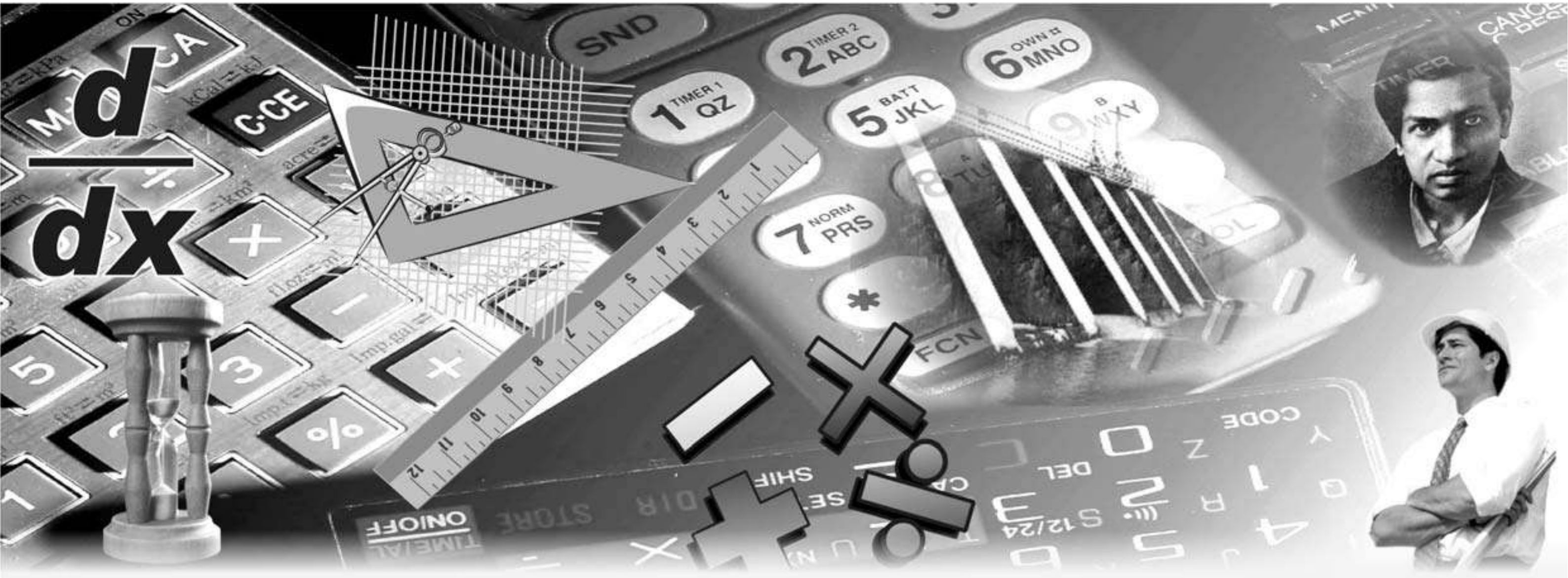


Chapter

32

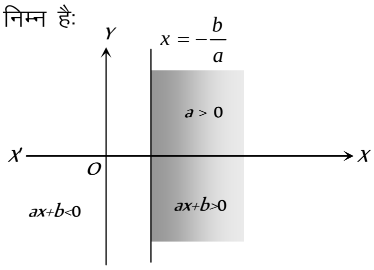
रैखिक प्रक्रमन

रैखिक प्रक्रमन की समस्याएँ अभीष्ट ध्येय प्राप्त करने के लिये सीमित साधनों का दक्षतायुक्त प्रयोग करने से सम्बन्धित होती हैं। यहाँ दो चरों में रैखिक प्रक्रमन की समस्याओं की आधारभूत संकल्पनाओं, इनके अनुप्रयोग, लाभ, सीमाओं, गणितीय रुपान्तरण तथा हल की ग्राफीय विधि का अध्ययन करते हैं।

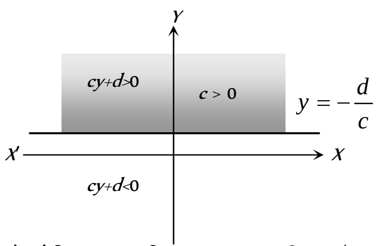
रैखिक असमिका (Linear Inequations)

(1) **रैखिक असमिकाओं का ग्राफ**

(i) **एक चर में रैखिक असमिका** : $ax+b>0, ax+b<0$, $cy+d>0$ इत्यादि, यह एक चर में रैखिक असमिकायें कहलाती हैं। इन असमिकाओं का ग्राफ निम्न है:

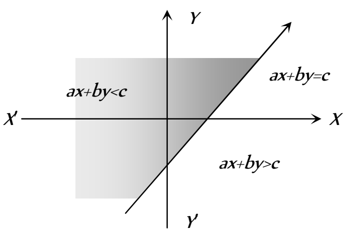


$ax+b>0$ तथा $ax+b<0$ का ग्राफ xy-तल को रेखा $x=-\frac{b}{a}$ (जोकि y-अक्ष के समान्तर है) द्वारा दो अर्द्ध-तलों में विभाजित कर प्राप्त करते हैं। इसी प्रकार से, $cy+d>0$ तथा $cy+d<0$ का ग्राफ प्राप्त करते हैं।



(ii) **दो चरों में रैखिक असमिका:** इन असमिकाओं का सामान्य रुप $ax+by>c, ax+by<c$ होता है। यदि कोई क्रमित युग्म (x_1, y_1) असमिकाओं को सन्तुष्ट करता है, तब यह असमिका का हल कहलाता है।

इन असमिकाओं का ग्राफ निम्नानुसार है, ($c>0$ के लिये) :



कार्य विधि :

असमिका के ग्राफ की रचना निम्न प्रकार से की जाती है :

(i) $ax+by<c$ तथा $ax+by>c$ को समीकरण $ax+by=c$ के रूप में लिखते हैं।

(ii) $ax+by=c$ के हलों के लिये तालिका बनाते हैं।

(iii) अब, इन बिन्दुओं की सहायता से एक रेखा खींचते हैं, जो कि रेखा $ax+by=c$ का ग्राफ होती है।

(iv) यदि असमिका (> या <) है, तब इस रेखा पर स्थित बिन्दुओं को नहीं लेते हैं तथा बिन्दुओं से चिन्हित रेखा या असतत् रेखा खींचते हैं।

(v) यह रेखा (≥ या ≤) है, तब इस रेखा पर स्थित बिन्दुओं को लेते हैं तथा गहरी, स्पष्ट तथा सतत् रेखा खींचते हैं।

(vi) यह रेखा, XOY तल को दो क्षेत्रों में विभक्त करती है। असमिका को सन्तुष्ट करने वाला क्षेत्र निम्न प्रकार ज्ञात करते हैं:

(a) एक स्वेच्छ बिन्दु लेते हैं जो कि किसी भी क्षेत्र में हो सकता है।

(b) यदि यह दी गई असमिका को सन्तुष्ट करता है, तब अभीष्ट क्षेत्र वह क्षेत्र होगा, जिसमें स्वेच्छ बिन्दु स्थित है।

(c) यदि यह स्वेच्छ बिन्दु असमिका को सन्तुष्ट नहीं करता है, तब स्वेच्छ बिन्दु के दूसरी ओर का क्षेत्र अभीष्ट क्षेत्र होगा।

(d) अभीष्ट क्षेत्र में रेखायें खींचते हैं या इसे छायांकित करते हैं।

(2) **दो चरों में युगपत् रैखिक असमिकायें** : युगपत् रैखिक समीकरणों के निकाय का हल समुच्चय द्विविमीय तल में उन सभी बिन्दुओं का समुच्चय होता है, जो कि असमिकाओं को सन्तुष्ट करती हैं। अतः हल समुच्चय ज्ञात करने के लिये तल का उभयनिष्ठ क्षेत्र ज्ञात करते हैं। यदि दी गयी असमिकाओं के हलों का उभयनिष्ठ क्षेत्र नहीं है, तब हल समुच्चय, रिक्त समुच्चय होता है।

(3) **सुसंगत क्षेत्र** (Feasible region) : दो समीकरणों के ग्राफ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र को सुसंगत क्षेत्र कहते हैं। सुसंगत क्षेत्र के सभी बिन्दुओं के निर्देशांक असमीकरण निकाय के हल का निर्माण करते हैं। किसी रैखिक प्रक्रमन समस्या का सुसंगत हल केवल प्रथम चतुर्थांश में होता है। यदि सुसंगत क्षेत्र रिक्त है, तब समस्या का कोई हल नहीं होता है।

रैखिक प्रक्रमन पर आधारित पद

(Terms of linear programming)

रैखिक प्रक्रमन वह प्रक्रिया है जो व्यवसाय में कुछ निश्चित प्रतिबन्धों के अन्तर्गत प्राप्त होने वाले परिणामों के अनुकूलतम (Optimal) मान प्रदान करती है।

(1) **उद्देश्य फलन** (Objective function) : ऐसा रेखीय फलन जिसका अनुकूलतम हल प्राप्त किया जा सकता है, उद्देश्य फलन कहलाता है।

(2) **प्रतिबन्ध या व्यवरोध** (Constraints or Restrictions) : किसी रेखिक कार्य–योजना समस्या (*LPP*) के प्रतिबन्धों को निरूपित करने वाले असमीकरणों को प्रतिबन्ध या व्यवरोध कहते है।

(3) **मूल चर** (Basic variables) : $m \times n$ अविचित्र (Non-singular) आव्यूह के स्तम्भों से सम्बन्धित m चर जो शून्य से भिन्न हो सकते हैं, मूल चर कहलाते हैं।

(4) **मूल हल** (Basic solution) : एक हल जिसमें m चरों से सम्बन्धित सदिश रेखीय हैं और शेष $(n-m)$ चर शून्य हों,एक मूल हल कहलाता है। एक मूल हल डिजनरेट मूल कहलाता है, यदि कम से कम एक मूल चर शून्य हो।

(5) **ऋणेत्तर प्रतिबन्ध** (Non-negative constraints) : रेखीय कार्य योजना समस्या के उद्देश्य फलन में प्रयुक्त चर सदैव शून्य या धनात्मक होते हैं। इन प्रतिबन्धों को दर्शाने वाली असमिकाओं को ऋणेत्तर प्रतिबन्ध कहते हैं।

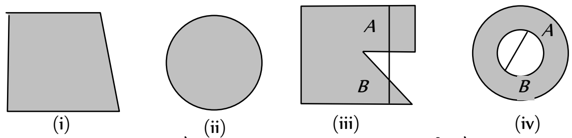
(6) **सुसंगत हल** (Feasible solution) : किसी रेखीय कार्य योजना की समस्या में चरों के मानों का ऐसा समुच्चय जो समस्या के सभी व्यवरोधों को संतुष्ट करता हो, समस्या का सुसंगत हल कहलाता है।

(7) **अनुकूलतम हल** (Optimal solution) : एक सुसंगत हल, जिसके लिए उद्देश्य फलन महत्तम अथवा न्यूनतम हो, अनुकूलतम हल कहलाता है।

(8) **समलाभीय रेखा** (Iso–profit line) : किसी रेखीय कार्य–योजना समस्या के सुसंगत हल को दर्शाने वाले ज्यामितीय क्षेत्र के अन्दर खींची गयी ऐसी रेखा जिस पर स्थित प्रत्येक बिन्दु पर उद्देश्य फलन का मान अचर हो, समलाभीय रेखा कहलाती है।

जब उद्देश्य फलन को न्यूनतम करना हो, तो ऐसी रेखायें समलागत रेखायें (Isocost lines) कहलाती है

(9) **अवमुख (उत्तल) समुच्चय** (Convex set) : रेखीय कार्य–योजना की अधिकतर समस्याओं में सुसंगत हल समुच्चय प्रथम चतुर्थांश में एक बहुभुज होता है। यह बहुभुज उत्तल अथवा अवमुख होता है। इसका अर्थ यह है कि यदि बहुभुज में कोई दो बिन्दु लेकर एक रेखाखण्ड खींचे तो वह रेखाखण्ड पूर्णतः बहुभुज के अन्तर्गत होना चाहिए।



चित्र (i) व (ii) उत्तल है तथा (iii) व (iv) उत्तल नहीं है।

रैखिक प्रक्रमन की समस्या का गणितीय रुपान्तरण या सूत्राण

(Mathematical formulation of a linear programming problem)

दो चरों के रैखिक प्रक्रमन की समस्या का गणितीय सूत्रण करने के लिये निम्न बिन्दु उपयोगी हैं।

(1) दिये हुए चरों के रैखिक फलन के रुप में वस्तुनिष्ठ फलन (उद्देश्य-फलन) (Objective function) को ज्ञात कीजिए।

