5264CH01

باب ایک

برقی بار اور میدان

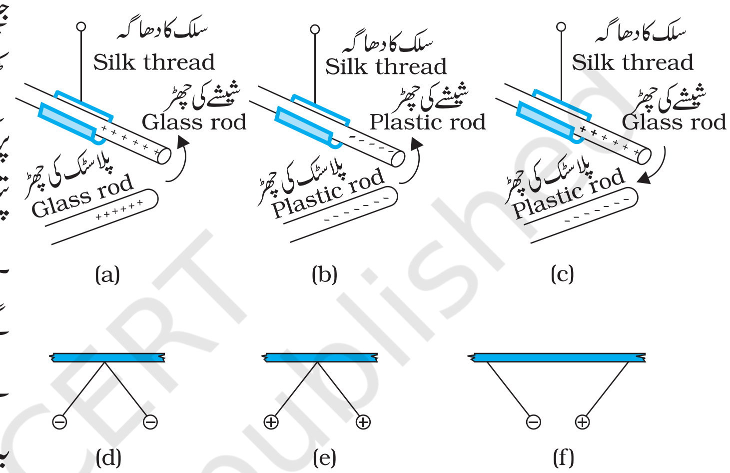
(ELECTRIC CHARGES AND FIELDS)

1.1 تعارف (INTRODUCTION)

ہم سب ہی کو اس کا تجربہ ہے کہ ہم جب مصنوعی دھاگے سے بنے ہوئے کپڑے یا سوئیٹر، خاص طور سے خشک موسم میں ، اتارتے ہیں تو ایک چمک دکھائی دیتی ہے یا کڑک سنائی دیتی ہے۔ خواتین کے کپڑوں، جیسے پولی سٹر ساری، کے ساتھ تو ایسا ہونا تقریباً لازمی ہے۔ کیا آپ نے کبھی اس مظہر کی وضاحت معلوم کرنے کی کوشش کی ہے؟ برقی ڈسچارج کی ایک اور عام مثال، آسمان میں، طوفانوں کے دوران بجلی کا کڑکنا ہے۔ ہمیں اپنی سیٹ (نشست) کو پیچھے دھکیل کر اٹھتے ہوئے کار کا دروازہ کھولتے وقت یا ایک بس میں لوہے کا ڈنڈا پکڑتے وقت بھی ایک برقی جھٹکے کے محسوس ہونے کا تجربہ بھی ہے۔ ان تجربات کی وجہ ہمارے جسم سے برقی چارج کا ڈسچارج ہے جو ہم نے حاجز کی ہوئی سطحوں کو رگڑنے سے حاصل کیا تھا۔ آپ نے شاید یہ بھی سنا ہو کہ ایسا ساکن برق (Static Electricity) کے پیدا ہونے کی وجہ سے ہوتا ہے۔ یہی وہ موضوع ہے، جس سے ہم اس باب میں اور اگلے باب میں، بحث کرنے جا رہے ہیں۔ ساکن (Static) کا مطلب ہے کوئی بھی ایسی چیز جو وقت کے ساتھ حرکت نہ کر رہی ہو یا تبدیل نہ ہو رہی ہو۔ برق سکونیات (Electrostatics) میں ہم ساکن چارجوں سے پیدا ہونے والی قوتوں، میدانوں اور برقی مضمر کا مطالعہ کرتے ہیں۔

1.2 برقی بار (ELECTRIC CHARGE)

تاریخی اعتبار سے یہ اعزاز ملیٹس (Miletus) (یونان) کے تھیلس (Thales) کو حاصل ہے جنہوں نے 600 ق۔م کے قریب دریافت کیا کہ آبنوس کی چھڑ کو اگر اون یا سلک سے رگڑا جائے تو وہ ہلکی اشیاء کو کشش کرتی ہے۔ نام الیکٹری سٹی (Electricity) بہ معنی بجلی (برق) یونانی لفظ Electron (الیکٹران) سے ماخوذ ہے، جس کا مطلب ہے آبنوس (Amber)۔ مادی اشیاء کے ایسے کئی جوڑے معلوم ہو چکے تھے، جنہیں اگر ایک دوسرے سے رگڑا جائے تو وہ ہلکی اشیاء، جیسے کاغذ کی نلکیاں، گودے کی گولی (Pith ball) اور کاغذ کے ٹکڑے وغیرہ، کو کشش کرسکتی ہیں۔ آپ مندرجہ ذیل عمل اپنے گھر پر کرکے اس طرح کے اثر کا تجربہ کرسکتے ہیں: سفید کاغذ کی لمبی لمبی پتلی پٹیاں کاٹ لیں اور ان پر آہستہ سے استری کردیں۔ انہیں ٹی۔وی۔ اسکرین یا کمپیوٹر مانیٹر کے پاس لے جائیں۔ آپ دیکھیں گے کہ پٹیاں اسکرین کی طرف کشش کرتی ہیں۔ بلکہ وہ کچھ دیر کے لئے اسکرین سے چپک جاتی ہیں۔



شکل 1.1 چھڑیں اور گودے کی گولیاں: یکساں برقی بار ایک دوسرے کا دفع کرتے ہیں اور غیر یکساں برقی بار ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں۔

یہ مشاہدہ کیا گیا کہ اگر دو شیشہ کی چھڑوں کو اون یا سلک کے کپڑے سے رگڑا جائے، اور ایک دوسرے کے قریب لایا جائے، تو وہ ایک دوسرے کو دفع کرتی ہیں۔ (شکل 1.1(a)) اون کے وہ دونوں ٹکڑے یا سلک کے وہ دونوں کپڑے، جن سے چھڑوں کو رگڑا گیا تھا، اگر ایک دوسرے کے قریب لائے جائیں تو وہ بھی ایک دوسرے کو دفع کرتے ہیں۔ جبکہ شیشے کی چھڑ اور اون کا ٹکڑا ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں۔ اسی طرح اگر دو پلاسٹک کی چھڑوں کو بلی کی کھال سے رگڑا جائے تو وہ چھڑیں بھی ایک دوسرے کو دفع کرتی ہیں [شکل 11.1(b)]، لیکن بلی کی کھال کو کشش کرتی ہیں۔ دوسری طرف پلاسٹک کی چھڑ، شیشے کی چھڑ کو کشش کرتی ہے، [شکل 1.1(c)] اور سلک یا اون کے اس ٹکڑے کو دفع کرتی ہے، جس سے شیشے کی چھڑ کو رگڑا گیا تھا۔ شیشے کی چھڑ بلی کی کھال کو دفع کرتی ہے۔

اگر بلی کی کھال سے رگڑی ہوئی پلاسٹک کی چھڑ کو دو چھوٹی گودے کی گیندوں سے، جنہیں سلک یا نائیلون کے دھاگے کی مدد سے لٹکایا گیا ہو، چھوایا جائے تو گیندیں ایک دوسرے کو دفع کرتی ہیں (شکل 1.1(d)) اور چھڑ سے بھی دفع ہوتی ہیں۔ یہی یکساں اثر جب بھی ہوتا ہے اگر گودے کی گیندوں کو سلک سے رگڑی گئی شیشے کی چھڑ سے چھوا جائے (شکل 1.1(e)) ایک ڈرامائی مشاہدہ اس وقت ہوتا ہے جب ایک گودے کی گیند کو پلاسٹک کی چھڑ سے چھوا جائے اور دوسری کو شیشے کی چھڑ سے۔ اب دونوں گیندیں ایک دوسرے کو کشش کرتی ہیں (شکل 1.1(f))۔

یہ بہ ظاہر سادہ نظر آنے والے حقائق برسوں کی کوششوں، احتیاط کے ساتھ کیے گئے تجربوں اور ان کے تجزیوں کے

ذریعے حتمی شکل میں تسلیم ہو پائے۔ مختلف سائنس دانوں کے گہرائی سے کیے گئے مطالعوں کے بعد یہ نتیجہ اخذ کیا گیا کہ اس مخصوص شے کی صرف دو قسمیں ہیں، جسے برقی بار برقی چارج (Electric charge) کہا جاتا ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ شیشے یا پلاسٹک کی چھڑیں، سلک، بلی کی کھال اور گودے کی گیندیں جیسے اجسام برقیا دیے گئے ہیں۔ وہ رگڑے جانے پر برقی چارج حاصل کر لیتے ہیں۔ گودے کی گیندوں پر کیے گئے تجربات نے تجویز کیا کہ برقیانے کی دو قسمیں ہیں، اور ہم پاتے ہیں کہ (i) یکساں چارج ایک دوسرے کا دفع کرتے ہیں (ii) غیر یکساں چارج ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں۔ تجربات سے یہ بھی ظاہر ہوا کہ چھوئے جانے پر، برقی چارج، چھڑوں سے گودے کی گیندوں میں منتقل ہو جاتا ہے۔ یہ کہا جاتا ہے کہ تماس(Contact) کے ذریعے گودے کی گیندیں برقیا جاتی ہیں یا چارج شدہ ہو جاتی ہیں۔ وہ خاصیت جو چارجوں کی دونوں قسموں میں فرق کرتی ہے، چارج کی قطبیت (Polarity) کہلاتی ہے۔

جب شیشے کی چھڑ کو سلک سے رگڑا جاتا ہے، تو چھڑ ایک قسم کا چارج حاصل کرتی ہے اور سلک دوسری قسم کا چارج حاصل کرتی ہے۔ یہ بات مادی اشیاء کے ہر اس جوڑے کے لیے درست ہے جو آپس میں رگڑے جانے پر برقیا جاتے ہیں۔ اب اگر برقیائی ہوئی شیشے کی چھڑ کو اس سلک کے ٹکڑے کے تماس میں لایا جائے، جس سے چھڑ کو رگڑا گیا تھا تو اب وہ ایک دوسرے کو کشش نہیں کرتے۔ اب وہ دوسری ہلکی اشیاء کو دفع یا کشش بھی نہیں کرتے جیسا کہ وہ برقیائے جانے پر کر رہے تھے۔ اس لیے، رگڑے جانے سے حاصل ہوئے چارج، چارج شدہ اجسام کو ایک دوسرے کے تماس میں لانے سے ضائع ہو جاتے ہیں۔ آپ ان مشاہدات سے کیا نتائج اخذ کر سکتے ہیں؟ یہ ہمیں صرف یہ بتاتے ہیں کہ اشیاء کے ذریعے حاصل کیے گئے غیر یکساں چارج، ایک دوسرے کے اثر کی تعدیل (Neutralization) کر دیتے ہیں یا ایک دوسرے کے اثر کو منسوخ (Nullify) کر دیتے ہیں۔ اس لیے امریکی سائنس دان بنجامن فرنکلن نے چارجوں کو مثبت چارج اور منفی چارج کے نام دیے۔ ہم جانتے ہیں کہ جب ایک مثبت عدد میں اسی عددی قدر کا منفی عدد جمع کیا جاتا ہے تو حاصل جمع صفر ہوتا ہے۔ چارجوں کو مثبت چارج اور منفی چارج کے نام دینے کے پیچھے یہی فلسفہ ہو سکتا ہے۔ قرارداد کے مطابق (By Convention) شیشے کی چھڑ یا بلی کی کھال کے چارج کو مثبت اور پلاسٹک کی چھڑ یا سلک کے چارج کو منفی کہا جاتا ہے۔ اگر ایک شے پر برقی چارج ہوتا ہے، تو اسے برقیا یا ہوا یا چارج شدہ کہتے ہیں۔ جب اس پر کوئی برقی چارج نہیں ہوتا تو اسے برقی اعتبار سے معادل یا بے برق (neutral) کہتے ہیں۔

ایک جسم پر چارج شناس کرنے کا ایک سادہ آلہ سونے کی پتی۔ برق نما (Gold-leaf electroscope) ہے [شکل 1.2(a)] اس میں ایک راسی (Vertical) دھات کی چھڑ ہوتی ہے جو ایک بکس میں رکھی ہوتی ہے اور جس کے نچلے سرے پر دو پتلی سونے کی پتیاں لگی ہوتی ہیں۔ جب ایک چارج شدہ شے، چھڑ کے اوپری سرے پر لگی ہوئی موٹھ (Knob) سے تماس میں لائی جاتی ہے، تو چارج پتیوں تک بہہ کر پہنچتا ہے اور پتیاں پھیل جاتی ہیں۔ پتیوں کے پھیلنے کی مقدار (ڈگری) چارج کی مقدار کی نشان دہی کرتی ہے۔

طالب علم مندرجہ ذیل طریقے سے ایک سادہ برق نما تیار کر سکتے ہیں [شکل 1,2(b)]: پر وہ لٹکانے کی پتلی المونیم چھڑ

برق اور مقناطیسیت کو متحد کرنا
(UNIFICATION OF ELECTRICITY AND MAGNETISM)

پہلے برق اور مقناطیسیت کا الگ الگ مضامین کے بہ طور مطالعہ کیا جاتا تھا۔ یہ سمجھا جاتا تھا کہ برق میں ہم شیشے کی چھڑ بلی کی کھال، بیٹری، بجلی کے کڑکنے وغیرہ میں برقی چارج کا مطالعہ کرتے ہیں، جبکہ مقناطیسیت میں ہم مقناطیس، لوہے کا برادہ اور مقناطیسی سوئی وغیرہ کے آپسی عمل کا مطالعہ کرتے ہیں۔ 1820 میں ڈنمارک کے سائنس داں اورسٹڈ (Oersted) نے معلوم کیا کہ اگر مقناطیسی سوئی کے نزدیک رکھے ہوئے تار میں سے برقی رو (Electric cunent) گذاری جائے تو مقناطیسی سوئی منفرج (Deflect) ہوجاتی ہے ایمپیر (Ampere) اور فراڈے (Faraday) نے بھی اس مشاہدے کی تائید کی اور انہوں نے کہا کہ حرکت کرتے ہوئے برقی چارج مقناطیسی میدان پیدا کرتے ہیں اور متحرک مقناطیس برق پیدا کرتے ہیں۔ برق اور مقناطیسیت میں مکمل اتحاد اس وقت قائم ہوسکا جب اسکاٹ طبیعیات داں میکسویل (Maxwell) اور ڈنمارک کے طبیعات داں لورنیٹز (Lorentz) نے ایک نظریہ پیش کیا جس میں ان دونوں مضامین کا باہم انحصار (Interdependence) دکھایا گیا۔ آس پاس رونما ہونے والے بہت سے مظاہر کو برق مقناطیسیت (Electromagnetism) کے تحت بیان کیا جاسکتا ہے۔ تقریباً ہر قوت جس کے بارے میں ہم سوچ سکتے ہیں، جیسے رگڑ (Firiction)، ایٹموں کے مابین کیمیائی قوت جو مادے کو ایک ساتھ باندھے رکھتی ہے، اور یہاں تک کہ وہ قوتیں بھی جو جانداروں کے سیل (Cell) میں ہونے والے عمل کو بیان کرتی ہیں، اس کا منبع برق مقناطیسی قوت میں پایا جاتا ہے۔ برق مقناطیسی قوت، قدرت کی بنیادی قوتوں میں سے ایک قوت ہے۔

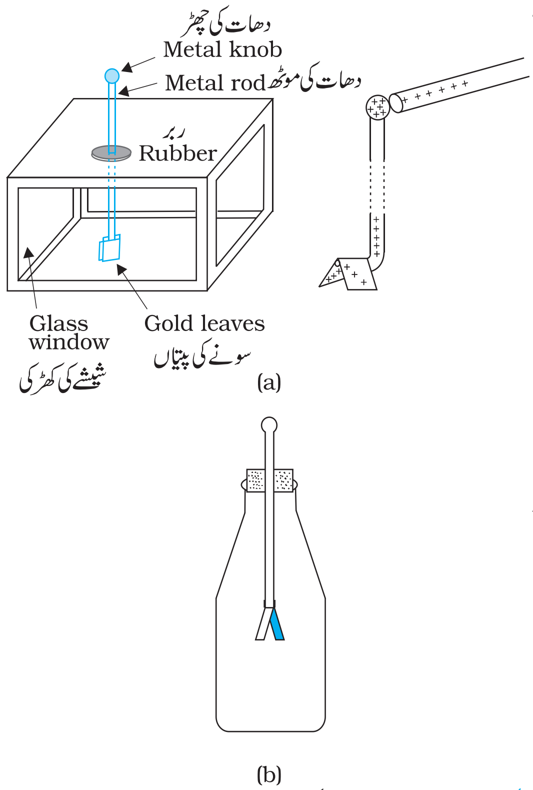
میکسویل نے 4 مساواتیں پیش کیں جو کلاسیکی برق مقناطیسیت میں وہی کردار ادا کرتی ہیں جو نیوٹن کے حرکت کے قوانین اور مادی کشش کا قانون میکانیات میں ادا کرتے ہیں۔ انہوں نے یہ بھی دلیل پیش کی کہ روشنی بھی اپنی طبع کے لحاظ سے برق مقناطیسی ہے اور روشنی کی رفتار خالص برقی اور مقناطیسی پیمائشوں کے ذریعے معلوم کی جاسکتی ہے۔ انہوں نے دعویٰ کیا کہ نوریات (Optics) کی سائنس کا برق اور مقناطیسیت کی سائنس سے قریبی رشتہ ہے۔

برق اور مقناطیسیت کی سائنس جدید تکنیکی تہذیب کی بنیاد ہے۔ برقی پاور، ٹیلی پیام رسانی (Tele communication) ریڈیو اور ٹیلی ویژن اور عام روزانہ زندگی میں استعمال ہونے والے آلات کی بہت سی قسمیں اسی سائنس کے اصولوں پر منحصر ہیں۔ حالانکہ حرکت کے دوران بارشدہ ذرات برقی اور مقناطیسی دونوں قوتیں لگاتے ہیں، لیکن اس حوالہ فریم (Frame of reference) میں جس میں تمام چارج حالت سکون میں ہوں، قوتیں، خالص برقی ہوتی ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ مادی کشش کی قوت ایک لمبی سعت قوت (Long range force) ہے۔ اس کا اثر اس وقت بھی محسوس ہوتا ہے، جب تعامل پذیر ذرات (Interacting particles) کے درمیان بہت زیادہ فاصلہ ہو، کیونکہ یہ قوت تعامل پذیر اجسام کے مابین فاصلے کے مربع کے مقلوب کے بہ طور تبدیل ہوتی ہے۔ ہم اس باب میں سیکھیں گے کہ برقی قوت بھی اتنی ہی سرایت کن (Pervasive) ہے اور مادی کشش قوت سے عددی قدر کے کئی درجہ گنا زیادہ قوی (Strong) ہے۔ (درجہ xI کی طبیعیات کی درسی کتاب کا باب 1 دیکھیں)۔

لیں اس میں سے تقریباً 20cm لمبا ٹکڑا کاٹ لیں۔ ایک سرے پر گیند لگادیں اور کاٹے گئے سرے کو چپٹا کردیں۔ ایک بڑی بوتل لیں، جس میں یہ چھڑ رکھی جاسکے اور بوتل کے منہ میں ایک کارک لگادیں۔ کارک میں اتنا بڑا سوراخ کریں، جس میں سے یہ چھڑ گذر سکے۔ کارک کے سوراخ میں سے چھڑ کو بوتل کے اندر ڈال دیں، اس طرح کہ کٹا ہوا کنارہ بوتل کے اندر ہو اور گیند والا کنارہ کارک سے اوپر ہو۔ ایک چھوٹی پتلی المونیم کی پتی کو بیچ میں سے موڑیں (جس کی لمبائی تقریباً 6cm

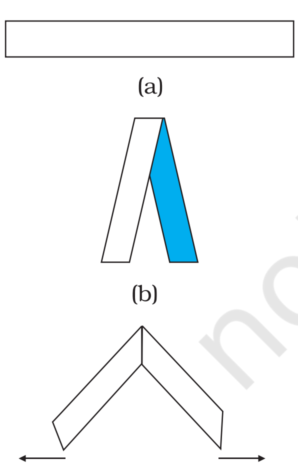
ہو) اور سیلولوس ٹیپ (cellulose tape) کی مدد سے اسے چھڑ کے چپٹے کیے گئے کنارے سے چپکا دیں۔ یہ آپ کے برق نما کی پتیاں ہیں۔ بوتل میں کارک اس طرح لگائیں کہ بال والے سرے کی تقریباً 5cm لمبائی کارک سے اوپر رہے۔ پتیوں کے پھیلنے کو ناپنے کے لیے، بوتل کے اندر پہلے ہی ایک کاغذ کا اسکیل رکھ دیں۔ پتیوں کا پھیلاؤ برق نما پر چارج کا ایک تخمینی ناپ ہے۔

یہ سمجھنے کے لیے کہ برق نما کس طرح کام کرتا ہے سفید کاغذ کی ویسی ہی پتیاں استعمال کیجیے، جیسی ہم نے چارج شدہ اجسام کی آپسی کشش کو دیکھنے کے لیے استعمال کی تھیں۔ پتیوں کو نصف موڑ لیجیے تاکہ آپ موڑنے کا نشان دیکھ سکیں۔ پٹی کو کھول لیجیے اور اس کو پہاڑ کی شکل میں (جیسا کہ شکل 1.3 میں دکھایا گیا ہے) موڑ کر اس پر ہلکی سی استری کر دیجیے پٹی کو موڑ پر سے چٹکی سے پکڑیے۔ آپ دیکھیں گے کہ پٹی کے دونوں حصے ایک دوسرے سے مخالف سمت میں حرکت کرتے ہیں۔ یہ ظاہر کرتا ہے کہ استری کیے جانے پر پٹی چارج حاصل کر لیتی ہے۔ جب آپ پٹی کو دو نصف حصوں میں موڑتے ہیں، تو دونوں حصوں پر یکساں چارج ہوتا ہے۔ اس لیے وہ ایک دوسرے کو دفع کرتے ہیں۔ یہی اثر پٹی۔ برق نما میں بھی دیکھنے میں آتا ہے۔ برق شدہ جسم سے گیند والے سرے کو چھو کر پردہ لٹکانے کی چھڑ کو برقیانے پر، چارج پردہ لٹکانے کی چھڑ میں منتقل ہو جاتا ہے اور چھڑ سے، منسلک المونیم کی پٹی میں منتقل ہو جاتا ہے۔ پٹی کے دونوں نصف حصے یکساں چارج حاصل کرتے ہیں، اس لیے ایک دوسرے کو دفع کرتے ہیں۔ پتیاں کتنی پھیلیں گی، یہ اس پر منحصر ہے کہ ان پر چارج کی مقدار کتنی ہے۔ آئیے پہلے یہ سمجھنے کی کوشش کریں کہ مادی اشیاء چارج کیوں حاصل کر لیتی ہیں۔



شکل 1.2: برق نما: (a) سونے کی پتی۔ برق نما (b) ایک سادہ برنما کا خاکہ

آپ جانتے ہیں کہ تمام مادہ ایٹموں یا/اور مالیکیولوں سے بنا ہوتا ہے۔ حالانکہ عام طور سے مادی اشیاء برقی طور پر معادل ہوتی ہیں گو کہ ان میں چارج ہوتے ہیں، لیکن ان کے چارج قطعی طور پر توازن میں ہوتے ہیں۔ وہ قوتیں جو مالیکیولوں کو آپس میں جوڑے رکھتی ہیں، قوتیں جو ایک ٹھوس شے میں ایٹموں کو آپس میں باندھے رکھتی ہیں، گوند کی الحاق (Adhetive) قوتیں، سطحی تناؤ (Surface tension) سے منسلک قوتیں، سب طبع کے لحاظ سے بنیادی طور پر برقی قوتیں ہیں، جو چارج شدہ ذرات کے مابین قوتوں سے پیدا ہوتی ہیں۔ اس لیے، برقی قوت ہر جگہ موجود ہے اور یہ ہماری زندگی سے تعلق رکھنے والے تقریباً ہر میدان کا احاطہ کرتی ہے۔ اس لیے یہ لازمی ہو جاتا ہے کہ ہم ایسی قوت کے بارے میں مزید سیکھیں۔



شکل 1.3: کاغذ کی پٹی کا تجربہ

ایک معادل جسم کو برقیانے کے لیے، ہمیں ایک قسم کے چارج کو شامل کرنا ہوگا یا ہٹانا ہوگا۔ جب ہم کہتے ہیں کہ ایک جسم کو چارج شدہ کر دیا گیا ہے تو ہم ہمیشہ چارج کے اس اضافہ یا کمی کی بات کر رہے ہوتے ہیں۔ ٹھوس اشیاء میں، کچھ الیکٹران، کیونکہ وہ ایٹم میں مقابلتاً کم سختی سے بندھے ہوئے ہیں، وہ چارج میں جو ایک جسم سے دوسرے جسم میں منتقل

ہوجاتے ہیں۔ایک جسم کواس لیے جب مثبت چارج کیا جاسکتا ہے اگر وہ اپنے کچھ الیکٹران ضائع کردے۔اسی طرح ایک جسم کو منفی چارج کیا جاسکتا ہے اگر وہ کچھ الیکٹران حاصل کرلے۔ جب ہم شیشے کی چھڑ کو سلک کے کپڑے سے رگڑتے ہیں تو چھڑ سے کچھ الیکٹران سلک کے کپڑے میں منتقل ہوجاتے ہیں۔اس لیے چھڑ مثبت چارج ہوجاتی ہے اور سلک منفی چارج ہوجاتی ہے۔رگڑنے کے عمل میں کوئی نیا چارج نہیں پیدا ہوتا۔اور منتقل ہونے والے الیکٹرانوں کی تعداد، مادی جسم کے کل الیکٹرانوں کی تعداد کی ایک بہت چھوٹی کسر (حصہ) ہوتی ہے۔مزید یہ کہ رگڑنے کے ذریعے ایک مادی جسم کے صرف کم سختی سے بندھے ہوئے الیکٹران ہی دوسرے مادی جسم میں منتقل ہوتے ہیں۔اس لیے جب ایک جسم کو دوسرے سے رگڑا جاتا ہے تو دونوں جسم چارج ہوجاتے ہیں،اوراسی لیے رگڑنے پر اجسام کے چارج ہونے کے لیے ہمیں مادی اشیاء کے کچھ خاص جوڑے ہی لینا ہوتے ہیں۔

1.3 موصل اور حاجز (Conductors and Insulators)

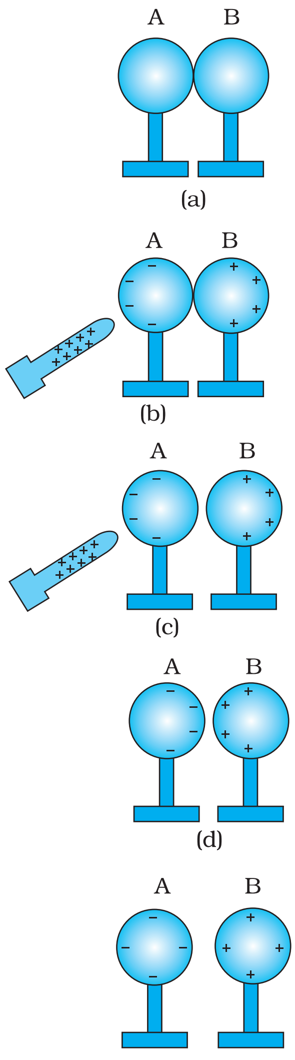
ہاتھ میں لی ہوئی دھات کی چھڑ اگر اون سے رگڑی جائے تو اس میں چارج ہونے کی کوئی علامت نہیں ظاہر ہوتی۔لیکن اگر دھات کی چھڑ میں ایک پلاسٹک یا لکڑی کا دستہ لگا ہو اور اس دستے کو ہاتھ میں پکڑا جائے اور دھات کی چھڑ کے کسی حصے کو چھوئے بغیر چھڑ کو رگڑا جائے تو وہ چارج ہونے کی علامتیں ظاہر کرتی ہے۔فرض کیجیے کہ ہم ایک تانبہ کے تار کا ایک سرا معادل گودے کی گیند سے منسلک کردیں اور دوسرا سرا منفی چارج شدہ پلاسٹک کی چھڑ سے منسلک کردیں،تو ہم دیکھیں گے کہ گودے کی گیند پر منفی چارج آجاتا ہے۔اگر اسی طرح کا تجربہ نائیلون کے دھاگے یا ایک ربر بینڈ کے ساتھ دہرایا جائے تو پلاسٹک کی چھڑ سے گودے کے گیند میں چارج کی کوئی منتقلی نہیں ہوگی۔اب چھڑ سے گیند میں چارج کی منتقلی کیوں نہیں ہوتی؟ کچھ مادی اشیاء اپنے اندر سے برق کو بہ آسانی گذرنے دیتی ہیں اور کچھ ایسا نہیں کرتیں۔وہ اشیاء جو اپنے اندر سے برق کو بہ آسانی گذرنے دیتی ہیں موصل کہلاتی ہیں۔ان میں ایسے برقی چارج (الیکٹران) ہوتے ہیں جو مادی شے کے اندر حرکت کرنے کے لیے مقابلتاً آزاد ہوتے ہیں۔ دھاتیں، انسانوں اور جانوروں کے اجسام اور زمین موصل (Conductor) ہیں۔

