष्ट रेखा का समीकरण

$6x + y - 19 = 0$ है।

86. (a) रेखा $3x - 5y + 7 = 0$ के लम्बवत् रेखा का समीकरण है,

$5x + 3y + \lambda = 0$ .....(i)

$\because$ रेखा (i) , $(1,-2)$ से गुजरती है

$\therefore\ 5\times1+3\times(-2)+\lambda=0 \Rightarrow 5-6+\lambda=0 \Rightarrow \lambda=1$

अतः समीकरण $5x+3y+1=0$ है।

87. (d) $\frac{2}{a}-\frac{3}{b}=1$ व $\frac{4}{a}-\frac{5}{b}=1 \Rightarrow b=-1, a=-1$.

88. (b) बिन्दु (3, 2) से गुजरने वाली व $\frac{3}{4}$ प्रवणता वाली रेखा का समीकरण $3x-4y-1=0$ है।

माना बिन्दु (h,k) है, तब $3h-4k-1=0$ ......(i)

व $(h-3)^2+(y-2)^2=5^2$ ......(ii)

समीकरणों को हल करने पर, $h=-1,7$ व $k=-1,5$

अतः बिन्दु (– 1, –1) व (7, 5) हैं।

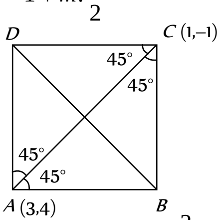
89. (c) माना $L_1 \equiv 2x+5y-7=0$ व $L_2 \equiv 2x-5y-9=0$

अतः $m_1=-\frac{2}{5}, m_2=\frac{2}{5}$

स्पष्टतः, रेखायें न तो लम्ब हैं, न समान्तर एवं न ही सम्पाती हैं। अतः रेखायें प्रतिच्छेदी हैं।

90. (c) स्पष्टतः AC की प्रवणता $=\frac{5}{2}$.

माना AC के साथ 45^o के कोण से झुकी रेखा की प्रवणता m है, तब $\tan 45^o = \pm\frac{m-\frac{5}{2}}{1+m.\frac{5}{2}} \Rightarrow m=-\frac{7}{3},\frac{3}{7}$

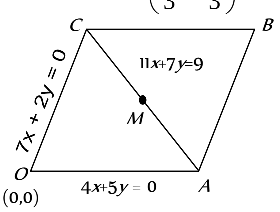


अतः माना AB या DC की प्रवणता $\frac{3}{7}$ एवं AD या BC की प्रवणता $-\frac{7}{3}$ है। अतः AB का समीकरण $3x-7y+19=0$ तथा BC का समीकरण $7x+3y-4=0$ है।

इन समीकरणों को हल करने पर, $B\left(-\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right)$. अब माना शीर्ष D के निर्देशांक (h, k) हैं। चूँकि AC व BD के मध्य बिन्दु एक ही हैं, इसलिए $\frac{1}{2}\left(h-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}(3+1) \Rightarrow h=\frac{9}{2}$,

$\frac{1}{2}\left(k+\frac{5}{2}\right)=\frac{1}{2}(4-1) \Rightarrow k=\frac{1}{2}$. अतः $D=\left(\frac{9}{2},\frac{1}{2}\right)$.

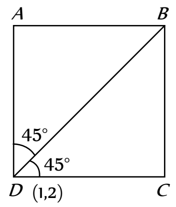
91. (c) चूँकि विकर्ण का समीकरण $11x+7y=9$ मूल बिन्दु से होकर नहीं जाता है, अतः यह विकर्ण OB का समीकरण नहीं हो सकता है। AC के समीकरण को OA के समीकरण तथा OC के समीकरणों के साथ हल करने पर बिन्दु $A\left(\frac{5}{3},-\frac{4}{3}\right)$ व $C\left(\frac{-2}{3},\frac{7}{3}\right)$ प्राप्त होते हैं।



अतः मध्य बिन्दु $M\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ होगा। इस प्रकार, OB का समीकरण $y=x$ अर्थात् $x-y=0$ होगा।

92. (c) BD की प्रवणता $\frac{8}{15}$ है एवं BD द्वारा AD व DC से बनाया गया कोण 45^o है। माना DC की प्रवणता m है, तब

$\tan 45^o = \pm\frac{m-\frac{8}{15}}{1+\frac{8}{15}m}$



$\Rightarrow (15+8m)=\pm(15m-8)$

$\Rightarrow m=\frac{23}{7}$ या $-\frac{7}{23}$

अतः DC व AD के समीकरण हैं

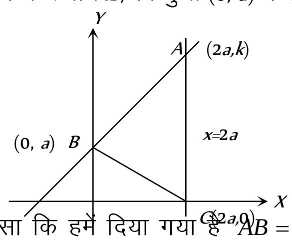
$y-2=\frac{23}{7}(x-1) \Rightarrow 23x-7y-9=0$

व $y-2=-\frac{7}{23}(x-1) \Rightarrow 7x+23y-53=0$.

93. (a) प्रवणता $=\frac{8-2}{3-1}=3$.

अतः विकर्ण का समीकरण $y-2=3(x-1) \Rightarrow 3x-y-1=0$ है।

94. (d) स्पष्टतः अन्य रेखा AB, बिन्दुओं (0, a) व $(2a,k)$ से गुजरेगी।



किन्तु जैसा कि हमें दिया गया है $AB=AC$

$\Rightarrow k=\sqrt{4a^2+(k-a)^2} \Rightarrow k=\frac{5a}{2}$

अतः अभीष्ट समीकरण $3x-4y+4a=0$ होगा।

95. (b) माना मूलबिन्दु से दी गई रेखा पर लम्ब की लम्बाई p है, तब इसका अभिलम्ब रूप $x\cos 30^o + y\sin 30^o = p$ या $\sqrt{3}x+y=2p$ है।

यह रेखा अक्षों को $A\left(\frac{2p}{\sqrt{3}},0\right)$ व $B(0,2p)$ पर मिलेगी।

अतः त्रिभुज ΔOAB का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\left(\frac{2p}{\sqrt{3}}\right)2p=\frac{2p^2}{\sqrt{3}}$

संकल्पना से, $\frac{2p^2}{\sqrt{3}}=\frac{50}{\sqrt{3}} \Rightarrow p=\pm5$

अतः रेखायें $\sqrt{3}x+y\pm10=0$ हैं।

96. (a) चूँकि माध्यिका दी गयी रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिन्दु A से गुजरती है, अतः इसका समीकरण $(px+qy-1)+\lambda(qx+py-1)=0$ है, जहाँ λ कोई नियतांक है। चूँकि माध्यिका (p,q) से भी गुजरती है, अतः $(p^2+q^2-1)+\lambda(qp+pq-1)=0$

$\Rightarrow \lambda=-\frac{p^2+q^2-1}{2pq-1}$

A से जाने वाली माध्यिका का समीकरण है,

$(px+qy-1)-\frac{p^2+q^2-1}{2pq-1}(qx+py-1)=0$

$\Rightarrow (2pq-1)(px+qy-1)=(p^2+q^2-1)(qx+py-1)$.

97. (a) यदि रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ है, तो अक्षों पर कटे अन्तःखण्ड a व b होंगे।

अतः क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}|a\times b|=6 \Rightarrow |ab|=12$ .....(i)

एवं कर्ण 5 है, अतः $a^2+b^2=25$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) को हल करने पर,

$a=\pm 4$ या ± 3 तथा $b=\pm 3$ या ± 4

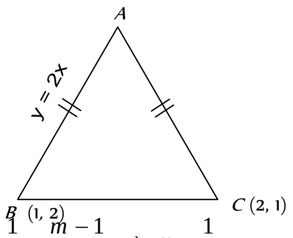
अतः रेखा का समीकरण $\pm\frac{x}{4}\pm\frac{y}{3}=1$ या $\pm\frac{x}{3}\pm\frac{y}{4}=1$ होगा।

ट्रिक : विकल्पों के निरीक्षण करने से पता चलता है कि रेखा $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=\pm 1$ दोनों प्रतिबन्धों को सन्तुष्ट करती है।

98. (c) अभीष्ट विकर्ण AB के मध्य बिन्दु से गुजरता है एवं AB पर लम्ब है। अतः समीकरण $y-2=-3(x-2)$ या $3x+y-8=0$ है।

99. (b) $\angle ABC=\tan\theta=\frac{\frac{1}{2}-1}{1+\frac{1}{2}}=-\frac{1}{3}$, (यहाँ $m_1=\frac{1}{2}, m_2=1$)

$\because AB=AC$, $\therefore \angle ABC=\angle ACB$

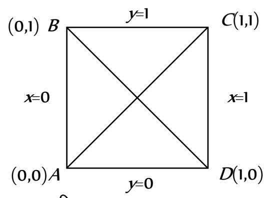


अतः $-\frac{1}{3}=\frac{m-1}{1+m} \Rightarrow m=\frac{1}{2}$

(यहाँ m, रेखा AC की प्रवणता है)

अतः रेखा AC का समीकरण है $y-1=\frac{1}{2}(x-2) \Rightarrow y=\frac{x}{2}$.

100. (a) वर्ग के शीर्षों के निर्देशांक $A(0,0)$, $B(0,1)$, $C(1,1)$ व $D(0,1)$ हैं।



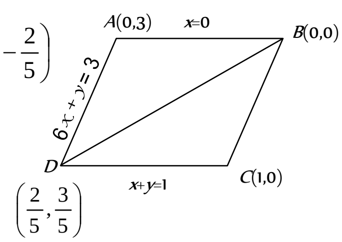
अतः AC का समीकरण $y=x$ व BD का समीकरण

$y-1=-\frac{1}{1}(x-0) \Rightarrow x+y=1$ है।

101. (a) चित्र के अनुसार, विकर्ण BD मूल बिन्दु से गुजरता है, अतः इसका समीकरण

$\left(y-\frac{3}{5}\right)=\frac{-(3/5)}{-(2/5)}\left(x-\frac{2}{5}\right)$

$\Rightarrow 3x-2y=0$.



102. (a) BC की प्रवणता $=-1$ एवं समीकरण $x+y+4=0$ है।

$\therefore$ BC के समान्तर रेखा का समीकरण $x+y+\lambda=0$ है एवं यह मूल बिन्दु से $\frac{1}{2}$ इकाई दूरी पर है।

इस प्रकार $\left|\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\right|=\frac{1}{2} \Rightarrow \lambda=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

अतः रेखा का अभीष्ट समीकरण $2x+2y\pm\sqrt{2}=0$ है।

103. (c) प्रवणता = 2 $\Rightarrow$ अतः समीकरण $2x-y=2$ है।

104. (b) $y-3=\tan(\theta\pm 60^o)(x-2)$

$\because \theta=135^o$, $\therefore y-3=\frac{-1\pm\sqrt{3}}{1\mp(-\sqrt{3})}(x-2)$

अर्थात्, $y-3=\frac{-1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}(x-2)=(2-\sqrt{3})(x-2)$.

105. (a) माना दो लम्बवत् रेखायें निर्देशांक अक्ष हैं। यदि गतिमान रेखा द्वारा निर्देशांक्षों पर काटे गये अन्तःखण्ड a, b हों, तो रेखा का समीकरण है, $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ .....(i)

प्रश्नानुसार, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{k}$, (माना)

अर्थात्, $\frac{k}{a}+\frac{k}{b}=1$ .....(ii)

परिणाम (ii) प्रदर्शित करता है कि सरल रेखा (i) नियत बिन्दु (k, k) से होकर गुजरती है।

106. (c) a, b, c हरात्मक श्रेणी में हैं, तब $\frac{2}{b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{c}$ .....(i)

दी गई रेखा है, $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{1}{c}=0$ .....(ii)

दोनों को घटाने पर, $\frac{1}{a}(x-1)+\frac{1}{b}(y+2)=0$

$\because a\neq 0, b\neq 0$

अतः $(x-1)=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow (y+2)=0 \Rightarrow y=-2$.

ट्रिक : विकल्पों से जाँच करने पर, माना a, b, c के मान क्रमशः $\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{1}{3}$ हैं, तब $x+2y+3=0$, विकल्प (c) को संतुष्ट करेगा।

107. (a) रेखा $ax+by+c=0$ सदैव बिन्दु $(1,-2)$ से गुजरती है।

$\therefore a-2b+c=0 \Rightarrow 2b=a+c$

अतः a, b तथा c समान्तर श्रेणी में हैं।

108. (a) $u=a_1x+b_1y+c_1=0, v=a_2x+b_2y+c_2=0$

व $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}=c$, (माना)

$\Rightarrow a_2=\frac{a_1}{c}, b_2=\frac{b_1}{c}, c_2=\frac{c_1}{c}$

दिया है $u+kv=0$

$\Rightarrow a_1x+b_1y+c_1+k(a_2x+b_2y+c_2)=0$

$\Rightarrow a_1x+b_1y+c_1+k\frac{a_1}{c}x+k\frac{b_1}{c}y+k\frac{c_1}{c}=0$

$\Rightarrow a_1x\left(1+\frac{k}{c}\right)+b_1y\left(1+\frac{k}{c}\right)+c_1\left(1+\frac{k}{c}\right)=0$

$\Rightarrow a_1x+b_1y+c_1=0=u$.

109. (d) अन्तःखण्ड रूप में रेखा का समीकरण है,

$\frac{x}{-8/a}+\frac{y}{-8/b}=1$ .....(i)

व $\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}=1$ .....(ii)

प्रतिबन्ध के अनुसार, $-\frac{8}{a}=-(-3)$

$\Rightarrow a=-\frac{8}{3}$ व $-\frac{8}{b}=-(2)\Rightarrow b=4$.

110. (a) $(a-2b)x+(a+3b)y+3a+4b=0$

या $a(x+y+3)+b(-2x+3y+4)=0$, जो कि रेखाओं $x+y+3=0$ व $-2x+3y+4=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु अर्थात् (– 1, – 2) से जाने वाली रेखाकुल का समीकरण है।

ट्रिक : बिन्दु (–1, –2) दी गयी रेखा के समीकरण को संतुष्ट करते हैं।

111. (a) दिये गये प्रतिबन्ध $a+b+c=0$ से तीन रेखायें $x-y=\frac{p}{a}$ या $\frac{p}{b}$ या $\frac{p}{c}(p\neq 0)$ प्राप्त होंगी। ये सभी रेखायें समान्तर हैं। अतः ये किसी निश्चित तल में प्रतिच्छेद नहीं करेंगी।

112. (c) $y=x$ या $x=y$ रखने पर समीकरण अपरिवर्तित रहता है, अतः यह रेखा $y=x$ के सापेक्ष सममित है।

113. (d) रेखा का प्रतिच्छेद बिन्दु $\left(\frac{ab}{a+b},\frac{ab}{a+b}\right)$ है जो कि विकल्पों (a), (b) व (c) को संतुष्ट करता हैं अतः सही उत्तर (d) है।

114. (e) दो रेखायें समान होंगी यदि किसी वास्तविक संख्या k का अस्तित्व इस प्रकार हो कि

$b^3-c^3=k(b-c),\ c^3-a^3=k(c-a),\ a^3-b^3=k(a-b)$

$\Rightarrow b-c=0$ या $b^2+c^2+bc=k$

$\Rightarrow c-a=0$ या $c^2+a^2+ac=k$

$\Rightarrow a-b=0$ या $a^2+b^2+ab=k$

$\Rightarrow b=c, c=a, a=b$ या $b^2+c^2+bc=c^2+a^2+ca$

$\Rightarrow b^2-a^2=c(a-b)\Rightarrow b=a$ या $a+b+c=0$.