(2) सभी व्यवरोधों (Constraints) का रैखिक समीकरणों या असमिकाओं के रूप में उल्लेख कीजिए।

(3) दिये हुए व्यवरोधों को सन्तुष्ट करने वाले चरों के मानों के सभी समुच्चयों को गणितीय विधि से ज्ञात कीजिए।

(4) चरों के मानों के उस विशेष समुच्चय को छाँटिये जिससे अभीष्ट वस्तुनिष्ठ फलन (उद्देश्य फलन) प्राप्त हो जाये। जैसे, न्यूनतम उत्पादन व्यय या अधिकतम लाभ।

रैखिक प्रक्रमन समस्या के लिये ग्राफीय विधि

(Graphical solution of two variable linear programming problem)

किसी रैखिक प्रक्रमन समस्या को हल करने की दो ग्राफीय विधियाँ हैं :

(1) चरम बिन्दु विधि तथा (2) सम-लाभ या समलागत विधि

(1) **चरम बिन्दु विधि**

कार्य विधि :

(i) सर्वप्रथम समस्या का व्यवरोध (Constraints) और वस्तुनिष्ठ फलन (उद्देश्य) (Objective function) के रुप में सूत्रण कीजिये।

(ii) सभी असमिकाओं (Inequations) को समीकरण (equation) मान लीजिये।

(iii) सभी समिकाओं और ऋणेत्तर व्यवरोधों का ग्राफ बनाइये। हमें अब उतनी ही रेखाएँ प्राप्त होंगी जितनी कि समिकाओं (Equation) और असमिकाओं (Inequatons) की संख्याएँ हैं।

(iv) इस प्रकार खींची गयी रेखाओं से परिबद्ध सुसंगत (Feasible) बहुभुज प्राप्त हो जायेगा। बहुभुज की भुजाएँ सभी व्यवरोधों (Constraints) को सन्तुष्ट करेंगी।

(v) इस सुसंगत बहुभुज के प्रत्येक शीर्ष के निर्देशांक प्राप्त कीजिये।

(vi) सुसंगत (Feaisble) बहुभुज के प्रत्येक शीर्ष के निर्देशांकों को वस्तुनिष्ठ फलन (उद्देश्य फलन) (Objective function) P में प्रतिस्थापित कीजिए और देखिए कि अधिकतम लाभ या न्यूनतम व्यय किस शीर्ष पर है। यहाँ उस प्रमेय का प्रयोग हो जाता है कि सुसंगत (Feasible) उत्तल बहुभुज(Convex polygon) का कोई एक शीर्ष अनुकूलतम (Opimization) बिन्दु होगा।

(vii) यदि ऐसा बिन्दु ज्ञात करना संभव न हों, जिस पर सुसंगत हल ज्ञात किया जा सके, तब समस्या का हल अपरिबद्ध होता है।

(viii) यदि सुसंगत क्षेत्र रिक्त है, तब समस्या का कोई हल नहीं होगा।

(ix) मूलबिन्दु के समीप उद्देश्य फलन का मान न्यूनतम तथा मूलबिन्दु से दूर उद्देश्य फलन का मान अधिकतम होगा।

(2) **समलाभीय या समलागत विधि** : इस विधि के विभिन्न पद निम्नानुसार है :

(i) रैखिक प्रक्रमन समस्या का सुसंगत क्षेत्र ज्ञात करते हैं।

(ii) Z को एक अचर मान Z_1 देते है तथा उद्देश्य फलन के संगत रेखा खींचते है।

(iii) Z को दूसरा अचर मान Z_2 देते है तथा उद्देश्य फलन के संगत रेखा खींचते हैं।

(iv) यदि $Z_1 < Z_2, (Z_1 > Z_2)$, तब अधिकतमीकरण (न्यूनतमीकरण) की स्थिति में Z के संगत रेखा PQ, Z के संगत रेखा PQ के समान्तर तब तक गति करती है, जब तक कि सुसंगत क्षेत्र का दूरस्थ बिन्दु इस रेखा द्वारा स्पर्श न हो जाये। बिन्दु के निर्देशांक उद्देश्य फलन का अधिकतम (न्यूनतम) मान प्रदान करते हैं।

(v) इस विधि द्वारा अधिक संख्या में उपस्थित समिकाओं या असमिकाओं से सम्बन्धित समस्यायें आसानी से हल की जा सकती हैं।

(vi) अपरिबद्ध क्षेत्र की स्थिति में, या तो इष्टतम हल (optimal solution) प्राप्त होता है या अपरिबद्ध हल प्राप्त होता है। अपरिबद्ध हलों को इष्टतम हल के रुप में नहीं लेते हैं। वास्तविक जगत की समस्याओं में, अपरिमित लाभ या अपरिमित हानि संभव नहीं है।

सरल सुसंगत क्षेत्रा के लिये बिना ग्राफ खींचे शीर्ष प्राप्त करना (To find the vertices of simple feasible region without drawing a graph)

(1) **परिबद्ध क्षेत्र** : असमिकाओं $ax + by \le m$ तथा $cx + dy \le n$ से प्रथम चतुर्थांश में घिरा क्षेत्र परिबद्ध क्षेत्र कहलाता है। यह त्रिभुज या चर्तुभुज के रुप का होता है। इन असमिकाओं को समीकरण में परिवर्तित करते हैं, तब $x = 0$ तथा $y = 0$ रखकर हल प्राप्त करते हैं।

समीकरण को हल कर, जिसमें परिबद्ध क्षेत्र के शीर्ष हो सकते हैं, हल ज्ञात करते हैं।

उद्देश्य फलन का अधिकतम मान सीमित क्षेत्र के किसी एक शीर्ष पर स्थित होता है।

(2) **अपरिबद्ध क्षेत्र :** असमिकाओं $ax + by \geq m$ तथा $cx + dy \geq n$ से प्रथम चतुर्थांश में घिरा क्षेत्र अपरिबद्ध क्षेत्र कहलाता है।

असमिकाओं को समीकरण में परिवर्तित करते हैं तथा $x = 0$ व $y = 0$ के लिये हल करते हैं। इस प्रकार सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष प्राप्त करते हैं।

उद्देश्य फलन का न्यूनतम मान अपरिबद्ध क्षेत्र के एक शीर्ष पर स्थित होता है किन्तु अधिकतम मान का कोई अस्तित्व नहीं होता है।

रैखिक प्रक्रमन समस्या के लाभ तथा सीमायें (Advantages and limitations of L.P.P.)

(1) **लाभ :** रैखिक प्रक्रमन समस्या का उपयोग अधिकतम निर्गत-निवेश (output) के लिये उत्पादन लागत को न्यूनतम करने में करते हैं। संक्षेप में, रैखिक प्रक्रमन समस्या के उपयोग से कोई प्रबंधक सीमित साधनों का दक्षतापूर्वक प्रयोग कर अभीष्ट ध्येय प्राप्त करता है तथा न्यूनतम लागत पर अधिकतम लाभ प्राप्त कर सकता है।

(2) **सीमायें :** (i) रैखिक प्रक्रमन का उपयोग केवल तभी कर सकते हैं, जब उद्देश्य फलन तथा सभी व्यवरोधों को रैखिक समीकरण/असमीकरण के रुप में व्यक्त कर सकें।

(ii) रैखिक प्रक्रमन तकनीक केवल तभी हल देती है, जब समस्या से सम्बन्धित सभी अवयव संख्यात्मक रुप में हों।

(iii) उद्देश्य फलन तथा व्यवरोधों के गुणांक निश्चित हों तथा अध्ययन के दौरान अपरिवर्तित रहना चाहिये।

(iv) रैखिक प्रक्रमन तकनीक भिन्नात्मक मान दे सकती है, जो कई समस्याओं में उपयोगी नहीं होते हैं।

Tips & Tricks

✍ रैखिक प्रक्रमन की कुछ समस्याओं में, व्यवरोध असंगत होते हैं, अर्थात् ऐसे किसी बिन्दु का अस्तित्व नहीं होता जो कि सभी व्यवरोधों को सन्तुष्ट करता है। इस प्रकार की रैखिक प्रक्रमन समस्याओं के हलों को असंगत हल (*infeasible solution*) कहा जाता है।

✍ यदि रेखीय प्रक्रमन समस्या में रेखीय प्रतिबन्ध परिवर्तित कर दिये जाए, तो प्रश्न को पुनः हल करना होगा।

✍ उद्देश्य फलन का अनुकूलतम मान सुसंगत क्षेत्र के कोने वाले बिंदुओं पर प्राप्त होता है।

✍ यदि किसी रेखीय प्रक्रमन समस्या के दो अनुकूलतम हल हैं, तो फिर उसके अनन्त अनूकूलतम हल होंगे।

✍ यदि कोई ऐसा बिन्दु निशचित करना संभव न हो, जहाँ समस्या का अनुकूलतम हल हो, तो समस्या का हल अपरिबद्ध होता है।

✍ उद्देश्य फलन का अधिकतम मान, परिबद्ध क्षेत्र के किसी एक शीर्ष पर होता है।

Ordinary Thinking

Objective Questions

रैखिक प्रक्रमन

1. उद्देश्य फलन $z = x_1 + x_2$ के व्यवरोधों $x_1 + x_2 \leq 1, 3x_1 + x_2 \geq 3$ तथा $x_1, x_2 \geq 0$ के लिए होंगे

(a) दो सम्भाव्य क्षेत्र
(b) अनन्त सम्भाव्य क्षेत्र
(c) कोई सम्भाव्य क्षेत्र नहीं
(d) इनमें से कोई नहीं

2. निम्न में से कौन सा असमिकाओं $2x + 3y \leq 6$, $5x + 3y \leq 15$ तथा $x, y \geq 0$ के परिबद्ध धनात्मक क्षेत्र का शीर्ष नहीं है

(a) (0, 2) (b) (0, 0)
(c) (3, 0) (d) इनमें से कोई नहीं

3. व्यवरोधों के मध्यवर्ती हलों को किस में रखकर परीक्षण करना चाहिए

(a) उद्देश्य फलन (b) व्यवरोध
(c) परीक्षण आवश्यक नहीं (d) इनमें से कोई नहीं

4. एक रेखीय प्रक्रमन समस्या के व्यवरोधों $x_1 + 2x_2 \leq 2000$, $x_1 + x_2 \leq 1500$, $x_2 \leq 600$ तथा $x_1, x_2 \geq 0$ के लिए निम्न में से कौनसा बिन्दु धनात्मक परिबद्ध क्षेत्र में स्थित नहीं है

(a) (1000, 0) (b) (0, 500)
(c) (2, 0) (d) (2000, 0)

5. एक मूल हल नॉन–डिजनरेट कहलाता है, यदि

(a) सभी मूल चर शून्य हों
(b) कोई भी मूल चर शून्य न हो
(c) कम से कम एक मूल चर शून्य हो
(d) इनमें से कोई नहीं

6. यदि 4 प्राचलों को अनुकूलतम (optimized) करने के लिए उपलब्ध व्यवरोधों की संख्या 3 हो, तो

(a) उद्देश्य फलन अनुकूल (optimize) किया जा सकता है
(b) व्यवरोधों की संख्या कम है
(c) हल, प्रश्न पर निर्भर करता है
(d) इनमें से कोई नहीं

7. प्रतिबन्धों $x + 2y \geq 11$, $3x + 4y \leq 30$, $2x + 5y \leq 30$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ के हल समुच्चय में निहित बिन्दु है [MP PET 1993]

(a) (2, 3) (b) (3, 2)
(c) (3, 4) (d) (4, 3)

8. $x \leq 2$ तथा $y \geq 2$ का ग्राफ स्थित है

(a) प्रथम व द्वितीय चतुर्थांश में
(b) द्वितीय व तृतीय चतुर्थांश में
(c) प्रथम व तृतीय चतुर्थांश में
(d) तृतीय व चतुर्थ चतुर्थांश में

9. `रेखीय कार्य योजना का सुसंगत हल प्राप्त होता है
(a) प्रथम व द्वितीय चतुर्थांश में
(b) प्रथम व तृतीय चतुर्थांश में
(c) द्वितीय चतुर्थांश में
(d) केवल प्रथम चतुर्थांश में

10. असमीकरण $2x - 3y < 5$ के ग्राफ के क्षेत्र में बिन्दुओं O (0,0) तथा P (2, – 2) की स्थिति है
(a) O अन्दर तथा P बाहर
(b) O व P दोनों अन्दर
(c) O व P दोनों बाहर
(d) O बाहर तथा P अन्दर

