Chapter 28 प्रायिकता

प्रस्तावना (Introduction)

प्रायिकता सिद्धान्त में हम घटनाओं के होने की संभावनाओं का आंकिक अध्ययन करते हैं।

प्रायिकता सिद्धान्त का अनुप्रयोग विभिन्न क्षेत्रों में होता है तथा सिद्धान्त का लचीलापन विभिन्न आवश्यकताओं के लिए सहायता प्रदान करता है।

विभिन्न पदों की परिभाषायें (Definitions of various terms)

(1) **प्रतिदर्श समष्टि** (Sample space) **:** किसी प्रयोग (यदृच्छया परीक्षण) के सभी सम्भावित परिणामों के समुच्चय को प्रतिदर्श समष्टि कहते हैं। इसे सामान्यतया S द्वारा व्यक्त करते हैं तथा प्रयोग का प्रत्येक परिणाम प्रतिदर्श बिन्दु कहलाता है।

(2) **घटना** (Event) **:** प्रतिदर्श समष्टि के किसी उपसमुच्चय को घटना कहते हैं।

(i) **सरल घटना** (Simple event) **:** वह घटना जिसमें केवल एक ही प्रतिदर्श बिन्दु हो, साधारण अथवा सरल घटना कहलाती है।

(ii) **संयुक्त घटना** (Compound events) **:** दो या दो से अधिक सरल घटनाओं को एक साथ मिलाकर एक संयुक्त घटना या विघटनीय प्राप्त होती हैं।

(iii) **समसम्भावी घटनायें** (Equally likely events) **:** यदि दो या अधिक घटनाओं में से प्रत्येक के घटित होने की सम्भावना समान है, तो ऐसी घटनायें समसम्भावी घटनायें कहलाती हैं। .

(iv) **परस्पर अपवर्जी घटनायें या सह-अपवर्जक घटनायें** (Mutually exclusive or disjoint events **:** घटनायें परस्पर अपवर्जी या सह-अपवर्जक कहलाती हैं, यदि इनमें से कोई एक घटना घटित हो, तो शेष घटनायें घटित नहीं हो सकतीं हैं।

(v) **परस्पर अनअपवर्जी घटनायें :** वे घटनायें जो परस्पर अपवर्जी नहीं हैं, परस्पर अनअपवर्जी घटनायें कहलाती हैं।

(vi) **स्वतंत्र घटनायें** (Independent events) **:** घटनायें स्वतंत्र कहलाती हैं यदि किसी घटना के होने या न होने का प्रभाव दूसरी घटनाओं के होने या न होने पर न पड़ता हो।

(vii) **परतंत्र (आश्रित) घटनायें** (Dependent events) **:** दो या अधिक घटनायें परतंत्र होंगी यदि किसी घटना के घटित होने से अन्य घटनायें आंशिक या पूर्णतः प्रभावित हों।

(3) **निःशेष स्थितियों की संख्या** (Exhaustive number of cases)**:** किसी यदृच्छया प्रयोग में सभी सम्भव परिणामों की संख्या निः शेष स्थिति संख्या कहलाती है।

(4) **अनुकूल स्थितियों की संख्या** (Favourable number of cases) **:** किसी प्रयोग में किसी घटना के लिए अनुकूल स्थितियों की संख्या उन सरल घटनाओं की कुल संख्या है, जिनमें से किसी एक के घटित होने से अभीष्ट घटना का होना समझा जाता है।

(5) **परस्पर अपवर्जी तथा निःशेष घटना निकाय :** माना किसी यदृच्छया प्रयोग से सम्बन्धित प्रतिदर्श समष्टि S है। माना $A_1, A_2, ...A_n$, S के उपसमुच्चय इस प्रकार हैं कि

(i) $A_i \cap A_j = \phi$, $i \neq j$ के लिए तथा (ii) $A_1 \cup A_2 \cup .... \cup A_n = S$

तब घटनायें $A_1, A_2, ..., A_n$ परस्पर अपवर्जी तथा निःशेष घटना निकाय बनाते हैं।

यदि $E_1, E_2, ..., E_n$ किसी यदृच्छया प्रयोग से सम्बन्धित सरल घटनायें हैं, तो

(i) $E_i \cap E_j = \phi$, $i \neq j$ के लिए तथा (ii) $E_1 \cup E_2 \cup .... \cup E_n = S$

अतः किसी यदृच्छया प्रयोग से सम्बन्धित सरल घटनाओं का संग्रह सर्वथा परस्पर अपवर्जी तथा निःशेष घटना-निकाय बनाता हैं।

इस निकाय के लिए ,

$P(A_1 \cup A_2 .... \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n) = 1$.

प्रायिकता की चिरसम्मत परिभाषा
(Classical definition of probability)

यदि किसी घटना A के लिए n निःशेष, परस्पर अपवर्जी तथा समप्रायिक स्थितियाँ हों जिनमें m स्थितियाँ उसके अनुकूल हों, तो घटना A की प्रायिकता है

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{A \text{ की अनुकूल स्थितियों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}}$$

यह स्पष्ट है कि $0 \le m \le n$. यदि किसी घटना का होना निश्चित, हो, तो $m = n$, अतः $P(A) = 1$.

यदि A का घटित होना असम्भव हो, तो $m = 0$ अतः तब $P(A) = 0$ अतः हम कह सकते हैं कि प्रत्येक घटना के लिए $0 \le P(A) \le 1$.

पुनः यदि $\overline{A}$ घटना A के घटित न होने को व्यक्त करे, तो उपर्युक्त m, n की स्थिति में $P(\overline{A}) = \frac{n-m}{n} = 1 - \frac{m}{n} = 1 - P(A)$

$\therefore\ P(A) + P(\overline{A}) = 1$.

संकेतन (Notations) **:** दो घटनाओं A एवं B के लिए,

(i) A' या $\overline{A}$ या A^C, A के पूरक या घटित न होने को व्यक्त करता है।

(ii) $A \cup B$, A तथा B में से कम से कम एक के घटित होने को व्यक्त करता है।

(iii) $A \cap B$, A तथा B के एक साथ घटित होने को व्यक्त करता है।

(iv) $A' \cap B'$, A तथा B दोनों के घटित नहीं होने को व्यक्त करता है।

(v) $A \subseteq B$ व्यक्त करता है कि A के घटित होने पर B भी घटित होगा।

क्रमचय तथा संचय पर आधारित प्रश्न
(Problems based on permutation and combination)

(1) **क्रमचय या व्यवस्था पर आधारित प्रश्न** (Problems based on permutation or arrangement) : क्रमचय या व्यवस्था पर आधारित प्रश्नों के हल में ${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ का प्रयोग करते हैं।

(2) संचय पर आधारित प्रश्नों के हल में ${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ का प्रयोग करते हैं।

किसी घटना के अनुकूल व प्रतिकूल संयोगानुपात
(Odds in favour and odds against an event)

किसी प्रयोग के परिणामस्वरूप घटना E के अनुकूल परिस्थितियाँ 'a' एवं प्रतिकूल परिस्थितियाँ 'b' हों, तो

घटना E के अनुकूल संयोगानुपात

$$= \frac{\text{अनुकूल परिस्थितियाँ}}{\text{प्रतिकूल परिस्थितियाँ}} = \frac{a}{b} = \frac{a/(a+b)}{b/(a+b)} = \frac{P(E)}{P(\overline{E})}.$$

इसी प्रकार E के प्रतिकूल संयोगानुपात

$$= \frac{\text{प्रतिकूल परिस्थितियाँ}}{\text{अनुकूल परिस्थितियाँ}} = \frac{b}{a} = \frac{P(\overline{E})}{P(E)}.$$

प्रायिकता का योगशील प्रमेय (Addition theorem on probability)

संकेत (Notations) :

$P(A+B)$ या $P(A \cup B)$ = A या B के घटित होने की प्रायिकता

= A या B या दोनों के घटित होने की प्रायिकता

= A तथा B में से कम से कम एक के घटित होने की प्रायिकता

$P(AB)$ या $P(A \cap B)$

= A तथा B के एक साथ घटित होने की प्रायिकता

(1) **जब घटनायें परस्पर अपवर्जी न हों** (When events are not mutually exclusive) **:** यदि A तथा B दो घटनायें हैं, जो परस्पर अपवर्जी नहीं हैं, तो $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

या $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

किन्ही तीन घटनाओं A, B, C के लिए

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$

या $P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(CA) + P(ABC)$

(2) **जब घटनायें परस्पर अपवर्जी हों** (When events are mutually exclusive) **:** यदि A तथा B दो परस्पर अपवर्जी घटनायें हैं, तो

$n(A \cap B) = 0 \Rightarrow P(A \cap B) = 0$

$\therefore\ P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

किन्हीं तीन घटनाओं A, B, C जो परस्पर अपवर्जी हैं, के लिए

$P(A \cap B) = P(B \cap C) = P(C \cap A) = P(A \cap B \cap C) = 0$;

$\therefore\ P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$.

कई परस्पर अपवर्जी घटनाओं में से किसी एक के घटित होने की प्रायिकता उन सभी घटनाओं की प्रायिकताओं के योग के बराबर होती है अर्थात् यदि $A_1, A_2 ..... A_n$ परस्पर अपवर्जी घटनायें हों, तो

$$P(A_1 + A_2 + ... + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n)$$

अर्थात् $P(\sum A_i) = \sum P(A_i)$.

(3) **जब घटनायें स्वतंत्र हों** (When events are independent) **:** यदि A तथा B दो स्वतंत्र घटनायें हैं, तो $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

$\therefore\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$.

(4) **कुछ महत्वपूर्ण प्रमेय** (Some other theorems)

(i) माना A तथा B किसी यदृच्छया प्रयोग से सम्बन्धित दो घटनायें हैं, तब (a) $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$

(b) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

यदि $B \subset A$, तब

(a) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(B)$ (b) $P(B) \le P(A)$

इसी प्रकार यदि $A \subset B$, तो

(a) $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A)$ (b) $P(A) \le P(B)$

A तथा B में से किसी भी घटना के घटित न होने की प्रायिकता

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B).$$

(ii) **योगशील प्रमेय का व्यापीकरण** (Generalization of the addition theorem) **:** यदि $A_1, A_2, ..., A_n$ किसी यदृच्छया अभिप्रयोग से सम्बन्धित घटनायें हों, तो,

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \ne j}}^{n} P(A_i \cap A_j) + \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ i \ne j \ne k}}^{n} P(A_i \cap A_j \cap A_k) + ... + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap ..... \cap A_n).$$

यदि सभी घटनायें $A_i (i = 1, 2 ..., n)$ परस्पर अपवर्जी हों, तो

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

अर्थात् $P(A_1 \cup A_2 \cup .... \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n)$

(iii) **बूली की असमिका** (Booley's inequality) **:** यदि $A_1, A_2, ... A_n$ किसी यदृच्छया अभिप्रयोग से सम्बन्धित n घटनायें हैं, तो

(a) $P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \ge \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - (n-1)$ (b) $P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \le \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$

ये परिणाम गणितीय आगमन के सिद्धान्त द्वारा प्रमाणित किये जा सकते हैं।

प्रतिबन्धी प्रायिकता (Conditional probability)

माना A तथा B किसी यादृच्छिक अभिप्रयोग से सम्बन्धित दो घटनायें हैं, तब A की प्रायिकता, जबकि B घटित हो चुकी हो तथा $P(B) \neq 0$, B के सापेक्ष A की प्रतिबन्धी प्रायिकता कहलाती है, जिसे $P(A/B)$ द्वारा व्यक्त करते हैं।

अतः $P(A/B) = A$ की प्रायिकता, जबकि B घटित हो चुकी है

$$= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}.$$

इसी प्रकार, $P(B/A) = B$ की प्रायिकता, जबकि A घटित हो चुकी है

$$= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}.$$

कभी-कभी $P(A/B)$ द्वारा A के घटित होने की प्रायिकता, जब B घटित हो, को व्यक्त करते हैं। इसीप्रकार $P(B/A)$ द्वारा B के घटित होने की प्रायिकता, जब A घटित हो, को व्यक्त करते हैं।

(1) **प्रायिकता का गुणन प्रमेय** (Multiplication theorem on probability)

(i) यदि A तथा B किसी यादृच्छिक अभिप्रयोग से सम्बन्धित दो घटनायें हैं, तब $P(A \cap B) = P(A).P(B/A)$, यदि $P(A) \neq 0$ या $P(A \cap B) = P(B).P(A/B)$, यदि $P(B) \neq 0$

(ii) **गुणन प्रमेय का प्रसार** (Extension of multiplication theorem) **:** यदि $A_1, A_2, ..., A_n$ किसी यादृच्छिक अभिप्रयोग से सम्बन्धित n घटनायें हैं, तब

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap .... \cap A_n) = P(A_1) P\left(\frac{A_2}{A_1}\right) P\left(\frac{A_3}{A_1 \cap A_2}\right) .... P(A_n / A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_{n-1}),$$

जहाँ $P(A_i / A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_{i-1})$, A_i की प्रतिबन्धी प्रायिकता को दर्शाता है, जबकि घटनायें $A_1, A_2, ..., A_{i-1}$ घटित हो चुकी हों।

(iii) **स्वतंत्र घटनाओं के लिए गुणन प्रमेय** (Multiplication theorems for independent events) **:** यदि A तथा B किसी यादृच्छिक अभिप्रयोग से सम्बन्धित दो स्वतंत्र घटनायें हों, तो $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ अर्थात् दो स्वतंत्र घटनाओं के एक साथ घटित होने की प्रायिकता उनकी प्रायिकताओं के गुणनफल के बराबर है। गुणन-प्रमेय से हम पाते हैं, $P(A \cap B) = P(A).P(B/A)$.

चूँकि A तथा B स्वतंत्र घटनायें हैं, अतः $P(B/A) = P(B)$. इसलिए $P(A \cap B) = P(A).P(B)$.

(iv) **स्वतंत्र घटनाओं के लिए गुणन-प्रमेय का विस्तार** (Extension of multiplication theorem for independent events) **:** यदि $A_1, A_2, ..., A_n$ किसी यादृच्छिक अभिप्रयोग से सम्बन्धित n स्वतंत्र घटनायें हैं, तब $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap ... \cap A_n) = P(A_1)P(A_2)...P(A_n)$.

गुणन प्रमेय से, हम पाते हैं

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap ... \cap A_n) = P(A_1)P(A_2/A_1) P(A_3/A_1 \cap A_2)...P(A_n/A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_{n-1})$$

चूँकि $A_1, A_2, ..., A_{n-1}, A_n$ स्वतंत्र घटनायें हैं,

अतः $P(A_2/A_1) = P(A_2), P(A_3/A_1 \cap A_2) = P(A_3), ...,$

$P(A_n/A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_{n-1}) = P(A_n)$

इसलिए, $P(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n) = P(A_1)P(A_2)....P(A_n)$.

(2) ***n* स्वतंत्र घटनाओं में से कम से कम एक की प्रायिकता :** यदि n स्वतंत्र घटनाओं $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$ की प्रायिकतायें क्रमशः $p_1, p_2, p_3, ..., p_n$ हों, तो

(i) उनमें से किसी भी घटना के न होने की प्रायिकता

$$= P(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap \overline{A}_3 ...... \cap \overline{A}_n) = P(\overline{A}_1).P(\overline{A}_2).P(\overline{A}_3).....P(\overline{A}_n) = (1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)....(1-p_n)$$

(ii) उनमें से कम से कम एक के घटित होने की प्रायिकता

$$= P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 .... \cup A_n) = 1 - P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)P(\overline{A}_3)....P(\overline{A}_n) = 1-(1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)...(1-p_n)$$

(iii) केवल प्रथम घटना के होने तथा अन्य के न होने की प्रायिकता

$$= P(A_1)P(\overline{A}_2)P(\overline{A}_3).....P(\overline{A}_n) = p_1(1-p_2)(1-p_3).......(1-p_n)$$

पूर्ण प्रायिकता का प्रमेय तथा बे का नियम (Total probability and Baye's rule)

(1) **पूर्ण प्रायिकता का नियम** (The law of total probability) **:** माना किसी यादृच्छिक अभिप्रयोग से सम्बन्धित प्रतिदर्श समष्टि S है तथा माना $E_1, E_2, ... E_n$ परस्पर अपवर्जी तथा निःशेष (exhaustive) n घटनायें हैं। यदि A एक घटना है, जो E_1 या E_2 या .... या E_n के घटित होने पर घटित होती है, तब

$$P(A) = P(E_1)P(A/E_1) + P(E_2)P(A/E_2) + ... + P(E_n)P(A/E_n)$$

(2) **बे का नियम** (Baye's rule) **:** माना S प्रतिदर्श समष्टि है तथा $E_1, E_2, ... E_n$, n परस्पर अपवर्जी घटनायें इस प्रकार हैं कि $\bigcup_{i=1}^{n} E_i = S$ तथा $P(E_i) > 0$ (i = 1, 2, ..., n के लिए)। E_i इत्यादि के सन्दर्भ में यह कहा जा सकता है कि ये किसी अभिप्रयोग के परिणामों के कारण हैं। प्रायिकतायें $P(E_i)$, i = 1, 2, ..., n इत्यादि पूर्व प्रायिकतायें कहलाती हैं। माना कि अभिप्रयोग का एक परिणाम घटना A है, जहाँ $P(A) > 0$. हमें इस बात की प्रयिकता ज्ञात करनी है कि घटना A के घटित होने के कारण E_i है, अर्थात् हमें प्रतिबन्धित प्रायिकता $P(E_i/A)$ ज्ञात करना है। ये प्रायिकतायें पश्च प्रायिकतायें कहलाती हैं, जो बे के नियम द्वारा परिभाषित हैं।

$$P(E_i/A) = \frac{P(E_i).P(A/E_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(E_k)P(A/E_k)}.$$

द्विपद बंटन (Binomial distribution)

(1) **प्रायिकता की ज्यामितीय विधि** (Geometrical method for probability) **:** जब प्रतिदर्श समष्टि में प्रतिदर्श बिन्दुओं की संख्या अनन्त हो तब प्रायिकता की चिरसम्मत परिभाषा उपयोगी नहीं होती है। उदाहरणतया यदि हमें इस बात की प्रायिकता ज्ञात करनी है कि अन्तराल [1, 6] में यदृच्छया चुना गया एक बिन्दु अन्तराल [1, 2] या [5, 6] में विद्यमान है, तो हम प्रायिकता की चिरसम्मत परिभाषा का उपयोग नहीं कर सकते। इस अवस्था में हम प्रायिकता को निम्न प्रकार से परिभाषित करते हैं :

$$P\{x \in A\} = \frac{A \text{ के क्षेत्र की माप}}{\text{प्रतिदर्श समष्टि } S \text{ की माप}},$$

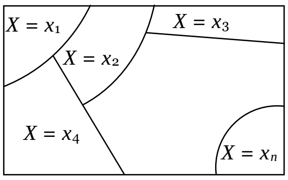
जहाँ माप S के एक विमीय, द्वि-विमीय या त्रि-विमीय क्षेत्र होने के अनुसार लम्बाई, क्षेत्रफल या आयतन को व्यक्त करता है।

(2) **प्रायिकता बंटन** (Probability distribution) **:** माना S एक प्रतिदर्श समष्टि है। यादृच्छिक चर X, समुच्चय S से R (वास्तविक संख्याओं का समुच्चय) में एक फलन है।

उदाहरण के लिए, एक जोड़े पाँसे को फेंके जाने पर प्रतिदर्श समष्टि

$$S = \begin{matrix} \{11, & 12, & \cdots, & 16 \\ 21, & 22, & \cdots, & 26 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 61, & 62, & \cdots, & 66\} \end{matrix}$$

माना X पाँसे के ऊपरी फलक पर अंकित संख्याओं का योग है। तब $X(12) = 3, X(43) = 7$, इत्यादि एवं $\{X = 7\}$ घटना {61, 52, 43, 34, 25, 16} है। साधारणतया X प्रतिदर्श समष्टि S में परिभाषित एक यादृच्छिक चर है तथा r एक वास्तविक संख्या है, तब $\{X = r\}$ एक घटना है। यदि यादृच्छिक चर X के n अलग-अलग मान $x_1, x_2, ..., x_n$ हों, तो $\{X = x_1\}$, $\{X = x_2\}, ..., \{X = x_n\}$ परस्पर अपवर्जी तथा निःशेष घटनायें हैं।



अब चूँकि $(X = x_i)$ एक घटना है, हम $P(X = x_i)$ पर विचार कर सकते हैं। यदि $P(X = x_i) = P_i (1 \le i \le n)$, तब संख्या निकाय

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ p_1 & p_2 & \cdots & p_n \end{pmatrix}$$

को यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन कहते हैं। यादृच्छिक चर X की सम्भावना (माध्य) को निम्न प्रकार परिभाषित करते हैं $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

तथा X के प्रसरण को निम्न द्वारा परिभाषित करते हैं $\text{var}(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E(X))^2 = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i^2 - (E(X))^2$.

(3) **द्विपद प्रायिकता बंटन** (Binomial probability distribution) : यादृच्छिक चर X जिसका मान 0, 1, 2, ..., n हो सकता है, द्विपद बंटन का अनुसरण करता है, यदि प्रायिकता बंटन फलन निम्न द्वारा परिभाषित हो, $P(X = r) = {}^nC_r p^r q^{n-r}, r = 0, 1, 2, ..., n$

जहाँ $p, q > 0$, इस प्रकार हैं कि $p + q = 1$

संकेत $X \sim B(n, p)$ साधारण तथा यादृच्छिक चर X के (प्राचल n एवं p में) द्विपद बंटन के अनुसरण को व्यक्त करता है।

हम देखते हैं

$P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = n) =$

${}^nC_0 p^0 q^{n-0} + {}^nC_1 p^1 q^{n-1} + ... + {}^nC_n p^n q^{n-n} = (q + p)^n = 1^n = 1$.

अब

(a) घटना के ठीक r बार घटित होने की प्रायिकता $P(X = r) = {}^nC_r q^{n-r} p^r$.

(b) घटना के कम से कम r बार घटित होने की प्रायिकता

$$P(X \ge r) = {}^nC_r q^{n-r} p^r + ... + p^n = \sum_{X=r}^{n} {}^nC_X p^X q^{n-X}$$

(c) घटना के अधिक से अधिक r बार घटित होने की प्रायिकता

$$P(0 \le X \le r) = q^n + {}^nC_1 q^{n-1} p + ... + {}^nC_r q^{n-r} p^r = \sum_{X=0}^{r} p^X q^{n-X}$$

यदि किसी घटना के एक प्रयास में घटित होने की प्रायिकता p है, तब घटना के r प्रयास में लगातार घटित होने की प्रायिकता p^r होगी। यदि किसी अभिप्रयोग में n प्रयास हों तथा अभिप्रयोग N बार दोहराया गया हो, तो 0, 1, 2, ..., n सफलताओं की आवृत्तियाँ निम्न होंगी $N.P(X = 0), N.P(X = 1), N.P(X = 2), ..., N.P(X = n)$.

द्विपद बंटन का माध्य तथा प्रसरण (Mean and variance of the binomial distribution) **:** द्विपद प्रायिकता बंटन है

X	0	1	2	....	n
$P(X)$	${}^nC_0 q^n p^0$	${}^nC_1 q^{n-1} p$	${}^nC_2 q^{n-2} p^2$	....	${}^nC_n q^0 p^n$

इस बंटन का माध्य $\sum_{i=1}^{n} X_i p_i = \sum_{X=1}^{n} X . {}^nC_X q^{n-X} p^X = np$ है।

द्विपद प्रायिकता बंटन का प्रसरण $\sigma^2 = npq$ तथा मानक विचलन $\sigma = \sqrt{(npq)}$ है।

बहुपदीय प्रसार का उपयोग (Use of multinomial expansion) **:** यदि किसी पाँसे के m फलक हों, जिस पर संख्यायें 1, 2, 3, ...m अंकित हों तथा ऐसे n पाँसे एक साथ फेंके जाएँ, तब ऊपरी फलकों पर प्रदर्शित संख्याओं का योग p होने की प्रायिकता $\frac{(x + x^2 + x^3 + ... + x^m)^n}{m^n}$ के विस्तार में x^p के गुणांक द्वारा दी जाती है।

(4) **पॉयसन बंटन** (Poisson's distribution) **:** माना X एक यदृच्छया चर है, जो 0, 1, 2,... मान इस प्रकार ग्रहण करता है, कि X का प्रायिकता फलन, $f(x) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$, $x = 0, 1, 2, ...$ द्वारा प्राप्त होता है। जहाँ λ एक धनात्मक अचर है। यह बंटन पॉइसन बंटन कहलाता है।

Tips & Tricks

✍ स्वतंत्र घटनायें सर्वथा अलग–अलग प्रयोंगों से सम्बन्धित होती हैं, जबकि परस्पर अपवर्जी घटनायें एक ही प्रयोग से सम्बन्धित होती हैं।

✍ स्वतंत्र घटनायें एक साथ घटित हो सकती हैं, जबकि परस्पर अपवर्जी घटनायें एक साथ घटित नहीं हो सकतीं।

✍ स्वतंत्र घटनायें शब्द 'और' से सम्बन्धित होती हैं, किन्तु परस्पर अपवर्जी घटनायें शब्द 'या' से सम्बन्धित होती हैं।

✍ n सिक्कों को एक साथ या एक सिक्के को n बार उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि (कुल प्रकार) = 2^n.

✍ n पांसों को एक साथ या एक पांसे को n बार फेंकने पर प्रतिदर्श समष्टि (कुल प्रकार) = 6^n.

✍ n_1 पांसों तथा n_2 सिक्कों को एक साथ फेंकने पर प्रतिदर्श समष्टि (कुल प्रकार) $= 6^{n_1} \times 2^{n_2}$

✍ n पत्रों तथा लिफाफों से सम्बन्धित प्रायिकता : यदि n लिफाफों के

संगत n पत्रों को लिफाफों में यदृच्छया रखा जाये, तो

(i) सभी पत्रों के उपयुक्त लिफाफें में रखे जाने की प्रायिकता $=\frac{1}{n!}$.

(ii) सभी पत्रों के उपयुक्त लिफाफें में नहीं होने की प्रायिकता $=1-\frac{1}{n!}$.

(iii) किसी भी पत्र के उपयुक्त लिफाफें में न होने की प्रायिकता

$$=\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}-...+(-1)^n\frac{1}{n!}.$$

(iv) केवल r पत्रों के उपयुक्त लिफाफे में होने की प्रायिकता

$$=\frac{1}{r!}\left[\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}-.....+(-1)^{n-r}\frac{1}{(n-r)!}\right]$$

✍ यदि किसी घटना के अनुकूल संयोगानुपात $a : b$ हों, तो इसके घटित होने की प्रायिकता $\frac{a}{a+b}$ तथा इसके घटित न होने की प्रायिकता $\frac{b}{a+b}$ होती है।

✍ यदि किसी घटना के प्रतिकूल संयोगानुपात $a : b$ हों, तो इसके घटित होने की प्रायिकता $\frac{b}{a+b}$ तथा घटित न होने की प्रायिकता $\frac{a}{a+b}$ होती है।

✍ माना $A, B,$ तथा C तीन स्वेच्छ घटनायें हैं, तो

घटनाओं का मौखिक विवरण	तुल्य समुच्चय सैद्धान्तिक संकेत
(i) केवल A घटित हो	(i) $A\cap\overline{B}\cap\overline{C}$
(ii) A तथा B, किन्तु C नहीं घटित हो	(ii) $A\cap B\cap\overline{C}$
(iii) तीनों घटनायें घटित हों	(iii) $A\cap B\cap C$
(iv) कम से कम एक घटित हो	(iv) $A\cup B\cup C$
(v) कम से कम दो घटित हो	(v) $(A\cap B)\cup(B\cap C)\cup(A\cap C)$
(vi) केवल एक घटित हो	(vi) $(A\cap\overline{B}\cap\overline{C})\cup(\overline{A}\cap B\cap\overline{C})\cup(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)\cup(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)$
(vii) A, B तथा C में से केवल दो घटित हों	(vii) $(A\cap B\cap\overline{C})\cup(\overline{A}\cap B\cap C)\cup(A\cap\overline{B}\cap C)\cup(A\cap\overline{B}\cap C)$
(viii) कोई घटित न हो	(viii) $\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C}=\overline{A\cup B\cup C}$
(ix) दो से अधिक घटित न हो	(ix) $(A\cap B)\cup(B\cap C)\cup(A\cap C)-(A\cap B\cap C)$
(x) A तथा B में केवल एक ही घटित हो	(x) $(A\cap\overline{B})\cup(\overline{A}\cap B)$

OT Ordinary Thinking

Objective Questions

विभिन्न पदों की परिभाषा

1. दो सिक्कों को फेंका गया। A वह घटना है जिसमें पहला सिक्का अगाड़ी दिखाता है तथा B वह घटना है जिसमें दूसरा सिक्का पिछाड़ी दर्शाता है। A तथा B घटनायें निम्न प्रकार की है **[MP PET 1989]**

(a) परस्पर अपवर्जी (b) परतन्त्र
(c) स्वतंत्र तथा परस्पर अपवर्जी (d) इनमें से कोई नहीं

2. यदि $P(A_1\cup A_2)=1-P(A_1^c)P(A_2^c)$ जहाँ c पूरक के लिये है, तब घटनाएँ A_1 तथा A_2 हैं **[MP PET 1989]**

(a) परस्पर अपवर्जी (b) स्वतंत्र
(c) समप्रायिक (d) इनमें से कोई नहीं

3. दो पांसे एक साथ उछाले जाते हैं। यदि घटनाएँ A तथा B निम्न प्रकार परिभाषित हो A = पहले पांसे पर सम संख्या, B = दूसरे पांसे पर विषम संख्या, तो घटनाएँ A तथा B हैं **[IIT 1979]**

(a) परस्पर अपवर्जी
(b) परस्पर अपवर्जी तथा स्वतन्त्र
(c) परतन्त्र
(d) इनमें से कोई नहीं

4. 52 पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ता निकला जाता है। यदि A =पत्ता ईट का है, B = पत्ता इक्का है एवं $A\cap B$ = पत्ता ईट का इक्का है , तो घटनायें A व B हैं

(a) स्वतन्त्र (b) परस्पर अपवर्जी
(c) परतन्त्र (d) समसम्भावी

5. यदि A व B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो A व $\overline{B}$ होंगी

(a) स्वतन्त्र नहीं (b) स्वतन्त्र
(c) परस्पर अपवर्जी (d) इनमें से कोई नहीं

6. A, B, C तीन परस्पर स्वतंत्र घटनायें हैं। S_1 तथा S_2 दो कथनों को देखने पर

S_1 : A तथा $B\cup C$ स्वतन्त्र हैं

S_2 : A तथा $B\cap C$ स्वतन्त्र हैं

तब **[IIT 1994]**

(a) S_1 तथा S_2 दोनों सत्य हैं
(b) केवल S_1 सत्य है
(c) केवल S_2 सत्य है
(d) न तो S_1 ना ही S_2 सत्य है

7. यदि $P(A)=\frac{2}{3}$, $P(B)=\frac{1}{2}$ तथा $P(A\cup B)=\frac{5}{6}$ तब घटनायें A तथा B हैं **[Kerala (Engg.) 2002]**

(a) परस्पर अपवर्जी
(b) स्वतन्त्र होने के साथ परस्पर निःशेषी भी
(c) स्वतन्त्र
(d) केवल A पर आश्रित

प्रायिकता की परिभाषा

1. 52 ताशों की गड्डी से वापिस रखते हुये एक एक करके दो ताश निकाले जाते हैं। दोनों इक्के निकालने की प्रायिकता है [MNR 1988; UPSEAT 2000]

(a) $\frac{1}{169}$ (b) $\frac{1}{221}$

(c) $\frac{1}{2652}$ (d) $\frac{4}{663}$

2. दो पांसे साथ-साथ एक बार फेंकने पर उन पर अंकों का योग 7 से अधिक आने की प्रायिकता है [MP PET 1991]

(a) $\frac{7}{36}$ (b) $\frac{7}{12}$

(c) $\frac{5}{12}$ (d) $\frac{5}{36}$

3. एक थैले में से जिसमें 3 काली गेंदें तथा 4 सफेद गेंदें हैं। एक सफेद गेंद निकालने की प्रायिकता है

(a) $\frac{4}{7}$ (b) $\frac{3}{7}$

(c) $\frac{1}{7}$ (d) इनमें से कोई नहीं

4. A तथा B क्रमशः एक सिक्का उछालते हैं, जो पहले शीर्ष प्राप्त करता है वही जीतता है। यदि A प्रारम्भ करता हो तो उसके जीतने की प्रायिकता है [MP PET 1987]

(a) 5/8 (b) 1/2

(c) 1/3 (d) 2/3

5. दो संतुलित पांसों को एक साथ फेंकने पर उनके ऊपरी फलकों पर आने वाले अंकों का योग 9 होने की प्रायिकता है [MP PET 1987]

(a) $\frac{7}{18}$ (b) $\frac{5}{36}$

(c) $\frac{1}{9}$ (d) $\frac{1}{6}$

6. अच्छी तरह फेटी हुई ताशों की एक गड्डी से एक ताश यदृच्छया निकाला जाता है। निकाले गये ताश के इक्का होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{13}$ (b) $\frac{4}{13}$

(c) $\frac{3}{52}$ (d) इनमें से कोई नहीं

7. शब्द "PROBABILITY" से एक अक्षर स्वेच्छ रूप से चुना जाता है। चुने गये अक्षर के स्वर होने की प्रायिकता है [MNR 1986; UPSEAT 2000]

(a) $\frac{2}{11}$ (b) $\frac{3}{11}$

(c) $\frac{4}{11}$ (d) 0

8. n पत्र तथा n पते लिखे लिफाफे हैं। सभी पत्रों के सही लिफाफों में न रखे जाने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{n!}$ (b) $1-\frac{1}{n!}$

(c) $1-\frac{1}{n}$ (d) इनमें से कोई नहीं

9. 100 पृष्ठों की एक पुस्तक से एक पृष्ठ यदृच्छया चुना जाता है। चुने गये पृष्ठ की पृष्ठ संख्या के अंकों का योग 11 होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{2}{25}$ (b) $\frac{9}{100}$

(c) $\frac{11}{100}$ (d) इनमें से कोई नहीं

10. एक परिवार में दो बच्चें हैं। दोनों के लड़का होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

11. एक पांसा दो बार फेंका जाता है। केवल पहली फेंक में अंक 1 आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{36}$ (b) $\frac{3}{36}$

(c) $\frac{5}{36}$ (d) $\frac{1}{6}$

12. बिना वापिस रखे एक गड्डी से दो ताश निकाले जाते हैं। निकाले गये दोनों ताशों के बादशाह होने की प्रायिकता है [MP PET 1994]

(a) $\frac{2}{13}$ (b) $\frac{1}{169}$

(c) $\frac{1}{221}$ (d) $\frac{30}{221}$

13. एक पांसा फेंका जाता है तथा एक सिक्का उछाला जाता है। सिक्के के चित्त (Head) आने तथा पांसे पर अंक 6 आने की प्रायिकता है [MP PET 1994; Pb. CET 2001]

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{12}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

14. एक सिक्का दो बार उछाला जाता है। दोनों बार शीर्ष आने की प्रायिकता है [MNR 1978]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) 1

15. 52 ताशों की एक गड्डी से वापिस रखते हुये दो ताश निकाले जाते हैं। पहले के ईट का पत्ता तथा दूसरे के बादशाह होने के प्रायिकता है [MNR 1979]

(a) $\frac{1}{26}$ (b) $\frac{17}{2704}$

(c) $\frac{1}{52}$ (d) इनमें से कोई नहीं

16. दो पांसे एक साथ फेंकने पर योग 2, 8 या 12 आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{5}{18}$ (b) $\frac{7}{36}$

(c) $\frac{7}{18}$ (d) $\frac{5}{36}$

17. एक पांसा दो बार फेंका जाता है। पहली फेंक में 4, 5 या 6 तथा दूसरी फेंक में 1, 2, 3 या 4 आने की प्रायिकता है

(a) 1 (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{7}{36}$ (d) इनमें से कोई नहीं

18. 52 ताशों की एक गड्डी से दो ताश निकाले जाते हैं। निकाले गये ताशों में कम से कम एक इक्का होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{33}{221}$ (b) $\frac{188}{221}$

(c) $\frac{1}{26}$ (d) $\frac{21}{221}$

19. 52 ताशों की दो साधारण गड्डियों में से प्रत्येक से एक ताश निकाला जाता है। निकाले गये ताशों में कम से कम एक पान का इक्का होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{103}{2704}$ (b) $\frac{1}{2704}$

(c) $\frac{2}{52}$ (d) $\frac{2601}{2704}$

20. एक डिब्बे में 6 कील तथा 10 नट हैं। आधी कीलें तथा आधे नट जंग लगे हैं। एक वस्तु के यादृच्छिक चयन पर, इसके जंग लगी अथवा कील होने की प्रायिकता है [MP PET 1992, 2000]

(a) $\frac{3}{16}$ (b) $\frac{5}{16}$

(c) $\frac{11}{16}$ (d) $\frac{14}{16}$

21. एक सिक्के की चार उछालों में कम से कम एक पट (tail) आने की प्रायिकता है [MNR 1983; Kurukshetra CEE 1998]

(a) $\frac{15}{16}$ (b) $\frac{1}{16}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

22. तीन पत्र अलग अलग व्यक्तियों को भेजे जाते हैं और तीन लिफाफों पर पते भी लिखें हैं। बिना पते को देखे हुये पत्रों को ठीक लिफाफों में डालने की संभाविता है
[MNR 1982; MP PET 1990; Orissa JEE 2004]

(a) $\frac{1}{27}$ (b) $\frac{1}{9}$

(c) $\frac{4}{27}$ (d) $\frac{1}{6}$

23. दो पांसो की एक फेंक में आने वाले अंकों का योग 10 से अधिक होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{18}$ (b) $\frac{1}{12}$

(c) $\frac{1}{6}$ (d) इनमें से कोई नहीं

24. दो पांसो के एक साथ फेंकने पर योग 5 या 6 आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{6}$

25. एक निश्चित घटना की प्रायिकता होती है [MP PET 1988]

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) $\frac{1}{2}$

26. एक घटना A के एक अभिप्रयोग में घटित होने की प्रायिकता 0.4 है। तीन स्वतन्त्र अभिप्रयोगों में घटना A के कम से कम एक बार घटित होने की प्रायिकता है
[IIT 1980; Kurukshetra CEE 1998; DCE 2001]

(a) 0.936 (b) 0.784

(c) 0.904 (d) 0.216

27. दो पांसों की एक फेंक में विषम संख्या आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

28. लॉटरी के 10,000 टिकटों, जिन पर 1 से 10,000 तक अंक अंकित हैं, एक टिकट निकाला जाता है। निकाले गये टिकट पर अंकित अंक के 20 से विभाज्य होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{100}$ (b) $\frac{1}{50}$

(c) $\frac{1}{20}$ (d) $\frac{1}{10}$

29. दो पांसे साथ साथ फेंके जाते हैं। उनमें से एक पर 2 का गुणज तथा दूसरे पर 3 का गुणज आने की प्रायिकता है
[AI CBSE 1981]

(a) $\frac{5}{36}$ (b) $\frac{11}{36}$

(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{3}$

30. गणित का एक प्रश्न तीन विद्यार्थियों को हल करने के लिये दिया गया हैं जिनकी उसको हल करने की संभावनायें क्रमशः 1/3, 1/4 तथा 1/5 हैं। प्रश्न हल हो जाने की संभाविता है
[BIT Ranchi 1991; MP PET 1990]

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

31. एक पांसे को फेंकने पर अंक 5 आने की प्रायिकता है
[MP PET 1988]

(a) 1 (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{5}{6}$

32. अच्छी तरह फेटी हुई ताश की एक गड्डी से एक ताश खींचा जाता है, उसके चिड़ी की बेगम या पान का बादशाह होने की प्रायिकता है [MP PET 1988]

(a) $\frac{1}{52}$ (b) $\frac{1}{26}$

(c) $\frac{1}{18}$ (d) इनमें से कोई नहीं

33. तीन सिक्कों को एक साथ उछालने पर कम से कम दो के पट (tail) आने की प्रायिकता है
[MP PET 1988]

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

34. एक पांसे को फेंकने पर 7 से कम संख्या आने की प्रायिकता है

(a) 0 (b) 1

(c) $\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

35. दो पांसे साथ-साथ फेंके जाते हैं। योग 11 से कम आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{17}{18}$ (b) $\frac{1}{12}$

(c) $\frac{11}{12}$ (d) इनमें से कोई नहीं

36. एक साधारण वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता है

[MP PET 1996]

(a) $\frac{2}{7}$ (b) $\frac{1}{7}$

(c) $\frac{3}{7}$ (d) इनमें से कोई नहीं

37. 52 ताशों की एक गड्डी से एक ताश यादृच्छिक रूप से निकाला जाता है। निकाले गये पत्ते के गुलाम, बेगम या बादशाह (दरबारी पत्ता) होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{3}{52}$ (b) $\frac{3}{13}$

(c) $\frac{4}{13}$ (d) इनमें से कोई नहीं

38. दो पांसों को साथ-साथ फेंकने पर दोनों अंकों का योग 4 का गुणज आने की प्रायिकता है [MP PET 1990]

(a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{5}{9}$

39. यदि एक लॉटरी में 5 इनाम तथा 20 खाली हों, तो इनाम पाने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) इनमें से कोई नहीं

40. एक पांसे को फेंकने पर 2 से अधिक संख्या आने की प्रायिकता है [MP PET 1988]

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{6}$

41. 52 ताशों की एक गड्डी से 2 ताश निकाले जाते हैं। उनमें एक के बेगम तथा दूसरे के इक्का होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{2}{663}$ (b) $\frac{2}{13}$

(c) $\frac{4}{663}$ (d) इनमें से कोई नहीं

42. दो पांसे एक साथ फेंके जाते हैं। यदि दोनों पांसों पर भिन्न भिन्न अंक आते हों, तो दोनों पर आने वाले अंकों का योग 6 होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{5}{36}$ (b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{2}{15}$ (d) इनमें से कोई नहीं

43. एक आदमी तथा एक महिला एक ही पद के 2 रिक्त स्थानों के लिये साक्षात्कार देते हैं। आदमी के चयन की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ तथा महिला के चयन की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है। उन दोनों में से किसी का भी चयन न होने की प्रायिकता है [MNR 1988]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{12}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

44. तीन सिक्के उछाले जाते हैं। यदि सिक्के शीर्ष (Head) तथा पुच्छ (tail) दोनों दर्शातें हों, तो ठीक एक शीर्ष (Head) आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{3}{8}$ (b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

45. एक थैले में 4 सफेद, 5 काली तथा 6 लाल गेंदें है। यदि एक गेंद यदृच्छया निकाली जाये तो उसके सफेद या लाल होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{4}{15}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{2}{5}$ (d) $\frac{2}{3}$

46. ताश की एक गड्डी से एक पत्ता यदृच्छया निकाला जाता है इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाला गया पत्ता न तो पान का और न ही बादशाह हो

(a) $\frac{4}{13}$ (b) $\frac{9}{13}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{13}{26}$

47. दो पांसों की एक फेंक में योग 13 आने की प्रायिकता है

(a) 0 (b) 1

(c) $\frac{13}{36}$ (d) $\frac{25}{36}$

48. तीन पांसे एक साथ फेंके जाते हैं। उन पर आने वाले अंकों का योग 17 या 18 होने की प्रायिकता है [AI CBSE 1983]

(a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{1}{72}$

(c) $\frac{1}{54}$ (d) इनमें से कोई नहीं

49. एक डिब्बे में 10 अच्छी तथा 6 खराब वस्तुएँ हैं। एक वस्तु का यादृच्छिक चयन किया गया है। इसके अच्छा अथवा खराब होने की प्रायिकता है [MP PET 1992, 2000]

(a) $\frac{24}{64}$ (b) $\frac{40}{64}$

(c) $\frac{49}{64}$ (d) $\frac{64}{64}$

50. एक असम्भव घटना के घटित होने की प्रायिकता $P(\phi)$ है

[MP PET 1993]

(a) 1 (b) 0

(c) 2 (d) –1

51. एक सिक्का तब तक उछाला जाता है जब तक कि हेड न आ जाए या जब तक कि वह 5 बार न उछाला जाए। यदि प्रथम दो उछालों पर हेड नहीं आता है तो इस बात की प्रायिकता कि सिक्का 5 बार उछाला जाए, है [CEE 1993]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{3}$

52. दो पाँसों को फेंका जाता है। दोनों संख्याओं का योग अभाज्य संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता है [CEE 1993]

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{5}{12}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