115. (c) माना रेखा का समीकरण $y=mx+c$ है।

दी गई रेखा x-अक्ष के साथ $135°$ का कोण बनाती है।

$\therefore\ m=\tan\theta=\tan 135°=-1$ और मूलबिन्दु से y-अक्ष पर – 5 का अन्तःखण्ड काटती है अर्थात् $c=-5$

अतः रेखा का समीकरण $y=-x-5\Rightarrow x+y+5=0$ है।

116. (c) माना रेखा का समीकरण $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ है।

दिया है $a=b$, तब $x+y=a$ .....(i)

$\because$ रेखा (i), (2, 4) से होकर जाती है

$\therefore$ समीकरण (i) से, $2+4=a\ \Rightarrow\ a=6$

अतः रेखा का समीकरण $x+y=6$ अर्थात् $x+y-6=0$ है।

117. (a) यहाँ $a+b=-1$, $\therefore$ अभीष्ट रेखा है, $\frac{x}{a}-\frac{y}{1+a}=1$ .....(i)

$\because$ रेखा (i), (4, 3) से होकर जाती है

$\therefore\ \frac{4}{a}-\frac{3}{1+a}=1\ \Rightarrow\ 4+4a-3a=a+a^2$

$\Rightarrow\ a^2=4\Rightarrow a=\pm 2$

अतः रेखायें $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1$ तथा $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}=1$ होंगी।

118. (c) माना x-अक्ष के समान्तर रेखा का समीकरण है,

$y=\lambda$ .....(i)

तथा वक्र का समीकरण है, $y=\sqrt{x}$ .....(ii)

समीकरण (i) को वक्र $y=\sqrt{x}$ के साथ हल करने पर प्रतिच्छेद बिन्दु P के निर्देशांक $P(\lambda^2,\lambda)$ है।

$\therefore$ समीकरण (ii) से रेखा की प्रवणता $m=\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\text{बिन्दु } P \text{ पर}}=\frac{1}{2\lambda}$

$\therefore$ समीकरण (i) और (ii), P पर $45°$ के कोण पर प्रतिच्छेद करते हैं।

$\therefore\ \tan^{-1}\left(\frac{m-0}{1+m.0}\right)=\pm 45°$.

$\Rightarrow m=\left(\frac{1}{2\lambda}\right)=\pm 1\ \Rightarrow\ \lambda=\pm\frac{1}{2}$

$\therefore$ रेखा का समीकरण $y=\frac{1}{2}$ या $y=\frac{-1}{2}$ है पर $y=\frac{-1}{2}$ नहीं दिया गया है अतः अभीष्ट रेखा $y=\frac{1}{2}$ होगी।

119. (a) रेखा $ax+by+c=0$ के लम्बवत् रेखा का समीकरण है,

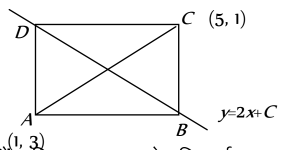
$bx-ay+\lambda=0$ .....(i)

यह रेखा (a, b) से होकर जाती है

$\therefore$ समीकरण (i) से , $ab-ab+\lambda=0\Rightarrow\lambda=0$

अतः रेखा का समीकरण $bx-ay=0$ है।

120. (b) माना $ABCD$ एक आयत है। दिया गया है कि $A(1, 3)$, $C(5, 1)$ विपरीत शीर्ष हैं तथा शीर्ष B और D रेखा $y=2x+c$ पर स्थित हैं।



हम जानते हैं, कि आयात के विकर्ण एक दूसरे को एक ही मध्य बिन्दु पर काटते हैं। अतः AC का मध्य बिन्दु (3, 2) है।

$\because y=2x+c$ रेखा (3, 2) से होकर जाती है, अतः $c=-4$.

121. (c) वृत्त का केन्द्र $=0(0,0)$, अतः रेखा OQ की प्रवणता $=\frac{4}{3}$ तथा रेखा OR की प्रवणता $=\frac{-3}{4}$, $\therefore\ \angle QOR=\frac{\pi}{2}$

अतः $\angle QPR=\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{4}$.

122. (d) दिया गया बिन्दु रेखा $x+y=2$ पर स्थित होगा यदि $3t^2+3t+3=0$. यहाँ विविक्तिकर $D=9-12<0$, अतः t का मान काल्पनिक होगा। अतः दिया गया बिन्दु इस रेखा पर स्थित नहीं हो सकता है।

123. (d) (–1,3) व (4,–2) को मिलाने वाली रेखा है, $(y+1)=\frac{-5}{5}(x-3)$

$\Rightarrow y+1=-1(x-3)\ \Rightarrow\ x+y=2$ .....(i)

यदि रेखा (i), बिन्दु (p, q) से गुजरती है, तब $p+q=2$.

124. (c) रेखा $ax+2by+3b=0$ तथा $bx-2ay-3a=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण है,

$ax + 2by + 3b + \lambda(bx - 2ay - 3a) = 0$

$\Rightarrow (a + b\lambda)x + (2b - 2a\lambda)y + 3b - 3\lambda a = 0$ .....(i)

रेखा (i), x-अक्ष के समान्तर है

$\therefore\ a + b\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{-a}{b}$

λ का मान समीकरण (i) में रखने पर,

$ax + 2by + 3b - \frac{a}{b}(bx - 2ay - 3a) = 0$

$y\left(2b + \frac{2a^2}{b}\right) + 3b + \frac{3a^2}{b} = 0$, $y\left(\frac{2b^2 + 2a^2}{b}\right) = -\left(\frac{3b^2 + 3a^2}{b}\right)$

$y = \frac{-3(a^2 + b^2)}{2(b^2 + a^2)} = \frac{-3}{2}$, $y = -\frac{3}{2}$

अतः, यह x-अक्ष से 3/2 इकाई नीचे है।

125. (a) रेखा का समीकरण है, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

तब विकल्प (a) से, केवल बिन्दु $(3a, -2b)$ रेखा पर है।

126. (c) दी गई रेखा का x-अक्ष और y-अक्ष से अन्तःखण्ड का अनुपात 2 : 1 अर्थात् अंतःखण्ड $2a$ और a हैं

$\therefore\ \frac{x}{2a} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow x + 2y = 2a$ .....(i)

प्रश्नानुसार,

रेखा (i), बिन्दुओं (3,–4) और (5, 2) के मध्यबिन्दु अर्थात् (4,–1) से होकर जाती हैं

$\therefore\ 4 + 2(-1) = 2a \Rightarrow a = 1$

अतः रेखा का समीकरण है, $x + 2y = 2$.

127. (c) रेखा की प्रवणता $= \tan\theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\sqrt{3} - 0}{2 - 1} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\sqrt{3} = 60^o$.

128. (d) x-अक्ष के समान्तर $\Rightarrow y = A$, अतः l शून्य होना चाहिए।

129. (c) $2x + y + 6 = 0$ पर लम्बवत् व बिन्दु (0, 0) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण $x - 2y = 0$ होगा।

अब, रेखा $x - 2y = 0$ तथा $2x + y + 6 = 0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु $\left(\frac{-12}{5}, \frac{-6}{5}\right)$ तथा रेखा $x - 2y = 0$ और $4x + 2y - 9 = 0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु $\left(\frac{9}{5}, \frac{9}{10}\right)$ है।

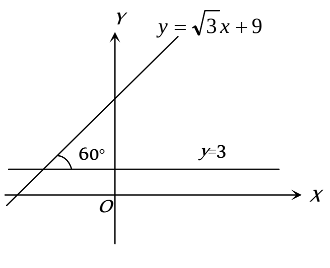
हम कह सकते हैं कि मूलबिन्दु रेखा $x - 2y = 0$ को $\lambda : 1$ के अनुपात में विभाजित करता है

$\therefore\ x = \frac{\frac{9}{5}\lambda - \frac{12}{5}}{\lambda + 1} = 0 \Rightarrow \frac{9}{5}\lambda = \frac{12}{5}$, $\therefore \lambda = \frac{4}{3}$

अर्थात् मूलबिन्दु, रेखा $x = 2y$ को 4 : 3 के अनुपात में विभाजित करता है।

दो रेखाओं के मध्य कोण, दो रेखाओं के मध्य कोणार्द्धक

1. (b) चित्रानुसार, कोण $= 60^o$



2. (b) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2 - \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3}}{1 + 4 - 3}\right) = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) = 120^o$

अतः न्यूनकोण $\theta' = 60^o$ लेते हैं।

3. (c) रेखाओं के समीकरण $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1$ तथा $\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = 1$ हैं

$\Rightarrow m_1 = \frac{b}{a}$ व $m_2 = \frac{a}{b}$

अतः, $\theta = \tan^{-1}\frac{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}{1 + \frac{b}{a}.\frac{a}{b}} = \tan^{-1}\frac{b^2 - a^2}{2ab}$.

4. (d) यहाँ, AB का समीकरण $x + 4y - 4 = 0$ .....(i)

एवं BC का समीकरण $2x + y - 22 = 0$ .....(ii)

अतः (i) व (ii) के मध्य कोण =

$\tan^{-1}\frac{-\frac{1}{4} + 2}{1 + \left(-\frac{1}{4}\right)(-2)} = \tan^{-1}\frac{7}{6}$.

5. (a) रेखायें $bx + ay - ab = 0$ तथा $bx - ay - ab = 0$ हैं

अतः अभीष्ट कोण

$= \tan^{-1}\left|\frac{ab - (-ab)}{b^2 + (-a^2)}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{2ab}{b^2 - a^2}\right| = 2\tan^{-1}\frac{b}{a}$.

6. (d) $m_1 = 3, m_2 = \frac{1}{2}$ व $m_3 = m$

माना प्रथम व तृतीय रेखा के बीच कोण θ_1 तथा द्वितीय व तृतीय रेखा के बीच कोण θ_2 है, तो

$\tan\theta_1 = \frac{3 - m}{1 + 3m}$ तथा $\tan\theta_2 = \frac{m - \frac{1}{2}}{1 + \frac{m}{2}}$

लेकिन $\theta_1 = \theta_2 \Rightarrow \frac{3 - m}{1 + 3m} = \frac{m - \frac{1}{2}}{1 + \frac{m}{2}}$

$\Rightarrow 7m^2 - 2m - 7 = 0 \Rightarrow m = \frac{1 \pm 5\sqrt{2}}{7}$.

7. (b) $\theta = \tan^{-1}\left[\frac{-\cot\alpha_1 + \cot\alpha_2}{1 + \cot\alpha_1\cot\alpha_2}\right]$

$= \tan^{-1}\left[\frac{\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1}{1 + \tan\alpha_2\tan\alpha_1}\right] = (\alpha_2 \sim \alpha_1)$

वैकल्पिक : स्पष्टतः x-अक्ष की धनात्मक दिशा से, प्रथम रेखा $\frac{\pi}{2} + \alpha_1$ कोण तथा दूसरी रेखा $\frac{\pi}{2} + \alpha_2$ कोण बना रही है। अतः इन रेखाओं के बीच कोण $\alpha_1 \sim \alpha_2$ होगा।

8. (b) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-\cot 30^o + \cot 60^o}{1 + \cot 30^o\cot 60^o}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{\tan 60^o - \tan 30^o}{1+\tan 30^o \tan 60^o}\right) = 30^o$.

9. (c) ये लम्बवत् रेखायें हैं, क्योंकि $m_1m_2 = (2)\left(\frac{-1}{2}\right) = -1$.

10. (c) $a_1a_2 + b_1b_2 = \frac{1}{ab'} + \frac{1}{a'b} = 0$

अतः रेखायें लम्बवत् हैं।

11. (a) माना $L_1 \equiv 2x+3y-7=0$ व $L_2 \equiv 2x+3y-5=0$

यहाँ L_1 की प्रवणता $= L_2$ की प्रवणता $= -\frac{2}{3}$, अतः रेखायें समान्तर हैं।

12. (b) रेखा $y = x+2$ की प्रवणता 1 है, इसलिए यह x-अक्ष से 45^o का कोण बनायेगी। दूसरी रेखा x-अक्ष के समान्तर है। अतः रेखाओं के बीच अधिककोण 135° होगा।

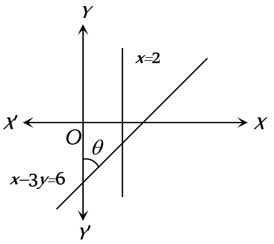
13. (c) बिन्दुओं (1, 0) व $(-2, \sqrt{3})$ से होकर जाने वाली रेखा की प्रवणता $= m = \frac{\sqrt{3}-0}{-2-1} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 150^o$.

14. (b) $\theta = 90^o - \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

$\tan\theta = \cot\left[\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)\right] = 3$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}(3)$.



15. (c) $\frac{k-(2+\sqrt{3})}{1+k(2+\sqrt{3})} = \sqrt{3}$ या $k - 2 - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 2k\sqrt{3} + 3k$,

$k = \frac{-2(1+\sqrt{3})}{2(1+\sqrt{3})} = -1$.

16. (a) हम जानते हैं, कि $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = \tan 75^o$

$\therefore$ रेखा y-अक्ष के साथ 75^o का कोण बनाती है, अतः y-अक्ष का समीकरण $x = 0$ है।

17. (b) यह आधारभूत संकल्पना है।

18. (d) बिन्दुओं $(4,-5)$ व $(-2,9)$ को मिलाने वाली रेखा का मध्यबिन्दु $\left(\frac{4-2}{2}, \frac{-5+9}{2}\right)$ अर्थात् (1, 2) है। अतः मध्यबिन्दु (1, 2) व बिन्दु (–3,6) से गुजरने वाली रेखा की प्रवणता $m = \frac{2-6}{1+3} = \frac{-4}{4} = -1 = \tan\theta$.

$\Rightarrow \theta = \frac{3\pi}{4}$.

19. (a) दो रेखाओं के मध्य कोण के लिये, $\tan\theta = \frac{m_1 - m_2}{1+m_1m_2}$

दिया है, $m_1 = \frac{-1}{2}$, $m_2 = 2$ $\therefore m_1m_2 = -1$.

अतः रेखाएँ लम्बवत् हैं अर्थात् $\theta = 90^\circ$.

20. (a) $\because a_1a_2 + b_1b_2 = (1)(\sqrt{3}) + (-\sqrt{3})(1) = 0$

$\therefore$ अतः रेखायें लम्बवत् हैं, अर्थात् $\theta = 90^\circ$.

21. (b) दी गई रेखायें हैं, $2x - y - 15 = 0$ .....(i)

तथा $3x + y + 4 = 0$ .....(ii)

यहाँ $m_1 = 2, m_2 = -3$

यदि दोनों रेखाओं के मध्य कोण θ हो, तब

$\tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1+m_1m_2}\right| = \left|\frac{2+3}{1-6}\right| = \left|\frac{5}{-5}\right| = 1$

$\tan\theta = \tan\frac{\pi}{4} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$.

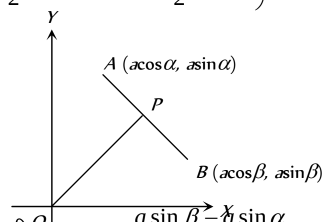
22. (c) रेखा $xy = 0$, निर्देशांक अक्षों $x = 0$ व $y = 0$ का समीकरण प्रदर्शित करती है। अतः इनके बीच कोण 90° है।

23. (b) $m_1 = \frac{6+4}{-2-3} = \frac{10}{-5} = -2$ व $m_2 = \frac{-18-6}{9-(-3)} = -2$

अतः ये रेखाएँ समान्तर हैं।

24. (c) $\left(\frac{-2}{3a}\right)\left(\frac{-3}{4}\right) = -1$ या $a = \frac{-1}{2}$.