11. असमीकरणों $3x + 2y \le 6$ तथा $6x + 4y \ge 20$ के ग्राफ के लिए सत्य है
(a) दोनों ग्राफ असंयुक्त हैं
(b) दोनों में ही मूल बिन्दु स्थित नहीं है
(c) दोनों में ही (1, 1) शामिल है
(d) इनमें से कोई नहीं

12. असमीकरणों $2x + y \ge 2$ तथा $x - y \le 3$ के संयुक्त ग्राफ का शीर्ष है
(a) (0, 0) (b) $\left(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3}\right)$
(c) $\left(\frac{5}{3}, \frac{4}{3}\right)$ (d) $\left(-\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$

13. असमीकरणों $x + 2y \ge 0$ तथा $2x + y \le 4$, $x \ge 0$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का एक शीर्ष है
(a) (1, 1) (b) (0, 1)
(c) (3, 0) (d) (0, 0)

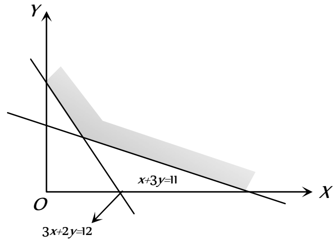
14. रेखीय असमीकरणों $2x + 3y \le 6$, $x + 4y \le 4$ तथा $x, y \ge 0$ का एक शीर्ष है
(a) (1, 0) (b) (1, 1)
(c) $\left(\frac{12}{5}, \frac{2}{5}\right)$ (d) $\left(\frac{2}{5}, \frac{12}{5}\right)$

15. रेखीय प्रतिबन्धों $3x + 4y \le 18, 2x + 3y \ge 3$ तथा $x, y \ge 0$ के द्वारा प्राप्त सुसंगत क्षेत्र का एक शीर्ष है
(a) (0, 2) (b) (4.8, 0)
(c) (0, 3) (d) इनमें से कोई नहीं

16. असमीकरणों $x + y \le 11$ तथा $x - y \le 1$ के द्वारा परिबद्ध क्षेत्र किन चतुर्थांशों में स्थित है
(a) I, II (b) I, III
(c) II, III (d) चारों चतुर्थांशों में

17. xy-तल में तृतीय चतुर्थांश क्षेत्र के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध है
(a) $x > 0, y < 0$ (b) $x < 0, y < 0$
(c) $x < 0, y > 0$ (d) $x < 0, y = 0$

18. निम्न छायांकित सुसंगत क्षेत्र के लिए रेखीय प्रतिबन्ध निम्न है



(a) $x \ge 0, y \ge 0, 3x + 2y \ge 12, x + 3y \ge 11$
(b) $x \ge 0, y \ge 0, 3x + 2y \le 12, x + 3y \ge 11$
(c) $x \ge 0, y \ge 0, 3x + 2y \le 12, x + 3y \le 11$
(d) इनमें से कोई नहीं

19. रेखीय व्यवरोधों के अन्तर्गत उद्देश्य फलन का अधिकतम मान होता है
(a) सुसंगत क्षेत्र के केन्द्र पर
(b) (0, 0) पर
(c) सुसंगत क्षेत्र के किसी भी शीर्ष पर
(d) (0, 0) से अधिकतम दूरी पर स्थित शीर्ष पर

20. $2x + 3y - 5 \le 0$ तथा $4x - 3y + 2 \le 0$ द्वारा निरूपित क्षेत्र
(a) प्रथम चतुर्थांश में नहीं है
(b) प्रथम चतुर्थांश में परिबद्ध है
(c) प्रथम चतुर्थांश में अपरिबद्ध है
(d) इनमें से कोई नहीं

21. असमीकरण निकाय $x, y \ge 0$, $y \le 6, x + y \le 3$ द्वारा निरूपित क्षेत्र
(a) प्रथम चतुर्थांश में अपरिबद्ध है
(b) प्रथम व द्वितीय चतुर्थांश में अपरिबद्ध है
(c) प्रथम चतुर्थांश में परिबद्ध है
(d) इनमें से कोई नहीं

22. असमिका $2x + y > 5$ का हल समुच्चय है
(a) अर्द्ध-समतल जिसमें मूल बिन्दु निहित है
(b) खुला अर्द्ध-समतल जिसमें मूल बिन्दु नहीं है
(c) सम्पूर्ण xy-समतल केवल रेखा $2x + y = 5$ पर स्थित बिन्दुओं को छोड़कर
(d) इनमें से कोई नहीं

23. यदि एक बिन्दु (h, k) असमिका $ax + by \ge 4$ को संतुष्ट करता है, तो असमीकरणों द्वारा निरूपित अर्द्ध-समतल में
(a) बिन्दु (h, k) निहित होगा परन्तु रेखा $ax + by = 4$ पर स्थित बिन्दु नहीं होंगे
(b) बिन्दु (h, k) एवं रेखा $ax + by = 4$ पर स्थित सभी बिन्दु सम्मिलित होंगे
(c) सम्पूर्ण xy-समतल
(d) इनमें से कोई नहीं

24. असमीकरण $y - x \le 0$ प्रदर्शित करता है
(a) वह अर्द्ध-समतल जिसमें धनात्मक x-अक्ष है
(b) रेखा $y = x$ के ऊपर बन्द अर्द्ध-समतल जिसमें धनात्मक y-अक्ष निहित है
(c) अर्द्ध समतल जिसमें ऋणात्मक x-अक्ष निहित है
(d) इनमें से कोई नहीं

25. रेखीय प्रक्रमन समस्या का उद्देश्य फलन है

(a) एक प्रतिबन्ध

(b) अनुकूलतम हल निकालने का फलन

(c) चरों के बीच सम्बन्ध

(d) इनमें से कोई नहीं

26. उद्देश्य फलन का अनुकूलतम मान निम्न बिन्दुओं पर प्राप्त होता है **[MP PET 1998]**

(a) असमिकाओं द्वारा अक्षों के प्रतिच्छेदन बिन्दुओं पर

(b) असमिकाओं द्वारा केवल x-अक्ष के प्रतिच्छेदन बिन्दुओं पर

(c) सुसंगत क्षेत्र के कोने वाले बिन्दुओं पर

(d) इनमें से कोई नहीं

27. उद्देश्य फलन $z = 4x + 3y$ को रेखीय प्रतिबन्धों $3x + 4y \le 24$, $8x + 6y \le 48$, $x \le 5, y \le 6;\ x, y \ge 0$ के अन्तर्गत अधिकतम प्राप्त किया जा सकता है

(a) केवल एक बिन्दु पर (b) केवल दो बिन्दुओं पर

(c) अनन्त बिन्दुओं पर (d) इनमें से कोई नहीं

28. यदि L.P.P. में रेखीय प्रतिबन्ध परिवर्तित कर दिये जाएँ, तो

(a) प्रश्न को पुनः हल करना होगा

(b) हल परिभाषित नहीं होगा

(c) उद्देश्य फलन नये सिरे से लेना होगा

(d) प्रतिबन्धों के परिवर्तन को अनदेखा किया जाएगा

29. कौनसा कथन सही है

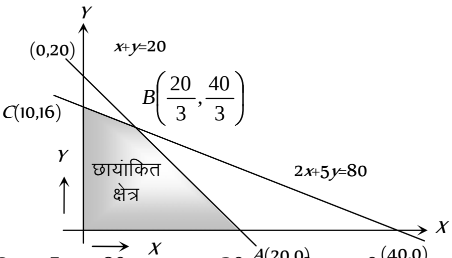
(a) प्रत्येक L.P.P. का एक अनुकूलतम हल होता है

(b) किसी भी L.P.P. का केवल अद्वितीय अनुकूलतम हल होता है

(c) यदि किसी L.P.P. के दो अनुकूलतम हल हैं, तो उसके अनन्त अनुकूलतम हल होंगे

(d) L.P.P. के सभी सुसंगत हलों का समुच्चय उत्तल (Convex) समुच्चय नहीं होता है

30. छायांकित क्षेत्र निम्न द्वारा प्रदर्शित होता है **[MP PET 1997]**



(a) $2x + 5y \ge 80,\ x + y \le 20,\ x \ge 0,\ y \le 0$

(b) $2x + 5y \ge 80,\ x + y \ge 20,\ x \ge 0,\ y \ge 0$

(c) $2x + 5y \le 80,\ x + y \le 20,\ x \ge 0,\ y \ge 0$

(d) $2x + 5y \le 80,\ x + y \le 20,\ x \le 0,\ y \le 0$

31. असमिकायें

$-x_1 + x_2 \le 1$

$-x_1 + 3x_2 \le 9$

$x_1, x_2 \ge 0$ परिभाषित हैं **[MP PET 1999]**

(a) परिबद्ध सुसंगत क्षेत्र पर

(b) अपरिबद्ध सुसंगत क्षेत्र पर

(c) परिबद्ध तथा अपरिबद्ध सुसंगत दोनों क्षेत्रों पर

(d) इनमें से कोई नहीं

32. रेखीय प्रक्रमन के सम्बन्ध में निम्न कथन सत्य नहीं है **[Kurukshetra CEE 1998]**

(a) *स्लैक* (Slack) चर वह चर है जिसे किसी प्रतिबन्ध $\le$ के बांये पक्ष में जोड़ने पर वह उसे समिका में परिवर्तित कर दे

(b) *सरप्लस* (Surplus) चर वह चर है जिसे किसी प्रतिबन्ध $\ge$ के बायें पक्ष में से घटाने पर वह उसे समिका में परिवर्तित कर दें

(c) एक आधारभूत हल जो कि सुसंगत क्षेत्र में स्थित है, आधारभूत सुसंगत हल कहलाता है

(d) *सिम्पलेक्स तालिका* (Simplex table) के स्तम्भ जिसमें हल के सभी चर हों, *पिवॅट स्तम्भ* (Pivot or key column) कहलाता है

33. एक रेखीय प्रक्रमन समस्या में कौनसा शब्द प्रयुक्त नहीं होता है **[MP PET 2000]**

(a) *स्लैक* (Slack) चर (b) उद्देश्य फलन

(c) अवतल क्षेत्र (d) सुसंगत हल

34. असमीकरणों $x \le y$ व $y > x + 3$ का ग्राफ निम्न चतुर्थांश/चतुर्थांशों में स्थित है

(a) II (b) I, II

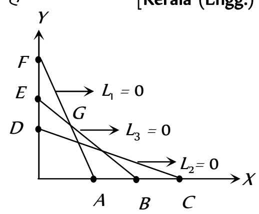
(c) I, II, III (d) II, III, IV

35. निम्नलिखित असमिकाओं $3y + x \ge 3, x \ge 0, y \ge 0$ के लिए सुसंगत क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा **[DCE 2005]**

(a) परिबद्ध (b) अपरिबद्ध

(c) उत्तल (d) अवतल

36. निम्नलिखित व्यवरोधों $L_1 \le 0, L_2 \ge 0, L_3 = 0, x \ge 0, y \ge 0$ के लिए चित्र में प्रदर्शित सुसंगत क्षेत्र है **[Kerala (Engg.) 2005]**



(a) *DHF* क्षेत्र

(b) *AHC* क्षेत्र

(c) रेखाखण्ड *EG*

(d) रेखाखण्ड *GI*

(e) रेखाखण्ड *IC*

37. एक थोक व्यापारी 24000 रु. से अनाज का व्यापार शुरु करना चाहता है। गेहूँ 400 रु. प्रति क्विंटल तथा चावल 600 रु. प्रति क्विंटल है। उसके स्टोर में 200 क्विंटल अनाज रखने की क्षमता है। वह गेहूँ पर 25 रु. प्रति क्विंटल तथा चावल पर 40 रु. प्रति क्विंटल लाभ कमाता है। यदि वह x क्विंटल चावल तथा y क्विंटल गेहूँ रखता है तो अधिकतम लाभ के लिए उद्देश्य फलन है

(a) $25x + 40y$ (b) $40x + 25y$

(c) $400x + 600y$ (d) $\frac{400}{40}x + \frac{600}{25}y$

38. मोहन बचत पत्र तथा राष्ट्रीय बचत बॉन्ड पर 15,000 रु. निवेश करना चाहता है। नियमानुसार उसे बचत पत्रों पर कम से कम 2000 रु. तथा राष्ट्रीय बॉन्डों पर कम से कम 2500 रु. का निवेश करना आवश्यक है। बचत पत्रों पर 8% प्रतिवर्ष तथा राष्ट्रीय बचत बॉन्ड पर 10% प्रतिवर्ष ब्याज दरें देय हैं। वह x रु. बचत पत्रों में तथा y रु. राष्ट्रीय बचत बॉन्डों में निवेश करता है, तो उद्देश्य फलन है