53. तीन आदमी एक समस्या पर स्वतन्त्र रूप से कार्य करते हैं। उनके द्वारा समस्या को हल करने की प्रायिकतायें क्रमशः 1/3, 1/4 व 1/5 हैं, तो किसी के द्वारा समस्या न हल होने की प्रायिकता है [MNR 1990; UPSEAT 2000]

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

54. दो पाँसे फेंके जाते हैं। अंकों का योग 7प्राप्त करने की प्रायिकता है [IIT 1974; MNR 1981, 91; RPET 1995, 97, 2002; UPSEAT 2000]

(a) $\frac{5}{36}$ (b) $\frac{6}{36}$

(c) $\frac{7}{36}$ (d) $\frac{8}{36}$

55. किसी घटना के असफल होने की प्रायिकता 0.05 है, तो उस घटना के लगातार 4 बार सफल होने की प्रायिकता है [Roorkee 1990]

(a) 0.00000625 (b) 0.18543125

(c) 0.00001875 (d) 0.81450625

56. दो पाँसों को एक बार फेंकने पर अंकों का योग कम से कम 9 आने की प्रायिकता है [SCRA 1980]

(a) $\frac{1}{18}$ (b) $\frac{5}{18}$

(c) $\frac{7}{18}$ (d) $\frac{11}{18}$

57. शब्द 'POSSESSIVE' से एक अक्षर यदृच्छया चुन लिया जाता है, तो इसके S होने की प्रायिकता है [SCRA 1987]

(a) $\frac{3}{10}$ (b) $\frac{4}{10}$

(c) $\frac{3}{6}$ (d) $\frac{4}{6}$

58. तीन एक समान पाँसे फेंके जाते हैं उन पर एक ही संख्या के आने की प्रायिकता है [SCRA 1991; MP PET 1989; IIT 1984; RPET 2000, 02; DCE 2001]

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{36}$

(c) $\frac{1}{18}$ (d) $\frac{3}{28}$

59. दो घटनाओं A व B के लिए $P(A)=0.38$, $P(B)=0.41$, तो $P(A$ नहीं$)$ का मान है

(a) 0.41 (b) 0.62

(c) 0.59 (d) 0.21

60. दो धावकों A व B द्वारा दौड़ जीतने के प्रायिकतायें $\frac{1}{5}$ व $\frac{1}{4}$ हैं, तो उनमें से किसी के द्वारा दौड़ न जीते जाने की प्रायिकता है

(a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{2}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$

61. किसी सिक्के को तीन बार उछालने पर (अथवा तीन सिक्कों को अलग-अलग उछालने पर) हेड व टेल एकान्तर क्रम में आने की प्रायिकता है [RPET 1997]

(a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{3}{8}$

62. यदि A व B परस्पर अपवर्जी घटनायें हैं, तो $P(A$ या $B)$ का मान है

(a) 0 (b) –1

(c) 1 (d) इनमें से कोई नहीं

63. यदि A एक अवश्यम्भावी घटना है तो $P(A$ नही$)$ है

(a) 0 (b) –1

(c) 1 (d) इनमें से कोई नहीं

64. प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याओं में से एक प्राकृतिक संख्या का चयन किया जाता है, तो संख्या के विषम एवं पूर्ण वर्ग होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{1}{5}$

65. प्रथम 100 प्राकृतिक संख्याओं की चुनने पर उसके सम अथवा 5 से विभाज्य होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

66. दो पाँसे फेंके जाते हैं। यदि पहला 5 प्रदर्शित करता है तो दोनों पर प्राप्त संख्याओं का योग 8 या 8 से ज्यादा आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{12}$ (b) $\frac{11}{12}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{2}{3}$

67. एक ताश की गड्डी से एक पत्ता यदृच्छया निकाला जाता है, तो इसके न तो इक्का और न बादशाह होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{11}{13}$ (b) $\frac{8}{13}$

(c) $\frac{10}{13}$ (d) $\frac{12}{13}$

68. 4 पता लिखे लिफाफे हैं एवं 4 सम्बन्धित पत्र हैं तो इसकी प्रायिकता कि पत्र सम्बन्धित उचित लिफाफे में न रखा जाए, है

अथवा

चार पत्र तथा चार पता लिखें लिफाफे हैं। यदि सभी पत्र सही लिफाफे में न भेजे जाएं तो इसकी प्रायिकता होगी [RPET 1997; MP PET 1999; DCE 1999]

(a) $\frac{19}{24}$ (b) $\frac{21}{23}$

(c) $\frac{23}{24}$ (d) $\frac{1}{24}$

69. n पत्र है एवं n पते लिखे हुए लिफाफे हैं, तो प्रत्येक पत्र के सही लिफाफे में रखें जाने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{n!}$ (b) $\frac{1}{(n-1)!}$

(c) $1-\frac{1}{n!}$ (d) इनमें से कोई नहीं

70. यदि लड़का और लड़की के जन्म लेने की प्रायिकतायें बराबर हैं, तो 4 बच्चों के एक परिवार में कम से कम 1 लड़की होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{14}{16}$ (b) $\frac{15}{16}$

(c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{3}{8}$

71. एक सारणिक, दो कोटि के सभी सारणिकों के समुच्चय में से जिनके अवयव 0 या 1 हैं, यदृच्छया चुना जाता है। सारणिक के अशून्य होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{3}{16}$ (b) $\frac{3}{8}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

72. एक घटना अपने आप में ही स्वतन्त्र होगी यदि और केवल यदि $P(A) =$

(a) 0 (b) 1

(c) 0, 1 (d) इनमें से कोई नहीं

73. एक ताला खोलने के लिए एक निश्चित अंकों की संख्या (000 व 999 के बीच) डायल करनी पड़ती है। एक अजनबी जो कोड नहीं जानता है, ताला खोलने का प्रयत्न करता है। वह तीन अंकों की संख्या डायल करता है तो उसके k वें प्रयास में सफल होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{k}{999}$ (b) $\frac{k}{1000}$

(c) $\frac{k-1}{1000}$ (d) इनमें से कोई नहीं

74. तीन पाँसों की एक फेंक में कम से कम एक पाँसे पर 1 आने की प्रायिकता है [DSSE 1981]

(a) $\frac{5}{6}$ (b) $\frac{91}{216}$

(c) $\frac{1}{36}$ (d) $\frac{125}{216}$

75. 52 पत्तों की एक ताश की गड्डी में से एक पत्ता यदृच्छया खींचा जाता है, तो इसके पान या ईंट की दुग्गी होने की प्रायिकता है [DSSE 1979]

(a) $\frac{1}{26}$ (b) $\frac{1}{52}$

(c) $\frac{1}{13}$ (d) इनमें से कोई नहीं

76. एक आदमी और उसकी पत्नी दो पदों के साक्षात्कार के लिए उपस्थित होते हैं। पति के चुनने की प्रायिकता $\frac{1}{7}$ व पत्नी के चुनने की प्रायिकता $\frac{1}{5}$ है, तो उनमें से किसी एक के चुनने की प्रायिकता है [AISSE 1987; DSSE 1979, 81, 84]

(a) $\frac{1}{7}$ (b) $\frac{2}{7}$

(c) $\frac{3}{7}$ (d) इनमें से कोई नहीं

77. एक थैले में 5 सफेद, 7 लाल व 8 काली गेंदे हैं। यदि बिना वापस रखे 4 गेंदों को एक एक करके निकाला जाए तो सभी के सफेद होने की प्रायिकता है [AISSE 1987]

(a) $\frac{1}{969}$ (b) $\frac{1}{380}$

(c) $\frac{5}{20}$ (d) इनमें से कोई नहीं

78. A, B, C की एक समस्या हल करने की प्रायिकायें क्रमशः $\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{3}{8}$ हैं। यदि प्रत्येक, एक साथ समस्या हल करने का प्रयत्न करता है तो केवल किसी एक के द्वारा समस्या हल होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{25}{168}$ (b) $\frac{25}{56}$

(c) $\frac{20}{168}$ (d) $\frac{30}{168}$

79. दो पाँसों की एक फेंक में कुल योग 7 या 9 प्राप्त करने की प्रायिकता है [AISSE 1979]

(a) $\frac{5}{18}$ (b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{9}$ (d) इनमें से कोई नहीं

80. एक थैले में 19 टिकट हैं जिन पर 1 से 19 तक संख्यायें अंकित हैं। एक टिकट निकाला जाता है, पहले को बिना वापस रखे एक और टिकट निकाला जाता है तो दोनों टिकटों के सम संख्या प्रदर्शित करने की प्रायिकता है [AI CBSE 1986]

(a) $\frac{9}{19}$ (b) $\frac{8}{18}$

(c) $\frac{9}{18}$ (d) $\frac{4}{19}$

81. तीन निशानेबाजों द्वारा एक लक्ष्य भेदने की प्रायिकतायें क्रमशः $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ एवं $\frac{1}{4}$ हैं तो उनके एक साथ फायर करने पर केवल एक के द्वारा लक्ष्य भेदने की प्रायिकता है [AI CBSE 1982]

(a) $\frac{11}{24}$ (b) $\frac{1}{12}$

(c) $\frac{1}{8}$ (d) इनमें से कोई नहीं

82. 2 कोटि के सारणिकों जो अवयवों 0 व 1 से बने हैं, में से एक सारणिक यदृच्छया चुना जाता है तो चुने हुए सारणिक का मान धनात्मक होने की प्रायिकता है [IIT 1982]

(a) 3/16 (b) 3/8

(c) 1/4 (d) इनमें से कोई नहीं

83. 52 पत्तों की ताश की एक गड्डी से एक पत्ता खींचे जाने पर उसके बादशाह या ईंट का पत्ता होने की प्रायिकता है [MP PET 1990, 1994; RPET 1996]

(a) $\frac{1}{26}$ (b) $\frac{3}{26}$

(c) $\frac{4}{13}$ (d) $\frac{3}{13}$

84. एक थैले में 3 सफेद, 3 काली व 2 लाल गेंदें हैं। इसमें से एक एक करके तीन गेंदे बिना वापिस रखे निकाली जाए तो तीसरी गेंद के लाल होने की प्रायिकता है [MNR 1994]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

85. दो पाँसों को एक फेंकने में उनके ऊपर आने वाली संख्याओं का योग 8 आने की प्रायिकता है [RPET 1995]

(a) $\frac{1}{36}$ (b) $\frac{5}{36}$

(c) $\frac{4}{36}$ (d) $\frac{6}{36}$

86. किसी घटना A के लिए [RPET 1995]

(a) $P(A)+P(\overline{A})=0$ (b) $P(A)+P(\overline{A})=1$

(c) $P(A)>1$ (d) $P(\overline{A})<1$

87. एक सन्दूक में 3 सफेद व 2 लाल गेंदें हैं। एक गेंद निकालते हैं तथा इस गेंद को बिना वापस रखे एक गेंद और निकालते हैं, तो दूसरी गेंद के लाल होने की प्रायिकता है [Roorkee 1995]

(a) $\frac{8}{25}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{21}{25}$

88. भारत की वेस्टइंडीज से मैच जीतने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है। यदि प्रत्येक मैच स्वतंत्र हैं, तो 5 मैंचों की श्रृंखला में भारत की दूसरी जीत तीसरे टेस्ट में हो, इसकी प्रायिकता है [IIT 1995; Pb. CET 2003]

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{8}$

89. 100 पत्तों की एक गड्डी जिन पर 1 से 100 तक संख्यायें लिखी हैं, में से यदृच्छया एक पत्ता निकाला जाता है, तो पूर्ण वर्ग संख्या आने की प्रायिकता है [EAMCET 1989]

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{1}{10}$ (d) इनमें से कोई नहीं

90. 7 पर्चियों पर 1 से 7 तक संख्यायें लिखी हैं इनमें से एक-एक करके तीन पर्चियाँ निकाली जाती हैं तो निकाली गयी किसी भी पर्ची पर कम से कम संख्या 5 हो, इसकी प्रायिकता है [EAMCET 1991]

(a) $1-\left(\frac{2}{7}\right)^4$ (b) $4\left(\frac{2}{7}\right)^4$

(c) $\left(\frac{3}{7}\right)^3$ (d) इनमें से कोई नहीं

91. यदि $P(A)=0.65,\ P(B)=0.15,$ तो $P(\overline{A})+P(\overline{B})=$ [Pb. CET 1989; EAMCET 1988]

(a) 1.5 (b) 1.2

(c) 0.8 (d) इनमें से कोई नहीं

92. किन्ही भी दो स्वतन्त्र घटनाओं E_1 व E_2, के लिए $P\{(E_1\cup E_2)\cap(\overline{E}_1\cap\overline{E}_2)\}$ है [IIT 1991; Pb. CET 2003]

(a) $\le\frac{1}{4}$ (b) $>\frac{1}{4}$

(c) $\ge\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

93. स्वतन्त्र घटनाओं $A_1, A_2, ..., A_n$, के लिए $P(A_i)=\frac{1}{i+1},\ i=1, 2, ...,\ n$ हो, तो किसी भी घटना के घटित न होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{n}{n+1}$ (b) $\frac{n-1}{n+1}$

(c) $\frac{1}{n+1}$ (d) इनमें से कोई नहीं

94. कम से कम एक शीर्ष प्राप्त करने की प्रायिकता 0.9 से अधिक या बराबर हो, इसके लिए सिक्के को कितनी बार उछालना पड़ेगा [Roorkee 1989]

(a) 3 (b) 4

(c) 5 (d) इनमें से कोई नहीं

95. एक थैले में 3 काली तथा 4 सफेद गेंदें हैं। बिना प्रतिस्थापन के यदृच्छया एक-एक करके दो गेंदें निकाली गई हैं। निकाली गई द्वितीय गेंद के सफेद होने की प्रायिकता है [MP PET 1995]

(a) $\frac{4}{49}$ (b) $\frac{1}{7}$

(c) $\frac{4}{7}$ (d) $\frac{12}{49}$

96. 52 पत्तों की एक गड्डी से A दो पत्ते (एक एक करके वापस रखते हुए) निकालता है एवं B एक पाँसा युग्म फेंकता हैं, तो इस बात की प्रायिकता कि A को दोनों एक ही सूट (Suit) के पत्ते मिलें एवं B को योग 6 प्राप्त हो, होगी [MNR 1989]

(a) $\frac{1}{144}$ (b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{5}{144}$ (d) $\frac{7}{144}$

97. एक संदूक में 2 काली, 4 सफेद व 3 लाल गेंदें हैं। संदूक में से एक गेंद यदृच्छया निकाली जाती है एवं उसे एक तरफ रख दिया जाता है। संदूक में शेष गेंदों में से दूसरी गेंद यदृच्छया निकाली जाती है एवं उसे पहली की एक तरफ रख दिया जाता है। यह प्रक्रिया तब तक चलती है जब तक कि सन्दूक खाली न हो जाए, तो संदूक से निकाली गयी गेंदों का अनुक्रम 2 काली, 4 सफेद व 3 लाल होने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{1}{1260}$ (b) $\frac{1}{7560}$

(c) $\frac{1}{126}$ (d) इनमें से कोई नहीं

98. एक पाँसे को तीन बार फेंका जाता है, तो प्रत्येक बार पहली संख्या से बाद वाली संख्या के बड़े होने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{15}{216}$ (b) $\frac{5}{54}$

(c) $\frac{13}{216}$ (d) $\frac{1}{18}$

99. 52 पत्तों की एक गड्डी में से बिना प्रतिस्थापित किये एक-एक करके पत्ते निकाले जाते हैं, तो इक्का आने से पूर्व 10 पत्ते निकाले जाने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{241}{1456}$ (b) $\frac{164}{4165}$

(c) $\frac{451}{884}$ (d) इनमें से कोई नहीं

100. किसी अध्यापक के द्वारा अघोषित टेस्ट लिये जाने की प्रायिकता 1/5 है। यदि कोई विद्यार्थी दो बार अनुपस्थित रहता है, तो विद्यार्थी के कम से कम एक टेस्ट छूट जाने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{7}{5}$ (d) $\frac{9}{25}$

101. दो पांसों को एक साथ फेंकने पर योग 3 या 5 या 11 आने की प्रायिकता है [Kurukshetra CEE 1996]

(a) $\frac{5}{36}$ (b) $\frac{1}{9}$

(c) $\frac{2}{9}$ (d) $\frac{19}{36}$

102. एक भिन्नत पांसा इस प्रकार बना है कि इसके द्वारा सम संख्या आने की प्रायिकता विषम संख्या आने की प्रायिकता से दो गुनी है। इसे दो बार फेंका गया तो प्राप्त संख्या का योग सम संख्या होने की प्रायिकता होगी [Kurukshetra CEE 1996]

(a) $\frac{1}{12}$ (b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{2}{3}$

103. भारत के टॉस जीतने की प्रायिकता 3/4 है यदि भारत टॉस जीतता है तो विजय की सम्भावना 4/5 है अन्यथा 1/2 है, तब भारत की विजय की सम्भावना होगी [Kurukshetra CEE 1998]

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{3}{40}$ (d) $\frac{29}{40}$

104. ताश के 52 पत्तों की एक गड्डी से एक पत्ता यदृच्छया निकाला जाये तो इसके बादशाह या बेगम होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{13}$ (b) $\frac{2}{13}$

(c) $\frac{3}{13}$ (d) $\frac{4}{13}$

105. ताश के 52 पत्तों की एक गड्डी में से दो पत्ते एक एक करके बिना प्रतिस्थापित किए निकाले जाते हैं। पहले खींचे गए पत्ते के बादशाह तथा दूसरे के बेगम होने की प्रायिकता है [MP PET 1997]

(a) $\frac{2}{13}$ (b) $\frac{8}{663}$

(c) $\frac{4}{663}$ (d) $\frac{103}{663}$

106. एक छात्र की किसी परीक्षा में प्रथम, द्वितीय तथा तृतीय श्रेणी लाने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{10},\frac{3}{5}$ तथा $\frac{1}{4}$ हैं। छात्र के परीक्षा में अनुत्तीर्ण होने की प्रायिकता है [MP PET 1997]

(a) $\frac{197}{200}$ (b) $\frac{27}{100}$

(c) $\frac{83}{100}$ (d) इनमें से कोई नहीं

107. एक पांसे को तब तक उछाला जाता है तब तक कि उस पर अंक 4 से ज्यादा न आ जाये, तो पांसे को सम (even) बार उछालने की आवश्यकता की प्रायिकता होगी [IIT 1994]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{2}{3}$

108. यदि दो पासों को साथ में फेंका जाता है तो कम से कम एक में 6 आने की सम्भावना है [RPET 1996]

(a) $\frac{11}{36}$ (b) $\frac{36}{11}$

(c) $\frac{5}{11}$ (d) $\frac{1}{6}$

109. एक थैले में 30 गेंदें हैं जिनको 1 से 30 संख्या दी गयी है। एक गेंद को यादृच्छिक रूप से निकालने पर गेंद की संख्या 5 या 7 का गुणक होने की प्रायिकता होगी [RPET 1997]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

110. एक व्यक्ति के पक्षी मारने की प्रायिकता $\frac{3}{4}$ है। वह 5 बार प्रयास करता है। तब उसके पक्षी न मार सकने की प्रायिकता होगी [RPET 1997]

(a) $\frac{243}{1024}$ (b) $\frac{781}{1024}$

(c) $\frac{1}{1024}$ (d) $\frac{1023}{1024}$

111. एक फेयर सिक्का बार-बार उछाला जाता है। यदि प्रथम चार बार उछालने पर पट (Tail) आता है, तो पाँचवीं बार उछालने पर शीर्ष (Head) आने की प्रायिकता होगी [IIT 1998]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{32}$

(c) $\frac{31}{32}$ (d) $\frac{1}{5}$

112. दो व्यक्ति एक सिक्के को तीन बार उछालते हैं। दोनों व्यक्तियों द्वारा बराबर शीर्ष प्राप्त करने की प्रायिकता होगी [DCE 1999]

(a) $\frac{3}{8}$ (b) $\frac{1}{9}$

(c) $\frac{5}{16}$ (d) इनमें से कोई नहीं

113. दो धनात्मक संख्याओं का योग 100 है। उनका गुणनफल 1000 से अधिक होने की प्रायिकता है [RPET 1999]

(a) $\frac{7}{9}$ (b) $\frac{7}{10}$

(c) $\frac{2}{5}$ (d) इनमें से कोई नहीं

114. समचतुष्फलकों के सिरों पर 1, 2, 3, 4 संख्यायें लिखी गयी हैं। तीन समचतुष्फलकों को फेंका जाता है, तब उनके ऊपरी सिरों पर अंकों का योग 5 होने की प्रायिकता होगी [AMU 1999]

(a) $\frac{5}{24}$ (b) $\frac{5}{64}$

(c) $\frac{3}{32}$ (d) $\frac{3}{16}$

115. एक पूर्णांक यदृच्छया चुना जाता है तथा उसका वर्ग किया जाता है वर्ग करने पर अन्तिम अंक 1 अथवा 5 होने की प्रायिकता होगी [AMU 1999]

(a) $\frac{2}{10}$ (b) $\frac{3}{10}$

(c) $\frac{4}{10}$ (d) $\frac{9}{25}$

116. दो पूर्णांक यदृच्छया चुने जाते हैं और उनका गुणा किया जाता है। गुणनफल के सम पूर्णांक होने की प्रायिकता होगी [AMU 1999]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{5}$

117. एक द्विआधारी संख्या 16 बिट्स (bits) से बनी हैं। एक गलत बिट (bit) के आने की प्रायिकता p है तथा अलग अलग बिट्स (bits) में गलतियाँ एक दूसरे से स्वतंत्र हैं। एक गलत संख्या को बनाने की प्रायिकता है [AMU 1999]

(a) $\frac{p}{16}$ (b) p^{16}

(c) ${}^{16}C_1 p^{16}$ (d) $1-(1-p)^{16}$

118. एक सिक्के को चार बार उछाला जाता है। कम से कम एक शीर्ष आने की प्रायिकता है [MP PET 2000]

(a) $\frac{1}{16}$ (b) $\frac{2}{16}$

(c) $\frac{14}{16}$ (d) $\frac{15}{16}$

119. 22 वीं शताब्दी के किसी वर्ष को यदृच्छया चुनने पर उसमें 53 रविवार होने की प्रायिकता है [Orissa JEE 2003]

(a) $\frac{3}{28}$ (b) $\frac{2}{28}$

(c) $\frac{7}{28}$ (d) $\frac{5}{28}$

120. माना एक पांसा (जिसके फलकों पर 1 से 6 तक अंक अंकित है) इस प्रकार है कि $K = 1, 2, 3...., 6$ के लिए फलक, जिस पर K अंकित है, आने की प्रायिकता, जब पांसे को K के अनुपात में फेंका जाता है, के बराबर है। पांसे को फेंकने पर सम संख्या आने की प्रायिकता है [AMU 2000]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{4}{7}$

(c) $\frac{2}{5}$ (d) $\frac{1}{21}$

121. एक पांसे को फेंकने पर सम संख्या के आने की प्रायिकता है [AMU 2000]

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

122. 52 ताश की गड्डी से बिना वापस रखते हुए, दो पत्ते चुने जाते हैं, दोनों के इक्के होने की प्रायिकता है [RPET 2001]

(a) $\frac{2}{13}$ (b) $\frac{1}{51}$

(c) $\frac{1}{221}$ (d) $\frac{2}{21}$

123. तीन सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं, तब कम से कम एक शीर्ष आने की प्रायिकता है [RPET 2001; MP PET 1989]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{7}{8}$

124. दो पांसे एक साथ उछाले जाते हैं, यदि कम से कम एक पांसे पर 5 आता है तो योग 10 या अधिक आने की प्रायिकता है [MP PET 2001]

(a) $\frac{11}{36}$ (b) $\frac{2}{9}$

(c) $\frac{3}{11}$ (d) $\frac{1}{12}$

125. एक कॉलेज में 25% छात्र तथा 10% छात्रायें गणित विषय लेती हैं। कुल विद्यार्थियों की संख्या की 60% छात्रायें है। गणित पढ़ने वाले एक विद्यार्थी का यादृच्छिक रूप से चयन करने पर, उसके छात्रा होने की प्रायिकता है [MP PET 2001]

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{3}{8}$

(c) $\frac{5}{8}$ (d) $\frac{5}{6}$

126. यदि दो पांसे एक साथ उछाले जाते हैं, तब पहले पांसे पर 1 आने की प्रायिकता है [RPET 2002]

(a) $\frac{1}{36}$ (b) $\frac{5}{36}$

(c) $\frac{1}{6}$ (d) इनमें से कोई नहीं

127. यदि कोई चार संख्यायें चुनी जाती हैं तथा आपस में उनका गुणा किया जाता है, तब अंतिम अंक के 1, 3, 5 या 7 होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{4}{625}$ (b) $\frac{18}{625}$

(c) $\frac{16}{625}$ (d) इनमें से कोई नहीं

128. यदि एक सिक्के को n बार उछाला जाता है, तो शीर्ष के विषम बार आने की प्रायिकता है [RPET 2002]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2^n}$

(c) $\frac{1}{2^{n-1}}$ (d) इनमें से कोई नहीं

129. एक लीप वर्ष में 53 शुक्रवार या 53 शनिवार होने की प्रायिकता है [MP PET 2002]

(a) $\frac{2}{7}$ (b) $\frac{3}{7}$

(c) $\frac{4}{7}$ (d) $\frac{1}{7}$

130. 1, 2, 3, 4, 5 अंकों में से 2 अंकों की संख्या बनायी जाती है। इनमें से कोई एक संख्या चुनी जाती हैं इसके 4 से विभाजित होने की प्रायिकता होगी, जबकि अंकों की पुनरावृत्ति हो सकती हो [UPSEAT 2002]

(a) $\frac{1}{30}$ (b) $\frac{1}{20}$

(c) $\frac{1}{40}$ (d) इनमें से कोई नहीं

131. एक ताश की अच्छी तरह से फेटी गयी गड्डी में से दो ताश यदृच्छया बिना प्रतिस्थापन के निकाले जाते हैं। उनमें से एक पान का पत्ता होने की प्रायिकता है [UPSEAT 2002]

(a) $\frac{1}{25}$ (b) $\frac{1}{26}$

(c) $\frac{1}{52}$ (d) इनमें से कोई नहीं

132. गणित की एक समस्या तीन छात्रों A, B तथा C को दी जाती हैं तथा उनके द्वारा समस्या के हल होने की प्रायिकता क्रमशः 1/2, 1/3 तथा 1/4 हैं, तब समस्या के हल होने की प्रायिकता है [RPET 2001; AIEEE 2002]

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{3}$

133. 2 पांसों पर एक साथ द्विक (Doublet) आने की प्रायिकता है [Kurukshetra CEE 2002]

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{5}{6}$ (d) $\frac{5}{36}$

134. दो पांसो को एक साथ उछाला जाता है तो दोनों का योग 7 या 12 आने की प्रायिकता है [Kurukshetra CEE 2002]

(a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{5}{9}$

(c) $\frac{5}{36}$ (d) $\frac{7}{36}$

135. एक अलमारी में 10 जोड़ी जूते रखे हैं। इनमें से 4 जूते यदृच्छया चुन लिये जाते हैं तो उनमें कम से कम एक जोड़ी होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{99}{323}$ (b) $\frac{224}{323}$

(c) $\frac{100}{323}$ (d) इनमें से कोई नहीं

136. एक थैले में 3 लाल, व 7 काली गेंदे हैं। इसमें से दो गेंद बिना प्रतिस्थापन के यदृच्छया निकाली जाती हैं यदि पहली गेंद लाल निकलती है तो दूसरी गेंद के भी लाल निकलने की प्रायिकता होगी [Pb. CET 2000]

(a) $\frac{1}{10}$ (b) $\frac{1}{15}$

(c) $\frac{3}{10}$ (d) $\frac{2}{21}$

137. यदि एक लीप वर्ष का यादृच्छिक चयन किया जाये तो उसमें 53 रविवार होने की प्रायिकता है [MP PET 1991, 93, 95; Pb. CET 2002]

(a) $\frac{1}{7}$ (b) $\frac{2}{7}$

(c) $\frac{4}{53}$ (d) $\frac{4}{49}$

138. एक थैले में 3 सफेद तथा 2काली गेंदें हैं तथा एक दूसरे थैले में 2 सफेद तथा 4 काली गेंदें हैं। एक गेंद का यादृच्छिक चयन किया गया। इसके काली होने की प्रायिकता है [MP PET 1989]

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{8}{15}$

(c) $\frac{6}{11}$ (d) $\frac{2}{3}$

139. एक थैले x में 3 सफेद व 2काली गेंदें हैं तथा दूसरे थैले y में 2 सफेद व 4 काली गेंदें हैं। एक थैला व एक गेंद इनमें से यदृच्छया चुनी जाती है, तो गेंद के सफेद होने की प्रायिकता है [IIT 1971]

(a) 3/5 (b) 7/15

(c) 1/2 (d) इनमें से कोई नहीं

140. एक डिब्बे में 4 सफेद व 2 काले पेन हैं, एक दूसरे डिब्बे में 3 सफेद व 5 काले पेन हैं। यदि प्रत्येक डिब्बे से 1 पेन का चयन किया जाता है तो दोनों के सफेद होने की प्रायिकता है [Pb.CET 2002]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{5}$

141. एक थैले में 3 लाल व 5 काली गेंदें हैं तथा दूसरे थैले में 6 लाल व 4 काली गेंदें हैं। प्रत्येक थैले में से एक गेंद निकाली जाती है तो उनमें से एक लाल व दूसरी काली होने की प्रायिकता है [AISSE 1986]

(a) $\frac{3}{20}$ (b) $\frac{21}{40}$

(c) $\frac{3}{8}$ (d) इनमें से कोई नहीं

142. एक निशानेबाज के द्वारा किसी लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता 1/5 है, तो 10 निशानों में कम से कम एक बार लक्ष्य भेदने की प्रायिकता है

(a) $1-\left(\frac{4}{5}\right)^{10}$ (b) $\frac{1}{5^{10}}$

(c) $1-\frac{1}{5^{10}}$ (d) इनमें से कोई नहीं

143. 4 सिक्कों को उछाला जाता हैं, तो कम से कम एक शीर्ष ऊपर आने की प्रायिकता है [DSSE 1981]

(a) 1/16 (b) 1/4

(c) 15/16 (d) इनमें से कोई नहीं

144. पाँच घोड़े एक रेस में हैं। मि. A इनमें से कोई दो घोड़े यदृच्छया चुनता है और उन पर शर्त लगाता है। मि. A के द्वारा जीतने वाला घोड़ा चुने जाने की प्रायिकता है [AIEEE 2003]

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{2}{5}$

145. 'X 60% स्थिति में व 'Y 50% स्थिति में सत्य बोलते हैं। इस बात की प्रायिकता कि किसी एक घटना पर दोनों में विरोधाभास हो, है [UPSEAT 2004]

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

146. A के सत्य बोलने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है जबकि B के सत्य बोलने की प्रायिकता $\frac{3}{4}$ है। किसी एक तथ्य पर दोनों में विरोधाभास हो, उसकी प्रायिकता है [AIEEE 2004; MP PET 1997, 2002; IIT 1975; MNR 1987]

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{1}{5}$

(c) $\frac{7}{20}$ (d) $\frac{3}{20}$

147. तीन पांसे को उछालने पर 1बार में ही 16 आने की प्रायिकता है [UPSEAT 2004]

(a) $\frac{1}{36}$ (b) $\frac{1}{18}$

(c) $\frac{1}{72}$ (d) $\frac{1}{9}$

148. 1 से 90 के बीच यदृच्छया एक संख्या चुनने पर उसके 6 या 8 से विभाज्य होने की प्रायिकता है [Pb. CET 2002]

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{30}$

(c) $\frac{11}{80}$ (d) $\frac{23}{90}$

149. दो विद्यार्थियों द्वारा किसी प्रश्न को हल करने की प्रायिकतायें $\frac{1}{2}$ व $\frac{1}{3}$ हैं। प्रश्न हल होने की प्रायिकता है [Pb. CET 2001]

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) 1

150. एक कॉलोनी में तीन मकान उपलब्ध हैं और तीन व्यक्ति मकानों के लिये निवेदन करते हैं। प्रत्येक दूसरे से परामर्श के बिना निवेदन

करता हैं। तीनों एक ही मकान के लिये निवेदन करते हैं इसकी प्रायिकता है [AIEEE 2005]

(a) $\frac{8}{9}$ (b) $\frac{7}{9}$

(c) $\frac{2}{9}$ (d) $\frac{1}{9}$

151. एक पाँसे को उछालने पर सम उछालों में 1 आने की प्रायिकता है [IIT Screening 2005]

(a) $\frac{5}{36}$ (b) $\frac{5}{11}$

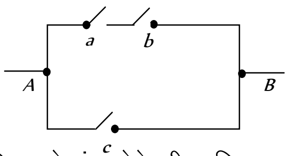
(c) $\frac{6}{11}$ (d) $\frac{1}{6}$

152. A व B दो स्वतन्त्र घटनायें इस प्रकार हैं कि $P(A)=1/2$ व $P(B)=1/3$. तब P (न तो A और न ही B) का मान है [J & K 2005]

(a) 2/3 (b) 1/6

(c) 5/6 (d) 1/3

153. दिया गया परिपथ हैं :



यदि प्रत्येक स्विच के बंद होने की प्रायिकता p है तो A से B में धारा प्रवाहित होने की प्रायिकता है [DCE 2005]

(a) p^2+p (b) p^3+p-1

(c) p^3+p (d) p^2+p+1

क्रमचय व संचय का प्रायिकता में उपयोग

1. 52 ताश की एक गड्डी से दो पत्ते निकाले गये। दोनों हुकुम के पत्ते होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{26}$ (b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{17}$ (d) इनमें से कोई नहीं

2. ताशों की एक गड्डी से एक साथ 6 ताश निकाले जाते हैं। निकाले गये ताशों में 3 लाल तथा 3 काले ताश होने की प्रायिकता है

(a) ${}^{26}C_6$ (b) $\frac{{}^{26}C_3}{{}^{52}C_6}$

(c) $\frac{{}^{26}C_3 \times {}^{26}C_3}{{}^{52}C_6}$ (d) $\frac{1}{2}$

3. एक मनुष्य 52 ताशों की गड्डी से एक पत्ता निकालता है तथा वापस रख कर गड्डी को फेंट देता हैं। वह इस प्रक्रिया को तब तक दोहराता है जब तक कि हुकुम का पत्ता नहीं निकलता है। उसके दो बार असफल होने की प्रायिकता है [MNR 1980]

(a) $\frac{9}{16}$ (b) $\frac{1}{16}$

(c) $\frac{9}{64}$ (d) इनमें से कोई नहीं

4. यदि 20 क्रमागत पूर्णाकों में से दो पूर्णांक यदृच्छया चुने जायें, तो उनका योग एक विषम पूर्णांक होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{5}{19}$ (b) $\frac{10}{19}$

(c) $\frac{9}{19}$ (d) इनमें से कोई नहीं

5. एक थैले में 3 लाल, 7 सफेद तथा 4 काली गेंदें हैं। थैले में से यदृच्छया 3 गेंद निकालने पर उन सभी के एक ही रंग की होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{6}{71}$ (b) $\frac{7}{81}$

(c) $\frac{10}{91}$ (d) इनमें से कोई नहीं

6. यदि 3 पुरूषों, 2 महिलाओं तथा 4 बच्चों के एक ग्रुप से 4 व्यक्ति यदृच्छया चुने जायें तो चुने गये व्यक्तियों में ठीक 2 बच्चे होने की प्रायिकता है [Kurukshetra CEE 1996; DCE 1999]

(a) $\frac{10}{21}$ (b) $\frac{8}{63}$

(c) $\frac{5}{21}$ (d) $\frac{9}{21}$

7. एक बॉक्स में 25 टिकट हैं जिन पर 1, 2, ... 25 अंक अंकित हैं। यदि दो टिकट यदृच्छया निकाले जायें, तो उन पर अंकित अंकों का गुणनफल एक सम संख्या होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{11}{50}$ (b) $\frac{13}{50}$

(c) $\frac{37}{50}$ (d) इनमें से कोई नहीं

8. 12 लड़कियों तथा 18 लड़कों की एक कक्षा से 2 विद्यार्थी यदृच्छया चुनते हैं, उन दोनों के लड़कियाँ होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{22}{145}$ (b) $\frac{13}{15}$

(c) $\frac{1}{18}$ (d) इनमें से कोई नहीं

9. एक शब्द में 11 अक्षर हैं जिनमें 7 व्यंजन तथा 4 स्वर हैं। यदि 2 अक्षर यदृच्छया चुने जायें तो उन दोनों के व्यंजन होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{5}{11}$ (b) $\frac{21}{55}$

(c) $\frac{4}{11}$ (d) इनमें से कोई नहीं

10. बीस टिकटों पर अंक 1, 2, ... 20 अंकित हैं। यदि तीन टिकट यदृच्छया निकाले जायें तो निकाले गये टिकटों में 7 तथा 11 अंकित टिकटें शामिल होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{3}{190}$ (b) $\frac{1}{19}$

(c) $\frac{1}{190}$ (d) इनमें से कोई नहीं

11. यदि मोहन के पास एक लॉटरी के, जिसमें 3 इनाम तथा 9 रिक्त हैं, 3 टिकट हों, तो मोहन के इनाम जीतने की प्रायिकता है

(a) $\frac{34}{55}$ (b) $\frac{21}{55}$

(c) $\frac{17}{55}$ (d) इनमें से कोई नहीं

12. एक थैले में 3 सफेद तथा 7 लाल गेंदें हैं। यदि एक गेंद यदृच्छया निकाली जाये तो उसके सफेद या लाल होने की प्रायिकता है

(a) 0 (b) $\frac{3}{10}$

(c) $\frac{7}{10}$ (d) $\frac{10}{10}$

13. एक थैले में 4 सफेद, 5 लाल तथा 6 काली गेंदें हैं। यदि दो गेंदें यदृच्छया निकाली जायें तो उनमें से एक के सफेद होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{44}{105}$ (b) $\frac{11}{105}$

(c) $\frac{11}{21}$ (d) इनमें से कोई नहीं

14. एक थैले में 6 लाल, 4 सफेद तथा 8 नीली गेंदें हैं। यदि तीनों गेंदें यादृच्छिक रूप से निकाली जायें तो उसमें से 2 के सफेद तथा 1 के लाल होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{5}{204}$ (b) $\frac{7}{102}$

(c) $\frac{3}{68}$ (d) $\frac{1}{13}$

15. 9 लोगों में से 5 की एक समिति बनानी है। इसमें एक विशेष दम्पत्ति या तो साथ साथ रहे या बिल्कुल न रहें, की प्रायिकता है [CEE 1993]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{5}{9}$

(c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{2}{9}$

16. शब्द 'ASSASSIN' यदृच्छया एक पंक्ति में लिख दिया गया है, तो दो 'S साथ न आने की प्रायिकता है

[BIT Ranchi 1990; IIT 1983]

(a) $\frac{1}{35}$ (b) $\frac{1}{14}$

(c) $\frac{1}{15}$ (d) इनमें से कोई नहीं

17. एक सिक्के को 8 बार उछालने पर 4 शीर्ष आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{64}$

(c) $\frac{^8C_4}{8}$ (d) $\frac{^8C_4}{2^8}$

18. एक लॉटरी के 50 टिकट बेचे जाते हैं जिनमें से 14 इनामी टिकट हैं। एक आदमी ने 2 टिकट खरीदे हैं, तो उसके ईनाम जीतने की प्रायिकता है

(a) $\frac{17}{35}$ (b) $\frac{18}{35}$

(c) $\frac{72}{175}$ (d) $\frac{13}{175}$

19. एक थैले में 8 काली एवं 7 सफेद गेंदें हैं। यदि दो गेंदें यदृच्छया निकाली जाती हैं, तो निम्न में से किसकी प्रायिकता अधिक होगी

(a) दोनों गेंदें सफेद हैं

(b) एक गेंद सफेद है एवं एक गेंद काली है

(c) दोनों गेंदे काली हैं

(d) उपयुक्त सभी बराबर है

20. 6 पुरूष व 4 महिलाओं में से 5 सदस्यों की एक समिति बनानी है। समिति में कम से कम एक महिला अवश्य हो, इसकी प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{42}$ (b) $\frac{41}{42}$

(c) $\frac{2}{63}$ (d) $\frac{1}{7}$

21. अंकों 1, 2, 3 व 4 का प्रयोग करके एक तीन अंकों की संख्या बनायी जाती है, तो संख्या के 3 से विभाजित होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{7}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$

22. ताश की एक गड्डी से 3 पत्ते एक साथ निकाले जाते हैं तो इनके क्रमशः एक बादशाह, एक बेगम व एक गुलाम होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{64}{5525}$ (b) $\frac{16}{5525}$

(c) $\frac{128}{5525}$ (d) $\frac{64}{625}$

23. शब्द 'UNIVERSITY' को यदृच्छया व्यवस्थित किया जाता है, तो दोनों 'I' के एक साथ न आने की प्रायिकता है [UPSEAT 2001]

(a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{1}{5}$

24. n विभिन्न 1, 2, 3,......n प्रेक्षण हैं, जिन्हें n स्थानों 1, 2, 3, ...n पर वितरित किया जाता है उनमें कम से कम तीन प्रेक्षणों के अपने अंकों के सापेक्ष स्थान मिलने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{5}{6}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

25. एक साधारण घन में 4 फलक रिक्त हैं। एक फलक पर 2 व दूसरे पर 3 अंकित कर दिया जाता है, तो 5 बार फेंकने पर योग 12 प्राप्त करने की प्रायिकता है

(a) $\frac{5}{1296}$ (b) $\frac{5}{1944}$

(c) $\frac{5}{2592}$ (d) इनमें से कोई नहीं

26. दो व्यक्ति एक पाँसे को फेंकते हैं, तो उनके बराबर अंक प्राप्त करने की प्रायिकता p_1 है। यदि चार व्यक्ति एक पाँसे को फेंकते हैं, उनमें तीन व्यक्तियों के बराबर अंक प्राप्त करने की प्रायिकता p_2 है, तो

(a) $p_1 = p_2$ (b) $p_1 < p_2$

(c) $p_1 > p_2$ (d) इनमें से कोई नहीं

27. n सिपाहियों को एक पंक्ति में खड़ा होना है। यदि सभी क्रमचय समसम्भावी हों, तो दो विशेष सिपाहियों के एक साथ खड़े होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{2}{n}$ (b) $\frac{1}{n}$

(c) $\frac{2}{(n-1)!}$ (d) इनमें से कोई नहीं

28. एक थैले में 1 से 20 तक संख्याओं से अंकित टिकट हैं उनमें से दो टिकट निकाले जाते हैं, तो दोनों संख्याओं के अभाज्य होने की प्रायिकता है [AISSE 1981]

(a) $\frac{14}{95}$ (b) $\frac{7}{95}$

(c) $\frac{1}{95}$ (d) इनमें से कोई नहीं

29. एक थैले में 6 लाल, 5 सफेद व 4 काली गेंदें हैं। दो गेंदें निकाली जाती हैं तो उनमें से किसी के भी लाल न होने की प्रायिकता है [AI CBSE 1983]

(a) $\frac{12}{35}$ (b) $\frac{6}{35}$

(c) $\frac{4}{35}$ (d) इनमें से कोई नहीं

30. एक थैले में 3 सफेद व 5 काली गेंदें रखी हैं। यदि एक गेंद निकाली जाए, तो इसके काली होने की प्रायिकता है [RPET 1995]

(a) $\frac{3}{8}$ (b) $\frac{5}{8}$

(c) $\frac{6}{8}$ (d) $\frac{10}{20}$

31. किसी समषटभुज के 6 शीर्षो में 3 शीर्षो को यदृच्छया चुना गया है। इन तीन शीर्षो से बनने वाले त्रिभुज समबाहु हो, तो इसकी प्रायिकता है [IIT 1995; MP PET 2002, 04]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{5}$

(c) $\frac{1}{10}$ (d) $\frac{1}{20}$

32. किसी संदूक में 3 आम व 3 सेव है। यदि दो फल यदृच्छया चुने जाए तो एक के आम व दूसरे के सेव होने की प्रायिकता है [EAMCET 1990]

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

33. 25 किताबों में गणित के 5 भाग (volumes) की किताबें हैं। उन्हें किसी अलमारी में यदृच्छया सजाया गया है। गणित के ये भाग बायें से दायें बढ़ते हुए क्रम में हों (इन्हें आवश्यक रूप से साथ साथ नहीं रखा गया है), तो इसकी प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{5!}$ (b) $\frac{50!}{55!}$

(c) $\frac{1}{50^5}$ (d) इनमें से कोई नहीं

34. एक क्रिकेट टीम में 15 सदस्य हैं जिनमें से केवल 5 गेंदबाज हैं। यदि इन खिलाड़ियों के नामों की पर्चियाँ एक टोपी में रखी हों तथा 11 यदृच्छया निकाली जाती हों, तब 11 खिलाड़ियों को चुनने की प्रायिकता क्या होगी यदि कम से कम 3 गेंदबाज हों