زیادہ تر ادھاتیں جیسے گیسیں، پروسلین (Procelain)، پلاسٹک، نائیلون، لکڑی وغیرہ اپنے میں سے برق کے گذرنے کی بہت زیادہ مزاحمت کرتی ہیں۔انہیں حاجز (Insulator) کہتے ہیں۔زیادہ تر اشیاء اوپر بیان کی گئی دونوں قسموں میں سے کسی ایک میں درجہ بند کی جاسکتی ہیں۔*

جب ایک موصل کو کچھ چارج منتقل ہوتا ہے،تو وہ فوراً ہی موصل کی پوری سطح پر تقسیم ہوجاتا (پھیل جاتا) ہے۔اس کے برخلاف، اگر حاجز پر کچھ چارج رکھا جائے تو وہ اسی مقام پر رہتا ہے۔ایسا کیوں ہوتا ہے، یہ آپ اگلے باب میں سیکھیں گے۔

---

*ایک تیسرا درجہ بھی ہے جو نیم موصل کہلاتا ہے، جو چارجوں کی حرکت کی اتنی مزاحمت کرتا ہے جس کی قدر موصل اور حاجز کے ذریعہ کی گئی مزاحمت کے درمیان ہوتی ہے۔



شکل 1.4: امالہ کے ذریعے چارج کرنا۔

مادی اشیاء کی یہ خاصیت آپ کو بتاتی ہے کہ ایک نائیلون یا پلاسٹک کا کنگھا سوکھے بالوں میں پھیرنے یا رگڑنے سے کیوں چارج ہوجاتا ہے، لیکن ایک دھات کی شے جیسے چمچہ چارج نہیں ہوتا۔ دھاتوں پر چارج ہمارے جسم کے ذریعہ زمین تک رس جاتے ہیں، کیونکہ دونوں برق کے موصل ہیں۔

جب ہم ایک چارج شدہ جسم کو زمین کے تماس (Contact) میں لاتے ہیں، تو جسم کا سارا اضافی چارج، ایک لمحاتی برقی رو پیدا کرتے ہوئے غائب ہوجاتا ہے، کیونکہ وہ منسلکہ موصل (جیسے ہمارا جسم) سے گذرتے ہوئے زمین میں چلا جاتا ہے۔ زمین کے ساتھ چارجوں کی حصہ داری کرنے کا یہ عمل زمین گیری (Grounding) یا ارض گیری (Earthing) کہلاتا ہے۔

زمین گیری، برقی سرکٹوں اور برقی آلات کے لیے ایک حفاظتی تدبیر فراہم کرتی ہے۔ ایک موٹی دھات کی پلیٹ کو زمین میں گہرائی پر دفن کردیا جاتا ہے اور اس پلیٹ سے موٹے تار منسلک کردیے جاتے ہیں۔ ان تاروں کو عمارتوں میں جہاں برق کی سپلائی کی جارہی ہوتی ہے، اس کے نزدیک زمین گیری کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ ہمارے گھروں میں جو بجلی کی وائرنگ ہوتی ہے، اس میں تین تار ہوتے ہیں: زندہ، معادل اور زمین گیر۔ پہلے پاور اسٹیشن سے برقی کرنٹ پہنچاتے ہیں اور تیسرے کو زمین میں دفن دھاتی پلیٹ سے منسلک کرکے زمین گیر کردیا جاتا ہے۔ برقی آلات، جیسے بجلی کی استری، ریفریجریٹر، ٹی وی وغیرہ، کے دھاتی جسموں کو زمین گیر تار سے منسلک کردیا جاتا ہے۔ جب کوئی خرابی ہوتی ہے یا زندہ تار دھاتی جسم کے تماس میں آجاتا ہے تو چارج زمین تک بہہ جاتا ہے اور آلے کو کوئی نقصان نہیں پہنچتا اور نہ ہی انسانوں کو کوئی چوٹ لگتی ہے۔ اس تار کے بغیر ایسا ہونا لازمی تھا، کیونکہ انسانی جسم، برق کا موصل ہے۔

1.4 امالہ کے ذریعے برقیانا (CHARGING BY INDUCTION)

جب ہم ایک گودے کی گیند کو چارج شدہ پلاسٹک کی چھڑ سے چھوتے ہیں، تو چھڑ کے کچھ منفی چارج گودے کی گیند پر منتقل ہوجاتے ہیں، اور گیند بھی چارج ہوجاتی ہے۔ اس لیے گودے کی گیند تماس کے ذریعے چارج ہوتی ہے۔ یہ پھر پلاسٹک کی چھڑ کے ذریعے دفع ہوتی ہے لیکن شیشے کی چھڑ کے ذریعہ جو کہ مخالف چارج شدہ ہے، کشش ہوتی ہے، جس کا جواب ہم نے ابھی تک نہیں دیا ہے۔ آیئے یہ سمجھنے کی کوشش کریں کہ کیا ہورہا ہوگا؟

مندرجہ ذیل تجربہ کرتے ہیں۔

(i) دو دھاتی کروں A اور B کو، جو حاجز اسٹینڈوں پر رکھے ہوئے ہیں، ایک دوسرے کے تماس میں لایئے جیسا کہ شکل 1.4(a) میں دکھایا گیا ہے۔

(ii) ایک مثبت چارج شدہ چھڑ کو کسی ایک کرہ فرض کیا A، کے قریب لایئے اور یہ احتیاط رکھیے کہ چھڑ کرے کے تماس میں نہ آئے۔ کرہ کے آزاد الیکٹران چھڑ کی طرف کشش ہوتے ہیں۔ اس کی وجہ سے کرہ B کے پچھلے حصے کی سطح پر مثبت چارج کی زیادتی ہوجاتی ہے۔ دونوں قسم (منفی اور مثبت) کے چارج دھاتی کروں میں بندھے ہوئے ہیں اور ان

سے باہر نہیں جاسکتے۔ اس لیے وہ سطحوں پر ہی رہتے ہیں، جیسا کہ شکل (b)1.4 میں دکھایا گیا ہے۔ کرہ A کی بائیں سطح میں منفی چارج کی زیادتی ہوتی ہے اور کرہ B کی دائیں سطح میں مثبت چارج کی زیادتی ہوتی ہے لیکن کروں کے سارے الیکٹران A کی بائیں سطح پر اکٹھے نہیں ہوجاتے۔ جیسے جیسے A کی بائیں سطح پر منفی چارج اکٹھا ہونا شروع ہوتا ہے، دوسرے الیکٹران ان اکٹھا ہوئے الیکٹرانوں سے دفع ہوجاتے ہیں۔ ایک مختصر وقفہ وقت میں، چھڑ کی قوتِ کشش اور اکھٹا ہوئے چارجوں کی قوت دفع کے درمیان توازن قائم ہوجاتا ہے۔ شکل (b)1.4 میں توازن کی حالت دکھائی گئی ہے۔ یہ عمل چارجوں کا امالہ (Induction of charge) کہلاتا ہے اور تقریباً فوراً ہی پورا ہوجاتا ہے۔ اکٹھا ہوئے چارج سطح پر رہتے ہیں، جیسا کہ دکھایا گیا ہے، جب تک کہ شیشے کی چھڑ کو کرہ کے قریب رکھا جائے۔ اگر چھڑ کو ہٹا لیا جائے، تو چارجوں پر کوئی باہری قوت نہیں لگتی اور وہ پھر اپنی معادل حالت میں دوبارہ تقسیم ہوجاتے ہیں۔

(iii) کرہ A کے قریب چھڑ کو رکھتے ہوئے، کروں کے درمیان تھوڑا سا فاصلہ کر دیجیے، جیسا کہ شکل (c)1.4 میں دکھایا گیا ہے، تو دونوں کروں پر مخالف چارج پایا جاتا ہے اور وہ ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں۔

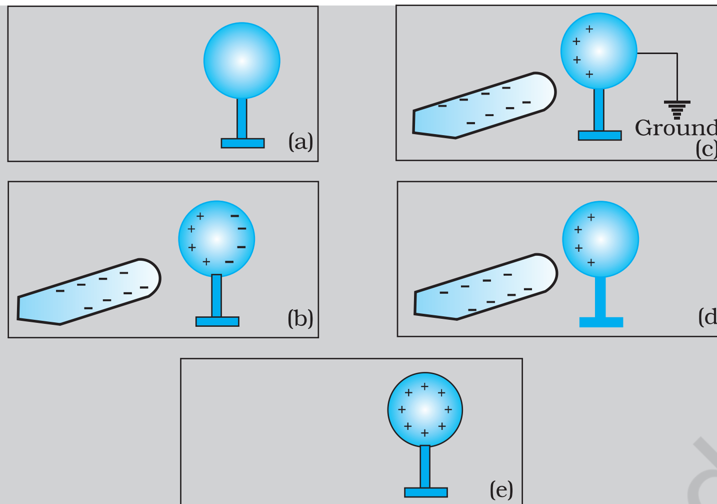
(iv) چھڑ کو ہٹا لیجیے۔ کروں پر چارج اپنے آپ کو دوبارہ ترتیب دے لیتے ہیں، جیسا کہ شکل (d)1.4 میں دکھایا گیا ہے۔ اب کروں کے درمیان کافی فاصلہ کر دیجیے تو ان پر چارج ہموار طریقے سے تقسیم ہوجاتے ہیں، جیسا کہ شکل (e)1.4 میں دکھایا گیا ہے۔

جب برقیائی ہوئی چھڑیں ہلکی اشیاء کے قریب لائی جاتی ہیں، تو اسی طرح کا اثر پیدا ہوتا ہے۔ چھڑیں اشیاء کی اپنے سے قریب کی سطحوں پر مخالف چارج کا امالہ کرتی ہیں اور یکساں چارج شئے کی دور والی سطح کی طرف حرکت کر جاتے ہیں۔ ایسا اس وقت بھی ہوجاتا ہے جبکہ ہلکی اشیاء خود موصل نہیں ہوتیں [ایسا کیسے ہوتا ہے، اس کا میکانزم آگے حصہ 1.10 اور 2.10 میں سمجھایا گیا ہے]۔ دونوں قسم کے چارجوں کے مراکز ایک دوسرے سے تھوڑے سے فاصلے پر ہوتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ مخالف چارج کشش کرتے ہیں اور یکساں چارج دفع کرتے ہیں لیکن، قوت کی عددی قدر چارجوں کے درمیانی فاصلے کے تابع ہے، اور اس صورت میں قوت کشش، قوت دفع کے مقابلے میں زیادہ ہوتی ہے۔ اس کے نتیجے میں، ذرات جیسے کاغذ کے چھوٹے ٹکڑے یا گودے کی گیندیں چھڑ کی طرف کھنچ جاتی ہیں۔

مثال 1.1: آپ ایک دھات کے کرہ کو، بغیر چھوئے کیسے مثبت چارج کر سکتے ہیں؟

حل: شکل (a)1.5 میں ایک بغیر چارج کیا ہوا دھاتی کرہ ایک حاجز کیے ہوئے دھاتی اسٹینڈ پر رکھا ہوا دکھایا گیا ہے۔ ایک منفی چارج شدہ چھڑ دھاتی کرہ کے نزدیک لائیں، جیسا کہ شکل (b)1.5 میں دکھایا گیا ہے۔ جیسے ہی چھڑ کرہ کے نزدیک لائی جاتی ہے، کرہ کے آزاد الیکٹران دفع کی وجہ سے دوُر حرکت کرتے ہیں اور دوُر والے سرے پر اکٹھا ہونا شروع ہوجاتے ہیں۔ قریب والا سرا، الیکٹرانوں کی کمی کی وجہ سے مثبت چارج شدہ ہوجاتا ہے۔ چارج کی تقسیم کا یہ عمل اس وقت رک جاتا ہے جب دھات کے اندر آزاد الیکٹرانوں پر لگ رہی کل قوت

مثال 1.1



شکل 1.5 زمین **Ground**

صفر ہو جاتی ہے۔ کرہ کو ایک موصل تار کے ذریعے زمین سے منسلک کر دیجیے۔ الیکٹران بہہ کر زمین میں چلے جائیں گے جبکہ قریب والے سرے کے مثبت چارج، چھڑ کے منفی چارجوں کی کشش کی وجہ سے وہیں رکے رہیں گے، جیسا کہ شکل 1.5(c) میں دکھایا گیا ہے۔ کرہ کو زمین سے غیر منسلک کر دیجیے۔ مثبت چارج اب بھی قریب والے سرے پر رکا رہتا ہے [شکل 1.5(d)]۔ برقیائی ہوئی چھڑ کو ہٹا لیجیے، مثبت چارج پورے کرہ پر ہموار طور پر پھیل جائے گا، جیسا کہ شکل 1.5(e) میں دکھایا گیا ہے۔

اس تجربہ میں، دھاتی کرہ امالہ کے عمل کے ذریعے برقیاتا ہے اور چھڑ کا کوئی چارج ضائع نہیں ہوتا۔

ایک دھاتی کرہ کو منفی چارج شدہ کرنے میں بھی یکساں اقدام شامل ہیں۔ اب ایک مثبت چارج شدہ چھڑ اس کے قریب لانی ہوگی۔ اس صورت میں، جب کرہ کو ایک تار کے ذریعے زمین سے منسلک کیا جائے گا، تو الیکٹران زمین سے کرہ تک بہیں گے۔ کیا آپ وضاحت کر سکتے ہیں کیوں؟

1.5 برقی چارج کی بنیادی خاصیتیں
(Basic Properties of Electric Charge)

ہم جانتے ہیں کہ چارج دو قسم کے ہوتے ہیں، جو ہیں مثبت اور منفی اور ان کے اثر ایک دوسرے کو منسوخ (Cancel) کرنے کی سمت میں ہوتے ہیں۔ اب یہاں ہم، برقی چارج کی کچھ اور خاصیتیں بیان کریں گے۔

1.5.1 چارجوں کی جمعیت (Additivity of charges)

ابھی تک ہم نے چارج کی کوئی مقداری تعریف (Quantitative definition) نہیں کی ہے، یہ ہم اگلے حصے میں کریں گے۔ ہم اس وقت مان لیتے ہیں کہ ایسا کرنا ممکن ہے اور آگے بڑھتے ہیں۔ اگر ایک نظام دو نقطہ چارجوں q_1 اور q_2 پر مشتمل ہے، تو نظام کا کل چارج q_1 اور q_2 کو سادہ الجبرائی طریقے سے جوڑ کر حاصل کیا جاتا ہے، یعنی کہ، چارج،

حقیقی اعداد کی طرح جمع ہوتے ہیں یا وہ غیر سمتیہ (عددی Scalars) ہیں جیسے کمیت عددی ہے۔اگر ایک نظام میں n چارج: $q_1, q_2, q_3, \ldots q_n$ ہیں تو نظام کا کل چارج ہے ($q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n$) چارج کی عددی قدر ہوتی ہے لیکن کوئی سمت نہیں ہوتی، ایسا ہی کمیت کے لیے بھی ہوتا ہے لیکن کمیت اور چارج میں ایک فرق ہے۔ایک جسم کی کمیت ہمیشہ مثبت ہوتی ہے جبکہ چارج مثبت بھی ہوسکتا ہے اور منفی بھی۔ ایک نظام کے چارجوں کو جوڑتے وقت مناسب علامتوں کا استعمال کرنا ضروری ہے۔مثلاً، ایک نظام کا کل چارج، جس میں 5 چارج: $+1, +2, -3, -5$ ہیں (کسی بھی اختیاری اکائی میں) ہوگا: $(+1) + (+2) + (-3) + (+4) + (-5) = -1$ (اسی اکائی میں)

1.5.2 چارج کی بقا ہوتی ہے (Charge is Conserved)

ہم پہلے ہی اس حقیقت کی طرف اشارہ کرچکے ہیں کہ جب اجسام کو رگڑنے کے ذریعے برقیایا جاتا ہے تو الیکٹران ایک جسم سے دوسرے جسم پر منتقل ہوجاتے ہیں اور کوئی نئے چارج نہیں پیدا ہوتے۔ برقی چارجوں کو اگر ہم ذرات کی شکل میں تصور کریں تو چارج کی بقا کے تصور کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے۔ جب ہم دو اجسام کو رگڑتے ہیں تو ایک جسم چارج کی صورت میں جتنا حاصل کرتا ہے، دوسرا جسم چارج کی صورت میں اتنا ہی کھوتا ہے۔ایک منفرد (isolated) نظام کے اندر جو کئی چارج شدہ اجسام پر مشتمل ہو، ان اجسام کے باہم عمل کے نتیجے میں چارج اپنے آپ کو دوبارہ تقسیم کرسکتے ہیں لیکن یہ معلوم ہوا ہے کہ منفرد نظام کے کل چارج کی ہمیشہ بقا ہوتی ہے۔چارج کی بقا تجربہ سے ثابت ہوتی ہے۔

ایک منفرد نظام کے کل چارج میں کوئی چارج تخلیق کرنا یا کسی چارج کو فنا کرنا ممکن نہیں ہے حالانکہ کسی عمل کے دوران چارج رکھنے والے ذرات تخلیق یا فنا ہوسکتے ہیں۔کبھی کبھی قدرت چارج شدہ ذرات تخلیق کرتی ہے: ایک نیوٹران ایک پروٹان اور ایک الیکٹران میں بدل جاتا ہے۔اس طرح تخلیق پائے پروٹان اور الیکٹران کے چارج مساوی اور مخالف ہوتے ہیں اور ان کے تخلیق ہونے سے پہلے اور تخلیق ہونے کے بعد بھی کل چارج صفر ہے۔

1.5.3 چارج کی کوانٹم سازی (Quantisation of charge)

تجربہ سے یہ ثابت ہوا ہے کہ تمام آزاد چارج، ہمیشہ چارج کی ایک بنیادی اکائی کے صحیح ضعف (Integral multiples) ہوتے ہیں جسے e سے ظاہر کیا جاتا ہے۔اس لیے کسی بھی جسم پر چارج ہمیشہ دیا جاتا ہے: $q = ne$

جہاں n ہمیشہ ایک صحیح عدد (Integer) ہے۔ چارج کی بنیادی اکائی وہ چارج ہے جو ایک الیکٹران یا پروٹان پر ہوتا ہے۔ قرارداد کے مطابق، الیکٹران کے چارج کو منفی مانا جاتا ہے اور پروٹان کے چارج کو مثبت مانا جاتا ہے۔اس لیے الیکٹران کے چارج کو $-e$ لکھا جاتا ہے اور پروٹان کے چارج کو $+e$ لکھا جاتا ہے۔

یہ حقیقت کہ برقی چارج ہمیشہ e کا صحیح ضعف ہوتا ہے، چارج کی کوانٹم سازی کہلاتی ہے۔طبیعیات میں ایسی کئی صورتیں سامنے آتی ہیں جہاں کچھ طبیعی مقداریں کوانٹم سازی شدہ ہوتی ہیں۔ چارج کی کوانٹم سازی سب سے پہلے انگریز ماہر تجربات فیراڈے کے برق پاشی (electrolysis) کے تجرباتی قوانین نے تجویز کی تھی ۔ 1912 میں ملیکن

2019-20

(Milican) نے اسی کا تجربہ کے ذریعے مظاہرہ کیا۔

اکائیوں کے بین الاقوامی نظام (SI نظام) میں چارج کی اکائی کولمب کہلاتی ہے اور اسے علامت C سے ظاہر کرتے ہیں۔ایک کولمب کی تعریف برقی کرنٹ کی اکائی کی شکل میں کی جاتی ہے جس کے بارے میں آپ اگلے باب میں سیکھیں گے۔ اس تعریف کی شکل میں ایک کولمب وہ چارج ہے جو ایک تار سے ایک سیکنڈ (Is) میں بہتا ہے جبکہ کرنٹ 1A (ایک ایمپیر) ہو۔(درجہ xi کی طبعیات کی درسی کتاب حصہ 1 کا باب 2 دیکھیں) اس نظام میں، چارج کی بنیادی اکائی کی قدر ہے۔

$$e = 1.602192 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

اس لیے ایک کولمب کے چارج میں تقریباً 6×10^{18} الیکٹران ہوتے ہیں۔ برق سکونیات میں اتنی بڑی مقدار کے چارجوں سے ہمارا واسطہ بہت ہی کم پڑتا ہے، اس لیے ہم مقابلتاً چھوٹی اکائیاں: $1\ \mu C$ (مائیکرو کولمب) $= 10^{-3}C$ (ملی کولمب) Imc استعمال کرتے ہیں۔

اگر صرف پروٹان اور الیکٹران ہی کائنات کے چارجوں کی بنیادی اکائیاں ہیں، تو مشاہدہ میں آنے والے تمام چارجوں کو e کا صحیح ضعف ہو جانا چاہیے۔اس لیے اگر ایک جسم میں n_1 الیکٹران اور n_2 پروٹان ہوں تو جسم کا کل چارج ہوگا: $n_2 \times e + n_1 \times (-e) = (n_2 - n_1)\ e$ کیونکہ n_1 اور n_2 صحیح اعداد ہیں ان کا فرق بھی صحیح عدد ہوگا۔اس لیے کسی بھی جسم کا کل چارج ہمیشہ e کا صحیح ضعف ہوتا ہے اور اس میں اضافہ (یا کمی بھی) e کے اقدام میں ہی کیا جا سکتا ہے۔

لیکن e کا اقدامی ناپ بہت چھوٹا ہے، کیونکہ کلاں بینی سطح (Macroscopic level) پر ہم چند μC کے درجہ کے چارجوں کو ہی برتتے ہیں۔اس پیمانے پر یہ حقیقت کہ ایک جسم کا چارج e کی اکائیوں میں ہی کم یا زیادہ کیا جا سکتا ہے، سامنے نہیں آتی۔اسی تناظر میں چارج کی دانہ دار طبع (Grainy nature) کھو جاتی ہے اور یہ لگاتار معلوم ہوتا ہے۔

اس حالت کا مقابلہ نقاط اور خطوط کے جیومیٹریائی تصورات سے کیا جا سکتا ہے۔اگر ایک فاصلہ سے ہم ایک نقطہ دار خط کو دیکھیں تو وہ ہمیں لگاتار معلوم ہوتا ہے، حالانکہ وہ حقیقت میں لگاتار نہیں ہے جیسے اگر کئی ایسے نقاط جو ایک دوسرے سے بہت نزدیک ہوں، لیے جائیں تو وہ لگاتار ہونے کا تاثر دیتے ہیں، اسی طرح بہت سے چھوٹے چارجوں کو اگر ایک ساتھ رکھا جائے تو وہ بھی لگاتار چارج تقسیم معلوم ہوتے ہیں۔

کلاں بینی سطح پر ہم ایسے چارجوں کو برتتے ہیں جو e کی عددی قدر کے مقابلے میں بہت ہی زیادہ ہیں۔ کیونکہ $e = 1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$ اس لیے ایک چارج، جس کی عددی قدر، فرض کیا $1\mu C$ ہے، اس میں بھی الیکٹرانی چارج کا تقریباً 10^{13} گنا چارج ہوگا۔اس پیمانے پر یہ حقیقت کہ چارج صرف e کی اکائی میں ہی کم یا زیادہ ہو سکتا ہے، یہ کہنے سے بہت مختلف نہیں ہے کہ چارج لگاتار قدریں حاصل کر سکتا ہے۔اس لیے کلاں بینی سطح پر چارجوں کی کوانٹم سازی کی کوئی عملی اہمیت نہیں ہے اور اسے نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔لیکن خورد بینی سطح پر جس میں شامل چارج e کی کچھ دہائیوں یا سینکڑوں کے درجے کے ہوتے ہیں یعنی کہ، انہیں گنا جا سکتا ہے، یہ مجرد ڈھیروں (Discrete lump) کی شکل میں ظاہر ہوتے ہیں اور چارج کی کوانٹم سازی کو نظر انداز نہیں کیا جا سکتا۔کون سی عددی قدر کا پیمانہ (کلاں بینی یا خورد بینی) شامل ہے یہ بہت اہم ہے۔

مثال 1.2: اگر ہر سکنڈ میں 10^9 الیکٹران ایک جسم سے دوسرے جسم میں منتقل ہوتے ہیں، تو دوسرے جسم پر 1C چارج حاصل کرنے میں کتنا وقت لگے گا؟

حل: ایک سیکنڈ میں 10^9 الیکٹران جسم سے باہر حرکت کرتے ہیں اس لیے ایک سیکنڈ میں دیے جانے والا چارج ہے $1.6 \times 10^{-19} \times 10^9\ C = 1.6 \times 10^{-10}\ C$ اس لیے 1C کا چارج اکٹھا ہونے میں لگنے والے وقت کا تخمینہ لگایا جا سکتا ہے:

$1C \div (1.6 \times 10^{-10} C/s) = 6.25 \times 10^9 s = 6.25 \times 10^9 \div (365 \times 24 \times 3600)$ سال $= 198$ سال

اس لیے ایک ایسے جسم سے جس سے 10^9 الیکٹران ہر سیکینڈ میں خارج ہو رہے ہوں، 1C کا چارج اکٹھا کرنے کے لیے ہمیں تقریباً 200 سال چاہیے ہوں گے۔ اس لیے بہت سی عملی صورتوں کے لیے ایک کولمب بہت بڑی اکائی ہے۔

مثال 1.3: پانی کی ایک پیالی میں کتنا مثبت چارج اور کتنا منفی چارج ہوتا ہے۔

حل: مان لیجیے ایک پیالی پانی کی کمیت 250g ہے۔ پانی کی مالیکیولیائی کمیت 18g ہے۔ اس لیے پانی کا ایک مول ($= 6.02 \times 10^{23}$ مالیکیول) 18g ہے۔ اس لیے ایک پیالی میں پانی کے مالیکیولوں کی تعداد ہے

$$\left(\frac{250}{18}\right) \times 6.02 \times 10^{23}$$

پانی کے ہر مالیکیول میں 2 ہائڈروجن کے ایٹم اور ایک آکسیجن کا ایٹم ہوتا ہے یعنی کہ، 10 الیکٹران اور 10 پروٹان ہوتے ہیں۔ اس لیے کل مثبت چارج اور کل منفی چارج کی عددی قدر یکساں ہے۔ یہ مساوی ہے:

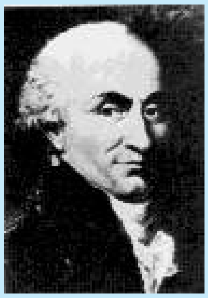
$$\left(\frac{250}{18}\right) \times 6.02 \times 10^{23} \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19}\ C = 1.34 \times 10^7\ C$$

مثال 1.2

1.6 کولمب کا قانون (COULOMB'S LAW)

کولمب کا قانون دو نقطہ چارجوں کے درمیان قوت کا مقداری بیان ہے۔ جب چارج شدہ اجسام کے خطی سائز، ان کے درمیان فاصلے سے بہت کم ہوتے ہیں، تو سائز کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے اور چارج شدہ اجسام کو نقطہ چارج کے بہ طور برتا جا سکتا ہے۔ کولمب نے دو نقطہ چارجوں کے درمیان قوت ناپی اور معلوم کیا کہ یہ قوت چارجوں کے درمیان فاصلے کے مربع کے مقلوب کے بہ طور تبدیل ہوتی ہے اور دونوں چارجوں کی عددی قدر کے حاصل ضرب کے راست متناسب ہے اور دونوں چارجوں کو ملانے والے خط کی سمت میں لگتی ہے۔ اس لیے اگر دو نقطہ چارجوں q_1 اور q_2 کے درمیان فاصلہ r ہے اور وہ خلاء میں رکھے ہوئے ہیں تو ان کے درمیان قوت (F) کی عددی قدر دی جاتی ہے:

* ایک مروڑ ترازو قوت کی پیائش کا ایک حساس آلہ ہے۔ بعد میں اسے کیونڈش نے نیوٹن کے مادی کشش کے قانون کو ثابت کرنے کے لیے دو اشیاء کے درمیان، بہت ہی کمزور، مادی کشش کی قوت ناپنے کے لیے استعمال کیا۔



چارلس آگسٹن ڈی کولمب
(Charles Augustin de Coulomb)
(1736 – 1806)