25. (a) $(a\cos\alpha, a\sin\alpha)$ व $(a\cos\beta, a\sin\beta)$ का मध्य बिन्दु $P\left(\frac{a(\cos\alpha+\cos\beta)}{2}, \frac{a(\sin\alpha+\sin\beta)}{2}\right)$ है।



रेखा AB की प्रवणता $= \frac{a\sin\beta - a\sin\alpha}{a\cos\beta - a\cos\alpha}$

$= \frac{\sin\beta - \sin\alpha}{\cos\beta - \cos\alpha} = m_1$

एवं OP की प्रवणता $= \frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\cos\alpha + \cos\beta} = m_2$

अब $m_1 \times m_2 = \frac{\sin^2\beta - \sin^2\alpha}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha} = -1$

अतः रेखाएँ लम्बवत् हैं।

26. (b) यह स्पष्ट है।

27. (b) चूँकि $m_1m_2 = (2)\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$.

28. (d) $\left(\frac{k-3}{2-4}\right)(2) = -1 \Rightarrow 2k - 6 = 2 \Rightarrow k = 4$.

29. (b) यह स्पष्ट है।

30. (b) कोणों के समद्विभाजकों के समीकरण $\frac{3x-4y+7}{5} = \pm\frac{12x+5y-2}{13}$ द्वारा प्राप्त होते हैं।

$\Rightarrow 11x - 3y + 9 = 0$ ......(i)

व $21x + 77y - 101 = 0$ ......(ii)

माना (i) व रेखा $3x - 4y + 7 = 0$ के बीच का कोण α है, तो

$\tan\alpha = \left|\frac{m_1 - m_2}{1+m_1m_2}\right| = \left|\frac{\frac{3}{4} - \frac{11}{3}}{1+\frac{3}{4}\times\frac{11}{3}}\right| = \frac{35}{45} < 1$

$\Rightarrow \alpha < 45^o$, अतः $11x - 3y + 9 = 0$ दी गयी रेखाओं का न्यूनकोण समद्विभाजक है।

31. (a) कोणों के समद्विभाजकों के समीकरण निम्न हैं

$$\frac{x-2y+4}{\sqrt{1+4}} = \pm\frac{4x-3y+2}{\sqrt{16+9}}$$

(+) चिन्ह लेने पर,

$(4-\sqrt{5})x - (3-2\sqrt{5})y - (4\sqrt{5}-2) = 0$ .....(i)

(–) चिन्ह लेने पर,

$(4+\sqrt{5})x - (2\sqrt{5}+3)y + (4\sqrt{5}+2) = 0$ .....(ii)

माना रेखा (i) व दी हुयी रेखाओं में से एक के बीच का कोण θ है, तो $\tan\theta = \left|\frac{\frac{1}{2} - \frac{4-\sqrt{5}}{3-2\sqrt{5}}}{1+\frac{1}{2}.\frac{4-\sqrt{5}}{3-2\sqrt{5}}}\right| = \sqrt{5}+2 > 1$

अतः रेखा (i), दी गयी रेखाओं के बीच अधिककोण समद्विभाजक है।

32. (a) x व y-अक्षों के कोण समद्विभाजकों के समीकरण $x + y = 0$ व $x - y = 0$ $(\because \theta = 45^o$ या $135^o)$

या $y = \pm x$ हैं।

33. (a) चूँकि मूलबिन्दु व बिन्दु (1, –3) रेखा $x + 2y - 11 = 0$ के एक ही ओर हैं एवं रेखा $3x - 6y - 5 = 0$ के विपरीत ओर हैं। अतः बिन्दु $(0,0)$ नहीं रखने वाला कोण समद्विभाजक ही अभीष्ट समद्विभाजक होगा, अर्थात्

$$\frac{-x-2y+11}{\sqrt{5}} = -\left(\frac{-3x+6y+5}{\sqrt{45}}\right)$$ अर्थात्, $3x = 19$.

34. (a) सूत्र से, $\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$

$$\frac{3x+4y-7}{\sqrt{3^2+4^2}} = \pm\frac{12x+5y+17}{\sqrt{(12)^2+(5)^2}}$$

$$\frac{3x+4y-7}{5} = \pm\frac{12x+5y+17}{13}.$$

35. (c) रेखाओं $4x - 3y + 7 = 0$ तथा $3x - 4y + 14 = 0$ के मध्य निर्मित न्यूनकोण के अर्द्धक का समीकरण है, $\frac{4x-3y+7}{\sqrt{16+9}} = -\frac{3x-4y+14}{\sqrt{16+9}}$

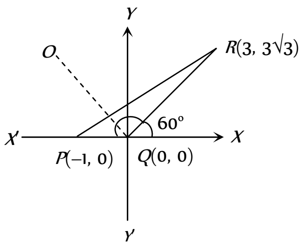
$\Rightarrow 7x - 7y + 21 = 0 \Rightarrow x - y + 3 = 0$.

36. (d) यहाँ, प्रथम विकर्ण की प्रवणता = $m_1 = \frac{2-0}{2-0} = 1 \Rightarrow \theta_1 = 45^o$

द्वितीय विकर्ण की प्रवणता = $m_2 = \frac{2-0}{1-1} = \infty \Rightarrow \theta_2 = 90^o$

$\Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = 45^o = \frac{\pi}{4}$.

37. (c)



QR की प्रवणता = $\frac{3\sqrt{3}-0}{3-0} = \sqrt{3}$, अर्थात् $\theta = 60^o$

स्पष्टतः, $\angle PQR = 120^o$

$\because$ OQ, कोण का कोणार्द्धक है अतः रेखा OQ, x-अक्ष की धनात्मक दिशा से 120° का कोण बनायेगी। अतः $\angle PQR$ के कोणार्द्धक का समीकरण $y = \tan 120^o x$ या $y = -\sqrt{3}x$ अर्थात् $\sqrt{3}x + y = 0$ है।

दो रेखाओं के मध्य दूरी, किसी बिन्दु से रेखा की लम्बवत् दूरी, रेखा के सापेक्ष बिन्दु की स्थिति

1. (a) माना बिन्दु $(h,0)$ है, तो $a = \pm\frac{bh+0-ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\Rightarrow bh = \pm a\sqrt{a^2+b^2} + ab \Rightarrow h = \frac{a}{b}(b \pm \sqrt{a^2+b^2})$

अतः बिन्दु $\left\{\frac{a}{b}(b \pm \sqrt{a^2+b^2}), 0\right\}$ हैं।

2. (b) लम्ब की लम्बाई $= \left|\frac{\frac{b}{a} - \frac{a}{b} - 1}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2}}\right| = \left|\frac{b^2 - a^2 - ab}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$.

3. (b) यहाँ रेखायें $3x + 4y - 9 = 0$ ......(i)

और $6x + 8y - 15 = 0$ ......(ii) हैं।

अब मूल बिन्दु से दोनों रेखाओं की दूरियाँ क्रमशः

$\frac{-9}{\sqrt{3^2+4^2}} = -\frac{9}{5}$ व $\frac{-15}{\sqrt{6^2+8^2}} = -\frac{15}{10}$ हैं।

अतः दोनों रेखाओं के बीच की दूरी $= \left|-\frac{9}{5} - \left(-\frac{15}{10}\right)\right| = \frac{3}{10}$.

वैकल्पिक : प्रथम समीकरण में $y = 0$ रखने पर, $x = 3$. अतः बिन्दु (3, 0) इस पर स्थित है। अतः इन रेखाओं के बीच की दूरी बिन्दु (3, 0) से रेखा $6x + 8y = 15$ पर डाले गये लम्ब की लम्बाई के बराबर, अर्थात् $\frac{6\times3-15}{\sqrt{6^2+8^2}} = \frac{3}{10}$ होगी।

4. (a) प्रतिच्छेद बिन्दु $y = \frac{15}{17}, x = \frac{-4\times15}{3\times17} = \frac{-20}{17}$ है

अतः $D = \left|\frac{5\left(\frac{-20}{17}\right) - 2\left(\frac{15}{17}\right)}{\sqrt{29}}\right| = \frac{130}{17\sqrt{29}}$.

5. (a) माना बिन्दु (h, k) है, तो $h + k = 4$ .....(i)

और $1 = \pm\frac{4h+3k-10}{\sqrt{4^2+3^2}} \Rightarrow 4h + 3k = 15$ .....(ii)

और $4h + 3k = 5$ .....(iii)

समीकरण (i) व (ii), तथा (i) व (iii) को हल करने पर, अभीष्ट बिन्दु (3, 1) व (–7, 11) होंगे।

ट्रिक : विकल्पों के निरीक्षण से, स्पष्टतः बिन्दु (3, 1) व (–7,11), रेखा $x+y=4$ पर स्थित हैं एवं इन बिन्दुओं की रेखा $4x+3y=10$ से लम्बवत् दूरी 1 है।

6. (d) $p=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ या $\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}=\frac{1}{p^2}\Rightarrow\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{p^2}$.

7. (b) बिन्दुओं (x',y') तथा (x'',y'') को मिलाने वाली सरल रेखा का समीकरण है, $y-y'=\frac{y''-y'}{x''-x'}(x-x')$

लम्ब की लम्बाई $=\frac{x'(y''-y')-y'(x''-x')}{\sqrt{(x''-x')^2+(y''-y')^2}}$

$=\frac{x'y''-y'x''}{\sqrt{(x''-x')^2+(y''-y')^2}}$.

नोट : विद्यार्थी इस प्रश्न को सूत्र की तरह याद रखें।

8. (c) यहाँ, $p=\left|\frac{-k}{\sqrt{\sec^2\alpha+\text{cosec}^2\alpha}}\right|$, $p'=\left|\frac{-k\cos 2\alpha}{\sqrt{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}}\right|$

अतः, $4p^2+p'^2=\frac{4k^2}{\sec^2\alpha+\text{cosec}^2\alpha}+\frac{k^2(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)^2}{1}$

$=4k^2\sin^2\alpha\cos^2\alpha+k^2(\cos^4\alpha+\sin^4\alpha)$
$-2k^2\cos^2\alpha\sin^2\alpha$

$=k^2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2=k^2$.

9. (a) अभीष्ट दूरी $=\frac{7}{\sqrt{(12)^2+5^2}}=\frac{7}{13}$.

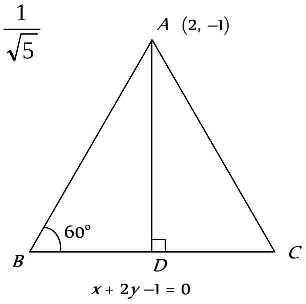
10. (b) अभीष्ट लम्बाई $=\left|\frac{4(3)+3(1)+20}{5}\right|=7$.

11. (d) माना दोनों रेखाओं की मूल बिन्दु से दूरियाँ p_1 व p_2 हैं, तब स्पष्टतः $p_1=-\frac{8}{5}$ व $p_2=-\frac{3}{5}$. अतः दोनों रेखाओं के बीच दूरी $=|p_1\sim p_2|=\frac{5}{5}=1$.

12. (c) $4x+3y=11$ व $4x+3y=\frac{15}{2}$

अतः $D=\left|\frac{11-\frac{15}{2}}{5}\right|=\frac{7}{10}$.

13. (b) $|AD|=\left|\frac{2-2-1}{\sqrt{1^2+2^2}}\right|=\frac{1}{\sqrt{5}}$



$\tan 60^\circ=\frac{AD}{BD}$

$\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{1/\sqrt{5}}{BD}$

$\Rightarrow BD=\frac{1}{\sqrt{15}}$

$BC=2BD=2/\sqrt{15}$.

14. (b) $\left(\frac{b\sqrt{a^2-b^2}\cos\theta+0-ab}{\sqrt{b^2\cos^2\theta+a^2\sin^2\theta}}\right)\left(\frac{-b\sqrt{a^2-b^2}\cos\theta-ab}{\sqrt{b^2\cos^2\theta+a^2\sin^2\theta}}\right)$

$=\frac{-[b^2(a^2-b^2)\cos^2\theta-a^2b^2]}{(b^2\cos^2\theta+a^2\sin^2\theta)}$

$=\frac{b^2[a^2-a^2\cos^2\theta+b^2\cos^2\theta]}{b^2\cos^2\theta+a^2\sin^2\theta}$

$=\frac{b^2[a^2\sin^2\theta+b^2\cos^2\theta]}{b^2\cos^2\theta+a^2\sin^2\theta}=b^2$.

ट्रिक : माना $a=2, b=1$ और $\theta=\frac{\pi}{2}$ तो बिन्दु $(\pm\sqrt{3},0)$ तथा रेखा $y=1$ होगी। $y=1$ पर बिन्दु $(\sqrt{3},0)$ से लम्बाई 1 है एवं बिन्दु $(-\sqrt{3},0)$ से भी 1 है। अतः गुणनफल $1\times 1=1$ है, जो कि विकल्प (b) द्वारा प्राप्त होता है।

15. (b) रेखायें $3x+4y+2=0$ व $3x+4y+5=0$ मूलबिन्दु के एक ही ओर हैं। इन रेखाओं के बीच की दूरी $d_1=\left|\frac{2-5}{\sqrt{3^2+4^2}}\right|=\frac{3}{5}$ है। रेखायें $3x+4y+2=0$ व $3x+4y-5=0$ मूलबिन्दु से विपरीत ओर हैं। इन रेखाओं के बीच की दूरी $d_2=\left|\frac{2+5}{\sqrt{3^2+4^2}}\right|=\frac{7}{5}$

अतः रेखा $3x+4y+2=0$, रेखाओं $3x+4y+5=0$ व $3x+4y-5=0$ के बीच की दूरी को $d_1:d_2$, अर्थात् $3:7$ के अनुपात में विभाजित करती है।

16. (c) $2p=\left|\frac{0+0-1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}}}\right|\Rightarrow\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{4p^2}$

$\Rightarrow\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{2}{8p^2}\Rightarrow\frac{1}{a^2},\frac{1}{8p^2},\frac{1}{b^2}$ समान्तर श्रेणी में हैं।

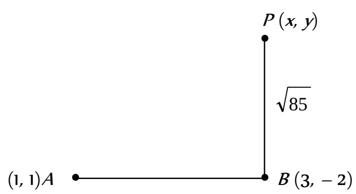
$\Rightarrow a^2, 8p^2, b^2$ हरात्मक श्रेणी में हैं।

17. (a) रेखा $4x-3y-12=0$ है। अतः अभीष्ट लम्बाई $=\frac{12}{5}$.

18. (b) $\therefore$ दो रेखाओं के बीच की दूरी $=d=\left|\frac{1+\frac{9}{2}}{\sqrt{13}}\right|$

$\Rightarrow d=\frac{11}{2\sqrt{13}}=\frac{11}{\sqrt{52}}$.

19. (c) **ट्रिक** : विकल्प (c) से,



$BP=\sqrt{(5-3)^2+(7+2)^2}=\sqrt{4+81}=\sqrt{85}$

अतः विकल्प (c) सही है।

20. (a) $p=\left|\frac{-2-3-5}{\sqrt{1+1}}\right|=\frac{10}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}$.