(a) $0.08x + 0.10y$ (b) $\frac{x}{2000} + \frac{y}{2500}$

(c) $2000x + 2500y$ (d) $\frac{x}{8} + \frac{y}{10}$

39. एक फर्म दो प्रकार के उत्पाद A व B तैयार करती है। फर्म को A व B दोनों उत्पादों पर 2 रु. प्रति नग लाभ होता है। प्रत्येक उत्पाद

मशीनों M_1 व M_2 पर संसाधित (Processing) किया जाता है। A के लिए M_1, M_2 पर क्रमशः 1 मिनट व 2 मिनट का समय लगता है तथा B के लिए मशीनें M_1, M_2 क्रमशः 1 मिनट व 1 मिनट का समय लेती हैं। मशीनें M_1, M_2 किसी भी दिन क्रमशः 8 घंटे तथा 10 घंटे से अधिक उपलब्ध नहीं हैं। यदि Aके x तथा B के y उत्पाद तैयार किये जायें तो $x \geq 0, y \geq 0$ के अतिरिक्त रेखीय प्रतिबन्ध हैं

(a) $x + y \leq 480$, $2x + y \leq 600$ (b) $x + y \leq 8$, $2x + y \leq 10$

(c) $x + y \geq 480$, $2x + y \geq 600$ (d) $x + y \leq 8$, $2x + y \geq 10$

40. उपर्युक्त प्रश्न में उद्देश्य फलन है

(a) $2x + y$ (b) $x + 2y$

(c) $2x + 2y$ (d) $8x + 10y$

41. गणित के एक टेस्ट में दो प्रकार के प्रश्न पूछे जाते हैं। लघु उत्तरीय व दीर्घ उत्तरीय, जिनके बारे में अनुकूल तथ्य नीचे सारणी में दिये हैं :

प्रश्नों के प्रकार	हल करने में लगा समय	अंक	प्रश्नों की संख्या
लघु उत्तरीय	5 मिनट	3	10
दीर्घ उत्तरीय	10 मिनट	5	14

पूर्णांक अंक 100 हैं। कोई विद्यार्थी सभी प्रकार के प्रश्न सही कर सकता है। अधिकतम अंक प्राप्त करने के लिए विद्यार्थी 3 घंटे में x लघु उत्तरीय तथा y दीर्घ उत्तरीय प्रश्न करता है तो रेखीय प्रतिबन्ध ($x \geq 0, y \geq 0$ के अतिरिक्त) निम्न हैं

(a) $5x + 10y \leq 180$, $x \leq 10, y \leq 14$

(b) $x + 10y \geq 180$, $x \leq 10, y \leq 14$

(c) $x + 10y \geq 180$, $x \geq 10, y \geq 14$

(d) $5x + 10y \leq 180$, $x \geq 10, y \geq 14$

42. उपर्युक्त प्रश्न का उद्देश्य फलन है

(a) $10x + 14y$ (b) $5x + 10y$

(c) $3x + 5y$ (d) $5y + 3x$

43. उपर्युक्त प्रश्न के सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष हैं

(a) (0, 18), (36, 0) (b) (0, 18), (10, 13)

(c) (10, 13), (8, 14) (d) (10, 13), (8, 14), (12, 12)

44. उपर्युक्त प्रश्न में उद्देश्य फलन का अधिकतम मान है

(a) 100 (b) 92

(c) 95 (d) 94

45. दो वस्तुओं A तथा B का उत्पादन करने वाली एक फैक्ट्री में A के निर्माण में मशीन को 3 घंटे तथा बढ़ई को 3 घंटे काम करना पड़ता है तथा B के निर्माण में मशीन 5 घंटे तथा बढ़ई 3 घंटे काम करता है। प्रति सप्ताह मशीन अधिकतम 80 घंटे तथा बढ़ई 50 घंटे काम करते हैं। A तथा B पर लाभ क्रमशः 6 रु. तथा 8 रु. है। यदि A तथा B में क्रमशः x तथा y यूनिट उत्पादन करने से लाभ अधिकतम हो तो लाभ फलन $6x + 8y$ के लिए निम्न रेखीय प्रतिबन्ध हैं

(a) $x \geq 0, y \geq 0, 5x + 3y \leq 80, 3x + 2y \leq 50$

(b) $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 5y \leq 80, 3x + 3y \leq 50$

(c) $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 5y \geq 80, 2x + 3y \geq 50$

(d) $x \geq 0, y \geq 0, 5x + 3y \geq 80, 3x + 2y \geq 50$

46. एक दुकानदार दो वस्तुओं A तथा B को खरीदना चाहता है। A का मूल्य 4 रु. तथा B का मूल्य 3 रु. है। उसे आशा है कि A को बेचने पर 30 पैसे तथा B को बेचने पर 10 पैसे का लाभ होगा। उसे 24 रु. से अधिक का सामान नहीं खरीदना है। यदि वह A व B की क्रमशः x व y संख्या खरीदता है, तो रेखीय प्रतिबन्ध निम्न हैं

(a) $x \geq 0, y \geq 0, 4x + 3y \leq 24$

(b) $x \geq 0, y \geq 0, 30x + 10y \leq 24$

(c) $x \geq 0, y \geq 0, 4x + 3y \geq 24$

(d) $x \geq 0, y \geq 0, 30x + 40y \geq 24$

47. उपर्युक्त प्रश्न में समलाभीय रेखा है

(a) $3x + y = 30$ (b) $x + 3y = 20$

(c) $3x - y = 20$ (d) $4x + 3y = 24$

48. दो धनात्मक पूर्ण संख्याओं का योग अधिक से अधिक 5 है। दूसरी संख्या का दो गुना और प्रथम का अन्तर अधिक से अधिक 4 है। यदि पहली संख्या x तथा दूसरी संख्या y है तो दोनों का गुणनफल अधिकतम होने के लिए गणितीय सूत्रण (Mathematical formulation) निम्न है

(a) $x + y \geq 5$, $2y - x \geq 4$, $x \geq 0, y \geq 0$

(b) $x + y \geq 5$, $-2x + y \geq 4$, $x \geq 0, y \geq 0$

(c) $x + y \leq 5$, $2y - x \leq 4$, $x \geq 0, y \geq 0$

(d) इनमें से कोई नहीं

49. रेखीय प्रक्रमन समस्या $Max\, z = 3x_1 + 2x_2$ जबकि $2x_1 - x_2 \geq 2$, $x_1 + 2x_2 \leq 8$ तथा $x_1, x_2 \geq 0$ के लिए $z =$

(a) 12 (b) 24

(c) 36 (d) 40

50. रेखीय प्रक्रमन समस्या $Min\, z = -x_1 + 2x_2$ जबकि $-x_1 + 3x_2 \leq 0$, $x_1 + x_2 \leq 6$, $x_1 - x_2 \leq 2$ तथा $x_1, x_2 \geq 0$ के लिए $x_1 =$

(a) 2 (b) 8

(c) 10 (d) 12

51. रेखीय प्रक्रमन समस्या $Min\, z = x_1 + x_2$ जबकि $5x_1 + 10x_2 \leq 0$, $x_1 + x_2 \geq 1$, $x_2 \leq 4$ तथा $x_1, x_2 \geq 0$ के लिए

(a) एक परिबद्ध हल है (b) कोई हल नहीं है

(c) अनन्त हल हैं (d) इनमें से कोई नहीं

52. $z = 4x + 9y$ का अधिकतमीकरण करने पर जबकि $x + 5y \leq 200$, $2x + 3y \leq 134$ तथा $x, y \geq 0$; तब $z =$

(a) 380 (b) 382

(c) 384 (d) इनमें से कोई नहीं

53. रेखीय प्रक्रमन समस्या $Min\, z = 2x + y$ जबकि $5x + 10y \leq 50$, $x + y \geq 1$, $y \leq 4$ तथा $x, y \geq 0$ के लिए $z =$

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 1/2

54. रेखीय प्रक्रमन समस्या $Min\ z = 2x - 10y$, जबकि $x - y \geq 0$, $x - 5y \geq -5$ तथा $x, y \geq 0$, के लिए $z =$

(a) –10 (b) –20

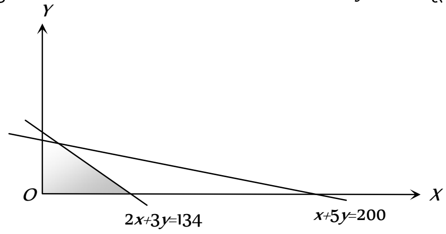
(c) 0 (d) 10

55. वह बिन्दु, जिस पर $(3x + 2y)$ का प्रतिबन्धों $x + y \leq 2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ के साथ अधिकतम मान प्राप्त होता है, है [MP PET 1993]

(a) (0, 0) (b) (1.5, 1.5)

(c) (2, 0) (d) (0, 2)

56. निम्न सुसंगत क्षेत्र में उद्देश्य फलन $c = 2x + 2y$ का न्यूनतम मान है



(a) 134 (b) 40
(c) 38 (d) 80

57. रेखीय प्रतिबन्धों $3x+2y \ge 12$, $x+3y \ge 11$ तथा $x, y \ge 0$ के अन्तर्गत उद्देश्य फलन $c = 2x+2y$ का न्यूनतम मान है
(a) 10 (b) 12
(c) 6 (d) 5

58. रेखीय कार्य योजना समस्या $x+y \ge 1$, $x+2y \le 10$, $y \le 4$ तथा $x, y \ge 0$ के अन्तर्गत $z = x+y$ को न्यूनतम करने के लिए अभीष्ट हल है
(a) $x=0, y=0, z=0$ (b) $x=3, y=3, z=6$
(c) इसके अनन्त हल हैं (d) इनमें से कोई नहीं

59. उद्देश्य फलन $z = x+2y$ को अधिकतम करने की समस्या का हल प्रतिबन्धों $x-y \le 2$, $x+y \le 4$ तथा $x, y \ge 0$ के अन्तर्गत है
(a) $x=0, y=4, z=8$ (b) $x=1, y=2, z=5$
(c) $x=1, y=4, z=9$ (d) $x=0, y=3, z=6$

60. उद्देश्य फलन $z = 2x+3y$ को अधिकतम करने के लिए प्रतिबन्धों $x+y \le 30, x-y \ge 0, y \le 12,$ $x \le 20,$ $y \ge 3$ व $x, y \ge 0$ के अन्तर्गत हल है
(a) $x=12, y=18$ पर (b) $x=18, y=12$ पर
(c) $x=12, y=12$ पर (d) $x=20, y=10$ पर

61. $P = 6x+8y$ का अधिकतम मान, जबकि प्रतिबन्ध $2x+y \le 30$, $x+2y \le 24$ तथा $x \ge 0, y \ge 0$ हैं, है [MP PET 1994; 95]
(a) 90 (b) 120
(c) 96 (d) 240

62. $P = x+3y$ का अधिकतम मान, जबकि $2x+y \le 20$, $x+2y \le 20$, $x \ge 0, y \ge 0$ है, है [MP PET 1995]
(a) 10 (b) 60
(c) 30 (d) इनमें से कोई नहीं

63. फलन $z = 4x+2y$ का रेखीय प्रतिबन्धों $2x+3y \le 18$, $x+y \ge 10$; $x, y \ge 0$ के अन्तर्गत अधिकतम मान है [MP PET 2001]
(a) 36 (b) 40
(c) 20 (d) इनमें से कोई नहीं

64. फलन $z = ax+by, a, b$ धनात्मक हैं, तब रेखीय प्रतिबन्धों $y \ge 1$, $x-4y+8 \ge 0$, $x, y \ge 0$ के अन्तर्गत
(a) फलन के सीमित अधिकतम हल है
(b) फलन के सीमित न्यूनतम हल है
(c) फलन का एक अपरिबद्ध न्यूनतम हल है
(d) फलन का एक अपरिबद्ध अधिकतम हल है

65. ग्राफीय विधि द्वारा रैखिक प्रक्रमन समस्या *Max* $z = 3x_1+5x_2$ जबकि $3x_1+2x_2 \le 18$, $x_1 \le 4$, $x_2 \le 6$, $x_1 \ge 0$, $x_2 \ge 0$ का हल है [MP PET 1996]
(a) $x_1=2, x_2=0, z=6$ (b) $x_1=2, x_2=6, z=36$
(c) $x_1=4, x_2=3, z=27$ (d) $x_1=4, x_2=6, z=42$

66. वह बिन्दु, जिस पर $x+y$ का प्रतिबन्धों $2x+5y \le 100$, $\frac{x}{25}+\frac{y}{49} \le 1$, $x, y \ge 0$ के अन्तर्गत अधिकतम मान प्राप्त होता है, है
(a) (10, 20) (b) (20, 10)
(c) (15, 15) (d) $\left(\frac{50}{3}, \frac{40}{3}\right)$