(a) $\frac{7}{13}$ (b) $\frac{11}{15}$

(c) $\frac{12}{13}$ (d) इनमें से कोई नहीं

35. एक थैले में 13 लाल, 14 हरी व 15 काली गेंदें हैं। इसमें से 4 गेंदें निकालने पर 2 काली होने की प्रायिकता P_1 हैं। अब प्रत्येक रंग की गेंदों की संख्या को दो गुना कर दिया गया एवं 8 गेंदें निकाली गयीं तथा ठीक 4 काली गेंदें प्राप्त करने की प्रायिकता P_2 है, तो

(a) $P_1 = P_2$ (b) $P_1 > P_2$

(c) $P_1 < P_2$ (d) इनमें से कोई नहीं

36. यदि रूपयों के m सिक्कों एवं 10 पैसे के n सिक्कों को एक रेखा में रखा जाए तो 10 पैसे के सिक्कों के सिरों पर होने की प्रायिकता होगी

(a) ${}^{m+n}C_m / n^m$ (b) $\frac{n(n-1)}{(m+n)(m+n-1)}$

(c) ${}^{m+n}P_m / m^n$ (d) ${}^{m+n}P_n / n^m$

37. समुच्चय $A = \{1, 2, ..., n\}$ से A पर सभी अन्तर्क्षेपी प्रतिचित्रणों के समुच्चय से एक प्रतिचित्रण यदृच्छया चुना जाता है, तो प्रतिचित्रण के एकैकी (Injective) होने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{1}{n^n}$ (b) $\frac{1}{n!}$

(c) $\frac{(n-1)!}{n^{n-1}}$ (d) $\frac{n!}{n^{n-1}}$

38. एक संदूक में 12 अच्छी, 6 थोड़े दोष वाली एवं 2 अधिक दोष वाली पेन्सिल हैं। एक पेन्सिल यदृच्छया चुनी जाती हैं, तो इसके दोषपूर्ण न होने की प्रायिकता होगी [EAMCET 1991]

(a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{3}{10}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{1}{2}$

39. एक संदूक में 10 आम हैं जिसमें से 4 सड़े हैं। इसमें से दो आम एक साथ निकाले जाते हैं। यदि उनमें से एक अच्छा निकलता है, तो दूसरे के भी अच्छा होने की प्रायिकता होगी [EAMCET 1992]

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{8}{15}$

(c) $\frac{5}{18}$ (d) $\frac{2}{3}$

40. किसी रिक्त स्थान के लिए 13 आवेदनकर्ता हैं, जिनमें 5 महिलाएँ एवं 8 पुरूष हैं। यदि दो उम्मीदवारों का चयन किया जाना है, तो उनमें कम से कम एक महिला के होने की प्रायिकता होगी [ISM Dhanbad 1994]

(a) $\frac{25}{39}$ (b) $\frac{14}{39}$

(c) $\frac{5}{13}$ (d) $\frac{10}{13}$

41. प्रथम तीस प्राकृत संख्याओं के समुच्चय में से दो संख्यायें a व b यादृच्छिक चुनी जाती हैं, तो $a^2 - b^2$ के 3 से विभाजित होने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{9}{87}$ (b) $\frac{12}{87}$

(c) $\frac{15}{87}$ (d) $\frac{47}{87}$

42. दो मित्र A व B के बराबर पुत्रियाँ हैं। तीन सिनेमा टिकटों को इन पुत्रियों में बांटा जाना है। सारे टिकट A की पुत्रियों को मिल जाने की प्रायिकता 1/20 है, तो प्रत्येक के कितनी कितनी पुत्रियाँ हैं

(a) 4 (b) 5

(c) 6 (d) 3

43. एक व्यक्ति फोन लगाते समय फोन नम्बर के अन्तिम दो अंकों को भूल जाता है परन्तु उसे यह याद है कि अंक भिन्न भिन्न हैं, तो यदृच्छया रूप से डायल करने पर नम्बर सही लग जाने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{1}{45}$ (b) $\frac{1}{90}$

(c) $\frac{1}{100}$ (d) इनमें से कोई नहीं

44. एक संदूक में 2 लाल, 3 काली और 4 सफेद गेंदें हैं। इनमें से तीन गेंदें एक साथ निकालने पर उनके समान रंग के होने की प्रायिकता है [MP PET 1996]

(a) $\frac{1}{84}$ (b) $\frac{1}{21}$

(c) $\frac{5}{84}$ (d) इनमें से कोई नहीं

45. 6 लड़के तथा 6 लड़कियाँ एक पंक्ति में यदृच्छया बैठते हैं। 6 लड़कियों के एक साथ बैठने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{77}$ (b) $\frac{1}{132}$

(c) $\frac{1}{231}$ (d) इनमें से कोई नहीं

46. 7 पुरुषों और 4 महिलाओं के समूह में से 6 व्यक्तियों की एक समिति बनाई जाती है, तो समिति में दो महिलाओं के होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{5}{13}$ (b) $\frac{5}{11}$

(c) $\frac{4}{11}$ (d) $\frac{3}{11}$

47. एक थैले में 4 सफेद तथा 3 लाल गेंदें हैं। इनमें से एक-एक गेंद दो बार बिना प्रतिस्थापित किए निकाली जाती हैं तो दोनों के लाल होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{7}$ (b) $\frac{2}{7}$

(c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{4}{7}$

48. एक थैले में 5 सफेद, 7 काली और 4 लाल गेंदें हैं। थैले में से तीन गेंदे यादृच्छिक रूप से निकाली गई हैं। तीनों गेंदों के सफेद होने की प्रायिकता है [MP PET 1997]

(a) $\frac{3}{16}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{1}{60}$ (d) $\frac{1}{56}$

49. क्रमागत 40 प्राकृत संख्याओं में से दो संख्याएँ यादृच्छिक रूप से चुनी जाती है। संख्याओं के योग के विषम होने की प्रायिकता है [MP PET 1997; Pb. CET 2000]

(a) $\frac{14}{29}$ (b) $\frac{20}{39}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

50. 52 पत्तों की ताश की गड्डी से तीन ताश निकालने पर सभी के लाल ताश होने की सम्भावना है [MP PET 1999]

(a) $\frac{1}{17}$ (b) $\frac{3}{19}$

(c) $\frac{2}{19}$ (d) $\frac{2}{17}$

51. एक समिति को A, B तथा C तीन संस्थानों से 9 विशेषज्ञ लेकर बनाया गया है जिनमें से 2, A से; 3, B से तथा 4, C से हैं। यदि उनमें से तीन त्यागपत्र देते हैं तो उनके अलग अलग संस्थान से होने की प्रायिकता होगी [Roorkee Qualifying 1998]

(a) $\frac{1}{729}$ (b) $\frac{1}{24}$

(c) $\frac{1}{21}$ (d) $\frac{2}{7}$

52. संख्याओं 1, 2, 3 ......100 में से यदृच्छया दो अंक चुने जाते है तथा उन्हें आपस में गुणा कर दिया जाता है तो इस बात की प्रायिकता (दशमलव के दो अंकों तक) कि उनका गुणनफल संख्या 3 से विभाजित हो, होगी [Kurukshetra CEE 1998]

(a) 0.55 (b) 0.44

(c) 0.22 (d) 0.33

53. अंकों 1, 2, 3, 4, 5, 6 तथा 8 को लेकर पाँच अंकों की संख्यायें बनायी जाती हैं, तो संख्या के दोनों सिरों पर सम संख्या होने की प्रायिकता होगी [RPET 1999]

(a) $\frac{2}{7}$ (b) $\frac{3}{7}$

(c) $\frac{4}{7}$ (d) इनमें से कोई नहीं

54. एक थैले में 3 लाल, 4 सफेद तथा 5 काली गेंदें हैं, तीन गेंदों को यदृच्छया चुना जाता है, इनके अलग-अलग रंगों के होने की प्रायिकता है [RPET 1999]

(a) $\frac{3}{11}$ (b) $\frac{2}{11}$

(c) $\frac{8}{11}$ (d) इनमें से कोई नहीं

55. एक समअष्टभुज के चार शीर्ष यदृच्छया चुने जाते हैं, तब इन शीर्षो से बनने वाले चतुर्भुज के आयत होने की प्रायिकता होगी [AMU 1999]

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{2}{21}$

(c) $\frac{1}{32}$ (d) $\frac{1}{35}$

56. एक थैले में 5 भूरे तथा 4 सफेद मौजे हैं। एक व्यक्ति दो मौजे चुनता हैं दोनों के एक ही रंग के होने की प्रायिकता है [UPSEAT 1999; MP PET 2000]

(a) $\frac{5}{108}$ (b) $\frac{18}{108}$

(c) $\frac{30}{108}$ (d) $\frac{48}{108}$

57. 38 व्यक्तियों के समूह में से जिसमें आप भी शामिल हैं, तीन व्यक्तियों की समिति बनानी है। समिति में आपके शामिल होने की प्रायिकता होगी [AMU 2000]

(a) $\binom{38}{3}$ (b) $\binom{37}{2}$

(c) $\binom{37}{2} \Big/ \binom{38}{3}$ (d) $\frac{666}{8436}$

58. चार लड़के तथा 3 लड़कियाँ एक पंक्ति में खड़े हैं, तब एक लड़के तथा एक लड़की के एकान्तर क्रम में खड़े होने की प्रायिकता होगी [UPSEAT 2001]

(a) $\frac{1}{34}$ (b) $\frac{1}{35}$

(c) $\frac{1}{17}$ (d) $\frac{1}{68}$

59. एक लाटरी में 90 टिकट हैं, जिन पर 1 से 90 तक संख्याएँ अंकित हैं। पाँच टिकट यदृच्छया चुने जाते हैं। इनमें से दो टिकटों पर 15 तथा 89 संख्या होने की प्रायिकता है [AMU 2001]

(a) $\frac{2}{801}$ (b) $\frac{2}{623}$

(c) $\frac{1}{267}$ (d) $\frac{1}{623}$

60. 15 खिलाड़ियों में से 8 बल्लेबाज तथा 7 गेंदबाज हैं, तब 11 खिलाड़ियों की टीम में 6 बल्लेबाज तथा 5 गेंदबाज होने की प्रायिकता होगी [UPSEAT 2002]

(a) $\frac{{}^8C_6 \times {}^7C_5}{{}^{15}C_{11}}$ (b) $\frac{{}^8C_6 + {}^7C_5}{{}^{15}C_{11}}$

(c) $\frac{15}{28}$ (d) इनमें से कोई नहीं

61. एक थैले में 5 काली, 4 सफेद तथा 3 लाल गेंदें हैं, यदि एक गेंद निकाली जाती है, तो उसके काले या लाल होने की प्रायिकता है [EAMCET 2002]

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{5}{12}$ (d) $\frac{2}{3}$

62. 30 क्रमागत संख्याओं में से, दो संख्याओं का चयन किया जाता है, तो उनके योग के विषम होने की प्रायिकता है [Kurukshetra CEE 2002]

(a) $\frac{14}{29}$ (b) $\frac{16}{29}$

(c) $\frac{15}{29}$ (d) $\frac{10}{29}$

63. प्रथम 20 पूर्णांकों में से 3 पूर्णांकों का चयन किया जाता है उनका गुणनफल सम होने की प्रायिकता है [Kurukshetra CEE 2002]

(a) $\frac{2}{19}$ (b) $\frac{3}{29}$

(c) $\frac{17}{19}$ (d) $\frac{4}{19}$

64. समुच्चय $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में से कोई दो संख्यायें बिना रखे हुए यदृच्छया चुनी जाती हैं। दोनों संख्याओं में से न्यूनतम संख्या के 4 से कम होने की प्रायिकता है [IIT Screening 2003]

(a) $\frac{1}{15}$ (b) $\frac{14}{15}$

(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$

65. एक थैले में 6 सफेद, 7 लाल तथा 5 काली गेंदें हैं। यदि थैले में 3 गेंदें यदृच्छया निकाली जायें तो उन तीनों के सफेद होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{20}{204}$ (b) $\frac{5}{204}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

66. एक थैले में 4 सफेद, 5 लाल तथा 6 हरी गेंदें हैं। तीन गेंदों का यादृच्छिक चयन किया गया। इनके चयन में एक सफेद, एक लाल तथा एक हरी गेंद होने की प्रायिकता है [MP PET 1990]

(a) $\frac{15}{91}$ (b) $\frac{30}{91}$

(c) $\frac{20}{91}$ (d) $\frac{24}{91}$

67. एक डिब्बे में 10 लाल तथा 15 हरी गेंदें हैं। यदि एक-एक करके दो गेंदें निकाली जाये तो उनमें से एक के हरी तथा दूसरी के लाल होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

68. 52 ताश की एक गड्डी से 3 ताश यदृच्छया खींचे जाते हैं तीनों के इक्के होने की संभाविता है

(a) $\frac{3}{5525}$ (b) $\frac{2}{5525}$

(c) $\frac{1}{5525}$ (d) इनमें से कोई नहीं

69. पत्तों की एक गड्डी जिसमें 4 इक्का, 4 बादशाह, 4 बेगम एवं 4 गुलाम हैं। दो पत्ते यदृच्छया चुन लिये जाते हैं इनमें कम से कम एक इक्का होने की प्रायिकता है [MNR 1991]

(a) $\frac{9}{20}$ (b) $\frac{3}{16}$

(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{9}$

70. एक फेयर सिक्का 100 बार उछाला जाता है तो पुच्छ (tails) के विषम संख्या में आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{8}$

(c) $\frac{3}{8}$ (d) इनमें से कोई नहीं

71. एक थैले में 3 लाल, 4 सफेद व 5 नीली गेंदें हैं। सभी गेंदें भिन्न हैं। दो गेंदें यदृच्छया निकाली जाती हैं, तो उनके भिन्न रंगों के होने की प्रायिकता है [EAMCET 1987]

(a) $\frac{47}{66}$ (b) $\frac{10}{33}$

(c) $\frac{5}{22}$ (d) इनमें से कोई नहीं

72. 10 विद्यार्थियों को यदृच्छया एक पंक्ति में बिठाया गया हो, तो दो विशेष विद्यार्थियों के एक साथ न बैठने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{2}{5}$ (d) $\frac{1}{5}$

73. एक दराज में 5 भूरी व 4 नीली जुराबें (Socks) हैं। एक व्यक्ति इनमें से दो जुराबें यदृच्छया चुनता हैं, तो उनके समान रंग के होने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{4}{9}$ (b) $\frac{5}{8}$

(c) $\frac{5}{9}$ (d) $\frac{7}{12}$

74. पाँच व्यक्ति A, B, C, D व E एक दुकान की पंक्ति में खड़े होते हैं, तो A तथा E के हमेशा साथ-साथ रहने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{2}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

75. एक थैले में 8 लाल और 7 काली गेंदें हैं। दो गेंदों को यदृच्छया खींचा जाता है एक ही रंग की गेंद निकालने की प्रायिकता है [UPSEAT 2004]

(a) $\frac{14}{15}$ (b) $\frac{11}{15}$

(c) $\frac{7}{15}$ (d) $\frac{4}{15}$

76. अस्सी पत्तों, जिन पर 1 से 80 अंकित हैं, में से दो पत्ते यदृच्छया निकाले जाते हैं। दोनों पत्तों पर अंकित संख्या 4 से विभाज्य हो उसकी प्रायिकता है [Pb. CET 2000]

(a) $\frac{21}{316}$ (b) $\frac{19}{316}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

77. एक टोकरी में 5 सेव तथा 7 संतरे हैं तथा दूसरी टोकरी में 4 सेव तथा 8 संतरे हैं। प्रत्येक टोकरी से एक फल निकाला जाता है दोनों फलों के सेव या संतरे होने की प्रायिकता होगी [AMU 2002]

(a) $\frac{24}{144}$ (b) $\frac{56}{144}$

(c) $\frac{68}{144}$ (d) $\frac{76}{144}$

78. माना A व B दो m व n अवयवों वाले परिमित समुच्चय इस प्रकार हैं कि $m \le n$. A से B पर सभी प्रतिचित्रणों में से एक प्रतिचित्रण यदृच्छया चुना जाता है, तो इस चुने प्रतिचित्रण के एकैकी होने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{n!}{(n-m)!m^n}$ (b) $\frac{n!}{(n-m)!n^m}$

(c) $\frac{m!}{(n-m)!n^m}$ (d) $\frac{m!}{(n-m)!m^n}$

79. माना एक पंक्ति में $n \ge 3$ व्यक्ति बैठे हैं। उनमें से दो यदृच्छया चुने जाते हैं ये दोनों पास न हो इसकी प्रायिकता है [Pb. CET 2004]

(a) $1-\frac{2}{n}$ (b) $\frac{2}{n-1}$

(c) $1-\frac{1}{n}$ (d) इनमें से कोई नहीं

80. 15 व्यक्ति जिनमें A व B को यदृच्छया एक गोल मेज पर बैठाया जाता है, तो A व B के बीच 4 व्यक्ति होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{2}{7}$ (d) $\frac{1}{7}$

81. 5 लड़के व 5 लड़कियाँ एक पंक्ति में यदृच्छया बैठे हैं। लड़के व लड़कियों के एकान्तर क्रम में बैठने की प्रायिकता है [Kerala (Engg.) 2005]

(a) 5/126 (b) 1/126
(c) 4/126 (d) 6/125
(e) 1/63

अनुकूल एवं प्रतिकूल संयोगानुपात, प्रायिकता का योगशील प्रमेय

1. यदि एक घटना के प्रतिकूल संयोगानुपात 2 : 3 हो, तो उसके घटने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{3}{5}$ (d) 1

2. यदि किसी घटना के अनुकूल संयोगानुपात 3 : 5 हो, तो उसके घटित न होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{5}{3}$

(c) $\frac{3}{8}$ (d) $\frac{5}{8}$

3. 52 ताशों की एक गड्डी से एक ताश निकाला जाता है। एक जुआरी शर्त लगाता है कि यह हुकुम का पत्ता है या इक्का। उसके इस शर्त को जीतने के प्रतिकूल संयोगानुपात है

(a) 17 : 52 (b) 52 : 17
(c) 9 : 4 (d) 4 : 9

4. किसी घटना के अनुकूल संयोगानुपात 4 : 5 हैं, तो उस घटना के घटित होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{4}{5}$

(c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{5}{9}$

5. किसी घटना के प्रतिकूल संयोगानुपात 6 : 5 हैं, तो उस घटना के घटित न होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{5}{6}$ (b) $\frac{6}{11}$

(c) $\frac{5}{11}$ (d) $\frac{1}{6}$

6. एक घुड़-दौड़ में तीन घोड़ों के अनुकूल संयोगानुपात $1:2$, $1:3$ व $1:4$ हैं, तो किसी एक घोड़े के द्वारा दौड़ जीते जाने की प्रायिकता है

(a) $\frac{37}{60}$ (b) $\frac{47}{60}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$

7. किसी घटना के प्रतिकूल संयोगानुपात 5 : 2 हैं एवं एक अन्य घटना के अनुकूल संयोगानुपात 6 : 5 हैं। यदि दोनों घटनायें स्वतंत्र हों, तो इन घटनाओं में से कम से कम एक घटना के घटित होने की प्रायिकता है [RPET 1997]

(a) $\frac{50}{77}$ (b) $\frac{52}{77}$

(c) $\frac{25}{88}$ (d) $\frac{63}{88}$

8. यदि तीन विद्यार्थियों द्वारा प्रश्न को हल करने के प्रतिकूल संयोगानुपात क्रमशः 2 : 1, 5:2 व 5:3 है, तब प्रश्न एक ही विद्यार्थी द्वारा हल करने की प्रायिकता है [RPET 1999]

(a) $\frac{31}{56}$ (b) $\frac{24}{56}$

(c) $\frac{25}{56}$ (d) इनमें से कोई नहीं

9. तीन जहाज A, B व C इंग्लैंड से भारत आते हैं। यदि उनके सुरक्षित आने के अनुपात क्रमशः 2 : 5, 3 : 7 व 6 : 11 हैं तो सभी जहाजों के सुरक्षित आने की प्रायिकता है [Pb. CET 2000]

(a) $\frac{18}{595}$ (b) $\frac{6}{17}$

(c) $\frac{3}{10}$ (d) $\frac{2}{7}$

10. 23 व्यक्तियों की एक समिति, जो एक गोलाकार मेज के चारों ओर बैठते हैं। दो व्यक्तियों के एक साथ बैठने के प्रतिकूल संयोगानुपात हैं [RPET 1999]

(a) 10 : 1 (b) 1 : 11
(c) 9 : 10 (d) इनमें से कोई नहीं

11. यदि A तथा B दो ऐसी घटनाएँ हों कि $P(A+B)=\frac{5}{6}$, $P(AB)=\frac{1}{3}$ तथा $P(\overline{A})=\frac{1}{2}$, तो घटनाएँ A तथा B हैं

(a) स्वतन्त्र (b) परस्पर अपवर्जी
(c) परस्पर अपवर्जी व स्वतन्त्र (d) इनमें से कोई नहीं

12. तीन परस्पर अपवर्जी घटनाओं की प्रायिकताएँ $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ तथा $\frac{1}{6}$ हैं यह कथन है [MNR 1987; UPSEAT 2000]

(a) सत्य
(b) असत्य
(c) सत्य भी हो सकता है और असत्य भी
(d) ज्ञात नहीं

13. A तथा B दो ऐसी घटनाएँ हैं कि $P(A)=0.4$, $P(A+B)=0.7$, $P(AB)=0.2$, तो $P(B)=$ [MP PET 1992]

(a) 0.1 (b) 0.3
(c) 0.5 (d) इनमें से कोई नहीं

14. यदि A, B, C ऐसी घटनाएँ हैं कि $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}, P(AB)=P(CB)=0, P(AC)=\frac{1}{8}$, तो $P(A+B)=$ [MP PET 1992]

(a) 0.125 (b) 0.25
(c) 0.375 (d) 0.5

15. एक ताश की गड्डी में से एक ताश का पत्ता यदृच्छया निकाला जाता है। इस पत्ते के लाल अथवा बेगम होने की प्रायिकता है [MP PET 1989]

(a) $\frac{1}{13}$ (b) $\frac{1}{26}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{7}{13}$

16. यदि X के परीक्षा में फेल होने की प्रायिकता 0.3 तथा Y के फेल होने की प्रायिकता 0.2 हो, तो या तो X या Y के फेल होने की प्रायिकता है [IIT 1989]

(a) 0.5 (b) 0.44
(c) 0.6 (d) इनमें से कोई नहीं

17. यदि $P(A)=0.4, P(B)=x, P(A\cup B)=0.7$ और घटनाएँ A तथा B स्वतन्त्र हों, तो $x=$ [CEE 1993]

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{2}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

18. A तथा B एक यादृच्छिक प्रयोग की दो घटनाएँ हैं और $P(A)=0.25$, $P(B)=0.5$ तथा $P(A\cap B)=0.15$, तो $P(A\cap\overline{B})=$ [MP PET 1987]

(a) 0.1 (b) 0.35
(c) 0.15 (d) 0.6

19. यदि $P(A)=0.4, P(B)=x, P(A\cup B)=0.7$ और घटनाएँ A तथा B परस्पर अपवर्जी हों, तो $x=$ [MP PET 1992]

(a) $\frac{3}{10}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{2}{5}$ (d) $\frac{1}{5}$

20. यदि A तथा B कोई दो घटनाएँ हों, तो उनमें से ठीक एक घटना के घटित होने की प्रायिकता है [BIT Ranchi 1990; IIT 1984; RPET 1995, 2002; MP PET 2004]

(a) $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
(b) $P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$
(c) $P(A)+P(B)-P(A\cup B)$
(d) $P(A)+P(B)-2P(A\cup B)$

21. एक सिक्का दो बार उछाला जाता है। यदि घटनाएँ A तथा B निम्न प्रकार परिभाषित हो : A = पहली उछाल पर शीर्ष, B = दूसरी उछाल पर शीर्ष, तो $(A\cup B)$ की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{3}{4}$

22. यदि A तथा B दो परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हों, तो $P(A+B)=$ [MNR 1978; MP PET 1991, 92]

(a) $P(A)+P(B)-P(AB)$ (b) $P(A)-P(B)$
(c) $P(A)+P(B)$ (d) $P(A)+P(B)+P(AB)$

23. दो घटनाओं A तथा B में से कम से कम एक के घटित होने की प्रायिकता 0.6 है। यदि घटनाओं A तथा B के साथ-साथ घटित होने की प्रायिकता 0.2 हो, तो $P(\overline{A})+P(\overline{B})=$ [Roorkee 1989; IIT 1987; MP PET 1997; DCE 2001; J & K 2005]

(a) 0.4 (b) 0.8
(c) 1.2 (d) 1.4

24. भौतिक शास्त्र में फेल होने की संभावना 20% तथा गणित में फेल होने की संभावना 10% है। कम से कम एक विषय में फेल होने की संभावना है

(a) 28% (b) 38%
(c) 72% (d) 82%

25. यदि $P(A)=\frac{1}{4}, P(B)=\frac{5}{8}$ तथा $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$, तो $P(A\cap B)=$

(a) $\frac{1}{8}$ (b) 0
(c) $\frac{3}{4}$ (d) 1

26. यदि A तथा B दो स्वतंत्र घटनाएँ हो, जहाँ $P(A)=0.40, P(B)=0.50$. तो P (न A और न B) ज्ञात कीजिए [MP PET 1989; J & K 2005]

(a) 0.90 (b) 0.10
(c) 0.2 (d) 0.3

27. यदि A तथा B दो स्वतन्त्र घटनाएँ हों, तो $P(A+B)=$ [MP PET 1992]

(a) $P(A)+P(B)-P(A)P(B)$
(b) $P(A)-P(B)$
(c) $P(A)+P(B)$
(d) $P(A)+P(B)+P(A)P(B)$

28. यदि प्रथम 100 धनात्मक पूर्णांकों से एक पूर्णांक यदृच्छया चुना जाये तो उसके 4 या 6 का गुणज होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{41}{100}$ (b) $\frac{33}{100}$

(c) $\frac{1}{10}$ (d) इनमें से कोई नहीं

29. यदि घोड़े A के किसी दौड़ को जीतने की प्रायिकता 1/4 हो और घोड़े B के उसी दौड़ को जीतने की प्रायिकता 1/5 हो, तो उनमें से किसी एक के दौड़ को जीतने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{20}$ (b) $\frac{9}{20}$

(c) $\frac{11}{20}$ (d) $\frac{19}{20}$

30. यदि A तथा B दो ऐसी घटनाएँ हों कि

$P(A\cup B)=\frac{5}{6}, P(A\cap B)=\frac{1}{3}$ तथा $P(\overline{B})=\frac{1}{3}$, तो $P(A)=$

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

31. यदि A तथा B दो ऐसी घटनाएँ हों कि

$P(A\cup B)+P(A\cap B)=\frac{7}{8}$ तथा $P(A)=2\,P(B)$, तो $P(A)=$

(a) $\frac{7}{12}$ (b) $\frac{7}{24}$

(c) $\frac{5}{12}$ (d) $\frac{17}{24}$

32. A व B के एक वर्ष में मरने की प्रायिकतायें क्रमशः p व q हैं तो उनमें से केवल एक वर्ष के अन्त में जिन्दा रहे, इसकी प्रायिकता है [CEE 1993; Pb. CET 2004]

(a) $p+q$ (b) $p+q-2qp$

(c) $p+q-pq$ (d) $p+q+pq$

33. A व B दो स्वतंत्र घटनायें हैं। दोनों A व B के घटने की प्रायिकता $\frac{1}{6}$ है तथा उनमें से किसी के भी न घटने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ हैं, तो दोनों घटनाओं की प्रायिकतायें क्रमशः हैं [Roorkee 1989]

(a) $\frac{1}{2}$ व $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{5}$ व $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{2}$ व $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{2}{3}$ व $\frac{1}{4}$

34. यदि A व B दो स्वतंत्र घटनायें हैं तथा $P(A\cap B')=\frac{3}{25}$ व $P(A'\cap B)=\frac{8}{25}$, तो $P(A)$ का मान है [IIT Screening]

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{3}{8}$

(c) $\frac{2}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$

35. माना दो घटनायें A व B इस प्रकार हैं कि $P(A)=0.3$ एवं $P(A\cup B)=0.8$ यदि A व B स्वतंत्र घटनायें हैं तो $P(B)$ का मान है [IIT 1990; UPSEAT 2001, 02]

(a) $\frac{5}{6}$ (b) $\frac{5}{7}$

(c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{2}{5}$

36. दो दी हुई घटनाओं A व B के लिए $P(A\cap B)$ का मान है [IIT 1988]

(a) $P(A)+P(B)-1$ से कम नहीं

(b) $P(A)+P(B)$ से बड़ा नहीं

(c) $P(A)+P(B)-P(A\cup B)$ के बराबर

(d) उपरोक्त सभी

37. $P(A\cup B)=P(A\cap B)$ यदि और केवल यदि $P(A)$ और $P(B)$ के बीच सम्बन्ध हैं [IIT 1985]

(a) $P(A)=P(\overline{A})$ (b) $P(A\cap B)=P(A'\cap B')$

(c) $P(A)=P(B)$ (d) इनमें से कोई नहीं

38. दो घटनाओं A व B की प्रायिकतायें क्रमशः 0.25 व 0.50 हैं। दोनों के एक साथ घटित होने की प्रायिकता 0.14 हैं, तो न तो A और न B के घटने की प्रायिकता है [IIT 1980; MP PET 1994]

(a) 0.39 (b) 0.25

(c) 0.904 (d) इनमें से कोई नहीं

39. 12 टिकट जिन पर 1, 2, 3......12 अंकित है। एक टिकट यदृच्छया निकाला जाता है तो संख्या को 2 या 3 का गुणज होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{7}{12}$

(c) $\frac{5}{6}$ (d) $\frac{3}{4}$

40. तीन धावक A, B, C एक दौड़ प्रतियोगिता में भाग लेते हैं। A और B के जीतने की प्रायिकता C के जीतने की प्रायिकता से दुगुनी है। दौड़ A या B द्वारा जीते जीने की प्रायिकता है

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{1}{3}$

41. यदि $P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{3}$ एवं $P(A\cap B)=\frac{7}{12}$, तो $P(A'\cap B')$ का मान है

(a) $\frac{7}{12}$ (b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{6}$

42. एक शहर में 20% लोग अंग्रेजी समाचार पत्र पढ़ते हैं, 40% हिन्दी समाचार पत्र पढ़ते हैं एवं 5% दोनों अखबार पढ़ते हैं, तो अखबार न पढ़ने वालों का प्रतिशत है

(a) 60% (b) 35%

(c) 25% (d) 45%

43. घटनाओं A व B में से कम से कम एक के घटने की प्रायिकता 0.6 है। यदि A व B एक साथ घटित होती हैं जिसकी प्रायिकता 0.3 हैं, तो $P(A')+P(B')$ का मान है

(a) 0.9 (b) 1.15

(c) 1.1 (d) 1.2

44. एक व्यक्ति के 20 साल तक जिन्दा रहने की प्रायिकता $\frac{3}{5}$ तथा उसकी पत्नी के 20 साल तक जिन्दा रहने की प्रायिकता $\frac{2}{3}$ है तो इस बात की प्रायिकता कि उनमें से कम से कम एक जिन्दा (20 साल तक) रहे, होगी [Bihar CEE 1994]

(a) $\frac{13}{15}$ (b) $\frac{7}{15}$

(c) $\frac{4}{15}$ (d) इनमें से कोई नहीं

45. A व B दो परस्पर अपवर्जी घटनायें इस प्रकार हैं कि $P(A) = 0.45$ व $P(B) = 0.35$, तो P (A या B) का मान है [AI CBSE 1979]

(a) 0.1 (b) 0.25
(c) 0.15 (d) 0.8

46. यदि A व B कोई दो घटनाएँ हैं, तो $P(A \cup B) =$ [MP PET 1995]

(a) $P(A) + P(B)$
(b) $P(A) + P(B) + P(A \cap B)$
(c) $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
(d) $P(A) \,.\, P(B)$

47. यदि $A_1, A_2, ... A_n$ कोई n घटनायें हैं, तो

(a) $P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n)$
(b) $P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n) > P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n)$
(c) $P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n) \le P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n)$
(d) इनमें से कोई नहीं

48. 125 विद्यार्थियों की एक कक्षा में 70 गणित में, 55 सांख्यिकी में एवं 30 दोनों में उत्तीर्ण होते हैं। कक्षा में एक विद्यार्थी के चुनने पर इसके केवल एक विषय में उत्तीर्ण होने की प्रायिकता होगी [EAMCET 1993]

(a) $\frac{13}{25}$ (b) $\frac{3}{25}$
(c) $\frac{17}{25}$ (d) $\frac{8}{25}$

49. यदि A, B, C कोई तीन घटनायें हैं। यदि $P(S)$, S के घटाने की प्रायिकता है, तो $P(A \cap (B \cup C)) =$ [EAMCET 1994]

(a) $P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C)$
(b) $P(A) + P(B) + P(C) - P(B)P(C)$
(c) $P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C)$
(d) इनमें से कोई नहीं

50. माना एक प्रतिदर्शी समष्टि में तीन स्वेच्छ घटनायें E_1, E_2 व E_3 हैं। निम्न में से कौन सा कथन सत्य हैं [Pb. CET 2004]

(a) P (इनमें से कोई भी एक होगी) $= P(\overline{E}_1 E_2 E_3 + E_1 \overline{E}_2 E_3 + E_1 E_2 \overline{E}_3)$
(b) P (इनमें से कोई भी न हो) $= P(\overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \overline{E}_3)$
(c) P (इनमें से कम से कम एक हो) $= P(E_1 + E_2 + E_3)$
(d) P (तीनों घटनायें हो) = $P(E_1 + E_2 + E_3)$

जहाँ $P(E_1)$ घटना E_1 की प्रायिकता है तथा $\overline{E}_1$, E_1 का पूरक है।

51. 52 ताश के पत्तों की गड्डी से एक पत्ता खींचा जाता है, इसके बेगम या पान का पत्ता होने की प्रायिकता है [RPET 1999]

(a) $\frac{1}{26}$ (b) $\frac{3}{26}$
(c) $\frac{4}{13}$ (d) $\frac{3}{13}$

52. दो घटनाओं के घटित होने की प्रायिकताएँ क्रमशः 0.21 तथा 0.49 हैं। दोनों के साथ-साथ घटने की प्रायिकता 0.16 है तब दोनों में से किसी के भी घटित न होने की प्रायिकता है [MP PET 1998]

(a) 0.30 (b) 0.46
(c) 0.14 (d) इनमें से कोई नहीं

53. दो घटनाओं A और B के लिए $P(A) = x$, $P(B) = y$, $P(A \cap B) = z$, तब $P(\overline{A} \cap B)$ का मान है [AMU 1999]

(a) $(1-x)y$ (b) $1-x+y$
(c) $y-z$ (d) $1-x+y-z$

54. एक प्रश्न को तीन विद्यार्थियों के द्वारा हल करने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ है, तब प्रश्न हल हो जायेगा, इस बात की प्रायिकता होगी [UPSEAT 1999]

(a) $\frac{33}{48}$ (b) $\frac{35}{48}$
(c) $\frac{31}{48}$ (d) $\frac{37}{48}$

55. माना A और B दो स्वतंत्र घटनायें हैं। दोनों के एक साथ होने की प्रायिकता 1/6 और दोनों के न होने की प्रायिकता 1/3 है, तब A के होने की प्रायिकता है [RPET 2000]

(a) 0 या 1 (b) $\frac{1}{2}$ या $\frac{1}{3}$
(c) $\frac{1}{2}$ या $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{3}$ या $\frac{1}{4}$

56. 52ताश की गड्डी में से एक पत्ता चुना जाता है, इसके बादशाह या हुकुम का पत्ता होने की प्रायिकता है [RPET 2001]

(a) $\frac{1}{26}$ (b) $\frac{3}{26}$
(c) $\frac{4}{13}$ (d) $\frac{3}{13}$

57. यदि $P(A) = 0.25, P(B) = 0.50$ तथा $P(A \cap B) = 0.14$, तब $P(A \cap \overline{B}) =$ [RPET 2001]

(a) 0.61 (b) 0.39
(c) 0.48 (d) इनमें से कोई नहीं

58. यदि A और B दो घटनायें हैं, तब $P(\overline{A} \cap B) =$ [MP PET 2001]

(a) $P(\overline{A})\ P(\overline{B})$ (b) $1 - P(A) - P(B)$
(c) $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (d) $P(B) - P(A \cap B)$

59. यदि दो घटनाओं में $P(A \cup B) = 5/6$, $P(A^c) = 5/6$, $P(B) = 2/3$, तब A तथा B होंगी [UPSEAT 2001]

(a) स्वतंत्र (Independent) घटनायें
(b) परस्पर अपवर्जी (Mutually exclusive) घटनायें
(c) परस्पर सम्पूर्ण (Mutually exhaustive) घटनायें
(d) परतंत्र (Dependent) घटनायें

60. घटनाओं A तथा B में से कम से कम एक घटना के घटित होने की प्रायिकता 3/5 है। यदि A तथा B के एक साथ होने की प्रायिकता 1/5 है, तब $P(A') + P(B')$ का मान है [DCE 2002]

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{4}{5}$
(c) $\frac{6}{5}$ (d) $\frac{7}{5}$

61. यदि A तथा B दो स्वेच्छ घटनायें हो, तब [DCE 2002]

(a) $P(A \cap B) \ge P(A) + P(B)$ (b) $P(A \cup B) \le P(A) + P(B)$
(c) $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ (d) इनमें से कोई नहीं

62. यदि A तथा B घटनायें इस प्रकार हैं कि $P(A\cup B)=3/4$, $P(A\cap B)=1/4$, $P(\overline{A})=2/3$, तब $P(\overline{A}\cap B)=$ [AIEEE 2002]

(a) $\frac{5}{12}$ (b) $\frac{3}{8}$
(c) $\frac{5}{8}$ (d) $\frac{1}{4}$

63. एक यदृच्छ चर (Rendum variable) X का प्रायिकता बंटन निम्न है

X	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(X)$	0.15	0.23	0.12	0.10	0.20	0.08	0.07	0.05

घटनाओं $E=\{X$ अभाज्य है$\}$ एवं $F=\{X<4\}$ के लिये $P(E\cup F)=$ [AIEEE 2004]

(a) 0.50 (b) 0.77
(c) 0.35 (d) 0.87

64. यदि $P(A)=P(B)=x$ तथा $P(A\cap B)=P(A'\cap B')=\frac{1}{3}$ हो,तो $x=$ [UPSEAT 2003]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$
(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{6}$

65. यदि $P(A\cup B)=0.8$ तथा $P(A\cap B)=0.3$, तब $P(\overline{A})+P(\overline{B})=$ [EAMCET 2003]

(a) 0.3 (b) 0.5
(c) 0.7 (d) 0.9

66. किसी निश्चित जनसंख्या में 10% मनुष्य धनी हैं, 5% प्रसिद्ध है और 3% धनी व प्रसिद्ध है। इस जनसंख्या में से एक व्यक्ति को यदृच्छया चुनने की प्रायिकता, जो या तो धनी या प्रसिद्ध हो लेकिन दोनों न हो, है [UPSEAT 2004]

(a) 0. 07 (b) 0.08
(c) 0. 09 (d) 0. 12

67. एक ताश की गड्डी से एक पत्ता निकाला जाता है, उसके बेगम या पान का पत्ता होने की प्रायिकता है [RPET 2003]

(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{16}{3}$
(c) $\frac{4}{13}$ (d) $\frac{5}{3}$

68. माना A तथा B दो घटनायें इस प्रकार हैं कि $P(\overline{A\cup B})=\frac{1}{6}, P(A\cap B)=\frac{1}{4}$ व $P(\overline{A})=\frac{1}{4}$, जहाँ $\overline{A}$, घटना A की पूरक है तब A तथा B हैं [AIEEE 2005]

(a) स्वतन्त्र लेकिन समसम्भावी नहीं
(b) परस्पर अपवर्जी व स्वतंत्र
(c) समसम्भावी एवं परस्पर अपवर्जी
(d) समसम्भावी किन्तु स्वतंत्र नहीं

69. माना समुच्चय S में n अवयव हैं व समुच्चय S के दो उपसमुच्चयों को यदृच्छया चुना जाता है तब $A\cup B=S$ व $A\cap B=\phi$ की प्रायिकता है [Orissa JEE 2005]

(a) 2^n (b) n^2
(c) $1/n$ (d) $1/2^n$

70. माना A तथा B दो घटनायें है तथा $P(A')=0.3$, $P(B)=0.4, P(A\cap B')=0.5$ तब $P(A\cup B')=$ [Orissa JEE 2005]

(a) 0.5 (b) 0.8
(c) 1 (d) 0.1

प्रतिबंधित प्रायिकता, बे का प्रमेय

1. दो पांसे फेंके जाते हैं। यदि पहले पांसे पर 5 आता हो, तो दोनों पांसों पर आने वाले अंकों का योग 11 होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{36}$ (b) $\frac{1}{6}$
(c) $\frac{5}{6}$ (d) इनमें से कोई नहीं

2. यदि $P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{3}$ तथा $P(A\cap B)=\frac{1}{4}$, तब $P\left(\frac{B}{A}\right)=$

(a) 1 (b) 0
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

3. A तथा B दो ऐसी घटनाएँ हैं कि $P(A)\neq 0$ तथा $P(B)\neq 1$, तब $P\left(\frac{\overline{A}}{\overline{B}}\right)=$

[IIT 1982; RPET 1995, 2000; DCE 2000; UPSEAT 2001]

(a) $1-P\left(\frac{A}{B}\right)$ (b) $1-P\left(\frac{\overline{A}}{B}\right)$
(c) $\frac{1-P(A\cup B)}{P(\overline{B})}$ (d) $\frac{P(\overline{A})}{P(\overline{B})}$

4. दो पांसो की एक फेंक में 7 से अधिक आने की प्रायिकता क्या होगी, यदि पहले पांसे पर 4 आता है

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{12}$ (d) इनमें से कोई नहीं

5. A तथा B दो ऐसी घटनाएँ हैं कि $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{4}$ तथा $P(A\cap B)=\frac{1}{5}$, तब $P\left(\frac{\overline{B}}{\overline{A}}\right)=$

(a) $\frac{37}{40}$ (b) $\frac{37}{45}$
(c) $\frac{23}{40}$ (d) इनमें से कोई नहीं

6. यदि A तथा B दो ऐसी घटनाएँ हों कि $P(A)=\frac{3}{8}$, $P(B)=\frac{5}{8}$ तथा $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$, तो $P\left(\frac{A}{B}\right)=$

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{3}{5}$ (d) इनमें से कोई नहीं

7. यदि घटनाएँ A तथा B परस्पर अपवर्जी हों, तो $P\left(\frac{A}{B}\right)=$

(a) 0 (b) 1
(c) $\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ (d) $\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

8. यदि A तथा B दो ऐसी घटनायें हों कि $A \subseteq B$, तब $P\left(\frac{B}{A}\right) =$

(a) 0 (b) 1
(c) 1/2 (d) 1/3

9. यदि A तथा B दो स्वतंत्र घटनाएँ हों तो $P\left(\frac{A}{B}\right) =$

(a) 0 (b) 1
(c) $P(A)$ (d) $P(B)$

10. यदि E व F स्वतंत्र घटनायें इस प्रकार हैं कि $0 < P(E) < 1$ और $0 < P(F) < 1$, तो [IIT 1989]

(a) E तथा F^c (F का पूरक) स्वतंत्र घटनायें हैं

(b) E^c व F^c स्वतंत्र हैं

(c) $P\left(\frac{E}{F}\right) + P\left(\frac{E^c}{F^c}\right) = 1$

(d) उपरोक्त सभी

11. यदि $4\,P(A) = 6\,P(B) = 10\,P(A \cap B) = 1$, तो $P\left(\frac{B}{A}\right)$ का मान है [MP PET 2003]

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{7}{10}$ (d) $\frac{19}{60}$

12. एक अभिनत पाँसे के भिन्न-भिन्न फलकों के निकलने की संभावना निम्न है

फलक :	1	2	3	4	5	6
संभावना :	0.2	0.22	0.11	0.25	0.05	0.17

यदि तुम्हें यह बताया जाये कि पाँसे के फलक पर 4 या 5 निकलते हैं, तो फलक 4 के निकलने की संभावना है

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{5}{6}$ (d) इनमें से कोई नहीं

13. एक दम्पत्ति के दो बच्चे हैं। यदि एक लड़का है तो दूसरे के भी लड़का होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

14. तीन समसन्तुलित सिक्कों को उछालने पर एक सिक्का पुच्छ (Tail) दर्शाता है तो तीनों के पुच्छ होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{7}$ (b) $\frac{1}{8}$