21. (a) रेखा $x+y=1$ की प्रवणता -1 है।
अतः यह रेखा x-अक्ष के साथ $135°$ का कोण बनाती है।
बिन्दु (1, 1) से जाने वाली तथा $135°$ का कोण बनाने वाली रेखा का समीकरण $\frac{x-1}{\cos 135^o}=\frac{y-1}{\sin 135^o}=r$
$\Rightarrow \frac{x-1}{-1/\sqrt{2}}=\frac{y-1}{1/\sqrt{2}}=r$
इस रेखा पर स्थित किसी बिन्दु के निर्देशांक $\left(1-\frac{r}{\sqrt{2}},1+\frac{r}{\sqrt{2}}\right)$ हैं।
यदि यह बिन्दु रेखा $2x-3y=4$ पर स्थित हो, तो
$2\left(1-\frac{r}{\sqrt{2}}\right)-3\left(1+\frac{r}{\sqrt{2}}\right)=4 \Rightarrow r=\sqrt{2}.$

22. (c) दी गई रेखाएँ हैं, $5x+3y-7=0$ .....(i)
तथा $15x+9y+14=0$ या $5x+3y+\frac{14}{3}=0$ .....(ii)
रेखाएँ (i) व (ii) समान्तर हैं। चूँकि c_1 व c_2 विपरीत चिन्हों के हैं, इसलिए दोनों रेखाएँ मूलबिन्दु के विपरीत ओर स्थित होंगी। अतः दोनों रेखाओं के मध्य दूरी
$=\left|\frac{c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}\right|+\left|\frac{c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}\right|=\left|\frac{-7}{\sqrt{34}}\right|+\left|\frac{14}{3\sqrt{34}}\right|=\frac{35}{3\sqrt{34}}.$

23. (b) बिन्दु (0,0) से सरल रेखा $3x+4y+7=0$ की लम्बवत् दूरी
$=d_1=\frac{3\times 0+4\times 0+7}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{7}{5}$
बिन्दु (0, 0) से सरल रेखा $3x+4y-5=0$ की लम्बवत् दूरी
$=d_2=\frac{3\times 0+4\times 0+(-5)}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{-5}{5}$
$\therefore$ अभीष्ट दूरी $=|d_1-d_2|=\left|\frac{7}{5}-\left(\frac{-5}{5}\right)\right|=\frac{12}{5}.$

24. (a) $L_1(8,-9)=2(8)+3(-9)-4=-15$
$L_2(8,-9)=6(8)+9(-9)+8=-25$
अतः बिन्दु रेखाओं के एक ही ओर हैं।

25. (a) रेखा का समीकरण $y=x\tan\alpha+c$, $c>0$ है।
बिन्दु $(a\cos\alpha, a\sin\alpha)$ से लम्ब की लम्बाई
$=p=\frac{-a\sin\alpha+a\cos\alpha\tan\alpha+c}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$; $p=\frac{c}{\sec\alpha}=c\cos\alpha$.

26. (a) बिन्दु (–2, 3) से रेखा $x-y=5$ की लम्बवत् दूरी
$=\left|\frac{-2-3-5}{\sqrt{2}}\right|=\left|\frac{-10}{\sqrt{2}}\right|=5\sqrt{2}$.

27. (c) दी गयी रेखायें $2x-y+7=0$ तथा $2x-y+5=0$ हैं।
दोनों रेखाएँ मूल बिन्दु के एक ओर हैं।
अतः, समान्तर रेखाओं के बीच की दूरी $=\frac{7-5}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$.

28. (c) दिया है, रेखा का समीकरण $y-x+2=0$ है तथा बिन्दुओं के निर्देशांक $(x_1,y_1)=(3,-1)$ तथा $(x_2,y_2)=(8,9)$ हैं।
हम जानते हैं कि यदि रेखा $ax+by+c=0$, बिन्दुओं (x_1,y_1) तथा (x_2,y_2) द्वारा $\lambda:1$ के अनुपात में विभाजित होती है, तो प्रतिच्छेद बिन्दु $\left(\frac{\lambda x_2+x_1}{\lambda+1},\frac{\lambda y_2+y_1}{\lambda+1}\right)$ रेखा $ax+by+c=0$ पर स्थित होगा।
अतः बिन्दुओं $(3,-1)$ तथा $(8,9)$ को मिलाने वाली रेखा को $\lambda:1$ के अनुपात में विभाजित करने वाला बिन्दु $\left(\frac{8\lambda+3}{\lambda+1},\frac{9\lambda-1}{\lambda+1}\right)$ है तथा यदि यह बिन्दु $y-x+2=0$ पर स्थित हो, तो $\frac{9\lambda-1}{\lambda+1}-\frac{8\lambda+3}{\lambda+1}+2=0$
या $9\lambda-1-(8\lambda+3)+2(\lambda+1)=0$
या $3\lambda-2=0, \lambda=\frac{2}{3}$, अर्थात् अनुपात 2 : 3 है।

29. (a) मूल बिन्दु से सरल रेखा $12x+5y-7=0$ की लम्बवत् दूरी
$=\left|\frac{12\times 0+5\times 0-7}{\sqrt{12^2+5^2}}\right|=\left|\frac{-7}{13}\right|=\frac{7}{13}$.

30. (c) **ट्रिक** : स्पष्टतः (0, 0) से दी गयी रेखाओं पर लम्ब की लम्बाईयाँ 2 हैं।

31. (c) माना आधार $x+y=2$ पर शीर्ष (2, –1) से डाले गये लम्ब की लम्बाई p है, तो $p=\left|\frac{2-1-2}{\sqrt{1^2+1^2}}\right|=\frac{1}{\sqrt{2}}$
यदि त्रिभुज की भुजा की लम्बाई 'a' है, तो
$p=a\sin 60^o \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow a=\sqrt{\frac{2}{3}}$.

32. (d) $\because (\sin\theta,\cos\theta)$ तथा (3, 2) रेखा $x+y-1=0$ के एक ही ओर स्थित हैं तब चिन्ह समान होने चाहिए।
$\therefore \sin\theta+\cos\theta-1>0$ चूँकि $3+2-1>0$
$\Rightarrow \sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)>1$
$\Rightarrow \sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)>\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow 0<\theta<\frac{\pi}{4}.$

33. (d) $L_{(-1,-1)}=3(-1)-8(-1)-7<0$
$L_{(3,7)}=3\times 3-8\times 7-7<0$
अतः (–1, –1) व (3, 7) रेखा के एक ही ओर स्थित हैं।

34. (a) रेखाओं $-x+y=2$ और $x-y=2$ के बीच की दूरी
$\alpha=\frac{2}{\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$
रेखाओं $4x-3y=5$ व $6y-8x=1$ के बीच की दूरी
$\beta=\frac{1}{10}+\frac{5}{5}=\frac{11}{10}$
$\therefore \frac{\alpha}{\beta}=\frac{2\sqrt{2}}{11/10}\Rightarrow 20\sqrt{2}\beta=11\alpha$.

35. (a) $L \equiv 2x+3y-4=0$, $L_{(-6,2)}=-12+6-4<0$

$L' = 6x+9y+8=0$, $L'_{(-6,2)}=-36+18+8<0$

अतः बिन्दु दोनों रेखाओं के नीचे है।

36. (b) $L \equiv 3x-4y-8=0$

$L_{(3,4)}=9-16-8<0$ व $L_{(2,-6)}=6+24-8>0$

अतः बिन्दु, रेखा के विपरीत ओर हैं।

संगामी रेखायें

1. (c) दी गयी रेखायें हैं,

$ax+by+c=0$ .....(i)

$bx+cy+a=0$ .....(ii)

$cx+ay+b=0$ .....(iii)

रेखायें संगामी होंगी, यदि $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow a^3+b^3+c^3-3abc=0$.

2. (b) $\dfrac{a-at_2^2}{at_2^2-at_1^2}=\dfrac{-2at_2}{2at_2-2at_1}$

$\Rightarrow (1-t_2^2)=-t_2(t_2+t_1)$ या $t_1t_2=-1$.

3. (a) $\begin{vmatrix} m_1 & -1 & c_1 \\ m_2 & -1 & c_2 \\ m_3 & -1 & c_3 \end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow m_1(c_2-c_3)+m_2(c_3-c_1)+m_3(c_1-c_2)=0$.

नोट : विद्यार्थी इस प्रश्न को सूत्र की तरह याद रखें।

4. (c) $\begin{vmatrix} p-q & q-r & r-p \\ q-r & r-p & p-q \\ r-p & p-q & q-r \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 0 & q-r & r-p \\ 0 & r-p & p-q \\ 0 & p-q & q-r \end{vmatrix}=0$

अतः रेखायें संगामी हैं।

वैकल्पिक : चूँकि x व y के गुणांकों तथा अचर पदों का योग शून्य है अतः रेखायें संगामी होंगी।

5. (b) विकल्पों द्वारा जाँच करते हैं

विकल्प (a) से, $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 6 & 5 & 9 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}=3(25-27)-4(12)+6(8)\neq 0$

विकल्प (b) से, $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 6 & 5 & 9 \\ 3 & 3 & 5 \end{vmatrix}=3(25-27)-4(3)+6(3)=0$.

6. (a) रेखायें संगामी होंगी, यदि $\begin{vmatrix} 7 & -8 & 5 \\ 3 & -4 & 5 \\ 4 & 5 & k \end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow 7(-4k-25)+8(3k-20)+5(15+16)=0 \Rightarrow k=-45$.

7. (a) यहाँ रेखायें $x-3=0, y-4=0$ व $4x-3y+a=0$ हैं।

ये संगामी होंगी, यदि $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -4 \\ 4 & -3 & a \end{vmatrix}=0 \Rightarrow a=0$.

8. (c) $3(12x+10y-3)-2(15x-18y+1)=6x+66y-11=0$

अतः रेखायें संगामी हैं।

9. (a) तीनों रेखायें संगामी होंगी, यदि $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -9 \\ 3 & 5 & -5 \\ a & b & -1 \end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow 35a-22b+1=0$

जो कि सत्य होगा यदि रेखा $35x-22y+1=0$, बिन्दु (a, b) से गुजरती है।

10. (b) यदि दी गयी रेखायें संगामी हैं, तो

$\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 1 & 1 & c \end{vmatrix}=0 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & 1-a & 1-a \\ 1 & b-1 & 0 \\ 1 & 0 & c-1 \end{vmatrix}=0$

{ $C_2 \to C_2-C_1$ व $C_3 \to C_3-C_1$ का प्रयोग करने पर}

$\Rightarrow a(b-1)(c-1)-(b-1)(1-a)-(c-1)(1-a)=0$

$\Rightarrow \dfrac{a}{1-a}+\dfrac{1}{1-b}+\dfrac{1}{1-c}=0$,

{$(1-a)(1-b)(1-c)$ द्वारा विभाजित करने पर}

$\Rightarrow \dfrac{1}{1-a}+\dfrac{1}{1-b}+\dfrac{1}{1-c}=1$.

11. (a) यह दिया गया है कि रेखायें $ax+2y+1=0$, $bx+3y+1=0$ व $cx+4y+1=0$ संगामी हैं, अतः

$\begin{vmatrix} a & 2 & 1 \\ b & 3 & 1 \\ c & 4 & 1 \end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow -a+2b-c=0 \Rightarrow 2b=a+c$

$\Rightarrow a,b,c$ समान्तर श्रेणी में हैं।

12. (a) दी गयी रेखायें संगामी होंगी, यदि $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ a & 3 & -3 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix}=0$

यह a के प्रत्येक मान के लिए सत्य होगा, क्योंकि C_2 व C_3 सर्वसम हैं।

13. (c) रेखायें संगामी होंगी, यदि $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 5 \\ b & 5 & -3 \end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow 4(3-25)-3(-3-5b)-1(5+b)=0$

$\Rightarrow -88+9+15b-5-b=0 \Rightarrow -84+14b=0$

$\therefore b=6$.

14. (d) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 5 & a & -3 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow 3(-3a+3)+1(-15+6)-2(5-2a)=0 \Rightarrow a=-2$.

15. (d) $\begin{vmatrix} l & m & n \\ m & n & l \\ n & l & m \end{vmatrix}=0 \Rightarrow \begin{vmatrix} l+m+n & m & n \\ l+m+n & n & l \\ l+m+n & l & m \end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow (l+m+n)\begin{vmatrix} 1 & m & n \\ 1 & n & l \\ 1 & l & m \end{vmatrix}=0 \Rightarrow (l+m+n)=0$.

16. (b) रेखाओं का समुच्चय $4ax+3by+c=0$ है, जहाँ $a+b+c=0$

c को विलुप्त करने पर, $4ax+3by-(a+b)=0$

$\Rightarrow a(4x-1)+b(3y-1)=0$

यह रेखाओं $4x-1=0$ तथा $3y-1=0$ के प्रतिच्छेद बिन्दु अर्थात् $x=\frac{1}{4}, y=\frac{1}{3}$ अर्थात् $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right)$ से गुजरती है।

17. (c) तीनों रेखाएँ संगामी होंगी, यदि $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=0$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & q \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow 1(5+4)-0+q(0-3)=0$

$\Rightarrow 9-3q=0 \Rightarrow q=3.$

18. (b) दी गई रेखाएँ $3x+4y=5$, $5x+4y=4$, $\lambda x+4y=6$ हैं। तीनों रेखाएँ एक बिन्दु पर मिलेंगी, यदि प्रथम दो रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु तीसरी रेखा पर स्थित होगा।

$3x+4y=5$ तथा $5x+4y=4$ से,

$x=\frac{-1}{2},\ y=\frac{13}{8}$

यह बिन्दु रेखा $\lambda x+4y=6$ पर स्थित होगा, यदि $\lambda\left(-\frac{1}{2}\right)+4\left(\frac{13}{8}\right)=6 \Rightarrow \lambda=1$.

19. (a) यदि दी गई तीन सरल रेखायें $ax+by-c=0$, $bx+cy-a=0$, $cx+ay-b=0$ समरेख हैं,

तब $\begin{vmatrix} a & b & -c \\ b & c & -a \\ c & a & -b \end{vmatrix}=0 \Rightarrow -(a+b+c)\begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 1 & c & a \\ 1 & a & b \end{vmatrix}=0$

स्पष्टतः, $(a+b+c)=0$.

20. (a) $x+y=10$ .....(i)

$2x+y=18$ .....(ii)

तथा $4x-3y=26$ .....(iii)

तीन रेखाओं के क्रमशः समीकरण हैं।

समीकरण (i) व समीकरण (ii) को हल करने पर,

$x=8$ व $y=2$

x और y का मान समीकरण (iii) में रखने पर,

L.H.S $=4x-2y$ $=4\times8-3\times2=32-6=26=$ R.H.S.

$\therefore$ बिन्दु (8,2) रेखा $4x-3y=26$ पर है, अर्थात् तीनों रेखायें संगामी हैं। अतः तीनों समीकरणों का एक और केवल एक ही हल है।

लम्ब पाद, रूपान्तरण, पाद बिन्दु, बिन्दु का प्रतिबिम्ब

1. (b) $-y+3x+4=0$ पर लम्बवत् रेखा $\frac{y-3}{x-2}=\frac{-1}{3}$ या $3y+x-11=0$ होगी। अतः पाद बिन्दु इन रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु अर्थात् $x=\frac{-1}{10}, y=\frac{37}{10}$ होगा।

2. (b) लम्ब की प्रवणता $=-\left[\frac{\cos\alpha-\cos\beta}{\sin\alpha-\sin\beta}\right]=\tan\frac{\alpha+\beta}{2}$

अतः लम्ब का समीकरण है,

$y=\tan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)x$ .....(i)

अतः (i) को रेखा के साथ हल करने पर अभीष्ट बिन्दु मिलता है।

ट्रिक : a,α,β के अनुकूल मान लेकर विकल्पों से निरीक्षण करें।

3. (a) यह आधारभूत संकल्पना है।

नोट : विद्यार्थी इस प्रश्न को सूत्र की तरह याद रखें।

4. (b) सूत्र से अभीष्ट पाद बिन्दु

$=\left(\frac{1^2\times2-1\times1\times4+1}{1^2+1^2},\frac{1^2\times4-1\times1\times2+1}{1^2+1^2}\right)=\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

ट्रिक : यहाँ विकल्पों में केवल $\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ ही दी गयी रेखा के समीकरण को संतुष्ट करता है।

5. (b) रेखा $x+y-11=0$ पर लम्ब रेखा का समीकरण $x-y+\lambda=0$ है, परन्तु यह (2, 3) से गुजरती है, अतः $\lambda=1$ इसलिए लम्ब रेखा का समीकरण $x-y+1=0$ है। इस प्रकार लम्ब के पाद बिन्दु के निर्देशांक, रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु होंगे, अतः पाद बिन्दु (5, 6) है।

वैकल्पिक : सूत्र से, अभीष्ट पाद बिन्दु

$=\left(\frac{1^2\times2-1\times1\times3-1\times(-11)}{1^2+1^2},\frac{1^2\times3-1\times1\times2-1(-11)}{1^2+1^2}\right)$

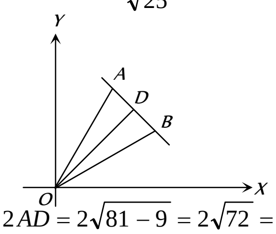
$=\left(\frac{2-3+11}{2},\frac{3-2+11}{2}\right)=(5,6)$.