67. $(x+2y)$ का प्रतिबन्धों $2x+3y \le 6, x+4y \le 4,$ $x, y \ge 0$ के अन्तर्गत अधिकतम मान है
(a) 3 (b) 3.2
(c) 2 (d) 4

68. $10x+5y$ का प्रतिबन्धों $3x+y \le 15, x+2y \le 8,$ $x, y \ge 0$ के अन्तर्गत अधिकतम मान है
(a) 20 (b) 50
(c) 53 (d) 70

69. वह बिन्दु, जिस पर $x+y$ का प्रतिबन्धों $x+2y \le 70$, $2x+y \le 95$, $x, y \ge 0$ के अर्न्तगत अधिकतम मान प्राप्त होता है, है
(a) (30, 25) (b) (20, 35)
(c) (35, 20) (d) (40, 15)

70. यदि $3x_1+5x_2 \le 15$, $5x_1+2x_2 \le 10$, $x_1, x_2 \ge 0$ तब $5x_1+3x_2$ का अधिकतम मान रेखाचित्र विधि से है
(a) $12\frac{7}{19}$ (b) $12\frac{1}{7}$
(c) $12\frac{3}{5}$ (d) 12

71. व्यवरोधों $x+y \le 7, x+2y \le 10$, $x, y \ge 0$ के लिए $z = 5x+2y$ का अधिकतम मान है [AMU 1999]
(a) 10 (b) 26
(c) 35 (d) 70

72. रेखीय प्रक्रमन समस्या $z = 3x+4y$ का अधिकतम मान क्या होगा जबकि व्यवरोध $x+y \le 40, x+2y \le 60, x \ge 0$ तथा $y \ge 0$ हैं [MP PET 2002, 04]
(a) 120 (b) 140
(c) 100 (d) 160

73. $z = 2x_1+3x_2$ का न्यूनतम मान, जबकि प्रतिबन्ध $2x_1+7x_2 \ge 22$, $x_1+x_2 \ge 6$, $5x_1+x_2 \ge 10$ तथा $x_1, x_2 \ge 0$ हैं, होगा [MP PET 2003]
(a) 14 (b) 20
(c) 10 (d) 16

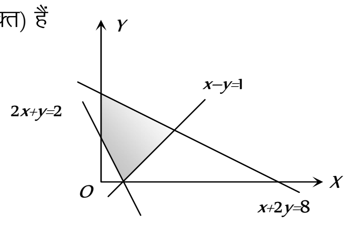
74. प्रतिबन्धों $x+y-20 \le 0$, $y \ge 5,$ $x \ge 0$, $y \ge 0$ के अन्तर्गत $z = 7x-8y$ के निम्निष्ठ मान के लिए बिन्दु के निर्देशांक होंगे [DCE 2005]
(a) (20, 0) (b) (15, 5)
(c) (0, 5) (d) (0, 20)

75. $\mu = 3x+4y$ का उच्चिष्ठ मान, जबकि प्रतिबन्ध $x+y \le 40$, $x+2y \le 60, x, y \ge 0$ हैं, होगा [MP PET 2004]
(a) 130 (b) 120
(c) 40 (d) 140

Critical Thinking

Objective Questions

1. निम्न छायांकित क्षेत्र के लिए प्रतिबन्ध ($x \ge 0$, $y \ge 0$ के अतिरिक्त) हैं



(a) $2x + y \le 2,\ x - y \le 1,\ x + 2y \le 8$

(b) $2x + y \ge 2,\ x - y \le 1,\ x + 2y \le 8$

(c) $2x + y \ge 2,\ x - y \ge 1,\ x + 2y \le 8$

(d) $2x + y \ge 2,\ x - y \ge 1,\ x + 2y \ge 8$

2. असमिकाएँ $3x - y \ge 3$ व $4x - y > 4$ [MP PET 2001]

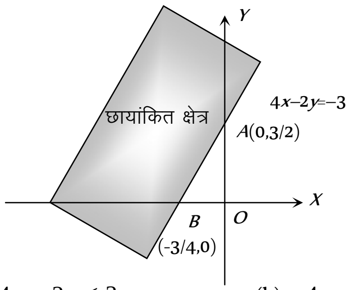
(a) धनात्मक x व y के लिए हल रखती हैं

(b) धनात्मक x व y के लिए कोई हल नहीं रखती हैं

(c) सभी x के लिए हल रखती हैं

(d) सभी y के लिए हल रखती हैं

3. छायांकित क्षेत्र निम्न द्वारा प्रदर्शित होता है [MP PET 1997]



(a) $4x - 2y \le 3$ (b) $4x - 2y \le -3$

(c) $4x - 2y \ge 3$ (d) $4x - 2y \ge -3$

4. एक फर्म पेन्ट तथा शर्ट बनाती है। एक शर्ट को बनाने में मशीन पर 2 घंटे तथा मानव श्रम के 3 घंटे लगते हैं। एक पेन्ट बनाने में मशीन पर 3 घंटे तथा मानव श्रम के 2 घंटे लगते हैं। एक सप्ताह में मशीन 70 घंटे तथा मानव श्रम 75 घंटे उपलब्ध हैं। यदि फर्म प्रति सप्ताह x शर्ट तथा y पेन्ट बनाना निर्धारित करे तो इसके लिए रेखीय प्रतिबन्ध निम्न हैं

(a) $x \ge 0, y \ge 0, 2x + 3y \ge 70, 3x + 2y \ge 75$

(b) $x \ge 0, y \ge 0, 2x + 3y \le 70, 3x + 2y \ge 75$

(c) $x \ge 0, y \ge 0, 2x + 3y \ge 70, 3x + 2y \le 75$

(d) $x \ge 0, y \ge 0, 2x + 3y \le 70, 3x + 2y \le 75$

5. रेखीय प्रक्रमन समस्या *Min* $z = 2x_1 + 3x_2$, जबकि प्रतिबन्ध $-x_1 + 2x_2 \le 4$, $x_1 + x_2 \le 6$, $x_1 + 3x_2 \ge 9$ तथा $x_1, x_2 \ge 0$ हैं, तब

(a) $x_1 = 1.2$ (b) $x_2 = 2.6$

(c) $z = 10.2$ (d) उपरोक्त सभी

6. एक कम्पनी A व B प्रकार की वस्तुओं का उत्पादन करती है। उसके गोदाम की अधिकतम भंडारण क्षमता 100 नग है। कुल निवेश 30,000 रु. है। A और B की लागत प्रति नग क्रमशः 400 रु. तथा 900 रु. हैं। यदि सभी उत्पादित वस्तुएँ बिक जाएँ एवं A तथा B पर प्रति नग लाभ क्रमशः 100 रु. तथा 120 रु. है तो A के x तथा B के y नग उत्पादन करने पर, दो रेखीय प्रतिबन्ध व समलाभीय रेखा क्रमशः निम्न हैं

(a) $x + y = 100; 4x + 9y = 300, 100x + 120y = c$

(b) $x + y \le 100; 4x + 9y \le 300, x + 2y = c$

(c) $x + y \le 100; 4x + 9y \le 300, 100x + 120y = c$

(d) $x + y \le 100; 9x + 4y \le 300, x + 2y = c$

7. रेखीय प्रक्रमन समस्या *Max* $z = x_1 + x_2$ जबकि $-2x_1 + x_2 \le 1$, $x_1 \le 2, x_1 + x_2 \le 3$ तथा $x_1, x_2 \ge 0$ के होंगे

(a) एक हल (b) तीन हल

(c) अनन्त हल (d) इनमें से कोई नहीं

8. उद्देश्य फलन $z = 2x + 10y$ का रेखीय प्रतिबन्धों $x \ge 0, y \ge 0$, $x - y \ge 0$, $x - 5y \le -5$ के अन्तर्गत न्यूनतम मान है

(a) 10 (b) 15

(c) 12 (d) 8

9. उद्देश्य फलन $z = 4x + 3y$ का प्रतिबन्धों $3x + 2y \ge 160$, $5x + 2y \ge 200$, $x + 2y \ge 80$; $x, y \ge 0$ के अन्तर्गत अधिकतम मान है [MP PET 1998]

(a) 320 (b) 300

(c) 230 (d) इनमें से कोई नहीं

10. रेखीय प्रक्रमन समस्या (L.P.P.) में अल्पनिष्ठ $z = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} c_{ij} x_{ij}$

शर्त पर: $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i, i = 1, ..., m$; $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, j = 1, ..., n$

के लिए नियंत्रणों की संख्या है [MP PET 1999]

(a) $m + n$ (b) $m - n$

(c) mn (d) m/n

Answers

रैखिक प्रक्रमन

1	c	2	d	3	b	4	d	5	b
6	b	7	c	8	a	9	d	10	a
11	a	12	b	13	d	14	c	15	d
16	d	17	b	18	a	19	d	20	b
21	c	22	b	23	b	24	a	25	b
26	c	27	c	28	a	29	c	30	c
31	b	32	d	33	c	34	c	35	b
36	c	37	b	38	a	39	a	40	c
41	a	42	c	43	c	44	c	45	b
46	a	47	a	48	c	49	b	50	a
51	c	52	b	53	b	54	a	55	c
56	d	57	a	58	c	59	a	60	b
61	b	62	c	63	d	64	b,d	65	b
66	d	67	b	68	c	69	d	70	a
71	c	72	b	73	a	74	d	75	d

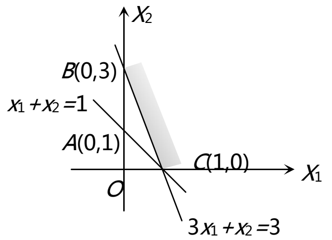
Critical Thinking Questions

1	b	2	a	3	b	4	d	5	d
6	c	7	c	8	b	9	d	10	a

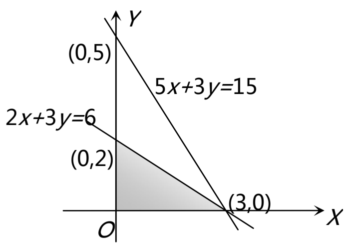
Answers and Solutions

रैखिक प्रक्रमन

1. (c) ग्राफ से स्पष्ट है कि कोई भी सुसंगत क्षेत्र नहीं है।



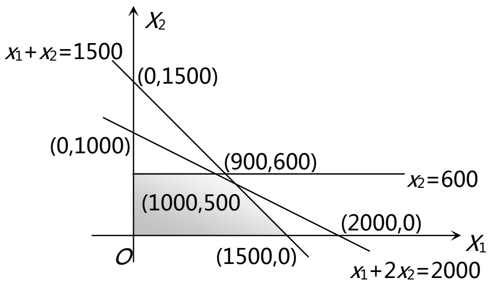
2. (d)



यहाँ पर सभी बिन्दु (0, 2); (0, 0) और (3, 0) सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष हैं अतः विकल्प (d) सही है।

3. (b) यह स्पष्ट है।

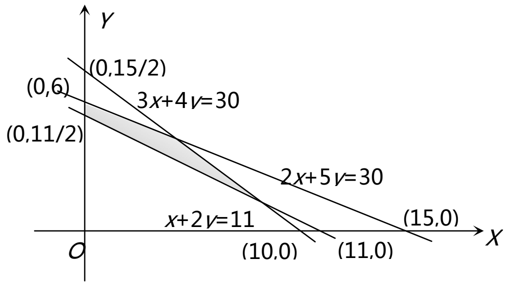
4. (d) स्पष्टतः बिन्दु (2000, 0) बाहर है।



5. (b) यह आधारभूत संकल्पना है।

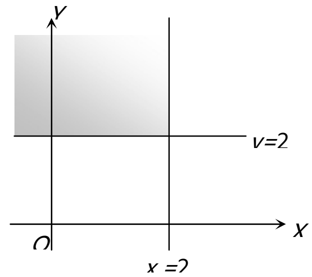
6. (b) यह स्पष्ट है।

7. (c)



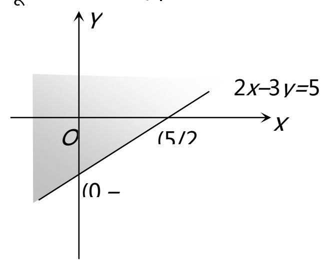
स्पष्टतः प्रतिबन्धों के हल समुच्चय में बिन्दु (3, 4) है।

8. (a)