(c) $\frac{2}{7}$ (d) $\frac{1}{6}$

15. यदि A व B दो स्वतंत्र घटनायें इस प्रकार हैं कि $P(A) = \frac{1}{2}$ व $P(B) = \frac{1}{5}$, तो

(a) $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{1}{2}$ (b) $P\left(\frac{A}{A \cup B}\right) = \frac{5}{6}$

(c) $P\left(\frac{A \cap B}{A' \cup B'}\right) = 0$ (d) उपरोक्त सभी

16. दो घटनाओं A व B के लिए यदि $P(A) = P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{1}{4}$ व $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{1}{2}$, तो

(a) A व B स्वतंत्र घटनायें हैं (b) $P\left(\frac{A'}{B}\right) = \frac{3}{4}$

(c) $P\left(\frac{B'}{A'}\right) = \frac{1}{2}$ (d) उपरोक्त सभी

17. एक अभिनत पाँसा फेंका गया जिसके पृष्ठों की प्रायिकताएं क्रमशः निम्न सारणी में दी गयी हैं

पृष्ठ :	1	2	3	4	5	6
प्रायिकता :	0.1	0.24	0.19	0.18	0.15	0.14

यदि सम पृष्ठ आया है तो इसके 2 या 4 होने की प्रायिकता है [MNR 1992]

(a) 0.25 (b) 0.42
(c) 0.75 (d) 0.9

18. यदि दो घटनायें A व B इस प्रकार हैं कि $P(A^c) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ तथा $P(AB^c) = 0.5$, तो $P[B/(A \cup B^c)]$ बराबर है [IIT 1994]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

19. एक पत्र या तो LONDON या CLIFTON से आना है। पोस्ट मार्क पर केवल दो क्रमिक अक्षर ON दिखाई दे रहे हैं, तो इस पत्र के LONDON से आने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{5}{17}$ (b) $\frac{12}{17}$

(c) $\frac{17}{30}$ (d) $\frac{3}{5}$

20. माना $0 < P(A) < 1$, $0 < P(B) < 1$ तथा $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$ तो [IIT 1995]

(a) $P(B/A) = P(B) - P(A)$

(b) $P(A^c \cup B^c) = P(A^c) + P(B^c)$

(c) $P(A \cup B)^c = P(A^c)P(B^c)$

(d) $P(A/B) = P(A)$

21. एक असंतुलित पाँसे के लिए अलग अलग पृष्ठों के लिए प्रायिकताएँ नीचे दी जा रही है

पृष्ठ :	1	2	3	4	5	6
प्रायिकता :	0.1	0.32	0.21	0.15	0.05	0.17

पाँसा उछाला गया और यह कहा गया कि या तो 1 या 2 आया है, तो इसके 1 होने की प्रायिकता है [IIT 1981]

(a) $\frac{5}{21}$ (b) $\frac{5}{22}$

(c) $\frac{4}{21}$ (d) इनमें से कोई नहीं

22. किसी शहर में 40% व्यक्तियों के भूरे बाल हैं, 25% व्यक्तियों की भूरी आँखें हैं एवं 15% व्यक्तियों के बाल व आँखें दोनों भूरे हैं। यदि शहर में से एक व्यक्ति को यदृच्छया चुना जाता है जिसके बाल भूरे हैं, तो इस व्यक्ति की आँखें भूरी होने की प्रायिकता होगी **[MNR 1988]**

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{3}{8}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{2}{3}$

23. तीन थैलें हैं, जिनमें से एक में 2 सफेद व 3 काली, दूसरे में 4 सफेद व 1 काली तथा तीसरे में 3 सफेद व 7 काली गेंदें हैं। इन थैलों में एक में से एक गेंद यदृच्छया चुनी जाती है जो काली प्राप्त होती है, तो इस गेंद के उस थैले में से जिसमें सबसे अधिक काली गेंदें हैं, होने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{7}{15}$ (b) $\frac{5}{19}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

24. किसी प्रतियोगी परीक्षा में विकल्पीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के चार सम्भव उत्तर हैं जिसमें से एक सही है। एक विद्यार्थी के सही उत्तर जानने की प्रायिकता 90% है। यदि उसने प्रश्न का सही उत्तर दिया हैं, तो उसने अन्दाज (Guess) से प्रश्न हल किया हो इस बात की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{37}{40}$ (b) $\frac{1}{37}$

(c) $\frac{36}{37}$ (d) $\frac{1}{9}$

25. एक सिक्का अनुक्रम में तीन बार उछाला गया हैं। यदि E घटना है जिसमें कम से कम दो शीर्ष हैं और F घटना है जिसमें प्रथम उछाल शीर्ष देता है तो $P\left(\frac{E}{F}\right)=$ **[MP PET 1996]**

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{8}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$

26. A व B कोई दो घटनाएँ हैं जिनके लिए $P(A)=0.8$, $P(B)=0.6$ और $P(A\cap B)=0.5$, तो $P(A/B)$ का मान है

(a) $\frac{5}{6}$ (b) $\frac{5}{8}$

(c) $\frac{9}{10}$ (d) इनमें से कोई नहीं

27. यदि $\overline{E}$ तथा $\overline{F}$ क्रमशः घटनाओं E और F की पूरक घटनायें हैं और $0<P(F)<1$, हों तो **[IIT 1998]**

(a) $P(E/F)+P(\overline{E}/F)=1$

(b) $P(E/F)+P(E/\overline{F})=1$

(c) $P(\overline{E}/F)+P(E/\overline{F})=1$

(d) $P(E/\overline{F})+P(\overline{E}/\overline{F})=1$

28. दो घटनाओं A तथा B के लिए, यदि $P(A)=P\left(\frac{A}{B}\right)=\frac{1}{4}$ तथा $P\left(\frac{B}{A}\right)=\frac{1}{2}$, तब **[MP PET 2003]**

(a) A तथा B स्वतंत्र है (b) $P\left(\frac{A'}{B}\right)=\frac{3}{4}$

(c) $P\left(\frac{B'}{A'}\right)=\frac{1}{2}$ (d) उपरोक्त सभी

29. ताश की गड्डी से 2 पत्ते एक-एक करके निकाले जाते हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए जबकि प्रथम पत्ता इक्का तथा दूसरा रंगीन पत्ता हो (दूसरा पत्ता निकालने से पूर्व पहले पत्ते को गड्डी में वापस नहीं रखा जाता है) **[UPSEAT 1999; 2003]**

(a) $\frac{1}{26}$ (b) $\frac{5}{52}$

(c) $\frac{5}{221}$ (d) $\frac{4}{13}$

30. एक पाँसे को 3 बार उछाला जाता है और पाँसे पर आने वाली संख्याओं का योग 15 है। पहली उछाल में पाँसे पर 4 आने की प्रायिकता है **[MP PET 2004]**

(a) $\frac{1}{18}$ (b) $\frac{1}{36}$

(c) $\frac{1}{9}$ (d) $\frac{1}{3}$

31. 100 टिकट जिन पर क्रमशः 00, 01, 02, ... 98, 99 अंकित है, में से एक टिकट यदृच्छया चुना जाता है। यदि X व Y क्रमशः टिकटों पर अंकों का योग व गुणा प्रदर्शित करते हैं, तो $P(X=9/Y=0)$ का मान है

(a) $\frac{1}{19}$ (b) $\frac{2}{19}$

(c) $\frac{3}{19}$ (d) इनमें से कोई नहीं

32. एक व्यक्ति 4 बार में 3 बार सत्य बोलने के लिए जाना जाता है। वह एक पाँसा फेंकता है एवं कहता है कि यह 6 होगा, तो इसके वास्तव में 6 होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{3}{8}$ (b) $\frac{1}{5}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

33. एक थैला A में 2 सफेद व 3 लाल गेंदें हैं एवं थैला B में 4 सफेद व 5 लाल गेंदें हैं। एक गेंद यदृच्छया चुने हुए थैले से यदृच्छया चुन ली जाती है और यह लाल पायी जाती है तो यह थैला B से चुनी गयी हो, इसकी प्रायिकता है **[BIT Ranchi 1988; IIT 1976]**

(a) $\frac{5}{14}$ (b) $\frac{5}{16}$

(c) $\frac{5}{18}$ (d) $\frac{25}{52}$

34. एक थैले X में 2 सफेद और 3 काली गेंदें है तथा दूसरे थैले Y में 4 सफेद और 2 काली गेंदें हैं। एक थैले को यदृच्छया चुना जाता है व एक गेंद उसमें से निकाली जाती है तब सफेद गेंद के निकलने की प्रायिकता है **[EAMCET 2003]**

(a) $\frac{2}{15}$ (b) $\frac{7}{15}$

(c) $\frac{8}{15}$ (d) $\frac{14}{15}$

35. थैले A में 4 हरी व 3 लाल गेंदें हैं तथा थैले B में 4 लाल तथा 3 हरी गेंदें हैं। एक थैले को यदृच्छया चुना जाता है व एक गेंद निकाली जाती है। देखने पर पता चलता है कि गेंद हरी है तो उसके थैले B से आने की प्रायिकता है [DCE 2005]

(a) $\frac{2}{7}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{1}{3}$

द्विपद बंटन

1. 8 सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं। कम से कम 6 शीर्ष आने की प्रायिकता है [AISSE 1985; MNR 1985; MP PET 1994]

(a) $\frac{57}{64}$ (b) $\frac{229}{256}$

(c) $\frac{7}{64}$ (d) $\frac{37}{256}$

2. एक बक्से में 100 अण्डे हैं, जिसमें 10 अण्डे सड़े हैं। यदि प्रतिचयन प्रतिस्थापित व्यवस्था से हो, तो 5 अण्डे के नमूने में कोई भी अंडा सड़ा न होने की प्रायिकता है [MP PET 1991; MNR 1986; RPET 1995; UPSEAT 2000]

(a) $\left(\frac{1}{10}\right)^5$ (b) $\left(\frac{1}{5}\right)^5$

(c) $\left(\frac{9}{5}\right)^5$ (d) $\left(\frac{9}{10}\right)^5$

3. यदि एक छात्र के तैराक न होने की प्रायिकता 1/5 हो, तो 5 छात्रों में से एक छात्र के तैराक होने की प्रायिकता है

(a) ${}^5C_1\left(\frac{4}{5}\right)^4\left(\frac{1}{5}\right)$ (b) ${}^5C_1\frac{4}{5}\left(\frac{1}{5}\right)^4$

(c) $\frac{4}{5}\left(\frac{1}{5}\right)^4$ (d) इनमें से कोई नहीं

4. एक बॉक्स में 10 बल्ब हैं जिनमें 2 खराब हैं। बॉक्स में से एक-एक करके दो बल्ब निकाले जाते हैं। दूसरा बल्ब निकालने से पूर्व पहले निकाला गया बल्ब बॉक्स में वापस रख दिया जाता है। दोनों बल्बों के अच्छे होने की प्रायिकता है [MP PET 1987]

(a) $\frac{9}{25}$ (b) $\frac{16}{25}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{8}{25}$

5. एक संतुलित सिक्के को n बार उछाला जाता है। यदि 6 बार शीर्ष (head) आने की प्रायिकता 8 बार शीर्ष आने की प्रायिकता के बराबर हो, तब $n =$ [Kurukshetra CEE 1998; AMU 2000]

(a) 15 (b) 14

(c) 12 (d) 7

6. तीन पांसों को एक साथ फेंकने पर उनमें से कम से कम एक पर 5 आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{125}{216}$ (b) $\frac{215}{216}$

(c) $\frac{1}{216}$ (d) $\frac{91}{216}$

7. एक पांसे को 7 बार फेंकने पर ठीक 4 बार 5 आने की प्रायिकता है

(a) ${}^7C_4\left(\frac{1}{6}\right)^4\left(\frac{5}{6}\right)^3$ (b) ${}^7C_4\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^4$

(c) $\left(\frac{1}{6}\right)^4\left(\frac{5}{6}\right)^3$ (d) $\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^4$

8. यदि चार लगातार फेंक में 6 आने की संख्या को x द्वारा प्रदर्शित किया जाता है तो $P(x=4)$ का मान है [BIT Ranchi 1991]

(a) $\frac{1}{1296}$ (b) $\frac{4}{6}$

(c) 1 (d) $\frac{1295}{1296}$

9. एक आदमी एक लक्ष्य को भेदने के लिए निशाने लगाता है। लक्ष्य के भेदने की प्रायिकता $\frac{3}{5}$ है। A, 5 प्रयासों में 2 बार लक्ष्य भेद दे तो इसकी प्रायिकता है

(a) $\frac{144}{625}$ (b) $\frac{72}{3125}$

(c) $\frac{216}{625}$ (d) इनमें से कोई नहीं

10. एक पाँसा 5 बार उछाला जाता है तो 3 बार 6 आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{125}{388}$ (b) $\frac{125}{3888}$

(c) $\frac{625}{23328}$ (d) $\frac{250}{2332}$

11. यदि माध्य 6 एवं विचरण 2 हो तो द्विपद बंटन है

(a) $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)^6$ (b) $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)^9$

(c) $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)^6$ (d) $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)^9$

12. एक पाँसा 10 बार उछाला जाता है। यदि सम संख्या प्राप्त करना सफलता माना जाता है, तो 4 सफलताओं की प्रायिकता है

(a) ${}^{10}C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4$ (b) ${}^{10}C_4\left(\frac{1}{2}\right)^6$

(c) ${}^{10}C_4\left(\frac{1}{2}\right)^8$ (d) ${}^{10}C_6\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

13. यदि किसी द्विपद चर X के माध्य व विचरण क्रमशः 2 व 1 हैं, तो X के 1 से अधिक मान प्राप्त करने की प्रायिकता है

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{4}{5}$

(c) $\frac{7}{8}$ (d) $\frac{15}{16}$

14. शीर्ष के कम से कम एक बार आने की प्रायिकता कम से कम 0.8 हो। इसके लिए किसी सन्तुलित सिक्के को कम से कम कितनी बार उछाला जाए

(a) 7 (b) 6

(c) 5 (d) इनमें से कोई नहीं

15. एक असंतुलित सिक्का जिसकी शीर्ष की प्रायिकता $p, 0 < p < 1$, को तब तक उछाला जाता है जब तक कि पहली बार शीर्ष न आ जाए। यदि उछालों की संख्या सम होने की प्रायिकता $\frac{2}{5}$ हो, तो p का मान है

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

16. एक बम के द्वारा पुल को भेदने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है एवं उसे तोड़ने के लिए दो भेदनों की आवश्यकता होती है। पुल के टूटने की प्रायिकता 0.9 से अधिक होने के लिए कम से कम कितने बमों की आवश्यकता होगी
(a) 8 (b) 7
(c) 6 (d) 9

17. यदि X द्विपद बंटन का पालन प्राचलों $n = 6$ व p के लिए करता है। यदि $9P(X = 4) = P(X = 2)$, तो $p =$
(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{4}$ (d) 1

18. एक पाँसा 3 बार फेंका जाता है। 4 का आना सफलता माना जाता है तो प्रायिकता वितरण की सफलताओं की संख्याओं का माध्य व विचरण है [DSSE 1987]
(a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{12}$ (b) $\frac{1}{6}, \frac{5}{12}$
(c) $\frac{5}{6}, \frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

19. एक पाँसा दो बार फेंका जाता है। 4 से ज्यादा संख्या का आना सफलता माना जाता है, तो सफलताओं के लिए प्रायिकता वितरण (द्विपद बंटन) का विचरण है [AISSE 1979]
(a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{4}{9}$
(c) $\frac{1}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

20. एक पाँसा तीन बार फेंका जाता है। 3 या 6 प्राप्त करना सफलता माना जाता है तो कम से कम दो सफलताओं की प्रायिकता है [DSSE 1981]
(a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{7}{27}$
(c) $\frac{1}{27}$ (d) इनमें से कोई नहीं

21. 4 सिक्कों को एक साथ उछालने पर ठीक तीन शीर्ष प्राप्त करने की प्रायिकता है [AI CBSE 1979]
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$
(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

22. एक सिक्के को लगातार तीन बार उछाला जाता है तो एक शीर्ष या दो शीर्ष प्राप्त होने की प्रायिकता है [AISSE 1990]
(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{3}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

23. किसी कम्पनी द्वारा उत्पादित वस्तुओं में 5% वस्तु त्रुटियुक्त मानी जाती हैं। इस बात की प्रायिकता कि 8 वस्तुओं के प्रतिदर्श में दो से कम वस्तु त्रुटियुक्त होंगी है [MP PET 1993]
(a) $\frac{27}{20}\left(\frac{19}{20}\right)^7$ (b) $\frac{533}{400}\left(\frac{19}{20}\right)^6$
(c) $\frac{153}{20}\left(\frac{1}{20}\right)^7$ (d) $\frac{35}{16}\left(\frac{1}{20}\right)^6$

24. किसी व्यक्ति के एक लक्ष्य को भेदने की प्रायिकता $\frac{3}{4}$ है। वह 5 बार प्रयत्न करता है तो इस बात की प्रायिकता कि वह लक्ष्य को कम से कम तीन बार भेद दे, है [MNR 1994]
(a) $\frac{291}{364}$ (b) $\frac{371}{464}$
(c) $\frac{471}{502}$ (d) $\frac{459}{512}$

25. एक पाँसे को निश्चित बार उछाला जाता है। यदि 7 शीर्ष प्राप्त करने की प्रायिकता, 9 शीर्ष प्राप्त करने की प्रायिकता के बराबर हो, तो 3 शीर्ष प्राप्त करने की प्रायिकता है
(a) $\frac{35}{2^{12}}$ (b) $\frac{35}{2^{14}}$
(c) $\frac{7}{2^{12}}$ (d) इनमें से कोई नहीं

26. किसी प्रतियोगिता में 7 फुटबॉल मैचों की जीत, हार व बराबरी (Draw) के बारे में भविष्यवाणियाँ की जाती हैं। A अपनी प्रविष्टि (Entry) यदृच्छया रूप से भेजता है। उसकी भविष्यवाणियों में से 4 सही हों इस बात की प्रायिकता है
(a) $\frac{8}{3^7}$ (b) $\frac{16}{3^7}$
(c) $\frac{280}{3^7}$ (d) $\frac{560}{3^7}$

27. यदि किसी घटना के एक प्रयोग में सफल होने की प्रायिकता p एवं असफल होने की प्रायिकता q है। यदि इस घटना के n प्रयोग किये जायें तो ठीक r सफलताओं की प्रायिकता होगी

अथवा

यदि किसी घटना के होने की सम्भावना p तथा इसके विफलता की सम्भावना q हो तो n परख मे घटना के r बार घटित होने की प्रायिकता होगी [MP PET 1999]
(a) ${}^nC_{n+r}p^rq^{n-r}$ (b) ${}^nC_rp^{r-1}q^{r+1}$
(c) ${}^nC_rq^{n-r}p^r$ (d) ${}^nC_rp^{r+1}q^{r-1}$

28. एक पाँसे को तीन बार फेंका जाता है। यदि 1 या 6 आना सफलता माना जाता हो, तब सफलता के लिए माध्य व प्रसरण हैं [AI CBSE 1985]
(a) $\mu = 1, \sigma^2 = 2/3$ (b) $\mu = 2/3, \sigma^2 = 1$
(c) $\mu = 2, \sigma^2 = 2/3$ (d) इनमें से कोई नहीं

29. यदि प्राचलों $n = 6$ व p के लिए X द्विपद बंटन का पालन करता है तथा $4(P(X = 4)) = P(X = 2)$, तो $p =$ [EAMCET 1994]
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$
(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{3}$

30. C का वह मान जिसके लिए $P(X = k) = Ck^2$ यादृच्छिक चर X के लिए जिसका मान 0, 1, 2, 3, 4 है, प्रायिकता फलन जैसा व्यवहार करता है, होगा [EAMCET 1994]
(a) $\frac{1}{30}$ (b) $\frac{1}{10}$
(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{15}$

31. एक थैले में तीन टिकट हैं जिन पर 1, 2, 3 अंकित है। एक टिकट को यदृच्छया निकाला जाता है एवं वापस रखा जाता है। यह प्रक्रिया चार बार दोहराई जाती है, तो संख्याओं का योगफल सम होने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{41}{81}$ (b) $\frac{39}{81}$

(c) $\frac{40}{81}$ (d) इनमें से कोई नहीं

32. 10 सिक्कों के उछाल में केवल 5 शीर्षों के आने की प्रायिकता है [MP PET 1996]

(a) $\frac{9}{128}$ (b) $\frac{63}{256}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{193}{256}$

33. एक कारखाने द्वारा उत्पादित बल्ब, 150 दिन प्रयोग करने के बाद खराब होने की प्रायिकता 0.05 है। ऐसे 5 बल्बों में से 150 दिन प्रयोग करने के बाद कोई भी बल्ब खराब न होने की प्रायिकता है

(a) $1-\left(\frac{19}{20}\right)^5$ (b) $\left(\frac{19}{20}\right)^5$

(c) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$ (d) $90\left(\frac{1}{4}\right)^5$

34. एक पांसे को 5 बार फेंका जाता है तो ठीक 3 बार सम अंक के ऊपर आने की प्रायिकता है

(a) $\frac{5}{16}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{3}{16}$ (d) $\frac{3}{2}$

35. किसी चिकित्सालय के आंकड़ें दर्शाते हैं कि किसी विशेष बीमारी से ग्रस्त रोगी में से 10% रोगियों के लिए बीमारी घातक है। यदि 6 रोगी इस बीमारी से ग्रस्त हैं तो इसकी प्रायिकता कि केवल 3 रोगी ही मरेंगे, है [MP PET 1998]

(a) 1458×10^{-5} (b) 1458×10^{-6}

(c) 41×10^{-6} (d) 8748×10^{-5}

36. यह मानते हुए कि किसी पति-पत्नी युग्म का बच्चा लड़का या लड़की होने की सम्भावना समान है। उनके दो बच्चों में एक लड़का और एक लड़की होने की प्रायिकता है [MP PET 1998]

(a) $\frac{1}{4}$ (b) 1

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$

37. किसी छात्र के तैराक न होने की प्रायिकता 1/5 है। 5 छात्रों में से 4 छात्रों के तैराक होने की प्रायिकता होगी [DCE 1999]

(a) ${}^5C_4\left(\frac{4}{5}\right)^4\frac{1}{5}$ (b) $\left(\frac{4}{5}\right)^4\frac{1}{5}$

(c) ${}^5C_1\frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^4\times{}^5C_4$ (d) इनमें से कोई नहीं

38. एक प्रयोग जितनी बार असफल होता है उससे दुगनी बार सफल होता है। 4 प्रयासों में से कम से कम तीन बार सफल होने की प्रायिकता है [AMU 1999]

(a) $\frac{4}{27}$ (b) $\frac{8}{27}$

(c) $\frac{16}{27}$ (d) $\frac{24}{27}$

39. द्विपद वितरण में माध्य तथा प्रसरण 6 तथा 4 है, तब प्राचल n का मान है [MP PET 2000]

(a) 18 (b) 12

(c) 10 (d) 9

40. पाँच सिक्के, जिनके एक ओर 2 तथा दूसरी ओर 3 अंकित हैं, उछाले जाते हैं, तब योग 12 आने की प्रायिकता है [MP PET 2001; Pb. CET 2000]

(a) $\frac{1}{32}$ (b) $\frac{1}{16}$

(c) $\frac{3}{16}$ (d) $\frac{5}{16}$

41. एक थैले में 2 सफेद तथा 4 काली गेंदें हैं। इनमें से एक गेंद वापस रखते हुए 5 बार निकाली जाती है। कम से कम चार गेंदों के सफेद होने की प्रायिकता है [AMU 2001]

(a) $\frac{8}{141}$ (b) $\frac{10}{243}$

(c) $\frac{11}{243}$ (d) $\frac{8}{41}$

42. एक सिक्का $2n$ बार उछाला गया। तब शीर्ष (Head) आने की संख्या, पुच्छ (Tail) आने की संख्या के बराबर नहीं होने की प्रायिकता है [DCE 2002]

(a) $\frac{(2n!)}{(n!)^2}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$ (b) $1-\frac{(2n!)}{(n!)^2}$

(c) $1-\frac{(2n!)}{(n!)^2}.\frac{1}{4^n}$ (d) इनमें से कोई नहीं

43. द्विपद वितरण में माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 4 और 3 हैं, तब इस वितरण में 6 सफलताएँ प्राप्त करने की प्रायिकता है [MP PET 2002]

(a) ${}^{16}C_6\left(\frac{1}{4}\right)^{10}\left(\frac{3}{4}\right)^6$ (b) ${}^{16}C_6\left(\frac{1}{4}\right)^6\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$

(c) ${}^{12}C_6\left(\frac{1}{4}\right)^{10}\left(\frac{3}{4}\right)^6$ (d) ${}^{12}C_6\left(\frac{1}{4}\right)^6\left(\frac{3}{4}\right)^6$

44. एक पांसा पाँच बार उछाला जाता है, विषम संख्या आना सफलता मानी जाती है, तब सफलता का प्रसरण है [AIEEE 2002]

(a) $\frac{8}{3}$ (b) $\frac{3}{8}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{5}{4}$

45. यदि दो सिक्कों को 5 बार उछाला जाता हैं, तब 5 शीर्ष (Head) और 5 पुच्छ (Tail) आने की प्रायिकता है [AMU 2002]

(a) $\frac{63}{256}$ (b) $\frac{1}{1024}$

(c) $\frac{2}{205}$ (d) $\frac{9}{64}$

46. एक द्विपद बंटन में एक सफलता प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ तथा मानक विचलन 3 है, तब माध्य है [EAMCET 2002]

(a) 6 (b) 8

(c) 12 (d) 10

47. एक सिक्का 10 बार उछाला जाता है, ठीक 6 शीर्ष आने की प्रायिकता है [Kerala (Engg.) 2002]

(a) $\frac{512}{513}$ (b) $\frac{105}{512}$

(c) $\frac{100}{153}$ (d) $^{10}C_6$

48. एक पांसा दो बार उछाला जाता है। कम से कम एक बार 4 आने की प्रायिकता होगी [UPSEAT 2003]

(a) $\frac{11}{36}$ (b) $\frac{7}{12}$

(c) $\frac{35}{36}$ (d) इनमें से कोई नहीं

49. द्विपद बंटन में, यादृच्छिक चर X का माध्य एवं प्रसरण क्रमशः 4 व 2 है, तब $P(X=1)$ है [AIEEE 2003]

(a) 1/32 (b) 1/16

(c) 1/8 (d) 1/4

50. एक सिक्का n बार उछाला जाता है। कम से कम एक बार शीर्ष आने की प्रायिकता 0.8 से अधिक है, तब n का न्यूनतम मान है [EAMCET 2003]

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) 5

51. एक सिक्के को 3 बार उछाला जाता है तो ठीक दो शीर्ष आने की प्रायिकता है [SCRA 1980; MNR 1979]

(a) $\frac{3}{8}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

52. एक सिक्के को 100 बार उछाला जाता है तो विषम संख्या में पुच्छ (tail) आने की प्रायिकता है [MP PET 2004]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{8}$

(c) $\frac{3}{8}$ (d) इनमें से कोई नहीं

53. एक सिक्के को 3 बार उछालने पर कम से कम 2 शीर्ष आने की प्रायिकता है

अथवा

तीन सिक्के एक साथ उछाले गये हैं। कम से कम दो शीर्ष आने की प्रायिकता है [MP PET 1995]

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{3}{8}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

54. एक पाँसा दो बार फेंका जाता है। विषम संख्या का आना सफलता माना जाता है, तो दो सफलताओं की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

55. किसी द्विपद बंटन का माध्य तथा विचरण क्रमश 4 व 2 हैं। दो सफलताओं की प्रायिकता है [AIEEE 2004]

(a) $\frac{28}{256}$ (b) $\frac{219}{256}$

(c) $\frac{128}{256}$ (d) $\frac{37}{256}$

56. यदि X, np माध्य व npq विचरण के साथ, द्विपद बंटन है तो $\frac{P(X=k)}{P(X=k-1)}=$ [Pb. CET 2004]

(a) $\frac{n-k}{k-1}.\frac{p}{q}$ (b) $\frac{n-k+1}{k}.\frac{p}{q}$

(c) $\frac{n+1}{k}.\frac{q}{p}$ (d) $\frac{n-1}{k+1}.\frac{q}{p}$

57. एक अच्छी तरह से फेंटी हुई ताश की गड्डी में से दो ताश एक के बाद एक विस्थापन के साथ निकालें जाते हैं, तो इक्के के आने की संख्याओं का माध्य है [J & K 2005]

(a) 1/13 (b) 3/13

(c) 2/13 (d) इनमें से कोई नहीं

58. 10 वस्तुओं के संग्रह में से 4 वस्तुओं का प्रतिदर्श यदृच्छया बिना विस्थापन के निकाला जाता है जिसमें से 3 खराब हैं। यदि x प्रतिदर्श में खराब वस्तुओं की संख्या है तो $P(0<x<3)=$ [J & K 2005]

(a) $\frac{3}{10}$ (b) $\frac{4}{5}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{6}$

Critical Thinking

Objective Questions

1. यदि E और F ऐसी घटनायें हैं जिनके लिये $P(E)\le P(F)$ और $P(E\cap F)>0$ हो, तो [IIT 1998]

(a) E का घटित होना $\Rightarrow$ F का घटित होना

(b) F का घटित होना $\Rightarrow$ E का घटित होना

(c) E का घटित न होना $\Rightarrow$ F का घटित न होना

(d) उपरोक्त में कोई निष्कर्ष सही नहीं है

2. एक सिक्के को $(m+n)$ बार उछाला जाता है, (जहाँ $m\ge n$) कम से कम m लगातार शीर्ष आने की प्रायिकता है [MP PET 1992]

(a) $\frac{n+1}{2^{m+1}}$ (b) $\frac{n+2}{2^{m+1}}$

(c) $\frac{m+2}{2^{n+1}}$ (d) इनमें से कोई नहीं

3. एक विमान भेदी तोप एक शत्रु के विमान पर 4 निशाने लगाती है जो कि इस तोप से दूर जा रहा है। इसके द्वारा विमान के प्रथम, द्वितीय, तृतीय व चतुर्थ निशाने में भेदने की प्रायिकतायें क्रमशः 0.4, 0.3, 0.2 एवं 0.1 हैं, तो इसकी प्रायिकता कि तोप विमान को भेद दे, है [CEE 1993; IIT Screening]

(a) 0.25 (b) 0.21

(c) 0.16 (d) 0.6976

4. एक थैले में a सफेद एवं b काली गेंदें हैं। दो खिलाड़ी A व B एकान्तरतः थैले में से एक गेंद निकालकर पुनः उसी में रखते हैं जब तक कि उनमें से कोई एक सफेद गेंद नहीं खींचता है तथा इस प्रकार खेल जीतता है। A खेल की शुरूआत करता है। यदि A के जीतने की प्रायिकता B के जीतने की प्रायिकता से 3 गुनी हो, तो $a:b$ है

(a) 1 : 1 (b) 1 : 2

(c) 2 : 1 (d) इनमें से कोई नहीं

5. यदि $\frac{(1+3p)}{3}, \frac{(1-p)}{4}$ और $\frac{(1-2p)}{2}$ तीन परस्पर अपवर्जी घटनाओं की प्रायिकतायें हैं, तो p के सभी मानों का समुच्चय है [IIT 1986; AMU 2002; AIEEE 2003]

(a) $\frac{1}{3} \le p \le \frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3} < p < \frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{2} \le p \le \frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{2} < p < \frac{2}{3}$

6. यदि n धनात्मक संख्यायें यदृच्छया चुन ली जाती है एवं उनका आपस में गुणा कर दिया जाता है, तो गुणनफल का अन्तिम अंक 2, 4, 6 या 8 होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{4^n+2^n}{5^n}$ (b) $\frac{4^n \times 2^n}{5^n}$

(c) $\frac{4^n-2^n}{5^n}$ (d) इनमें से कोई नहीं

7. एक अभिनत सिक्का उछाला जाता है। यदि इस पर शीर्ष प्राप्त होता है तो एक पाँसे का युग्म उछाला जाता है तथा उन पर प्राप्त संख्याओं को जोड़कर नोट कर लिया जाता है। यदि पुच्छ आता है तो 11 पत्तों की एक गड्डी 2, 3, 4,.......,12 में से एक पत्ता खींचा जाता है एवं उस पर अंकित संख्या को नोट किया जाता है तो इस बात की प्रायिकता कि नोट की हुई संख्या 7 या 8 हो, है [IIT 1994]

(a) 0.24 (b) 0.244

(c) 0.024 (d) इनमें से कोई नहीं

8. यदि $P(A)=0.3, P(B)=0.4, P(C)=0.8, P(AB)=0.08,$ $P(AC)=0.28, P(ABC)=0.09, P(A+B+C)\ge 0.75$ तथा $P(BC)=x$ हो, तो [IIT 1983]

(a) $0.23 \le x \le 0.48$ (b) $0.32 \le x \le 0.84$

(c) $0.25 \le x \le 0.73$ (d) इनमें से कोई नहीं

9. 40 वर्ष के एक व्यक्ति के 70 वर्ष तक जिन्दा रहने के प्रतिकूल संयोगानुपात 8 : 5 है एवं 50 वर्ष के व्यक्ति के 80 वर्ष तक जिन्दा रहने के प्रतिकूल संयोगानुपात 4: 3 हैं, तो उनमें से एक के अगले 30 वर्ष तक जिन्दा रहने की प्रायिकता होगी [MNR 1986]

(a) $\frac{59}{91}$ (b) $\frac{44}{91}$

(c) $\frac{51}{91}$ (d) $\frac{32}{91}$

10. एक रायफल वाला व्यक्ति कुछ दूर स्थित एक निशाने पर गोली चला रहा है तथा उसके निशाना लगने की सम्भावना 10% है। कम से कम वह कितनी गोली चलाये कि उसके कम से कम एक बार निशाना लगने की प्रायिकता 50% हो [Kurukshetra CEE 1998]

(a) 7 (b) 8

(c) 9 (d) 6

11. यदि पूर्णांक m और n को यादृच्छिक रूप से (Atrandom) 1 और 100 के बीच से चुना जाता है, तो संख्या 7^m+7^n के 5 से विभाजित होने की प्रायिकता है [IIT 1999]

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{7}$

(c) $\frac{1}{8}$ (d) $\frac{1}{49}$

12. दी गई चार मशीनों में दो ठीक और दो खराब है। इन मशीनो का एक एक करके यादृच्छिक क्रम में तब तक परीक्षण किया जाता है जब तक दोनों खराब मशीनें पहचना ली न जाय। केवल दो ही परीक्षणों की आवश्यकता होगी, इस बात की प्रायिकता होगी [IIT 1998]

(a) 1/3 (b) 1/6

(c) 1/2 (d) 1/4

13. दो व्यक्ति A तथा B पांसों के एक युग्म को बारी-बारी से फेंकते हैं, यदि पहला व्यक्ति पासों के युग्म से 9 प्राप्त करता है तो उसे इनाम नहीं मिलता है, यदि A पहले फेंकता है, तब B के खेल जीतने की प्रायिकता है [Orissa JEE 2003]

(a) $\frac{9}{17}$ (b) $\frac{8}{17}$

(c) $\frac{8}{9}$ (d) $\frac{1}{9}$

14. चार विद्यालयों B_1, B_2, B_3, B_4 में छात्राओं का प्रतिशत क्रमशः 12, 20, 13, 17 हैं। किसी भी विद्यालय का यदृच्छया चयन व उसमें से एक विद्यार्थी का यदृच्छया चयन किया जाता है, पाया जाता है कि वह छात्रा है। विद्यालय B_2 के चयन होने की प्रायिकता है [Pb. CET 2004]

(a) $\frac{6}{31}$ (b) $\frac{10}{31}$

(c) $\frac{13}{62}$ (d) $\frac{17}{62}$

15. किसी विद्यार्थी के IIT परीक्षा में सफल होने की प्रायिकता 0.2 एवं रूड़की परीक्षा में सफल होने की प्रायिकता 0.5 है। यदि उसके दोनों परीक्षाओं में सफल होने की प्रायिकता 0.3 है, तो उसके दोनों परीक्षाओं में असफल होने की प्रायिकता होगी

(a) 0.4 (b) 0.3

(c) 0.2 (d) 0.6

16. छः लड़के तथा छः लड़कियाँ एक पंक्ति में बैठते हैं। लड़कों तथा लड़कियों के एकान्तरतः बैठने की प्रायिकता है [IIT 1979]

(a) $\frac{1}{462}$ (b) $\frac{1}{924}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

17. एक अच्छी प्रकार से फेंटी गयी ताश की गड्डी में से पत्ते एक-एक करके तब तक निकाले जाते हैं जब तक कि पहली बार दो इक्के प्राप्त नहीं हो जाते। यदि आवश्यक पत्तों की संख्या जो कि खींचने पड़ते हैं N है, तो $P_r\{N=n\}$, जहाँ $2 \le n \le 50$, है [CEE 1993; IIT 1983]

(a) $\frac{(n-1)(52-n)(51-n)}{50\times 49\times 17\times 13}$ (b) $\frac{2(n-1)(52-n)(51-n)}{50\times 49\times 17\times 13}$

(c) $\frac{3(n-1)(52-n)(51-n)}{50\times 49\times 17\times 13}$ (d) $\frac{4(n-1)(52-n)(51-n)}{50\times 49\times 17\times 13}$

18. माना X एक समुच्चय है जिसमें n अवयव हैं। यदि इसके दो उपसमुच्चय A व B यदृच्छया चुन लिये जाते हैं, तो उनमें बराबर संख्या में अवयव होने की प्रायिकता है

(a) $\frac{^{2n}C_n}{2^{2n}}$ (b) $\frac{1}{^{2n}C_n}$

(c) $\frac{1.3.5......(2n-1)}{2^n}$ (d) $\frac{3^n}{4^n}$

19. यदि तीन पासों को एक साथ फेंका जाता है तब 7 का स्कोर प्राप्त करने की प्रायिकता होगी [Kurukshetra CEE 1998]

(a) $\frac{5}{216}$ (b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{5}{72}$ (d) इनमें से कोई नहीं

20. सात सफेद और तीन काली गेदें यादृच्छिक तरीके से एक पंक्ति में रखी जाती हैं। किन्ही दो काली गेंदों को निकटवर्ती न रखे जाने की प्रायिकता होगी [IIT 1998]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{7}{15}$

(c) $\frac{2}{15}$ (d) $\frac{1}{3}$

21. दो घटनाओं में से एक अवश्य घटित होती है यदि पहली की प्रायिकता दूसरी की प्रायिकता की 2/3 हो, तो दूसरी के अनुकूल संयोगानुपात है

(a) 2 : 3 (b) 1 : 3

(c) 3 : 1 (d) 3 : 2

22. यदि A तथा B दो ऐसी घटनाएँ हों कि $P(A\cup B)=P(A\cap B)$, तो सत्य सम्बन्ध है [IIT 1985]

(a) $P(A)+P(B)=0$

(b) $P(A)+P(B)=P(A)P\left(\frac{B}{A}\right)$

(c) $P(A)+P(B)=2\,P(A)P\left(\frac{B}{A}\right)$

(d) इनमें से कोई नहीं

23. एक घटना A के घटित होने की प्रायिकता 0.5 है तथा B के घटित होने की प्रायिकता 0.3 है। यदि A तथा B परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हों, तो न तो A और न ही B के घटित होने की प्रायिकता है [IIT 1980; DCE 2000]

(a) 0.6 (b) 0.2

(c) 0.21 (d) इनमें से कोई नहीं

24. यदि A व B दो घटनायें हैं। उनमें से ज्यादा से ज्यादा एक घटना के घटित होने की प्रायिकता है [IIT Screening]

(a) $P(A'\cap B)+P(A\cap B')+P(A'\cap B')$

(b) $1-P(A\cap B)$

(c) $P(A')+P(B')+P(A\cup B)-1$

(d) उपरोक्त सभी

25. किसी प्रतिदर्श समष्टि में दो घटनाओं A और B के लिए [IIT 1991]

(a) $P\left(\frac{A}{B}\right)\ge\frac{P(A)+P(B)-1}{P(B)}$, $P(B)\ne 0$ हमेशा सत्य है

(b) $P(A\cap\overline{B})=P(A)-P(A\cap B)$ सत्य नहीं है

(c) $P(A\cup B)=1-P(\overline{A})P(\overline{B})$, यदि A व B असंयुक्त हैं

(d) इनमें से कोई नहीं

26. एक पात्र A में 6 लाल व 4 काली गेंदें हैं तथा पात्र B में 4 लाल व 6 काली गेंदें हैं। पात्र A में से एक गेंद यदृच्छया निकाली जाती है और पात्र B में रख दी जाती है। फिर एक गेंद पात्र B में से निकालकर पात्र A में रख दी जाती । यदि अब एक गेंद पात्र A में से यदृच्छया निकाली जाए तो इसके लाल रंग की होने की प्रायिकता है [IIT 1988]

(a) $\frac{32}{55}$ (b) $\frac{21}{55}$

(c) $\frac{19}{55}$ (d) इनमें से कोई नहीं

27. यदि A व B दो घटनायें इस प्रकार हैं कि $P(A)=\frac{1}{2}$ व $P(B)=2/3$, तो

(a) $P(A\cup B)\ge\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{6}\le P(A\cap B)\le\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{6}\le P(A'\cap B)\le\frac{1}{2}$ (d) उपरोक्त सभी

28. यदृच्छया चुने गये किसी लीप वर्ष में 53 रविवार या 53 सोमवार होने की प्रायिकता है [Roorkee 1999]

(a) $\frac{2}{7}$ (b) $\frac{4}{7}$

(c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{1}{7}$

29. एक छात्र की गणित, भौतिकी, रसायन शास्त्र में उत्तीर्ण होने की प्रायिकतायें क्रमशः m, p तथा c हैं। इन विषयों में से इस छात्र के कम से कम एक विषय में पास होने की सम्भावना 75% है, कम से कम दो विषयों में पास होने की 50% और केवल दो ही विषयों में पास होने की सम्भावना 40% हैं। निम्नलिखित में से कौन-कौन से सम्बन्ध सत्य हैं [IIT 1999]

(a) $p+m+c=\frac{19}{20}$ (b) $p+m+c=\frac{27}{20}$

(c) $pmc=\frac{1}{10}$ (d) $pmc=\frac{1}{4}$

30. एक थैले में 5 सफेद व 4 काली गेंदें हैं तथा दूसरे थैले में 7 सफेद व 9 काली गेंदे हैं। एक गेंद पहले थैले में से दूसरे थैले में रख दी जाती है और तब दूसरे थैले में से एक गेंद निकाली जाती है तो उसके सफेद होने की प्रायिकता है [DSSE 1987]

(a) $\frac{8}{17}$ (b) $\frac{40}{153}$

(c) $\frac{5}{9}$ (d) $\frac{4}{9}$

31. संख्याओं 1, 2, ... n में से 2 संख्यायें यदृच्छया चुन ली जाती हैं प्रथम व द्वितीय संख्या में अन्तर m से कम न हो इसकी प्रायिकता है, जहाँ $(0<m<n)$

(a) $\frac{(n-m)(n-m+1)}{(n-1)}$

(b) $\frac{(n-m)(n-m+1)}{2n}$

(c) $\frac{(n-m)(n-m-1)}{2n(n-1)}$

(d) $\frac{(n-m)(n-m+1)}{2n(n-1)}$

32. तीन समूह A, B, C किसी पद के लिए प्रतियोगी हैं। उनके जीतने की प्रायिकता 0.5, 0.3 व 0.2 क्रमशः हैं। यदि समूह A जीतता है, तो नये उत्पाद के सम्मिलित करने की प्रायिकता 0.7 है एवं B व C के लिए सापेक्ष प्रायिकतायें 0.6, 0.5 हैं तो इस बात की प्रायिकता कि नया उत्पाद सम्मिलित किया जाए, है [Roorkee 1994]

(a) 0.18 (b) 0.35

(c) 0.10 (d) 0.63

33. दो घटनायें A तथा B इस प्रकार हैं कि $P(A)=\frac{1}{4}, P\left(\frac{B}{A}\right)=\frac{1}{2}, P\left(\frac{A}{B}\right)=\frac{1}{4}$. तब निम्न कथनों में से कौन सा कथन सत्य है

I. $P\left(\frac{A^c}{B^c}\right)=\frac{3}{4}$

II. घटनायें A तथा B परस्पर अपवर्जी है

III. $P\left(\frac{A}{B}\right)+P\left(\frac{A}{B^c}\right)=1$ [AMU 2000]

(a) केवल I (b) I तथा II

(c) I तथा III (d) II तथा III

34. एक पर्स में 4 ताँबे के सिक्के तथा 3 चाँदी के सिक्के हैं, एक दूसरे पर्स में 6 ताँबे के सिक्के तथा 2 चाँदी के सिक्के हैं। यदि किसी एक पर्स में से एक सिक्का निकाला जाये तो उसके ताँबे का सिक्का होने की प्रायिकता है