کولمب ،ایک فرانسیسی سائنس داں نے اپنی عملی زندگی کا آغاز ویسٹ انڈیز میں بہ طور فوجی انجینیر کیا۔ 1776 میں وہ پیرس لوٹے اور ایک چھوٹے سے صوبے میں اپنی سائنسی تحقیق کرنے کی غرض سے سکونت پذیر ہو گئے ۔ انہو نے قوت کی مقدار کی پیمائش کرنے کے لیے ایک مروڑ ترازو ایجاد کی اور اسے چھوٹے چارج شدہ کرّوں کے درمیان کام کر رہی دفعائی اور کششی برقی قوتوں کے ناپنے کے لیے استعمال کیا۔اس طرح وہ 1785 میں مقلوب مربع قانون (Inverse square law) رشتے تک پہنچے ، جو کولمب کا قانون کہلاتا ہے۔اس قانون کی پرسٹلے (Priestly) اوراس سے پہلے کیونڈش (Cavendish) نے بھی پیش بنی کی تھی ، حالانکہ کیونڈش نے اپنے نتائج کو شائع نہیں کیا۔کولمب نے غیر یکساں اور یکساں مقناطیسی قطبوں کے درمیان بھی قوت کا مقلوب مربع قانون معلوم کیا۔

$$F = k\,\frac{|q_1 \;\; q_2|}{r^2} \qquad (1.1)$$

کولمب اپنے تجربات کے ذریعے اس قانون تک کیسے پہنچا ؟ کولمب نے ایک *مروڑ ترازو (Torsion balance) استعمال کرتے ہوئے دو چارج شدہ دھاتی کروں کے درمیان کام کر رہی قوت ناپی ۔ جب دونوں کروں کا درمیانی فاصلہ ان کے نصف قطر کے مقابلے میں بہت زیادہ ہو تو چارج شدہ کروں کو نقطہ چارج مانا جاسکتا ہے۔لیکن شروعات میں ،کروں کے چارج معلوم نہیں تھے۔ پھر اس نے (1.1) جیسا رشتہ کیسے دریافت کرلیا؟ کولمب نے مندرجہ ذیل سادہ طریقہ سوچا ۔ فرض کیجیے کہ دھاتی کرہ پر چارج q ہے۔ اگر کرہ کو ایک متماثل (Identical) کرہ کے ساتھ تماس میں رکھا جائے تو چارج دونوں کروں پر پھیل جائے گا۔ تشاکل (Symmetry) کے ذریعے ، ہر ایک کرہ پر چارج $\frac{q}{2}$ ** ہوگا ۔ اسی عمل کو دہراتے ہوئے ہم چارج $\frac{q}{2}$ ، $\frac{q}{4}$ وغیرہ حاصل کرسکتے ہیں۔کولمب نے چارجوں کے ایک متعین جوڑے کے لیے فاصلہ تبدیل کیا اور مختلف فاصلوں کے لیے قوت ناپی ۔اس نے پھر چارجوں کے جوڑے تبدیل کیے اور ہر جوڑے کے لیے فاصلہ متعین رکھا ۔ چارجوں کے مختلف جوڑوں کی مختلف فاصلوں پر قوتوں کا مقابلہ کرتے ہوئے کولمب رشتہ،مساوات (1.1)،تک پہنچا۔

شروع میں کولمب کے قانون ایک سادہ ریاضیاتی بیان ،تک تجربہ کے ذریعے، جیسا کہ اوپر بیان کیا گیا ہے، پہنچا گیا۔ جب کہ ابتدائی تجربات نے اسے کلاں بینی سطح پر ثابت کیا تھا،اب اسے تحت ایٹمی سطح (Subatomic level) $r \sim 10^{-10}$m تک ثابت کیا جا چکا ہے۔

کولمب نے اپنا قانون، چارج کی واضح مقدار جانے بغیر دریافت کیا۔ دراصل، یہ مخالف طرح سے ہے: اب کولمب کا قانون چارج کی اکائی معلوم کرنے کے لیے استعمال کیا جا سکتا ہے۔ رشتہ مساوات (1.1) میں k ابھی تک اختیاری (arbitrary) ہے۔ ہم K کی کوئی بھی مثبت قدر منتخب کرسکتے ہیں k کا انتخاب، چارج کی اکائی کا سائز طے کرتا ہے۔SI اکائی میں۔ k کی قدر تقریباً $9\times10^{9}\ \frac{Nm^2}{C^2}$ ہے۔ چارج کی وہ اکائی جو k کی اس قدر سے حاصل ہوتی ہے ایک کولمب کہلاتی ہے جس کی تعریف ہم پہلے ہی حصہّ 1.4 میں دے چکے ہیں۔

مساوات (1.1) میں K کی یہ قدر رکھنے پر، ہم دیکھتے ہیں کہ: $q_1 = q_2 = 1C$ ، $r = 1\ m$ کے لیے:

$$F = 9 \times 10^{9}\ N$$

یعنی کہ 1C، وہ چارج ہے جسے اگر یکساں عددی قدر کے چارج سے 1m کے فاصلے پر خلاء میں رکھا جائے تو اس پر

* اس میں چارجوں کی بقا اور چارجوں کی جمعیت کا مفروضہ مضمر ہے: دو چارج (ہر ایک $\frac{q}{2}$) جمع ہو کر کل چارج q تشکیل دیتے ہیں

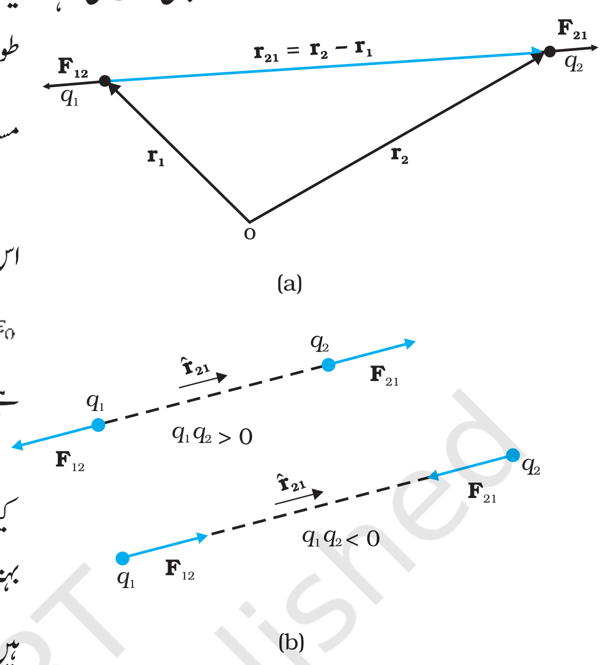
9×10^9 N برقی قوت لگتی ہے۔ ایک کولمب استعمال کرنے کے لیے بہت بڑی اکائی ہے۔ برق سکونیات میں عملی طور پر چھوٹی اکائیاں 1mC یا 1 μC استعمال ہوتی ہیں۔

مساوات (1.1) میں k کو آئندہ سہولت کے لیے $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ رکھا جاتا ہے۔

اس طرح کولمب کے قانون کو لکھا جاتا ہے: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$

ε_0 خلاء کی برقی سرایت پذیری (Permittivity of free space) کہلاتی ہے۔ ε_0 کی SI اکائی میں قدر ہے:

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2\ N^{-1}m^{-2}}$$



شکل 1.6 (a) جیومیٹری (b) چارجوں کے درمیان قوتیں

کیونکہ قوت ایک سمتیہ ہے، اس لیے کولمب کے قانون کو سمتیہ علامت کے ساتھ لکھنا بہتر ہے فرض کیجیے کہ چارج q_1 اور چارج q_2 کے مقام سمتیے بالترتیب $\vec{r}_1$ اور $\vec{r}_2$ ہیں (دیکھیے شکل 1.6(a)) ہم q_1 پر q_2 کی وجہ سے لگ رہی قوت کو $\vec{F}_{12}$ سے اور q_2 پر q_1 کی وجہ سے لگ رہی قوت کو $\vec{F}_{21}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ سہولت کے لیے دونوں نقطہ چارجوں q_1 اور q_2 کو عدد 1 اور 2 دیے گئے ہیں اور 1 سے 2 کی سمت میں سمتیہ کی $\vec{r}_{21}$ سے ظاہر کیا گیا ہے:

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

اسی طرح 2 سے 1 کی سمت والے سمتیہ کو $\vec{r}_{12}$ سے ظاہر کیا گیا ہے:

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = -\vec{r}_{21}$$

سمتیوں $\vec{r}_{21}$ اور $\vec{r}_{12}$ کی عددی قدریں، بالترتیب، r_{21} اور r_{12} سے ظاہر کی جاتی ہیں $r_{21} = r_{12}$ ایک سمتیہ کی سمت، سمتیہ پر ایک اکائی سمتیہ کے ذریعے معین کی جاتی ہے۔ 1 سے 2 کی سمت ظاہر کرنے کے لیے (یا 2 سے 1 کی) ہم اکائی سمتیے معرف کرتے ہیں:

$$\hat{\mathbf{r}}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}, \quad \hat{\mathbf{r}}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}, \quad r_{21} = r_{12}$$

اب دو چارجوں q_1 اور q_2، جو مقام $\vec{r}_1$ اور $\vec{r}_2$ پر ہیں، (بالترتیب) کے درمیان کولمب کا قوت کا قانون ظاہر کیا جاتا ہے:

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\hat{r}_{21} \qquad (1.3)$$

مساوات (1.3) پر کچھ ریمارک حسب موقعہ ہیں:

مساوات (1.3) q_1 اور q_2 کی کسی بھی علامت کے لیے درست ہے چاہے وہ مثبت ہو یا منفی۔ اگر q_1 اور q_2

کی علامتیں یکساں ہیں (دونوں مثبت ہیں یا دونوں منفی ہیں) تو $\vec{F}_{21}$ ، $\hat{r}_{21}$ کی سمت میں ہے جو دفع کو ظاہر کرتی ہے، جیسا کہ یکساں چارجوں کے لیے ہونا چاہیے۔اگر q_1 اور q_2 کی علامتیں مخالف ہیں، $\vec{F}_{21}$ ، $-\hat{r}_{21} = \hat{r}_{12}$ کی سمت میں ہے جو کشش کو ظاہر کرتی ہے جیسا کہ غیر یکساں چارجوں کے لیے امید کی جاتی ہے۔اس لیے ہمیں یکساں اور غیر یکساں چارجوں کے لیے الگ الگ مساواتیں لکھنے کی ضرورت نہیں ہے۔مساوات (1.3) دونوں صورتوں کا درست طور پر احاطہ کرتی ہے [شکل [1.6(b)]۔

چارج q_1 پر چارج q_2 کی وجہ سے لگ رہی قوت $\vec{F}_{12}$ مساوات (1.3) میں صرف 1 اور 2 کو آپس میں بدل کر حاصل ہو جاتی ہے:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

اس طرح، کولمب کا قانون، نیوٹن کے تیسرے قانون سے مطابقت رکھتا ہے۔کولمب کا قانون (مساوات 1.3) دو چارجوں q_1 اور q_2 کے درمیان خلاء میں، قوت دیتا ہے۔اگر چارجوں کو مادے میں رکھا جائے یا ان کی درمیانی جگہ میں مادہ ہو تو مادہ کے چارج شدہ اجزاء کی موجودگی کی وجہ سے صورت پیچیدہ ہو جاتی ہے۔ہم مادے میں برق سکونیات کا مطالعہ اگلے باب میں کریں گے۔

مثال 1.4: دو نقطہ چارجوں کے درمیان برق سکونی قوت کے لیے کولمب کا قانون اور دو حالت سکون میں نقطہ کمیتوں کے لیے مادی کشش قوت کے لیے نیوٹن کے قانون، دونوں میں، چارجوں اور کمیتوں کے درمیان فاصلے پر مقلوب۔مربع، بالترتیب، انحصار ہے۔(a) ان دونوں کی عددی قدر کی نسبت کی تحسیب کر کے ان قوتوں کی طاقت کا مقابلہ کیجیے: (i) ایک الیکٹران اور ایک پروٹان کے لیے (ii) دو پروٹانوں کے لیے (b) جب الیکٹران اور پروٹان ایک دوسرے سے $1\ \text{Å}\ (= 10^{-10}\ \text{m})$ کی دوری پر ہوں تو ان کی آپسی کشش کی برقی قوت کی وجہ سے الیکٹران اور پروٹان کے اسراع کے تخمینے لگایئے۔

حل: (a)(i) درمیانی فاصلہ r کے لیے الیکٹران اور پروٹان کے مابین برقی قوت ہے:

$$F_e = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

جہاں منفی علامت ظاہر کرتی ہے کہ قوت کششی ہے۔اس سے مطابقت رکھنے والی مادی کشش قوت (ہمیشہ کششی) ہے:

$$F_G = -G \frac{m_p\ m_e}{r^2}$$

جہاں m_p اور m_e بالترتیب، پروٹان اور الیکٹران کی کمیتیں ہیں۔

$$\left|\frac{F_e}{F_G}\right| = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 G m_p m_e} = 2.4 \times 10^{39}$$

(ii) انہیں خطوط پر درمیانی فاصلہ r کے لیے دو پروٹانوں کے درمیان برقی قوت کی عددی قدر کی مادی کشش کی قوت کی عددی قدر سے نسبت ہے۔

$$\left|\frac{F_e}{F_G}\right| = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 G m_p m_p} = 1.3 \times 10^{36}$$

لیکن یہاں یہ نشاندہی کی جاسکتی ہے کہ دونوں قوتوں کی علامتیں مختلف ہیں۔ دو پروٹانوں کے لیے، اپنی طبع کے لحاظ سے مادی کشش قوت کششی ہے اور برقی قوت دفاعی ہے۔ ایک نیوکلیس کے اندر دو پروٹانوں کے درمیان ان قوتوں کی قدریں (ایک نیوکلیس کے اندر دو پروٹانوں کے درمیان فاصلہ 10^{-15} ~ ہے) ہیں:

$F_e \sim 230$ N جبکہ $F_G \sim 1.9 \times 10^{-34}$ N

دونوں قوتوں کی نسبت (غیر ابعادی) ظاہر کرتی ہے کہ برقی قوتیں مادی کشش کی قوتوں کے مقابلے میں کہیں زیادہ قوی ہیں۔

(b) ایک پروٹان کے ذریعے الیکٹران پر لگائی گئی برقی قوت $\vec{F}$، عددی قدر میں، ایک الیکٹران کے ذریعے پروٹان پر لگائی گئی قوت کے یکساں ہے، لیکن الیکٹران اور پروٹان کی کمیتیں مختلف ہیں اس لیے قوت کی عددی قدر ہے:

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = 8.987 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \times (1.6 \times 10^{-19}\text{C})^2 \,/\, (10^{-10}\text{m})^2$$

$$= 2.3 \times 10^{-8} \text{ N}$$

نیوٹن کا حرکت کا دوسرا قانون $F = ma$ استعمال کرتے ہوئے، اسراع جو الیکٹران میں پیدا ہوگا:

$$a = \frac{2.3 \times 10^{-8} \text{ N}}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 2.5 \times 10^{22} \text{ m/s}^2$$

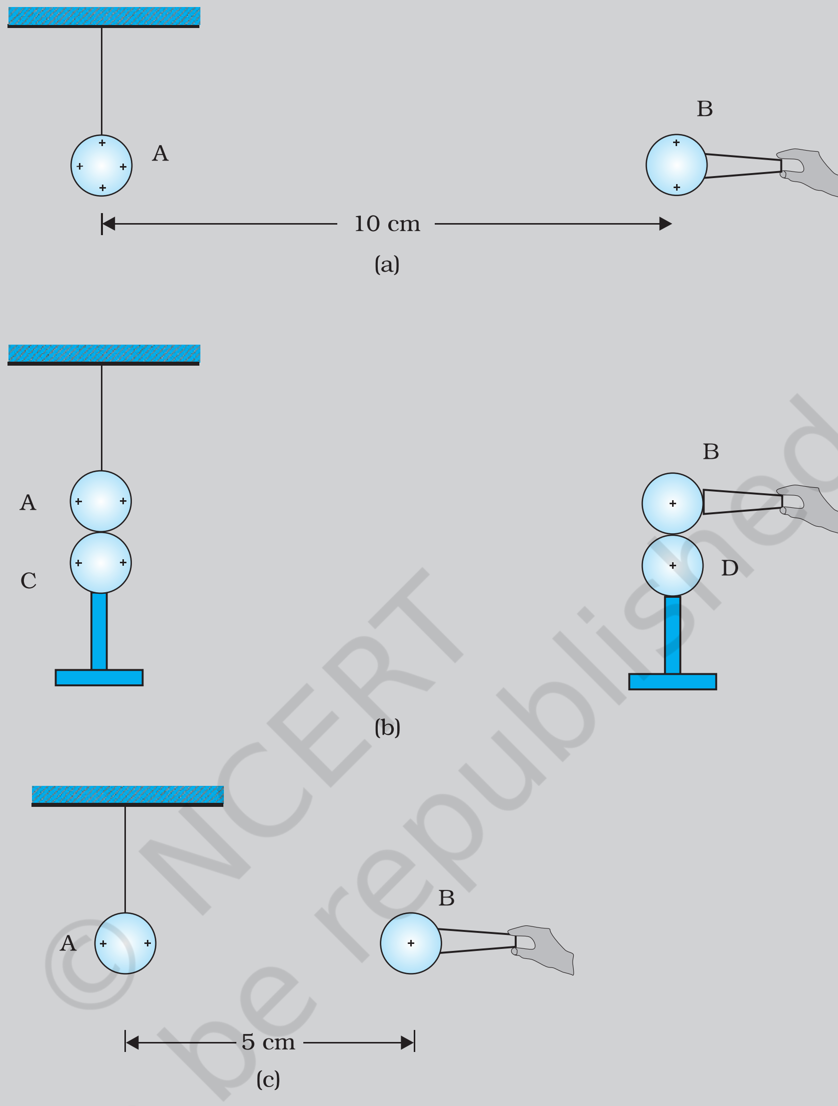
اس کا مقابلہ زمینی کشش اسراع کی قدر سے کرنے پر ہم نتیجہ اخذ کرسکتے ہیں کہ الیکٹران کی حرکت پر مادی کشش میدان کا اثر قابلِ نظر انداز ی ہے اور الیکٹران ایک پروٹان کے ذریعے لگائی گئی کولمب قوت کے زیر اثر بہت زیادہ اسراع پذیر ہوتا ہے۔

پروٹان کے اسراع کے لیے قدر ہے:

$$\frac{2.3 \times 10^{-8} \text{ N}}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 1.4 \times 10^{19} \text{ m/s}^2$$

مثال 1.4

مثال 1.5: ایک چارج شدہ دھاتی کرے A کو ایک نائیلون کے دھاگے کے ذریعے لٹکایا گیا۔ ایک دوسرے چارج شدہ دھاتی کرے B کو ایک حاجز دستے سے پکڑ کر A کے قریب لایا گیا، اس طرح کہ دونوں کے مراکز کے درمیان 10cm فاصلہ ہے، جیسا کہ شکل (b)1.7 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے نتیجے میں A میں پیدا ہونے والا دفع نوٹ کرلیا گیا (مثلاً، روشنی کی ایک شعاع ڈال کر، ایک پردہ سیمیں پر اس کے سایہ کے انفراج کی پیمائش



کرکے) کرّوں A اور B کو بالترتیب، غیر چارج شدہ کرّوں C اور D کے ساتھ چھوا گیا، جیسا کہ شکل 1.7(b) میں دکھایا گیا ہے۔ C اور D کو پھر ہٹا لیا گیا اور B کو A کے اتنا نزدیک لایا گیا کہ دونوں کے مراکز کے درمیان فاصلہ 5.0cm ہو جائے، جیسا کہ شکل 1.7(c) میں دکھایا گیا ہے۔ کولمب کے قانون کی بنیاد پر A میں کس دفع کی امید کی جاتی ہے؟ کرّوں A اور C اور کرّوں B اور D کے سائز متماثل ہیں۔ A اور B کے مراکز کے درمیان دوری کے مقابلے میں A اور B کے سائز نظر انداز کر دیجیے۔

شکل 1.7

حل: فرض کیجیے کرّہ A پر چارج q اور کرّہ B پر چارج q' ہے ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ جب r ہے تو ہر ایک پر برق سکونی قوت کی عددی قدر دی جاتی ہے: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2}$

مثال 1.5

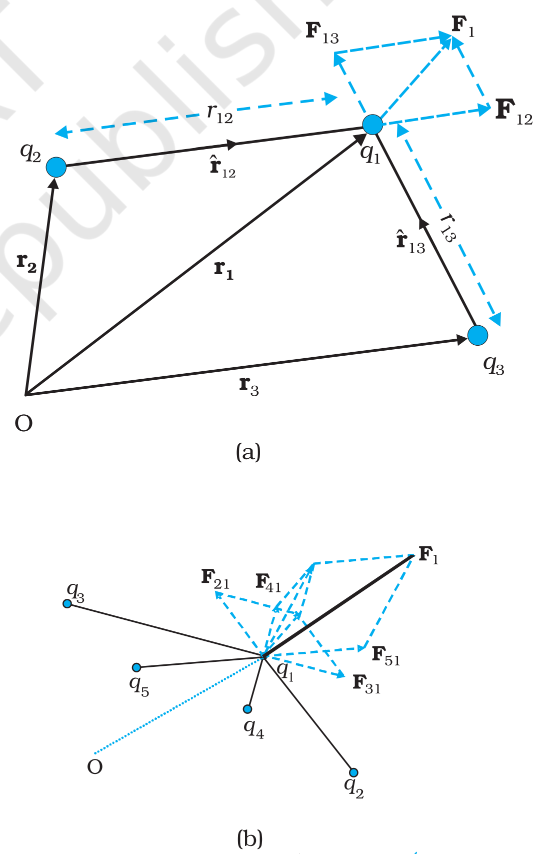
جہاں A اور B کے سائزوں کو r کے مقابلے میں نظر انداز کر دیا گیا ہے۔ جب ایک متماثل لیکن غیر چارج شدہ کرّہ C کرّہ A کو چھوتا ہے، تو چارج A اور C پر دوبارہ تقسیم ہو جاتے ہیں۔ اور تشاکل کے ذریعے ہر کرہ پر چارج $\frac{q}{2}$ ہوتا ہے۔ اسی طرح جب B'D کو چھوتا ہے، تو دوبارہ تقسیم کے بعد ہر ایک پر چارج $\frac{q'}{2}$ ہوتا ہے اب جب A اور B کے درمیانی فاصلے کو نصف کر دیا جاتا ہے تو ہر ایک پر برق سکونی قوت کی مقدار ہے:

$$F' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(q/2)(q'/2)}{(r/2)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(qq')}{r^2} = F$$

اس لیے B پر A کی وجہ سے لگنے والی برق سکونی قوت تبدیل نہیں ہوتی۔

1.7 کثیر چارجوں کے درمیان قوتیں (FORCES BETWEEN MULTIPLE CHARGES)

دو چارجوں کے مابین باہمی برقی قوت کولمب کے قانون کے ذریعے دی جاتی ہے۔ ایک چارج پر لگ رہی قوت کی تحسیب کیسے کریں گے جب اس کے اردگرد ایک نہیں بلکہ کئی چارج ہوں؟ خلاء میں n ساکن چارجوں $q_1, q_2, q_3, ..., q_n$ کا ایک نظام تصور کریں۔ $q_2, q_3, q_4 ... q_5$ کی وجہ سے q_1 پر کیا قوت ہے؟ صرف کولمب کا قانون اس سوال کا جواب حاصل کرنے کیلئے کافی نہیں ہے۔ یاد کریں کہ میکانیکی قوتوں کو جمع کے متوازی الاضلاع قانون کے تحت جوڑا جاتا ہے۔ کیا یہی برق سکونی قوتوں کے لیے بھی درست ہے؟



شکل 1.8: (a) تین چارجوں کا ایک نظام
(b) کثیر چارجوں کا ایک نظام

تجربہ کے ذریعے یہ ثابت ہوا ہے کہ کسی بھی چارج پر دوسرے کئی چارجوں کی وجہ سے لگنے والی قوت اس چارج پر دوسرے تمام چارجوں کی وجہ سے لگنے والی قوتوں کا سمتیہ حاصل جمع ہوتا ہے، جب کہ ایک وقت میں ایک چارج لیا جائے۔ انفرادی قوتیں دوسرے چارجوں کی موجودگی سے متاثر نہیں ہوتیں۔ اسے اصولِ انطباق (Principle of Superposition) کہتے ہیں۔

اس تصور کو بہتر طور پر سمجھنے کے لیے، تین چارجوں: q_1 ، q_2 اور q_3 کا ایک نظام لیجیے، جیسا کہ شکل (a)1.8 میں دکھایا گیا ہے۔ اس لیے چارج، فرض کیا q_1 پر باقی دونوں چارجوں q_2 اور q_3 کی وجہ سے لگنے والی قوت، ان میں سے ہر ایک کے ذریعہ q_1 پر لگ رہی قوت کے سمتیہ حاصلِ جمع کو نکال کر معلوم کی جا سکتی ہے۔ اس لیے اگر q_1 پر q_2 کی وجہ سے لگنے والی قوت کو $\vec{F}_{12}$ سے ظاہر کیا جائے تو $\vec{F}_{12}$ (1.3) کے ذریعے دی جائے گی، حالانکہ دوسرے چارج موجود ہیں۔ اس لیے،

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\hat{\mathbf{r}}_{12}$$

اسی طرح، q_3 کی وجہ سے q_1 پر لگ رہی قوت، $\vec{F}_{13}$ کے ذریعے ظاہر کی جائے گی اور یہ دی جائے گی:

$$\vec{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_3}{r_{13}^2}\hat{r}_{13}$$

جو کہ پھر q_1 پر q_3 کی وجہ سے لگنے والی کولمب قوت ہے، حالانکہ دوسرا چارج q_2 موجود ہے۔ اس لیے، q_1 پر دونوں چارجوں q_2 اور q_3 کی وجہ سے لگنے والی کل قوت $\vec{F}_1$ دی جاتی ہے:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_3}{r_{13}^2}\hat{r}_{13} \qquad (1.4)$$

اوپر دی ہوئی قوت کی تحسیب کو تین سے زیادہ چارجوں کے لیے بھی عمومی بنایا جاسکتا ہے، جیسا کہ شکل 1.8(b) میں دکھایا گیا ہے۔

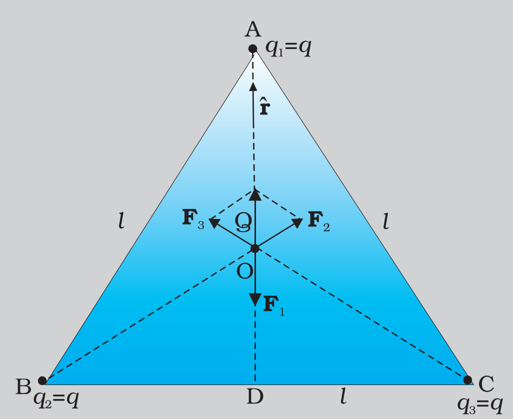
اصولِ انطباق بتاتا ہے کہ چارجوں: $q_1, q_2, ...q_n$ کے ایک نظام میں، q_1 پر q_2 کی وجہ سے لگنے والی قوت، کولمب کے قانون کے ذریعے دی گئی قوت کے یکساں ہے۔ یہ دوسرے چارجوں: $q_3, q_4, ...q_n$ کی موجودگی سے متاثر نہیں ہوتی۔ باقی عام چارجوں کی وجہ سے q_1 پر لگنے والی کل قوت پھر قوتوں $\vec{F}_{12}, \vec{F}_{13}, ..., \vec{F}_{1n}$ کے سمتیہ حاصلِ جمع کے ذریعے دی جاتی ہے۔ یعنی کہ:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + ...+ \vec{F}_{1n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12} + \frac{q_1q_3}{r_{13}^2}\hat{r}_{13} + ... + \frac{q_1q_n}{r_{1n}^2}\hat{r}_{1n}\right]$$

$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=2}^{n}\frac{q_i}{r_{1i}^2}\hat{r}_{1i} \qquad (1.5)$$

سمتیہ حاصلِ جمع، پہلے کی طرح ہی سمتیوں کے حاصل جمع معلوم کرنے کے متوازی الاضلاع قانون کے ذریعے معلوم کیا جاتا ہے۔ تمام برق سکونیات بنیادی طور پر کولمب کے قانون اور اصولِ انطباق کا نتیجہ ہے۔

مثال 1.6: ایک ضلع کے مساوی الاضلاع مثلث کی راسوں پر رکھے ہوئے تین چارج q_1، q_2 اور q_3 تصور



شکل 1.9

کیجیے، جن میں سے ہر ایک کا چارج q ہے۔ ایک چارج Q پر کیا قوت ہوگی (جس کی علامت q کی علامت کے یکساں ہے)، جو مثلث کے وسطانی مرکز (centroid) پر رکھا ہوا ہو، جیسا کہ شکل 1.9 میں دکھایا گیا ہے؟

حل: ضلع l کے، دیے ہوئے، مساوی الاضلاع مثلث میں ہم ضلع BC پر ایک عمود AD کھینچتے ہیں۔

$$AD = AC\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}l$$

اور وسطانی مرکز O کا A سے فاصلہ AO ہے: $\frac{1}{\sqrt{3}}l = \left(\frac{2}{3}\right)AD$

تشکیل کے ذریعے: $AO = BO = CO$

اس لیے،

A پر رکھے ہوئے چارج q کی وجہ سے Q پر قوت $= \vec{F}_1 = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}$ (AO کی سمت میں)

B پر رکھے ہوئے چارج q کی وجہ سے Q پر قوت $= \vec{F}_2 = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}$ (BO کی سمت میں)

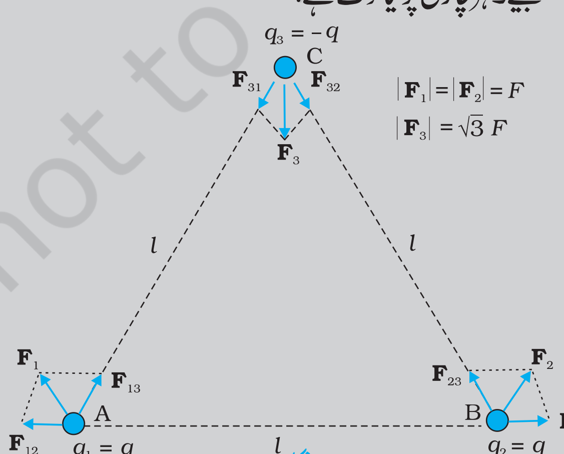
C پر رکھے ہوئے چارج q کی وجہ سے Q پر قوت $= \vec{F}_3 = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}$ (CO کی سمت میں)