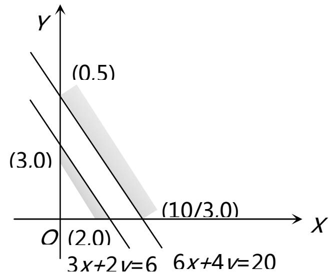


9. (d) यह आधारभूत संकल्पना है।

10. (a)

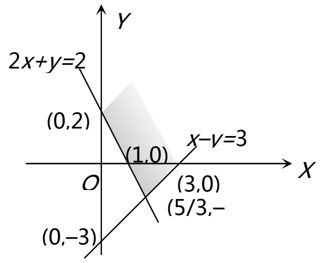


11. (a) असमीकरणों $3x+2y \le 6$ तथा $6x+4y \ge 20$ के अन्तर्गत समीकरण $3x+2y=6$ व $6x+4y=20$ हैं, अतः इनके द्वारा प्रदर्शित रेखायें समान्तर है।

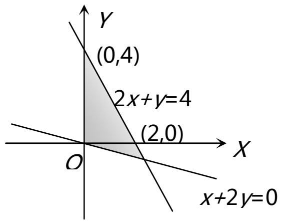


अतः ग्राफ असंयुक्त हैं।

12. (b)

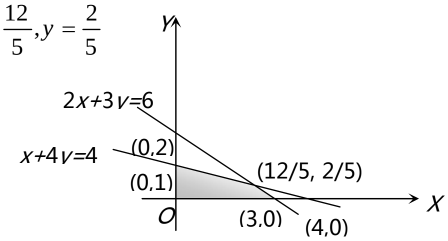


13. (d)



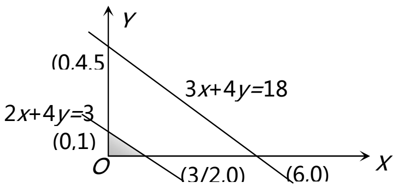
14. (c) $2x+3y=6$ व $x+4y=4$ को हल करने पर,

$x=\frac{12}{5}, y=\frac{2}{5}$

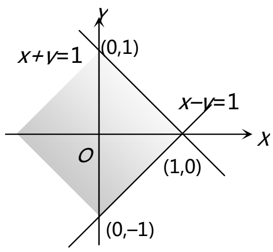


अतः एक शीर्ष $\left(\frac{12}{5}, \frac{2}{5}\right)$ है।

15. (d)



16. (d) ग्राफ के अनुसार $x+y=1$ और $x-y=1$ के लिये, मूलबिन्दु क्षेत्र में शमिल है। अतः परिबद्ध क्षेत्र चारों चतुर्थांश में स्थित है।

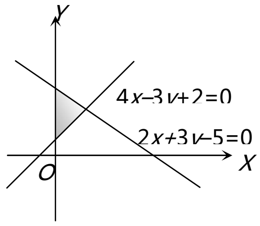


17. (b) यह स्पष्ट है।

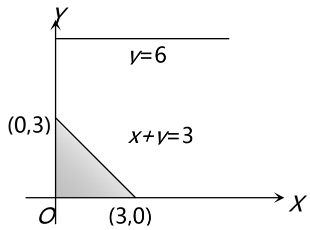
18. (a) यह स्पष्ट है।

19. (d) यह आधारभूत संकल्पना है।

20. (b)



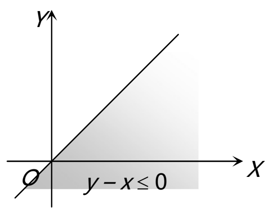
21. (c)



22. (b) यह स्पष्ट है।

23. (b) यह स्पष्ट है।

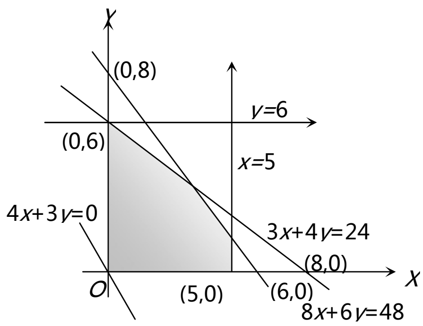
24. (a)



25. (b) यह परिभाषा से स्पष्ट है।

26. (c) यह आधारभूत संकल्पना है।

27. (c) स्पष्टतः अनुकूलतम हल उस रेखा पर है जो समलाभीय रेखा के समान्तर है। अतः इसके अनन्त हल होंगे।

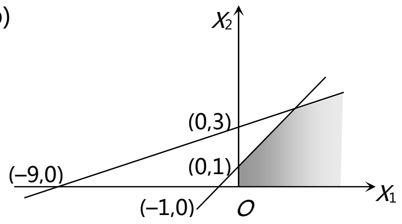


28. (a) यह स्पष्ट है।

29. (c) यह स्पष्ट है।

30. (c) दिये गये सभी समीकरणों में मूल बिन्दु छायांकित क्षेत्र में हैं। अतः विकल्प (c) सभी स्थितियों को संतुष्ट करता हैं।

31. (b)

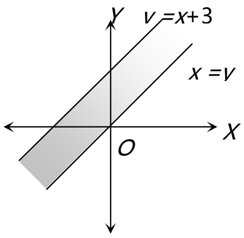


ग्राफ से स्पष्ट है, कि असमिकायें अपरिबद्ध सुसंगत क्षेत्र की व्याख्या करती हैं।

32. (d) यह स्पष्ट है।

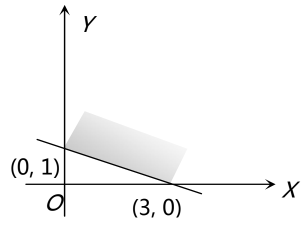
33. (c) रैखिक प्रकमन समस्या में, अवतल क्षेत्र का उपयोग नहीं करते हैं। केवल उत्तल क्षेत्र का उपयोग करते हैं।

34. (c) निम्नलिखित ग्राफ में छायांकित भाग ही अभीष्ट क्षेत्र है।



अतः यह I, II व III चतुर्थांश में है।

35. (b)



स्पष्टतः यह अपरिबद्ध है।

36. (c) यह स्पष्ट है।

37. (b) लाभ फलन के लिए $z = 40x + 25y$

38. (a) उद्देश्य फलन, लाभ फलन द्वारा प्राप्त होगा।

अतः उद्देश्य फलन $= x \cdot \frac{8}{100} + y \times \frac{10}{100} = 0.08x + 0.10y$.

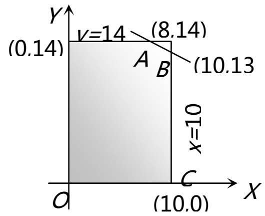
39. (a) स्पष्टतः $x + y \le (8 \times 60 = 480)$ तथा $2x + y \le (10 \times 60 = 600)$.

40. (c) यह स्पष्ट है।

41. (a) स्पष्टतः $x \le 10, y \le 14$ व $5x + 10y \le 180$.

42. (c) यह स्पष्ट है।

43. (c) अभीष्ट सुसंगत क्षेत्र $ABCD$ है एवं शीर्ष (8, 14), (10, 13), (10, 0) व (0, 14) हैं।



44. (c) $Max z = 3(10) + 5(13) = 95$.

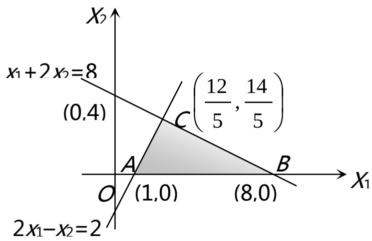
45. (b) स्पष्टतः $x, y \ge 0, 3x + 5y \le 80, 3x + 3y \le 50$.

46. (a) स्पष्टतः $x, y \ge 0$ व $4x + 3y \le 24$.

47. (a) ग्राफ बनाने पर समलाभित रेखा $3x + y = 30$ प्राप्त होती है।

48. (c) स्पष्टतः $x + y \le 5,\ 2y - x \le 4, x \ge 0\ y \ge 0$.

49. (b) असमीकरणों को समीकरणों में परिवर्तित करके रेखाओं के ग्राफ बनाने पर अभीष्ट सुसंगत क्षेत्र प्राप्त हो जाता है।

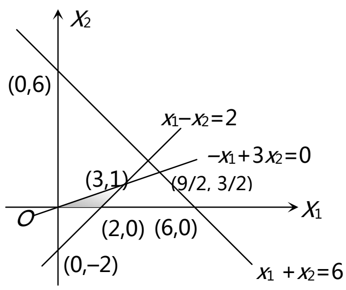


यह परिबद्ध क्षेत्र है जिसके शीर्ष $A(1,0), B(8,0)$ व $C\left(\frac{12}{5}, \frac{14}{5}\right)$ हैं।

अब उद्देश्य फलन का मान सुसंगत क्षेत्र के शीर्षों पर निकालने पर यह (8, 0) पर अधिकतम होता है।

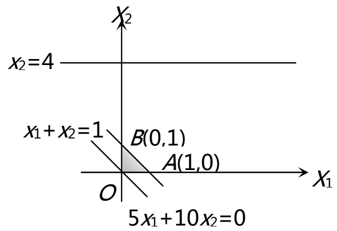
अतः अभीष्ट हल $z = 3 \times 8 + 0 \times 2 = 24$.

50. (a) $(3,1), (2,0)$ शीर्ष हैं तथा (2, 0) के लिए z न्यूनतम है।

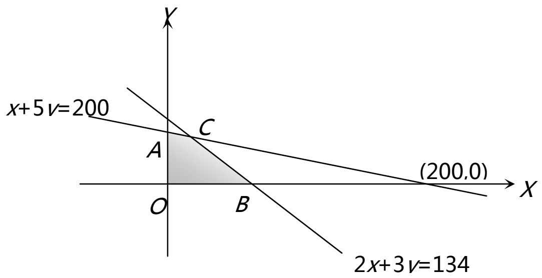


अतः $x_1 = 2$.

51. (c) रेखा $x_1 + x_2 = 1$ पर x_1 व x_2 के अनन्त मान हो सकते हैं।



52. (b) $A = (0,40), B = (67,0)$ व $C = (10,38)$



C के लिए z का अधिकतम मान = 40 + 342 = 382.

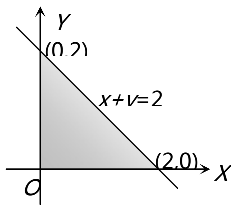
53. (b) ग्राफ बनाने पर सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष (1, 0), (10, 0), (2, 4), (0, 4) व (0, 1) प्राप्त होते हैं।

इस प्रकार फलन का न्यूनतम मान बिन्दु (0, 1) पर है।

अतः $z = 0 \times 2 + 1 \times 1 = 1$.

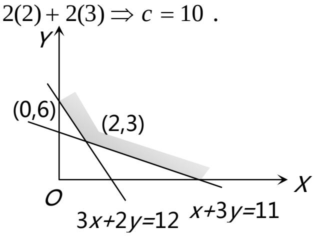
54. (a) ग्राफ बनाने पर शीर्ष (–5, 0), (0, 1) और (5/4, 5/4) पर हमें z का न्यूनतम मान प्राप्त होता है तथा *Min* $z = 2(0) - 10(1) = -10$.

55. (c) स्पष्टतः (2, 0) पर z अधिकतम है।



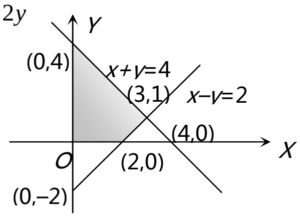
56. (d) *Min* z $= 2(0) + 2(40) = 80$.

57. (a) *Min* $z = 2(2) + 2(3) \Rightarrow c = 10$.



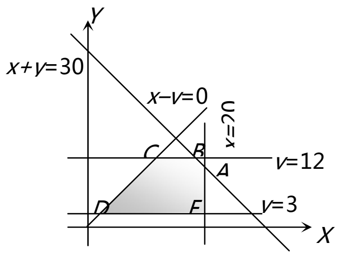
58. (c) उद्देश्य फलन तथा प्रतिबन्ध एक ही हैं।इसलिए अनन्त हल संभव हैं।

59. (a) $z = x + 2y$



Max $z = 0 + 4(2) = 8$.

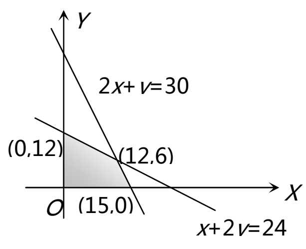
60. (b) उद्देश्य फलन है, *Max* $z = 2x + 3y$.