[BIT Ranchi 1991; MNR 1984; UPSEAT 2000]

(a) 4/7 (b) 3/4

(c) 37/56 (d) इनमें से कोई नहीं

35. एक सन्तुलित पाँसा जिसके पृष्ठों पर 1, 2, 3, 4, 5 व 6 अंकित है, 4 बार फेंका जाता है। इन 4 पृष्ठीय मानों में इस बात की प्रायिकता कि पृष्ठीय मान 2 से कम न हो एवं 5 से ज्यादा न हो, है

[IIT 1993; DCE 2000; Roorkee 2000]

(a) 16/81 (b) 1/81

(c) 80/81 (d) 65/81

36. भारत, वेस्टइंडीज व आस्ट्रेलिया प्रत्येक से 2 मैच खेलता है। किसी भी मैच में भारत के अंक 0, 1, 2 अर्जित करने की प्रायिकतायें क्रमशः 0.45, 0.05 व 0.50हैं। यह मानकर कि परिणाम स्वतन्त्र हैं भारत के कम से कम 7 अंक अर्जित करने की प्रायिकता है

[IIT 1992; Orissa JEE 2004]

(a) 0.8750 (b) 0.0875

(c) 0.0625 (d) 0.0250

37. प्रायिकता द्विपद वितरण में माध्य 3 एवं मानक विचलन $\frac{3}{2}$ है, तो प्रायिकता वितरण है [AISSE 1979; Pb. CET 2003]

(a) $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)^{12}$ (b) $\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)^{12}$

(c) $\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)^{9}$ (d) $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)^{9}$

38. एक पाँसा $(2n+1)$ बार फेंका जाता है, तो 1, 3 या 4 अधिक से अधिक n बार प्राप्त करने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

39. एक बक्से में 24 एक जैसी गेंद हैं उनमें से 12 सफेद तथा 12 काले रंग की हैं। बक्से से एक-एक करके गेंदें यदृच्छया निकाली जाती है तथा दूसरी निकालने से पहले, पहली को वापस रख दिया जाता है तो सातवीं बार गेंद निकालने पर चौथी सफेद गेंद के निकलने की प्रायिकता होगी [IIT Screening 1994]

(a) $\frac{5}{64}$ (b) $\frac{27}{32}$

(c) $\frac{5}{32}$ (d) $\frac{1}{2}$

40. एक घटना के घटित होने की प्रायिकता दूसरी घटना के घटित होने की प्रायिकता का वर्ग है परन्तु पहली घटना के प्रतिकूल संयोगानुपात दूसरी के प्रतिकूल संयोगानुपात के घन हैं, तो घटनाओं की प्रायिकतायें हैं

(a) $\frac{1}{9},\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{16},\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{4},\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

Answers

विभिन्न पदों की परिभाषा

1	d	2	b	3	d	4	c	5	b
6	a	7	a						

प्रायिकता की परिभाषा

1	a	2	c	3	a	4	d	5	c
6	a	7	c	8	b	9	a	10	c
11	c	12	c	13	b	14	b	15	c
16	b	17	b	18	a	19	a	20	c
21	a	22	d	23	b	24	b	25	b
26	b	27	b	28	c	29	b	30	d
31	c	32	b	33	c	34	b	35	c
36	b	37	b	38	c	39	a	40	b
41	d	42	c	43	a	44	c	45	d
46	b	47	a	48	c	49	d	50	b
51	c	52	b	53	a	54	b	55	d
56	b	57	b	58	b	59	b	60	a
61	b	62	c	63	a	64	d	65	d
66	d	67	a	68	c	69	a	70	b
71	b	72	c	73	b	74	b	75	a
76	b	77	a	78	b	79	a	80	d
81	a	82	a	83	c	84	d	85	b
86	b	87	b	88	c	89	c	90	c
91	b	92	a	93	c	94	b	95	c
96	c	97	a	98	b	99	b	100	d
101	c	102	d	103	d	104	b	105	c
106	d	107	b	108	a	109	b	110	c
111	a	112	c	113	a	114	c	115	b
116	b	117	d	118	d	119	d	120	a
121	c	122	c	123	d	124	d	125	b
126	c	127	c	128	a	129	b	130	d
131	b	132	a	133	b	134	d	135	a
136	b	137	b	138	b	139	b	140	c
141	b	142	a	143	c	144	d	145	c
146	c	147	a	148	d	149	a	150	d
151	b	152	d	153	a				

क्रमचय व संचय का प्रायिकता में उपयोग

1	c	2	c	3	c	4	b	5	c
6	a	7	c	8	a	9	b	10	a
11	a	12	d	13	a	14	c	15	c
16	b	17	d	18	a	19	b	20	b
21	c	22	b	23	c	24	a	25	c
26	c	27	a	28	a	29	a	30	b
31	c	32	b	33	a	34	c	35	b
36	b	37	c	38	a	39	c	40	a
41	d	42	d	43	b	44	c	45	b
46	b	47	a	48	d	49	b	50	d
51	d	52	a	53	a	54	a	55	d
56	d	57	c	58	b	59	a	60	a
61	d	62	c	63	c	64	d	65	b
66	d	67	b	68	c	69	a	70	a

71	a	72	a	73	a	74	c	75	c
76	b	77	d	78	b	79	a	80	d
81	b								

अनुकूल एवं प्रतिकूल संयोगानुपात,प्रायिकता का योगशील प्रमेय

1	c	2	d	3	c	4	c	5	b
6	b	7	b	8	c	9	a	10	a
11	a	12	b	13	c	14	d	15	d
16	b	17	b	18	a	19	a	20	b
21	d	22	c	23	c	24	a	25	a
26	d	27	a	28	b	29	b	30	c
31	a	32	b	33	a	34	a	35	b
36	d	37	c	38	a	39	a	40	c
41	b	42	d	43	c	44	a	45	d
46	c	47	c	48	a	49	c	50	c
51	c	52	b	53	c	54	a	55	b
56	c	57	d	58	d	59	b	60	c
61	b	62	a	63	b	64	a	65	d
66	c	67	c	68	a	69	d	70	b

प्रतिबंधित प्रायिकता, बे का प्रमेय

1	b	2	c	3	c	4	b	5	a
6	a	7	a	8	b	9	c	10	d
11	a	12	c	13	c	14	a	15	d
16	d	17	c	18	c	19	b	20	cd
21	a	22	b	23	a	24	b	25	a
26	a	27	ad	28	d	29	c	30	a
31	b	32	a	33	d	34	c	35	c

द्विपद बंटन

1	d	2	d	3	b	4	b	5	b
6	d	7	a	8	a	9	a	10	b
11	d	12	d	13	d	14	d	15	b
16	a	17	c	18	d	19	b	20	b
21	c	22	c	23	a	24	d	25	a
26	c	27	c	28	a	29	d	30	a
31	a	32	b	33	b	34	a	35	a
36	c	37	a	38	c	39	a	40	d
41	c	42	c	43	b	44	d	45	a
46	c	47	b	48	a	49	a	50	b
51	a	52	a	53	c	54	d	55	a
56	b	57	c	58	b				

Critical Thinking Questions

1	d	2	b	3	d	4	c	5	a
6	c	7	b	8	d	9	b	10	a
11	a	12	b	13	b	14	b	15	d
16	a	17	a	18	a	19	c	20	b
21	d	22	c	23	b	24	d	25	a
26	a	27	d	28	c	29	bc	30	d
31	d	32	d	33	a	34	c	35	a
36	b	37	a	38	a	39	c	40	a

AS Answers and Solutions

विभिन्न पदों की परिभाषा

1. (d) ये स्वतंत्र घटनायें हैं।

2. (b) $P(A_1 \cup A_2) = 1 - [1 - P(A_1)][1 - P(A_2)]$

$$= P(A_1) + P(A_2) - P(A_1).P(A_2).$$

3. (d) ये परस्पर स्वतंत्र हैं।

4. (c) यह स्पष्ट है।

5. (b) चूँकि $A \cap \overline{B}$ व $A \cap B$ परस्पर अपवर्जी घटनायें इस प्रकार हैं कि $A = (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B)$

$\therefore\ P(A) = P(A \cap \overline{B}) + P(A \cap B)$

$\Rightarrow P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A)P(B)$

($\because$ A, B स्वतंत्र हैं)

$\Rightarrow P(A \cap \overline{B}) = P(A)(1 - P(B)) = P(A)P(\overline{B})$

$\therefore$ A व $\overline{B}$ भी स्वतंत्र हैं।

6. (a) $B \cup C$, A से स्वतंत्र है अतः S_1 सत्य है

$B \cap C$ भी A से स्वतंत्र है अतः S_2 सत्य है

7. (a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\frac{5}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0$

$\therefore$ घटनायें A तथा B परस्पर अपवर्जी हैं।

प्रायिकता की परिभाषा

1. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \left(\frac{4}{52}\right)^2 = \frac{1}{169}$.

2. (c) अभीष्ट प्रायिकता

$P(8) + P(9) + P(10) + P(11) + P(12)$

$= \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

3. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{7}$.

4. (d) शीर्ष आने की प्रायिकता $= \frac{1}{2}$ एवं शीर्ष न आने की प्रायिकता $= \frac{1}{2}$

चूँकि पहली बार A फेंकता है। अतः वह पहली, तीसरी, पाँचवी....... बार में जीत सकता है।

$\therefore$ A के जीतने की प्रायिकता

$= \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 . \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^4 . \frac{1}{2} + ...$

$= \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + ... = \frac{2}{3}$.

5. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

6. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

7. (c) चूँकि एक A, दो I व एक O है।
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1+2+1}{11} = \frac{4}{11}$.

8. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - P$ (सभी पत्र सही लिफाफे में हों) $= 1 - \frac{1}{n!}$
{चूँकि पत्र $n!$ प्रकार से लिफाफे में रखे जा सकते हैं जिनमें से केवल एक तरीका वह है, जिसमें पत्र अपने सापेक्ष लिफाफे में हों}.

9. (a) अनुकूल प्रकार $= \{29, 92, 38, 83, 47, 74, 56, 65\}$
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$.

10. (c) दोनों के लड़के होने की प्रायिकता $= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$.

11. (c) पहली उछाल में 1 प्राप्त करने की प्रायिकता $= \frac{1}{6}$
दूसरी उछाल में 1 प्राप्त करने की प्रायिकता $= \frac{5}{6}$
दोनों स्वतंत्र घटनायें हैं।
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$.

12. (c) पहले पत्ते के बादशाह होने की प्रायिकता $= \frac{4}{52}$ तथा
दूसरे पत्ते के भी बादशाह होने की प्रायिकता $= \frac{3}{51}$
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{52} \times \frac{3}{51} = \frac{1}{221}$.

13. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{12}$.

14. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$.

15. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= P$ (ईंट) P (बादशाह)
$= \frac{13}{52} . \frac{4}{52} = \frac{1}{52}$.

16. (b) योग 2 को एक प्रकार से प्राप्त किया जा सकता है अर्थात् (1, 1)
योग 8 को 5 प्रकार से प्राप्त किया जा सकता है अर्थात् (6, 2), (5, 3), (4, 4), (3, 5), (2, 6)
इसी प्रकार योग 12 को एक प्रकार से प्राप्त किया जा सकता है अर्थात् (6, 6).
अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{7}{36}$.

17. (b) माना $P(A)$ व $P(B)$ दी गयी घटनाओं की प्रायिकताएँ हैं तो $P(A$ व $B) = P(A).P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

18. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - P$ (कोई इक्का नहीं)
$= 1 - \frac{48}{52} . \frac{47}{51} = \frac{663 - 564}{13.51} = \frac{99}{13.51} = \frac{33}{221}$.

19. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - P$ (पान का इक्का नहीं)
$= 1 - \frac{51}{52} . \frac{51}{52} = \frac{(52+51)}{52.52} = \frac{103}{2704}$.

20. (c) कुल नष्ट नग $= 3 + 5 = 8$; सही कीलें $= 3$.
$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3+8}{6+10} = \frac{11}{16}$.

21. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{15}{16}$.

22. (d) 3 पत्रों को 3 लिफाफों में रखने के कुल तरीके $= 3!$, इनमें से केवल एक तरीका सही है।
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{3!} = \frac{1}{6}$.

23. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2+1}{36} = \frac{1}{12}$.

24. (b) कुल प्रकार $= 36$
अनुकूल प्रकार $= (1\ 4), (2,\ 3), (3,\ 2)$,
$(4,\ 1), (1,\ 5), (2,\ 4), (3,\ 3), (4,\ 2), (5,\ 1) = 9$
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

25. (b) यह स्पष्ट है।

26. (b) यहाँ $P(A) = 0.4$ व $P(\overline{A}) = 0.6$
A के बिल्कुल घटित न होने की प्रायिकता $= (0.6)^3$
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - (0.6)^3 = 0.784$.

27. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{2}$.

28. (c) 20 से विभाजित अंकित संख्याओं वाले टिकटों की संख्या $= \frac{10000}{20} = 500$.
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{500}{10000} = \frac{1}{20}$.

29. (b) पहले के लिए अनुकूल प्रकार तीन हैं अर्थात् 2, 4 व 6 एवं दूसरे के लिए दो हैं अर्थात् 3, 6
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \left[\left(\frac{3 \times 2}{36}\right)2 - \frac{1}{36}\right] = \frac{11}{36}$.
{चूँकि पाँसों पर नम्बर परस्पर बदलने से वही घटना होगी}

30. (d) विद्यार्थियों के द्वारा समस्या हल न किये जाने की प्रायिकताएँ $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ व $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$
अतः किसी भी विद्यार्थी से समस्या हल न होने की प्रायिकता $= \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$
अतः समस्या हल हो जाने की प्रायिकता $= 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

31. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{6}$.

32. (b) पत्ते के चिड़ी की बेगम होने की प्रायिकता $= \frac{1}{52}$ एवं पान का बादशाह होने की प्रायिकता $\frac{1}{52}$.
चूँकि दोनों घटनाएँ परस्पर अपवर्जी हैं,
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{52} + \frac{1}{52} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$.

33. (c) कुल प्रकार = 8 व अनुकूल प्रकार = 4
$S = \{HHH, HHT, ..., TTT\}$.
$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

34. (b) यह स्पष्ट है।

35. (c) योग 11 से कम न होने के अनुकूल प्रकार
$= \{(5, 6), (6, 6), (6, 5)\} = 3$
अतः योग 11से कम होने के अनुकूल प्रकार $= (36-3) = 33$.
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$.

36. (b) एक साधारण वर्ष में 365 दिन अर्थात् 52 सप्ताह व एक दिन होता है। यह दिन कोई सा भी हो सकता है।
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= 1/7$.

37. (b) दरबारी पत्ते बादशाह, बेगम व गुलाम होते हैं।
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$.

38. (c) $S = \{(3,1), (2,2), (1,3), (6,2), (5,3), (4,4), (3,5), (2,6), (6,6)\}$
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

39. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$.

40. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

41. (d) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4\ .\ 4}{52\ .\ 51} \times 2 = \frac{8}{663}$.

42. (c) स्पष्टतः संख्यायें $\begin{pmatrix} \text{I} & \text{II} \\ 5, & 1 \\ 4, & 2 \\ 2, & 4 \\ 1, & 5 \end{pmatrix}$ होंगी ।
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{6\ .\ 5} = \frac{2}{15}$

43. (a) माना E_1 पुरूष के चुने जाने की घटना है एवं E_2 महिला के चुने जाने की घटना है तब
$P(E_1) = \frac{1}{4}$ अतः $P(\overline{E}_1) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ व $P(E_2) = \frac{1}{3}$
अतः $P(\overline{E}_2) = \frac{2}{3}$
स्पष्टतः E_1 व E_2 स्वतंत्र घटनाएँ हैं।
अतः $P(\overline{E}_1 \cap \overline{E}_2) = P(\overline{E}_1) \times P(\overline{E}_2) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$.

44. (c) चूँकि शीर्ष व पुच्छ दोनों प्राप्त होते है अतः
$n(S) = \{HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH\}$
$n(E) = \{HTT, THT, TTH\}$
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

45. (d) सफेद गेंद आने की प्रायिकता $= P(W) = \frac{4}{15}$
लाल गेंद आने की प्रायिकता $= P(R) = \frac{6}{15}$
प्रायिकता (सफेद या लाल गेंद) $= P(W) + P(R)$
$= \frac{4}{15} + \frac{6}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

46. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{52-16}{52} = \frac{36}{52} = \frac{9}{13}$.

47. (a) चूँकि योग 13 प्राप्त नहीं किया जा सकता है

48. (c) तीन पाँसें $6 \times 6 \times 6 = 216$ प्रकार से फेंके जा सकते हैं। योग 17 निम्न प्रकार प्राप्त किया जा सकता है $(5,6,6), (6,5,6), (6,6,5)$.योग 18 निम्न प्रकार प्राप्त किया जा सकता है $(6,6,6)$.
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{216} = \frac{1}{54}$.

49. (d) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{64}{64}$.

50. (b) यह स्पष्ट है।

51. (c) P (तृतीय में पुच्छ) . P (चौथे में पुच्छ) $= \frac{1}{2} . \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

52. (b) अभाज्य संख्यायें $\{2, 3, 5, 7, 11\}$ हैं।
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1+2+4+6+2}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

53. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right)$
$= \frac{2}{3} . \frac{3}{4} . \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$.

54. (b) चूँकि अनुकुल प्रकार 6 हैं व कुल प्रकार 36 हैं।
अतः प्रायिकता $= \frac{6}{36}$.

55. (d) $P(\overline{A}) = 0.05 \Rightarrow P(A) = 0.95$
अतः घटना के लगातार चार बार सफल होने की प्रायिकता
$= \{P(A)\}^4 = (0.95)^4 = 0.81450625$.

56. (b) प्रकार $\begin{matrix} 9 & 10 & 11 & 12 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{matrix}$
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

57. (b) यह स्पष्ट है।

58. (b) समान संख्या 6 प्रकार से आ सकती है।
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$.

59. (b) $P(\overline{A}) = 1 - 0.38 = 0.62$.

60. (a) $P(A' \cap B') = \frac{4}{5} . \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$.

61. (b) कुल सम्भव तरीके $= 8$
अनुकूल प्रकार $= [HTH, THT]$
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

62. (c) यह स्पष्ट है।

63. (a) यह स्पष्ट है।

64. (d) विषम व पूर्ण वर्ग (< 10) 1, 9 हैं।
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

65. (d) $2, 4, 6, 8, 10 .....$ अर्थात पचास सम व दस 5 से विभाजित अर्थात $5, 15, 25$ ..... चूँकि $(10, 20, 30 .....)$ ली जा चुकी हैं।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{50+10}{100} = \frac{3}{5}$.

66. (d) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

67. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{44}{52} = \frac{11}{13}$.

68. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - P$ (वे सभी सम्बन्धित लिफाफे में हों) $= 1 - \frac{1}{4!} = \frac{23}{24}$.

69. (a) यह आधारभूत संकल्पना है।

70. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - P$ (कोई लड़की नहीं)

$$= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{15}{16}.$$

71. (b) द्वितीय कोटि का सारणिक निम्न प्रकार का होगा $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

यह $ad - bc$ के बराबर है। a, b, c व d को चुनने के कुल तरीके $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$. चूँकि $\Delta \neq 0$ यदि और केवल यदि या तो $ad = 1, \ bc = 0$ या $ad = 0, \ bc = 1$ लेकिन $ad = 1$, $bc = 0$ यदि और केवल यदि $a = d = 1$ व b, c में से एक शून्य हो। इसलिए $ad = 1, \ bc = 0$ तीन स्थितियों में है। $ad = 0, \ bc = 1$ तीन प्रकार से है।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

72. (c) A अपने आप में स्वतन्त्र होगा यदि

$P(A \cap A) = P(A).P(A) \Rightarrow P(A) = P(A)^2 \Rightarrow P(A) = 0, 1$.

73. (b) माना अजनबी के kवें प्रयास में सफल होने की घटना A है, तो

$$P(A') = \frac{999}{1000} \times \frac{998}{999} \times ..... \times \frac{1000-k+1}{1000-k+2} \times \frac{1000-k}{1000-k+1}$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{1000-k}{1000} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1000-k}{1000} = \frac{k}{1000}.$$

74. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - P$ (किसी भी पाँसे पर 1 न आए)

$$= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{216-125}{216} = \frac{91}{216}.$$

75. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$.

76. (b) पति के न चुने जाने की प्रायिकता $= 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$

पत्नी के न चुने जाने की प्रायिकता $= 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

केवल पति के चुने जाने की प्रायिकता $= \frac{1}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{35}$

केवल पत्नी के चुने जाने की प्रायिकता $= \frac{1}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{6}{35}$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6}{35} + \frac{4}{35} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$.

77. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{5}{20} \times \frac{4}{19} \times \frac{3}{18} \times \frac{2}{17} = \frac{1}{969}$.

78. (b) यहाँ $p_1 = \frac{1}{3}, \ p_2 = \frac{2}{7}$ व $p_3 = \frac{3}{8}$

$\Rightarrow q_1 = \frac{2}{3}, \ q_2 = \frac{5}{7}$ व $q_3 = \frac{5}{8}$

अभीष्ट प्रायिकता $= p_1 q_2 q_3 + q_1 p_2 q_3 + q_1 q_2 p_3$.

79. (a) $7 \rightarrow \{(6, 1), (5, 2), (4, 3), (3, 4), (2, 5), (1, 6)\}$

$9 \rightarrow \{(6, 3), (5, 4), (4, 5), (3, 6)\}$

अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6+4}{36} = \frac{5}{18}$.

80. (d) पहली बार में सम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता $= \frac{9}{19}$

दूसरी बार में सम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता $= \frac{8}{18}$.

चूँकि दोनों घटनाएँ स्वतंत्र हैं, अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{9}{19} \times \frac{8}{18} = \frac{4}{19}$.

81. (a) यहाँ $P(A) = \frac{1}{2}, \ P(B) = \frac{1}{3}, \ P(C) = \frac{1}{4}$

अतः अभीष्ट प्रायिकता

$= P(A)P(\overline{B})P(\overline{C}) + P(\overline{A})P(B)P(\overline{C}) + P(\overline{A})P(\overline{B})P(C)$.

82. (a) $n =$ कुल तरीके $= 2^4 = 16$

$m =$ अनुकूल तरीके $= 3$

सारणिक का मान धनात्मक होगा जब

$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$; अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3}{16}$.

83. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

(चूँकि ईंट के 13 पत्ते होते हैं जिनमें एक बादशाह भी है एवं अन्य तीन बादशाह).

84. (d) माना लाल गेंद खींचने के लिए R, काली के लिए B एवं सफेद के लिए W है, तो अभीष्ट प्रायिकता

$= P(WWR) + P(BBR) + P(WBR) + P(BWR) + P(WRR) + P(BRR) + P(RWR) + P(RBR)$.

$$= \frac{3.2.2}{8.7.6} + \frac{3.2.2}{8.7.6} + \frac{3.3.2}{8.7.6} + \frac{3.3.2}{8.7.6} + \frac{3.2.1}{8.7.6} + \frac{3.2.1}{8.7.6} + \frac{2.3.1}{8.7.6} + \frac{2.3.1}{8.7.6}$$

$$= \frac{2}{56} + \frac{2}{56} + \frac{3}{56} + \frac{3}{56} + \frac{1}{56} + \frac{1}{56} + \frac{1}{56} + \frac{1}{56} = \frac{1}{4}.$$

85. (b) अनुकूल प्रकार $(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3)$ व $(6, 2)$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{5}{36}$.

86. (b) यह स्पष्ट है।

87. (b) दूसरी गेंद लाल दो प्रकार से हो सकती है।

(i) पहली सफेद व दूसरी लाल हो $P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$

(ii) पहली लाल व दूसरी भी लाल हो

$P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$

दोनों घटनायें परस्पर अपवर्जी हैं। अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6}{20} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

88. (c) प्रतिदर्श समष्टि = $[LWW, WLW]$

$\therefore P(LWW) + P(WLW)$

= 5 मैचों की श्रृंखला में भारत की दूसरी जीत हो

$= P(L)P(W)P(W) + P(W)P(L)P(W) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$

89. (c) कुल प्रकार $= {}^{100}C_1 = 100$

अनुकूल संख्याएँ $1^2, 2^2, ... 10^2$.

अतः अनुकूल प्रकार =10.

$\therefore$ प्रायिकता $= \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$.

90. (c) पहली पर्ची खींचने पर P(5 या 6 या 7) $= \frac{3}{7}$

$\therefore$ तीनों बार पर्ची खींचने पर, 5 या 6 या 7 होने की प्रायिकता $= \left(\frac{3}{7}\right)^3$.

91. (b) $P(\overline{A}) + P(\overline{B}) = 0.35 + 0.85 = 1.2$.

92. (a) चूँकि $\overline{E_1} \cap \overline{E_2} = \overline{E_1 \cup E_2}$ व $(E_1 \cup E_2) \cap (\overline{E_1 \cup E_2}) = \phi$

$P\{(E_1 \cup E_2) \cap (\overline{E_1} \cap \overline{E_2})\} = P(\phi) = 0 < \frac{1}{4}$.

93. (c) P (A_i के घटित न होने की प्रायिकता) $= 1 - \frac{1}{i+1} = \frac{i}{i+1}$

$\therefore P$ (किसी भी घटना के घटित न होने की प्रायिकता)

$= \left(\frac{1}{2}\right).\left(\frac{2}{3}\right) .... \left\{\frac{n}{n+1}\right\} = \frac{1}{n+1}$.

94. (b) n उछालों में कम से कम एक बार शीर्ष आने की प्रायिकता

$= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq 0.9 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0.1 \Rightarrow 2^n \geq 10 \Rightarrow n > 3$

अतः n का न्यूनतम मान $n = 4$ होगा।

95. (c) दूसरी सफेद गेंद दो तरीके से निकाली जा सकती है

(i) प्रथम सफेद तथा द्वितीय भी सफेद

प्रायिकता $= \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$

(ii) प्रथम काली व द्वितीय सफेद

प्रायिकता $= \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{2}{7}$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$.

96. (c) एक ही सूट (suit) के दो पत्ते प्राप्त करने की प्रायिकता $= \frac{13}{52} \times \frac{13}{52}$ चूँकि चार सूट (पान, ईट, चिड़ी, हुकुम) में से ये कोई भी हो सकता है, अतः $P(A) = \frac{4 \times 13 \times 13}{52 \times 52} = \frac{1}{4}$ एवं $P(B) = \frac{5}{36}$

इस प्रकार $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{5}{36} = \frac{5}{144}$.

97. (a) अभीष्ट प्रायिकता

$= \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \times 1 \times 1 \times 1 = \frac{1}{1260}$.

98. (b) कुल प्रकारों की संख्या $= 6^3 = 216$ है। स्पष्टतः दूसरी संख्या को 1 से बड़ा होना चाहिए। यदि दूसरी संख्या $i (i > 1)$ है, तो प्रथम संख्या को $(i-1)$ प्रकार से एवं तीसरी संख्या को $6 - i$ प्रकार से चुना जा सकता है। अतः तीनों संख्यायें $(i-1) \times 1 \times (6-i)$ प्रकार से चुनी जा सकती हैं परन्तु दूसरी 2, 3, 4, 5 हो सकती है। अतः अनुकूल प्रकार

$= \sum_{i=2}^{5} (i-1)(6-i) = 1 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 2 + 4 \times 1 = 20$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{20}{216} = \frac{5}{54}$.

99. (b) यहाँ चार इक्के व 48 शेष पत्ते हैं।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{48 \cdot 47 \cdot .... \cdot 39}{52 \cdot 51 \cdot .... \cdot 43} . \frac{4}{42} = \frac{164}{4165}$.

100. (d) एक टेस्ट हो जाने की प्रायिकता $= 2 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{25}$

टेस्ट के दोनों दिन होने की प्रायिकता $= \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

अतः विद्यार्थी द्वारा कम से कम एक टेस्ट छोड़े जाने की प्रायिकता $= \frac{8}{25} + \frac{1}{25} = \frac{9}{25}$.

101. (c) कुल प्रकार $= 36$, अनुकूल प्रकार $= 2 + 4 + 2 = 8$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

102. (d) **ट्रिक :** चूँकि हम जानते हैं कि योग या तो सम संख्या या विषम होगा परन्तु सम संख्या आने की सम्भावना विषम से अधिक दी गयी है। अतः प्रायिकता $\frac{1}{2}$ से अधिक होगी जो कि केवल एक विकल्प में दी गयी है।

103. (d) यहाँ घटना के लिए दो परस्पर अपवर्जी स्थितियाँ है।

$A =$ भारत टॉस जीतता है तथा मैच जीतता है

$B =$ भारत टॉस हारता है तथा मैच जीतता है

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता

$= P(A) + P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{29}{40}$.

104. (b) P (बादशाह) $= \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

P (बेगम) $= \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

P (बादशाह या बेगम) $= \frac{1}{13} + \frac{1}{13} = \frac{2}{13}$.

105. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{52} \times \frac{4}{51} = \frac{4}{663}$.

106. (d) A, I आने की घटना है;

B, II आने की घटना है;

C, III आने की घटना है;

D, फेल होने की घटना है।

स्पष्टतः ये परस्पर अपवर्जी एवं सम्पूर्ण घटनायें हैं।

अतः $P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 1 \Rightarrow P(D) = 1 - 0.95 = 0.05$.

107. (b) सफलता की प्रायिकता $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = p$

असफलता की प्रायिकता $= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = q$

पाँसे को सम बार उछालने की सफलता की प्रायिकता

$= P(FS) + P(FFFS) + P(FFFFFS) + ...$

$= pq + q^3p + q^5p + ... = \frac{pq}{1-q^2} = \frac{2}{5}.$

108. (a) कुल तरीके $= 6 \times 6 = 36$

प्रतिदर्श समष्टि = $\begin{Bmatrix} (6, 1)\ (6, 2)\ (6, 3)\ (6, 4) \\ (6, 5)\ (1, 6)\ (2, 6)\ (3, 6) \\ (4, 6)\ (5, 6)\ (6, 6) \end{Bmatrix}$

∴ कम से कम एक 6 आने की संभावना

$= P$ (एक 6) $+P$ (दोनों 6) $= \frac{10}{36} + \frac{1}{36} = \frac{11}{36}.$

109. (b) 5 की गुणक संख्याऐं $= (5, 10, 15, 20, 25, 30)$

7 की गुणक संख्याऐं $= (7, 14, 21, 28)$

5 तथा 7 की गुणक $= (0)$; P (5 या 7) $= \frac{10}{30} = \frac{1}{3}.$

110. (c) व्यक्ति के सभी प्रयासों में पक्षी न मार सकने की प्रायिकता $= \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{1024}.$

111. (a) चूँकि घटनाएँ स्वतंत्र हैं अतः पाँचवी उछाल पर प्रथम चार उछालों का कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा। अतः पाँचवी उछाल पर शीर्ष आने की प्रायिकता $= \frac{1}{2}.$

112. (c) स्थिति संतुष्ट होती है, यदि 0, 1, 2 या 3 शीर्ष मिलतें हैं

∴ 0 शीर्ष A द्वारा और 0 शीर्ष B द्वारा
या 1 शीर्ष A द्वारा और 1 शीर्ष B द्वारा
या 2 शीर्ष A द्वारा और 2 शीर्ष B द्वारा
या 3 शीर्ष A द्वारा और 3 शीर्ष B द्वारा
∴ अभीष्ट प्रायिकता

$= \left[\frac{1}{8} \times \frac{1}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{8} \times \frac{1}{8}\right] = \frac{5}{16}.$

113. (a) अभीष्ट युग्म $= (12, 88), (13, 87)......... (88, 12)$

इस प्रकार के कुल 77 युग्म हैं तथा कुल युग्म (जिनके लिए योग 100 है) = 99 हैं।

∴ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{7}{9}$

114. (c) अभीष्ट संयोजन (2, 2, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 2), (1, 3, 1), (3, 1, 1) तथा (1, 1, 3) हैं

∴ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6}{4^3} = \frac{6}{64} = \frac{3}{32}.$

115. (b) वर्ग करने के बाद अन्तिम अंक 1 अथवा 5 होगा, यदि पूर्णाक का अंतिम अंक 1, 5 अथवा 9 हो।

∴ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3}{10}.$

116. (b) यदि दोनों पूर्णांक सम हैं, तब गुणनफल सम होगा
यदि दोनों पूर्णांक विषम हैं, तब गुणनफल विषम होगा
यदि एक पूर्णांक विषम है तथा दूसरा सम है, तब गुणनफल सम होगा; ∴ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2}{3}.$

117. (d) सही बिट (bit) आने की प्रायिकता = $(1 - p)$

∴ सही अंक की प्रायिकता $= (1-p)^{16}$

अतः गलत अंक प्राप्त होने की प्रायिकता $= 1-(1-p)^{16}$.

118. (d) P (कम से कम 1 शीर्ष) = $1 - P$ (कोई शीर्ष नहीं)

$= 1 - P$ (चार पुच्छ)

$= 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}.$

119. (d) हम जानते हैं कि एक लीप वर्ष 4 वर्ष के अंतराल में आता है, अतः इसकी प्रायिकता = $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

एक लीप वर्ष में 53 वाँ रविवार होने की प्रायिकता $= \frac{1}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{28}$

इसी प्रकार 53 वाँ रविवार होने की प्रायिकता, उस वर्ष मे जो कि लीप वर्ष नहीं है $= \frac{75}{100} \times \frac{1}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{3}{28}$

∴ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2}{28} + \frac{3}{28} = \frac{5}{28}.$

120. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$

121. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$

122. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{52} . \frac{3}{51} = \frac{1}{221}.$

123. (d) P (कम से कम एक शीर्ष) = $1 - P$ (0 शीर्ष)

$= 1 - P$ (सभी पुच्छ) $= 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}.$

124. (d) अभीष्ट स्थितियाँ = {(5, 6), (6, 5), (5, 5)}

∴ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3}{36} = \frac{1}{12}.$

125. (b) माना 100 छात्र पढ़ रहे है, जिसमें 60 % छात्रायें तथा 40 % छात्र हैं।

छात्र = 40, छात्रायें = 60

25% छात्र गणित लेते हैं = $\frac{25}{100} \times 40 = 10$ छात्र

10% छात्रायें गणित लेती है $= \frac{10}{100} \times 60 = 6$ छात्रायें

अर्थात कुल 16 छात्र गणित लेते हैं

∴ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6}{16} = \frac{3}{8}.$

126. (c) कुल प्रकार $= 6 \times 6 = 36$

अनुकूल प्रकार = {(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1, 5) (1,6)}

∴ अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$

127. (c) किसी भी संख्या के इकाई अंक पर आने वाले अंकों की संख्या = 10.

∴ $n(S)$ = 10

चारों संख्याओं के गुणनफल में इकाई स्थान पर 1, 3, 5, अथवा 7 आने के लिए आवश्यक है कि प्रत्येक संख्या के इकाई स्थान पर 1, 3, 5 अथवा 7 हो।

∴ $n(A) = 4$, ∴ $P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

∴ अभीष्ट प्रायिकता $= \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625}.$

128. (a) कुल प्रकार $= 2^n$

यदि विषम चालों में शीर्ष आता है, तब अनुकूल प्रकार $= 2^{n-1}$.

∴ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2^{n-1}}{2^n} = \frac{1}{2}.$

129. (b) एक लीप वर्ष में 366 दिन होते हैं अर्थात् 52 सप्ताह 2 दिन, स्पष्टतः 52 सप्ताह में 52 शुक्रवार तथा 52शानिवार होंगे, शेष दो दिन निम्न में से कुछ भी हो सकता हैं

रविवार व सोमवार, सोमवार व मंगलवार, मंगलवार व बुधवार, बुधवार व गुरूवार, गुरूवार व शुक्रवार, शुक्रवार व शनिवार, शनिवार व रविवार

P(53 शुक्रवार) = $\frac{2}{7}$; P(53 शनिवार) $= \frac{2}{7}$

P(53 शुक्रवार व 53 शनिवार) $= \frac{1}{7}$

$\therefore$ P(53 शुक्रवार व शनिवार) = P(53 शुक्रवार) + P(53 शनिवार) − P(शुक्रवार व 53 शनिवार)

$= \frac{2}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$.

130. (d) कुल अंकों की संख्या $= (5)^2$

अनुकूल स्थितियाँ = [12, 24, 32, 44, 52]

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$.

131. (b) यहाँ कुल दो स्थितियाँ हैं

(i) जब पहला पान का इक्का हो तथा दूसरा पान का इक्का नहीं हो $= \frac{1}{52} \times \frac{51}{51} = \frac{1}{52}$

(ii) जब पहला पान का इक्का न हो तथा दूसरा पान का इक्का हो $= \frac{51}{52} \times \frac{1}{51} = \frac{1}{52}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{52} + \frac{1}{52} = \frac{1}{26}$.

132. (a) A के द्वारा समस्या हल न होने की प्रायिकता $P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

B के द्वारा समस्या हल न होने की प्रायिकता

$P(B) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

C के द्वारा समस्या हल न होने की प्रायिकता

$P(C) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

समस्या हल होने की प्रायिकता $= 1 - P$ (किसी के द्वारा हल न होने की प्रायिकता)

$\therefore\ P = 1 - \frac{1}{2} . \frac{2}{3} . \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

133. (b) कुल प्रकार $= 36$

अनुकूल प्रकारों की संख्या = 6

अर्थात् (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6),

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

134. (d) कुल प्रकार $= 36$,

योग 7 आने की अनुकूल संभावनाएँ = 6 अर्थात्

(6, 1); (5, 2); (4, 3); (3, 4); (2, 5); (1, 6) हैं।

योग 12 आने की अनुकूल संभावनाएँ 1 अर्थात् (6, 6) है

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6}{36} + \frac{1}{36} = \frac{7}{36}$.

135. (a) कुल प्रकार $= 20 \times 19 \times 18 \times 17$

कोई जोड़ा न चुने जाने के प्रकार $= 20 \times 18 \times 16 \times 14$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - \frac{20 \times 18 \times 16 \times 14}{20 \times 19 \times 18 \times 17} = \frac{99}{323}$.

136. (b) हमारे पास कुल गेंदों की संख्या = 10

$\therefore$ लाल रंग की गेंदों की संख्या = 3

व काली रंग की गेंदों की संख्या = 7

व थैले में गेंदों की संख्या = 3 + 7 = 10

$\therefore$ 10 गेंदों में से एक लाल गेंद निकालने की प्रायिकता= $\frac{3}{10}$ व

शेष 9 गेंदों में से एक लाल गेंद निकालने की प्रायिकता = $\frac{2}{9}$

अतः दोनों लाल होने की प्रायिकता अर्थात्

$p = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$.

137. (b) एक लीप वर्ष में 366 दिन होते हैं अर्थात् 52 सप्ताह व 2 दिन, स्पष्टतः 52 सप्ताह में 52 रविार होंगे, शेष दो दिन निम्न में से कुछ भी हो सकते हैं

(i) रविवार व सोमवार (ii) सोमवार व मंगलवार

(iii) मंगलवार व बुधवार (iv) बुधवार व गुरूवार

(v) गुरूवार व शुक्रवार, (vi) शुक्रवार व शनिवार तथा

(vii) शनिवार व रविवार

अब 53 रविवार के लिए दो में से एक रविवार अवश्य होना चाहिए

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2}{7}$.

138. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{6} = \frac{8}{15}$.

139. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right) = \frac{9+5}{30} = \frac{7}{15}$.

140. (c) पहले थैले में पेनों की संख्या = 4 + 2 = 6

व दूसरे थैले में पेनों की संख्या = 3 + 5 = 8.

प्रथम थैले से सफेद पेन निकालने की प्रायिकता = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ व

दूसरे थैले से सफेद पेन निकालने की प्रायिकता = $\frac{3}{8}$.

$\therefore$ दोनों पेन के सफेद होने की अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{2}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$.

141. (b) A थैले में से P(लाल गेंद) $= p_1 = \frac{3}{8}$

P(काली गेंद) $= p_2 = \frac{5}{8}$

B, में से P (लाल गेंद) $= p_3 = \frac{6}{10}$

P (काली गेंद) = $p_4 = \frac{4}{10}$

अभीष्ट प्रायिकता

$= P$ [(A में से लाल व B में से काली गेंद) या (B में से लाल व A में से काली गेंद)]

$= p_1 \times p_4 + p_2 \times p_3 = \frac{3}{8} \times \frac{4}{10} + \frac{5}{8} \times \frac{6}{10} = \frac{21}{40}$.

142. (a) यह स्पष्ट है।

143. (c) अभीष्ट प्रायिकता= $1 - P$ (कोई शीर्ष नहीं) $= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{15}{16}$.

144. (d) 5 घोड़ों में से केवल एक घोड़ा विजयी होगा। हारने वाले घोड़े को मि. A द्वारा चुने जाने की प्रायिकता $= \frac{4}{5} \times \frac{3}{4}$

$\therefore$ मि.A द्वारा विजयी होने वाले घोड़े को चुने जाने की प्रायिकता $= 1 - \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{5}$.

145. (c) यहाँ $P(X) = \frac{3}{5}$, $P(Y) = \frac{1}{2}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= P(X).P(\overline{Y}) + P(\overline{X})P(Y)$

$= \left(\frac{3}{5}\right)\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

146. (c) यहाँ $P(A) = \frac{3}{4}, P(B) = \frac{4}{5}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= P(A).P(\overline{B}) + P(\overline{A}).P(B) = \frac{7}{20}$.

147. (a) अनुकूल स्थितियों की कुल संख्या

$n(E) = \{(6,6,4),(6,4,6),(4,6,6),(5,5,6),(5,6,5)(6,5,5)\} = 6$

कुल स्थितियों की संख्या $= n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$.

148. (d) 1 से 90 तक की श्रेणी में 15 संख्यायें हमें 6 से विभाज्य मिलती हैं।

अतः 1 से 90 तक श्रेणी में 8 से विभाज्य संख्यायें 11 व 6 तथा 8 दोनों से विभाज्य संख्यायें 3 होंगी ।

अतः 6 से 8 से विभाज्य संख्या का चयन करने की प्रायिकता $P = \frac{15 + 11 - 3}{90}$ या $P = \frac{23}{90}$.

149. (a) किसी भी विद्यार्थी द्वारा समस्या को हल न किये जाने की प्रायिकता $= \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$ व समस्या हल हो जाने की प्रायिकता $= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

150. (d) किसी निश्चित मकान को चुनने की प्रायिकता $= \frac{1}{3}$

प्रायिकता (सभी लोग समान मकान के लिये निवेदन करते हैं)

$= \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right) 3 = \frac{1}{9}$.

151. (b) अभीष्ट प्रायिकता

$$= \left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right) + \left(\frac{5}{6}\right)^3\left(\frac{1}{6}\right) + \left(\frac{5}{6}\right)^5\left(\frac{1}{6}\right) + \dots$$

$$= \frac{\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6}}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2} = \frac{5}{36 - 25} = \frac{5}{11}.$$

152. (d) P (न A और न ही B) $= P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A}).P(\overline{B})$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$\therefore$ $P(\overline{A}).P(\overline{B}) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

153. (a) ऊपरी भाग में धारा तभी प्रवाहित होगी जब कि स्विच a तथा b दोनों बंद हों।

$\therefore$ उनकी प्रायिकता $=$ p.p. $= p^2$

निचले भाग में धारा तभी प्रवाहित होगी जब कि स्विच c बंद हो व इसकी प्रायिकता p है। अतः धारा A से B में तभी प्रवाहित होगी जब कि ऊपरी सिरे में या निचले सिरे में धारा प्रवाहित हो

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= p^2 + p$.

क्रमचय व संचय का प्रायिकता में उपयोग

1. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^{13}C_2}{^{52}C_2} = \frac{13.12}{52.51} = \frac{1}{17}$.

2. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^{26}C_3 \cdot {}^{26}C_3}{^{52}C_6}$.

3. (c) अभीष्ट प्रायिकता

$= \frac{^{39}C_1}{^{52}C_1} \times \frac{^{39}C_1}{^{52}C_1} \times \frac{^{13}C_1}{^{52}C_1} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$.

4. (b) 20 क्रमागत पूर्णांकों में से 2 पूर्णांक चुनने के तरीके $^{20}C_2$. चुने गये पूर्णांकों का योग विषम होगा, यदि एक पूर्णांक सम तथा एक विषम हो।

$\therefore$ अनुकूल स्थितियाँ $= {}^{10}C_1 \times {}^{10}C_1$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^{10}C_1 \times {}^{10}C_1}{^{20}C_2} = \frac{10}{19}$.

5. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^3C_3 + {}^7C_3 + {}^4C_3}{^{14}C_3}$

$= \frac{1 + 35 + 4}{14.13.2} = \frac{40}{14.26} = \frac{10}{91}$.