متوازی الاضلاع قانون کے ذریعے، $\vec{F}_2$ اور $\vec{F}_3$ کا ماحصل ہے: $\frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}$ (OA کی سمت میں) اس لیے Q پر کل قوت ہے: $\frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}(\hat{r}-\hat{r}) = 0$، جہاں $\hat{r}$، OA کی سمت میں اکائی سمتیہ ہے۔

یہ تشاکل سے بھی واضح ہوتا ہے کہ تینوں قوتوں کا ماحصل صفر ہوگا۔ فرض کیجیے کہ ماحصل صفر نہیں ہے اور کسی ایک سمت میں اس کی قدر غیر صفر ہے۔ سوچیے، کیا ہوگا اگر نظام کو O کے گرد، 60° کے زاویہ سے گھما دیا جائے؟

مثال 1.6

مثال 1.7: جیسا کہ شکل 1.10 میں دکھایا گیا ہے، ایک مساوی الاضلاع مثلث کی راسوں پر رکھے ہوئے تین چارج q، q اور –q لیجیے۔ ہر چارج پر کیا قوت ہے؟



شکل 1.10

حل: A پر رکھے چارج q پر B پر رکھے چارج q اور C پر رکھے چارج –q کی وجہ سے لگنے والی قوتیں بالترتیب

مثال 1.7

$\vec{F}_{12}$، BA کی سمت میں اور $\vec{F}_{13}$، AC کی سمت میں ہیں۔ متوازی الاضلاع قانون کے ذریعے، A پر رکھے چارج q پر لگ رہی کل قوت $\vec{F}$ دی جاتی ہے۔ $\vec{F}_1 = F\hat{r}_1$

جہاں $\hat{r}_1$، BC کی سمت میں اکائی سمتیہ ہے۔

چارجوں کے ہر جوڑے کے لیے کشش یا دفاع کی قوت کی عددی قدر یکساں ہے۔ جو ہے: $F = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}$

اس لیے B پر رکھے چارج q پر کل قوت: $\vec{F}_2 = F\hat{r}_2$ جہاں $\hat{r}_2$، AC کی سمت میں اکائی سمتیہ ہے۔

اسی طرح، C پر رکھے چارج q– پر کل قوت ہے: $\vec{F}_3 = \sqrt{3}F\hat{n}$ جہاں $\hat{n}$، $\angle BCA$ کے ناصف کی سمت میں اکائی سمتیہ ہے۔

یہ نوٹ کرنا دلچسپی کا باعث ہوگا کہ تینوں چارجوں پر لگ رہی قوتوں کا حاصلِ جمع صفر ہے۔ یعنی کہ:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

یہ نتیجہ بالکل بھی تعجب خیز نہیں ہے۔ یہ اس حقیقت سے براہِ راست اخذ کیا جا سکتا ہے کہ کولمب کا قانون، نیوٹن کے تیسرے قانون کے ساتھ ہم آہنگ (Consistent) ہے۔ اس کا ثبوت آپ بہ طور مشق خود حاصل کریں۔

1.8 برقی میدان (ELECTRIC FIELD)

آیئے، ایک نقطہ برقی چارج Q لیتے ہیں، جو خلاء میں 'مبدا O' پر رکھا ہوا ہے۔ اگر ہم ایک دوسرا نقطہ برقی چارج q، نقطہ p پر رکھیں، اس طرح کہ $\vec{OP} = \vec{r}$ تو چارج Q، کولمب کے قانون کے مطابق، چارج q پر ایک قوت لگائے گا۔ ہمارے ذہن میں یہ سوال آ سکتا ہے: اگر چارج q کو ہٹا لیا جائے تو نقطہ p کے اردگرد کیا رہ جائے گا؟ کیا وہاں کچھ نہیں ہوگا؟ اگر نقطہ P پر کچھ نہیں ہے تو جب ہم نقطہ P پر چارج q رکھتے ہیں تو اس پر قوت کیسے لگتی ہے؟ ایسے سوالوں کے جواب دینے کے لیے، قدیم سائنس دانوں نے ''میدان'' (Field) کا تصور پیش کیا۔ اس کے مطابق، ہم کہتے ہیں کہ چارج Q اپنے اردگرد ماحول میں ہر جگہ ایک برقی میدان (Electric field) پیدا کرتا ہے۔

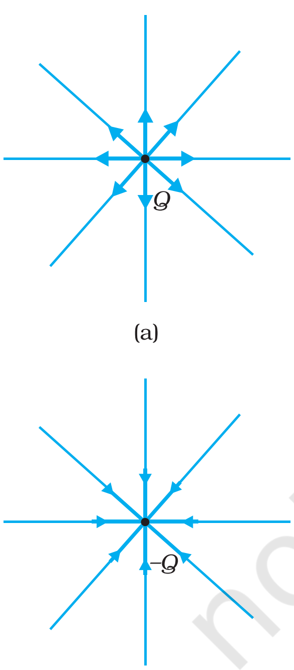
جب کوئی دوسرا چارج کسی نقطہ P پر لایا جاتا ہے تو وہاں کا برقی میدان اس پر عمل کرتا ہے اور ایک قوت پیدا کرتا ہے۔

چارج Q کے ذریعے نقطہ $\vec{r}$ پر پیدا کیا گیا برقی میدان دیا جاتا ہے:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r} \qquad (1.6)$$

جہاں $\hat{r} = \dfrac{\vec{r}}{r}$ مبدے سے نقطہ $\vec{r}$ تک اکائی سمتیہ ہے۔ لہٰذا، مساوات (1.6) مقام سمتیہ $\vec{r}$ کی ہر قدر کے لیے برقی میدان کی قدر معین کرتی ہے۔

لفظ ''میدان'' یہ ظاہر کرتا ہے کہ ایک تقسیم شدہ مقدار (جو عددی بھی ہو سکتی ہے اور سمتیہ بھی) مقام کے ساتھ کیسے تبدیل ہوتی ہے۔ برقی میدان کی موجودگی میں چارج کے اثر کو شامل کر لیا گیا ہے۔ ہم چارج q پر چارج Q کے ذریعے



شکل 1.11: برقی میدان (a) ایک چارج +Q کی وجہ سے (b) ایک چارج Q- کی وجہ سے

لگائی گئی قوت، حاصل کر سکتے ہیں:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\hat{r} \tag{1.7}$$

نوٹ کریں کہ چارج q بھی چارج Q پر ایک مساوی اور مخالف قوت لگاتا ہے۔ چارج Q اور چارج q کے مابین برقی سکونی قوت کو چارج q اور چارج Q کے برقی میدان کے مابین باہم عمل کے بہ طور سمجھا جا سکتا ہے اور اس کے برخلاف بھی۔ اگر ہم چارج q کے مقام کو سمتیہ $\vec{r}$ سے ظاہر کرتے ہیں، تو اس پر ایک قوت $\vec{F}$ لگتی ہے جو چارج q اور q کے مقام پر برقی میدان $\vec{E}$ کے حاصلِ ضرب کے مساوی ہے۔ لہٰذا:

$$\vec{F}(\vec{r}) = q\vec{E}(\vec{r}) \tag{1.8}$$

مساوات (1.8) سے برقی میدان کی SI اکائی کی تعریف بہ طور *N/C کی جا سکتی ہے۔

یہاں کچھ اہم ریمارک کیے جا سکتے ہیں:

(i) ہم مساوات (1.8) سے اخذ کر سکتے ہیں کہ اگر q اکائی چارج ہو، تو چارج Q کے ذریعے پیدا ہونے والا برقی میدان عددی طور پر اس کے ذریعے لگائی گئی قوت کے مساوی ہوگا۔ لہٰذا، فضا میں ایک نقطہ پر، چارج Q کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کی تعریف اس طرح کی جا سکتی ہے کہ یہ وہ قوت ہے جو ایک اکائی مثبت چارج پر لگے گی اگر اسے اس نقطہ پر رکھا جائے۔ چارج Q، جو برقی میدان پیدا کر رہا ہے، ایک وسیلہ چارج (Source Charge) کہلاتا ہے اور چارج q، جو وسیلہ چارج کے اثر کی جانچ کرتا ہے، ایک جانچ چارج (ٹیسٹ چارج) کہلاتا ہے۔ نوٹ کریں کہ وسیلہ چارج Q کو اپنے ابتدائی مقام پر ہی رہنا چاہیے۔ لیکن جب ایک چارج q، Q کے اردگرد کسی بھی نقطے پر لایا جائے گا، تو Q پر بھی، q کی وجہ سے ایک برقی قوت لگنا لازمی ہے اور اس لیے Q اپنے ابتدائی مقام سے حرکت کرنے کی طرف مائل ہوگا۔ اس دشواری پر قابو پانے کا ایک طریقہ یہ ہے کہ q کو ناقابل لحاظ حد تک چھوٹا (کم مختصر) رکھا جائے۔ اس صورت میں قوت F، ناقابلِ لحاظ حد تک، کم ہوگی لیکن نسبت $\frac{F}{q}$ کی قدر متناہی (Finite) ہوگی اور برقی میدان کی تعریف کی جا سکتی ہے:

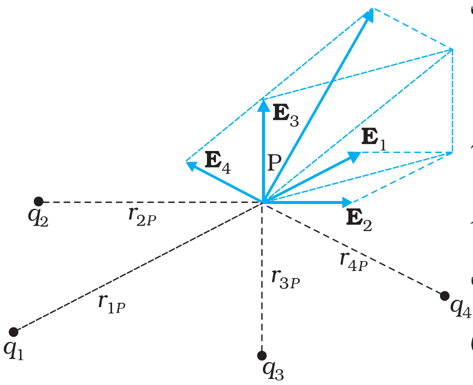
$$\vec{E} = \lim_{q\to 0}\left(\frac{\vec{F}}{q}\right) \tag{1.9}$$

اس مسئلہ (q کی موجودگی میں Q کے مقام میں کوئی دخل اندازی نہ ہو) کو حل کرنے کا ایک عملی طریقہ یہ ہے کہ Q کو اپنے مقام پر غیر معین قوتوں کے ذریعہ قائم رکھا جائے۔ بہ ظاہر یہ بات عجیب معلوم ہوتی ہے لیکن عملی طور پر یہی ہوتا ہے۔ جب ہم ایک چارج شدہ مسطح چادر (Charged planar sheet) کے ذریعے ایک ٹیسٹ چارج q پر لگنے والی برقی قوت F معلوم کرتے ہیں (حصہ 1.15) تو چادر کی اوپری سطح کے چارج، چادر کے اندر کے چارجوں کی غیر معین قوتوں کی

* ایک متبادل اکائی $\frac{V}{m}$ سے اگلے باب میں متعرف کرایا جائے گا۔

وجہ سے اپنے مقام پر قائم رہتے ہیں۔

(ii) نوٹ کریں کہ Q کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان $\mathbf{E}$ کو حالانکہ ایک ٹیسٹ چارج q کی شکل میں معروف کیا گیا ہے q'E' کے تابع نہیں ہے۔ ایسا اس لیے ہے، کیونکہ $\mathbf{F}$، q کے متناسب ہے، اس لیے نسبت $\frac{\mathbf{F}}{q}$، q کے تابع نہیں ہے۔ چارج q پر، چارج Q کی وجہ سے لگنے والی قوت $\vec{F}$، چارج q کے مخصوص مقام کے تابع ہے، جس مقام کی قدر، Q کے ارد گرد کی فضا میں کچھ بھی ہوسکتی ہے۔ اس لیے Q کی وجہ سے برقی میدان $\mathbf{E}$ فضا کو آرڈی نیٹ $\mathbf{r}$ کے بھی تابع ہے۔ پوری فضا میں چارج q کے مختلف مقامات پر، برقی میدان $\mathbf{E}$ کی ہمیں مختلف قدریں حاصل ہوں گی۔ برقی میدان سہ ابعادی فضا کے ہر نقطہ پر موجود ہوگا۔



شکل 1.12: چارجوں کے ایک نظام کی وجہ سے ایک نقطہ پر پیدا ہونے والا برقی میدان، اس نقطے پر، انفرادی چارجوں کی وجہ سے پیدا ہونے والی برقی میدانوں کا سمتیہ حاصلِ جمع ہوگا۔

(iii) ایک مثبت چارج کے لیے، برقی میدان کی سمت، چارج سے باہر کی طرف نصف قطری سمت میں ہوگی۔ اس کے برخلاف اگر وسیلہ چارج منفی ہے، تو ہر نقطہ پر برقی میدان سمتیہ نصف قطری سمت میں اندر کی جانب ہوگا۔

(iv) کیونکہ چارج Q کی وجہ سے چارج q پر لگنے والی قوت $\mathbf{F}$ کی عددی قدر، صرف چارج q کے چارج Q سے فاصلے r کے تابع ہے، اس لیے برقی میدان $\mathbf{E}$ کی عددی قدر بھی صرف فاصلہ r کے تابع ہوگی۔ اس لیے چارج Q سے مساوی فاصلوں پر، اس کے برقی میدان کی عددی قدر یکساں ہوگی۔ اس لیے اگر ایک کرہ کے مرکز پر ایک نقطہ چارج q رکھا ہو، تو کرّے کی سطح پر اس کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کی عددی قدر، سطح کے ہر نقطہ پر یکساں ہوگی۔ دوسرے لفظوں میں کرّی تشاکل (Spherical Symmetry) پایا جائے گا۔

1.8.1 چارجوں کے ایک نظام کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان

(Electric Field due to a System of Charges)

$q_1, q_2, ..., q_n$ چارجوں کا ایک نظام تصور کریں، جن کے مقام سمتیے، ایک مبدا O کے لحاظ سے، بالترتیب، $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_n$ ہیں۔ جیسے فضا میں کسی نقطے پر ایک واحد چارج کے ذریعے پیدا ہونے والے برقی میدان کی تعریف کی جاتی ہے، اسی طرح فضا میں کسی نقطے پر ایک چارجوں کے نظام کے ذریعے پیدا ہونے والے برقی میدان کی تعریف ہے کہ یہ وہ قوت ہے جو اس اکائی ٹیسٹ چارج پر لگے گی، جسے اس مقام پر اس طرح رکھا جائے کہ چارجوں $q_1, q_2, ..., q_n$ کے ابتدائی مقامات پر کوئی اثر نہ پڑے۔ ہم کولمب کے قانون او رانطباق کے اصول (Superposition Principle) کو استعمال کر کے ایک نقطہ P پر، جسے مقام سمتیہ $\mathbf{r}$ سے ظاہر کیا جاسکتا ہو، یہ برقی میدان معلوم کر سکتے ہیں۔

$\vec{r}_1$ پر رکھے چارج $\vec{q}_1$ کی وجہ سے $\mathbf{r}$ پر برقی میدان $\mathbf{E}_1$ دیا جاتا ہے:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}^2}\hat{\mathbf{r}}_{1P}$$

جہاں.. $\hat{\mathbf{r}}_{1P}$ ، q_1 سے P کی سمت میں اکائی سمتیہ ہے اور r_{1P} ، q_1 اور P کے درمیان فاصلہ ہے۔

اسی طرح، $\vec{r}_2$ پر رکھے چارج q_2 کی وجہ سے $\vec{r}$ پر برقی میدان $\vec{E}_2$ ہے:

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}^2}\hat{\mathbf{r}}_{2P}$$

جہاں $\hat{\mathbf{r}}_{2P}$ ، q_2 سے P کی سمت میں اکائی سمتیہ ہے اور r_{2P} ، q_2 اور P کے درمیان فاصلہ ہے۔

چارجوں: $q_3, q_4, \ldots, q_n$ کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدانوں: $\vec{E}_3, \vec{E}_4 \ldots\ldots \vec{E}_n$ کے لیے بھی ان جیسی ریاضیاتی عبارتیں حاصل ہوں گی۔

انطباق کے اصول کے ذریعے، چارجوں کے نظام کی وجہ سے، $\vec{r}$ پر برقی میدان ہے (جیسا کہ شکل 1.12 میں دکھایا گیا ہے):

$$\vec{E}(\mathbf{r}) = \vec{E}_1(\mathbf{r}) + \vec{E}_2(\mathbf{r}) + \ldots + \vec{E}_n(\mathbf{r})$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}^2}\hat{\mathbf{r}}_{1P} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}^2}\hat{\mathbf{r}}_{2P} + \ldots + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_n}{r_{nP}^2}\hat{\mathbf{r}}_{nP}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_{iP}^2}\hat{\mathbf{r}}_{iP} \qquad (1.10)$$

$\vec{E}$ ایک سمتیہ مقدار ہے، جس کی قدر فضا میں ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ پر تبدیل ہوتی رہتی ہے اور یہ وسیلہ چارجوں کے مقامات سے معلوم کی جاتی ہے۔

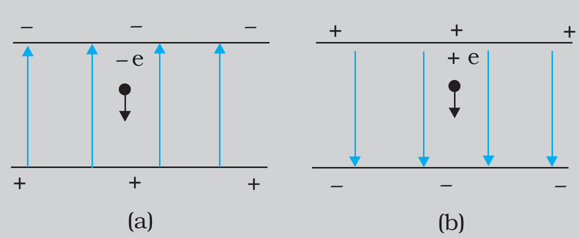
1.8.2 برقی میدان کی طبعی اہمیت (Physical Significance of electric field)

آپ شاید سوچ رہے ہوں کہ ''برقی میدان'' کا تصور یہاں آخر کیوں پیش کیا گیا ہے؟ چارجوں کے کسی بھی نظام کے لیے، قابلِ پیمائش مقدار، بہرحال، ایک چارج پر لگنے والی قوت ہے، جسے کولمب کے قانون اور انطباق کے اصول کو استعمال کر کے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ [مساوات (1.5)] پھر یہ ایک درمیانی مقدار، جسے برقی میدان کہتے ہیں، کیوں شامل کی گئی ہے۔

برق سکونیات (electrostatics) میں برقی میدان کا تصور سہولیت تو فراہم کرتا ہے لیکن دراصل ضروری نہیں ہے۔ برقی میدان، چارجوں کے نظام کے برقی ماحول کی خاصیتیں بیان کرنے کا ایک عمدہ اسلوب ہے۔ ایک چارجوں کے نظام کے اردگرد کی فضا میں ایک نقطے پر برقی میدان ہمیں یہ بتاتا ہے کہ اگر اس نقطے پر ایک اکائی مثبت ٹیسٹ چارج رکھا جائے (اس طور پر کہ نظام میں کوئی خلل نہ پڑے) تو اس چارج پر کتنی قوت لگے گی۔ برقی میدان، چارجوں کے نظام کی خاصیت ہے اور اس ٹیسٹ چارج کے تابع نہیں ہے جو آپ اس نقطے پر میدان معلوم کرنے کے لیے رکھتے ہیں۔ طبیعات میں اصطلاح ''میدان'' اس مقدار کے لیے استعمال ہوتی ہے، جو فضا میں ہر نقطے پر معرف ہوتی ہے اور ایک نقطے سے دوسرے نقطے پر تبدیل ہوسکتی ہے۔

برقی میدان کے تصور کی اصل اہمیت تب واضح ہوتی ہے، جب ہم برق سکونیات سے آگے بڑھتے ہیں اور وقت کے تابع، برق۔مقناطیسی مظاہر کی وضاحت کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔فرض کیجیے ہم دو چارجوں، q_1 اور q_2 کے درمیان برقی قوت معلوم کرنا چاہتے ہیں، جب کہ دونوں چارج ایک دوسرے سے کچھ فاصلے پر ہیں اور اسراع پذیر حرکت کر رہے ہیں۔اب وہ زیادہ سے زیادہ رفتار، جس سے ایک سگنل (Signal) یا اطلاع، ایک نقطے سے دوسرے نقطے تک پہنچ سکتی ہے، c روشنی کی رفتار ہے۔اس لیے q کے حرکت کرنے کا کوئی اثر q پر فوری (لمحاتی instantaneous) نہیں ہوسکتا۔اثر (q_2 پر قوت) اور سبب (q کا حرکت کرنا) کے مابین کچھ نہ کچھ وقفہ وقت ضرور ہوگا۔یہی وہ مقام ہے جہاں برقی میدان (زیادہ درست طور پر برق۔مقناطیسی میدان) کا تصور ایک قدرتی اور کارآمد تصور ہے۔میدان کا تصور یہ تصویر پیش کرتا ہے: چارج q کی اسراع پذیر حرکت برق۔مقناطیسی لہریں پیدا کرتی ہے۔جو پھر چال c سے اشعاع ہوتی ہیں اور q_2 تک پہنچتی ہیں اور پھر q_2 پر قوت لگاتی ہیں۔میدان کا تصور اس درمیانی وقفہ وقت کی خوبصورتی کے ساتھ وضاحت کرتا ہے۔ لہٰذا، حالانکہ برقی اور مقناطیسی میدانوں کی شناخت صرف ان کے چارجوں پر اثرات (قوتوں) کے ذریعے کی جاسکتی ہے، پھر بھی انھیں صرف ایک ریاضیاتی عبارت (Mathematical Construct) نہیں سمجھا جاتا بلکہ طبعی ہستی مانا جاتا ہے۔ان کی اپنی ایک جداگانہ حرکیات (independent dynamics) ہوتی ہے، یعنی کہ ان کے اپنے ارتقائی قوانین ہوتے ہیں۔یہ توانائی کا نقل و حمل (Transport) بھی کرسکتے ہیں۔اس لیے ایک تابع وقت برق۔مقناطیسی میدانوں کے وسیلے کو اگر مختصر وقفہ اوقات کے لیے فعال کر کے ہٹالیا جائے، تو وہ اپنے پیچھے توانائی کا حمل کرتے ہوئے برق۔مقناطیسی میدانوں کا اشعاع چھوڑ جاتا ہے۔میدان کا تصور سب سے پہلے فیراڈے نے پیش کیا اور یہ اب طبعیات کے مرکزی تصورات میں شامل ہے۔

مثال 1.8: ایک الیکٹران، 2.0×10^4 N C^{-1} عددی قدر کے یکساں برقی میدان میں 1.5 سینٹی میٹر کے فاصلے سے نیچے گرتا ہے (شکل 1.13(a))۔میدان کی سمت مخالف کر دی جاتی ہے اور عددی قدر غیر تبدیل شدہ رکھی جاتی ہے اور ایک پروٹان بھی اسی فاصلے سے گرتا ہے (شکل 1.13(b))۔دونوں صورتوں میں ذرہ کے گرنے میں لگنے والے وقت کی تحسیب کیجیے۔اور اس صورت کا موازنہ ''مادی کشش کے تحت آزادانہ گرنے کی صورت'' سے کیجیے۔



شکل 1.13

حل: شکل (a)1.13 میں میدان اوپر کی جانب ہے، اس لیے منفی چارج شدہ الیکٹران پر عددی قدر eE کی ایک قوت، نیچے کی جانب لگتی ہے، جہاں E برقی میدان کی عددی قدر ہے۔ الیکٹران کا اسراع ہے $a_e = \frac{eE}{m_e}$

(جہاں m_e الیکٹران کی کمیت ہے)۔

حالتِ سکون سے حرکت کرنا شروع کرتے ہوئے، الیکٹران کے ذریعے، h فاصلہ سے نیچے گرنے میں لگا وقت، دیا جاتا ہے: $t_e = \sqrt{\frac{2h}{a_e}} = \sqrt{\frac{2hm_e}{eE}}$

$$E = 2.0 \times 10^4 \ N C^{-1}, \ h = 1.5 \times 10^{-2} \ m$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} C, \ m_e = 9.11 \times 10^{-31} \ kg$$

$$t_e = 2.9 \times 10^{-9} s$$

شکل (b)1.13 میں میدان، نیچے کی جانب ہے اور مثبت چارج شدہ پروٹان پر، عددی قدر eE کی ایک قوت نیچے کی جانب لگتی ہے۔ پروٹان کا اسراع ہے: $a_p = \frac{eE}{m_p}$

(جہاں m_p پروٹان کی کمیت ہے) $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg

پروٹان کو نیچے گرنے میں لگنے والا وقت ہے: $t_p = \sqrt{\frac{2h}{a_p}} = \sqrt{\frac{2hm_p}{eE}} = 1.3 \times 10^{-7}$ s

لہٰذا، مقابلتاً بھاری ذرہ (پروٹان) اسی فاصلے سے گرنے میں مقابلتاً زیادہ وقت لیتا ہے۔ یہ ''مادی کشش کے زیر اثر آزادانہ گرنے کی صورت'' سے بنیادی تضاد ہے، جہاں گرنے میں لگنے والا وقت جسم کی کمیت کے غیر تابع ہے۔ نوٹ کریں کہ اس مثال میں ہم نے مادی کشش اسراع کو، گرنے میں لگنے والے وقت کی تحسیب میں، نظر انداز کر دیا ہے۔ یہ دیکھنے کے لیے کہ ایسا کرنے میں ہم کہاں تک حق بجانب ہیں، آیئے دیے ہوئے برقی میدان میں پروٹان کے اسراع کا حساب لگائیں:

$$a_p = \frac{eE}{m_p}$$

$$= \frac{(1.6 \times 10^{-19} \ C) \times (2.0 \times 10^4 \ N C^{-1})}{1.67 \times 10^{-27} \ kg}$$

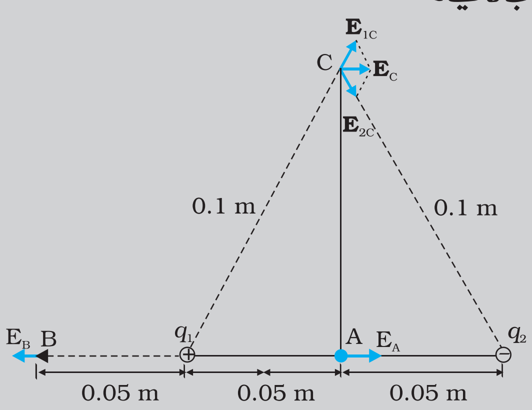
$$= 1.9 \times 10^{12} \ m s^{-2}$$

جو g کی قدر $(9.8 \ m \ s^{-2})$ کے مقابلے میں کہیں زیادہ ہے۔ اسی برقی میدان میں الیکٹران کا اسراع اور بھی زیادہ ہوگا۔ اس لیے اس مثال میں مادی کشش اسراع کا اثر نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔

مثال 1.8

مثال 1.9: دو نقطہ چارج q_1 اور q_2 جن کی عددی قدریں بالترتیب $+10^{-8}$ C اور -10^{-8} C ہیں، ایک دوسرے سے 1m کے فاصلے پر رکھے ہیں۔ شکل 1.14 میں دکھائے گئے نقاط B، A اور C پر برقی

میدانوں کا حساب لگائیے۔



شکل 1.14

حل: مثبت چارج q کی وجہ سے A پر، برقی میدان سمتیہ $\vec{E}_{1A}$ دائیں جانب ہے اور اس کی عددی قدر ہے

$$E_{1A} = \frac{(9\times10^{9}\,Nm^{2}C^{-2})\times(10^{-8}\,C)}{(0.05\,m)^{2}} = 3.6\times10^{4}NC^{-1}$$

منفی چارج q_2 کی وجہ سے A پر، برقی میدان سمتیہ $\vec{E}_{2A}$ دائیں جانب ہے اور اس کی عددی قدر بھی یکساں ہے۔ اس لیے A پر کل برقی میدان کی عددی قدر E_A ہے:

$$E_A = E_{1A} + E_{2A} = 7.2\times10^{4}NC^{-1}$$

اور E_A کی سمت دائیں جانب ہے۔

مثبت چارج q_1 کی وجہ سے B پر، برقی میدان سمتیہ $\vec{E}_{1B}$ بائیں جانب ہے اور اس کی عددی قدر ہے

$$E_{1B} = \frac{(9\times10^{9}\,Nm^{2}C^{-2})\times(10^{-8}\,C)}{(0.05\,m)^{2}} = 3.6\times10^{4}\ N\,C^{-1}$$

منفی چارج q_2 کی وجہ سے، B پر برقی میدان سمتیہ $\vec{E}_{2B}$ دائیں جانب ہے اور اس کی عددی قدر ہے:

$$E_{2B} = \frac{(9\times10^{9}\,Nm^{2}C^{-2})\times(10^{-8}\,C)}{(0.15\,m)^{2}} = 4\times10^{3}\ N\,C^{-1}$$

B پر کل برقی میدان کی عددی قدر ہے:

$$E_B = E_{1B} - E_{2B} = 3.2\times10^{4}NC^{-1}$$

E_B کی سمت بائیں جانب ہے۔

چارج q_1 اور q_2 کی وجہ سے C پر پیدا ہونے والے برقی میدانوں میں سے ہر ایک کی عددی قدر ہے:

$$E_{1C} = E_{2C} = \frac{(9\times10^{9}\,Nm^{2}C^{-2})\times(10^{-8}\,C)}{(0.10\,m)^{2}} = 9\times10^{3}\ NC^{-1}$$