शीर्ष $A(20,10)$, $B(18,12), C(12,12), D\ (3,3)$ व E (20, 3) हैं, अतः उद्देश्य फलन का मान (18, 12) पर अधिकतम होगा।

61. (b) यहाँ $2x + y \le 30, x + 2y \le 24, x, y \ge 0$

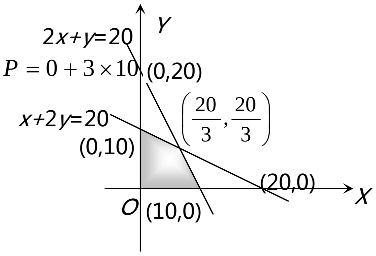
छायांकित भाग सुसंगत क्षेत्र को दर्शाता है। अतः $P = 6x + 8y$. स्पष्टतः यह (12, 6) पर अधिकतम होगा।



अतः, $P = 12 \times 6 + 8 \times 6 = 120$.

62. (c) स्पष्टतः, बिन्दु (0, 10) पर $P = x + 3y$ महत्तम होगा

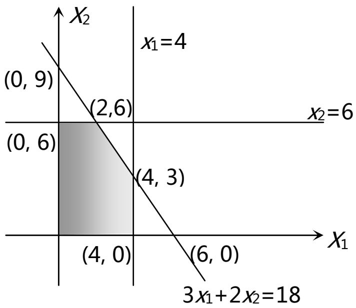
$\therefore\ P = 0 + 3 \times 10$



63. (d) क्षेत्र में प्राप्त बिन्दु (9, 0), (0, 6), (10, 0),(0, 10) व (12, –2) हैं परन्तु कोई भी सुसंगत बिन्दु नहीं है, क्योंकि कोई भी बिन्दु सभी असमिकाओं को एक साथ संतुष्ट नहीं करता है।

64. (b,d) यह स्पष्ट है।

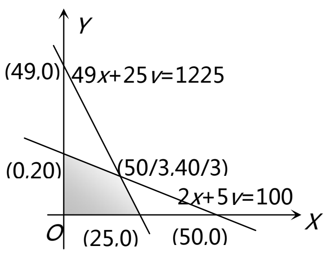
65. (b)



यहाँ सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष (0, 0); (4, 0); (4, 3); (2, 6) और (0, 6) हैं।

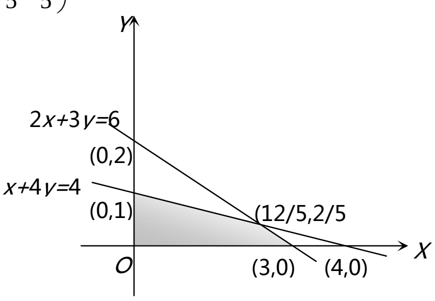
$\therefore$ (2,6) पर, *Max z* $= 3(2)+5(6) = 36$.

66. (d) चूँकि (a), (b) व (c) में दिये गये बिन्दु असमिकाओं को संतुष्ट नहीं करते हैं।

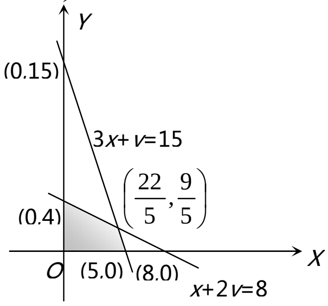


अतः विकल्प (d) सही है।

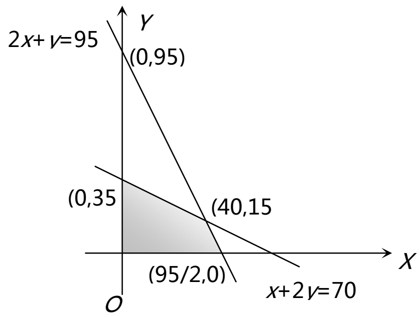
67. (b) $\left(\frac{12}{5},\frac{2}{5}\right)$ पर *Max*$(x+2y)$, अर्थात् 3.2.



68. (c) बिन्दु $\left(\frac{22}{5},\frac{9}{5}\right)$ पर, *Max*$z = 10x+5y$ अर्थात् 53.



69. (d)

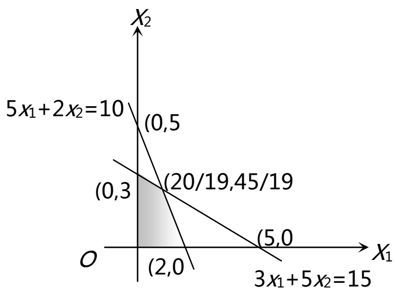


छायांकित क्षेत्र सुसंगत क्षेत्र को प्रदर्शित करता है,

अतः *Max*$z = x+y$, स्पष्टतः यह (40, 15) पर अधिकतम है।

70. (a) छायांकित भाग सुसंगत क्षेत्र को प्रदर्शित करता है,

अतः $p = 5x_1 + 3x_2$



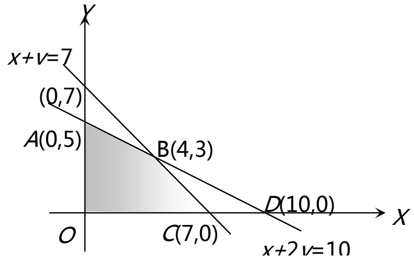
स्पष्टतः यह $\left(\frac{20}{19},\frac{45}{19}\right)$ पर अधिकतम है।

अधिकतम $p = 5x_1+3x_2 = 5\left(\frac{20}{19}\right)+3\left(\frac{45}{19}\right)$

$= \frac{100}{19}+\frac{135}{19} = \frac{235}{19} = 12\frac{7}{19}$.

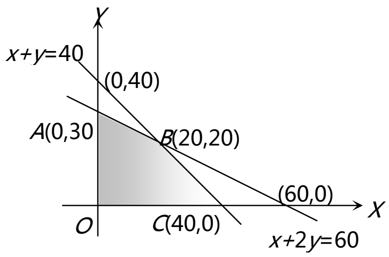
O

71. (c) असमीकरणों को समीकरणों में बदलकर, रेखायें खींचने पर अभीष्ट सुसंगत क्षेत्र प्राप्त होता है। क्षेत्र शीर्षों $A(0,5)$, $B(4,3)$ तथा $C(7,0)$ से परिबद्ध है।



उद्देश्य फलन बिन्दु $C(7,0)$ पर अधिकतम है अतः *z* का अधिकतम मान $= 5 \times 7 + 2 \times 0 = 35$.

72. (b) दिया है, $P = 3x + 4y$



यह ग्राफ दिये गये व्यवरोधों से खींचा गया है तथा *P* का अधिकतम मान बिन्दु *A* या *B* या *C* पर होगा।

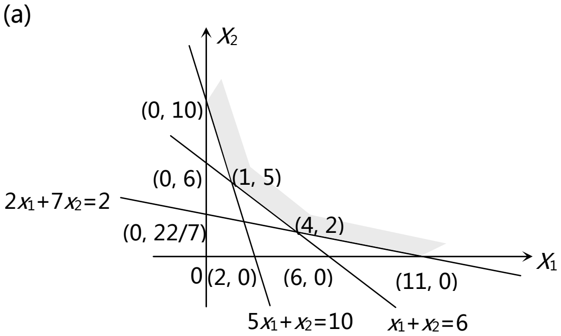
$P_A = P_{(0,30)} = 3 \times 0 + 4 \times 30 = 120$

$P_B = P_{(20,20)} = 3 \times 20 + 4 \times 20 = 140$

$P_C = P_{(40,0)} = 3 \times 40 + 0 = 120$

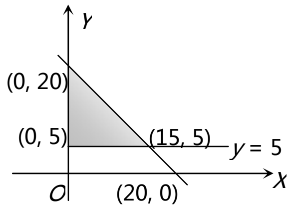
अतः $P_{\max} = 140$.

73. (a)



स्पष्टतः बिन्दु (4, 2) पर, $z = 2x_1 + 3x_2$ का न्यूनतम मान $= 2(4) + 3(2) = 14$.

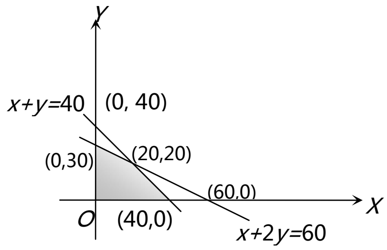
74. (d)



स्पष्टतः बिन्दु (0, 20) पर $z = 7x - 8y$ का मान न्यूनतम होगा

$\therefore$ *Min z* = 7 × 0 – 8 × 20 = –160.

75. (d)



स्पष्टतः $\mu = 3x + 4y$ का मान बिन्दु $(20, 20)$ पर अधिकतम होगा। $\therefore$ *Max* $\mu = 3 \times 20 + 4 \times 20 = 60 + 80 = 140$.

Critical Thinking Questions

1. (b) मूलबिन्दु का $2x + y = 2, x - y = 1$ व $x + 2y = 8$ के लिए छायांकित क्षेत्र के सन्दर्भ में परीक्षण करने पर $0 + 0 < 2$, $2x + y = 2$ के लिए सत्य है।

अतः मूल बिन्दु क्षेत्र $2x + y \ge 2$ में नहीं होगा

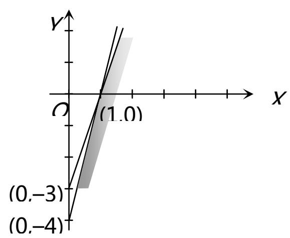
एवं $x - y = 1$ के लिए, $0 - 0 < 1$

$\therefore \quad x - y \le 1$

इसी प्रकार $x + 2y = 8, 0 + 0 < 8$

$\therefore \quad x + 2y \le 8$.

2. (a) दी गई असमिकाओं से निम्न ग्राफ प्राप्त होता है



$3x - y \geq 3$ से, $\frac{x}{1} + \frac{y}{-3} = 1$

$4x - y > 4$ से, $\frac{x}{1} + \frac{y}{-4} = 1$

स्पष्टतः दोनों असमिकाओं का उभयनिष्ठ क्षेत्र (x, y) के धनात्मक मानों के लिए सत्य है। यह x के धनात्मक तथा y के ऋणात्मक मानों के लिए भी सत्य है।

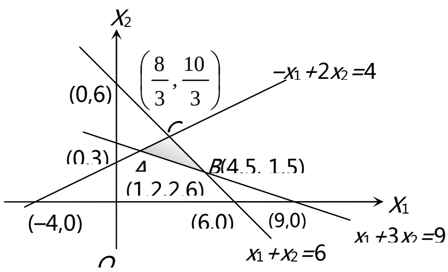
3. (b) दिये गये छायांकित क्षेत्र में मूल बिन्दु नहीं है। अतः $4x - 2y \leq -3$ इस स्थिति को संतुष्ट करता है।

4. (d)

वस्तुओं के प्रकार	मशीन पर कार्यकारी समय	व्यक्ति कार्य
शर्ट (x)	2 घंटे	3 घंटे
पेन्ट (y)	3 घंटे	2 घंटे
उपलब्धता	70 घंटे	75 घंटे

रेखीय प्रतिबन्ध $2x + 3y \leq 70, 3x + 2y \leq 75$ हैं।

5. (d) दी गई रैखिक प्रक्रमन समस्या का ग्राफ निम्नांकित हैं,



अतः दिए गए ग्राफ में उभयनिष्ठ सुसंगत क्षेत्र है,

जिसके शीर्ष $A(1.2, 2.6), B(4.5, 1.5)$ और $C\left(\frac{8}{3}, \frac{10}{3}\right)$ हैं।

$\therefore$ $A(1.2, 2.6)$ पर उद्देश्य फलन न्यूनतम है।

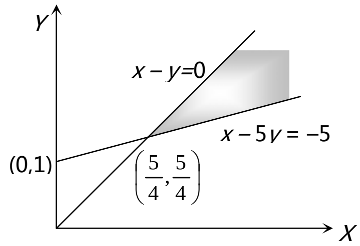
अतः $x_1 = 1.2, x_2 = 2.6$ व $z = 2 \times 1.2 + 3 \times 2.6 = 10.2$.

6. (c) $x + y \leq 100, 400x + 900y \leq 30000$

या $4x + 9y \leq 300$ व $100x + 120y = c$.

7. (c) प्रतिबन्ध व उद्देश्य फलन एक ही हैं, इसलिए अनन्त हल सम्भव है।

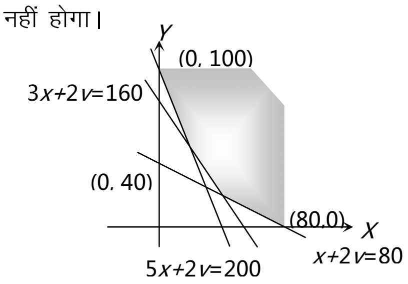
8. (b) अभीष्ट क्षेत्र अपरिबद्ध है जिसका शीर्ष $\left(\frac{5}{4}, \frac{5}{4}\right)$ है।



अतः उद्देश्य फलन का न्यूनतम मान

$= 2 \times \frac{5}{4} + 10 \times \frac{5}{4} = 15$.