6. (a) कुल प्रकार $= {}^9C_4$, 2 बच्चे $^4C_2$ प्रकार से चुने जा सकते हैं एवं दो व्यक्ति $^5C_2$ प्रकार से चुने जा सकते हैं।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^4C_2 \times {}^5C_2}{^9C_4} = \frac{10}{21}$.

7. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - P$ (दोनों विषम संख्यायें हैं)

$= 1 - \frac{^{13}C_2}{^{25}C_2} = 1 - \frac{13.12}{25.24} = \frac{37}{50}$.

8. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^{12}C_2}{^{30}C_2} = \frac{12 \times 11}{30 \times 29} = \frac{22}{145}$.

9. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^7C_2}{^{11}C_2} = \frac{7 \,.\, 6}{11 \,.\, 10} = \frac{21}{55}$.

10. (a) 7, 11 को हमेशा इस तीन के समूह में रहना है। अतः तीसरा टिकट 18 प्रकार से चुना जा सकता है। अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{18}{^{20}C_3} = \frac{18.3.2}{20.19.18} = \frac{3}{190}$.

11. (a) मोहन एक, दो या तीन इनाम पा सकता है। उसके अनुत्तीर्ण होने का अर्थ उसे कोई इनाम नहीं मिला।

अतः कुल प्रकार $={}^{12}C_3 = 220$

अनुत्तीर्ण होने के अनुकूल प्रकार $={}^9C_3 = 84$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - \frac{84}{220} = \frac{34}{55}$.

12. (d) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^3C_1 + {}^7C_1}{{}^{10}C_1} = \frac{10}{10}$.

13. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= P(WR) + P(WB) = \frac{{}^4C_1({}^5C_1 + {}^6C_1)}{{}^{15}C_2}$

$= \frac{{}^4C_1.11}{{}^{15}C_2} = \frac{4.11.2}{15.14} = \frac{44}{105}$.

14. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^4C_2 \times {}^6C_1}{{}^{18}C_3} = \frac{3}{68}$.

15. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^7C_3}{{}^9C_5} + \frac{{}^7C_5}{{}^9C_5} = \frac{56}{126} = \frac{4}{9}$.

16. (b) कुल प्रकार $= \frac{8!}{2!.4!}$

$\bullet w \bullet x \bullet y \bullet z \bullet$

अब 'S' को बिन्दुवत स्थानों पर भरना है एवं w, x, y, z स्थानों पर दो A व एक I व एक N भरना है

अतः अनुकूल प्रकार $= 5\left(\frac{4!}{2!}\right)$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{5.4!2!4!}{2!8!} = \frac{1}{14}$.

17. (d) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^8C_4}{2^8}$.

18. (a) 50 टिकटों में 14 इनामी एवं 36 रिक्त हैं

दोनों टिकटों के रिक्त होने के प्रकार $={}^{36}C_2$

अतः ईनाम न जीतने की प्रायिकता $= \frac{{}^{36}C_2}{{}^{50}C_2} = \frac{18}{35}$.

अतः ईनाम जीतने की प्रायिकता $= 1 - \frac{18}{35} = \frac{17}{35}$.

19. (b) दोनों गेंदों के सफेद होने की प्रायिकता $= \frac{{}^7C_2}{{}^{15}C_2} = \frac{1}{5}$

दोनों गेंदों के काली होने की प्रायिकता $= \frac{{}^8C_2}{{}^{15}C_2} = \frac{4}{15}$

एक गेंद सफेद व काली होने की प्रायिकता

$= \frac{{}^7C_1 \times {}^8C_1}{{}^{15}C_2} = \frac{8}{15}$.

20. (b) कुल प्रकार

$={}^4C_1 \times {}^6C_4 + {}^4C_2 \times {}^6C_3 + {}^4C_3 \times {}^6C_2 + {}^4C_4 \times {}^6C_1 + {}^6C_5$

$= 60 + 120 + 60 + 6 + 6 = 252$

कम से कम एक महिला होने के प्रकार

$={}^4C_1 \times {}^6C_4 + {}^4C_2 \times {}^6C_3 + {}^4C_3 \times {}^6C_2 + {}^4C_4 \times {}^6C_1 = 246$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{246}{252} = \frac{41}{42}$.

21. (c) 1, 2, 3, 4 से तीन अंकों की कुल संख्यायें बनाने के तरीके $= {}^4P_3 = 4! = 24$

यदि संख्यायें 3 से विभाजित होती हैं तो अंकों का योग 3, 6 या 9 होना चाहिये।

परन्तु योग 3 असम्भव है। अतः योग 6 होने के लिए अंक 1, 2, 3 हैं।

कुल प्रकार $= 3!$

इसी प्रकार योग 9 के लिए अंक 2, 3, 4 हैं।

अतः कुल प्रकार $= 3!$

अतः अनुकूल प्रकार $= 3! + 3!$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3!+3!}{4!} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$.

22. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^4C_1 \times {}^4C_1 \times {}^4C_1}{{}^{52}C_3}$

23. (c) कुल प्रकार $= \frac{10!}{2!}$

'I' के एक साथ आने के अनुकूल प्रकार $= 9!$

अतः 'I' एक साथ आने की प्रायिकता

$= \frac{9! \times 2!}{10!} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

24. (a) माना E_i घटना iवें वस्तु के i वे स्थान ग्रहण करने को प्रदर्शित करती है अतः $P(E_i) = \frac{(n-1)!}{n!} = \frac{1}{n}, \forall\ i$

व $P(E_i \cap E_j \cap E_k) = \frac{(n-3)!}{n!}$ $i < j < k$ के लिये

चूँकि 3 स्थानों को n स्थानों में से ${}^nC_3$ प्रकार से चुना जा सकता है। अतः अभीष्ट प्रायिकता $= {}^nC_3 . \frac{(n-3)!}{n!} = \frac{1}{6}$.

25. (c) $n =$ कुल पारिस्थितियाँ $= 6^5$

5 बार फेंकने में योग 12 निम्न प्रकार से प्राप्त हो सकता है

(i) एक खाली एवं चार $'3' = {}^5C_1 = 5$

या (ii) तीन 2 व दो $'3' = {}^5C_2 = 10$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{15}{6^5} = \frac{5}{2592}$.

26. (c) $p_1 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

p_2, ज्ञात करने के लिए, कुल प्रकार $= 6^4$ एवं चूँकि 6 में 2 संख्यायें ${}^6C_2$ प्रकार से चुनी जा सकती हैं और इन सभी प्रकारों के सापेक्ष 8 प्रकार अर्थात् (1, 1, 1, 2) (1, 1, 2, 1)..... हैं।

अतः अनुकूल परिस्थितियाँ $= 15 \times 8 = 120$

इसलिए $p_2 = \frac{120}{6^4} = \frac{5}{54}$, स्पष्टतः $p_1 > p_2$.

27. (a) कुल प्रकार $= n!$, अनुकूल प्रकार $= 2(n-1)!$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2(n-1)!}{n!} = \frac{2}{n}$.

28. (a) 8 अभाज्य संख्यायें 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 है।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^8C_2}{{}^{20}C_2} = \frac{8.7}{20.19} = \frac{14}{95}$.

29. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^9C_2}{{}^{15}C_2} = \frac{9 \times 8}{15 \times 14} = \frac{12}{35}$.

30. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^5C_1}{^8C_1} = \frac{5}{8}$.

31. (c) त्रिभुजों की कुल संख्या $= {^6C_3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3} = 20$

समबाहु त्रिभुजों की संख्या = 2

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

32. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^3C_1 \times {^3C_1}}{^6C_2} = \frac{3 \times 3}{15} = \frac{3}{5}$.

33. (a) 25 स्थानों में गणित की 5 भागों (Volumes) के लिए स्थानों की संख्या $= {^{25}C_5}$

इन स्थानों पर हमें इन पाँच किताबों को v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 क्रम में रखना है। अतः शेष 20 किताबें $20\,!$ प्रकार से रखी जा सकती है।

अनुकूल प्रकार $= {^{25}C_5}.20\,! = \frac{25\,!.20\,!}{5\,!\,20\,!} = \frac{25\,!}{5\,!}$

एवं कुल प्रकार $= 25\,!$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{25\,!}{5\,!\,25\,!} = \frac{1}{5\,!}$.

34. (c) अभीष्ट प्रायिकता

$$= \frac{^5C_3 \times {^{10}C_8}}{^{15}C_{11}} + \frac{^5C_4 \times {^{10}C_7}}{^{15}C_{11}} + \frac{^5C_5 \times {^{10}C_6}}{^{15}C_{11}} = \frac{12}{13}.$$

35. (b) $P_1 = \frac{^{15}C_2 \times {^{27}C_2}}{^{42}C_4} = \frac{27}{82}$

$P_2 = \frac{^{30}C_4 \times {^{54}C_4}}{^{84}C_8} = \frac{17.29.45.53}{11.79.82.83}$ (सरल करने के बाद)

अतः $P_1 > P_2$.

36. (b) m रूपये के सिक्के एवं n दस पैसे के सिक्कों को एक रेखा में $\frac{(m+n)\,!}{m\,!\,n\,!}$ प्रकार से रखा जा सकता है।

यदि सिरों पर 10 पैसे के सिक्के हैं, तो $n-2$ दस पैसे के सिक्के m रूपये के सिक्कों को $\frac{(m+n-2)\,!}{m\,!(n-2)\,!}$ प्रकार से रखा जा सकता है

अतः अभीष्ट प्रायिकता

$$= \frac{\frac{(m+n-2)\,!}{m\,!(n-2)\,!}}{\frac{(m+n)\,!}{m\,!\,n\,!}} = \frac{n(n-1)}{(m+n)(m+n-1)}.$$

37. (c) किसी समुच्चय A के A में कुल प्रतिचित्रण n^n एवं एकैकी आच्छादक $n\,!$ होते हैं

{चूँकि A परिमित समुच्चय है, अतः A से A में प्रत्येक एकैकी प्रतिचित्रण आच्छादक भी होगा}.

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{n\,!}{n^n} = \frac{(n-1)\,!}{n^{n-1}}$.

38. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^{12}C_1}{^{20}C_1} = \frac{3}{5}$.

39. (c) दो अच्छे आमों को चुनने के प्रकार $= {^6C_2} = 15$

चुने गये दो आमों में से कम से कम एक के अच्छे होने के तरीके $= {^6C_1} \times {^9C_1} = 54$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{15}{64} = \frac{5}{18}$.

40. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^5C_1 \times {^8C_1}}{^{13}C_2} + \frac{^5C_2}{^{13}C_2} = \frac{25}{39}$.

41. (d) 30 संख्याओं में से 2 संख्यायें चुनने के तरीके $= {^{30}C_2} = 435$.

चूँकि $a^2 - b^2$, 3 से तभी विभाज्य होगा जब a व b दोनों 3 से विभाज्य हों या a व b में कोई भी 3 से विभाज्य न हों। अतः अनुकूल प्रकार $= {^{10}C_2} + {^{20}C_2} = 235$.

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{235}{435} = \frac{47}{87}$.

42. (d) माना प्रत्येक मित्र के x लड़कियाँ हैं। अतः सारे टिकट A की लड़कियों के पास जाने की प्रायिकता $\frac{^xC_3}{^{2x}C_3}$ है,

$\therefore \frac{^xC_3}{^{2x}C_3} = \frac{1}{20} \Rightarrow x = 3$.

43. (b) कुल अंक $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ हैं। अतः अन्तिम दो संख्यायें $^{10}P_2 = 90$ प्रकार से डायल की जा सकती हैं।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{90}$.

44. (c) 3 गेंदों के निकलने के कुल प्रकार $= {^9C_3} = 84$.

चूँकि निकाली गयी गेंदें सफेद नहीं हो सकती। अतः अनुकूल प्रकार $= {^3C_3} + {^4C_3}$.

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{5}{84}$.

45. (b) 6 लड़कियों एवं 6 लड़कों को एक रेखा में $12\,!$ प्रकार से व्यवस्थित किया जा सकता है

यदि सभी 6 लड़कियाँ एक साथ हैं तो कुल प्रकार $= 7\,! \times 6\,!$.

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{7\,!.6\,!}{12\,!}$

$$= \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8} = \frac{1}{132}.$$

46. (b) 11 व्यक्तियों में से 6 व्यक्तियों को चुनने के तरीके $= {^{11}C_6}$

दो महिलाओं को चुनने के तरीके $= {^4C_2}$

चार आदमियों को चुनने के तरीके $= {^7C_4}$

$\therefore$ समिति में दो महिलाओं के होने की प्रायिकता

$= \frac{^4C_2.{^7C_4}}{^{11}C_6} = \frac{5}{11}$.

47. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^3C_1}{^7C_1} \times \frac{^2C_1}{^6C_1} = \frac{1}{7}$.

48. (d) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^5C_3}{^{16}C_3} = \frac{5 \times 4 \times 3}{16 \times 15 \times 14} = \frac{1}{56}$.

49. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^{20}C_1 \times ^{20}C_1}{^{40}C_2} = \frac{20 \times 20 \times 2}{40 \times 39} = \frac{20}{39}$.

50. (d) 26 लाल पत्ते में से 3 पत्ते खीचने की प्रायिकता

$= \frac{^{26}C_3}{^{52}C_3} = \frac{26\,!}{3\,!\,23\,!} \times \frac{3\,!\,49\,!}{52\,!} = \frac{2}{17}$.

51. (d) अभीष्ट प्रायिकता

$= \frac{^2C_1 \times ^3C_1 \times ^4C_1}{^9C_3} = \frac{2 \times 3 \times 4}{\left(\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2}\right)} = \frac{2}{7}$.

52. (a) 100 में से किन्हीं दो संख्याओं का गुणा करने की कुल संभव स्थितियां $= ^{100}C_2$, प्रथम 100 संख्याओं में से संख्याऐं 3, 6, 9, 12,........, 99, जो कि कुल 33 संख्याऐं है। इन संख्याओं को शेष बची 67 संख्याओं अथवा 33 में से किन्ही भी दो संख्याओं का गुणा करने पर प्राप्त परिणाम 3 से भाज्य हैं अतः दी गई स्थितियों से किन्हीं दो संख्याओं का गुणा 3 से भाज्य होने के कुल तरीके $= ^{33}C_1 \times ^{67}C_1 + ^{33}C_2$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^{33}C_1 \times ^{67}C_1 + ^{33}C_2}{^{100}C_2} = \frac{2739}{4950} = 0.55$.

53. (a) अंक 1, 2, 3, 4, 5, 6 और 8 से 5 अंकों की बनने वाली संख्याओं की संख्या $= ^7P_5$

सिरों के अंक सम रखकर संख्या बनाने की स्थितियाँ $= 4 \times 3 \times ^5P_3$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4 \times 3 \times ^5P_3}{^7P_5} = \frac{2}{7}$.

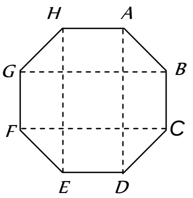
54. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^3C_1 . ^4C_1 . ^5C_1}{^{12}C_3} = \frac{3}{11}$.

55. (d) यहाँ कुल दो आयत *ADEH, GFCB* बनते है।

$\therefore$ अनुकूल प्रकार $= 2$

तथा कुल प्रकार $= ^8C_4$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2}{^8C_4} = \frac{1}{35}$.



56. (d) कुल मौजे $= 5 + 4 = 9$

9 में से 2 मौजे निकालने के कुल तरीके $= ^9C_2$

दोनों मौजे भूरे निकालने के कुल तरीके $= ^5C_2$

दोनों मौजे सफेद निकालने के कुल तरीके $= ^4C_2$

$\therefore P$ (दोनों भूरे या सफेद) $= \frac{^5C_2 + ^4C_2}{^9C_2} = \frac{16}{36} = \frac{48}{108}$.

57. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^{37}C_2}{^{38}C_3} = \frac{\binom{37}{2}}{\binom{38}{3}}$.

58. (b) चार लड़के 4! तरीके से व्यवस्थित हो सकते हैं तथा तीन लड़कियाँ 3! तरीके से व्यवस्थित हो सकती हैं

$\therefore$ अनुकूल स्थितियाँ $= 4! \times 3!$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4! \times 3!}{7!} = \frac{6}{7 \times 6 \times 5} = \frac{1}{35}$.

59. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^{88}C_3}{^{90}C_5} = \frac{2}{801}$.

60. (a) कुल प्रकार $= ^{15}C_{11}$

अनुकूल स्थितियाँ $= ^8C_6 \times ^7C_5$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^8C_6 \times ^7C_5}{^{15}C_{11}}$.

61. (d) P(काला या लाल) $= \frac{^5C_1 + ^3C_1}{^{12}C_1} = \frac{2}{3}$.

62. (c) 30 पूर्णांकों में से 15 पूर्णांक चुनने के कुल तरीके $= ^{30}C_2$ चुनी हुई संख्याओं का योग विषम है, यदि एक सम तथा दूसरी विषम हो

$\therefore$ अनुकूल प्रकारों की संख्या $= ^{15}C_1 . ^{15}C_1$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^{15}C_1 . ^{15}C_1}{^{30}C_2} = \frac{15}{29}$.

63. (c) 20 पूर्णांकों में से 3 पूर्णांकों को चुनने के कुल तरीके $= ^{20}C_3$ उनका गुणनफल सम होगा, यदि उनमें से कम से कम एक सम हो।

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता = 1 – एक भी अंक सम न होने की प्रायिकता

$= 1 - \frac{^{10}C_3}{^{20}C_3} = 1 - \frac{2}{19} = \frac{17}{19}$.

64. (d) कुल प्रकार $= 2!\ ^6C_2 = 30$

अनुकूल प्रकार $= 30 - 6 = 24$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$.

65. (b) 3 गेंदों को $^{18}C_3$ प्रकार से निकाला जा सकता है।

अनुकूल प्रकार $= ^6C_3$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^6C_3}{^{18}C_3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{18 \times 17 \times 16} = \frac{5}{204}$.

66. (d) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4.5.6}{^{15}C_3} = \frac{24}{91}$.

67. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{(10.15)}{^{25}C_2} = \left(\frac{2.10.15}{25.24}\right) = \frac{1}{2}$.

68. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^4C_3}{^{52}C_3} = \frac{1}{5525}$.

69. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - P$ (कोई इक्का नहीं)

$= 1 - \frac{^{12}C_2}{^{16}C_2} = 1 - \frac{12\ .\ 11}{16\ .\ 15} = \frac{9}{20}$.

70. (a) कुल परिस्थितियाँ $= 2^{100}$

अनुकूल परिस्थितियाँ

$= ^{100}C_1 + ^{100}C_3 + ... + ^{100}C_{99} = 2^{100-1} = 2^{99}$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2^{99}}{2^{100}} = \frac{1}{2}$.

71. (a) भिन्न रंग निम्न प्रकार से प्राप्त किये जा सकते है :

(i) लाल, सफेद $P(A) = \frac{3 \times 4}{^{12}C_2}$

(ii) लाल, नीला $P(B)=\frac{3\times 5}{^{12}C_2}$

(iii) नीला, सफेद $P(C)=\frac{4\times 5}{^{12}C_2}$

चूँकि सभी स्थितियाँ अपवर्जी हैं। अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{(12+15+20)}{^{12}C_2}=\frac{(47\times 2)}{(12\times 11)}=\frac{47}{66}$.

72. (a) कुल प्रकार $=10\,!$

दो लड़के एक साथ $2\times 9\,!$ प्रकार से बैठ सकते हैं।

अतः प्रायिकता $=\frac{2\times 9\,!}{10\,!}=\frac{1}{5}$

अतः उनके पास-पास न बैठने की प्रायिकता $=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

73. (a) 9 जुराबों में से 2, $^9C_2$ प्रकार से चुनी जा सकती हैं। अतः कुल प्रकार $=\,^9C_2$

जुराबें समान रंग के होने का अर्थ हुआ कि या तो दोनों जुराबें भूरी हों या दोनों नीली। अतः अनुकूल प्रकार $=\,^5C_2+\,^4C_2$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{^5C_2+\,^4C_2}{^9C_2}=\frac{4}{9}$.

74. (c) कुल प्रकार $=5\,!$

अनुकूल प्रकार $=2.4\,!$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{2.4\,!}{5\,!}=\frac{2}{5}$.

75. (c) अभीष्ट प्रायिकता

= या तो गेंदें लाल हों या काली

$=\frac{^8C_2}{^{15}C_2}+\frac{^7C_2}{^{15}C_2}=\frac{28+21}{105}=\frac{49}{105}=\frac{7}{15}$.

76. (b) कुल तरीकों की संख्या $=\,^{80}C_2$

व अनुकूल तरीके $=\,^{20}C_2$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $P=\frac{^{20}C_2}{^{80}C_2}=\frac{19}{316}$.

77. (d) अभीष्ट प्रायिकता

$=\frac{^5C_1\,^4C_1}{^{12}C_1\,^{12}C_1}+\frac{^7C_1\,^8C_1}{^{12}C_1\,^{12}C_1}=\frac{20+56}{144}=\frac{76}{144}$.

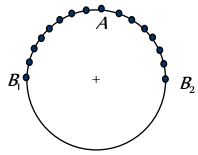
78. (b) चूँकि कुल प्रतिचित्रणों की संख्या n^m एवं एकैकी आच्छादक फलनों की संख्या $\frac{n\,!}{(n-m)!\,n^m}$ होती है।

79. (a) माना कि n व्यक्ति हैं। $(n-2)$ अचयनित व्यक्तियों की स्थितियों को 'X' द्वारा प्रदर्शित किया जाता है तथा 2 चयनित व्यक्तियों की स्थिति को '.' (जो कि संख्या में $n-1$ हैं) द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। अतः अनुकूल तरीके $^{n-1}C_2$ हैं तथा कुल तरीके $^nC_2$ हैं।

$\times\bullet\times\bullet\times\bullet\times\bullet\times\bullet\times$

$P=\frac{^{n-1}C_2}{^nC_2}=\frac{(n-1)!\,2!\,(n-2)!}{(n-3)!\,2!\,n!}=\frac{n-2}{n}=1-\frac{2}{n}$.

80. (d) माना A कोई भी सीट ग्रहण कर सकता है। B के लिए 14 सीट उपलब्ध हैं। अब यदि A व B के बीच 14 व्यक्तियों को बिठाया जाना हैं, तो B केवल 2 प्रकार से बैठ सकता है जैसा कि चित्र में दिखाया गया हैं।



अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{2}{14}=\frac{1}{7}$.

81. (b) माना n = कुल तरीकों की संख्या = 10!

m = कुल अनुकूल तरीकों की संख्या = 2 × 5! . 5!

चूँकि लड़के व लड़कियाँ एकान्तर क्रम में 5 ! . 5! प्रकार से बैठ सकते हैं यदि हम लड़के से शुरू करें। इसी प्रकार वे एकान्तर क्रम में 5! . 5! किंार से बैठ सकते हैं यदि हम लड़की से शुरू करें।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{m}{n}=\frac{2\times 5!.5!}{10!}$

$=\frac{2\times 5!}{10\times 9\times 8\times 7\times 6}=\frac{1}{126}$.

अनुकूल एवं प्रतिकूल संयोगानुपात प्रायिकता का योगशील प्रमेय

1. (c) अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{3}{5}$.

2. (d) अभीष्ट प्रायिकता $=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$.

3. (c) हुकुम या इक्का होने की प्रायिकता $=\frac{16}{52}=\frac{4}{13}$

अतः अनुकूल संयोगानुपात = 4 : 9

इसलिए प्रतिकूल संयोगानुपात = 9 : 4.

4. (c) अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{4}{4+5}=\frac{4}{9}$.

5. (b) अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{6}{6+5}=\frac{6}{11}$.

6. (b) तीनों घोड़ों द्वारा दौड़ जीतने की प्रायिकतायें $\frac{1}{3},\frac{1}{4}$ व $\frac{1}{5}$ हैं।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{47}{60}$.

7. (b) माना A व B दो दी गयी घटनाएँ हैं।

A के प्रतिकूल संयोगानुपात $5:2$ हैं, अतः $P(A)=\frac{2}{7}$.

B के अनुकूल संयोगानुपात $6:5$ हैं। अतः $P(B)=\frac{6}{11}$.

अभीष्ट प्रायिकता $=1-P(\overline{A})P(\overline{B})$

$=1-\left(1-\frac{2}{7}\right)\left(1-\frac{6}{11}\right)=\frac{52}{77}$.

8. (c) तीनों छात्रों द्वारा समस्या के हल होने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{1}{3},\frac{2}{7}$ तथा $\frac{3}{8}$ हैं

$P(A)=\frac{1}{3};\ P(B)=\frac{2}{7};\ P(C)=\frac{3}{8}$

अतः केवल एक छात्र द्वारा प्रश्न हल करने की प्रायिकता

$= P(A\overline{B}\,\overline{C}$ या $\overline{A}\,B\overline{C}$ या $\overline{A}\,\overline{B}\,C)$

$= P(A)\,P(\overline{B})\,P(\overline{C}) + P(\overline{A})\,P(B)P(\overline{C}) + P(\overline{A})P(\overline{B})P(C)$

$= \frac{1}{3}.\frac{5}{7}.\frac{5}{8} + \frac{2}{3}.\frac{2}{7}.\frac{5}{8} + \frac{2}{3}.\frac{5}{7}.\frac{3}{8} = \frac{25+20+30}{168} = \frac{25}{56}$.

9. (a) दिया गया है कि जहाज A, B, C के सुरक्षित पहुँचने का अनुपात क्रमशः 2 : 5, 3 : 7 व 6 : 11 हैं

$\therefore$ जहाज A के सुरक्षित पहुँचने की प्रायिकता $= \frac{2}{2+5} = \frac{2}{7}$

इसी तरह B के लिये $= \frac{3}{3+7} = \frac{3}{10}$

और C के लिये $= \frac{6}{6+11} = \frac{6}{17}$

$\therefore$ सभी जहाजों के सुरक्षित पहुँचने की प्रायिकता

$= \frac{2}{7} \times \frac{3}{10} \times \frac{6}{17} = \frac{18}{595}$.

10. (a) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{(21)!\,2!}{(22)!} = \frac{1}{11} = \frac{1}{1+10}$.

अतः प्रतिकूल संयोगानुपात = 10 : 1.

11. (a) हम जानते हैं कि $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{2} + P(B) - \frac{1}{3} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

इस प्रकार $P(A).P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} = P(AB)$

अतः घटनायें A व B स्वतंत्र हैं

12. (b) चूँकि यहाँ $P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C)$

$= \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{13}{12}$, जो 1 से बड़ी है।

अतः कथन असत्य है।

13. (c) चूँकि $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$\Rightarrow 0.7 = 0.4 + P(B) - 0.2 \Rightarrow P(B) = 0.5$.

14. (d) $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{2}$.

15. (d) अभीष्ट प्रायिकता = P (लाल + बेगम) – P (लाल $\cap$ बेगम)

= P (लाल) + P (बेगम) – $2P$(लाल $\cap$ बेगम)

$= \frac{26}{52} + \frac{4}{52} - \frac{2}{52} = \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$.

16. (b) यहाँ $P(X) = 0.3;\ P(Y) = 0.2$

अब $P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$

$\because$ यह स्वतंत्र घटनायें हैं अतः

$P(X \cap Y) = P(X).P(Y)$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= 0.3 + 0.2 - 0.06 = 0.44$.

17. (b) $0.7 = 0.4 + x - 0.4x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$.

18. (a) चूँकि $P(A \cap \overline{B}) + P(A \cap B) = P(A)$

$\Rightarrow P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.25 - 0.15 = 0.1$

19. (a) चूँकि घटनाएँ परस्पर अपवर्जी हैं अतः

$P(AB) = 0$ अर्थात् $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\Rightarrow 0.7 = 0.4 + x \Rightarrow x = \frac{3}{10}$.

20. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= A$ घटित होती हैं एवं B घटित नहीं होती है या B घटित होती हैं एवं A घटित नहीं होती है।

$= P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B)$

$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$.

21. (d) कुल प्रकार $= (HH, HT, TH, TT)$

P (पहले उछाल पर शीर्ष) $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = P(A)$

P (दूसरे उछाल पर शीर्ष) $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = P(B)$

P (दोनों उछाल पर शीर्ष) $= \frac{1}{4} = P(A \cap B)$

अतः अभीष्ट प्रायिकता

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

22. (c) $P(A) + P(B)$ (आधारभूत परिकल्पना).

23. (c) दिया हैं, $P(A \cup B) = 0.6$ व $P(A \cap B) = 0.2$.

हम जानते हैं कि A व B कोई दो घटनाएँ हैं

तो $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0.6 = 1 - P(\overline{A}) + 1 - P(\overline{B}) - 0.2$

$\Rightarrow P(\overline{A}) + P(\overline{B}) = 2 - 0.8 = 1.2$.

24. (a) माना $P(A) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5},\ P(B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

चूँकि घटनाएँ स्वतंत्र हैं। अतः

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$

$= \frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{5} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{10} - \frac{1}{50} = \frac{14}{50} = \frac{14}{50} \times 100 = 28\%$.

25. (a) $P(A \cap B) = \frac{2}{8} + \frac{5}{8} - \frac{6}{8} = \frac{1}{8}$.

26. (d) P(न तो A व न B) $= P(\overline{A} \cap \overline{B})$

$= P(\overline{A}).P(\overline{B}) = 0.6 \times 0.5 = 0.30$.

27. (a) यह स्पष्ट है।

28. (b) माना A, 4 का गुणक आने की व B, 6 का गुणक आने की घटना है।

अतः $P(A) = \frac{25}{100},\ P(B) = \frac{16}{100}$ व $P(A \cap B) = \frac{8}{100}$

अभीष्ट प्रायिकता

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{25}{100} + \frac{16}{100} - \frac{8}{100} = \frac{33}{100}$.

29. (b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$.

{चूँकि घटनायें परस्पर अपवर्जी हैं, अतः $P(A \cap B) = 0$}

30. (c) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cup B) - P(B)$

$= \frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

31. (a) चूँकि $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B) = P(A) + \frac{P(A)}{2}$

$\Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{3P(A)}{2} \Rightarrow P(A) = \frac{7}{12}$.

32. (b) अभीष्ट प्रायिकता P[(A मर जाए व B जिन्दा रहे) या (B मर जाए व A जिन्दा रहे)]

$= P[(A \cap B') \cup (B \cap A')]$

चूँकि घटनाएँ स्वतंत्र हैं

$\therefore$ अतः अभीष्ट प्रायिकता $= P(A).P(B') + P(B).P(A')$

$= p.(1-q) + q(1-p) = p + q - 2pq.$

33. (a) $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{6}$

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{3} = 1 - P(A \cup B)$

$\Rightarrow \frac{1}{3} = 1 - [P(A) + P(B)] + \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) + P(B) = \frac{5}{6}.$

अतः $P(A)$ व $P(B)$ क्रमशः $\frac{1}{2}$ व $\frac{1}{3}$ हैं।

34. (a) चूँकि घटनाएँ स्वतंत्र हैं, अतः

$P(A \cap B') = P(A) \times P(B') = \frac{3}{25}$

$\Rightarrow P(A) \times \{1 - 2P(B)\} = \frac{3}{25}$ .....(i)

इसी प्रकार $P(B) \times \{1 - P(A)\} = \frac{8}{25}$ .....(ii)

(i) व (ii) को सरल करने पर $P(A) = \frac{1}{5}$ व $\frac{3}{5}$.

35. (b) $0.8 = 0.3 + x - 0.3x \Rightarrow x = 5/7.$

36. (d) यह स्पष्ट है।

37. (c) $P(A) = P(B)$

अतः $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

या $P(A) = 2P(A) - P(A) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A \cap B).$

38. (a) $P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - [0.25 + 0.5 - 0.14] = 0.39.$

39. (a) $P(2 \cup 3) = P(2) + P(3) - P(2 \cap 3)$

$= \frac{6}{12} + \frac{4}{12} - \frac{2}{12} = \frac{2}{3}.$

40. (c) $P(A) = P(B) = 2P(C),$

$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \Rightarrow P(C) = \frac{1}{5}$ व $P(A) = P(B) = \frac{2}{5}$

अतः $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}.$

41. (b) $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{7}{12}\right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$

42. (d) $P(A) = \frac{1}{5},\ P(B) = \frac{2}{5}$ व $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$

तो $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - \left[\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{1}{20}\right] = \frac{9}{20}$ अर्थात् 45%.

43. (c) $1 - P(A' \cap B') = 0.6,\ P(A \cap B) = 0.3,$ तो

$P(A' \cup B') = P(A') + P(B') - P(A' \cap B')$

$\Rightarrow 1 - P(A \cap B) = P(A') + P(B') - 0.4$

$\Rightarrow P(A') + P(B') = 0.7 + 0.4 = 1.1.$

44. (a) माना पति के 20 साल तक जिन्दा रहने की घटना A व पत्नी के 20 साल तक जिन्दा रहने की घटना B है। स्पष्टतः A व B स्वतंत्र घटनाएँ हैं।

$\therefore P(A \cap B) = P(A).P(B)$

दिया है, $P(A) = \frac{3}{5},\ P(B) = \frac{2}{3}$

कम से कम एक के 20 साल तक जिन्दा रहने की प्रायिकता

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A)P(B) = \frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \frac{3}{5}.\frac{2}{3} = \frac{9 + 10 - 6}{15} = \frac{13}{15}$

वैकल्पिक: अभीष्ट प्रायिकता = $1 - P(A$ व B दोनों मर जाएँ)

$= 1 - \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}.$

45. (d) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.45 + 0.35 = 0.8.$

46. (c) यह आधारभूत संकल्पना है।

47. (c) किन्हीं भी दो घटनाओं A व B, के लिए

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\therefore P(A \cup B) \le P(A) + P(B).$

गणितीय आगमन के सिद्दान्त से $P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \le \sum_{i=1}^{n} P(A_i).$ को आसानी से सिद्ध किया जा सकता है।

48. (a) माना $A =$ विद्यार्थी गणित में पास है तथा $B =$ विद्यार्थी सांख्यिकी में पास हैं, तो $P(A) = \frac{70}{125},\ P(B) = \frac{55}{125},$

$P(A \cap B) = \frac{30}{125}.$

अभीष्ट प्रायिकता

$P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$

$= \frac{70}{125} + \frac{55}{125} - \frac{60}{125} = \frac{65}{125} = \frac{13}{25}.$

49. (c) $P[A \cap (B \cup C)] = P[(A \cap B) \cup (A \cap C)]$

$= P(A \cap B) + P(A \cap C) - P[(A \cap B) \cap (A \cap C)]$

$= P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C).$

50. (c) P (उनमें से केवल एक ही घटित हो)

$= P(E_1\overline{E}_2\overline{E}_3 + \overline{E}_1E_2\overline{E}_3 + \overline{E}_1\overline{E}_2E_3)$

$\ne P(\overline{E}_1E_2E_3 + E_1\overline{E}_2E_3 + E_1E_2\overline{E}_3)$

$\therefore$ (a)असत्य है

P (उनमें से कोई न घटित हो)

$= P(\overline{E}_1 \cap \overline{E}_2 \cap \overline{E}_3) \ne P(\overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \overline{E}_3)$

$\therefore$ (b) असत्य है

P (उनमें से कम से कम एक घटित हो)

$= P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1 + E_2 + E_3)$

$\therefore$ (c) सत्य है

P (सभी तीनों घटित हों)

$= P(E_1 \cap E_2 \cap E_3) \ne P(E_1 + E_2 + E_3)$

$\therefore$ (d) असत्य है

51. (c) बेगम आने की प्रायिकता $P(A)=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$

पान का पत्ता आने की प्रायिकता $P(B)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$

बेगम तथा पान का पत्ता आने की प्रायिकता $P(A\cap B)=\frac{1}{52}$

$\therefore$ P (बेगम या पान) $=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{1}{13}+\frac{1}{4}-\frac{1}{52}=\frac{4+13-1}{52}=\frac{16}{52}=\frac{4}{13}$.

52. (b) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=0.21+0.49-0.16\Rightarrow P(A\cup B)=0.54$

दोनों में से किसी के भी घटित न होने की प्रायिकता

$=1-P(A\cup B)=1-0.54=0.46$.

53. (c) $P(\overline{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)=y-z$.

54. (a) (i) यह प्रश्न एक छात्र द्वारा हल हो सकता है।

(ii) यह प्रश्न दो छात्रों द्वारा एक साथ हल हो सकता है।

(ii) यह प्रश्न तीन छात्रों द्वारा एक साथ हल हो सकता है।

$P(A)=\frac{1}{2},\ P(B)=\frac{1}{4},P(C)=\frac{1}{6}$

$P(A\cup B\cup C)=\ P(A)+P(B)+P(C)$

$-[P(A).P(B)+P(B).P(C)+P(C).P(A)]+[P(A).P(B).P(C)]$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\left[\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\right]+\left[\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}\right]=\frac{33}{48}$.

वैकल्पिक : $P(A\cup B\cup C)=1-P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C})$

$=1-\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)=1-\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}=\frac{33}{48}$.

55. (b) $P(A\cap B)=\frac{1}{6}$ व $P(A^c\cap B^c)=\frac{1}{3}$

चूँकि $P(A\cup B)^c=P(A^c\cap B^c)=\frac{1}{3}$

$\Rightarrow\ 1-P(A\cup B)=\frac{1}{3}\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{2}{3}$

लेकिन $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\Rightarrow P(A)+P(B)=\frac{5}{6}$ .....(i)

$\because$ A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं।

$\therefore\ P(A\cap B)=P(A)P(B)\ \Rightarrow\ P(A)P(B)=\frac{1}{6}$

$[P(A)-P(B)]^2=[P(A)+P(B)]^2-4P(A)P(B)$

$=\frac{25}{36}-\frac{4}{6}=\frac{1}{36}$

$\Rightarrow\ P(A)-P(B)=\pm\frac{1}{6}$ ......(ii)

(i) व (ii) को हल करने पर $P(A)=\frac{1}{2}$ या $\frac{1}{3}$.

56. (c) बादशाह आने की प्रायिकता $P(A)=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$

हुकुम का पत्ता आने की प्रायिकता $=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$

$\therefore P$ (बादशाह या हुकुम) = P(बादशाह) + P (हुकुम)

$-P$ (बादशाह और हुकुम)

$=\frac{1}{13}+\frac{1}{4}-\frac{1}{52}=\frac{4+13-1}{52}=\frac{16}{52}=\frac{4}{13}$.

57. (d) $P(A\cap\overline{B})=P(A)-P(A\cap B)=0.25-0.14=0.11$.

58. (d) यह आधारभूत संकल्पना है।

59. (b) $P(A^c)=1-P(A)\ \Rightarrow\ P(A)=\frac{1}{6}$

अब $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\Rightarrow\ \frac{5}{6}=\frac{1}{6}+\frac{2}{3}-P(A\cap B)\ \Rightarrow\ P(A\cap B)=0$

अतः घटनाएँ A तथा B परस्पर अपवर्जी है।

60. (c) $P(A\cup B)=\frac{3}{5}$ तथा $P(A\cap B)=\frac{1}{5}$

हम जानते हैं कि $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\frac{3}{5}=1-P(\overline{A})+1-P(\overline{B})-\frac{1}{5}$

$2-\frac{4}{5}=P(\overline{A})+P(\overline{B})\ \Rightarrow\ P(\overline{A})+P(\overline{B})=\frac{6}{5}$.

61. (b) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\le P(A)+P(B)$,

$(\because\ P(A\cap B)\ge 0)$.

62. (a) $P(A\cup B)=\frac{3}{4},\ \ P(A\cap B)=\frac{1}{4}$

$P(\overline{A})=\frac{2}{3}\Rightarrow\ P(A)=\frac{1}{3}$

$\therefore\ P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

$\frac{1}{4}=\frac{1}{3}+P(B)-\frac{3}{4}\ \Rightarrow\ P(B)=\frac{2}{3}$

$P(\overline{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{8-3}{12}=\frac{5}{12}$.

63. (b) $E=\{x$ एक अभाज्य संख्या है$\}$

$P(E)=P(2)+P(3)+P(5)+P(7)=0.62$,

$F=\{x<4\}$, $P(F)=P(1)+P(2)+P(3)=0.50$

व $P(E\cap F)=P(2)+P(3)=0.35$

$\therefore\ \ P(E\cup F)=P(E)+P(F)-P(E\cap F)$

$=0.62+0.50-0.35=0.77$.

64. (a) $P(A'\cap B')=1-P(A\cup B)\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{2}{3}$

अब $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\Rightarrow\ \frac{2}{3}=x+x-\frac{1}{3}\Rightarrow x=\frac{1}{2}$.

65. (d) $P(A'\cap B')=1-P(A\cup B)=1-0.8=0.2$

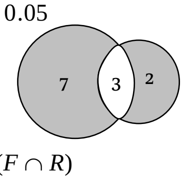
$P(A'\cup B')=1-P(A\cap B)=1-0.3=0.7$

$P(A'\cup B')=P(A')+P(B')-P(A'\cap B')$

$\Rightarrow\ \ 0.7=P(A')+P(B')-0.2\ \Rightarrow\ P(A')+P(B')=0.9$.

66. (c) यहाँ, $P(R)=\frac{10}{100}=0.1$, $P(F)=\frac{5}{100}=0.05$

$P(F\cap R)=\frac{3}{100}=0.03$



$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता = $P(R)+P(F)-2P(F\cap R)$

$=0.1+0.05-2(0.03)=0.09$.

67. (c) P(बेगम या पान) = $\frac{4}{52}+\frac{13}{52}-\frac{1}{52}=\frac{4}{13}$.

68. (a) $P(\overline{A \cup B}) = \frac{1}{6}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$,

$P(\overline{A}) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{4}$,

$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$

$\Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{4} - P(B) + \frac{1}{4}$

$\Rightarrow P(B) = \frac{1}{3}$.

चूँकि $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ व $P(A) \neq P(B)$

$\therefore$ A व B स्वतंत्र घटनायें हैं लेकिन समसम्भावी नहीं।

69. (d) A के दो उपसमुच्चयों को चयन करने के कुल तरीके $= (2^n)^2$

$A \cup B$ व $A \cap B$ को चयन करने के कुल तरीके 2^n

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{\text{अनुकूल तरीके}}{\text{कुल तरीके}} = \frac{2^n}{(2^n)^2} = \frac{1}{2^n}$.

70. (b) $P(A') = 0.3$, $\therefore$ $P(A) = 0.7$

$P(B') = 0.6$, $\therefore$ $P(B) = 0.4$ और $P(A \cap B') = 0.5$

$\therefore P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B')$

$= 0.7 + 0.6 - 0.5 = 0.8$.

प्रतिबंधित प्रायिकता, बे का प्रमेय

1. (b) चूँकि दिया है कि पहले पाँसे पर 5 आया है। अतः योग 11, होने के लिए दूसरे पाँसे पर 6 आना चाहिए। अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{6}$.

2. (c) $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2}$.

3. (c) $P\left(\frac{\overline{A}}{\overline{B}}\right) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{P(\overline{B})} = \frac{1 - P(A \cup B)}{P(\overline{B})}$.

4. (b) चूँकि पहले पर 4 आ चुका है, अतः दूसरे पर 4 या 5 या 6 चाहिए

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

5. (a) $P\left(\frac{\overline{B}}{\overline{A}}\right) = \frac{1 - P(A \cup B)}{P(\overline{A})} = \frac{1 - \frac{23}{60}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{37}{60} \times \frac{3}{2} = \frac{37}{40}$.

6. (a) $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{(3/8) + (5/8) - (3/4)}{(5/8)} = \frac{2}{5}$.

7. (a) $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

चूँकि A व B परस्पर अपवर्जी हैं

$\therefore P(A \cap B) = 0$. अतः $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{0}{P(B)} = 0$.

8. (b) चूँकि $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = B \cap A = A$

अतः $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$.

9. (c) $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A).P(B)}{P(B)} = P(A)$.

10. (d) $P(E \cap F) = P(E).P(F)$

अब, $P(E \cap F^c) = P(E) - P(E \cap F) = P(E)[1 - P(F)] = P(E).P(F^c)$

व $P(E^c \cap F^c) = 1 - P(E \cup F) = 1 - [P(E) + P(F) - P(E \cap F)$

$= [1 - P(E)][1 - P(F)] = P(E^c)P(F^c)$

साथ ही, $P(E/F) = P(E)$ व $P(E^c/F^c) = P(E^c)$

$\Rightarrow P(E/F) + P(E^c/F^c) = 1$.

11. (a) $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{(1/10)}{(1/4)} = \frac{2}{5}$.

12. (c) माना A वह घटना है जिसमें 4 ऊपर आया है एवं B वह घटना है जिसमें 5 ऊपर आया है, तब $P(A) = 0.25$, $P(B) = 0.05$. चूँकि A व B परस्पर अपवर्जी हैं, अतः $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.25 + 0.05 = 0.30$.

हमें $P\left(\frac{A}{A \cup B}\right)$, ज्ञात करना है अर्थात्

$P\frac{[A \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{0.25}{0.30} = \frac{5}{6}$.