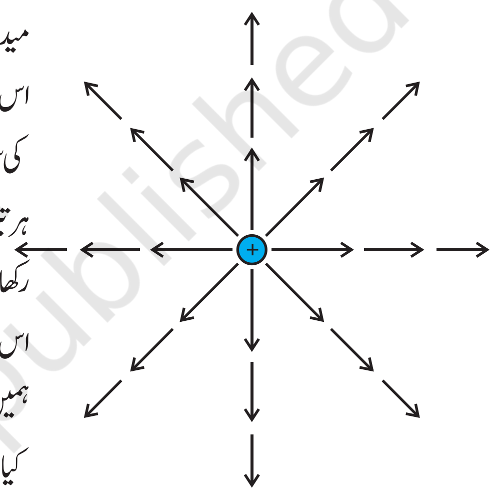
یہ دونوں سمتیہ کس سمت کی جانب ہیں، اس کی نشاندہی شکل 1.14 میں کی گئی ہے۔ ان دونوں سمتیوں کا ماحصل (resultant) ہے:

$$E_C = E_1 \cos\frac{\pi}{3} + E_2 \cos\frac{\pi}{3} = 9 \times 10^3\ \mathrm{N\,C^{-1}}$$

$\vec{E}_C$ کی سمت دائیں جانب ہے۔

1.9 برقی میدان خطوط (ELICTRIC FIELD LINES)

ہم نے پچھلے حصے میں برقی میدان کا مطالعہ کیا۔ یہ ایک سمتیہ مقدار ہے اور اسے اسی طرح ظاہر کیا جا سکتا ہے، جیسے ہم ایک سمتی مقدار کو ظاہر کرتے ہیں۔ آیئے ایک نقطہ چارج کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان E کو تصویری شکل میں ظاہر کریں۔ فرض کیجیے کہ نقطہ چارج مبدا پر رکھا ہوا ہے۔ برقی میدان کی سمت میں نشاندہی کرنے والے سمتیے، مبدا سے کھینچے، اس طرح کہ سمتیوں کی لمبائی، ہر نقطہ پر برقی میدان کی طاقت (Strength) کے متناسب ہو۔ کیونکہ ایک نقطہ پر برقی میدان کی عددی قدر اس نقطہ کے چارج سے فاصلے کے مربع کے مقلوب کے بہ طور کم ہوتی جاتی ہے، اس لیے ہم جیسے جیسے مبدے سے دور جاتے جائیں گے، سمتیوں کی لمبائی کم ہوتی جائے گی، لیکن ان کی سمت، نصف قطری، باہر کی جانب ہوگی۔ شکل 1.15 میں ایسی تصویر دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں ہر تیر کا نشان، برقی میدان کی نشاندہی کرتا ہے، یعنی کہ ایک مثبت اکائی چارج پر، جو تیر کی دم پر رکھا ہے، لگ رہی قوت کو دکھاتا ہے۔ ایک سمت کی نشاندہی کرنے والے تیروں کو آپس میں ملایئے۔ اس طرح حاصل ہونے والی شکل ایک میدان خط (Field Line) کو ظاہر کرتی ہے۔ اس طرح ہمیں بہت سے میدانی خطوط حاصل ہوتے ہیں، جو سب نقطہ چارج سے باہر کی سمت کی جانب ہیں۔ کیا اب ہم نے میدان کی طاقت یا عددی قدر کے بارے میں حاصل ہوئی معلومات ضائع کر دی ہے، کیونکہ یہ معلومات، تیر کے نشان کی لمبائی میں شامل تھی؟ نہیں۔ اب برقی میدان کی عددی قدر میدان خطوط کی کثافت سے ظاہر ہوتی ہے۔ 'E' چارج کے نزدیک زیادہ طاقت ور (Shng) ہوگا، اس لیے چارج کے نزدیک میدانی خطوط کی کثافت زیادہ ہوگی اور خطوط ایک دوسرے کے زیادہ نزدیک ہوں گے۔ چارج سے دور، میدان کمزور ہو جاتا ہے اور میدانی خطوط کی کثافت کم ہو جاتی ہے، جس کے نتیجے میں خطوط ایک دوسرے سے واضح طور پر الگ الگ ہو جاتے ہیں۔

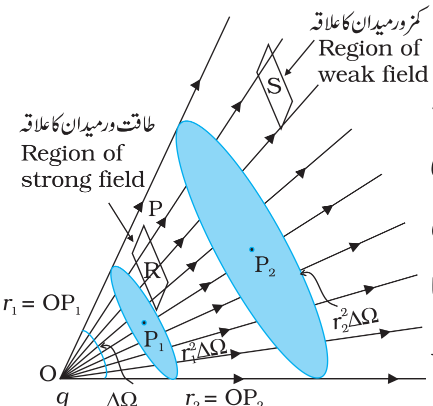


شکل 1.15: ایک نقطہ چارج کا میدان

ایک دوسرا شخص مقابلتاً زیادہ خطوط کھینچ سکتا ہے۔ لیکن خطوط کی تعداد اہم نہیں ہے۔ دراصل، ایک دیے ہوئے علاقے میں لاتعداد خطوط کھینچے جا سکتے ہیں۔ مختلف علاقوں میں خطوط کی اضافی کثافت (Relative density) اہمیت رکھتی ہے۔

* ٹھوس زاویہ مخروط (Cone) کا ناپ ہے۔ دیے ہوئے مخروط کا، نصف قطر R کے کرّے کے ساتھ تقاطع (Intersection) ملاحظہ کیجیے۔ مخروط کے ٹھوس زاویہ $\Delta\Omega$ کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ یہ $\frac{\Delta S}{R^2}$ کے مساوی ہے، جہاں ΔS کرہ پر مخروط کے ذریعے قطع کیا گیا رقبہ ہے۔

ہم شکل تو مسطح کاغذ پر یعنی کہ دو ابعاد میں کھینچتے ہیں، جب کہ ہم سہ البعادی دنیا میں رہتے ہیں۔ اس لیے اگر کسی کو میدانی خطوط کی کثافت کا تخمینہ لگانا ہے، تو اسے، خطوط کے عمودی فی تراشی رقبہ (cross-sectional area) میں خطوط کی تعداد معلوم کرنا ہوگی۔ کیونکہ برقی میدان کی قدر، ایک نقطہ چارج سے فاصلے کے مربع کے مطابق کم ہوتی ہے اور ایک چارج کو گھیرنے والا رقبہ اس فاصلے کے مربع کے ساتھ بڑھتا ہے، گھیرنے والے رقبے میں سے گذرنے والے خطوط کی تعداد مستقلہ رہتی ہے، چاہے چارج سے اس رقبے کا کوئی بھی فاصلہ ہو۔



شکل 1.16: برقی میدان کی طاقت کا فاصلہ پر انحصار اور میدانی خطوط کی تعداد سے اس کا رشتہ

ہم نے شروعات میں یہ کہا تھا کہ میدانی خطوط، فضا میں مختلف نقاط پر برقی میدان کی سمت کے بارے میں معلومات فراہم کرتے ہیں۔ میدانی خطوط کا ایک سیٹ کھینچ لینے کے بعد، مختلف نقاط پر میدانی خطوط کی اضافی کثافت (یعنی کہ ان کی نزدیکی)، ان نقاط پر برقی میدان کی اضافی طاقت کی نشاندہی کرتی ہے۔ جہاں میدان طاقت ور ہوتا ہے، وہاں میدانی خطوط اکٹھے ہو جاتے ہیں اور جہاں میدان کمزور ہوتا ہے وہاں میدانی خطوط دور دور ہو جاتے ہیں۔ شکل 1.16 میں میدانی خطوط کا ایک سیٹ دکھایا گیا ہے۔ ہم دو مساوی اور مختصر رقبہ جز (elements of area) تصور کر سکتے ہیں جو نقاط R اور S پر ہیں اور وہاں پر میدانی خطوط پر عمود ہیں۔ ہماری اس تصویر میں رقبہ جز کو قطع کرنے والے میدانی خطوط کی تعداد، ان نقاط پر میدان کی عددی قدر کے متناسب ہے۔ تصویر سے ظاہر ہوتا ہے کہ R پر میدان S پر میدان کے مقابلے میں زیادہ طاقت ور ہے۔

میدانی خطوط کے رقبہ پر انحصار کو سمجھنے کے لیے، یا یوں کہیں کہ میدانی خطوط کے رقبہ جز کے ذریعے بنائے گئے ٹھوس زاویہ* (Solid angle) پر انحصار کو سمجھنے کے لیے، آیئے رقبہ اور ٹھوس زاویہ، جو زاویہ کی سہ ابعاد میں عمومی شکل ہے، میں رشتہ قائم کرنے کی کوشش کریں۔ یاد کریں کہ ایک مسطح (Plane) زاویہ، دو ابعاد میں کیسے معرف کیا جاتا ہے۔ فرض کیجیے کہ ایک چھوٹا عرضی خط جز (Transverse line element) Δl نقطہ O سے فاصلہ r پر کھینچا گیا ہے۔ تب Δl کے ذریعہ O پر بنے زاویے $\Delta\theta$ کی نزدیکی عددی قدر ہوگی: ($\Delta\theta = \frac{\Delta l}{r}$)۔ اسی طرح سہ ابعاد میں ایک چھوٹے عمودی مسطح رقبہ ΔS کے ذریعے فاصلے r پر بنایا گیا ٹھوس زاویہ $\Delta\Omega$ لکھا جا سکتا ہے: $\Delta\Omega = \frac{\Delta S}{r^2}$ ہم جانتے ہیں کہ ایک دیے ہوئے ٹھوس زاویہ میں نصف قطری میدانی خطوط کی تعداد یکساں ہوگی۔ شکل 1.16 میں، دو نقاط P_1 اور P_2 کے لیے، جو چارج سے فاصلہ r_1 اور r_2 پر ہیں، ٹھوس زاویہ $\Delta\Omega$ بنانے والے رقبہ کا جز، P_1 پر $r_1^2\Delta\Omega$ اور P_2 پر $r_2^2\Delta\Omega$ ہے۔ ان رقبہ جزوں کو قطع کرنے والے میدانی خطوط کی تعداد، (عرض کیا n) P_1 پر $\frac{n}{r_1^2\Delta\Omega}$ اور P_2 پر $\frac{n}{r_2^2\Delta\Omega}$ ہے۔ کیونکہ n اور $\Delta\Omega$ دونوں میں مشترک ہیں، میدان کی طاقت واضح طور پر $\frac{1}{r^2}$ کے تابع ہے۔

میدانی خطوط کی تصویر سب سے پہلے فیراڈے نے، چارج شدہ تشکیلات کے گرد برقی میدانوں کا ایک وجدانی، غیر

2019-20

ریاضیاتی تصور حاصل کرنے کے لیے، پیش کی۔ فیراڈے نے انھیں خطوطِ قوت (Lines of force) کا نام دیا۔ لیکن یہ اصطلاح کچھ ابہام پیدا کرتی ہے، خاص طور پر برق۔مقناطیسی میدان کے معاملے میں۔ زیادہ مناسب اصطلاح ''میدانی خطوط'' (برقی یا مقناطیسی) ہے، جو ہم اس کتاب میں استعمال کررہے ہیں۔

اس طرح سے برقی میدانی خطوط، چارجوں کی تشکیل کے گرد برقی میدان کی تصویری نقشہ کشی کرنے کا ایک طریقہ ہے۔ عمومی طور پر، ایک برقی میدانی خط ایک منحنی ہے، جو اس طرح کھینچا جاتا ہے کہ اس کے ہر نقطے پر کھینچا گیا مماس، اس نقطے پر کل برقی میدان کی سمت بتاتا ہے۔ اس منحنی پر ایک تیر کا نشان لگانا، ظاہر ہے، ضروری ہے تاکہ منحنی پر کھینچے گئے مماس کی دو ممکنہ سمتوں میں سے، برقی میدان کی سمت کا تعین کیا جا سکے۔ ایک میدانی خط ایک فضائی منحنی (Space Curve) ہے، یعنی کہ سہ ابعاد میں کھینچا گیا منحنی ہے۔

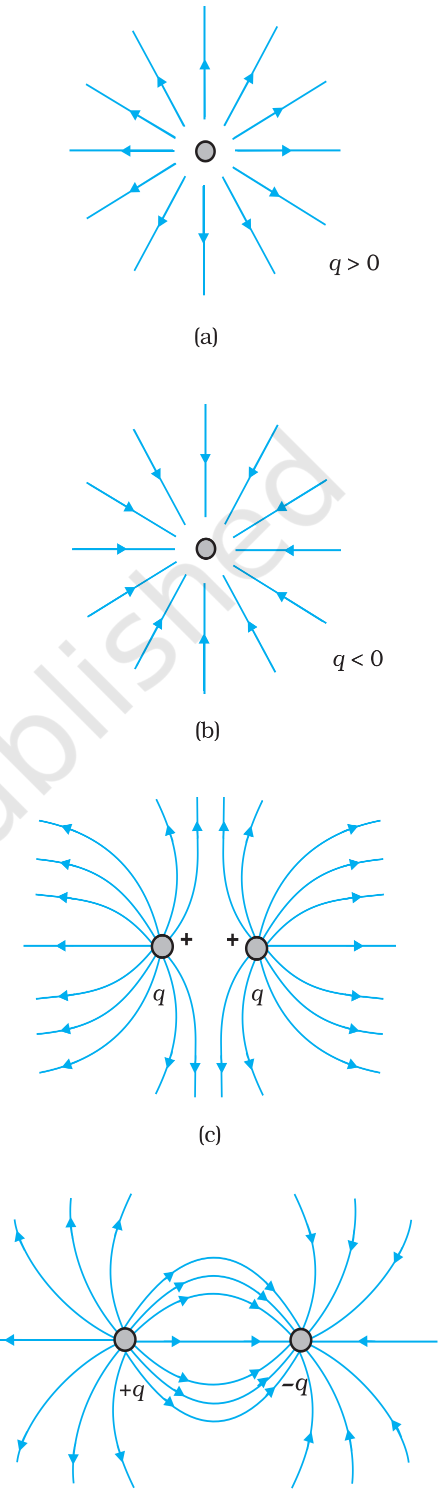
شکل 1.17 میں کچھ سادہ چارج تشکیلوں کے گرد میدانی خطوط دکھائے گئے ہیں۔ جیسا کہ پہلے بتایا جا چکا ہے، میدانی خطوط 3۔ ابعادی فضا میں ہوتے ہیں، حالانکہ شکل میں انھیں صرف ایک مستوی میں دکھایا گیا ہے۔ ایک واحد مثبت چارج کے میدانی خطوط نصف قطری سمت میں اندر کی جانب ہوتے ہیں جب کہ ایک واحد منفی چارج کے میدانی خطوط نصف قطری سمت میں باہر کی جانب ہوتے ہیں۔ دو مثبت چارجوں (q,q) کے نظام کے گرد میدانی خطوط، ان کے آپسی دفع کی واضح تصویر پیش کرتے ہیں، جب کہ دو مساوی اور مخالف (q,q−) چارجوں، ایک دو قطبی (dipole) تشکیل کے گرد میدانی خطوط ان چارجوں کے درمیان آپسی کشش کو بہ خوبی ظاہر کرتے ہیں۔ میدانی خطوط کی کچھ اہم عمومی خاصیتیں ہیں:

i) میدانی خطوط مثبت چارجوں سے شروع ہوتے ہیں اور منفی چارجوں پر ختم ہوتے ہیں۔

ii) ایک چارج سے خالی علاقے میں، برقی میدانی خطوط کو ایک لگاتار منحنی (Continuous Curve) بغیر سلسلے کے کہیں ٹوٹے ہوئے، سمجھا جاسکتا ہے۔

iii) دو میدانی خطوط کبھی بھی ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے۔ (اگر وہ ایسا کریں، تو نقطہ تقاطع پر میدان کی کوئی متعین (یکتا unique) سمت نہیں ہوگی، جو کہ بے معنی بات ہے)

iv) برق سکونی میدانی خطوط کوئی بند حلقہ (Closed loop) تشکیل نہیں کرتے۔ یہ برقی میدان کی بقائی طبع سے اخذ کیا جاسکتا ہے۔



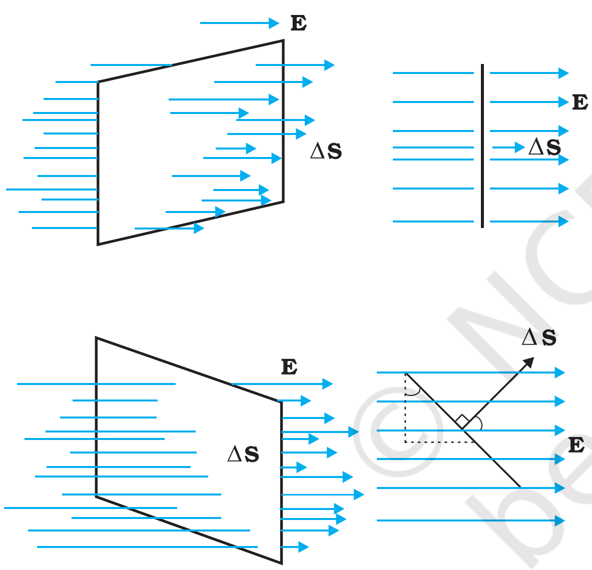
شکل 1.17 کچھ سادہ چارج تشکیلوں کے میدانی خطوط

* یہ کہنا مناسب نہیں ہوگا کہ میدانی خطوط کی تعداد Eds کے مساوی ہے۔ میدانی خطوط کی تعداد بہر حال اس پر منحصر ہے کہ ہم کتنے میدانی خطوط کھینچتے ہیں۔ جو چیز طبعی لحاظ سے اہم ہے وہ یہ ہے کہ ایک دیے ہوئے رقبے میں مختلف نقاط پر گذرنے والے میدانی خطوط کی اضافی تعداد کیا ہے۔

1.10 برقی فلکس (Electric Flux)

رفتار v کے ساتھ، ایک چھوٹی چپٹی سطح (Small Flat Surface)'ds' سے، سطح کی عمودی سمت میں ایک مائع (Liquid) کا بہنا تصور کریں۔ مائع کے بہنے کی شرح، رقبہ سے اکائی وقت میں گزرنے والے حجم $v\,ds$ سے دی جاتی ہے اور یہی مستوی سے بہنے والے مائع کے فلکس کو ظاہر کرتی ہے۔ اگر سطح پر کھینچا گیا عمود مائع کے بہاؤ کے متوازی نہیں ہے، یعنی $\vec{v}$ کے متوازی نہیں ہے، بلکہ $\vec{v}$ سے زاویہ θ بناتا ہے، تو v کی عمودی سمت میں ایک مستوی میں ظلی رقبہ (projected area) $v\,ds\cos\theta$ ہے۔ اس لیے سطح ds سے باہر کی سمت میں نکلنے والا فلکس $\vec{v}.\hat{n}\,ds$ ہے۔

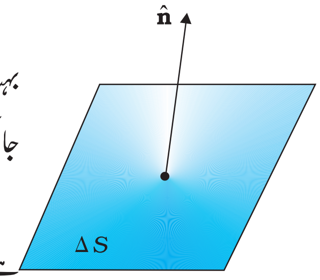
برقی میدان کے لیے، ہم ایک مشابہ مقدار (Analogous quantity) کی تعریف کرتے ہیں اور اسے برقی فلکس کہتے ہیں۔ لیکن ہمیں یہ نوٹ کر لینا چاہیے کہ یہاں پر کسی طبعی طور پر قابلِ مشاہدہ مقدار کا بہاؤ نہیں ہے جو کہ مائع کے بہاؤ کے برخلاف ہے۔



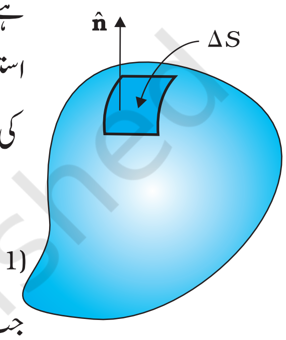
شکل 1.18: $\vec{E}$ اور $\hat{n}$ کے درمیان جھکاؤ θ پر فلکس کا انحصار

اوپر بیان کی گئی برقی میدانی خطوط کی تصویر کے مطابق، ہم نے دیکھا تھا کہ ایک نقطہ پر، میدان کی عمودی سمت میں اکائی رقبہ سے گزرنے والے میدانی خطوط کی تعداد اس نقطہ پر برقی میدان کی طاقت کا ناپ ہے۔ اس کا مطلب ہوا کہ اگر ہم رقبہ Δs کا ایک مختصر مسطح جز، ایک نقطہ پر، E کی عمودی سمت میں رکھیں، تو اس جز سے گزرنے والے میدانی خطوط کی تعداد $E ds$ کے متناسب ہوگی۔ اب فرض کیجیے کہ ہم رقبہ جز کو ایک زاویہ θ سے ترچھا کر دیں۔ ظاہر ہے، کہ اب رقبہ جز سے گذرنے والے میدانی خطوط کی تعداد مقابلتاً کم ہوگی۔ E کی عمودی سمت میں، رقبہ جز کا ظل، $E\Delta s\cos\theta$ ہے۔ اس لیے Δs سے گذرنے والے میدانی خطوط کی تعداد $E\Delta s\cos\theta$ کے متناسب ہے۔ جب: $\theta = 90^0$ میدانی خطوط ΔS کے متوازی ہوں گے اور اس سے بالکل بھی نہیں گذریں گے۔ (شکل 1.18)

کئی تناظروں میں رقبہ جز کی صرف عددی قدر ہی نہیں بلکہ اس کی تشریق (Orientation) بھی اہم ہے۔ مثلاً، ایک پانی کے دھارے میں، ایک چھلے (ring) سے ہو کر بہنے والے پانی کی مقدار، قدرتی بات ہے اس پر منحصر ہوگی کہ آپ چھلے کو کیسے پکڑتے ہیں۔ اگر آپ اسے بہاؤ پر عمود رکھتے ہیں، تو اس سے پانی کی سب سے زیادہ مقدار گزرے گی بہ مقابلہ اس کے کہ آپ اس کی کوئی اور تشریق رکھیں۔ یہ ظاہر کرتا ہے کہ ایک رقبہ جز کو بہ طور سمتیہ برتنا چاہیے۔ اس کی عددی قدر بھی ہوتی ہے اور سمت بھی۔ ایک مسطح رقبہ (Planar area) کی سمت کا تعین کیسے کریں؟ ظاہر ہے، کہ مستوی پر عمود، مستوی کی تشریق متعین کرتا ہے۔ اس لیے ایک مسطح رقبہ سمتیہ (Planar area vector) کی سمت اس کے عمود کی سمت میں ہے۔



$\Delta \mathbf{S} = \Delta S\, \hat{\mathbf{n}}$



شکل **1.19**: Δs عمود اور $\hat{n}$ کو معرف کرنے کی قرارداد

ایک انحنائی سطح (Curved Surgace) کے رقبہ سے ایک سمتیہ کیسے منسلک کریں! ہم تصور کرتے ہیں کہ سطح کو بہت ہی چھوٹے رقبہ جزوں کی ایک بہت بڑی تعداد میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہر چھوٹے رقبہ جز کو ایک مسطح رقبہ کے بہ طور سمجھا جاسکتا ہے اور جیسا کہ پہلے وضاحت کی جاچکی ہے، اس سے ایک سمتیہ منسلک کیا جاسکتا ہے۔

یہاں ایک ابہام نوٹ کریں۔ رقبہ جز کی سمت اس کے عمود کی جانب ہے۔ لیکن ایک عمود دو سمتوں کی نشاندہی کرسکتا ہے۔ ان میں سے کون سی سمت کو ہم رقبہ جز سے منسلک سمتیہ کی سمت کے بہ طور منتخب کریں؟ یہ مسئلہ، دیے ہوئے تناظر کے لحاظ سے مناسب قرارداد (Convention) کی مدد سے حل کیا جاسکتا ہے۔ ایک بند سطح کے لیے یہ قرارداد بہت سادہ ہے۔ ایک بند سطح کے ہر رقبے جز سے منسلک سمتیہ، باہر کی جانب عمود کی سمت میں لیا جاتا ہے۔ یہی قرارداد شکل 1.19 میں استعمال کی گئی ہے۔ اس لیے ایک بند سطح کے ایک نقطہ پر رقبہ جز سمتیہ $\Delta \dot{S}$، $\Delta S\hat{n}$ کے مساوی ہے، جہاں ΔS رقبہ جز کی عددی قدر ہے اور $\hat{n}$ اس نقطہ پر باہر کی جانب عمود کی سمت میں اکائی سمتیہ ہے۔

اب ہم برقی فلکس کی تعریف کرتے ہیں۔ ایک رقبہ جز ΔS سے گذرنے والے برقی فلکس کی تعریف کی جاتی ہے:

$$\Delta \phi = \bar{E}.\Delta \dot{S} = E\ \Delta S \cos\theta \quad (1.11)$$

جب کہ، جیسا کہ پہلے دیکھا جاچکا ہے، رقبہ جز کو قطع کرنے والے میدانی خطوط کی تعداد کے متناسب ہے۔ یہاں زاویہ θ ، $\bar{E}$ اور $\Delta \dot{S}$ کے مابین زاویہ ہے۔ ایک بند سطح کے لیے، اوپر بیان کی گئی قرارداد کے مطابق θ ، $\dot{E}$ اور رقبہ جز کے باہری عمود کے مابین زاویہ ہے۔ نوٹ کریں کہ ہم ریاضیاتی عبارت $EdS\cos\theta$ کو دو طرح سے سمجھ سکتے ہیں: $E\ (dS\cos\theta)$ یعنی کہ E اور E کی عمودی سمت میں رقبہ کے ظل کا حاصلِ ضرب یا $E\_\Delta S$ یعنی کہ رقبہ جز پر عمود کی سمت میں E کا جز اور رقبہ جز کی عددی قدر کا حاصلِ ضرب۔ برقی فلکس کی اکائی $N C^{-1} m^2$ ہے۔

مساوات (1.11) کے ذریعے دی گئی برقی فلکس کی بنیادی تعریف اصولی طور پر کسی بھی دی ہوئی سطح سے گذرنے والے کل فلکس کی تحسیب کرنے کے لیے استعمال کی جاسکتی ہے۔ ہمیں صرف یہ کرنا ہوگا کہ سطح کو مختصر رقبہ جزوں میں تقسیم کریں، ہر رقبہ جز سے گذرنے والے فلکس کا حساب لگائیں اور ان سب کو جمع کرلیں۔ اس لیے ایک سطح ϕ سے گذرنے والا کل فلکس q ہے:

$$\phi \simeq \sum \bar{E}.\Delta \dot{S} \qquad (1.12)$$

تقربیت (Approximation) کی علامت اس لیے استعمال کی گئی ہے کیونکہ پورے مختصر رقبہ جز پر $\bar{E}$ کو مستقلہ مانا گیا ہے۔ یہ ریاضیاتی اعتبار سے اس وقت بالکل درست ہوگا، جب ہم حد، $\Delta S \to 0$ لیں اور مساوات 1.12 میں جمع کی علامت کی جگہ تکملہ (Integration) لکھیں۔

1.11 برقی دو قطبی (ELECTRIC DIPOLE)

ایک برقی دو قطبی، مساوی اور مخالف نقطہ چارجوں، q اور –q کا ایک جوڑا ہوتا ہے۔ جب کہ ان نقطہ چارجوں کے درمیان

فاصلہ 2a ہو۔ دونوں چارجوں کو ملانے والا خط، فضا میں ایک سمت کو معرف کرتا ہے۔ قرارداد کے مطابق، q– سے q کی جانب، سمت کو دوقطبی کی سمت مانا جاتا ہے۔ q– اور q کے مقامات کا وسطی نقطہ (Middle point) دوقطبی کا مرکز کہلاتا ہے۔

ظاہر ہے کہ ایک برقی دوقطبی کا کل چارج صفر ہوگا۔ اس کا یہ مطلب نہیں ہے کہ برقی دوقطبی کا میدان بھی صفر ہوگا۔ کیونکہ چارج q اور چارج q- کے درمیان کچھ فاصلہ ہے، اس لیے جب ان کے ذریعے پیدا ہونے والے برقی میدان جوڑے جاتے ہیں تو وہ مکمل طور پر ایک دوسرے کی تنسیخ نہیں کرتے۔ حالانکہ دوقطبی تشکیل دینے والے چارجوں کے درمیان فاصلے کے مقابلے میں بہت زیادہ فاصلوں $r >> 2\alpha$ پر q اور q– کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان ایک دوسرے کی تقریباً تنسیخ کر دیتے ہیں۔ اس لیے مقابلتاً بڑے فاصلوں پر ایک دوقطبی کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان کی قدر $\frac{1}{r^2}$ سے زیادہ تیزی کے ساتھ کم ہوتی ہے (جو کہ ایک واحد چارج q کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کا r پر انحصار ہے)۔

یہ کیفیتی تصورات مندرجہ ذیل تحسیبات سے واضح ہوجاتے ہیں:

1.11.1 ایک برقی دوقطبی کا میدان (The field of an electric dipole)

فضا میں کسی بھی نقطے پر چارجوں کے جوڑے (q اور q–) کا برقی میدان، کولمب کے قانون اور انطباق کے اصول سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔ مندرجہ ذیل دو صورتوں میں سادہ نتائج حاصل ہوتے ہیں: (i) جب کہ نقطہ دوقطبی محور (dipole axis) پر ہو (ii) جب نقطہ دوقطبی کے استوائی مستوی (Equatorial plane) میں ہو، یعنی کہ ایسے مستوی میں ہو جو دوقطبی کے مرکز سے گذرتے ہوئے محور پر عمود ہو۔ کسی بھی عمومی نقطہ p پر برقی میدان، اس نقطہ پر، چارج q- کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان $\vec{E}_{-q}$ اور چارج q– کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان $\vec{E}_{+q}$ کو سمتیوں کے متوازی الاضلاع قانون (Law of parallelogram) کے ذریعے جوڑ کر، حاصل کیا جا سکتا ہے۔