9. (d) स्पष्टतः यह अपरिबद्ध है। अतः अधिकतम मान का अस्तित्व नहीं होगा।



10. (a) (i) प्रथम स्थिति,

$i = 1, x_{11} + x_{12} + x_{13} + ... + x_{1n}$

$i = 2, x_{21} + x_{22} + x_{23} + ... + x_{2n}$

$i = 3, x_{31} + x_{32} + x_{33} + ... + x_{3n}$

....

$i = m, x_{m1} + x_{m2} + x_{m3} + ... x_{mn} \rightarrow m$ नियंत्रण

(ii) द्वितीय स्थिति,

$j = 1, x_{11} + x_{21} + x_{31} + ... + x_{m1}$

$j = 2, x_{12} + x_{22} + x_{32} + ... + x_{m1}$

....

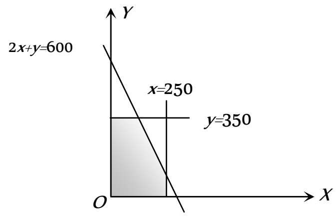
$j = n, x_{1n} + x_{2n} + x_{3n} + ... + x_{mn} \rightarrow n$ नियंत्रण

$\therefore$ कुल असमिकाएँ = $m + n$.

रैखिक प्रक्रमन

SET Self Evaluation Test -32

1. निम्न सुसंगत छायांकित क्षेत्र के लिए रेखीय प्रतिबन्ध ($x \ge 0$, $y \ge 0$ के अतिरिक्त) हैं



(a) $x \ge 250, y \le 350, 2x + y = 600$

(b) $x \le 250, y \le 350, 2x + y = 600$

(c) $x \le 250, y \le 350, 2x + y \ge 600$

(d) $x \le 250, y \le 350, 2x + y \le 600$

2. माना X_1 व X_2 किसी L.P.P. में अनुकूलतम हल हैं तो

(a) $X = \lambda X_1 + (1-\lambda)X_2, \lambda \in R$ भी एक अनुकूलतम हल है

(b) $X = \lambda X_1 + (1-\lambda)X_2, 0 \le \lambda \le 1$ भी एक अनुकूलतम हल है

(c) $X = \lambda X_1 + (1+\lambda)X_2, 0 \le \lambda \le 1$ भी एक अनुकूलतम हल है

(d) $X = \lambda X_1 + (1+\lambda)X_2, \lambda \in R$ भी एक अनुकूलतम हल है

3. एक रेखीय प्रक्रमन समस्या के व्यवरोधों $x \ge 0, y \ge 0,\ 2x + 2y \le 9,\ 2x + y \le 7$, $x + 2y \le 8$ के लिए निम्न में से कौनसा बिन्दु $(2x + 3y)$ का अधिकतम मान देगा [MP PET 2000]

(a) (3, 2.5) (b) (2, 3.5)

(c) (2, 2.5) (d) (1, 3.5)

4. दो दर्जी A व B प्रत्येक दिन क्रमशः 15 रु. व 20 रु. कमाते हैं। A एक दिन में 6 शर्ट तथा 4 पेन्ट बना सकता है, जबकि B एक दिन में 10 शर्ट व 3 पेन्ट बना सकता है। न्यूनतम खर्च में 60 शर्ट व 40 पेन्ट बनवाने के लिए A और B क्रमशः x व y दिन काम करते हैं तो $x \ge 0, y \ge 0$ के अतिरिक्त रेखीय प्रतिबन्ध तथा उद्देश्य फलन हैं

(a) $15x + 20y \ge 0, 60x + 40y \ge 0$, $z = 4x + 3y$

(b) $15x + 20y \ge 0, 6x + 10y = 10$, $z = 60x + 60y$

(c) $6x + 10y \ge 60, 4x + 3y \ge 40$, $z = 60x + 40y$

(d) $6x + 10y \le 60, 4x + 3y \le 40$, $z = 15x + 20y$

5. एक कम्पनी दो प्रकार के टेलीफोन A व B बनाती है। A प्रकार के टेलीफोन बनाने में 2 घंटे तथा B प्रकार के टेलीफोन बनाने में 4 घंटे लगते हैं। कम्पनी के पास प्रतिदिन 800 घंटे कार्य उपलब्ध है। 300 टेलीफोनों को एक दिन में पैक किया जा सकता है। A प्रकार के टेलीफोन का विक्रय मूल्य 300 रु. तथा B प्रकार के टेलीफोन का विक्रय मूल्य 400 रु. है। अधिकतम लाभ के लिए कम्पनी A प्रकार के x तथा B प्रकार के y टेलीफोन का निर्माण करती है, तो रेखीय प्रतिबन्ध ($x \ge 0$, $y \ge 0$ के अलावा) तथा उद्देश्य फलन है

(a) $x + 2y \le 400; x + y \le 300$; $Max\, z = 300x + 400y$, परिबद्ध

(b) $2x + y \le 400; x + y \ge 300$; $Max\, z = 400x + 300y$, अपरिबद्ध

(c) $2x + y \ge 400; x + y \ge 300$; $Max\, z = 300x + 400y$, समान्तर चतुर्भुज

(d) $x + 2y \le 400; x + y \ge 300$; $Max\, z = 300x + 400y$, वर्ग

6. मुझे दो वस्तुएँ A तथा B खरीदनी है, इनके प्रत्येक नग का मूल्य क्रमशः 45 रु. व 25 रु. है। मैं अधिकतम 1000 रु. की वस्तुएँ खरीद सकता हूँ। A व B को बेचने पर लाभ 5 रु. तथा 3 रु. होता है। यदि मैं A तथा B को क्रमशः x व y संख्या में खरीदता हूँ तो समस्या का गणितीय सूत्रण निम्न है

(a) $x \ge 0, y \ge 0,\ 45x + 25y \ge 1000,\ 5x + 3y = c$

(b) $x \ge 0, y \ge 0,\ 45x + 25y \le 1000,\ 5x + 3y = c$

(c) $x \ge 0, y \ge 0,\ 45x + 25y \le 1000,\ 3x + 5y = c$

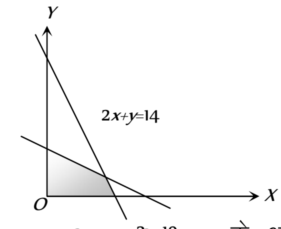
(d) इनमें से कोई नहीं

7. रेखीय प्रक्रमन समस्या $Max\, z = 3x + 2y$ जबकि $x + y \ge 1$, $y - 5x \le 0$, $x - y \ge -1$, $x + y \le 6$, $x \le 3$ तथा $x, y \ge 0$ के लिए

(a) $x = 3$ (b) $y = 3$

(c) $z = 15$ (d) उपरोक्त सभी

8. दिये गए सुसंगत क्षेत्र में उद्देश्य फलन $c = 2x + 3y$ का अधिकतम मान है



(a) 29

(b) 18

(c) 14

(d) 15

9. रेखीय प्रतिबन्धों $x + y \le 20, x + 2y \le 35, x - 3y \le 12$ के अन्तर्गत $4x + 5y$ का अधिकतम मान है [Kurukshetra CEE 1996]

(a) 84 (b) 95

(c) 100 (d) 96

10. रेखीय प्रक्रमन समस्या के लिए असमिकाओं $2x + 3y \ge 6$, $x + y \le 8,\ y \ge 1, x \ge 0$ के अन्तर्गत $z = 4x + 6y$ को न्यूनतम करने के लिए अभीष्ट हल है [MP PET 2003]

(a) (0, 2) तथा (1, 1) (b) (0, 2) तथा $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$

(c) (0, 2) तथा (1, 6) (d) (0, 2) तथा (1, 5)

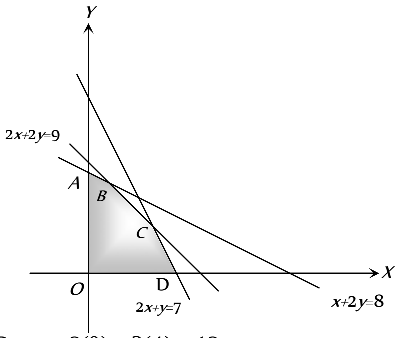
Answers and Solutions

(SET - 32)

1. (d) यह स्पष्ट है।

2. (b) यह आधारभूत संकल्पना है।

3. (d) दिया है, $P = 2x + 3y$ दिये गये प्रतिबन्धों के अन्तर्गत ग्राफ बनाते हैं तब P का अधिकतम मान बिन्दु A या B या C या D पर हो सकता है।



$P_A = P_{(0,4)} = 2(0) + 3(4) = 12$

$P_B = P_{(1,3.5)} = 2 \times 1 + 3 \times 3.5 = 12.5$

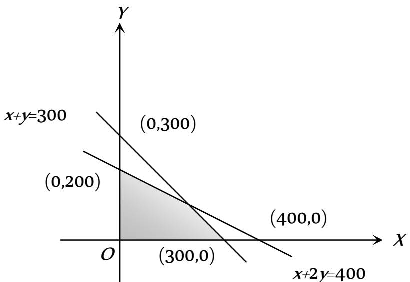
$P_C = P_{(2.5,2)} = 2 \times 2.5 + 3 \times 2 = 11$

$P_D = P_{(3.5,0)} = 2 \times 3.5 + 3 \times 0 = 7$

स्पष्टतः बिन्दु (1,3.5) पर बिन्दु P का अधिकतम मान 12.5 होगा।

4. (c) $6x + 10y \geq 60, 4x + 3y \geq 40$ (चूँकि न्यूनतम खर्च माना गया है)

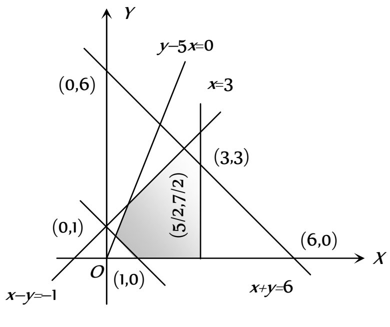
5. (a) रेखीय प्रतिबन्ध $x + 2y \leq 400, x + y \leq 300$ और $x, y \geq 0$. $Max\, z = 300x + 400y$



अतः क्षेत्र परिबद्ध है।

6. (b) $x \geq 0, y \geq 0,\ 45x + 25y \leq 1000, 5x + 3y = c$.

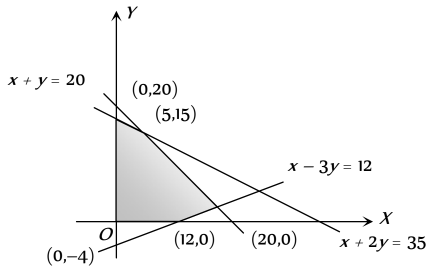
7. (d) छायांकित भाग परिबद्ध क्षेत्र को प्रदर्शित करता है।



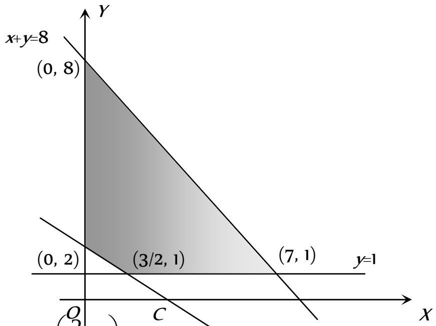
अब हम शीर्ष (3, 3) पर z का अधिकतम मान प्राप्त करते हैं।
अतः $Max\, z = 3(3) + 2(3) = 15$.

8. (b) दिये गये सुसंगत क्षेत्र के दो शीर्ष (0, 5) व (7, 0) हैं एवं तीसरा शीर्ष समीकरणों $x + 2y = 10$ व $2x + y = 14$ को हल करने पर (6, 2) प्राप्त होता है।
अब बिन्दु (0, 5) पर, $c = 2 \times 0 + 5 \times 3 = 15$
बिन्दु (7, 0) पर, $c = 2 \times 7 + 0 \times 3 = 14$
एवं (6, 2) पर, $c = 2 \times 6 + 3 \times 2 = 18$
अतः उद्देश्य फलन $c = 2x + 3y$ का बिन्दु (6, 2) अधिकतम मान 18 है।

9. (b) स्पष्टतः $Max(4x + 5y) = 95$, जो कि (5, 15) पर प्राप्त होता है।



10. (b)



स्पष्टतः $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$ और (0, 2) पर, $Min\, z = 4x + 6y = 12$.

* * *