13. (c) माना $P(A) =$ दो बच्चों में एक लड़का होने की प्रायिकता $= \frac{3}{4}$

क्योंकि कुल स्थितियाँ $BB, BG, GB, GG = 4$

अनुकूल परिस्थितियाँ $BB, BG, GB = 3$

दूसरे बच्चे के भी लड़का होने की प्रायिकता

$P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

अतः $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$.

14. (a) माना सभी तीनों सिक्कों पर पुच्छ आने की घटना E है एवं वह घटना जिसमें एक सिक्के पर पुच्छ आया है।

$\therefore F = \{HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$

व $E = \{TTT\}$.

अभीष्ट प्रायिकता $= P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)} = \frac{1}{7}$.

15. (d) $P(A/B) = P(A)$ (स्वतंत्र घटना है) $= \frac{1}{2}$.

$P\{A/(A \cup B)\} = \frac{P[A \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)}$

{चूँकि $A \cap (A \cup B) = A \cap [A + B - A \cap B]$

$= A + A \cap B - A \cap B = A\}$

$\Rightarrow P\left(\frac{A}{A \cup B}\right) = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{6}{10}} = \frac{5}{6}$

एवं इसी प्रकार $P\left(\frac{A \cap B}{A' \cup B'}\right)$.

16. (d) चूँकि $P(A)=P\left(\frac{A}{B}\right)$; अतः A, B स्वतंत्र हैं।

$P\left(\frac{A'}{B}\right)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ चूँकि A, B स्वतंत्र हैं।

$\Rightarrow A', B$ स्वतंत्र हैं।

$P\left(\frac{B'}{A'}\right)=P(B')=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.$

17. (c) माना सम पृष्ठ आने की घटना A है व 2 या 4 होने की घटना B है।

तो $P(A)=P(2)+P(4)+P(6)=0.24+0.18+0.14=0.56$

$P(B)=P(2)+P(4)=0.24+0.18=0.42$

अतः $P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{P(B)}{P(A)}=\frac{0.42}{0.56}=0.75$.

18. (c) $P[B/(A\cup B^c)]=\frac{P(B\cap(A\cup B^c))}{P(A\cup B^c)}$

$=\frac{P(A\cap B)}{P(A)+P(B^c)-P(A\cap B^c)}$

$=\frac{P(A)-P(A\cap B^c)}{P(A)+P(B^c)-P(A\cap B^c)}=\frac{0.7-0.5}{0.8}=\frac{1}{4}.$

19. (b) माना :

A_1 : शब्द LONDON के क्रमिक अक्षरों के युग्म का चयन

A_2 : शब्द CLIFTON के क्रमिक अक्षरों के युग्म का चयन

E : युग्म 'ON' का चयन

तो $P(A_1\cap E)=\frac{2}{5}$; चूँकि 5 क्रमिक अक्षरों के युग्म हैं जिनमें से दो ON हैं।

$P(A_2\cap E)=\frac{1}{6}$; चूँकि 6 क्रमिक अक्षरों के युग्म हैं जिनमें से एक ON है।

$\therefore$ अतः अभीष्ट प्रायिकता

$$P\left(\frac{A_1}{E}\right)=\frac{P(A_1\cap E)}{P(A_1\cap E)+P(A_2\cap E)}=\frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{5}+\frac{1}{6}}=\frac{12}{17}.$$

20. (c, d) चूँकि $P(A\cap B)=P(A)P(B)$

इसका अर्थ यह है कि A और B स्वतंत्र घटनायें हैं अतः A^c और B^c भी स्वतंत्र होंगी अतः

$\therefore P(A\cup B)^c=P(A^c\cap B^c)=P(A^c)P(B^c)$ (डिमॉर्गन नियम से)

साथ ही A , B से स्वतंत्र है,

$P(A/B)=P(A)$, $\{\because P(A\cap B)=P(B)P(A/B)\}$.

21. (a) अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{0.1}{0.1+0.32}=\frac{0.1}{0.42}=\frac{5}{21}.$

22. (b) $P(A)=\frac{40}{100}$, $P(B)=\frac{25}{100}$ व $P(A\cap B)=\frac{15}{100}$

अतः $P\left(\frac{B}{A}\right)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{15/100}{40/100}=\frac{3}{8}.$

23. (a) माना $A\rightarrow$ गेंद काली हो; $E_1\rightarrow$ पहला थैला चुना हो

$E_2\rightarrow$ दूसरा थैला चुना हो एवं $E_3\rightarrow$ तीसरा थैला चनु हो, तो

$P(E_1)=(E_2)=P(E_3)=\frac{1}{3}$, $P\left(\frac{A}{E_1}\right)=\frac{3}{5}.$

$P\left(\frac{A}{E_2}\right)=\frac{1}{5}$, $P\left(\frac{A}{E_3}\right)=\frac{7}{10}$

अभीष्ट प्रायिकता $=P\left(\frac{E_3}{A}\right)$

$$=\frac{P(E_3)P(A/E_3)}{P(E_1)P(A/E_1)+P(E_2)P(A/E_2)+P(E_3)P(A/E_3)}=\frac{7}{15}.$$

24. (b) हम निम्न घटनाएँ परिभाषित करेंगे :

A_1 : वह उत्तर जानता है

A_2 : वह उत्तर नहीं जानता है

E : उसका उत्तर सही निकले

तो $P(A_1)=\frac{9}{10}$, $P(A_2)=1-\frac{9}{10}=\frac{1}{10}$, $P\left(\frac{E}{A_1}\right)=1$,

$P\left(\frac{E}{A_2}\right)=\frac{1}{4}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता

$$=P\left(\frac{A_2}{E}\right)=\frac{P(A_2)P(E/A_2)}{P(A_1)P(E/A_1)+P(A_2)P(E/A_2)}=\frac{1}{37}.$$

25. (a) $S=\{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT$

$n(E)=4$, $n(F)=4$ व $n(E\cap F)=3$

$\therefore P\left(\frac{E}{F}\right)=\frac{P(E\cap F)}{P(F)}=\frac{3/8}{4/8}=\frac{3}{4}.$

26. (a) $P\left(\frac{A}{B}\right)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0.5}{0.6}=\frac{5}{6}.$

27. (a, d) $P(E/F)+P(\overline{E}/F)=\frac{P(E\cap F)+P(\overline{E}\cap F)}{P(F)}$

$=\frac{P\{(E\cap F)\cup(\overline{E}\cap F)\}}{P(F)}$

[$\because E\cap F$ और $\overline{E}\cap F$ असंयुक्त हैं]

$=\frac{P\{(E\cup\overline{E})\cap F\}}{P(F)}=\frac{P(F)}{P(F)}=1$

इसी प्रकार हम दिखा सकते हैं कि विकल्प (b) और (c) असत्य हैं जबकि (d) सत्य है

$$P\left(\frac{E}{\overline{F}}\right)+P\left(\frac{\overline{E}}{\overline{F}}\right)=\frac{P(E\cap\overline{F})}{P(\overline{F})}+\frac{P(\overline{E}\cap\overline{F})}{P(\overline{F})}=\frac{P(\overline{F})}{P(\overline{F})}=1$$

28. (d) $P\left(\frac{B}{A}\right)=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{1}{2}\Rightarrow P(B\cap A)=\frac{1}{8}$

$P\left(\frac{A}{B}\right)=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{1}{4}\Rightarrow P(B)=\frac{1}{2}$

$P(A\cap B)=\frac{1}{8}=P(A).P(B)$

$\therefore$ घटनायें A तथा B स्वतंत्र हैं।

अब, $P\left(\frac{A'}{B}\right)=\frac{P(A'\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A')P(B)}{P(B)}=\frac{3}{4}$

तथा $P\left(\frac{B'}{A'}\right)=\frac{P(B'\cap A')}{P(A')}=\frac{P(B')P(A')}{P(A')}=\frac{1}{2}$.

29. (c) $P(E_1)=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$, $P\left(\frac{E_2}{E_1}\right)=\frac{15}{51}=\frac{5}{17}$

$P(E_1\cap E_2)=P(E_1).P\left(\frac{E_2}{E_1}\right)=\frac{1}{13}.\frac{5}{17}=\frac{5}{221}$.

30. (a) हमें प्रतिबंधित प्रायिकता ज्ञात करनी हैं कि योगफल 15 हो व 4 प्रथम पांसे पर हो। माना पाँसों को तीन बार फेंकने पर योग 15 आने की घटना A हैं तथा 4 आने की घटना B है।

अतः हमें $P\left(\frac{A}{B}\right)$ ज्ञात करना है।

लेकिन $P\left(\frac{A}{B}\right)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}$

जहाँ $n(A\cap B)$ व $n(B)$ क्रमशः $A\cap B$ व B में अंकों की संख्या प्रदर्शित करते हैं।

$n(B)=36$, क्योंकि पहली उछाल पर 4 है। अतः शेष दो उछाल $6\times 6=36$ प्रकार पर बंद होगी। केवल तीन पांसों के पास दो उछाल होंगे जो कि 4 से शुरू व योग 15 देते हैं अर्थात् (4, 5, 6) व (4, 6, 5).

$\therefore n(A\cap B)=2$, $n(B)=36$; $\therefore P\left(\frac{A}{B}\right)=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$.

31. (b) घटना $(Y=0)$ निम्न परिस्थितियाँ हैं

$\{00, 01, 09, 10, 20, ... 90\}$

साथ ही $(X=9)\cap(Y=0)=\{09, 90\}$

अतः $P(Y=0)=\frac{19}{100}$ व $P(X=9)\cap(Y=0)=\frac{2}{100}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता

$=P\{(X=9)/(Y=0)\}=\frac{\{P(X=9)\cap(Y=0)\}}{P(Y=0)}=\frac{2}{19}$.

32. (a) माना E, छः आने की घटना को प्रदर्शित करती है एवं व्यक्ति कहता है कि यह छः है, को A से प्रदर्शित करते हैं।

$P(E)=\frac{1}{6}$, $P(E')=\frac{5}{6}$, $P(A/E)=\frac{3}{4}$ व $P(A/E')=\frac{1}{4}$

बे नियम से,

$$P(E/A)=\frac{P(E).P(A/E)}{P(E).P(A/E)+P(E').P(A/E')}$$

$$=\frac{\frac{1}{6}\times\frac{3}{4}}{\frac{1}{6}\times\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\times\frac{1}{4}}=\frac{3}{8}.$$

33. (d) माना E_1 वह घटना है कि थैले A में से गेंद निकाली जाए तथा E_2 वह घटना है कि यह थैले B में से निकाली गयी हो एवं E गेंद के लाल होने की घटना है।

हमें $P\left(\frac{E_2}{E}\right)$ प्राप्त करना है ।

चूँकि दोनों थैले समप्रायिक हैं, अतः $P(E_1)=P(E_2)=\frac{1}{2}$

तथा $P\left(\frac{E}{E_1}\right)=\frac{3}{5}$ व $P\left(\frac{E}{E_2}\right)=\frac{5}{9}$

अतः बे-प्रमेय से, $P\left(\frac{E_2}{E}\right)=\frac{P(E_2)P(E/E_2)}{P(E_1)P(E/E_1)+P(E_2)P(E/E_2)}$

$$=\frac{\frac{1}{2}.\frac{5}{9}}{\frac{1}{2}.\frac{3}{5}+\frac{1}{2}.\frac{5}{9}}=\frac{25}{52}.$$

34. (c) माना थैला X चुनने की घटना A है, एवं थैला Y चुनने की घटना B है तथा सफेद गेंद निकाले जाने की घटना E है। तब $P(A)=1/2, P(B)=1/2$, $P(E/A)=2/5$

$P(E/B)=4/6=2/3$.

$P(E)=P(A)P(E/A)+P(B)P(E/B)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{8}{15}$.

35. (c) यह वे की प्रमेय पर आधारित है

थैले A को चुनने की प्रायिकता $P(A)=\frac{1}{2}$

थैले B को चुनने की प्रायिकता $P(B)=\frac{1}{2}$

थैले A से हरी गेंद निकालने की प्रायिकता

$=P(A).P\left(\frac{G}{A}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}=\frac{2}{7}$

थैले B से हरी गेंद निकालने की प्रायिकता

$=P(B).P\left(\frac{G}{B}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{7}=\frac{3}{14}$

हरी गेंद की कुल प्रायिकता $=\frac{2}{7}+\frac{3}{14}=\frac{1}{2}$

हरी गेंद के थैले B से निकलने की प्रायिकता

$$P\left(\frac{G}{B}\right)=\frac{P(B)P\left(\frac{G}{B}\right)}{P(A)P\left(\frac{G}{A}\right)+P(B)P\left(\frac{G}{B}\right)}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{3}{7}}{\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{7}}=\frac{3}{7}.$$

द्विपद बंटन

1. (d) अभीष्ट प्रायिकता

$$={}^8C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6.\left(\frac{1}{2}\right)^2+{}^8C_7\left(\frac{1}{2}\right)^7.\left(\frac{1}{2}\right)+{}^8C_8\left(\frac{1}{2}\right)^8=\frac{37}{256}.$$

2. (d) माना P (ताजे अण्डे) $=\frac{90}{100}=\frac{9}{10}=p$

P(सड़े अण्डे) $=\frac{10}{100}=\frac{1}{10}=q$; $n=5$, $r=5$

अतः कोई भी अण्डा सड़ा न होने की प्रायिकता

$$={}^5C_5\left(\frac{9}{10}\right)^5.\left(\frac{1}{10}\right)^0=\left(\frac{9}{10}\right)^5.$$

3. (b) अभीष्ट प्रायिकता = ${}^5C_1\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{5}\right)^4$ {केवल एक तैराक है}

4. (b) यहाँ P (खराब नहीं) $=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}=p$

P (खराब) $=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}=q$ व $n=2,\ r=2$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $={}^nC_r p^r.q^{n-r}$

$={}^2C_2\left(\frac{4}{5}\right)^2.\left(\frac{1}{5}\right)^0=\frac{16}{25}.$

5. (b) 6 बार शीर्ष आने की प्रायिकता $={}^nC_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^{n-6}$

तथा 8 बार शीर्ष आने की प्रायिकता $={}^nC_8\left(\frac{1}{2}\right)^8\left(\frac{1}{2}\right)^{n-8}$

$\therefore\ {}^nC_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^{n-6}={}^nC_8\left(\frac{1}{2}\right)^8\left(\frac{1}{2}\right)^{n-8}$

${}^nC_6={}^nC_8\ \Rightarrow n=14$.

6. (d) अभीष्ट प्रायिकता

$={}^3C_1\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^2+{}^3C_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)+{}^3C_3\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^0=\frac{91}{216}.$

7. (a) अभीष्ट प्रायिकता $={}^7C_4\left(\frac{1}{6}\right)^4\left(\frac{5}{6}\right)^3.$

8. (a) एक बार फेंकने पर 6 आने की प्रायिकता $=\frac{1}{6}$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $={}^4C_4\left(\frac{1}{6}\right)^4.\left(\frac{5}{6}\right)^0=\frac{1}{1296}.$

9. (a) सफलता की प्रायिकता $(p)=\frac{3}{5}\Rightarrow q=1-p=\frac{2}{5}$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $={}^5C_2\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{144}{625}.$

10. (b) अभीष्ट प्रायिकता $={}^5C_3\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{125}{3888}.$

11. (d) $np=6$

$npq=2\Rightarrow q=\frac{1}{3},\ p=\frac{2}{3}$ व $n=9.$

अतः द्विपद बंटन $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)^9$ होगा।

12. (d) अभीष्ट प्रायिकता

$={}^{10}C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^6={}^{10}C_4\left(\frac{1}{2}\right)^{10}={}^{10}C_6\left(\frac{1}{2}\right)^{10}.$

13. (d) यहाँ माध्य $(X)=np=2$

व प्रसरण $(X)=npq=1\ \Rightarrow q=\frac{1}{2}$ या $p=\frac{1}{2}$ व $n=4$

इस प्रकार $p(X\ge 1)=1-p(X=0)=1-{}^4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{15}{16}.$

14. (d) माना सिक्का n बार उछाला जाता है तथा शीर्षों के आने की संख्या को X से प्रदर्शित करते हैं तो X, प्राचल n व $p=\frac{1}{2}$ के लिए द्विपद बंटन का पालन करेगा।

$P(X\ge 1)\ge 0.8\Rightarrow 1-P(X=0)\ge 0.8$

$\Rightarrow 1-{}^nC_0P^0(1-P)^n\ge 0.8$

$\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^n\le 0.2\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{5}\Rightarrow 2^n\ge 5$

यह प्रदर्शित करता है कि n का मान कम से कम 3 होगा

15. (b) माना X आवश्यक उछालों को प्रदर्शित करता है तो $P(X=r)=(1-p)^{r-1};\ p,\ r=1,2,3......$ के लिए

एवं E आवश्यक उछाल सम संख्या में हैं, को प्रदर्शित करती है तो

$P(E)=P[(X=2)\cup(X=4)\cup(X=6)\cup........]$

$P(E)=P(X=2)+P(X=4)+P(X=6)+......$

$P(E)=(1-p)p+(1-p)^3p+(1-p)^5p+.......=\frac{1-p}{2-p}$

लेकिन यह दिया गया है, $P(E)=\frac{2}{5}\Rightarrow p=\frac{1}{3}.$

16. (a) माना आवश्यक कम से कम बमों की संख्या n और पुल को भेदने वाले बमों की संख्या X है तो X, प्राचल n व $p=\frac{1}{2}$ के लिए द्विपद बंटन का पालन करेगा।

अब $P(X\ge 2)>0.9\Rightarrow 1-P(X<2)>0.9$

$\Rightarrow P(X=0)+P(X=1)<0.1$

$\Rightarrow{}^nC_0\left(\frac{1}{2}\right)^n+{}^nC_1\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\left(\frac{1}{2}\right)<0.1\Rightarrow 10(n+1)<2^n$

$\Rightarrow n\ge 8.$

17. (c) $9.{}^6C_4p^4q^2={}^6C_2p^2q^4$

$q=1-p,$ रखने पर अभीष्ट परिणाम प्राप्त होता है।

18. (d) दिया हैं, $n=3,\ p=\frac{1}{6},\ q=\frac{5}{6}$

माध्य $=np=3\times\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$

प्रसरण $=nqp=3\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{12}.$

19. (b) स्पष्टतः $p=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\Rightarrow q=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3},$ तथा $n=2.$

अतः प्रसरण $=npq=2\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}.$

20. (b) अभीष्ट प्रायिकता $=P$ (ठीक दो) + P (ठीक तीन)

$={}^3C_2.\left(\frac{2}{6}\right)^2\left(\frac{4}{6}\right)+{}^3C_3\left(\frac{2}{6}\right)^3=\frac{2}{9}+\frac{1}{27}=\frac{7}{27}.$

21. (c) अभीष्ट प्रायिकता $={}^4C_3.\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}.$

22. (c) अभीष्ट प्रायिकता

$={}^3C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1.\left(\frac{1}{2}\right)^2+{}^3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}.$

23. (a) अभीष्ट प्रायिकता

$= {}^8C_1\left(\frac{1}{20}\right)^1\left(\frac{19}{20}\right)^7 + {}^8C_0\left(\frac{1}{20}\right)^0\left(\frac{19}{20}\right)^8 = \frac{27}{20}\left(\frac{19}{20}\right)^7$

24. (d) $p = \frac{3}{4} \Rightarrow q = \frac{1}{4}$ व $n = 5$

अतः अभीष्ट प्रायिकता

$= {}^5C_3\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^2 + {}^5C_4\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right) + {}^5C_5\left(\frac{3}{4}\right)^5$

$= \frac{10.27}{4^5} + \frac{5.81}{4^5} + \frac{243}{4^5} = \frac{270+405+243}{1024} = \frac{459}{512}.$

25. (a) माना सिक्का n बार उछाला जाता है

P (7 शीर्ष) $= {}^nC_7\left(\frac{1}{2}\right)^7\left(\frac{1}{2}\right)^{n-7} = {}^nC_7\left(\frac{1}{2}\right)^n$

व P (9 शीर्ष) $= {}^nC_9\left(\frac{1}{2}\right)^9\left(\frac{1}{2}\right)^{n-9} = {}^nC_9\left(\frac{1}{2}\right)^n$

P (7 शीर्ष) $= P$ (9शीर्ष) $\Rightarrow {}^nC_7 = {}^nC_9 \Rightarrow n = 16$

$\therefore$ P (3 शीर्ष) $= {}^{16}C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^{16-3} = {}^{16}C_3\left(\frac{1}{2}\right)^{16} = \frac{35}{2^{12}}.$

26. (c) P (सही भविष्यवाणी) $= \frac{1}{3}$; P (गलत भविष्यवाणी) $= \frac{2}{3}$

ठीक 4 सही भविष्यवाणी की प्रायिकता

$= {}^7C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4.\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{280}{3^7}.$

27. (c) यह आधारभूत संकल्पना है।

28. (a) माध्य $= np$ तथा प्रसरण $= npq$

$n = 3,\ p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3},\ q = 1 - p = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$\therefore$ माध्य $(\mu) = 3 \times \frac{1}{3} = 1$

प्रसरण $(\sigma^2) = 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}.$

29. (d) $4P(X=4) = P(X=2) \Rightarrow 4.{}^6C_4p^4q^2 = {}^6C_2p^2q^4$

$\Rightarrow 4p^2 = q^2 \Rightarrow 4p^2 = (1-p)^2$

$\Rightarrow 3p^2 + 2p - 1 = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{3}.$

30. (a) $\sum_{k=0}^{4} P(X=k) = 1 \Rightarrow \sum_{k=0}^{4} Ck^2 = 1$

$\Rightarrow C(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{30}.$

31. (a) 4 टिकट चुनने के कुल तरीके $= 3^4 = 81$.

अनुकूल प्रकार $(x + x^2 + x^3)^4$ के प्रसार में $x^2, x^4, ...$ के गुणांकों का योग

$= x^4(1 + x + x^2)^4$ के प्रकार में $x^2, x^4, ...$ के गुणांकों का योग

माना $(1 + x + x^2)^4 = 1 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_8x^8$.

तो $3^4 = 1 + a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_8$, ($x = 1$ रखने पर)

व $1 = 1 - a_1 + a_2 - a_3 + ... + a_8$, ($x = -1$ रखने पर)

$\therefore 3^4 + 1 = 2(1 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8)$

$\Rightarrow a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 41$

अतः $x^2, x^4, ...$ के गुणांकों का योग = 41

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{41}{81}.$

32. (b) अभीष्ट प्रायिकता $= {}^{10}C_5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5.\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{63}{256}.$

33. (b) यहाँ $p = \frac{19}{20},\ q = \frac{1}{20},\ n = 5,\ r = 5$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= {}^5C_5\left(\frac{19}{20}\right)^5.\left(\frac{1}{20}\right)^0 = \left(\frac{19}{20}\right)^5.$

34. (a) द्विपद बंटन द्वारा, $P = {}^5C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow P = \frac{5}{16}.$

35. (a) बीमारी के घातक होने की प्रायिकता $= p = 10\%$

$p = \frac{10}{100} = \frac{1}{10},\ q = \frac{9}{10}$

रोगियों की संख्या = 6, मरने वाले रोगियों की संख्या = 3

$\therefore$ 3 रोगियों के मरने की प्रायिकता

$= {}^6C_3\left(\frac{1}{10}\right)^3\left(\frac{9}{10}\right)^3 = 1458 \times 10^{-5}.$

36. (c) प्रश्नानुसार, लड़का या लड़की होने की संभावना

$p = \frac{1}{2},\ q = \frac{1}{2}$

कुल बच्चे = 2, लड़कों की संख्या = 1

P (1 लड़का और 1लड़की) $= {}^2C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^{2-1} = \frac{1}{2}.$

37. (a) छात्र के तैराक न होने की प्रायिकता $p = \frac{1}{5}$

और छात्र के तैराक होने की प्रायिकता $q = \frac{4}{5}.$

$\therefore$ 5 छात्रों में से 4 के तैराक होने की प्रायिकता

$= {}^5C_4\left(\frac{4}{5}\right)^4\left(\frac{1}{5}\right)^{5-4} = {}^5C_4\left(\frac{4}{5}\right)^4\left(\frac{1}{5}\right).$

38. (c) असफलता की प्रायिकता = $\frac{1}{3}$

$\therefore$ सफलता प्राप्त करने की प्रायिकता $= \frac{2}{3}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता

$= {}^4C_4\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^0 + {}^4C_3\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^4 + 4\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{16}{27}.$

39. (a) $np = 6, npq = 4$

$\therefore \frac{npq}{np} = \frac{4}{6} \Rightarrow q = \frac{2}{3}$ तथा $p = \frac{1}{3}$

$\because np = 6 \Rightarrow n \times \frac{1}{3} = 6 \Rightarrow n = 18.$

40. (d) योग 12 होने की स्थितियाँ 2, 2, 2, 3, 3 हैं।

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $={}^5C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2=10.\frac{1}{2^5}=\frac{5}{16}$.

41. (c) सफेद गेंद निकालने की प्रायिकता $=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

काली गेंद निकालने की प्रायिकता $=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $={}^5C_5\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^0+{}^5C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)$

$=\left(\frac{1}{3}\right)^4\left[\frac{1}{3}+5.\frac{2}{3}\right]=\frac{11}{3^5}=\frac{11}{243}$.

42. (c) अभीष्ट प्रायिकता = 1 – समान संख्या में शीर्ष व पुच्छ आने की प्रायिकता

$=1-{}^{2n}C_n\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-n}=1-\frac{(2n)!}{n!n!}\left(\frac{1}{4}\right)^n=1-\frac{(2n)!}{(n!)^2}\cdot\frac{1}{4^n}$.

43. (b) द्विपद वितरण में, प्रसरण = npq तथा माध्य = np;

प्रसरण $=3=npq$, माध्य $=4=np$

इसलिए $q=\frac{3}{4}$, $p=\frac{1}{4}$ तथा $n=16$

सफलता की प्रायिकता $={}^{16}C_6\left(\frac{3}{4}\right)^{10}\left(\frac{1}{4}\right)^6$.

44. (d) विषम संख्या आने की प्रायिकता $p=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

विषम संख्या न आने की प्रायिकता $q=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

प्रसरण $=npq=5.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{5}{4}$.

45. (a) एक शीर्ष आने की प्रायिकता $=\frac{1}{2}$ अर्थात् $p=\frac{1}{2}$

$\therefore q=\frac{1}{2}$.

अभीष्ट प्रायिकता $={}^{10}C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{63}{256}$.

46. (c) सफलता की प्रायिकता $p=\frac{1}{4}$

असफलता की प्रायिकता $q=\frac{3}{4}$

माध्य $=np$

मानक विचलन $=\sqrt{\text{प्रसरण}}$

$\Rightarrow$ प्रसरण = 9

$\Rightarrow npq=9\Rightarrow n.\frac{1}{4}.\frac{3}{4}=9\Rightarrow n=48$

अतः माध्य $=np=\frac{1}{4}\times 48=12$.

47. (b) $p=P$(शीर्ष प्राप्त होने की प्रायिकता) $=\frac{1}{2},q=\frac{1}{2}$.

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता = P(6 सफलता की प्रायिकता)

$={}^{10}C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{10!}{6!4!}.\frac{1}{2^{10}}=\frac{105}{512}$.

48. (a) '4' आने की प्रायिकता $=\frac{1}{6}$

'4' नहीं आने की प्रायिकता $=\frac{5}{6}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $={}^2C_1\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)+{}^2C_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^0=\frac{11}{36}$.

49. (a) $\left.\begin{matrix}np=4\\npq=2\end{matrix}\right\}\Rightarrow q=\frac{1}{2},p=\frac{1}{2},n=8$

$P(X=1)={}^8C_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^7=8.\frac{1}{2^8}=\frac{1}{2^5}=\frac{1}{32}$.

50. (b) माना कुल शीर्ष आने की संख्या = X

X द्विपद बंटन का अनुसरण करता है। जबकि n प्राचल है $p=1/2$ दिया है कि $P(X\ge 1)\ge 0.8$

$\Rightarrow 1-P(X=0)\ge 0.8\Rightarrow P(X=0)\le 0.2$

$\Rightarrow {}^nC_0(1/2)^n\le 0.2\Rightarrow\frac{1}{2^n}\le\frac{1}{5}\Rightarrow 2^n=5$.

$\therefore$ n का न्यूनतम मान 3 है

51. (a) अभीष्ट प्रायिकता = ${}^3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}$.

52. (a) माना p = पुच्छ आने की प्रायिकता = $\frac{1}{2}$

q = शीर्ष आने की प्रायिकता = $\frac{1}{2}$

साथ ही, $p+q=1$ तथा $n=100$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता

$=P(X=1)+P(X=3)+.....+P(X=99)$

$={}^{100}C_1p.q^{99}+{}^{100}C_3p^3q^{97}+........+{}^{100}C_{99}p^{99}q^1$

$=\frac{(p+q)^{100}-(p-q)^{100}}{2}=\frac{1}{2}$.

53. (c) अभीष्ट प्रायिकता $=\left(\frac{1}{2}\right)^3.{}^3C_2+\left(\frac{1}{2}\right)^3.{}^3C_3=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.

{यहाँ कम से कम दो शीर्ष का अर्थ दो शीर्ष या तीन शीर्ष}.

54. (d) विषम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता $=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $={}^2C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{4}$.

55. (a) $\left.\begin{matrix}np=4\\npq=2\end{matrix}\right\}\Rightarrow q=\frac{1}{2},p=\frac{1}{2},p=\frac{1}{2},n=8$

$P(X=2)={}^8C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^6=28.\frac{1}{2^8}=\frac{28}{256}$.

56. (b) यहाँ माध्य = np व प्रसरण = npq

$\therefore\frac{P(X=k)}{P(X=k-1)}=\frac{{}^nC_k(p)^k(q)^{n-k}}{{}^nC_{k-1}(p)^{k-1}(q)^{n-k+1}}=\frac{{}^nC_k}{{}^nC_{k-1}}.\frac{p}{q}$

$\therefore\frac{P(X=k)}{P(X=k-1)}=\frac{n-k+1}{k}.\frac{p}{q}$.

57. (c) माना X यादृच्छिक चर है जो इक्के की संख्या को दर्शाता है। स्पष्टतः X का मान 1, 2 हो सकता है

$$\therefore\ p=\frac{4}{52}=\frac{1}{13},\ q=1-\frac{1}{13}=\frac{12}{13}$$

$$P(X=1)=2\times\left(\frac{1}{13}\right)\times\left(\frac{12}{13}\right)=\frac{24}{169}$$

$$P(X=2)=2.\left(\frac{1}{13}\right)^2\left(\frac{12}{13}\right)^0=\frac{1}{169}$$

माध्य $=\sum P_iX_i=\frac{24}{169}+\frac{2}{169}=\frac{26}{169}=\frac{2}{13}$.

58. (b) चूँकि बिना प्रतिस्थापन के वस्तु का चयन किया जाता है

$$\therefore\ P(X=x)=\frac{{}^3C_x+{}^7C_{4-x}}{{}^{10}C_4}$$

$x=1,2$ रखने पर

$$P(0<x<3)=\frac{{}^3C_1\times{}^7C_3}{210}+\frac{{}^3C_2\times{}^7C_2}{210}$$

$$=\frac{3\times35+3\times21}{210}=\frac{105+63}{210}=\frac{168}{210}=\frac{4}{5}.$$

Critical Thinking Questions

1. (d) $P(E)\le P(F)\Rightarrow n(E)\le n(F)$

$P(E\cap F)>0\Rightarrow E\cap F\ne\phi$

इसका अर्थ यह नहीं है कि E, F का उपसमुच्चय है या F, E का उपसमुच्चय है, अर्थात $E\subseteq F$ या $F\subseteq E$ या $\overline{E}\subseteq\overline{F}$.

2. (b) यहाँ $P(H)=P(T)=\frac{1}{2}$ व $P(X)=1$, जहाँ X शीर्ष या पुच्छ प्रदर्शित करता है

यदि m क्रमिक शीर्ष पहली उछाल से प्रारम्भ हो रहे हों तो $(HH\ .....m$ बार$)(XX\ ......n$ बार$)$.

$\therefore$ घटना की प्रायिकता $=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.........m$ बार $=\frac{1}{2^m}$

$\because m+1$ व बाद वाली उछालें शीर्ष या पुच्छ हो सकते हैं, चूँकि हम कम से कम m लगातार शीर्षो पर विचार कर रहे हैं। अतः यदि m लगातार शीर्ष दूसरी उछाल से प्रारम्भ हों तो प्रथम को पुच्छ ही होना चाहिए। अतः इस घटना की प्रायिकता $=\frac{1}{2}.\frac{1}{2^m}=\frac{1}{2^{m+1}}$.

यदि m शीर्षो का अनुक्रम $(r+1)$वीं उछाल से प्रारम्भ हो रहा हो, तो rवीं उछाल को पुच्छ ही होना चाहिए $(r-1)$ उछालें शीर्ष या पुच्छ कुछ भी हो सकती हैं। अतः

$(XX\ ....(r-1)$ बार $)\,T\,(HH\ ....\ m$ बार $)$

$(XX\ ....\ \overline{n-m-r}$ बार$)$

इस घटना की प्रायिकता $=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2^m}=\frac{1}{2^{m+1}}$

चूँकि उपरोक्त सभी घटनायें परस्पर अपवर्जी हैं, अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{1}{2^m}+\left(\frac{1}{2^{m+1}}+\frac{1}{2^{m+1}}+....n\text{ बार}\right)$

$$=\frac{1}{2^m}+\frac{n}{2^{m+1}}=\frac{n+2}{2^{m+1}}.$$

नोट : विद्यार्थी इस प्रश्न को सूत्र की तरह याद रखें।

3. (d) माना $p_1=0.4,\ p_2=0.3,\ p_3=0.2$ व $p_4=0.1$

P (गन हवाई जहाज को भेद दे) $=P$ (हवाई जहाज कम से कम एक बार भेदा जा सके)

$=1-P$ (हवाई जहाज एक भी निशाने से न भेदा जाए)

$=1-(1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)(1-p_4)=0.6976$.

4. (c) माना सफेद गेंद खींचने की घटना को W से प्रदर्शित करते हैं एवं B काली गेंद के लिए तो $P(W)=\frac{a}{a+b},\ P(B)=\frac{b}{a+b}$

$P(A$ खेल जीतता है$)=P(W$ या BBW या $BBBBW$ या .....)

$=P(W)+P(B)P(B)P(W)+P(B)P(B)P(B)P(B)P(W)+......$

$$=\frac{P(W)}{1-P(B)^2}=\frac{\frac{a}{a+b}}{1-\frac{b^2}{(a+b)^2}}=\frac{a(a+b)}{a^2+2ab}=\frac{(a+b)}{a+2b}$$

एवं $P(B$ खेल जीतता है$)=1-\frac{a+b}{a+2b}=\frac{b}{a+2b}$

दिये गये प्रतिबन्ध के अनुसार,

$\frac{a+b}{a+2b}=3.\frac{b}{a+2b}\Rightarrow a=2b\Rightarrow a:b=2:1.$

5. (a) चूँकि $\frac{(1+3p)}{3},\frac{(1-p)}{4}$ व $\left(\frac{1-2p}{2}\right)$ तीन घटनाओं की प्रायिकतायें हैं, अतः

$0\le\frac{1+3p}{3}\le1,\ 0\le\frac{1-p}{4}\le1$ और $0\le\frac{1-2p}{2}\le1$

$\Rightarrow -1\le3p\le2,\ -3\le p\le1$ व $-1\le2p\le1$

$\Rightarrow -\frac{1}{3}\le p\le\frac{2}{3},\ -3\le p\le1$ व $-\frac{1}{2}\le p\le\frac{1}{2}$

साथ ही, $\frac{1+3p}{3},\frac{1-p}{4}$ व $\frac{1-2p}{2}$ तीन परस्पर अपवर्जी घटनाओं की प्रायिकतायें हैं, अतः

$0\le\frac{1+3p}{3}+\frac{1-p}{4}+\frac{1-2p}{2}\le1$

$\Rightarrow 0\le4+12p+3-3p+6-12p\le12\Rightarrow\frac{1}{3}\le p\le\frac{13}{3}$

अतः p के अभीष्ट मान

उच्चतम$\left\{-\frac{1}{3},-3,-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right\}\le p$ न्यूनतम $\left\{\frac{2}{3},1,\frac{1}{2},\frac{13}{3}\right\}$

$\Rightarrow\frac{1}{3}\le p\le\frac{1}{2}.$

6. (c) गुणनफल के अन्तिम अंक $1,2,3,4,6,7,8$ या 9 होंगे यदि और केवल यदि प्रत्येक n धनात्मक पूर्णांक इन्हीं अंकों पर समाप्त होते हैं। अब पूर्णांकों के अंक $1,2,3,4,6,7,8$ या 9 पर समाप्त होने की प्रायिकता $=\frac{8}{10}$. अतः n धनात्मक पूर्णांकों के गुणनफल को अंकों $1,2,3,4,6,7,8$ या 9 पर समाप्त होने की प्रायिकता $\left(\frac{4}{5}\right)^n$, इसी प्रकार $1,3,7$ या 9 पर समाप्त होने की प्रायिकता $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

इसलिये n धनात्मक पूर्णाकों के 1,3,7 या 9 पर समाप्त होने की प्रायिकता = $\left(\frac{2}{5}\right)^n$.

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\left(\frac{4}{5}\right)^n-\left(\frac{2}{5}\right)^n=\frac{4^n-2^n}{5^n}$.

7. (b) अभीष्ट प्रायिकता = संख्या 7 की प्रायिकता या संख्या 8 की प्रायिकता $=P_7+P_8$

अब $P_7=\frac{1}{2}.\frac{1}{11}+\frac{1}{2}.\frac{6}{36}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{11}+\frac{1}{6}\right)$

$P_8=\frac{1}{2}.\frac{1}{11}+\frac{1}{2}.\frac{5}{36}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{11}+\frac{5}{36}\right)$

$\therefore\ P=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{11}+\frac{11}{36}\right)=0.244$.

8. (d) यहाँ कोई x नहीं होगा क्योंकि $P(AB)$, $P(ABC)$ से कभी कम नहीं होगा ।

9. (b) P(A ,30 वर्ष में मर जाए) $=\frac{8}{8+5}=\frac{8}{13}$

माना $P(A)=\frac{8}{13}\Rightarrow P(\overline{A})=\frac{5}{13}$

इसी प्रकार $P(B)=\frac{4}{7}\Rightarrow P(\overline{B})=\frac{3}{7}$

एक व्यक्ति के 30 वर्ष तक जिन्दा रहने के दो तरीके हैं $\overline{A}B$ व $A\overline{B}$ एवं ये परस्पर स्वतंत्र हैं, अतः अभीष्ट प्रायिकता

$=P(\overline{A}).P(B)+P(A).P(\overline{B})=\frac{5}{13}\times\frac{4}{7}+\frac{8}{13}\times\frac{3}{7}=\frac{44}{91}$.

10. (a) एक बार में निशाना लगने की प्रायिकता $=\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$

यदि वह n बार निशाना लगाता है तो कम से कम एक बार निशाना लगाने की प्रायिकता

$=1-\left(1-\frac{1}{10}\right)^n=1-\left(\frac{9}{10}\right)^n=\frac{1}{2}$ (प्रश्नानुसार)

$\therefore\ \left(\frac{9}{10}\right)^n=\frac{1}{2}$, $\therefore\ n\{2\log_{10}3-1\}=-\log_{10}2$

$\therefore\ n=\left\{\frac{\log_{10}2}{1-12\log_{10}3}=\frac{0.3010}{1-2\times0.4771}=6.5\right.$ (लगभग)

अतः 6 निशानों के लिये प्रायिकता लगभग 53% है जबकि 7 निशानों के लिये यह लगभग 48% है।

11. (a) चूँकि m और n को 1 और 100 के बीच चुना जाता है अतः प्रतिदर्श समष्टि $=100\times100$.

साथ ही, $7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$ इत्यादि अतः 7 की घात में आखिरी अंक 1, 3, 7 और 9 होंगे। अतः अनुकूल स्थितियाँ

$n\ m\rightarrow$

$\downarrow$

1, 1   1, 2   1, 3.......   1, 100

2, 1   2, 2   2, 3.......   2, 100

....

100, 1   100, 2   100, 3....... 100, 100

$m=1$ के लिये $n=3,\ 7,\ 11.....97$

$\therefore$ अनुकूल स्थितियाँ = 25

$m=2$ के लिये $n=4,\ 8,\ 12.....100$

$\therefore$ अनुकूल स्थितियाँ = 25

इसी प्रकार प्रत्येक m के लिये, अनुकूल n = 25

$\therefore$ कुल अनुकूल स्थितियाँ $=100\times25$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{100\times25}{100\times100}=\frac{1}{4}$.

12. (b) यह प्रश्न बिना प्रतिस्थापन (without replacement) का है

$$P=\frac{\text{दो खराब में से एक खराब}}{\text{चार में से कोई एक}}\times\frac{\text{बची एक खराब मे से एक खराब}}{\text{बची तीन में से कोई एक}}$$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

वैकल्पिक : दो खराब मशीनों को चुनने के प्रकार (खराब मशीनों को पता करने के परीक्षण पर निर्भर) $={}^4C_2=6$

अनुकूल स्थितियाँ = 1

[जब खराब मशीन प्रथम तथा द्वितीय परीक्षण में पता चल जाये]

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{1}{6}$.

13. (b) दोनों पांसों से 9 आने की प्रायिकता $=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

$\therefore$ दोनों पांसों से 9 नहीं आने की प्रायिकता $=\frac{8}{9}$

यदि A जीतता है तो उसे पहली अथवा तीसरी अथवा पाँचवी उछाल में 9 फेंकना चाहिए।

यदि B जीतता है, तो उसे दूसरी अथवा चौथी उछाल में 9 फेंकना चाहिए।

$\therefore$ B के जीतने की प्रायिकता

$$=\left(\frac{8}{9}\right).\frac{1}{9}+\left(\frac{8}{9}\right)^3.\frac{1}{9}+....=\frac{\frac{8}{9}\times\frac{1}{9}}{1-\left(\frac{8}{9}\right)^2}=\frac{8}{17}.$$

14. (b) अनुकूल स्थितियों की संख्या $={}^{20}C_1=20$

प्रतिदर्श समष्टि $={}^{62}C_1=62$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{20}{62}=\frac{10}{31}$.

15. (d) माना छात्र के IIT में चुने जाने की घटना A तथा रूड़की में चुने जाने की घटना B है, तो

$P(A)=0.2,\ P(B)=0.5$ तथा $P(A\cap B)=0.3$.

अभीष्ट प्रायिकता $=P(\overline{A}\cap\overline{B})=1-P(A\cup B)$

$=1-(P(A)+P(B)-P(A\cap B))$

$=1-(0.2+0.5-0.3)=0.6$

16. (a) माना $n=$ कुल प्रकार $=12!$

व $m=$ अनुकूल प्रकार $=2\times6!\,.\,6!$

चूँकि लड़के व लड़कियाँ एकान्तर क्रम में $6!\,.\,6!$ 2! प्रकार से बैठ सकते हैं।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{m}{n}=\frac{2\times6!\,.\,6!}{12!}=\frac{1}{462}$.

17. (a) यहाँ दो इक्के खींचने की कम से कम संख्या 2 एवं अधिक से अधिक 50 है। अतः n का मान 2 से 50 तक हो सकता है। चूँकि दो इक्के प्राप्त करने के लिए n बार खींचना होगा, चूँकि $(n-1)$ बार खींचने पर 4 में से कोई एक इक्का प्राप्त होता है एवं nवीं खींच में एक इक्का प्राप्त होगा।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^4C_1 \times {}^{48}C_{n-2}}{{}^{52}C_{n-1}} \times \frac{3}{52-(n-1)}$

$= \frac{4 \times (48)!}{(n-2)!(48-n+2)!} \times \frac{(n-1)!(52-n+1)!}{(52)!} \times \frac{3}{52-n+1}$

$= \frac{(n-1)(52-n)(51-n)}{50 \times 49 \times 17 \times 13}$ (सरल करने पर).

18. (a) हम जानते हैं कि n अवयवों वाले समुच्चय के कुल उपसमुच्चय 2^n होते हैं।

अतः A व B को चुनने के कुल तरीके $= 2^n.\ 2^n = 2^{2n}$

X के कुल उपसमुच्चय जिनमें r अवयव हैं ${}^nC_r$ होते हैं। इसलिये A व B को जिनमें समान संख्या में अवयव हैं, के चुनने के कुल तरीके

$({}^nC_0)^2 + ({}^nC_1)^2 + ({}^nC_2)^2 + ... + ({}^nC_n)^2 = {}^{2n}C_n$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^{2n}C_n}{2^{2n}}$.