(i) محور پر نقاط کے لیے

فرض کیجیے کہ نقطہ p، دوقطبی کے مرکز سے r فاصلہ پر، چارج q کی سمت میں ہے، جیسا کہ شکل (a)1.20 میں دکھایا گیا ہے۔ تب

$$\vec{E}_{-q} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(r+a)^2}\hat{p} \quad ....(1.13a)$$

جہاں $\hat{p}$، دوقطبی محور (q– سے q کی جانب) کی سمت میں اکائی سمتیہ ہے۔ مزید،

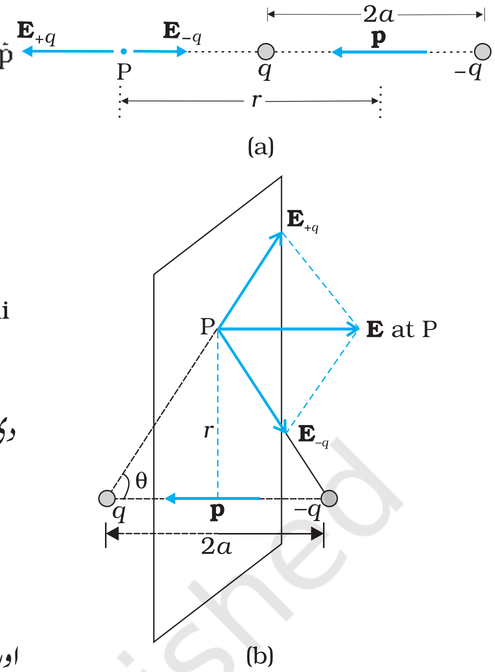
$$E_{+q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(r-a)^2}\hat{p} \quad (1.13b)$$

P پر کل میدان ہے

$$\vec{E} = \vec{E}_{+q} + \vec{E}_{-q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2}\right]\hat{p}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{4ar}{(r^2-a^2)^2}\,\hat{p} \quad (1.14)$$

$$\vec{E} = \frac{4qa}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\,\hat{p} \quad (r >> a) \quad (1.15)$$



شکل 1.20: ایک دو قطبی کا برقی میدان (a) محور کے ایک نقطہ پر (b) دو قطبی کے استوائی مستوی میں ایک نقطہ پر $\hat{p}$ دو قطبی معیارِ اثر سمتیہ (Dipole moment vector) ہے، جس کی عددی قدر: $p = q \times 2a$ اور جس کی سمت –q سے q کی جانب ہے۔

(ii استوائی مستوی کے ایک نقطہ کے لیے:

دونوں چارجوں +q اور –q کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدانوں کی عددی قدریں دی جاتی ہیں:

$$E_{+q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r^2+a^2} \quad (1.16a)$$

$$E_{-q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r^2+a^2} \quad (1.16b)$$

اور یہ دونوں عددی قدریں ایک دوسرے کے مساوی ہیں۔

E_{+q} اور E_{-q} کی سمتیں وہی ہیں جو شکل 1.20(b) میں دکھائی گئی ہیں۔ ظاہر ہے کہ دو قطبی محور کی عمودی سمت کے اجزاء ایک دوسرے کی تنسیخ کر دیتے ہیں۔ اور دو قطبی محور کی متوازی سمت کے اجزاء جڑ جاتے ہیں۔ کل برقی میدان $\hat{p}$ کی مخالفت سمت میں ہے۔

$$\vec{E} = -(E_{+q} + E_{-q})\cos\theta$$

$$= -\frac{2qa}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+a^2)^{3/2}}\,\hat{p} \quad (1.17)$$

زیادہ بڑے فاصلوں پر $(r >> 2a)$ یہ تحلیل ہو جاتا ہے:

$$\vec{E} = -\frac{2qa}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\,\hat{p} \quad (r >> a) \quad (1.18)$$

مساوات (1.15) اور مساوات (1.18) سے ظاہر ہو جاتا ہے کہ زیادہ بڑے فاصلوں پر دو قطبی میدان میں q اور a جداگانہ طور پر شامل نہیں ہوتے، بلکہ یہ میدان ان کے حاصلِ ضرب qa کے تابع ہے۔ q دو قطبی معیارِ اثر (دو قطبی گردشہ Dipole moment) کی تعریف تجویز کرتا ہے۔ ایک برقی دو قطبی کے دو قطبی معیارِ اثر سمتیہ کی تعریف کی جاتی ہے:

$$\vec{P} = q \times 2a\,\hat{p}$$

* مثبت نقطہ چارجوں کے مجموعے کے مرکز کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے، جس طرح کمیت مرکز کی تعریف کی جاتی ہے:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i q_i r_i}{\sum_i q_i}$$

یعنی کہ یہ ایک ایسا سمتیہ ہے، جس کی عددی قدر چارج q اور درمیانی فاصلہ 2a (چارجوں q اور q- کے درمیان فاصلہ) کی حاصلِ ضرب ہے اور سمت q- سے q کی جانب ہے۔ $\vec{p}$ کی شکل میں زیادہ بڑے فاصلوں پر، دو قطبی کے میدان کی شکلیں اور سادہ ہو جاتی ہیں:

دوقطبی محور کے ایک نقطہ پر:

$$\vec{E} = \frac{2\,\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad (r >> a) \tag{1.20}$$

استوائی مستوی میں ایک نقطہ پر

$$\vec{E} = \frac{-\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad (r >> a) \tag{1.21}$$

یہ اہم نکتہ نوٹ کریں کہ زیادہ بڑے فاصلوں پر دوقطبی میدان $\frac{1}{r^2}$ کی مناسبت سے نہیں بلکہ $\frac{1}{r^3}$ کی مناسبت سے کم ہوتا ہے۔ مزید، دوقطبی میدان کی عددی قدر اور سمت صرف فاصلہ r کے ہی تابع نہیں ہے بلکہ مقام سمتیہ $\vec{r}$ اور دو قطبی معیارِ اثر $\vec{P}$ کے مابین زاویہ کے بھی تابع ہے۔

ہم اس حد کو تصور کر سکتے ہیں، جس میں دوقطبی کا سائز 2a صفر کے نزدیک ہو جاتا ہے، چارج q لا انتہا (Infinity) کے نزدیک ہو جاتا ہے، اس طرح کہ حاصلِ ضرب:

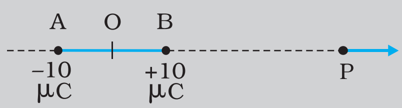
$P = q \times 2a$ متناہی رہتا ہے۔ ایسے دوقطبی کو نقطہ دوقطبی کہتے ہیں۔ ایک نقطہ دوقطبی کے لیے مساواتیں (1.20) اور (1.21) r کی کسی بھی قدر کے لیے قطعی درست طور پر صادق ہیں۔

1.11.2 دوقطبیوں کی طبعی اہمیت (Physical Significance of dipoles)

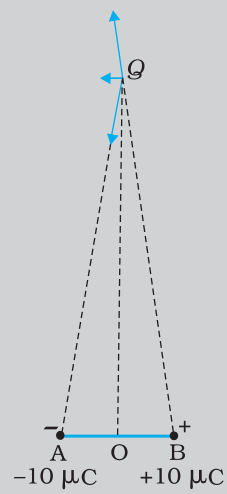
زیادہ تر مالیکیولوں میں، مثبت چارجوں اور منفی چارجوں* کے مراکز ایک ہی مقام پر ہوتے ہیں۔ اس لیے ان کا دوقطبی معیارِ اثر صفر ہوتا ہے۔ CO_2 اور CH_4 اس قسم کے مالیکیول ہیں۔ حالانکہ جب ایک برقی میدان لگایا جاتا ہے تو ان میں دوقطبی معیارِ اثر پیدا ہو جاتا ہے۔ لیکن کچھ مالیکیولوں میں، منفی چارجوں اور مثبت چارجوں کے مراکز ایک دوسرے پر منطبق نہیں ہوتے۔ اس لیے ایک برقی میدان کی غیر موجودگی میں بھی، ان میں ایک مستقل برقی دوقطبی معیارِ اثر ہوتا ہے۔ ایسے مالیکیول قطبی مالیکیول (Polar Molecules) کہلاتے ہیں۔ پانی H_2O کے مالیکیول، اس قسم کی ایک مثال ہے۔
مختلف قسم کی مادی اشیاء برقی میدان کی موجودگی اور غیر موجودگی میں دلچسپ خاصیتیں ظاہر کرتی ہیں اور ان کے اہم استعمال ہیں۔

مثال 1.10: $\pm 10\ \mu C$ کے دو چارج ایک دوسرے سے 5.0 ملی میٹر کے فاصلے پر رکھے ہوئے ہیں۔ برقی میدان معلوم کیجیے: (a) ایک نقطہ P پر جو دوقطبی کے محور پر اس کے مرکز O سے 15 ملی میٹر دور، مثبت چارج کی جانب ہے۔ جیسا کہ شکل (a)1.21 میں دکھایا گیا ہے۔
(b) ایک نقطہ Q پر جو O سے گذرتے ہوئے اور قطبی کے محور پر عمود خط پر O سے 15 ملی میٹر دور ہے، جیسا کہ شکل

1.21(b) میں دکھایا گیا ہے۔



(a)



(b)

شکل 1.21

مثبت نقطہ چارج کے مجموعے کا مرکز اس طور پر معرف کیا جاتا ہے جیسے مرکز $\mathbf{r}_{cm} = \dfrac{\sum_i q_i \mathbf{r}_i}{\sum_i q_i}$

حل: (a) P پر چارج $+10\ \mu C$ کی وجہ سے برقی میدان

$$= \frac{10^{-5}\ \text{C}}{4\pi(8.854\times10^{-12}\ \text{C}^2\ \text{N}^{-1}\ \text{m}^{-2})} \times \frac{1}{(15-0.25)^2\times10^{-4}\ \text{m}^2}$$

$$.= 4.13\times10^6\ \text{N C}^{-1}$$ (BP کی جانب)

P پر چارج $-10\ \mu C$ کی وجہ سے برقی میدان

$$= \frac{10^{-5}\text{C}}{4\pi(8.854\times10^{-12}\ \text{C}^2\ \text{N}^{-1}\ \text{m}^{-2})} \times \frac{1}{(15+0.25)^2\times10^{-4}\ \text{m}^2}$$

(PA کی جانب) $= 3.86\times10^6$ N C–1

A اور B پر رکھے دو چارجوں کی وجہ سے P پر ماحصل برقی میدان

$$= 2.7\times10^5\ \text{N C}^{-1}$$ (BP کی جانب)

اس مثال میں، نسبت $\dfrac{OP}{OB}$ کافی زیادہ ہے (=60)۔ اس لیے ہم امید کر سکتے ہیں کہ اگر دو قطبی کے محور پر ایک دور کے نقطے کے لیے برقی میدان کا فارمولا براہِ راست استعمال کریں تو تقریباً یہی نتیجہ حاصل ہوگا۔ ایک ایسے دو قطبی کے لیے جو چارجوں $\pm q$ پر مشتمل ہے اور ان چارجوں کا درمیانی فاصلہ 2a ہے، دو قطبی کے مرکز سے محور پر r cm فاصلے پر ایک نقطہ پر برقی میدان کی عددی قدر ہوگی:

$$E = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad \left(\frac{r}{a} >> 1\right)$$

جہاں: P=2aq، دو قطبی معیارِ اثر کی عددی قدر ہے۔

دو قطبی کے محور پر برقی میدان کی سمت ہمیشہ دو قطبی معیارِ اثر سمتیہ کی سمت کی جانب ہوتی ہے، (یعنی کہ، –q سے q کی طرف)۔ یہاں $p = 10^{-5}\text{C} \times 5\times10^{-3}\text{m} = 5\times10^{-8}\text{C m}$ اس لیے

مثال 1.10

$$E = \frac{2 \times 5 \times 10^{-8}\,\text{C m}}{4\pi(8.854 \times 10^{-12}\,\text{C}^2\,\text{N}^{-1}\,\text{m}^{-2})} \times \frac{1}{(15)^3 \times 10^{-6}\,\text{m}^3} = 2.6 \times 10^5\ \text{N C}^{-1}$$

جس کی سمت، دوقطبی معیارِ اثر کی سمت AB کی جانب ہوگی۔ یہ نتیجہ پہلے حاصل کیے گیے نتیجہ کے قریب ہے۔

(b) B پر رکھے $+10\mu C$ کے چارج کی وجہ سے Q پر میدان

$$= \frac{10^{-5}\,\text{C}}{4\,\pi\,(8.854 \times 10^{-12}\,\text{C}^2\,\text{N}^{-1}\,\text{m}^{-2})} \times \frac{1}{[15^2 + (0.25)^2] \times 10^{-4}\,\text{m}^2}$$

$$= 3.99 \times 10^6\ \text{N C}^{-1}$$ (BQ کی سمت میں)

A پر رکھے $-10\mu C$ کے چارج کی وجہ سے Q پر میدان

$$= \frac{10^{-5}\,\text{C}}{4\,\pi\,(8.854 \times 10^{-12}\,\text{C}^2\,\text{N}^{-1}\,\text{m}^{-2})} \times \frac{1}{[15^2 + (0.25)^2] \times 10^{-4}\,\text{m}^2}$$

$$= 3.99 \times 10^6\ \text{N C}^{-1}$$ (QA کی سمت میں)

ظاہر ہے کہ ان دو مساوی عددی قدروں کی قوتوں کے OQ کی سمت میں اجزاء ایک دوسرے کی تنسیخ کر دیتے ہیں لیکن BA کی متوازی سمت کے اجزاء جڑ جاتے ہیں۔ اس لیے A اور B پر رکھے دو چارجوں کی وجہ سے Q پر ماحصل برقی میدان ہے:

$$= 2 \times \frac{0.25}{\sqrt{15^2 + (0.25)^2}} \times 3.99 \times 10^6\,\text{N C}^{-1}$$ (BA کی جانب)

$$= 1.33 \times 10^5\ \text{N C}^{-1}$$ (BA کی جانب)

(a) کی طرح، یہاں بھی ہم امید کر سکتے ہیں کہ اگر ہم دوقطبی محور کے عمود پر ایک نقطہ پر دوقطبی میدان کا براہِ راست فارمولا استعمال کریں تو تقریباً یہی نتیجہ حاصل ہوگا۔

$$E = \frac{p}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,r^3} \quad (r/a >> 1)$$

$$= \frac{5 \times 10^{-8}\,\text{C m}}{4\,\pi\,(8.854 \times 10^{-12}\,\text{C}^2\,\text{N}^{-1}\,\text{m}^{-2})} \times \frac{1}{(15)^3 \times 10^{-6}\,\text{m}^3}$$

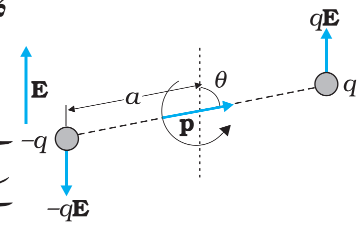
$$= 1.33 \times 10^5\ \text{N C}^{-1}$$

اس صورت میں برقی میدان کی سمت، دوقطبی معیارِ اثر سمتیہ کی سمت کے مخالف ہوگی۔ یہ نتیجہ بھی پہلے حاصل کیے گیے نتیجہ کے مواقف ہے۔

1.12 ہموار باہری میدان میں دوقطبی
(Dipole in a Uniform External Field)

ایک مستقل دوقطبی تصور کیجیے، جس کا دوقطبی معیارِ اثر P ہے، جو ایک ہموار باہری میدان E میں رکھا ہوا ہے، جیسا کہ شکل 1.22 میں دکھایا گیا ہے۔ (مستقل دوقطبی سے ہمارا مطلب ہے کہ $\bar{p}$ ، $\bar{E}$ کی موجودگی کا لحاظ کیے بغیر پایا جاتا ہے، اس

کا $\vec{E}$ کے ذریعہ امالہ نہیں ہوا ہے۔)



شکل 1.22: ایک باہری ہموار برقی میدان میں دو قطبی

q پر ایک قوت $q\vec{E}$ لگ رہی ہے اور q- پر ایک قوت $-q\vec{E}$ لگ رہی ہے۔ دو قطبی پر لگ رہی کل قوت صفر ہے، کیونکہ $\vec{E}$ ہموار ہے۔ لیکن کیونکہ چارجوں کے درمیان فاصلہ ہے، اس لیے مختلف نقاط پر قوتیں کام کرتی ہیں، جس کے نتیجے میں دو قطبی پر ایک قوت گردشہ (Torque) لگتا ہے۔ جب کل قوت صفر ہے تو قوت گردشہ (جفت) مبدے کے تابع نہیں ہے۔ اس کی عددی قدر ہر قوت کی عددی قدر اور جفت کے بازو (arm of the couple) کے حاصلِ ضرب کے مساوی ہوگی (جفت کا بازو، دو مخالف متوازی قوتوں کے درمیان عمودی فاصلے کے مساوی ہے)۔

$$\text{جفت کی عددی قدر} = q\,E \times 2\,a\,\sin\theta$$
$$= 2\,q\,a\,E\,\sin\theta$$

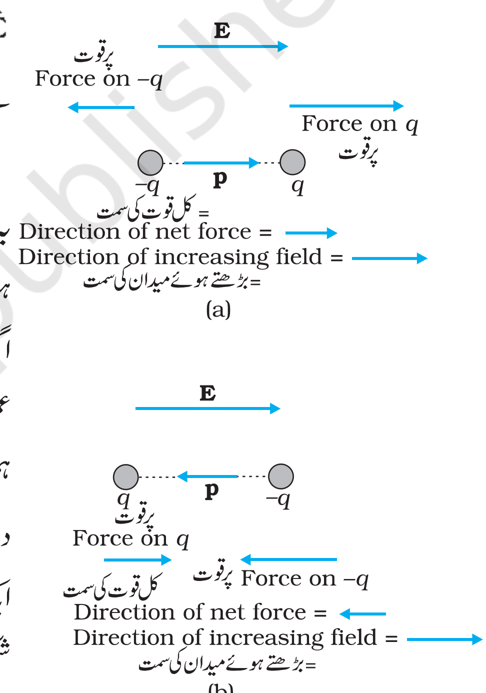
اس کی سمت، صفحے کے مستوی پر عمود، صفحے سے باہر کی جانب ہوگی۔

$\vec{p} \times \vec{E}$ کی عددی قدر بھی $PE\sin\theta$ ہے اور اس کی سمت بھی صفحے کے مستوی پر عمود، صفحے سے باہر کی جانب ہے۔ اس لیے

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (1.22)$$

یہ جفت، دو قطبی کو میدان $\vec{E}$ کی جانب کرنے کی کوشش کرے گا۔ جب $\vec{p}$، $\vec{E}$ کی جانب ہو جائے گا، تو قوت گردشہ صفر ہوگا۔

اگر میدان، ہموار نہیں ہو تو کیا ہوگا؟ اس صورت میں، ظاہر ہے کہ کل قوت صفر نہیں ہوگی۔ مزید یہ کہ، عمومی طور پر، پہلے کی طرح نظام پر ایک قوت گردشہ لگے گا۔ کیونکہ یہ ایک عمومی صورت ہے، اس لیے ہم کچھ سادہ صورتیں لیتے ہیں: جب $\vec{P}$ یا تو $\vec{E}$ کے متوازی ہے یا $\vec{E}$ کے مخالف متوازی ہے، ان دونوں میں سے کسی بھی صورت میں، کل قوت گردشہ صفر ہے، لیکن اگر $\vec{E}$ غیر ہموار ہے تو دو قطبی پر ایک کل قوت لگ رہی ہے۔



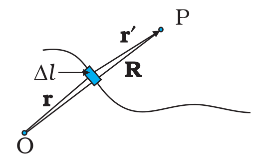
شکل 1.23: ایک دو قطبی پر برقی قوت (a) $\vec{E}$، $\vec{p}$ کے متوازی ہے (b) $\vec{E}$، $\vec{p}$ کے مخالف متوازی ہے۔

شکل 1.23 خود واضح ہے۔ یہ صاف دیکھا جا سکتا ہے کہ جب $\vec{P}$، $\vec{E}$ کے متوازی ہے، تو دو قطبی پر لگ رہی کل قوت کی سمت اس جانب ہے جس سمت میں برقی میدان بڑھ رہا ہے جب $\vec{P}$، $\vec{E}$ کے مخالف متوازی ہے، تو دو قطبی پر لگ رہی کل قوت کی سمت اس جانب ہے، جس سمت میں برقی میدان کم ہو رہا ہے۔ عمومی طور پر، قوت $\vec{E}$ کے لحاظ سے P کی تشریق کے تابع ہے۔

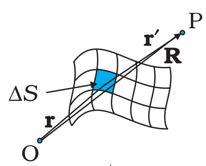
اس سے ہم رگڑ برق (Frictional electricity) کے ایک عام مشاہدے کو سمجھ سکتے ہیں۔ سوکھے بالوں میں پھیرا گیا ایک کنگھا، کاغذ کے چھوٹے ٹکڑوں کو کشش کرتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ کنگھا، رگڑ کے ذریعے چارج حاصل کرتا

* خردبینی پیمانے پر، چارج تقسیم غیر مسلسل (discontinuous) ہے، کیونکہ خردبینی چارج، مجرد چارج ہیں اور ان کے درمیان خالی جگہ ہے، جس میں کوئی چارج نہیں ہے۔

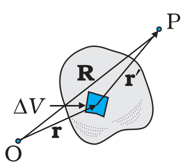
ہے۔اب کششی قوت کی وضاحت کیسے ہوگی؟ پچھلی بحث سے ہمیں اشارہ ملتا ہے کہ چارج شدہ کنگھا، کاغذ کے ٹکڑے کی تقطیب (Polarization) کر دیتا ہے، یعنی کہ میدان کی سمت میں ایک کل دو قطبی معیارِاثر کا امالہ کر دیتا ہے۔ مزید یہ کہ، کنگھے کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان ہموار نہیں ہوتا۔ ایسی صورت میں، یہ آسانی سے سمجھا جا سکتا ہے کہ کاغذ کو کنگھے کی سمت میں حرکت کرنا چاہیے۔



خط چارج $\Delta Q = \lambda\, \Delta l$



سطح چارج $\Delta Q = \sigma \Delta S$



حجم چارج $\Delta Q = \rho\, \Delta V$

شکل 1.24: خطی، سطحی اور حجمی چارج کثافتوں کی تعریفیں۔ ہر صورت میں، منتخب کیا گیا جز $\Delta l, \Delta S, \Delta v$ کلاں بینی پیمانے پر چھوٹا ہے لیکن اس میں خرد بینی اجزاء کی ایک بڑی تعداد شامل ہے۔

1.13 مسلسل چارج تقسیم
(Continuous Charge Distribution)

اب تک ہم نے ایسی چارج تشکیلوں کا مطالعہ کیا ہے، جو مجرد چارجوں $q_1, q_2, \ldots q_3$ پر مشتمل تھیں۔ ہم نے اپنے آپ کو مجرد چارجوں تک ہی کیوں محدود رکھا، اس کی ایک وجہ تو یہ ہے ان کو ریاضیاتی طور پر برتنا مقابلتاً سادہ ہے اور اس میں احصاء (کیلکولس) کی ضرورت نہیں پڑتی۔ لیکن بہت سی صورتوں میں، مجرد چارجوں کی شکل میں کام کرنا عملی طور پر مناسب نہیں ہوتا اور ہمیں مسلسل چارج تقسیم کی شکل میں کام کرنے کی ضرورت پیش آتی ہے۔ مثلاً ایک چارج شدہ موصل (Charged Conduetor) کی سطح پر چارج کی تقسیم کو، خرد بینی چارج شدہ اجزاء کے مقامات کی شکل میں متعین کرنا عملی طور پر ممکن نہیں ہے۔ زیادہ عملی صورت یہ ہے کہ موصل کی سطح پر ایک رقبہ جز ΔS لیا جائے (شکل 1.24)، (جو کلاں بینی پیمانے پر بہت چھوٹا ہو، لیکن الیکٹرانوں کی ایک بہت بڑی تعداد شامل کر سکنے کے لیے کافی ہو) اور اس جز پر چارج ΔQ متعین کیا جائے۔ پھر ہم رقبہ جز پر سطح چارج کثافت (Surface charge density) کی تعریف اس طرح کرتے ہیں:

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \quad (1.23)$$

ہم ایسا موصل کی سطح پر مختلف نقاط پر کر سکتے ہیں اور پھر ایک مسلسل تفاعل (Cntinuous function) σ حاصل کر سکتے ہیں، جو سطحی چارج کثافت کہلاتا ہے۔ اس طور پر معرف کی گئی سطحی چارج کثافت σ، چارج کی کوانٹم سازی کا لحاظ نہیں کرتی اور خرد بینی سطح* پر چارج تقسیم میں عدم تسلسل (discontinuity) کو نظر انداز کر دیتی ہے۔ σ کلاں بینی سطحی چارج کثافت کی نمائندگی کرتی ہے، جو کہ ایک طرح سے، ایک رقبہ جز ΔS پر خرد بینی چارج کثافت کا ایک ہموار بنایا گیا اوسط ہے۔ جیسا کہ پہلے کہا جا چکا ہے یہ رقبہ جز خرد بینی پیمانے پر بڑا ہے لیکن کلاں بینی پیمانے پر چھوٹا ہے۔ σ کی اکائی C/m^2 ہے۔

اسی کا اطلاق خطی چارج تقسیم اور حجمی چارج تقسیم پر بھی ہوتا ہے۔ ایک تار کی خطی چارج کثافت کی تعریف کی جاتی ہے:

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta l} \qquad (1.24)$$

جہاں Δl، کلاں بینی پیمانے پر ایک چھوٹا خطی جز ہے لیکن اس میں خرد بینی چارج اجزاء کی ایک بڑی تعداد شامل

ہے، اور ΔQ اس خطی جز کا چارج ہے۔ λ کی اکائی C/m ہے۔حجمی چارج کثافت (اسے اکثر صرف چارج کثافت بھی کہتے ہیں) کی تعریف بھی اسی طور پر کی جاتی ہے۔

$$\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \quad (1.25)$$

جہاں ΔQ کلاں بینی پیمانے پر چھوٹے حجم جز ΔV میں شامل چارج ہے جب کہ ΔV میں خرد بینی چارج شدہ اجزاء کی ایک بڑی تعداد شامل ہے، ρ کی اکائی C/m^3 ہے۔

مسلسل چارج تقسیم کا تصور اسی طرح کا ہے، جیسا کہ میکانکیت (Mechanics) میں مسلسل کمیت تقسیم کا تصور ہم استعمال کر چکے ہیں۔ جب ہم ایک مائع کی کثافت کی بات کر رہے ہوتے ہیں تو ہم اس کی کلاں بینی کثافت کی بات کر رہے ہوتے ہیں۔ ہم اسے ایک مسلسل مائع مانتے ہیں اور اس کی مجرد مالیکیولیائی ساخت کو نظرانداز کر دیتے ہیں۔

ایک مسلسل چارج تقسیم کی وجہ سے برقی میدان بالکل اسی طرح معلوم کیا جا سکتا ہے، جس طرح کہ مجرد چارجوں کے ایک نظام کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان معلوم کیا جاتا ہے، مساوات (1.10)۔ فرض کیجیے فضا میں ایک مسلسل چارج تقسیم ہے، جس کی چارج کثافت ρ ہے۔ کوئی ایک سہل مبداO منتخب کیجیے اور فرض کیجیے کہ چارج تقسیم میں کسی ایک نقطے کا مقام سمتیہ $\vec{r}$ ہے۔ چارج کثافت ایک نقطے سے دوسرے نقطے پر تبدیل ہو سکتی ہے، یعنی کہ یہ $\vec{r}$ کا تفاعل ہے۔ چارج تقسیم کو چھوٹے حجم اجزاء میں بانٹیے، اس طرح کہ ایک حجم جز کا سائز ΔV ہے۔ حجم جز ΔV میں چارج کی مقدار $\rho \Delta v$ ہے۔

اب کوئی ایک عمومی نقطہ P لیجیے، (یہ نقطہ تقسیم کے اندر بھی ہو سکتا ہے اور باہر بھی) جس کا مقام سمتیہ R ہے (شکل 1.24)۔ چارج $\rho \Delta v$ کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان، کولمب کے قانون کے ذریعے حاصل ہوتا ہے:

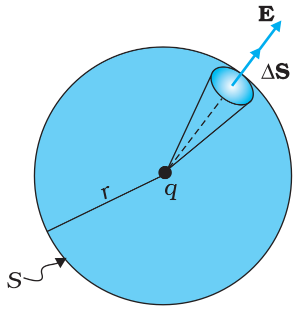
$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \; \frac{\rho\, \Delta V}{r'^2}\,\hat{r}' \quad (1.26)$$