6. (c) यहाँ बिन्दु O (0,0) है। रेखा $2x+3y=12$, y-अक्ष को B पर मिलती है, अतः B (0,4) होगा। रेखा $2x+3y=12$ पर लम्ब तथा (5, 5) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण निम्न है

$3x-2y=5$ .....(i)

रेखा (i), x-अक्ष को C पर मिलती है अतः C के निर्देशांक $\left(\frac{5}{3},0\right)$ होंगे। इसी प्रकार रेखा (i) व AB को हल करने पर E के निर्देशांक (3, 2) प्राप्त होंगे। इस प्रकार $O(0,0)$, $C\left(\frac{5}{3},0\right)$, $E(3,2)$ व B (0, 4) हैं। अब आकृति $OCEB$ का क्षेत्रफल= ΔOCE का क्षेत्रफल + ΔOEB का क्षेत्रफल $=\frac{23}{3}$ वर्ग इकाई.

7. (b) $OA=OB=9, OD=\frac{15}{\sqrt{25}}=3$

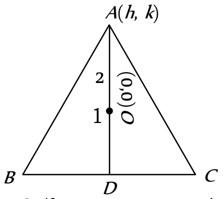


$\therefore AB=2AD=2\sqrt{81-9}=2\sqrt{72}=12\sqrt{2}$

अतः $\Delta=\frac{1}{2}(3\times12\sqrt{2})=18\sqrt{2}$ वर्ग इकाई।

8. (c) माना शीर्ष A के निर्देशांक (h,k) हैं तब AD, BC पर लम्ब होगा, $\therefore$ $OA\perp BC$

$\Rightarrow \dfrac{k-0}{h-0} \times \dfrac{-1}{1} = -1 \Rightarrow k = h$ .....(i)



माना D के निर्देशांक (α,β) हैं, तो O के निर्देशांक $\left(\dfrac{2\alpha+h}{2+1}, \dfrac{2\beta+k}{2+1}\right)$ हैं। अतः $\dfrac{2\alpha+h}{3}=0$ व $\dfrac{2\beta+k}{3}=0$

$\Rightarrow \alpha = -\dfrac{h}{2}, \beta = \dfrac{-k}{2}$.

अतः (α,β), रेखा $x+y-2=0$ पर स्थित है

$\Rightarrow \alpha+\beta-2=0$

$\Rightarrow -(h/2)-(k/2)-2=0 \Rightarrow h+k+4=0$

$\Rightarrow 2h+4=0 \Rightarrow h=k=-2$, [(i) से]

अतः शीर्ष A के निर्देशांक $(-2,-2)$ हैं।

9. (b) प्रथम रूपान्तरण के बाद बिन्दु (1, 4) होगा, अतः अन्तिम बिन्दु के निर्देशांक $(1+2, 4) = (3,4)$ होंगे।

10. (b) माना हम निर्देशांक्षों को वामावर्त दिशा में α कोण से घुमाते हैं। रेखा L का समीकरण पुराने अक्षों के सापेक्ष $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ होगा। इसमें x को $x\cos\alpha - y\sin\alpha$ तथा y को $x\sin\alpha + y\cos\alpha$ से प्रतिस्थापित करने पर, नये अक्षों के सापेक्ष रेखा का समीकरण है,

$\dfrac{x\cos\alpha - y\sin\alpha}{a} + \dfrac{x\sin\alpha + y\cos\alpha}{b} = 1$

$\Rightarrow x\left(\dfrac{\cos\alpha}{a}+\dfrac{\sin\alpha}{b}\right) + y\left(\dfrac{\cos\alpha}{b}-\dfrac{\sin\alpha}{a}\right) = 1$ .....(i)

रेखा (i) द्वारा निर्देशांक्षों पर काटे गये अन्तःखण्ड p व q दिये गये हैं,

अतः $\dfrac{1}{p} = \dfrac{\cos\alpha}{a}+\dfrac{\sin\alpha}{b}$ तथा $\dfrac{1}{q} = \dfrac{\cos\alpha}{b}-\dfrac{\sin\alpha}{a}$

वर्ग करके जोड़ने पर, $\dfrac{1}{p^2}+\dfrac{1}{q^2} = \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}$.

नोट : विद्यार्थी इस प्रश्न को सूत्र की तरह याद रखें।

11. (c,d) माना अक्षों को 45^o से वामावर्त दिशा में घुमा दिया हैं, तब रेखा का समीकरण नए अक्षों के सापेक्ष ज्ञात करने के लिए, $x = x\cos\alpha - y\sin\alpha$ तथा $x\sin\alpha + y\cos\alpha$ रखने पर, नए अक्षों के सापेक्ष रेखा का समीकरण,

$\Rightarrow \dfrac{1}{1}(x\cos 45^o - y\sin 45^o) + \dfrac{1}{2}(x\sin 45^o + y\cos 45^o) = 1$

चूँकि p, q रेखा द्वारा अक्षों पर काटे गए अन्तःखण्ड हैं, अतः $(p, 0)$ एवं $(0, q)$ रखने पर,

$\dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{a}\cos\alpha + \dfrac{1}{b}\sin\alpha \Rightarrow \dfrac{1}{q} = -\dfrac{1}{a}\sin\alpha + \dfrac{1}{b}\cos\alpha$

$\Rightarrow \dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{1}\cos 45^o + \dfrac{1}{2}\sin 45^o$

$\Rightarrow \dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{3}{2\sqrt{2}}$

$\therefore\ p = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$; $\dfrac{1}{q} = -\dfrac{1}{1}\sin 45^o + \dfrac{1}{2}\cos 45^o$

$\dfrac{1}{q} = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{2\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$, $\therefore q = 2\sqrt{2}$

अतः रेखा L द्वारा अक्षों पर काटे गए नए अन्तःखण्ड क्रमशः $\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}, 2\sqrt{2}\right)$ हैं।

यदि अक्षों को दक्षिणावर्त दिशा में 45° घुमा दिया जाए, तो L द्वारा अक्षों पर काटे गए अन्तःखण्ड क्रमशः $\left(2\sqrt{2}, \dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ हैं।

12. (b) $d = \dfrac{5}{\sqrt{3^2+4^2}} = 1$

लम्ब की प्रवणता = $\dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow x = \pm 1.\cos\theta = \pm\dfrac{3}{5}$ व $y = \pm 1.\sin\theta = \pm\dfrac{4}{5}$

यहाँ $\left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{4}{5}\right)$ सरल रेखा पर है, अतः बिन्दु $\left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{4}{5}\right)$ पाद बिन्दु हैं।

13. (a) बिन्दु (3,8) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण, जो कि $x+3y-7=0$ पर लम्ब है, $3x-y-1=0$ होगा। दोनों रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दुओं के निर्देशांक (1, 2) हैं।

अब माना $A(3,8)$ का प्रतिबिम्ब $A'(x_1, y_1)$ है, तो बिन्दु (1, 2), AA' का मध्य बिन्दु होगा।

$\Rightarrow \dfrac{x_1+3}{2} = 1 \Rightarrow x_1 = -1$ व $\dfrac{y_1+8}{2} = 2 \Rightarrow y_1 = -4$.

अतः प्रतिबिम्ब (–1, – 4) है।

14. (a) माना $Q(a,b)$, $P(4,-13)$ का परावर्तित बिन्दु है, तो मध्य बिन्दु $R\left(\dfrac{a+4}{2}, \dfrac{b-13}{2}\right)$, रेखा $5x+y+6=0$ पर स्थित होगा।

$\therefore\ 5\left(\dfrac{a+4}{2}\right) + \dfrac{b-13}{2} + 6 = 0 \Rightarrow 5a+b+19=0$ ......(i)

साथ ही, PQ रेखा $5x+y+6=0$ पर लम्ब है,

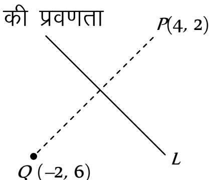
अतः $\dfrac{b+13}{a-4} \times \left(-\dfrac{5}{1}\right) = -1 \Rightarrow a-5b-69=0$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) को हल करने पर, $a=-1,\ b=-14$.

15. (a) $P(-2,6)$ तथा $Q(4,2)$ का मध्य बिन्दु $\left(\dfrac{-2+4}{2}, \dfrac{6+2}{2}\right)$ अर्थात् $(1,4)$ है तथा रेखा PQ की प्रवणता

$= \dfrac{2-6}{4+2} = \dfrac{-2}{3}$

$\therefore$ L की प्रवणता = $\dfrac{3}{2}$



अतः बिन्दु (1, 4) से जाने वाली रेखा का समीकरण है,

$y-4 = \dfrac{3}{2}(x-1) \Rightarrow 3x-2y+5=0$.

16. (a) $y-k = m(x-h)$ एवं $y-0 = -\dfrac{1}{m}(x-0)$ में m का विलोपन व (h,k) को (x,y) से परिवर्तित करने पर समीकरण

$x^2+y^2-hx-ky=0$ प्राप्त होता है जो कि बिन्दु का अभीष्ट बिन्दुपथ है।

17. (c) मूलबिन्दु से रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ पर खींचे गये लम्ब का समीकरण $y-0=\frac{a}{b}(x-0)$ है।

$\left[\because \text{दी गयी रेखा की प्रवणता } = \frac{-b}{a}, \therefore \text{ लम्ब की प्रवणता } = \frac{a}{b}\right]$

$\Rightarrow by-ax=0 \Rightarrow \frac{x}{b}-\frac{y}{a}=0$

इस लम्ब के पाद का बिन्दुपथ, रेखाओं $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ .....(i)

तथा $\frac{x}{b}-\frac{y}{a}=0$ ......(ii)

का प्रतिच्छेद बिन्दु है।

समीकरण (i) तथा (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर,

$$\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}\right)^2+\left(\frac{x}{b}-\frac{y}{a}\right)^2=1$$

$$\Rightarrow x^2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)+y^2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)=1$$

$$\Rightarrow x^2\left(\frac{1}{c^2}\right)+y^2\left(\frac{1}{c^2}\right)=1, \left[\because \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{c^2}\right]$$

$$\Rightarrow x^2+y^2=c^2.$$

त्रिभुज व चतुर्भुज पर आधारित प्रश्न, बिन्दुपथ

1. (b) माना तीसरे शीर्ष के निर्देशांक $(2a, t)$ हैं।

$$AC=BC \Rightarrow t=\sqrt{4a^2+(a-t)^2} \Rightarrow t=\frac{5a}{2}$$

अतः तीसरे शीर्ष C के निर्देशांक $\left(2a,\frac{5a}{2}\right)$ हैं।

$\therefore$ त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$=\pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix}2a & \frac{5a}{2} & 1\\ 2a & 0 & 1\\ 0 & a & 1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & \frac{5a}{2} & 1\\ 0 & -\frac{5a}{2} & 0\\ 0 & a & 1\end{vmatrix}=\frac{5a^2}{2} \text{ वर्ग इकाई।}$$

2. (d) त्रिभुज की दो भुजायें $x-3y=0$ व $3x+y=0$ परस्पर लम्बवत् हैं। अतः इस त्रिभुज का लम्बकेन्द्र इन भुजाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु अर्थात् (0, 0) होगा जो कि $3x-4y=0$ पर स्थित है।

3. (d) क्षेत्रफल $=\frac{p_1p_2}{\sin\theta}=p_1p_2\text{cosec}\,\theta$,

जहाँ $p_1=\frac{d_1-c_1}{\sqrt{(a_1^2+b_1^2)}}, p_2=\frac{d_2-c_2}{\sqrt{(a_2^2+b_2^2)}}$

साथ ही, $\tan\theta=\frac{a_1b_2-a_2b_1}{a_1a_2+b_1b_2}$

$\because \text{cosec}^2\theta=1+\cot^2\theta$

$$\therefore \text{cosec}^2\theta=\frac{(a_1a_2+b_1b_2)^2+(a_1b_2-a_2b_1)^2}{(a_1b_2-a_2b_1)^2}$$

$$=\frac{(a_1^2+b_1^2)(a_2^2+b_2^2)}{(a_1b_2-a_2b_1)^2}$$

p_1, p_2 व $\text{cosec}\,\theta$ का मान रखने पर,

अभीष्ट क्षेत्रफल $=\frac{(d_1-c_1)(d_2-c_2)}{a_1b_2-a_2b_1}$.

4. (a) क्षेत्रफल $=p_1.p_2\text{cosec}\,\theta$ के प्रयोग से, जहाँ

$$\tan\theta=\frac{-\tan\alpha+\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\tan(\beta-\alpha)$$

$\therefore \theta=\beta-\alpha, p_1=p-q, p_2=r-s$.

5. (b) यह स्पष्ट है।

6. (a) दी गई रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु, त्रिभुज के शीर्ष हैं

$\therefore$ त्रिभुज के शीर्ष $A(0,4)$, $B(1,2)$, $C(4,0)$ हैं।

अब, $AB=\sqrt{(0-1)^2+(4-1)^2}=\sqrt{10}$

$BC=\sqrt{(1-4)^2+(0-1)^2}=\sqrt{10}$

$AC=\sqrt{(0-4)^2+(0-4)}=4\sqrt{2}$

$\because AB=BC$, $\therefore \Delta$ समद्विबाहु है।

7. (b) रेखाओं के समीकरण $y-y_1=\frac{m\pm\tan\alpha}{1\mp m\tan\alpha}(x-x_1)$ हैं।

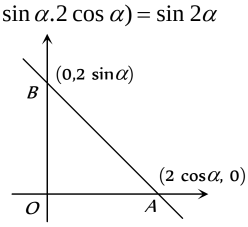
$$\Rightarrow y-4=\frac{1\pm\tan 45^\circ}{1\mp\tan 45^\circ}(x-x_1)$$

$$\Rightarrow y-4=\frac{1\pm 1}{1\mp 1}(x-3) \Rightarrow y=4 \text{ या } x=3$$

अतः त्रिभुज बनाने वाली रेखाओं के समीकरण $x-y=2$, $x=3$ तथा $y=4$ हैं। इन बिन्दुओं के प्रतिच्छेद बिन्दु $(6,4),(3,1)$ व $(3,4)$ हैं।

$$\therefore \Delta=\frac{1}{2}[6(-3)+3(0)+3(3)]=\frac{9}{2}.$$

8. (a) $\Delta=\frac{1}{2}(2\sin\alpha.2\cos\alpha)=\sin 2\alpha$

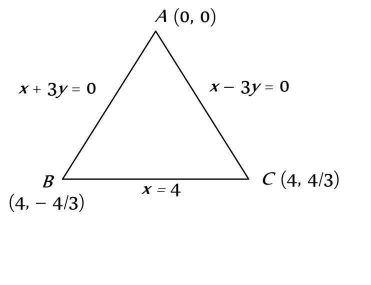


9. (b) $ax\pm by\pm c=0 \Rightarrow \frac{x}{\pm c/a}+\frac{y}{\pm c/b}=1$, जो कि अक्षों को $A\left(\frac{c}{a},0\right)$, $C\left(-\frac{c}{a},0\right)$, $B\left(0,\frac{c}{b}\right)$, $D\left(0,-\frac{c}{b}\right)$ पर मिलती हैं।

$\therefore$ चतुर्भुज $ABCD$ के विकर्ण AC व BD परस्पर लम्ब हैं। अतः यह एक समचतुर्भुज है जिसका क्षेत्रफल

$$=\frac{1}{2}AC\times BD=\frac{1}{2}\times\frac{2c}{a}\times\frac{2c}{b}=\frac{2c^2}{ab} \text{ है।}$$

10. (a) दी गयी रेखायें $x^2-9y^2=0$ व $x=4$ हैं।



अतः रेखाओं के समीकरण हैं,

$x - 3y = 0$ .....(i)

$x + 3y = 0$ .....(ii)

$x = 4$ .....(iii)

समीकरण (i), (ii) व (iii) को हल करने पर,

$A(0,0),\ B\left(4, \frac{-4}{3}\right),\ C\left(4, \frac{4}{3}\right)$

अब, $AB = \sqrt{(4-0)^2 + \left(0 + \frac{4}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{10}}{3}$

$AC = \sqrt{(4-0)^2 + \left(0 - \frac{4}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{10}}{3}$

$BC = \sqrt{(4-4)^2 + \left(\frac{4}{3} + \frac{4}{3}\right)^2} = \frac{8}{3}$

अतः ΔABC, समद्विबाहु त्रिभुज है।

11. (a) $(h-3)^2 + (k+2)^2 = \left|\frac{5h - 12k - 13}{\sqrt{25+144}}\right|$.