19. (c) $n(S) = 6 \times 6 \times 6$

$n(E) =$ $x + y + z = 7$ के हलों की संख्या

जहाँ $1 \le x \le 6,\ 1 \le y \le 6,\ 1 \le z \le 6$

$= (x + x^2 + ... + x^6)^3$ में x^7 का गुणांक

$= (1 + x + ... + x^5)^3$ में x^4 का गुणांक

$= \left(\frac{1-x^6}{1-x}\right)^3$ में x^4 का गुणांक

$= (1 - 3.x^6 + 3.x^{12} - x^{18})(1-x)^{-3}$ में x^4 का गुणांक

$= (1 - 3x^6 + 3x^{12} - x^{18})$

$({}^2C_0 + {}^3C_1x + {}^4C_2x^2 + {}^5C_3x^3 + {}^6C_4x^4 + ...)$ में x^4 का गुणांक

$= {}^6C_4 = \frac{6\,!}{4\,!.2\,!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$

$\therefore\ p(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{15}{6 \times 6 \times 6} = \frac{5}{72}$.

20. (b) सात सफेद और तीन काली गेंदों को एक पंक्ति में रखने के कुल प्रकार $= \frac{10\,!}{7\,!.3\,!} = \frac{10.9.8}{1.2.3} = 120$

सात काली गेंदों के बीच छः स्थान एवं एक सबसे पहले तथा एक सबसे आखिरी में, अतः कुल 8 स्थानों पर तीन काली गेंदें रखी जाएँ तो कोई भी काली गेंद निकटवर्ती नहीं होगी

अतः 8 स्थानों पर तीन काली गेंदों को रखने के कुल प्रकार

$= {}^8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3} = 56$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{56}{120} = \frac{7}{15}$.

21. (d) माना p दूसरी घटना की प्रायिकता है तो पहली घटना की प्रायिकता $\frac{2}{3}p$ होगी (चूँकि दोनों घटनायें परस्पर अपवर्जी हैं)

अतः $p + \left(\frac{2}{3}\right)p = 1 \Rightarrow p = \frac{3}{5}$

$\therefore$ दूसरी के अनुकूल संयोगानुपात $3 : 5 - 3$ अर्थात् $3 : 2$ है।

22. (c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\{\because\ P(A \cap B) = P(A \cup B)\}$

$\Rightarrow 2P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

$\Rightarrow 2P(A).\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(A) + P(B)$

$\Rightarrow 2P(A).P\left(\frac{B}{A}\right) = P(A) + P(B)$.

23. (b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$

चूँकि A व B परस्पर अपवर्जी हैं। अतः

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - (0.5 + 0.3) = 0.2$.

24. (d) यह स्पष्ट है।

25. (a) हम जानते हैं कि $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

एवं $P(A \cup B) \le 1$

$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \le 1$

$\Rightarrow P(A \cap B) \ge P(A) + P(B) - 1$

$\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \ge \frac{P(A) + P(B) - 1}{P(B)}$

$\Rightarrow P(A/B) \ge \frac{P(A) + P(B) - 1}{P(B)}$

26. (a) माना घटनायें इस प्रकार हैं कि

$R_1 = A$ में से एक लाल गेंद निकालकर B में रख दी जाए

$B_1 = A$ में से एक काली गेंद निकालकर B में रख दी जाए

$R_2 = B$ में से एक लाल गेंद निकालकर A में रख दी जाए

$B_2 = B$ में से एक काली गेंद निकालकर A में रख दी जाए

$R =$ दूसरे प्रयास में A में से एक लाल गेंद निकाली जाए

अतः अभीष्ट प्रायिकता

$= P(R_1R_2R) + (R_1B_2R) + P(B_1R_2R) + P(B_1B_2R)$

$= P(R_1)P(R_2)P(R) + P(R_1)P(B_2)P(R) + P(B_1)P(R_2)P(R) + P(B_1)P(B_2)P(R)$

$= \frac{6}{10} \times \frac{5}{11} \times \frac{6}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{6}{11} \times \frac{5}{10} + \frac{4}{10} \times \frac{4}{11} \times \frac{7}{10} + \frac{4}{10} \times \frac{7}{11} \times \frac{6}{10}$

$= \frac{32}{55}$.

27. (d) चूँकि $P(A \cup B) \ge$ अधिकतम $\{P(A), P(B) = \frac{2}{3}$

$P(A \cap B) \le$ न्यूनतम $\{P(A), P(B)\} = \frac{1}{2}$

व $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \ge P(A) - P(B) - 1 = \frac{1}{6}$

$\Rightarrow \frac{1}{6} \le P(A \cap B) \le \frac{1}{2}$

$P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$

अतः $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \le P(A' \cap B) \le \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$

$\Rightarrow \frac{1}{6} \le P(A' \cap B) \le \frac{1}{2}$.

28. (c) एक लीप वर्ष में 366 दिन, जिसमें 52 सप्ताह व 2 दिन होते हैं। इन दो दिनों की निम्न संभावना हो सकती हैं।

(i) रविवार, सोमवार (ii) सोमवार, मंगलवार
(iii) मंगलवार, बुधवार (iv) बुधवार, गुरूवार
(v) गुरूवार, शुक्रवार (vi) शुक्रवार, शनिवार
(vii) शनिवार, रविवार

माना दो घटनायें निम्न प्रकार से हैं :

A : लीप वर्ष में 53 रविवार हैं

B : लीप वर्ष में 53 सोमवार हैं

$P(A) = \frac{2}{7},\ P(B) = \frac{2}{7},\ P(A \cap B) = \frac{1}{7}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= P(A \cup B)$

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$.

29. (b, c) माना M, P और C क्रमशः गणित, भौतिक तथा रसायन में उत्तीर्ण होने की घटनायें हों तब

$P(M \cup P \cup C) = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

$P(M \cap P) + P(P \cap C) + P(M \cap C) - 2P(M \cap P \cap C) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

$P(M \cap P) + P(P \cap C) + P(M \cap C) - 2P(M \cap P \cap C) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

$\therefore\ m(1-p)(1-c) + p(1-m)(1-c) + c(1-m)(1-p)$

$+ mp(1-c) + mc(1-p) + pc(1-m) + mpc = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow m + p + c - mc - mp - pc + mpc = \frac{3}{4}$ .....(i)

इसी प्रकार $mp(1-c) + pc(1-m) + mc(1-p) + mpc = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow mp + pc + mc - 2mpc = \frac{1}{2}$ .....(ii)

$mp(1-c) + pc(1-m) + mc(1-p) = \frac{2}{5}$

$\Rightarrow mp + pc + mc - 3mpc = \frac{2}{5}$ .....(iii)

(ii) और (iii) से, $mpc = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$

(i) और (ii) से, $m + p + c - mpc = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

$\therefore\ m + p + c = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{15 + 10 + 2}{20} = \frac{27}{20}$.

30. (d) माना एक सफेद गेंद पहले थैले में से दूसरे थैले में स्थानान्तरित की गयी। पहले थैले में से सफेद गेंद चुनने के तरीके $= \frac{5}{9}$, अब दूसरे थैले में 8 सफेद व 9 काली गेंदें हैं दूसरे थैले में से सफेद गेंद चुनने के तरीके $= \frac{8}{17}$.

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{5}{9} \times \frac{8}{17} = \frac{40}{153}$

अब यदि पहले थैले में से काली गेंद चुनकर दूसरे में रखी गयी है, तो प्रायिकता $= \frac{4}{9} \times \frac{7}{17} = \frac{28}{153}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{40}{153} + \frac{28}{153} = \frac{4}{9}$.

31. (d) माना पहली संख्या x एवं दूसरी y है। माना घटना A, दोनों संख्याओं का अन्तर कम से कम m. होने को प्रदर्शित करती है। माना E_x घटना प्रथम संख्या x, के चुने जाने को प्रदर्शित करती है। अतः $x - y \ge m$ या $y \le x - m$. इसलिये $x > m$ व $y < n - m$. इस प्रकार के लिए $0 < x \le m$ $P(E_x) = 0$ व $m < x \le n$. के लिए $P(E_x) = \frac{1}{n}$ एंव $P(A/E_x) = \frac{(x-m)}{(n-1)}$

अतः $P(A) = \sum_{x=1}^{n} P(E_x)\, P(A/E_x)$

$= \sum_{x=m+1}^{n} P(E_x)\, P(A/E_x) = \sum_{x=m+1}^{n} \frac{1}{n} \cdot \frac{x-m}{n-1}$

$= \frac{1}{n(n-1)}[1 + 2 + 3 + ... + (n-m)]$

$= \frac{(n-m)(n-m+1)}{2n(n-1)}$.

32. (d) माना नये गुणनफल के सम्मिलित होने की घटना E है तो

$P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$, $P(C) = 0.2$ व

$P(E/A) = 0.7,\ P(E/B) = 0.6,\ P(E/C) = 0.5$.

$\because$ A, B व C परस्पर अपवर्जी एवं सम्पूर्ण घटनायें हैं

$P(E) = P(A).P(E/A) + P(B).P(E/B) + P(C).P(E/C)$

$= 0.5 \times 0.7 + 0.3 \times 0.6 + 0.2 \times 0.5$

$= 0.35 + 0.18 + 0.10 = 0.63$.

33. (a) $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{P(A \cap B)}{1/4}$

$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{8}$

अतः घटनाएँ A तथा B परस्पर अपवर्जी नहीं हैं

$\therefore$ कथन II गलत है।

$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2}$

$\because$ $P(A \cap B) = \frac{1}{8} = P(A).P(B)$

$\therefore$ घटनाएँ A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं

$P\left(\frac{A^c}{B^c}\right) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A^c)P(B^c)}{P(B^c)} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3}{4}$

अतः कथन I सही हैं

पुनः $P\left(\frac{A}{B}\right) + P\left(\frac{A}{B^c}\right) = \frac{1}{4} + \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$

$= \frac{1}{4} + \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(B^c)} = \frac{1}{4} + \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

अतः कथन III गलत है।

34. (c) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{2}.\frac{4}{7} + \frac{1}{2}.\frac{6}{8} = \frac{37}{56}$.

35. (a) P(न्यूनतम अंकित मान 2 से कम नहीं एवं अधिकतम 5 से बड़ा नहीं)

$= P$(2 या 3 या 4 या 5)

$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= {}^4C_4 \left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{3}\right)^0 = \frac{16}{81}$.

36. (b) भारत द्वारा खेले गये मैच 4 हैं। किसी भी मैच में अधिकतम अंक 2 हैं। अतः 4 मैचों से अधिकतम अंक 8 होंगे। अतः कम से कम 7 का अर्थ 7 या 8

अभीष्ट प्रायिकता $(P) = p(7) + p(8)$

$p(7) = {}^4C_1 (0.05)(0.5)^3 = 0.0250$

$p(8) = (0.5)^4 = 0.0625$

$\Rightarrow P = 0.0875$.

37. (a) माध्य $= np = 3$, मानक विचलन $= \sqrt{npq} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow q = \frac{npq}{np} = \frac{9}{4 \times 3} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow p = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

अतः द्विपद बंटन $= (q+p)^n = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right)^{12}$.

38. (a) माना 1, 3 या 4 पाँसे पर X बार आते हैं तो X, $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. के लिए द्विपद बंटन का पालन करेगा।

अतः P(1, 3 या 4 पाँसे पर ज्यादा से ज्यादा n बार आये)

$= P(0 \le X \le n) = P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = n)$

$= {}^{2n+1}C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1} + {}^{2n+1}C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1} + ... + {}^{2n+1}C_n \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}$

$= \left[{}^{2n+1}C_0 + {}^{2n+1}C_1 + ... + {}^{2n+1}C_n\right] \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}$

माना $S = {}^{2n+1}C_0 + {}^{2n+1}C_1 + ... + {}^{2n+1}C_n$

$\Rightarrow 2S = 2.{}^{2n+1}C_0 + 2.{}^{2n+1}C_1 + ... + 2\,{}^{2n+1}C_n$

$= \left({}^{2n+1}C_0 + {}^{2n+1}C_{2n+1}\right) + \left({}^{2n+1}C_1 + {}^{2n+1}C_{2n}\right) + ...$
$+ \left({}^{2n+1}C_n + {}^{2n+1}C_{n+1}\right)$

$\Rightarrow S = 2^{2n}$.

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= 2^{2n} \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1} = \frac{1}{2}$.

39. (c) प्रथम 6 बार गेंद निकालने पर 3 सफेद गेंद तथा 7वीं बार में पुनः सफेद गेंद आने की प्रायिकता

$P = {}^6C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow P = \frac{5}{32}$.

40. (a) माना p_1, p_2 दी गयी घटनाओं की प्रायिकताएँ हैं, अतः

$p_1 = p_2^2$ तथा $\frac{1-p_1}{p_1} = \left(\frac{1-p_2}{p_2}\right)^3$

$\Rightarrow p_2 = \frac{1}{3}$; अतः $p_1 = \frac{1}{9}$.

çkf;drk

SET Self Evaluation Test -28

1. एक बॉक्स में 15 टिकट हैं जिन पर 1, 2, ... 15 अंक अंकित हैं। वापिस रखते हुये एक-एक करके 7 टिकट यादृच्छिक रूप से निकाले जाते हैं। निकाले गये टिकटों पर अधिकतम अंक 9 अंकित होने की प्रायिकता है **[CEE 1993; BIT Ranchi 1990; IIT 1983]**

(a) $\left(\frac{9}{10}\right)^6$ (b) $\left(\frac{8}{15}\right)^7$

(c) $\left(\frac{3}{5}\right)^7$ (d) इनमें से कोई नहीं

2. शतरंज बोर्ड में से यदृच्छया 2 वर्ग चुने जाते हैं उनकी एक भुजा उभयनिष्ठ होने की प्रायिकता है

(a) 1/9 (b) 2/7

(c) 1/18 (d) इनमें से कोई नहीं

3. एक विशेष गोल्फ शुरू करने वाले की सही क्लब (Club) से अच्छा शॉट मारने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है तथा खराब क्लब से अच्छा शॉट मारने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है। उसके थैले में 5 क्लब हैं जिनमें से केवल एक सही क्लब है। यदि वह यदृच्छया एक क्लब चुनता है तो उसके अच्छे शॉट मारने की प्रायिकता है

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{12}$

(c) $\frac{4}{15}$ (d) $\frac{7}{12}$

4. यदि $\frac{1-3p}{2}, \frac{1+4p}{3}$ व $\frac{1+p}{6}$ क्रमशः तीन परस्पर अपवर्जी एवं सम्पूर्ण घटनाओं (Exhaustive Events) की प्रायिकतायें हैं, तो p के सभी मानों का समुच्चय है

[MNR 1992; RPET 2000; UPSEAT 2000]

(a) [0, 1] (b) $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right]$

(c) $\left[0, \frac{1}{3}\right]$ (d) $(0, \infty)$

5. एक व्यक्ति एकान्तरतः एक सिक्का उछालता है व एक पाँसा फेंकता है। यदि वह सिक्के से शुरू करे, तो इस बात की प्रायिकता उसे पाँसे पर 5 या 6 मिलने से पहले सिक्के पर शीर्ष प्राप्त हो, है

[Roorkee 1988]

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

6. दो व्यक्तियों '*A*' व '*B*' के पास क्रमशः $n+1$ व n सिक्के हैं जिन्हें वे एकान्तरतः फेंकते हैं तब A के पास B से अधिक शीर्ष आने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $>\frac{1}{2}$

(c) $<\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

7. दो पाँसे एक के बाद एक फेंके जाते हैं, तो पहले पाँसे पर अंकित संख्या दूसरे पाँसे पर अंकित संख्या से कम होने की प्रायिकता होगी

(a) 1/2 (b) 7/18

(c) 3/4 (d) 5/12

8. A व B सिक्कों को एक साथ 50 बार फेंकते हैं, तो एक ही उछाल पर दोनों के द्वारा पुच्छ न प्राप्त करने की प्रायिकता होगी

(a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{50}$ (b) $\left(\frac{2}{7}\right)^{50}$

(c) $\left(\frac{1}{8}\right)^{50}$ (d) $\left(\frac{7}{8}\right)^{50}$

9. प्रथम 100 प्राकृत संख्याओं में से तीन विभिन्न संख्यायें चुनी जाती हैं। तीनों संख्याओं के 2 व 3 से विभाज्य होने की प्रायिकता है

[IIT Screening 2004; Kerala Engg. 2005]

(a) 4/25 (b) 4/35

(c) 4/55 (d) 4/1155

10. तीन 6 पृष्ठीय संतुलित पाँसे एक साथ फेंके जाते हैं, तो अंकों का योग k, जहाँ $(3 \le k \le 8)$, प्राप्त करने की प्रायिकता है

(a) $\frac{(k-1)(k-2)}{432}$ (b) $\frac{k(k-1)}{432}$

(c) $\frac{k^2}{432}$ (d) इनमें से कोई नहीं

11. 21टिकटों जिन पर 1 से लेकर 21 तक अंक अंकित हैं, में से 3 टिकट यदृच्छया चुने जाते हैं तो चुने हुए टिकटों पर अंकित संख्यायें समान्तर श्रेणी में होने की प्रायिकता है

[Roorkee 1988; DCE 1999]

(a) $\frac{10}{133}$ (b) $\frac{9}{133}$

(c) $\frac{9}{1330}$ (d) इनमें से कोई नहीं

12. किसी शतरंज बोर्ड के तीन वर्गो को यदृच्छया चुना जाता है, तो दो वर्गो के समान रंग के एवं एक के भिन्न रंग के होने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{16}{21}$ (b) $\frac{8}{21}$

(c) $\frac{32}{12}$ (d) इनमें से कोई नहीं

13. एक पाँच अंकों की संख्या अंकों 1, 2, 3, 4, 5 को यदृच्छया लेकर बनायी जाती है, जबकि संख्या में किसी भी अंक की पुनरावृत्ति नहीं होती है, तब संख्या के 4 से विभाज्य होने की प्रायिकता है **[Orissa JEE 2003]**

(a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{18}{5}$

(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{6}{5}$

14. यदि n व्यक्तियों की एक समिति गोल मेज के चारों ओर बैठी है, तो दो विशेष व्यक्तियों के एक साथ बैठने के प्रतिकूल संयोगानुपात हैं **[MP PET 2002]**

(a) $2:(n-3)$ (b) $(n-3):2$

(c) $(n-2):2$ (d) $2:(n-2)$

15. माना कि E व F दो स्वतंत्र घटनायें हैं E व F दोनों के घटने की प्रायिकता $\frac{1}{12}$ है तथा "न तो E और न F" से घटने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है, तो **[IIT 1993]**

(a) $P(E)=\frac{1}{3}, P(F)=\frac{1}{4}$ (b) $P(E)=\frac{1}{2}, P(F)=\frac{1}{6}$

(c) $P(E)=\frac{1}{6}, P(F)=\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

16. एक पाँसा युग्म तब तक फेंका जाता है जब तक कि योग 5 या 7 प्राप्त न हो जाए, तो 5 के 7 से पहले आने की प्रायिकता है **[IIT 1989]**

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{4}{5}$ (d) इनमें से कोई नहीं

17. दो समसन्तुलित पाँसों को एक ही साथ उछाला जाता है। प्राप्त अंकों का योग विषम अथवा 7 से कम अथवा दोनों ही हों, इसकी प्रायिकता है

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{3}$

18. एक विद्यार्थी टेस्ट I, II एवं III में बैठता है। विद्यार्थी सफल माना जाता है, यदि वह I व II तथा I व III में से कोई एक टेस्ट पास कर लेता है। विद्यार्थी के टेस्ट I, II व III में पास होने की प्रायिकतायें क्रमशः p, q व 1/2 हैं। यदि विद्यार्थी के सफल होने की प्रायिकता 1/2 है, तो **[IIT 1986]**

(a) $p=1, q=0$ (b) $p=\frac{2}{3}, q=\frac{1}{2}$

(c) p व q के अनन्त मान होंगे (d) उपरोक्त सभी

19. तीन घटनाओं A, B एवं C के लिये प्रायिकताओं P (A अथवा B में केवल एक घटित होती है) = P (B अथवा C में केवल एक घटित होती है) = P (A अथवा C में केवल एक घटित होती है) = p तथा P (तीनों घटनाएँ एक साथ घटित होती हैं) $=p^2$, जहाँ $0<p<1/2$ है। तीनों घटनाओं A, B और C में कम से कम एक के घटित होने की प्रायिकता है **[IIT 1996]**

(a) $\frac{3p+2p^2}{2}$ (b) $\frac{p+3p^2}{4}$

(c) $\frac{p+3p^2}{2}$ (d) $\frac{3p+2p^2}{4}$

20. यदि $P(B)=\frac{3}{4}$, $P(A\cap B\cap \overline{C})=\frac{1}{3}$ तथा $P(\overline{A}\cap B\cap \overline{C})=\frac{1}{3}$, तब $P(B\cap C)$ का मान है **[IIT Screening 2003]**

(a) $\frac{1}{12}$ (b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{15}$ (d) $\frac{1}{9}$

21. एक बॉक्स में 100 टिकट हैं जिन पर 1, 2 ...... 100 अंकित है। दो टिकट यदृच्छया चुन लिए जाते हैं। यह दिया है कि उन टिकटों पर अधिकतम संख्या 10 से ज्यादा नहीं है तो उन पर न्यूनतम संख्या 5 होने की प्रायिकता है **[IIT 1985]**

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{13}{15}$

(c) $\frac{1}{7}$ (d) इनमें से कोई नहीं

22. एक आदमी x वर्ष का है उसके एक वर्ष में मरने की प्रायिकता p है, तो n आदमी $A_1, A_2, A_3 ...... A_n$ जो कि प्रत्येक x वर्ष का हैं, में से A_1 एक वर्ष में मर जाए तथा वह मरने वाला प्रथम व्यक्ति हो, इसकी प्रायिकता है **[MNR 1987; UPSEAT 2000]**

(a) $\frac{1}{n}[1-(1-p)^n]$ (b) $[1-(1-p)^n]$

(c) $\frac{1}{n-1}[1-(1-p)^n]$ (d) इनमें से कोई नहीं

23. एक ताश की गड्डी में केवल 51 पत्ते हैं। यदि पहले 13 पत्ते (निरीक्षण करने पर) लाल पाये गये, तो खोये हुए पत्तों के काले होने की प्रायिकता होगी

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{^{25}C_{13}}{^{51}C_{13}}$

24. तीन बक्सों, जिनमें से एक में 3 सफेद और 1 काली, दूसरे में 2 सफेद और 2 काली ओर तीसरे में 1सफेद और 3 काली गेंदें रखी हैं, प्रत्येक से एक गेंद यादृच्छिक तरीके से निकाली जाती है। 2 सफेद और 1 काली गेंदों को निकाले जाने की प्रायिकता होगी **[IIT 1998]**

(a) 13/32 (b) 1/4

(c) 1/32 (d) 3/16

25. 100 एकसमान सिक्के, प्रत्येक को एक बार उछालने पर शीर्ष आने की प्रायिकता p है। यदि $0<p<1$ तथा 50 सिक्कों के शीर्ष ऊपर आने की एवं 51 सिक्कों के शीर्ष ऊपर आने की प्रायिकता बराबर है, तो p का मान है **[IIT 1988, CEE 1993; MP PET 2001]**

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{49}{101}$

(c) $\frac{50}{101}$ (d) $\frac{51}{101}$

26. एक सिक्का n बार उछाला जाता है। माना X शीर्ष आने की संख्या है। यदि $P(X=4), P(X=5)$ एवं $P(X=6)$ हरात्मक श्रेणी में हैं, तो n का मान है **[IIT Screening]**

(a) 7 (b) 10

(c) 14 (d) इनमें से कोई नहीं

27. माना X प्राचलिक n व p के लिए द्विपद बंटन का पालन करता है जहाँ $0<p<1$, यदि $\frac{P(X=r)}{P(X=n-r)}$ n व r से स्वतंत्र हैं, तो

(a) $p=1/2$ (b) $p=1/3$

(c) $p=1/4$ (d) इनमें से कोई नहीं

28. एक व्यक्ति आगे की ओर 0.4 प्रायिकता के साथ एवं पीछे की ओर 0.6 प्रायिकता के साथ कदम बढ़ाता है, तो ग्यारहवें कदम के बाद उसके प्रारम्भिक बिन्दु से एक कदम आगे होने की प्रायिकता होगी

(a) ${}^{11}C_6 (0.24)^5$ (b) ${}^{11}C_6 (0.4)^6 (0.6)^5$

(c) ${}^{11}C_6 (0.6)^6 (0.4)^5$ (d) इनमें से कोई नहीं

29. 300 छात्रों वाले एक कॉलेज का प्रत्येक छात्र 5 अखबार पढ़ता हैं तथा प्रत्येक अखबार 60 छात्रों द्वारा पढ़ा जाता है। अखबारों की संख्या होगी **[IIT 1998]**

(a) कम से कम 30 (b) अधिक से अधिक 20

(c) ठीक 25 (d) इनमें से कोई नहीं

30. यदि एक यादृच्छिक चर X का पॉयसन (Poission's) बंटन का माध्य 2 है, तब $P(X>1.5)=$ **[AIEEE 2005]**

(a) $1-\frac{3}{e^2}$ (b) $\frac{3}{e^2}$

(c) $\frac{2}{e^2}$ (d) 0

Answers and Solutions

(SET - 28)

1. (c) परीक्षण करने पर $n=15$ चूँकि चुने गये सिक्के पर कोई भी (15 में से) संख्या हो सकती है एवं $m=9$, चूँकि सबसे बड़ी संख्या 9 है। अतः यह 1 या 2 या 3......... या 9, हो सकती है।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\left(\frac{9}{15}\right)^7=\left(\frac{3}{5}\right)^7$.

2. (c) पहला वर्ग चुनने के तरीके = 64 एवं दूसरे वर्ग के चुनने के तरीके = 63, अतः पहला व दूसरा वर्ग चुनने के कुल तरीके $=64\times 63=4032$ । अब हम अनुकूल परिस्थितियाँ ज्ञात करने पर विचार करेंगे। यदि पहला वर्ग कोने के 4 वर्गों में कोई है तो दूसरा 2 प्रकार से चुना जा सकता है यदि पहला वर्ग किसी भी साइड के 24 वर्गों में से एक है तो दूसरा वर्ग 3 प्रकार से चुना जा सकता है। और यदि पहला वर्ग शेष 36 वर्गो में से कोई है तो दूसरा वर्ग 4 प्रकार से चुना जा सकता है

अतः अनुकूल स्थितियाँ $=(4)(2)+(24)(3)+(36)(4)=224$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{224}{4032}=\frac{1}{18}$.

3. (c) अभीष्ट प्रायिकता= सही क्लब व अच्छे शॉट की प्रायिकता या गलत क्लब व अच्छे शॉट की प्रायिकता

$=\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{4}{15}$.

4. (b) चूँकि घटनायें परस्पर अपवर्जी व पूर्ण हैं।

$\Rightarrow \frac{1-3p}{2}+\frac{1+4p}{3}+\frac{1+p}{6}=1$

एवं $0\le\frac{1-3p}{2}\le 1$ व $0\le\frac{1+4p}{3}\le 1$ व $0\le\frac{1+p}{6}\le 1$

$0\le\frac{1+3p}{2}\le 1\Rightarrow p\in\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]$,

$0\le\frac{1+4p}{3}\le 1\Rightarrow p\in\left[-\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$,

व $0\le\frac{1+p}{6}\le 1\Rightarrow p\in[-1,5]$

अतः p के वे मान जो उपरोक्त सभी असमिकाओं को सन्तुष्ट करते हैं $\left[-\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right]$ हैं।

5. (a) शीर्ष आने की प्रायिकता $=\frac{1}{2}$ व पाँसा फेंकने पर 5 या 6 आने की प्रायिकता $=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ वह सिक्के से शुरू करता है तथा सिक्का व पाँसा एकान्तर क्रम से उछालता है। वह जीतेगा यदि उसे पाँसे पर 5 या 6 आने से पूर्व सिक्के पर शीर्ष प्राप्त हो। अतः अभीष्ट प्रायिकता

$=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{2}+..$

$=\frac{1}{2}\left[1+\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2+.......\right]=\frac{1}{2}.\frac{1}{1-(1/3)}=\frac{3}{4}$.

6. (a) माना λ,μ व λ',μ' क्रमशः A व B द्वारा फेंके गये शीर्ष व पुच्छ की संख्या है ताकि

$\lambda+\lambda'=n+1$ व $\mu+\mu'=n$.

अभीष्ट प्रायिकता P, असमिका $\lambda > \mu$. की प्रायिकता है।
$1-P$ वह प्रायिकता है जब A, B से अधिक पुच्छ फेंकता है
[कारण : $\lambda \le \mu \Rightarrow n+1-\lambda' \le n-\mu'$
$\Rightarrow 1-\lambda' \le -\mu' \Rightarrow \lambda'-1 \ge \mu' \Rightarrow \lambda' \ge \mu'+1 > \mu']$
सममिति के कारण से, $1-P=P$ या $P=\frac{1}{2}$.

7. (d) माना दो घटनायें :
$A_i \to$ प्रथम पाँसे पर संख्या i
$B_i \to$ दूसरे पाँसे पर i से बड़ी संख्या
अभीष्ट प्रायिकता

$$= P(A_1 \cap B_1) + P(A_2 \cap B_2) + P(A_3 \cap B_3) + P(A_4 \cap B_4) + P(A_5 \cap B_5)$$

$$= \sum_{i=1}^{5} P(A_i \cap B_i) = \sum_{i=1}^{5} P(A_i)P(B_i) \quad (\because A_i, B_i \text{ स्वतंत्र हैं})$$

$$= \frac{1}{6}(P(B_1) + P(B_2) + ... + P(B_5))$$

$$= \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}+\frac{4}{6}+\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\right) = \frac{5}{12}.$$

8. (a) प्रत्येक उछाल के लिए चार विकल्प हैं :
(i) A शीर्ष, B शीर्ष (ii) A पुच्छ, B शीर्ष ,
(iii) A शीर्ष, B पुच्छ (iv) A शीर्ष, B शीर्ष
अतः कुल प्रकार $= 4^{50}$.
उपरोक्त में से (iv) अनुकूल नहीं हैं, तो अनुकूल प्रकार $= 3^{50}$
अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \left(\frac{3}{4}\right)^{50}$.

9. (d) संख्याओं को 6 से विभाज्य होना चाहिये अतः अनुकूल तरीकों की संख्या = $^{16}C_3$ चूँकि प्रथम 100 प्राकृत संख्याओं में 16 संख्यायें ऐसी होती है जो 6 से विभाज्य होती हैं).

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{^{16}C_3}{^{100}C_3} = \frac{16 \times 15 \times 14}{100 \times 99 \times 98} = \frac{4}{1155}$.

10. (a) कुल परिस्थितियाँ $= 6 \times 6 \times 6 = 216$
अनुकूल प्रकार
= $(x + x^2 + ... + x^6)^3$ में x^k का गुणांक
= $(1-x^6)(1-x)^{-3}$ में x^{k-3} का गुणांक
= $(1-x)^{-3}$, में x^{k-3} का गुणांक $\{0 \le k-3 \le 5\}$
= $(1 + {}^3C_1 x + {}^4C_2 x^2 + {}^5C_3 x^3 + ...)$ में x^{k-3} का गुणांक
= $^{k-1}C_2 = \frac{(k-1)(k-2)}{2}$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{(k-1)(k-2)}{432}$.

11. (a) कुल तरीके $= {}^{21}C_3 = 1330$. यदि समान्तर श्रेणी का सार्वअन्तर 1 है तो सम्भव समूह
1, 2, 3; 2, 3, 4 ;........ 19, 20, 21 हैं।
यदि सार्वअन्तर 2 है तो सम्भव समूह
1, 3, 5; 2, 4, 6 ;........ 17, 19, 21 हैं
इसी प्रकार यदि सार्वअन्तर 10 है तो सम्भव समूह 1, 10, 21 होगा अर्थात् यदि सार्वअन्तर 11 या 11 से बड़ा है तो अनुकूल परिस्थिति नहीं होगी
अतः कुल अनुकूल परिस्थितियाँ
$= 19 + 17 + 15 + ... + 3 + 1 = 100$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{100}{1330} = \frac{10}{133}$.

12. (a) तीन वर्गों को $^{64}C_3$ प्रकार से एवं दो एक रंग, एक अन्य रंग का निम्न दो परस्पर अपवर्जी तरीकों से चयन किया जा सकता है
(i) दो सफेद तथा एक काला व (ii) दो काले तथा एक सफेद ।
अतः अनुकूल प्रकार $= {}^{32}C_2 \times {}^{32}C_1 + {}^{32}C_1 \times {}^{32}C_2$.

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2({}^{32}C_1 . {}^{32}C_2)}{^{64}C_3} = \frac{16}{21}$.

13. (c) संख्या 4 से विभाजित होगी, यदि अंतिम दो संख्याएँ 12, 24, 32 तथा 52 हो। शेष तीन स्थानों को 3 प्रकार से भरा जा सकता है।
$\therefore$ अनुकूल स्थितियाँ $= 3! \times 4$
$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3! \times 4}{5!} = \frac{1}{5}$.

14. (b) n व्यक्तियों के गोल मेज पर बैठने के कुल प्रकार $= (n-1)!$.
$\therefore$ अनुकूल प्रकार $= 2!(n-2)!$
$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{2!(n-2)!}{(n-1)!} = \frac{2}{n-1}$
अतः प्रतिकूल के संयोगानुपात $(1-p):p$ या $(n-3):2$ होंगे।

15. (a) दिया है $P(E \cap F) = \frac{1}{12}$ व $P(\overline{E} \cap \overline{F}) = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow P(E).P(F) = \frac{1}{12}$ .....(i)

व $P(\overline{E}).P(\overline{F}) = \frac{1}{2}$ .....(ii)

$\Rightarrow \{(1-P(E)\}\ \{(1-P)(F)\} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 1 + P(E)P(F) - P(E) - P(F) = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 1 + \frac{1}{12} - [P(E) + P(F)] = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow P(E)+P(F)=\frac{7}{12}$ .....(iii)

(i) व (iii) को सरल करने पर

$P(E)=\frac{1}{3},\frac{1}{4}$ व $P(F)=\frac{1}{4},\frac{1}{3}$.

16. (d) माना A वह घटना है जिसमें योग 5 आता है एवं B वह घटना है जिसमें योग 7 प्राप्त होता है एवं C वह घटना है जिसमें योग न तो 7 और न 5 आता है।

$P(A)=\frac{4}{36}$, $P(B)=\frac{6}{36}$ व $P(C)=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}$

अतः $P(A, B$ के पहले आता है)

$=P[A$ या $(C\cap A)$ या $(C\cap C\cap A)$ या ....]

$=P(A)+P(C\cap A)+P(C\cap C\cap A)+........$

$=P(A)+P(C).P(A)+P(C)^2P(A)+.........$

$=\frac{P(A)}{1-P(C)}$ (गुणोत्तर श्रेणी से) $=\frac{\frac{1}{9}}{1-\frac{13}{18}}=\frac{2}{5}$.

17. (c) अभीष्ट प्रायिकता

= P(7 से कम) + P (विषम) + P(दोनों) – P(7$\cap$विषम) – P(7 $\cap$ दोनों) – P(विषम $\cap$ दोनों) + P(विषम $\cap$ 7 $\cap$ दोनों)

परन्तु P(दोनों) = P(7 $\cap$ विषम) = P(7 $\cap$ दोनों)

= P(विषम $\cap$ दोनों) = P(विषम $\cap$ 7 $\cap$ दोनों)

अतः अभीष्ट प्रायिकता = P(7 से कम) + P(विषम) – P(7 $\cap$ दोनों)

P(विषम) $=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

P(7 से कम) $=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$, P(दोनों) $=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{5}{12}+\frac{1}{2}-\frac{2}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$.

18. (d) माना I, II व III टेस्ट में विद्यार्थी के सफल होने की घटनाएँ A, B व C है, तो P(विद्यार्थी सफल है)

$P[(A\cap B\cap C')\cup(A\cap B'\cap C)\cup(A\cap B\cap C)]$

$=P(A\cap B\cap C')+P(A\cap B'\cap C)+P(A\cap B\cap C)$

$P(A).P(B).P(C')+P(A)P(B')P(C)+P(A)P(B)P(C)$

$\{\because A, B, C$ स्वतंत्र हैं$\}$

$=pq\left(1-\frac{1}{2}\right)+p(1-q)\left(\frac{1}{2}\right)+pq\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}p(1+q)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{1}{2}p(1+q)\Rightarrow p(1+q)=1$

इस समीकरण से p व q के अनन्त मान प्राप्त होते हैं।

19. (a) P (A अथवा B में केवल एक घटित होती है)

= $P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$ (दिया है) ....(i)

इसी प्रकार

P(B अथवा C में केवल एक घटित होती है)

$=P(B)+P(C)-2P(B\cap C)=p$ .....(ii)

तथा P(A अथवा C में केवल एक घटित होती है

$P(A)+P(C)-2P(A\cap C)=p$ (दिया है) .....(iii)

(i), (ii) व (iii) को जोड़ने पर

$P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(C\cap A)=\frac{3p}{2}$ .....(iv)

P(तीनों घटनाएँ एक साथ घटित होती हैं)

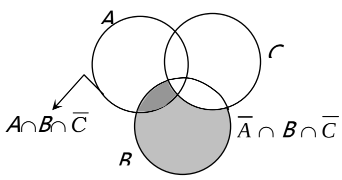
$P(A\cap B\cap C)=p^2$ (दिया है) .....(v)

तीनों घटनाओं A, B और C में कम से कम एक के घटित होने की प्रायिकता)

$=P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)$
$-P(C\cap A)+P(A\cap B\cap C)$

$=\frac{3p}{2}+p^2$, [(iv) व (v) से].

20. (a) वेन आरेख से हम देख सकते हैं कि



$P(B\cap C)=P(B)-P(A\cap B\cap\overline{C})-P(\overline{A}\cap B\cap\overline{C})$

$=\frac{3}{4}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$.

21. (b) माना चुने गये दो टिकटों पर योग 10 से अधिक न होने की घटना A (अर्थात् ≤ 10) एवं उन पर योग न्यूनतम 5 होने की घटना B (अर्थात् ≥ 5) है तो हमें $P(B/A)$ ज्ञात करना है.

अतः $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$

दो टिकटों पर संख्या r प्राप्त करने के तरीके

$(x^1 + x^2 + x^3 + ... + x^{100})^2$ में x^r का गुणांक

$= x^2(1 + x + ... + x^{99})^2$

$= x^2\left(\frac{1 - x^{100}}{1 - x}\right)^2 = x^2(1 - 2x^{100} + x^{200})(1 - x)^{-2}$

$= x^2(1 - 2x^{100} + x^{200})(1 + 2x + 3x^2 + ... + (r+1)x^r + ...)$

x^2 का गुणांक=1, x^3 का=2, x^4 का= 3,..... x^{10} का 9 है।

अतः $n(A) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$

व $n(A \cap B) = 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 39$

[$n(A)$ ज्ञात करने के लिये $x^2, x^3, ...x^{10}$ के गुणांकों को जोड़ना होगा तथा $n(A \cap B)$ ज्ञात करने के लिये $x^5, x^6, ... x^{10}$ के गुणांकों को जोड़ना होगा]

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{39}{45} = \frac{13}{15}$.

22. (a) माना E_i घटना A_i को 1 वर्ष में मर जाने को प्रदर्शित करती है, तो $P(E_i) = p$ व $P(E_i') = 1 - p$ $\{i = 1, 2, ... n$ के लिए$\}$

$P(A_1, A_2, ... A_n$ कोई न मरे)

$= P(E_1' \cap E_2' \cap .... E_n') = P(E_1')P(E_2') .... P(E_n') = (1-p)^n$

क्योंकि $E_1, E_2, ... E_n$ स्वतंत्र घटनायें हैं। माना E घटना $A_1, A_2, A_3, ... A_n$ में से कम से कम एक के 1 वर्ष में मर जाने को प्रदर्शित करती है।

$P(E) = 1 - P(E_1' \cap E_2' \cap .... \cap E_n') = 1 - (1-p)^n$

माना F घटना, A_1 पहला मरने वाला व्यक्ति है, को प्रदर्शित करती है तो $P(F/E) = \frac{1}{n}$

एवं $P(F) = P(E).P(F/E) = \frac{1}{n}[1 - (1-p)^n]$.

23. (b) माना A_1 काले पत्ते के खो जाने की घटना है एवं A_2 लाल पत्ते खो जाने की घटना है एवं E पहले 13 पत्ते लाल होने की घटना है।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= P\left(\frac{A_1}{E}\right)$.

यहाँ $P(A_1) = P(A_2) = \frac{1}{2}$ चूँकि प्रारम्भ में काले व लाल पत्ते बराबर थे एवं $P\left(\frac{E}{A_1}\right) = \frac{^{26}C_{13}}{^{51}C_{13}}$ व $P\left(\frac{E}{A_2}\right) = \frac{^{25}C_{13}}{^{51}C_{13}}$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= P\left(\frac{A_1}{E}\right)$

$= \frac{P(E/A_1)P(A_1)}{P(E/A_1)P(A_1) + P(E/A_2)P(A_2)}$

$= \frac{\frac{1}{2}.\frac{^{26}C_{13}}{^{51}C_{13}}}{\frac{1}{2}.\frac{^{26}C_{13}}{^{51}C_{13}} + \frac{1}{2}.\frac{^{25}C_{13}}{^{51}C_{13}}} = \frac{2}{3}$.

24. (a) माना $P(W_i)$ और $P(B_i)$ क्रमशः i वें बक्से से एक सफेद और एक काली गेंद निकालने की प्रायिकतायें हैं, जहाँ $i = 1, 2, 3$

अतः $P(W_1) = \frac{3}{4}, \ P(B_1) = \frac{1}{4}$

$P(W_2) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \ P(B_2) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$P(W_3) = \frac{1}{4}, \ P(B_3) = \frac{3}{4}$

तीन बक्सों से दो सफेद और एक काली गेंद निम्न तीन तरीकों से निकाली जा सकती है

	Box 1	Box 2	Box 3
प्रकार 1	W	W	B
प्रकार 2	W	B	W
प्रकार 3	B	W	W

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता

$= P(W_1)P(W_2)P(B_3) + P(W_1)P(B_2)P(W_3) + P(B_1)P(W_2)P(W_3)$

$= \frac{3}{4}.\frac{2}{4}.\frac{3}{4} + \frac{3}{4}.\frac{2}{4}.\frac{1}{4} + \frac{1}{4}.\frac{2}{4}.\frac{1}{4} = \frac{18 + 6 + 2}{64} = \frac{13}{32}$.

25. (d) यहाँ $^{100}C_{50}\, p^{50}(1-p)^{50} = {^{100}C_{51}}\, p^{51}(1-p)^{49}$

या $\frac{1-p}{p} = \frac{100\,!}{51\,!\,.\,49\,!} \times \frac{50\,!\,.\,50\,!}{100\,!} = \frac{50}{51}$

या $51 - 51p = 50p$

$\Rightarrow p = \frac{51}{101}$.

26. (d) n का कोई भी मान इसे सन्तुष्ट नहीं कर सकता।

27. (a) यहाँ $\frac{P(X = r)}{P(X = n - r)} = \frac{^nC_r p^r (1-p)^{n-r}}{^nC_{n-r} p^{n-r} (1-p)^r} = \left(\frac{1}{p} - 1\right)^{n-2r}$

चूँकि $\frac{1}{p}-1>0$ अतः अनुपात n व r, से स्वतंत्र होगा यदि $\frac{1}{p}-1=1$ या $p=\frac{1}{2}$.

28. (a) व्यक्ति अपनी प्रारम्भिक स्थिति से एक कदम आगे होगा यदि (i) या तो वह एक कदम आगे हो (ii) या एक कदम पीछे हो।

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= P(i)+P(ii)$

प्रथम स्थिति के लिये व्यक्ति 6 कदम आगे एवं 5 कदम पीछे चलता है। इस घटना की प्रायिकता $= {}^{11}C_6(0.4)^6(0.6)^5$.

दूसरी स्थिति के लिए व्यक्ति 6 कदम पीछे एवं 5 कदम आगे चलता हैं अतः इस घटना की प्रायिकता $= {}^{11}C_6(0.6)^6(0.4)^5$.

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= {}^{11}C_6(0.4)^6(0.6)^5+{}^{11}C_6(0.6)^6(0.4)^5$

$= {}^{11}C_6(0.4)^5(0.6)^5(0.4+0.6)= {}^{11}C_6(0.24)^5$.

29. (c) माना अखबारों की संख्या n है, तो

$60\,n=300\times 5 \Rightarrow n=25$.

30. (a) $P(x>1.5)=1-P(x=0)-P(x=1)$

$P(x=k)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$

$\therefore\ P(x>1.5)=1-\frac{1}{e^2}-\frac{2}{e^2}=1-\frac{3}{e^2}$.