جہاں r' چارج جز اور P کے درمیان فاصلہ ہے اور $\hat{r}'$ چارج جز سے P کی جانب اکائی سمتیہ ہے۔ انطباق کے اصول کے ذریعے، چارج تقسیم کی وجہ سے کل برقی میدان مختلف حجم اجزاء کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدانوں کا حاصلِ جمع ہوگا۔

$$\vec{E} \cong \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{\text{all } \Delta V} \frac{\rho\, \Delta V}{r'^2}\,\hat{r}' \quad (1.27)$$

نوٹ کریں کہ ρ، r'، $\hat{r}'$ سب ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ پر تبدیل ہو سکتے ہیں۔ بالکل درست ریاضیاتی طریقے میں ہمیں $\Delta V \to 0$ ماننا ہوگا اور تب جمع کا عمل تکملہ (Integration) میں تبدیل ہو جاتا ہے، لیکن آسانی کے لیے ہم یہاں اس بحث میں نہیں پڑ رہے ہیں۔ مختصراً، کولمب کے قانون اور انطباق کے اصول کو استعمال کر کے، کسی بھی چارج تقسیم کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان معلوم کیا جا سکتا ہے، چاہے چارج تقسیم مجرد ہو یا مسلسل یا جزوی طور پر مسلسل ہو اور جزوی طور پر مجرد۔

1.14 گاس کا قانون (Gauss's Law)



شکل 1.25: ایک ایسے کرہ سے گذرنے والا فلکس جو اپنے مرکز پر رکھے چارج q کو گھیرے ہوئے ہے۔

برقی فلکس کے تصور کے ایک سادہ استعمال کے بہ طور، ہم r نصف قطر کے ایک ایسے کرہ سے گذرنے والا کل برقی فلکس معلوم کرتے ہیں، جو اپنے مرکز پر رکھے ہوئے ایک چارج q کو گھیرے ہوئے ہے۔ کرہ کو چھوٹے رقبہ جزوں میں تقسیم کیجیے، جیسا کہ شکل 1.25 میں دکھایا گیا ہے۔

رقبہ جز ΔS سے گذرنے والا فلکس ہے:

$$\Delta\phi = \mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{S} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\,r^2}\,\hat{\mathbf{r}}\cdot\Delta\mathbf{S} \quad (1.28)$$

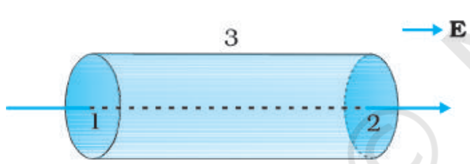
جہاں ہم نے ایک واحد چارج q کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کے لیے کولمب کا قانون استعمال کیا ہے۔ اکائی سمتیہ $\hat{\mathbf{r}}$ مرکز سے رقبہ جز کی جانب نصف قطر سمتیہ کی سمت میں ہے۔ اب کیونکہ ایک کرہ کے ہر نقطہ پر کھینچا گیا عمود اس نقطہ پر نصف قطر سمتیہ کی سمت میں ہوتا ہے، رقبہ جز $\Delta\mathbf{S}$ اور $\hat{\mathbf{r}}$ کی سمت یکساں ہوگی۔ اس لیے

$$\Delta\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\,r^2}\,\Delta S \quad (1.29)$$

کیونکہ اکائی سمتیہ کی عددی قدر 1 ہے۔

کرہ سے گذرنے والا کل فلکس، تمام مختلف رقبہ جزوں سے گذرنے والے فلکس کو جوڑ کر حاصل کیا جاتا ہے:

$$\phi = \sum_{\text{all }\Delta S}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\,r^2}\,\Delta S$$



شکل 1.26: ایک استوانے کی سطح سے گذرنے والے، ہموار برقی میدان کے فلکس کی تحسیب

کیونکہ کرہ کا ہر رقبہ جز، چارج سے یکساں فاصلے r پر ہے

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\,r^2}\sum_{\text{all }\Delta S}\Delta S = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\,r^2}\,S$$

اب S، کرّہ کا کل رقبہ، $4\pi r^2$ کے مساوی ہوتا ہے۔ اس لیے

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\,r^2}\times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad (1.30)$$

مساوات (1.30) برق سکونیات کے ایک عمومی نتیجہ کا سادہ اظہار ہے، جسے گاس کا قانون کہتے ہیں۔ ہم گاس کا قانون، بغیر ثبوت کے، بیان کرتے ہیں:

$$\text{ایک بند سطح S سے گذرنے والا برقی فلکس} = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad (1.31)$$

S سے گھرا ہوا کل چارج = q

اس قانون سے اخذ کیا جا سکتا ہے کہ ایک بند سطح سے گذرنے والا کل برقی فلکس صفر ہوگا اگر سطح کسی چارج کو نہیں گھیرتی ہو۔ ہم اسے شکل 1.26 میں دکھائی گئی سادہ صورت میں واضح طور پر دیکھ سکتے ہیں۔

یہاں برقی میدان ہموار ہے اور ہم نے ایک بند استوانی سطح لی ہے، جس کا محور، ہموار برقی میدان $\mathbf{E}$ کے متوازی ہے۔ سطح

سے گذرنے والا کل فلکس ہے: $\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$. جہاں ϕ_1 اور ϕ_2 استوانے کی سطحوں 1 اور 2 سے گذرنے والے فلکس کو ظاہر کرتے ہیں (دائری تراشہ کی سطحیں)، اور ϕ_3 بند سطح کے انحنائی استوائی حصے سے گذرنے والا فلکس ہے۔ اب سطح 3 کے ہر نقطہ پر عمود، $\vec{E}$ پر عمود ہے، اس لیے فلکس کی تعریف کے مطابق: $\phi_3 = 0$، مزید یہ کہ، 2 پر باہر کی جانب عمود E کی سمت میں ہے اور 1 پر باہر کی جانب عمود $\vec{E}$ کی مخالف سمت میں ہے۔ اس لیے

$$\phi_1 = -E\,S_1, \quad \phi_2 = +E\,S_2, \quad S_1 = S_2 = S$$

جہاں S، دائری تراشہ کا رقبہ ہے۔ اس لیے کل فلکس صفر ہوگا، جیسا کہ گاس کے قانون کے مطابق امید کی جاتی تھی۔ اس لیے آپ جب بھی دیکھیں کہ ایک بند سطح سے گذرنے والا کل فلکس صفر ہے، تو ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ بند سطح سے گھرا ہوا کل چارج صفر ہے۔

گاس کے قانون، مساوات (1.31) کی بڑی اہمیت یہ ہے کہ یہ عمومی طور پر صادق ہے، صرف انھیں سادہ صورتوں کے لیے صادق نہیں ہے، جو ہم نے اوپر لی ہیں۔ آیئے اس قانون سے متعلق کچھ اہم نکات نوٹ کریں۔

(i گاس کا قانون کسی بھی سطح کے لیے صادق ہے، چاہے اس کی شکل اور اس کا سائز کچھ بھی ہوں۔

(ii گاس کے قانون، مساوات (1.31) میں دائیں جانب رکن q میں سطح سے گھرے ہوئے تمام چارجوں کا حاصلِ جمع شامل ہے۔ چارج سطح کے اندر کسی بھی مقام پر ہوسکتا ہے۔

(iii ایسی صورت میں، جب سطح اس طور پر منتخب کی جائے کہ کچھ چارج اس کے اندر ہوں اور کچھ اس کے باہر، تو برقی میدان (جس کا فلکس مساوات (1.31) کی بائیں جانب ہے) ان تمام چارجوں کی وجہ سے ہے جو S کے اندر اور S کے باہر ہیں۔ لیکن گاس کے قانون کی دائیں جانب رکن q میں صرف S کے اندر کا کل چارج ہے۔

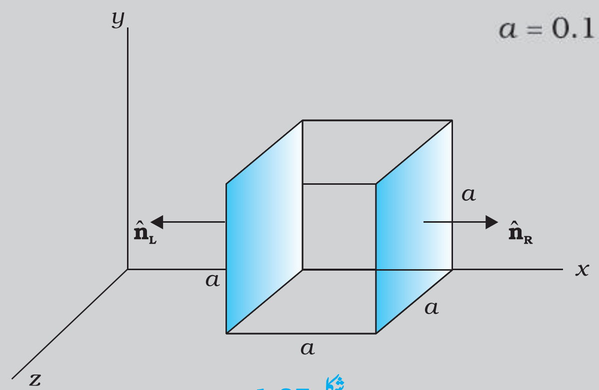
(iv گاس کے قانون کو استعمال کرنے کے لیے ہم جو سطح منتخب کرتے ہیں وہ گاس سطح (Gaussian Surface) کہلاتی ہے۔ آپ کوئی بھی گاس سطح منتخب کرسکتے ہیں اور گاس کا قانون استعمال کرسکتے ہیں۔ لیکن یہ احتیاط رکھیے کہ گاس سطح کسی مجرد چارج سے نہ گذرے۔ کیونکہ مجرد چارجوں کے نظام کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان، کسی چارج کے مقام پر بہ خوبی معرف نہیں ہے۔ (آپ جیسے جیسے چارج کے نزدیک جاتے ہیں، میدان بنا کسی حد کے بڑھ جاتا ہے)۔ گوکہ گاس سطح ایک مسلسل چارج تقسیم سے گذر سکتی ہے۔

(v گاس کا قانون اس صورت میں برق سکوتی میدان کی تحسیب کرنے میں اکثر کارآمد ہوتا ہے، جب کہ نظام میں کچھ تشاکل (سمٹری Symmetry) ہو۔ اس میں ایک مناسب گاس سطح کے انتخاب سے مدد ملتی ہے۔

(vi آخر میں، گاس کا قانون، کولمب کے قانون میں شامل، فاصلہ کے مقلوب مربع متناسبیت پر مبنی ہے۔ گاس کے قانون کی کوئی بھی خلاف ورزی، مقلوب مربع قانون سے انحراف کی نشاندہی کرے گی۔

مثال 1.11 شکل 1.27 میں برقی میدان کے اجزا ہیں: $E_x = \alpha x^{1/2}$، $E_y = E_z = 0$ جس میں $\alpha = 800\ N/C\ m^{1/2}$ حساب لگایئے (a) مکعب سے گذرنے والا فلکس (b) مکعب کے اندر

چارج۔ مان لیجیے کہ $a = 0.1$



شکل 1.27

حل:

(a) کیونکہ برقی میدان کا صرف x جز ہے، x- سمت کے عمودی رخوں کے لیے، $\vec{E}$ اور ΔS کے درمیان زاویہ $\pm\frac{\pi}{2}$ ہے۔ اس لیے فلکس : $\phi = \vec{E}.\Delta\vec{S}$ ہر رخ کے لیے الگ الگ صفر ہوگا، سوائے ان دو رخوں کے جو سایہ دار ہیں۔ اب بائیں رخ پر برقی میدان کی عددی قدر

$$E_L = \alpha x^{1/2} = \alpha a^{1/2} \quad (\text{بائیں رخ پر، } x = a)$$

دائیں رخ پر برقی میدان کی عددی قدر

$$E_R = \alpha\, x^{1/2} = \alpha\, (2a)^{1/2} \quad (\text{دائیں رخ پر } x = 2a)$$

ان کے متطابق فلکس میں

$$\phi_L = \vec{E}_L.\Delta\vec{S} = =E_L\ \Delta S\cos\theta = -E_L\ \Delta S \quad (\text{کیونکہ } \theta = 180^0)$$

$$=-E_L a^2$$

$$\phi_R = \vec{E}_R.\Delta\vec{S} = E_R\ \Delta S\cos\theta = E_R\ \Delta S \quad (\text{کیونکہ } \theta = 0^0)$$

$$= E_R a^2$$

مکعب سے گذرنے والا کل فلکس

$$= \phi_R + \phi_L = E_R a^2 - E_L a^2 = a^2\,(E_R - E_L) = \alpha a^2\ [(2a)^{1/2} - a^{1/2}]$$

$$= \alpha a^{5/2}\ (\sqrt{2}-1)$$

$$= 800\ (0.1)^{5/2}\ (\sqrt{2}-1)$$

$$= 1.05\ \text{N m}^2\ \text{C}^{-1}$$

(b) ہم مکعب کے اندر کل چارج معلوم کرنے کے لیے گاس کا قانون استعمال کر سکتے ہیں۔

ہمارے پاس ہے: $\phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$ یا $q = \phi\varepsilon_0$ اس لیے

$$q = 1.05 \times 8.854 \times 10^{-12}\ \text{C} = 9.27 \times 10^{-12}\text{C}$$

مثال 1.11

مثال 1.12: ایک برقی میدان ہموار ہے اور مثبت x کے لیے مثبت x سمت میں ہے، اور یکساں عددی قدر کے ساتھ، منفی x کے لیے، ہموار ہے اور منفی x سمت میں ہے۔ یہ دیا ہوا ہے کہ: $\vec{E} = 200\,\hat{i}$ N/C ($x > 0$ کے لیے) اور $\vec{E} = -200\,\hat{i}$ N/C ($x < 0$ کے لیے) 20cm لمبائی اور 5cm نصف قطر کے ایک قائم دائری استوانے کا مرکز مبدے پر ہے اور اس کا محور x-محور پر ہے، اس طرح کہ ایک رخ، x=10cm پر ہے اور دوسرا رخ x=–10 پر ہے (شکل 1.28 (a)-(a) پر چپٹے رخ سے گذرنے والا، باہر کی سمت میں کل فلکس کتنا ہے؟ (b) استوانے کے ضلعی رخ (side) سے گذرنے والا فلکس کتنا ہے؟ (C) استوانے سے گذرنے والا کل، باہر کی سمت میں، فلکس کتنا ہے؟ (b) استوانے کے اندر کل کتنا چارج ہے۔

حل:

(a) ہم شکل سے دیکھ سکتے ہیں کہ بائیں رخ پر $\vec{E}$ اور $\Delta\vec{S}$ متوازی ہیں۔ اس لیے باہر کی جانب فلکس ہے:

$$\phi_L = \vec{E}.\Delta\vec{S} = -200\hat{i}\Delta\vec{S}$$

$$= +200\Delta S \;(\text{کیونکہ: } \hat{i}.\Delta\vec{S} = -\Delta S)$$

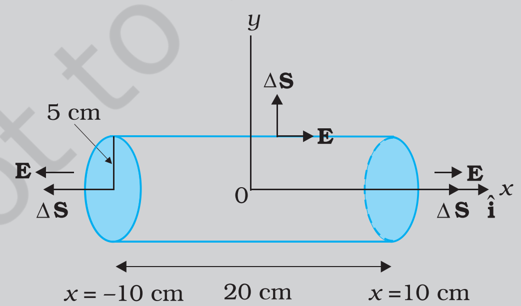
$$= +200 \times \pi\,(0.05)^2 = +1.57\ \text{N m}^2\ \text{C}^{-1}$$

دائیں رخ پر $\vec{E}$ اور $\Delta\vec{S}$ متوازی ہیں۔ اس لیے: $\phi_R = \vec{E}.\Delta\vec{S} = +1.57\ \text{N m}^2\ \text{C}^{-1}$

(b) استوانے کے ضلعی رخ کے کسی بھی نقطے پر $\vec{E}$، $\Delta\vec{S}$ پر عمود ہے، اس لیے $\vec{E}.\Delta\vec{S}=0$ اس لیے استوانے کے ضلعی رخ سے باہر نکلنے والا فلکس صفر ہے۔

(c) استوانے سے باہر کی سمت میں نکلنے والا کل فلکس؛

$$\phi = 1.57 + 1.57 + 0 = 3.14\ \text{N m}^2\ \text{C}^{-1}$$



شکل 1.28

(d) استوانے کے اندر کل چارج گاس کے قانون کے ذریعے معلوم کیا جا سکتا ہے۔ جس سے حاصل ہوتا ہے

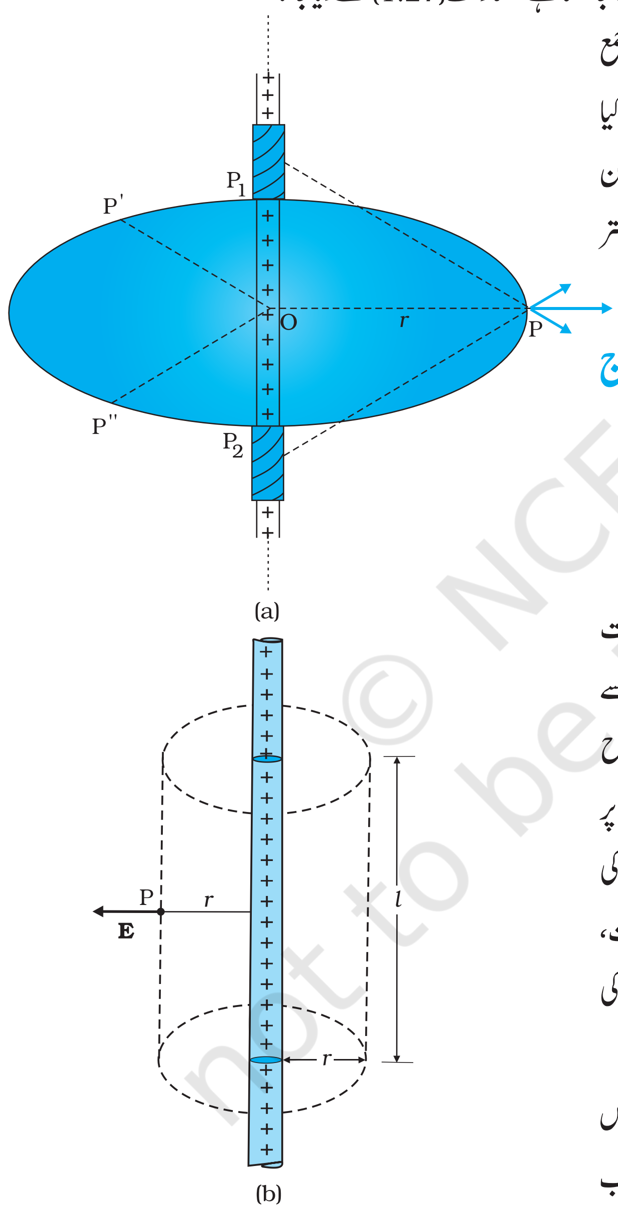
مثال 1.12

$$q = \varepsilon_0 \phi$$
$$= 3.14 \times 8.854 \times 10^{-12} C$$
$$= 2.78 \times 10^{-11} C$$

1.15 گاس کے قانون کے استعمال (Applications of Gauss's Law)

ایک عمومی چارج تقسیم کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان، جیسا کہ اوپر دیکھا جاسکتا ہے، مساوات (1.27) سے دیا جاتا ہے۔ عملی صورتوں میں، کچھ مخصوص صورتوں کے علاوہ، اس مساوات میں شامل جمع (یا تکملہ) کا عمل، فضا میں ہر نقطہ پر برقی میدان معلوم کرنے کے لیے، نہیں کیا جاسکتا۔ کچھ متشاکل چارج تشکیلوں کے لیے، گاس کا قانون استعمال کر کے آسان طریقے سے برقی میدان حاصل کیا جاسکتا ہے۔ اسے کچھ مثالوں کی مدد سے بہتر طور پر سمجھا جاسکتا ہے۔

1.15.1 ایک لامتناہی لمبائی والے، مستقیم، ہموار طور پر چارج شدہ تار کی وجہ سے برقی میدان (Field due to an infinitely long straight uniformly charged wire)



شکل 1.29 (a) ایک لامتناہی لمبائی کے پتلے مستقیم تار کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان نصف قطری ہے
(b) ہموار خطی چارج کی کثافت کے لمبے پتلے تار کے لیے گاس سطح

ایک لامتناہی لمبائی کا، پتلا مستقیم تار تصور کیجیے، جس کی ہموار خطی چارج کثافت λ ہے۔ تار ظاہر ہے کہ ایک تشاکل (سمٹری) کا محور ہے۔ فرض کیجیے ہم O سے P تک نصف قطری سمتیہ لیتے ہیں اور اسے تار کے گرد گھماتے ہیں۔ اس طرح سے حاصل ہوئے نقاط P، P'، P'' چارج شدہ تار کی مناسبت سے مکمل طور پر معادل (equivalent) ہیں۔ اس کا مطلب ہوا کہ ان نقاط پر برقی میدان کی عددی قدر، لازمی طور پر یکساں ہونی چاہیے۔ ہر نقطے پر برقی میدان کی سمت، لازمی طور پر، نصف قطری ہونا چاہیے (باہری سمت میں اگر $\lambda > 0$، اندر کی جانب اگر $\lambda < 0$)۔ یہ شکل 1.29 سے ظاہر ہوتا ہے۔

تار کے خطی اجزاء P_1 اور P_2 کا جوڑا لیجیے، جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔ اس جوڑے کے دونوں اجزاء کے ذریعے پیدا ہونے والے برقی میدانوں کو جب جوڑا جاتا ہے تو ایک ماحصل برقی میدان حاصل ہوتا ہے جو کہ نصف قطری ہے (جو اجزاء نصف قطری سمتیہ کے عمودی ہیں، تنسیخ ہو جاتے ہیں)۔ یہ ایسے کسی بھی جوڑے کے لیے صادق ہے اور اس لیے کسی بھی نقطہ P پر کل میدان نصف قطری ہے۔

آخر میں، کیونکہ تار کی لمبائی لا متناہی ہے، اس لیے برقی میدان تار کی لمبائی پر P کے مقام کے تابع نہیں ہے۔ مختصراً، اس لیے تار کو عمودی طور پر قطع کرنے والے مستوی میں ہر جگہ، برقی میدان نصف قطری ہے اور اس کی عددی قدر صرف نصف قطری فاصلے کے تابع ہے۔

میدان کی تحسیب کرنے کے لیے، ایک استوائی گاس سطح تصور کیجیے، جیسا کہ شکل (b)1.29 میں دکھایا گیا ہے۔ کیونکہ میدان ہر جگہ نصف قطری ہے، استوانی گاس سطح کے دونوں سروں سے گذرنے والا فلکس صفر ہے۔ سطح کے استوانی حصے پر، $\vec{E}$ سطح پر عمود ہے، اور اس کی عددی قدر مستقلہ ہے، کیونکہ عددی قدر صرف r کے تابع ہے۔ انحنائی حصے کا سطحی رقبہ $2\pi rl$ ہے جہاں l استوانے کی لمبائی ہے۔

گاس سطح سے گذرنے والا فلکس

= سطح کے انحنائی استوانی حصے سے گذرنے والا فلکس

$$= E \times 2\pi rl$$

سطح سے گھرا ہوا چارج کیونکہ λl کے مساوی ہے، اس لیے گاس کے قانون سے حاصل ہوتا ہے:

$$E \times 2\pi rl = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$\mathrm{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 \mathrm{r}}$$

سمتی شکل میں، کسی بھی نقطہ پر $\vec{E}$ دی جاتی ہے:

$$\vec{\mathrm{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 \mathrm{r}}\hat{\mathrm{n}} \qquad (1.32)$$

جہاں $\hat{n}$ نقطہ سے گذر رہے، تار پر عمود مستوی میں نصف قطری اکائی سمتیہ ہے۔ اگر λ مثبت ہے تو E باہر کی جانب ہے اور اگر λ منفی ہے تو $\vec{E}$ اندر کی جانب ہے۔

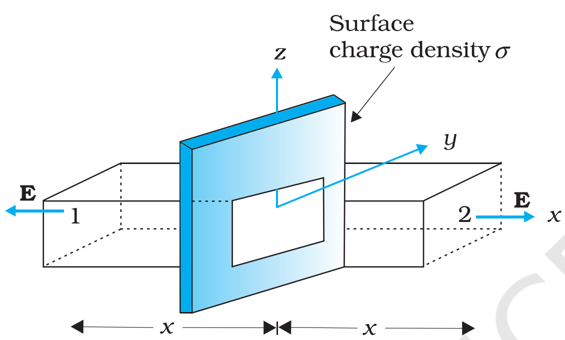
نوٹ کریں کہ جب ہم ایک سمتیہ $\vec{A}$ کو ایک عددیہ اور ایک اکائی سمتیہ کی ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں، یعنی کہ $\vec{A} = A\hat{a}$ تو عددیہ A ایک الجبریائی عدد ہوتا ہے۔ یہ منفی بھی ہوسکتا ہے اور مثبت بھی۔ $\vec{A}$ کی سمت وہی ہوگی جو اکائی سمتیہ $\hat{a}$ کی سمت ہے، اگر $A > 0$ ہو اور $\vec{A}$ کی سمت $\hat{a}$ کی مخالف ہوگی اگر $A < 0$۔ جب ہم غیر منفی قدروں تک محدود رہنا چاہتے ہیں تو ہم علامت $|\vec{A}|$ استعمال کرتے ہیں اور اسے $\vec{A}$ کا مقیاس کہتے ہیں۔ لہٰذا $|\vec{A}| \geq 0$

یہ بھی نوٹ کریں کہ ہم نے اوپر حالانکہ صرف سطح (λl) سے گھیرا گیا چارج ہی شامل کیا تھا، برقی میدان $\vec{E}$ پورے تار پر چارج کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان ہے۔ مزید، یہ مفروضہ کہ تار کی لمبائی لا متناہی ہے، نہایت اہم اور فیصلہ کن ہے۔ اس مفروضے کے بغیر، ہم $\vec{E}$ کو استوانی گاس سطح کے انحنائی حصے پر عمود نہیں لے سکتے۔ حالانکہ، مساوات (1.32) ایک لمبے تار کے مرکزی حصوں کے گرد برقی میدان کے لیے تقریباً صادق ہے، جہاں پر سروں کے اثرات (end effects) کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔

1.15.2 ایک لامتناہی مسطح ہموار طور پر برقیائی ہوئی چادر کی وجہ سے برقی میدان
(Field due to a uniformly Charged ifinite plane Sheet)

فرض کیجیے کہ ایک لامتناہی مسطح چادر کی ہموار سطحی چارج کثافت σ ہے (شکل 1.30) ہم x-محور کو دیے ہوئے مستوی پر عمود لیتے ہیں۔ تشاکل (سمٹری) کے ذریعے، برقی میدان Y اور Z کو آرڈی نیٹوں کے تابع نہیں ہوگا۔ اور ہر نقطہ پر اس کی سمت x-سمت کے متوازی ہونا لازمی ہے۔

ہم ایک مستطیل متوازی شش پہلو (rectangular parallelopiped) کو، جس کا تراشی رقبہ A (Crosssedional area) ہے، گاس سطح منتخب کر سکتے ہیں۔ (ایک استوانی سطح بھی منتخب کی جا سکتی ہے)۔ جیسا کہ شکل سے دیکھا جا سکتا ہے، صرف دو رخ، 1 اور 2، فلکس میں حصہ لیں گے۔ برقی میدانی خطوط باقی تمام رخوں کے متوازی ہیں اور اس لیے ان کا کل فلکس میں کوئی حصہ نہیں ہے۔



سطحی چارج کثافت σ

شکل 1.30 ایک ہموار چارج شدہ لامتناہی مسطح چادر کے لیے گاس سطح

سطح 1 پر عمود، اکائی سمتیہ x- سمت میں ہے، جب کہ سطح 2 پر عمود اکائی سمتیہ x+ سمت میں ہے اس لیے دونوں سطحوں سے گذرنے والے برقی فلکس $\mathrm{E}.\Delta\mathrm{S}$ مساوی ہیں اور آپس میں جڑ جاتے ہیں۔ اس لیے، گاس سطح سے گذرنے والا کل فلکس 2EA ہے۔ بند سطح سے گھرا ہوا چارج σA ہے۔

اس لیے گاس کے قانون سے

$$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\mathrm{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

یا سمتیہ شکل میں:

$$\vec{\mathrm{E}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\mathrm{n}} \qquad (1.33)$$

جہاں $\hat{\mathrm{n}}$ مستوی پر عمود اور اس سے باہر کی جانب، اکائی سمتیہ ہے۔

اگر σ مثبت ہو تو $\vec{\mathrm{E}}$ چادر سے باہر کی جانب ہے اور اگر σ منفی ہو تو چادر کی جانب ہے۔ نوٹ کریں کہ گاس کے قانون کے مندرجہ بالا استعمال سے ایک حقیقت اور سامنے آتی ہے: E، x کے بھی غیر تابع ہے۔

ایک متناہی (Finite) بڑی مسطح چادر کے لیے، مساوات (1.33) چادر کے درمیانی علاقوں کے لیے تقریباً درست ہے، جو کہ کناروں (سروں ends) سے دور ہیں۔

1.15.3 ایک ہموار طور پر چارج شدہ پتلے کروی خول کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان
(Field due to a uniformly charged Thin spherical shell)

فرض کیجیے کہ نصف قطر R کے ایک پتلے کروی خول کی ہموار سطحی چارج کثافت σ ہے (1.31)۔ یہ صورت واضح طور پر

* اس کا مقابلہ ہموار کمیت شیل سے کریں، جس سے درجہ XI کی طبیعات کی درسی کتاب کے حصہ 8.5 میں بحث کی گئی ہے۔

کروی تشاکل کی صورت ہے۔ باہر یا اندر، کسی بھی نطقہ P پر برقی میدان صرف r کے تابع ہوسکتا ہے (یعنی شیل کے مرکز سے نقطہ تک کے نصف قطری فاصلے کے تابع ہے) اور نصف قطری ہونا لازمی ہے (یعنی کہ نصف قطری سمتیہ کی جانب)