(h,k) को (x,y) से परिवर्तित करने पर,

$13x^2 + 13y^2 - 83x + 64y + 182 = 0$, जो कि बिन्दु के बिन्दुपथ का अभीष्ट समीकरण है।

12. (b) माना बिन्दु (x_1, y_1) है, तो प्रतिबन्ध के अनुसार

$\frac{3x_1 + 4y_1 - 11}{5} = -\left(\frac{12x_1 + 5y_1 + 2}{13}\right)$

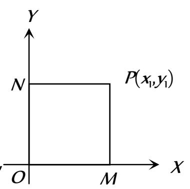
चूँकि दी गयी रेखायें मूलबिन्दु के सापेक्ष विपरीत ओर हैं, अतः अभीष्ट बिन्दुपथ $99x + 77y - 133 = 0$ है।

13. (a) $\sqrt{(h-4)^2 + k^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{h-16}{\sqrt{1^2+0}}\right)$

(h,k) को (x,y) से परिवर्तित करने पर, $3x^2 + 4y^2 = 192$.

14. (b) माना $P(x_1, y_1)$ अभीष्ट बिन्दु है।

$P(x_1, y_1)$ से, अक्षों OX व OY पर क्रमशः PM व PN लम्ब खींचते हैं।



दिया है, $PM + PN = 2$ ......(i)

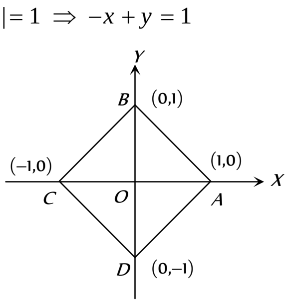
किन्तु, $PM = y_1, PN = x_1$

(i) से, $y_1 + x_1 = 2$

अतः (x_1, y_1) का बिन्दुपथ $x + y = 2$ है, जो कि एक सरल रेखा है।

15. (a) बिन्दु (x,y) का अभीष्ट बिन्दुपथ वक्र $|x| + |y| = 1$ होगा।

यदि बिन्दु प्रथम चतुर्थांश में होगा तो $x > 0, y > 0$ तथा $|x| + |y| = 1 \Rightarrow x + y = 1$ जो कि सरल रेखा AB होगी। यदि बिन्दु द्वितीय चतुर्थांश में होगा, तो $x < 0$, $y > 0$, अतः $|x| + |y| = 1 \Rightarrow -x + y = 1$



इसी तरह तृतीय व चतुर्थ चतुर्थांशों में समीकरण क्रमशः $-x - y = 1$ या $x - y = 1$ होंगे। अतः अभीष्ट बिन्दुपथ वक्र भुजाओं से संलग्न वर्ग $ABCD$ होगा।

16. (b) सरल रेखाओं $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$ व $\frac{x}{\beta} + \frac{y}{\alpha} = 1$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से जाने वाली रेखा का समीकरण

$$\left(\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} - 1\right) + \lambda\left(\frac{x}{\beta} + \frac{y}{\alpha} - 1\right) = 0$$

या $x\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\lambda}{\beta}\right) + y\left(\frac{1}{\beta} + \frac{\lambda}{\alpha}\right) - \lambda - 1 = 0$ है।

यह अक्षों को क्रमशः $A\left(\frac{\lambda+1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\lambda}{\beta}}, 0\right)$ व $B\left(0, \frac{\lambda+1}{\frac{1}{\beta} + \frac{\lambda}{\alpha}}\right)$ पर मिलती है।

माना (h, k), AB का मध्य बिन्दु है, तो

$h = \frac{1}{2}.\frac{\lambda+1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\lambda}{\beta}}, k = \frac{1}{2}.\frac{\lambda+1}{\frac{1}{\beta} + \frac{\lambda}{\alpha}}$

इनमें से λ का विलोपन करने पर, $2hk(\alpha + \beta) = \alpha\beta(h+k)$

अतः (h,k) का बिन्दुपथ $2xy(\alpha+\beta) = \alpha\beta(x+y)$ होगा।

17. (a) माना बिन्दु (x,y) है। दिया है, बिन्दु $(x,y), (1,5)$ तथा $(3,-7)$ से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल 21 वर्ग इकाई है।

$$\therefore \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & -7 & 1 \end{vmatrix} = 21$$

हल करने पर, $6x + y - 32 = 0$ जो कि बिन्दु (x,y) का अभीष्ट बिन्दुपथ है।

18. (b) बिन्दु (1, 1) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण है,

$y - 1 = m(x-1)$ ......(i)

रेखा (i), x-अक्ष पर मिलती है, अतः $y = 0$

$\therefore \frac{-1}{m} = x - 1 \Rightarrow x = 1 - \frac{1}{m}$

रेखा (i) y-अक्ष पर मिलती है, अतः $x = 0$

$\therefore y - 1 = -m \Rightarrow y = 1 - m$

माना AB का मध्य बिन्दु (h, k) है।

$\therefore h = \frac{0 + (1 - (1/m))}{2}; k = \frac{0 + (1-m)}{2}$

$m = \frac{1}{1-2h}$; $m = 1 - 2k$

$\therefore 1 - 2k = \frac{1}{1-2h}$

$\Rightarrow 1-2k-2h+4hk=1 \Rightarrow -2h-2k+4hk=0$

$\therefore$ मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ $x+y-2xy=0$ है।

19. (c) प्रश्नानुसार, $x_1=\frac{2+4+x}{3} \Rightarrow x=3x_1-6$

$y_1=\frac{5-11+y}{3} \Rightarrow y=3y_1+6$

$\therefore 9(3x_1-6)+7(3y_1+6)+4=0$

$\therefore$ बिन्दुपथ $27x+21y-8=0$ है, जो कि $9x+7y+4=0$ के समान्तर है।

Critical Thinking Questions

1. (a) समीकरण $3x+4y=9, y=mx+1$ को हल करने पर,

$$x=\frac{5}{3+4m}$$

x एक पूर्णांक होगा, यदि $3+4m=1,-1,5,-5$

$\therefore m=\frac{-2}{4},\frac{-4}{4},\frac{2}{4},\frac{-8}{4}$, अतः m के दो पूर्णांक मान हैं।

2. (a) माना A के निर्देशांक $(a, 0)$ हैं, तो परावर्तित किरण की प्रवणता $\frac{3-0}{5-a}=\tan\theta$ (माना)

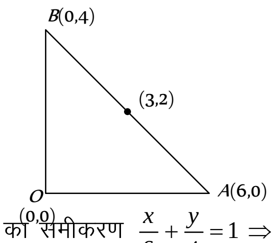
आपतित किरण की प्रवणता $=\frac{2-0}{1-a}=\tan(\pi-\theta)$

$\because \tan\theta+\tan(\pi-\theta)=0 \Rightarrow \frac{3}{5-a}+\frac{2}{1-a}=0$

$\Rightarrow 13-5a=0 \Rightarrow a=\frac{13}{5}$

अतः A के निर्देशांक $\left(\frac{13}{5},0\right)$ हैं।

3. (a) स्पष्टतः A व B के निर्देशांक क्रमशः $(6, 0)$ व $(0,4)$ हैं।



अतः AB का समीकरण $\frac{x}{6}+\frac{y}{4}=1 \Rightarrow 2x+3y=12$ है।

4. (a) $\frac{x+5}{\cos\theta}=\frac{y+4}{\sin\theta}=\frac{r_1}{AB}=\frac{r_2}{AC}=\frac{r_3}{AD}$

बिन्दु $(r_1\cos\theta-5, r_1\sin\theta-4)$, रेखा $x+3y+2=0$ पर स्थित है।

$\therefore r_1=\frac{15}{\cos\theta+3\sin\theta}$ एवं इसी प्रकार,

$\frac{10}{AC}=2\cos\theta+\sin\theta$ व $\frac{6}{AD}=\cos\theta-\sin\theta$

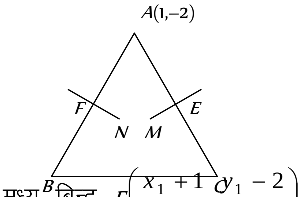
दिये गये सम्बन्ध में रखने पर, $(2\cos\theta+3\sin\theta)^2=0$

$\therefore \tan\theta=-\frac{2}{3} \Rightarrow y+4=-\frac{2}{3}(x+5) \Rightarrow 2x+3y+22=0.$

5. (d) माना AB का लम्ब समद्विभाजक FN है,

$x-y+5=0$ ......(i)

दिया है, रेखा AB का समीकरण है,



AB का मध्य बिन्दु $F\left(\frac{x_1+1}{2},\frac{y_1-2}{2}\right)$, रेखा (i) पर स्थित होगा। अतः $x_1-y_1=-13$ .....(ii)

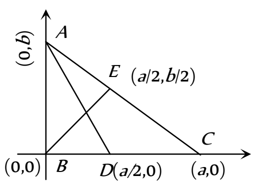
एवं $AB \perp FN$, अतः इनकी प्रवणताओं का गुणनफल –1 होना चाहिए।

अर्थात् $\frac{y_1+2}{x_1-1}\times 1=-1$ या $x_1+y_1=-1$ ......(iii)

समीकरण (ii) व (iii) को हल करने पर, $B(-7,6)$. इसी प्रकार $C\left(\frac{11}{5},\frac{2}{5}\right)$ होगा।

अतः BC का समीकरण $14x+23y-40=0$ है।

6. (c) चित्रानुसार,



$\left(\frac{b/2}{a/2}\right)\left(\frac{b}{-a/2}\right)=-1 \Rightarrow a^2=2b^2 \Rightarrow a=\pm\sqrt{2}b$.

7. (d) $S=QR$ का मध्य बिन्दु $=\left(\frac{6+7}{2},\frac{-1+3}{2}\right)=\left(\frac{13}{2},1\right)$

$\therefore PS$ की प्रवणता $=\frac{2-1}{2-\frac{13}{2}}=-\frac{2}{9}$,

$\therefore$ अभीष्ट रेखा का समीकरण $y+1=\frac{-2}{9}(x-1)$ अर्थात् $2x+9y+7=0$ है।

8. (b) यदि रेखा अक्षों को A व B पर काटती है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times OA\times OB=T$

$\Rightarrow =\frac{1}{2}.a.OB=T \Rightarrow OB=\frac{2T}{a}$

अतः अभीष्ट रेखा का समीकरण है, $\frac{x}{-a}+\frac{y}{2T/a}=1$

$\Rightarrow 2Tx-a^2y+2aT=0$.

9. (c) $(1, -10)$ से जाने वाली कोई भी रेखा का समीकरण $y+10=m(x-1)$ होगा। चूँकि यह दी गयी रेखाओं $7x-y+3=0$ व $x+y-3=0$ से बराबर कोण माना 'α' बनाती है, अतः

$\tan\alpha=\frac{m-7}{1+7m}=\frac{m-(-1)}{1+m(-1)} \Rightarrow m=\frac{1}{3}$ या -3

अतः तीसरी भुजा के दो सम्भव समीकरण $3x + y + 7 = 0$ व $x - 3y - 31 = 0$ हैं।

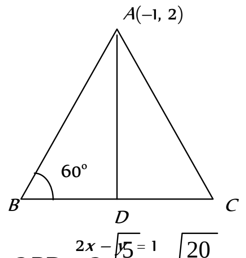
10. (d) $y = \cos(x+1-1)\cos(x+1+1) - \cos^2(x+1)$

$= \cos^2(x+1) - \sin^2 1 - \cos^2(x+1) = -\sin^2 1$,

जो x-अक्ष के समान्तर एक सरल रेखा को प्रदर्शित करता है। {जहाँ x के सभी मानों के लिए $y = -\sin^2 1$, अर्थात् $x = \pi/2$ के लिये भी}

11. (a) $AD = \left|\dfrac{-2-2-1}{\sqrt{(2)^2+(-1)^2}}\right| = \left|\dfrac{-5}{\sqrt{5}}\right| = \sqrt{5}$

$\because \tan 60^o = \dfrac{AD}{BD} \Rightarrow \sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{5}}{BD} \Rightarrow BD = \sqrt{\dfrac{5}{3}}$



$\therefore BC = 2BD = 2\sqrt{\dfrac{5}{3}} = \sqrt{\dfrac{20}{3}}$.

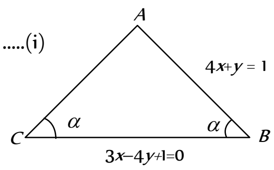
12. (a) निर्देशांक $\left(\dfrac{x}{r}, \dfrac{y}{r}\right)$, (x, y) तथा (xr, yr) लेते हैं,

उपरोक्त निर्देशांक, सम्बन्ध $y = mx$ को संतुष्ट करते हैं।

$\therefore$ निर्देशांक सरल रेखा पर स्थित है।

13. (a) AB व BC की प्रवणतायें क्रमशः -4 व $\dfrac{3}{4}$ हैं। यदि AB व BC के बीच कोण α हो, तो

$\tan\alpha = \dfrac{-4 - \frac{3}{4}}{1 - 4\left(\frac{3}{4}\right)} = \dfrac{19}{8}$ .....(i)



चूँकि $AB = AC$

$\Rightarrow \angle ABC = \angle ACB = \alpha$

अतः AC भी BC के साथ α कोण बनायेगी। यदि AC की प्रवणता m हो, तो इसका समीकरण $y + 7 = m(x-2)$ .....(ii)

अब $\tan\alpha = \pm\left[\dfrac{m - \frac{3}{4}}{1 + m.\frac{3}{4}}\right] \Rightarrow \dfrac{19}{8} = \pm\dfrac{4m-3}{4+3m}$

$\Rightarrow m = -4$ या $-\dfrac{52}{89}$.

परन्तु AB की प्रवणता -4 है, अतः AC की प्रवणता $-\dfrac{52}{89}$ होगी।

अतः रेखा AC, जो कि (ii) द्वारा दी गयी है, का समीकरण $52x + 89y + 519 = 0$ है।

14. (d) माना कि अभीष्ट रेखा जो कि (1,2) से गुजरती है, x-अक्ष से θ कोण पर झुकी है, तब इसका समीकरण है,

$\dfrac{x-1}{\cos\theta} = \dfrac{y-2}{\sin\theta} = r$ .....(i)

जहाँ r इस रेखा पर किसी बिन्दु (x, y) से बिन्दु (1, 2) की दूरी है। रेखा (i) पर किसी बिन्दु के निर्देशांक $(1 + r\cos\theta, 2 + r\sin\theta)$ हैं। यदि यह बिन्दु, बिन्दु (1, 2) से $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ की दूरी पर है, तो $r = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

अतः बिन्दु $\left(1 + \dfrac{\sqrt{6}}{3}\cos\theta,\ 2 + \dfrac{\sqrt{6}}{3}\sin\theta\right)$ हैं।

लेकिन यह बिन्दु रेखा $x + y = 4$ पर स्थित है।

$\Rightarrow \dfrac{\sqrt{6}}{3}(\cos\theta + \sin\theta) = 1$ या $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{3}{\sqrt{6}}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

{दोनों तरफ $\sqrt{2}$ से भाग देने पर}

$\Rightarrow \sin(\theta + 45^o) = \sin 60^o$ या $\sin 120^o$

$\Rightarrow \theta = 15^o$ या 75^o.

15. (b) यह दिया है कि रेखाओं $ax + by + p = 0$ व $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ के बीच का कोण $45°$ है।

$\therefore \tan\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{-\frac{a}{b} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{1 + \frac{a\cos\alpha}{b\sin\alpha}}$

$\Rightarrow a\cos\alpha + b\sin\alpha = -a\sin\alpha + b\cos\alpha$ .....(i)

यह दिया है कि रेखायें $ax + by + p = 0$, $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$ व $x\sin\alpha - y\cos\alpha = 0$ संगामी हैं

$\therefore \begin{vmatrix} a & b & p \\ \cos\alpha & \sin\alpha & -p \\ \sin\alpha & -\cos\alpha & 0 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow -ap\cos\alpha - bp\sin\alpha - p = 0 \Rightarrow -a\cos\alpha - b\sin\alpha = 1$

$\Rightarrow a\cos\alpha + b\sin\alpha = -1$ ......(ii)

समीकरण (i) व (ii) से, $-a\sin\alpha + b\cos\alpha = -1$ .....(iii)

समीकरण (ii) व (iii) से,

$(a\cos\alpha + b\sin\alpha)^2 + (-a\sin\alpha + b\cos\alpha)^2 = 2$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 2$.

16. (c) हल करने पर चार शीर्ष $A(-3,3)$, $B(1,1)$, $C(1,-1)$ व $D(-2,-2)$ हैं। अतः $m_1 = AC$ की प्रवणता $= -1$, $m_2 = BD$ की प्रवणता $= 1$; $\therefore m_1 m_2 = -1$.

अतः विकर्णों AC व BD के मध्य कोण $90°$ है।

17. (b) कोण A का अन्तः समद्विभाजक सामने वाली भुजा BC को D पर कोण बनाने वाली भुजाओं के अनुपात में विभाजित करता है, अर्थात् $AB = 3\sqrt{2}$ व $AC = 4\sqrt{2}$, अतः अनुपात सूत्र से बिन्दु $D\left(\dfrac{31}{7}, 1\right)$ है। AD की प्रवणता $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 0$ है।

$\therefore$ AD पर लम्ब रेखा की प्रवणता ∞ होगी। इस प्रकार, C से जाने वाली एवं इस समद्विभाजक पर लम्ब रेखा $\frac{y-5}{x-5}=m=\infty$ अर्थात् $x-5=0$ है।

18. (a) किसी दिये गये बिन्दु $P(3,4)$ से गुजरने वाली तथा x-अक्ष से $\frac{\pi}{6}$ का कोण बनाने वाली किसी रेखा का समीकरण है,

$\frac{x-3}{\cos 30^o}=\frac{y-4}{\sin 30^o}=r$, (माना) ......(i)

जहाँ 'r' इस रेखा पर कोई बिन्दु Q व बिन्दु P (3, 4) के बीच की दूरी है। रेखा (i) पर स्थित बिन्दु $Q(x, y)$ के निर्देशांक $(3+r\cos 30^o, 4+r\sin 30^o)$ अर्थात् $\left(3+\frac{r\sqrt{3}}{2}, 4+\frac{r}{2}\right)$ हैं।

यदि यह बिन्दु रेखा $12x+5y+10=0$ पर स्थित है, तो

$12\left(3+\frac{r\sqrt{3}}{2}\right)+5\left(4+\frac{r}{2}\right)+10=0 \Rightarrow r=\frac{132}{12\sqrt{3}+5}$.

19. (d) $L_{12} \equiv x-3y+1=0$

$L_{23} \equiv 2x+y-12=0$

$L_{13} \equiv 3x-2y-4=0$

अतः अभीष्ट दूरियाँ

$D_3=\left|\frac{4-3\times 4+1}{\sqrt{10}}\right|=\frac{7}{\sqrt{10}}$

$D_1=\left|\frac{4+1-12}{\sqrt{5}}\right|=\frac{7}{\sqrt{5}}$

$D_2=\left|\frac{3\times 5-2\times 2-4}{\sqrt{9+4}}\right|=\frac{7}{\sqrt{13}}$.

20. (a) $P+\lambda Q=0$ से अभीष्ट रेखा $12x-y-31=0$ है एवं इसकी दोनों बिन्दुओं से दूरी $\frac{31}{\sqrt{145}}$ है।

21. (b) माना $P(x_1, y_1)$ तो P से गुजरने वाली रेखा का समीकरण जिसकी प्रवणता m है, $y-y_1=m(x-x_1)$ है।

अब प्रतिबन्ध के अनुसार,

$\frac{-2m+(mx_1-y_1)}{\sqrt{1+m^2}}+\frac{2+(mx_1-y_1)}{\sqrt{1+m^2}}+\frac{1-m+(mx_1-y_1)}{\sqrt{1+m^2}}=0$

$\Rightarrow 3-3m+3mx_1-3y_1=0 \Rightarrow y_1-1=m(x_1-1)$

चूँकि यह एक चर रेखा है, अतः m के प्रत्येक मान के लिए संतुष्ट होगी, इसलिए $y_1=1, x_1=1 \Rightarrow P(1,1)$.

22. (d) दी गई रेखायें आयत की भुजायें नहीं हो सकती हैं क्योंकि कोई भी दो परस्पर समान्तर नहीं हैं तथा एक दूसरे पर लम्ब भी नहीं हैं।

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & -7 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix}=1(-16+21)-2(2)-3(1)\neq 0$

अतः संगामी भी नहीं हैं।

23. (b) A व B के निर्देशांक क्रमशः $(0,12)$ व $(8,0)$ हैं। AB के लम्ब समद्विभाजक का समीकरण है, $y-6=\frac{2}{3}(x-4)$ या

$2x-3y+10=0$ .....(i)

बिन्दु (0, –1) से जाने वाली एवं x-अक्ष के समान्तर रेखा का समीकरण $y=-1$ है। यह (i) को C बिन्दु पर मिलती है। अतः C के निर्देशांक $\left(-\frac{13}{2}, -1\right)$ हैं।

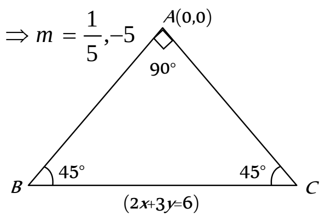
अतः, त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल

$=\Delta=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 12 & 1 \\ 8 & 0 & 1 \\ -\frac{13}{2} & -1 & 1 \end{vmatrix}=91$ वर्ग इकाई।

24. (a) $y=mx$. यह $2x+3y=6$ से $\pm 45^o$ का कोण बनाती है।

$\therefore \tan(\pm 45^o)=\frac{m-(-2/3)}{1+m(-2/3)}=\pm 1$

या $3m+2=\pm(3-2m) \Rightarrow m=\frac{1}{5}, -5$



अतः भुजाएँ

$x-5y=0$,

$5x+y=0$

व $2x+3y=6$ हैं।

युग्म में हल करने पर बिन्दु $(0,0)$, $\left(\frac{6}{13}, \frac{30}{13}\right), \left(\frac{30}{13}, -\frac{6}{13}\right)$ प्राप्त होते हैं

अतः, $\Delta=\left|\frac{1}{2}(x_1y_2-x_2y_1)\right|=\frac{1}{2}\times\frac{936}{169}=\frac{36}{13}$.

25. (d) $m_1=-1/3$ और $m_2=3$, अतः रेखा $x+3y=4$ और $6x-2y=7$ एक-दूसरे के लम्बवत् हैं। अतः समान्तर चतुर्भुज, समचतुर्भुज (rhombus) होगा।

26. (d) दी गयी रेखायें $\pm x\pm y=1$ अर्थात् $x+y=1$, $x-y=1$, $x+y=-1$ व $x-y=-1$ हैं। यह रेखायें एक चतुर्भुज की रचना करेंगी, जिनके शीर्ष $A(-1,0), B(0,-1), C(1,0)$ व $D(0,1)$ हैं। स्पष्टतः $ABCD$ एक वर्ग है।

वर्ग की भुजा की लम्बाई $=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\therefore$ वर्ग का क्षेत्रफल $=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$ वर्ग इकाई।

ट्रिक : अभीष्ट क्षेत्रफल $=\frac{2c^2}{|ab|}=\frac{2\times 1^2}{|1\times 1|}=2$.

27. (b) समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल

$=\frac{1}{2}$ (लम्ब) $\times$ (आधार) $=\frac{1}{2}ab$.

28. (d) यहाँ $L\equiv x+y=2$ व $L'\equiv 2x-2y=1$,

y-अक्ष का समीकरण $x=0$ है।

$\therefore$ त्रिभुज के शीर्ष $A(0,2), B\left(0,-\frac{1}{2}\right)$ व $C\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}\right)$ हैं।

अतः त्रिभुज की क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{5}{4} & \frac{3}{4} & 1 \end{vmatrix}=\frac{25}{16}$.

29. (d) यह स्पष्ट है।

30. (b) माना बिन्दुओं (1, 0) तथा $(2\cos\theta, 2\sin\theta)$ को जोड़ने वाली रेखा को $2:3$ में विभाजित करने वाले बिन्दु के निर्देशांक (h,k) हैं, तो $h = \frac{4\cos\theta+3}{5}$ व $k = \frac{4\sin\theta}{5}$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{5h-3}{4}$ व $\sin\theta = \frac{5k}{4}$

$\Rightarrow \left(\frac{5h-3}{4}\right)^2 + \left(\frac{5k}{4}\right)^2 = 1 \Rightarrow (5h-3)^2 + (5k)^2 = 16$

अतः (h,k) का बिन्दुपथ $(5x-3)^2 + (5y)^2 = 16$ होगा जो कि एक वृत्त है।

सरल रेखा

SET Self Evaluation Test -15

1. बिन्दुओं $A(2,0)$ तथा $B(3,1)$ को मिलाने वाली रेखा को बिन्दु A के परितः वामावर्त दिशा में 15^o घुमाया जाता है। नयी स्थिति में रेखा का समीकरण होगा [IIT 1969]

(a) $\sqrt{3}x - y - 2\sqrt{3} = 0$ (b) $x - 3\sqrt{y} - 2 = 0$

(c) $\sqrt{3}x + y - 2\sqrt{3} = 0$ (d) $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$

2. यदि समीकरण $y - y_1 = m(x - x_1)$ में m तथा x स्थिर रहें तथा y के विभिन्न मानों के लिये विभिन्न रेखायें खींची जायें, तो [MP PET 1986]

(a) रेखायें एक बिन्दु से होकर गुजरेगी

(b) समान्तर रेखाओं का समुच्चय प्राप्त होगा

(c) केवल एक रेखा प्राप्त होगी

(d) इनमें से कोई नहीं

3. किसी रेखा को अक्षों के मध्य, बिन्दु (– 5, 4) द्वारा 1 : 2 के अनुपात में विभाजित किया जाता है, तो रेखा का समीकरण होगा [IIT 1986]

(a) $5x - 8y + 60 = 0$ (b) $8x - 5y + 60 = 0$

(c) $2x - 5y + 30 = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं

4. सरल रेखाओं $x - 3y + 1 = 0$ व $2x + 5y - 9 = 0$ के प्रतिच्छेद बिन्दुओं से जाने वाली एवं अनन्त प्रवणता वाली तथा मूल बिन्दु से 2 इकाई दूरी वाली रेखा का समीकरण है [AMU 1980]

(a) $x = 2$ (b) $3x + y - 1 = 0$

(c) $y = 1$ (d) इनमें से कोई नहीं

5. k के भिन्न भिन्न मानों के लिए, समीकरण $(2+k)x + (1+k)y = 5 + 7k$ के द्वारा निरूपित रेखाओं के लिए निम्न में से कौन सा कथन सत्य है [IIT 1971]

(a) रेखायें समान्तर हैं

(b) रेखायें बिन्दु (– 2, 9) से गुजरती हैं

(c) रेखायें बिन्दु (2, – 9) से गुजरती हैं

(d) इनमें से कोई नहीं

6. किसी आयत की एक भुजा $4x + 7y + 5 = 0$ के अनुदिश है। इसके दो शीर्ष (– 3, 1) व (1, 1) हैं, तो अन्य तीन भुजाओं के समीकरण हैं [IIT 1978]

(a) $7x - 4y + 25 = 0,\ 4x + 7y = 11$ व $7x - 4y - 3 = 0$

(b) $7x + 4y + 25 = 0,\ 7y + 4x - 11 = 0$ व $7x - 4y - 3 = 0$

(c) $4x - 7y + 25 = 0,\ 7x + 4y - 11 = 0$ व $4x - 7y - 3 = 0$

(d) इनमें से कोई नहीं

7. किसी चतुर्भुज के शीर्षों के निर्देशांक (2, – 1), (0, 2), (2, 3) व (4, 0) हैं। इसके विकर्णों के मध्य कोण है [IIT 1986]

(a) 90^o (b) 0^o

(c) $\tan^{-1}(2)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

8. समद्विबाहु समकोण त्रिभुज की एक भुजा का समीकरण, जिसका कर्ण $3x + 4y = 4$ एवं सामने वाला शीर्ष (2, 2) है, होगा [MNR 1986]

(a) $x - 7y + 12 = 0$ (b) $7x + y - 12 = 0$

(c) $x - 7y + 16 = 0$ (d) $7x + y + 16 = 0$

9. एक समान्तर चतुर्भुज की भुजायें $lx + my + n = 0$, $lx + my + n' = 0$, $mx + ly + n = 0$, $mx + ly + n' = 0$ हैं, तो इनके विकर्णों के बीच कोण होगा [EAMCET 1994]

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$

(c) $\tan^{-1}\left(\frac{l^2 - m^2}{l^2 + m^2}\right)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{2lm}{l^2 + m^2}\right)$

10. रेखाओं $|x| = |y|$ के कोणों के अर्द्धकों के समीकरण हैं [Orissa JEE 2002]

(a) $y = \pm x$ तथा $x = 0$ (b) $x = \frac{1}{2}$ तथा $y = \frac{1}{2}$

(c) $y = 0$ तथा $x = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं

11. यदि p_1, p_2 व p_3 क्रमशः बिन्दुओं $(m^2, 2m)$, $(mm', m + m')$ व $(m'^2, 2m')$ से रेखा $x\cos\alpha + y\sin\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha} = 0$ पर डाले गये लम्बों की लम्बाईयाँ हैं, तो p_1, p_2, p_3 हैं

(a) स.श्रे. में (b) गु.श्रे. में

(c) ह.श्रे. में (d) इनमें से कोई नहीं

12. रेखाएँ $ax + by + c = 0$, जहाँ $3a + 2b + 4c = 0$, किस बिन्दु पर संगामी हैं [IIT 1982]

(a) (1/2, 3/4) (b) (1, 3)

(c) (3, 1) (d) (3/4, 1/2)

13. यदि बिन्दु P, रेखाओं $y - \sqrt{3}|x| = 2$ में से किसी एक पर इसके प्रतिच्छेद बिन्दु से 5 इकाई दूरी पर स्थित है, तो इन रेखाओं के बीच कोण समद्विभाजक पर बिन्दु P से डाले गये लम्ब का पाद बिन्दु होगा [Roorkee Screening 1992]

(a) $\left(0, \frac{4 + 5\sqrt{3}}{2}\right)$ या $\left(0, \frac{4 - 5\sqrt{3}}{2}\right)$ जो कि इस पर निर्भर करता है कि बिन्दु P किस रेखा पर लिया गया है

(b) $\left(0, \frac{4 + 5\sqrt{3}}{2}\right)$

(c) $\left(0, \frac{4 - 5\sqrt{3}}{2}\right)$

(d) $\left(\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$

14. a भुजा का एक वर्ग x-अक्ष के ऊपर स्थित है, वर्ग का एक शीर्ष मूलबिन्दु पर है। मूलबिन्दु से गुजरने वाली भुजा x-अक्ष की धनात्मक दिशा से α कोण बनाती है, $\left(0<\alpha<\frac{\pi}{4}\right)$. वर्ग के मूल बिन्दु से नहीं गुजरने वाले विकर्ण का समीकरण है [AIEEE 2003]

(a) $y(\cos\alpha - \sin\alpha) - x(\sin\alpha - \cos\alpha) = a$

(b) $y(\cos\alpha + \sin\alpha) - x(\sin\alpha - \cos\alpha) = a$

(c) $y(\cos\alpha + \sin\alpha) + x(\sin\alpha + \cos\alpha) = a$

(d) $y(\cos\alpha + \sin\alpha) + x(\sin\alpha - \cos\alpha) = a$

15. शीर्ष (0, 0), (0, 21) तथा (21, 0) वाले त्रिभुज के पूर्णतः अन्दर, पूर्णांक बिन्दुओं की संख्या है (पूर्णांक बिन्दु का अर्थ है, जिसके दोनों निर्देशांक पूर्णांक हों) [IIT Screening 2003]

(a) 133 (b) 190

(c) 233 (d) 105

16. रेखाओं $y = mx, y = mx + 1, y = nx$ तथा $y = nx + 1$ से बनने वाले समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है [IIT Screening 2001]

(a) $\frac{|m+n|}{(m-n)^2}$ (b) $\frac{2}{|m+n|}$

(c) $\frac{1}{|m+n|}$ (d) $\frac{1}{|m-n|}$

17. किसी त्रिभुज के दो शीर्ष (5,–1) व (–2,3) हैं। यदि लम्बकेन्द्र मूल बिन्दु हों, तो तीसरे शीर्ष के निर्देशांक हैं [IIT 1979, 83]

(a) (7, 4) (b) (– 4, 7)

(c) (4, –7) (d) (– 4, –7)

18. बिन्दु (4, 1) निम्न तीन क्रमिक स्थानान्तरणों से गुजरता है

(i) रेखा $y = x$ के परितः परावर्तन

(ii) धनात्मक x-अक्ष के अनुदिश 2 इकाई दूरी से स्थानान्तरण

(iii) मूलबिन्दु के परितः वामावर्त दिशा में $\frac{\pi}{4}$ कोण से घूर्णन

तब बिन्दु के अन्तिम निर्देशांक होंगे

(a) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{2}}\right)$ (b) $(-\sqrt{2}, 7\sqrt{2})$

(c) $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{2}}\right)$ (d) $(\sqrt{2}, 7\sqrt{2})$

19. एक बिन्दु, बिन्दु (1, 2) से गति प्रारंभ करता है तथा x तथा y-अक्षों पर इसके प्रक्षेप क्रमशः 3 मी/से तथा 2 मी/से के वेग से गति करते हैं, तब इस बिन्दु का बिन्दुपथ है

(a) $2x - 3y + 4 = 0$ (b) $3x - 2y + 1 = 0$

(c) $3y - 2x + 4 = 0$ (d) $2y - 3x + 1 = 0$

20. बिन्दुओं (a_1, b_1) तथा (a_2, b_2) से समान दूरी पर स्थित किसी बिन्दु का बिन्दुपथ $(a_1 - a_2)x + (b_1 - b_2)y + c = 0$ है, तब 'c' का मान है [IIT Screening 2003]

(a) $\frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2 - a_1^2 - b_1^2)$ (b) $a_1^2 - a_2^2 + b_1^2 - b_2^2$

(c) $\frac{1}{2}(a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2)$ (d) $\sqrt{a_1^2 + b_1^2 - a_2^2 - b_2^2}$

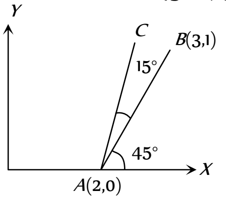
Answers and Solutions

(SET -15)

1. (a) AB की प्रवणता $=\frac{1}{1} \Rightarrow \tan\theta = m_1 = 1$ या $\theta = 45^o$.

अतः नयी रेखा की प्रवणता है, $\tan(45^o + 15^o) = \tan 60^o = \sqrt{3}$

{∵ यह वामावर्त दिशा में घुमायी गयी है, अतः कोण $45^o + 15^o = 60^o$ का होगा}



अतः समीकरण $y = \sqrt{3}x + c$ है। परन्तु यह अब भी (2,0) से गुजरती है, अतः $c = -2\sqrt{3}$ है।

अतः अभीष्ट समीकरण $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$ है।

2. (b) चूँकि m (प्रवणता) एवं x_1 स्थिर हैं एवं y_1 चर है, ये समान्तर रेखाओं का निर्माण करती हैं क्योंकि प्रत्येक रेखा की प्रवणता 'm' ही होगी।

3. (b) माना अक्षों के निर्देशांक A (a, 0) व $B(0, b)$ हैं। लेकिन बिन्दु (–5, 4) रेखा AB को 1 : 2 में विभाजित करता है।

अतः अक्षों के निर्देशांक $\left(\frac{-15}{2}, 0\right)$ व $(0, 12)$ होंगे। अतः इन निर्देशांकों से गुजरने वाली रेखा का समीकरण $8x - 5y + 60 = 0$ है।

4. (a) $x - 3y + 1 = 0$ व $2x + 5y - 9 = 0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु (2,1) व $m = \frac{1}{0}$ है। अतः अभीष्ट रेखा $y - 1 = \frac{1}{0}(x - 2) \Rightarrow x = 2$ है।

5. (b) $k = 1, 2$ रखने पर,

$3x + 2y = 12$ .....(i)

व $4x + 3y = 19$ .....(ii)

स्पष्टतः दी गयी रेखायें समान्तर नहीं हैं, अतः हल करने पर, $x = -2$, $y = 9$

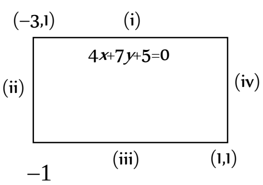
अतः रेखायें $(-2, 9)$ से गुजरती हैं।

6. (a) (i) $4x + 7y = 4(-3) + 7 = -5$

(ii) $7x - 4y = 7(-3) - 4 = -25$

(iii) $4x + 7y = 4(1) + 7(1) = 11$

(iv) $7x - 4y = 7(1) - 4(1) = 3$



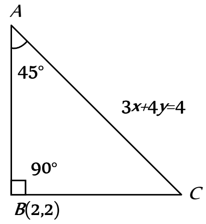
7. (c) $m_1 = \frac{3 - (-1)}{2 - 2} = \infty, m_2 = \frac{0 - 2}{4 - 0} = \frac{-1}{2}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) - 90^o$

$\tan\theta = -\cot\left[\tan^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)\right] = -(-2) = 2 \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(2)$.

8. (a) चूँकि $\angle A = \angle C = 45^o$, अब हमें AB का समीकरण ज्ञात करना है। माना AB की प्रवणता m है, तो AB का समीकरण है, $y - 2 = m(x - 2)$ ......(i)

लेकिन (i) व $3x + 4y = 4$ के बीच कोण 45^o है। अतः



$$\tan 45^o = \frac{m + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3m}{4}} \Rightarrow m = \frac{1}{7}$$

समी. (i) में m का मान रखने पर,

अभीष्ट समीकरण $x - 7y + 12 = 0$ है।

9. (b) चूँकि समान्तर रेखाओं $lx + my + n = 0$ व $lx + my + n' = 0$ के बीच की दूरी एवं $mx + ly + n = 0$ व $mx + ly + n' = 0$ के बीच की दूरी समान है। अतः यह एक समचतुर्भुज होगा। चूँकि समचतुर्भुज के विकर्ण एक–दूसरे को समकोण पर काटते हैं, अतः अभीष्ट कोण $\frac{\pi}{2}$ होगा।

10. (c) रेखाओं के समीकरण $x + y = 0$ तथा $x - y = 0$ हैं।

∴ इन रेखाओं के बीच के कोणों के अर्द्धकों का समीकरण हैं,

$\frac{x + y}{\sqrt{1 + 1}} = \pm\frac{x - y}{\sqrt{1 + 1}} \Rightarrow x + y = \pm(x - y)$

(+) चिन्ह लेने पर $y = 0$, (–) चिन्ह लेने पर, $x = 0$

अतः अर्द्धकों के समीकरण $x = 0, y = 0$ हैं।

11. (b) $p_1 = m^2\cos\alpha + 2m\sin\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$

या $p_1 = \left(\frac{m\cos\alpha + \sin\alpha}{\sqrt{\cos\alpha}}\right)^2$ तथा $p_3 = \left(\frac{m'\cos\alpha + \sin\alpha}{\sqrt{\cos\alpha}}\right)^2$

$$p_2 = \frac{mm'\cos^2\alpha + (m + m')\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha}{\cos\alpha}$$

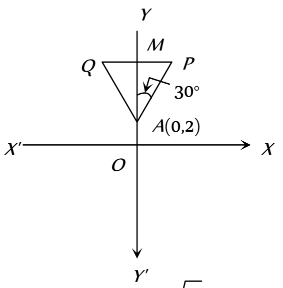
$$= \frac{(m\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sqrt{\cos\alpha}}\left(\frac{m'\cos\alpha + \sin\alpha}{\sqrt{\cos\alpha}}\right) = \sqrt{p_1}.\sqrt{p_3}$$

चूँकि $p_2^2 = p_1.p_3$, अतः गुणोत्तर श्रेणी में हैं।

12. (d) सम्बन्ध $3a + 2b + 4c = 0$ को दोनों तरफ 4 से भाग देने पर, $\frac{3}{4}a + \frac{1}{2}b + c = 0$, जो कि प्रदर्शित करता है कि a, b व c के किन्हीं भी मानों के लिए रेखाओं $ax + by + c = 0$ के समुच्चय का प्रत्येक सदस्य, बिन्दु $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$ से गुजरता है।

13. (b) चूँकि $|x| = \begin{cases} x, & x \ge 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$, अतः दोनों रेखाओं के समीकरण

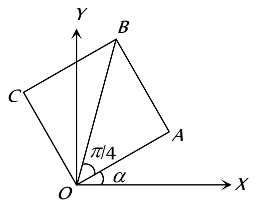
$y = \sqrt{3}x + 2, x \ge 0$ तथा $y = -\sqrt{3}x + 2, x < 0$ होंगे। स्पष्टतः इन दोनों रेखाओं का कोण समद्विभाजक केवल y-अक्ष होगा। इन रेखाओं पर दो बिन्दु P व Q हैं, जो A से 5 इकाई दूरी पर हैं। दोनों बिन्दु P व Q से y-अक्ष (समद्विभाजक) पर डाले गये लम्ब का पाद बिन्दु M है, तो



$AM = AP \cos 30^o = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

अतः M के निर्देशांक $\left(0,\ 2 + \frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$ होंगे।

14. (b) A के निर्देशांक $= (a\cos\alpha, a\sin\alpha)$



OB का समीकरण है, $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)x$

$\because\ CA \perp OB$

$\therefore\ CA$ की प्रवणता $= -\cot\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$

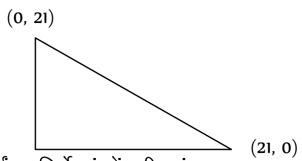
अतः, CA का समीकरण है,

$y - a\sin\alpha = -\cot\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)(x - a\cos\alpha)$

$\Rightarrow y(\sin\alpha + \cos\alpha) + x(\cos\alpha - \sin\alpha) = a$

$\Rightarrow y(\cos\alpha + \sin\alpha) - x(\sin\alpha - \cos\alpha) = a$.

15. (b) स्पष्टतः, समीकरण $x + y = 21$ के पूर्णांक हलों की संख्या $x + y < 21$, अर्थात् $x < 21 - y$

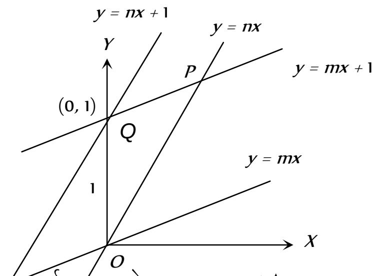


$\therefore$ पूर्णांक निर्देशांकों की संख्या

$= 19 + 18 + ... + 1 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$.

16. (d) $y = nx$ तथा $y = mx + 1$ को हल करने पर,

$P = \left(\frac{1}{n-m}, \frac{n}{n-m}\right)$

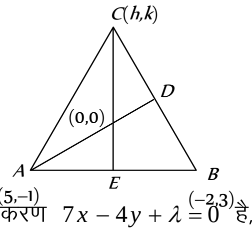


$\therefore$ समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= 2 \times (\Delta\ POQ$ का क्षेत्रफल)

$= 2 \times \left|\frac{1}{2} \times OQ \times \frac{1}{n-m}\right| = \frac{1}{|n-m|} = \frac{1}{|m-n|}$.

17. (d) माना तीसरा शीर्ष (h, k) है। स्पष्टतः AB का समीकरण

$y + 1 = \frac{4}{-7}(x - 5) \Rightarrow 4x + 7y - 13 = 0$ है।



CE का समीकरण $7x - 4y + \lambda = 0$ है, लेकिन यह मूल बिन्दु से गुजरती है। $\therefore \lambda = 0$ अतः $7x - 4y = 0$ .....(i)

एवं CE का समीकरण है, $y - 0 = \frac{k}{h}(x - 0)$

$\Rightarrow -kx + hy = 0$ ......(ii)

यहाँ (i) व (ii) एक ही रेखा है, अतः $(h, k) = (-4, -7)$.

18. (c) $(x_1, y_1) \to \left(\frac{y_1 - 1}{x_1 - 4}\right) = -1$ व $\frac{x_1 + 4}{2} = \frac{y_1 + 1}{2}$

$\Rightarrow x_1 + y_1 = 5$ व $x_1 - y_1 = -3 \Rightarrow x_1 = 1, y_1 = 4$

द्वितीय संक्रिया $\Rightarrow (3,4)$

तृतीय संक्रिया $\Rightarrow \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}}\right) = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{2}}\right)$.

19. (a) 't' सेकण्ड के पश्चात्, भुज $x = 1 + 3t$ तथा कोटि $y = 2 + 2t$ है। t को विलुप्त करने पर, $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2}$ या $2x - 2 = 3y - 6$ या $2x - 3y + 4 = 0$.

20. (a) माना बिन्दु (h,k) है, तब

$(h - a_1)^2 + (k - b_1)^2 = (h - a_2)^2 + (k - b_2)^2$

अब (h,k) को (x,y) से प्रतिस्थापित करने पर,

$(a_1 - a_2)x + (b_1 - b_2)y + \frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2 - a_1^2 - b_1^2) = 0$

अतः $c = \frac{1}{2}(a_2^2 + b_2^2 - a_1^2 - b_1^2)$.

* * *