(i) شیل کے باہر میدان: شیل (خول) سے باہر ایک نقطہ P لیجیے، جس کا نصف قطری سمتیہ $\mathbf{r}$ ہے P پر $\mathbf{E}$ معلوم کرنے کے لیے، ہم گاس سطح کے بہ طور ایک کرہ منتخب کرتے ہیں، جس کا نصف قطر r ہے اور مرکز O ہے اور جو P سے گذر رہا ہے، دی ہوئی چارج تشکیل کی مناسبت سے، اس کرہ پر تمام نقطے مرادف (equivalent) ہوں گے۔ (ہمارا کروی تشاکل سے یہی مطلب ہوتا ہے)۔ اس لیے گاس سطح کے ہر نقطے پر برقی میدان کی عددی قدر E یکساں ہوگی اور ہر نقطہ پر برقی میدان کی سمت نصف قطری سمتیہ کی جانب ہوگی۔ اس لیے ہر نقطہ پر $\mathbf{E}$ اور $\Delta\mathbf{S}$ متوازی ہیں اور ہر جز سے گذرنے والا فلکس $E.\Delta S$ ہے۔ تمام ΔS پر جمع کرنے پر، گاس سطح سے گذرنے والا فلکس $E \times 4\pi r^2$ ہے۔ سطح سے گھرا ہوا چارج $\sigma \times 4\pi R^2$ ہے۔ گاس کے قانون سے

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} 4\pi R^2$$

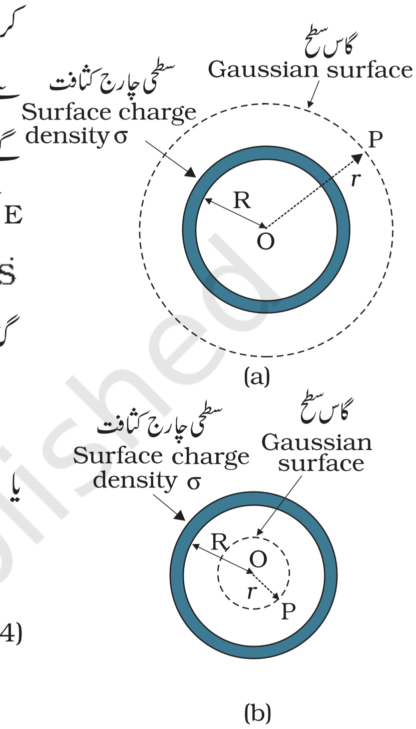
یا

$$E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

جہاں، $q = 4\pi R^2 \sigma$ کروی شیل پر کل چارج ہے۔ سمتیہ شکل میں

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (1.34)$$

اگر $q > 0$ ہو تو برقی میدان باہر کی جانب ہوگا اور اگر $q < 0$ ہو تو اندر کی جانب ہوگا۔ یہ لیکن قطعی وہی میدان ہے جو ایک مرکز O پر رکھے ہوئے چارج کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے۔ اس لیے شیل (خول) سے باہر کے نقاط کے لیے، ایک ہموار طور پر چارج شدہ شیل کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان ایسا ہوگا جیسے کہ شیل کا کل چارج اس کے مرکز پر مرتکز ہو۔



شکل 1.31: (a) $r < R$
(b) $r < R$ کے ایک نقطہ کے لیے گاس سطح

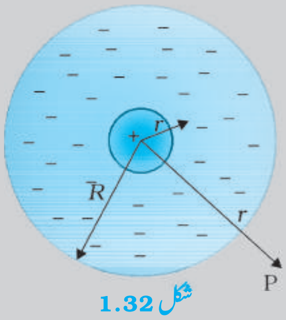
(ii) شیل کے اندر میدان: شکل 1.31(b) میں نقطہ P شیل کے اندر ہے۔ گاس سطح پھر ایک کرہ ہے، جس کا مرکز O ہے اور جو P سے گذر رہا ہے۔ گاس سطح سے گذرنے والا فلکس جیسا کہ پہلے حساب لگایا جا چکا ہے، $E \times 4\pi r^2$ ہے۔ لیکن اس صورت میں، گاس سطح کسی چارج کو گھیرے ہوئے نہیں ہے۔ اب گاس کے قانون سے حاصل ہوتا ہے:

$$E \times 4\pi r^2 = 0$$

$$E = 0 \quad (r < R) \qquad (1.35)$$

یعنی کہ، ایک ہموار طور پر چارج شدہ پتلے شیل کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان، شیل کے اندر ہر نقطہ پر صفر ہوگا۔ یہ اہم نتیجہ، گاس کے قانون کا براہِ راست ماحصل ہے جو کولمب کے قانون سے اخذ کیا جاتا ہے۔ اس نتیجہ کا تجرباتی ثبوت، کولمب کے قانون میں شامل $\frac{1}{r^2}$ انحصار کی تصدیق کر دیتا ہے۔

مثال 1.13: ایٹم کے ایک شروعاتی ماڈل میں یہ فرض کیا جاتا تھا کہ ایٹم میں چارج Ze کا ایک مثبت چارج شدہ نقطہ نیوکلیس ہوتا ہے، جو نصف قطر R تک منفی چارج کی ہموار کثافت سے گھرا ہوتا ہے۔ ایٹم مجموعی طور پر بے برق (Neutral) ہوتا ہے۔ اس ماڈل کے لیے، نیوکلیس سے r فاصلہ پر برقی میدان کتنا ہوگا؟



شکل 1.32

حل: ایٹم کے اس ماڈل کے لیے چارج تقسیم، شکل 1.32 میں دکھائی گئی تقسیم، جیسی ہے۔ نصف قطر R کی ہموار کروی چارج تقسیم میں کل منفی چارج Ze– ہونا لازمی ہے کیونکہ ایٹم [چارج Ze کا نیوکلیس + منفی چارج] بے برق ہے۔ اس سے ہمیں فوراً منفی چارج کثافت σ حاصل ہوجاتی ہے، کیونکہ ضروری ہے کہ

$$\frac{4\pi R^3}{3}\rho = 0 - Ze$$ یا

$$\rho = -\frac{3Ze}{4\pi R^3}$$

اس لیے نقطہ ρ پر، جو نیوکلیس سے فاصلہ r پر ہے، برقی میدان معلوم کرنے کے لیے، ہم گاس کا قانون استعمال کرتے ہیں۔ چارج کی تقسیم کے کروی تشاکل کی وجہ سے، برقی میدان $\vec{E}(\vec{r})$ کی عددی قدر صرف نصف قطری فاصلے کے تابع ہوگی، چاہے $\vec{r}$ کی کوئی بھی سمت ہو۔ برقی میدان کی سمت، نصف قطری سمتیہ $\vec{r}$ جو مبدے سے نقطہ P کی جانب ہے، کی جانب (یا اس کے مخالف) ہوگی۔ گاس سطح کے بہ طور ایک کروی سطح منتخب کرنا بالکل واضح ہے، جس کا مرکز نیوکلیس ہو۔ ہم دو صورتیں لیتے ہیں۔ یعنی $r < R$ اور $r > R$

(i) $r < R$: کروی سطح سے گھرا ہوا برقی فلکس ϕ ہے۔

$$\phi = E(r) \times 4\pi r^2$$

جہاں $E(r)$، r پر برقی میدان کی عددی قدر ہے۔ ایسا اس لیے ہے، کیونکہ کروی گاس سطح کے کسی بھی نقطہ پر برقی میدان کی سمت یکساں ہوگی جو کہ سطح پر وہاں عمود کی سمت ہوگی اور برقی میدان کی عددی قدر بھی سطح کے ہر نقطہ پر یکساں ہوگی۔

گاس سطح کے ذریعے گھرا ہوا چارج q، مثبت نیوکلیائی چارج اور نصف قطر r کے کرہ کے اندر منفی چارج ہے۔ یعنی کہ

$$q = Ze + \frac{4\pi r^3}{3}\rho$$

چارج کثافت ρ کے لیے پہلے حاصل کی گئی قدر رکھنے پر،

$$q = Ze - Ze\frac{r^3}{R^3}$$

اب گاس کے قانون سے حاصل ہوتا ہے

$$E(r) = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3}\right); \quad r < R$$

برقی میدان نصف قطری سمت میں باہر کی جانب ہے۔

(ii) $r > R$: اس صورت میں گاس سطح سے گھرا ہوا کل چارج صفر ہے، کیونکہ ایٹم بے برق ہے۔ اس لیے گاس کے قانون سے:

$$E(r) \times 4\pi r^2 = 0$$

یا $E(r) = 0; \quad r > R$

$r = R$ پر دونوں صورتوں سے یکساں نتیجہ حاصل ہوتا ہے $E = 0$

تشاکل کے عمل پر (On symmetry operations)

طبیعات میں اکثر ہمارا واسطہ ایسے نظاموں سے پڑتا ہے، جن میں مختلف تشاکلات ہوتے ہیں۔ ان تشاکلات کا ملاحظہ کرنے سے ہمیں ان نتائج کو جلد اخذ کر لینے میں مدد ملتی ہے، جنھیں ہم براہِ راست تحسیب کے ذریعے حاصل کرتے تو زیادہ وقت لگتا۔ مثال کے طور پر ایک ہموار چارج کی لامتناہی چادر لیجیے (سطحی چارج کثافت σ) جو مستوی میں ہے۔ یہ نظام تبدیل نہیں ہوتا اگر (a) اسے y-z مستوی کے متوازی، کسی بھی سمت میں منتقل کر دیا جائے (b) x-محور کے گرد کسی بھی زاویہ سے گھما دیا جائے۔ کیونکہ نظام ایسے تشاکلی عملوں (Symmetry Operations) کے تحت تبدیل نہیں ہوتا تو اسکی خاصیتیں بھی لازمی طور پر تبدیل نہیں ہونا چاہئیں۔ خاص طور پر، اس مثال میں، برقی میدان $\vec{E}$ بھی لازمی طور پر تبدیل نہیں ہوگا۔

y-محور پر انتقالی تشاکل (Translation Symmetry) ظاہر کرتا ہے کہ نقطہ $(0, y_1, 0)$ اور نقطہ $(0, y_2, 0)$ پر برقی میدان، لازمی طور پر مساوی ہونا چاہیے۔ اسی طرح، z-محور پر انتقالی تشاکل ظاہر کرتا ہے کہ دو نقطوں $(0, 0, z_1)$ اور $(0, 0, z_2)$ پر برقی میدان لازماً یکساں ہوگا۔ x-محور کے گرد گردشی تشاکل (rotation Symmetry) کو استعمال کر کے ہم نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ برقی میدان $\vec{E}$، y-z مستوی کی عمودی سمت میں ہونا لازمی ہے۔ یعنی کہ اسے x-محور کے متوازی ہونا لازمی ہے۔

اب ایک ایسے تشاکل کو سوچنے کی کوشش کیجیے، جس کی مدد سے آپ بتا سکیں کہ برقی میدان کی عددی قدر ایک مستقلہ ہے، x- کو آرڈی نیٹ کے تابع نہیں ہے۔ اس طرح یہ سامنے آتا ہے کہ ایک ہموار طور پر برقیائی ہوئی لامتناہی ایصالی چادر کے برقی میدان کی عددی قدر فضا میں ہر نقطہ پر یکساں ہوتی ہے۔ ہاں چادر کے دونوں طرف، میدان کی سمت ایک دوسرے کے مخالف ہوگی۔

اس کا مقابلہ اس کوشش سے کریں جو آپ کو یہی نتیجہ کولمب کا قانون استعمال کر کے براہِ راست تحسیب کے ذریعے حاصل کرنے میں کرنا پڑی تھی۔

خلاصہ

1۔ برقی اور مقناطیسی قوتیں، ایٹموں، مالیکیولوں اور مادہ کے حجمی مادہ (Bulk Matter) کی خاصیتیں متعین کرتی ہیں۔

2۔ رگڑ برق (Frictional electricity) پر کیے گئے سادہ تجربوں سے ہم اخذ کرسکتے ہیں کہ قدرت میں چارج کی دوقسمیں پائی جاتی ہیں اور یہ کہ یکساں چارج ایک دوسرے کو دفع کرتے ہیں اور غیر یکساں چارج ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں۔ قرارداد کے مطابق، سِلک سے رگڑی گئی شیشہ کی چھڑ کے چارج کو مثبت مانا جاتا ہے اور فر (کھال) سے رگڑی گئی پلاسٹک کی چھڑ کے چارج کو منفی مانا جاتا ہے۔

3۔ موصل اپنے اندر برقی چارجوں کو حرکت کرنے دیتے ہیں جب کہ حاجز ایسا نہیں کرتے۔ دھاتوں میں متحرک چارج الیکٹران ہوتے ہیں۔ برق پاشی میں مثبت اور منفی، دونوں قسم کے آئن متحرک ہوتے ہیں۔

4۔ برقی چارج کی تین بنیادی خاصیتیں ہیں: کوانٹم سازی، جمع پذیری (Additrvity) اور بقا

برقی چارج کی کوانٹم سازی کا مطلب ہے ایک جسم کا کل چارج q ہمیشہ چارج کے ایک بنیادی کوانٹم (e) کا صحیح عدد ضعف (Integral mulhple) ہوگا، یعنی کہ: $q=ne$ جہاں، $n = 0, \pm1, \pm2, \pm3$ پروٹان اور الیکٹران کے چارج، حسبِ ترتیب، $(+e)$ اور $(-e)$ ہیں۔ کلاں چارجوں کے لیے، جن کے لیے n ایک بہت بڑا عدد ہے، چارج کی کوانٹم سازی کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔

برقی چارجوں کی جمع پذیری (Additivity) سے مطلب ہے کہ ایک نظام کا کل چارج، نظام کے تمام انفرادی چارجوں کا الجبرائی حاصلِ جمع ہے (یعنی کہ وہ حاصلِ جمع جس میں مناسب علامتوں کا لحاظ رکھا گیا ہو)۔

برقی چارج کی بقا کا مطلب ہے کہ ایک جدا کیے ہوئے نظام کا کل چارج وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتا۔ اس کا مطلب ہوا کہ جب اجسام رگڑ کے ذریعے برقیائے (چارج کیے) جاتے ہیں، تو ایک جسم سے دوسرے جسم پر چارج کی منتقلی ہوتی ہے۔ کوئی چارج نہ ہی تخلیق (create) ہوتا ہے اور نہ فنا (Destroy) ہوتا ہے۔

5۔ کولمب کا قانون: دو نقطہ چارجوں، q_1 اور q_2 کے درمیان باہمی برق سکونی قوت، حاصلِ ضرب q_1q_2 کے راست متناسب اور ان کے درمیانی فاصلے r_{21} کے مربع کے مقلوب متناسب ہے۔ ریاضیاتی شکل میں

$$F_{21} = q_1 \text{ کی وجہ سے } q_2 \text{ پر لگ رہی قوت } = \frac{k\ (q_1q_2)}{r_{21}^2}\ \hat{r}_{21}$$

جہاں $\hat{r}_{21}$، q_1 سے q_2 کی سمت میں ایک اکائی سمتیہ ہے اور $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ متناسبیت کا مستقلہ ہے۔

SI اکائی میں، چارج کی اکائی کولمب ہے، ε_0 کی تجربہ کے ذریعے معلوم کی گئی قدر ہے:

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$$

k کی نزدیکی قدر ہے $\quad k = 9 \times 10^9\ Nm^2C^{-2}$

6۔ ایک الیکٹران اور پروٹان کے درمیان برقی قوت اور مادی کشش قوت کی نسبت ہے۔

$$\frac{k\,e^2}{G\;\;m_e m_p} \cong 2.4 \times 10^{39}$$

7۔ انطباق کا اصول: یہ اصول اس خاصیت پر منحصر ہے کہ وہ قوتیں جن سے دو چارج ایک دوسرے کو کشش یا دفع کرتے ہیں، ایک تیسرے (یا اور زیادہ) مزید چارج (چارجوں) کی موجودگی سے متاثر نہیں ہوتیں۔ چارجوں کے ایک اجتماع: $q_1, q_2, q_3, \ldots$ کے لیے کسی بھی چارج، فرض کیا q_1 پر لگ رہی قوت، q_1 پر q_2 کی وجہ سے لگ رہی قوت q_1 پر q_3 کی وجہ سے لگ رہی قوت، اور اسی طرح اور، کا سمتیہ حاصلِ جمع ہے۔ ہر جوڑے کے لیے، قوت، پہلے بیان کیے جا چکے دو چارجوں کے کولمب کے قانون کے ذریعے دی جاتی ہے۔

8۔ ایک چارج تشکیل کی وجہ سے ایک نقطہ پر پیدا ہونے والا برقی میدان، اس نقطے پر رکھے گیے ایک چھوٹے مثبت ٹیسٹ چارج پر لگ رہی قوت اور چارج کی مقدار کا حاصلِ تقسیم ہے۔ ایک نقطہ چارج q کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کی عددی قدر $\frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ ہے۔ اگر q مثبت ہے تو اس کی سمت نصف قطری باہر کی جانب ہے اور اگر q منفی ہے تو برقی میدان کی سمت، نصف قطری اندر کی جانب ہے۔ کولمب قوت کی طرح برقی میدان بھی انطباق کے اصول کو مطمئن کرتا ہے۔

9۔ ایک برقی میدانی خط منحنی ہے جو اس طرح کھینچا جاتا ہے کہ منحنی کے ہر نقطہ پر کھینچا گیا مماس، اس نقطہ پر برقی میدان کی سمت دیتا ہے۔ میدانی خطوط کی اضافی نزدیکی (قریب قریب ہونا) مختلف نقاط پر برقی میدان کی اضافی طاقت کی نشاندہی کرتی ہے۔ طاقت ور میدانوں کے علاقے میں میدانی خطوط ایک دوسرے کے پاس پاس ہو جاتے ہیں اور جن علاقوں میں برقی میدان کمزور ہوتا ہے وہاں یہ خطوط ایک دوسرے سے فاصلے پر ہوتے ہیں، جن کے درمیان مساوی فاصلہ ہوتا ہے۔

10۔ میدانی خطوط کی کچھ اہم خصوصیات ہیں: (i) میدانی خطوط، مسلسل منحنی ہیں، جو کہیں ٹوٹتے نہیں ہیں۔ (i) دو میدانی خطوط ایک دوسرے کو قطع نہیں کر سکتے (iii) برق۔سکونی میدانی خطوط، مثبت چارجوں سے شروع ہوتے ہیں اور منفی چارجوں پر ختم ہوتے ہیں۔ یہ بند حلقے (Closed lesps) نہیں تشکیل دے سکتے۔

11۔ ایک برقی دو قطبی مساوی اور مخالف چارجوں q اور q- کا ایک جوڑا ہے، جن کا درمیانی فاصلہ 2a ہے۔ اس کے دو قطبی معیارِ اثر سمتیہ $\vec{P}$ کی عددی قدر 2qa ہے اور اس کی سمت q- سے q کی جانب دو قطبی محور کی سمت میں ہے۔

12۔ اس کے استوائی مستوی میں، ایک برقی دو قطبی کا میدان (یعنی کہ اس مستوی میں، جو اس کے مرکز سے گذرتا ہے اور اس کے محور پر عمود ہے) مرکز سے r فاصلے پر ہے۔

$$\vec{E} = \frac{-\vec{P}}{4\,\pi\varepsilon_0}\;\frac{1}{(a^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$\cong \frac{-\vec{P}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad (r >> a \text{ کے لیے})$$

مرکز سے فاصلہ r پر محور پر ایک دو قطبی کا برقی میدان

$$\vec{E} = \frac{2\vec{P}r}{4\pi\varepsilon_0 (r^2 - a^2)^2}$$

$$\cong \frac{2\vec{P}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad (r >> a \text{ کے لیے})$$

دو قطبی کے برقی میدان کا $\frac{1}{r^3}$ پر انحصار نوٹ کریں، جو کہ ایک نقطہ چارج کے برقی میدان کے $\frac{1}{r^2}$ پر انحصار سے مختلف ہے۔

13۔ ایک ہموار برقی میدان $\vec{E}$ میں، ایک دو قطبی پر ایک قوت گردشہ $\vec{\tau}$ لگتا ہے، جو دیا جاتا ہے۔ $\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$ لیکن دو قطبی پر کوئی کل قوت نہیں لگتی۔

14۔ ایک چھوٹے رقبہ $\Delta\vec{S}$ سے گذرنے والے برقی میدان $\vec{E}$ کا فلکس $\Delta\phi$ دیا جاتا ہے۔

$$\Delta\phi = \vec{E}.\Delta\vec{s}$$

سمتیہ رقبہ جز $\Delta\vec{S}$ ہے: $\Delta\vec{s} = \Delta S\,\hat{n}$

جہاں ΔS رقبہ جز کی عددی قدر ہے اور $\hat{n}$ رقبہ جز پر عمود کی سمت میں اکائی سمتیہ ہے۔ کافی مختصر $\Delta\vec{S}$ کو مسطح مانا جا سکتا ہے۔ ایک بند سطح کے رقبہ جز کے لیے، $\hat{n}$ کو باہری عمود کی سمت میں قرارداد کے مطابق، لیا جاتا ہے۔

15۔ گاس کا قانون: کسی بند سطح S سے گذرنے والا برقی میدان کا فلکس، $\frac{1}{\varepsilon_0}$ اور S کے ذریعے گھیرے گئے کل چارج کا حاصلِ ضرب ہے۔ یہ قانون ان صورتوں میں برقی میدان $\vec{E}$ معلوم کرنے میں خاص طور سے کارآمد ہے جب چارج تقسیم میں کوئی سادہ تشاکل ہو۔

(i) ایک پتلے، لا متناہی لمبائی کے مستقیم تار، جس کی ہموار خطی چارج کثافت λ ہے، کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{n}$$

جہاں r نقطہ کا تار سے عمودی فاصلہ ہے اور $\hat{n}$ نقطہ سے گذرنے والے اور تار پر عمود مستوی میں نصف قطری اکائی سمتیہ ہے۔

ہموار سطحی چارج کثافت σ کی لا متناہی، پتلی مسطح چادر کے لیے:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$$

جہاں $\hat{n}$ مستوی پر عمود اکائی سمتیہ ہے اور دونوں طرف باہر کی جانب ہے۔

(ii) ہموار سطحی چارج کثافت σ کے پتلے کروی خول کے لیے:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \qquad (r \geq R)$$

$$\vec{E} = 0 \qquad (r < R)$$

جہاں r شیل کے مرکز سے نقطہ کا فاصلہ ہے اور R شیل کا نصف قطر ہے۔ q شیل کا چارج ہے: $q = 4\pi R^2\sigma$ شیل کے باہر برقی میدان ایسا ہے، جیسے کہ کل چارج مرکز پر مرتکز ہو۔ یہی نتیجہ ہموار حجمی چارج کثافت کے ٹھوس کرے کے لیے بھی درست ہے۔ شیل کے اندر تمام نقاط پر برقی میدان صفر ہے۔

طبعی مقدار	علامت	ابعاد	اکائی	ریمارک
رقبہ جز سمتیہ	$\Delta\vec{S}$	$[L^2]$	m^2	$\Delta\vec{S} = \Delta S\,\hat{n}$
برقی میدان	$\vec{E}$	$[MLT^{-3}A^{-1}]$	$V\,m^{-1}$	
برقی فلکس	ϕ	$[ML^3\,T^{-3}A^{-1}]$	$V\,m$	$\Delta\phi = \vec{E}.\Delta\vec{S}$
دو قطبی معیارِ اثر	$\vec{P}$	$[LTA]$	$C\,m$	منفی سے مثبت
چارج کثافت:				چارج کی جانب سمتیہ
خطی	λ	$[L^{-1}\,TA]$	$C\,m^{-1}$	چارج / لمبائی
سطحی	σ	$[L^{-2}\,TA]$	$C\,m^{-2}$	چارج / رقبہ
حجمی	ρ	$[L^{-3}\,TA]$	$C\,m^{-3}$	چارج / حجم

قابلِ غور نکات

1۔ آپ کو شاید حیرت ہوتی ہو کہ سب پروٹان، جن پر مثبت چارج ہوتا ہے، نیوکلیس کے اندر مختصر سی جگہ میں کیسے یکجا رہتے ہیں۔ وہ نیوکلیس سے باہر کیوں نہیں چلے جاتے؟ آپ آئندہ سیکھیں گے کہ بنیادی قوتوں کی ایک تیسری قسم بھی ہے جو طاقت ور قوت (Strong force) کہلاتی ہے، اور یہ تیسری قوت انھیں آپس میں باندھے رکھتی ہے۔ لیکن فاصلہ کی وہ وسعت، جس میں یہ تیسری قوت موثر ہوتی ہے، بہت چھوٹی ہے $\sim 10^{-14}$ جو کہ قطعی طور پر نیوکلیس کا سائز ہے، مزید یہ کہ الیکٹرانوں کو پروٹانوں کے اوپر آسکنے کی اجازت نہیں ہوتی، یعنی کہ نیوکلیس کے اندر۔ ایسا کوانٹم میکانیات کے قوانین کی وجہ سے ہوتا ہے۔ اس طرح سے ایٹموں کو وہ ساخت ملتی ہے، جس کے ساتھ وہ قدرت میں پائے جاتے ہیں۔

2۔ کولمب قوت اور مادی کشش قوت دونوں پر یکساں مقلوب۔ مربع قانون لاگو ہوتا ہے۔ لیکن مادی کشش قوت کی صرف ایک علامت ہوتی ہے (ہمیشہ کششی)، جب کہ اسی قانون کے مطابق کولمب قوت کی دونوں علامتیں ہوسکتی ہیں (کششی اور دفاعی)۔ جس کی وجہ سے برقی قوتوں کی آپس میں تنسیخ بھی ہوسکتی ہے۔ یہی وجہ ہے کہ مادی کشش قوت، مقابلتاً ایک بہت کمزور قوت ہونے کے باوجود بھی قدرت میں

زیادہ موثر اور زیادہ سرایت پذیر قوت ہے۔

3۔ کولمب کے قانون میں، متناسبیت کا مستقلہ k کولمب کا قانون استعمال کرتے ہوئے، چارج کی اکائی معرف کرنے کے لیے، اپنی پسند سے منتخب کیا جاسکتا ہے۔ حالانکہ SI اکائی میں، جسے معرف کیا جاتا ہے وہ کرنٹ کی اکائی (A) ہے، جسے اس کے مقناطیسی اثر (ایمپیر کا قانون) کی مدد سے معرف کرتے ہیں۔ اور چارج کی اکائی (کولمب) صرف IC=IAs کے ذریعے معرف کی جاتی ہے۔ اس صورت میں k کی قدر اختیاری نہیں رہتی، یہ تقریباً $9 \times 10^9\ \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}}$ ہے

4۔ k کی اتنی بڑی قدر، یعنی کہ برقی اثرات کے نقطہ سے چارج کی اکائی (IC) کا اتنا بڑا سائز اس لیے حاصل ہوتا ہے، کیونکہ (جیسا کہ 3 میں بتایا گیا ہے) چارج کی اکائی کو مقناطیسی قوتوں (کرنٹ بردار تاروں پر لگ رہی قوتوں) کی شکل میں معرف کیا جاتا ہے، جو کہ عام طور پر برقی قوتوں کے مقابلے میں بہت کمزور ہوتی ہیں۔ اس لیے جب کہ 1 ایمپیر کی اکائی مقناطیسی اثرات کے لیے مناسب سائز کی اکائی ہے، IC=IAs، برقی اثرات کے لیے بہت زیادہ بڑی اکائی ہے۔

5۔ چارج کی جمع پذیری کی خاصیت ایک واضح خاصیت نہیں ہے۔ یہ اس حقیقت سے منسلک ہے کہ برقی چارج سے کوئی سمت منسلک نہیں ہوتی۔ برقی چارج ایک عددیہ مقدار ہے۔

6۔ چارج صرف گردش کے تحت ایک غیر سمتیہ (یا غیر متغیرہ) مقدار ہی نہیں ہے، یہ اضافی حرکت (relative motion) میں حوالہ فریموں (Frames of reference) کے لیے بھی غیر متغیرہ ہے۔ یہ بات ہر عددیہ مقدار کے لیے ہمیشہ درست نہیں ہوتی۔ مثلاً حرکی توانائی، گردش کے تحت، ایک عددیہ مقدار ہے لیکن اضافی حرکت کرتے ہوئے حوالہ فریموں کے لیے غیر متغیرہ (Invariant) نہیں ہے۔

7۔ ایک جدا کیے ہوئے نظام کے کل چارج کی بقا کی خاصیت، نکتہ 6 میں بیان کی گئی چارج کی عددیہ طبع کے تابع نہیں ہے۔ بقا کا مطلب ہوتا ہے، دیے ہوئے حوالہ فریم میں وقت کے ساتھ غیر متغیر ہوتا۔ ایک مقدار ہوسکتا ہے عددیہ ہو لیکن اس کی بقا نہ ہوتی ہو (جیسے ایک جدا کیے ہوئے نظام کا گردشی معیارِ حرکت)۔

8۔ برقی چارج کی کوانٹم سازی قدرت کا ایک بنیادی (غیر وضاحت شدہ) قانون ہے۔ دلچسپ بات یہ ہے کہ کمیت کی کوانٹم سازی، کے لیے کوئی مماثل قانون نہیں ہے۔

9۔ انطباق کے اصول کو بھی واضح نہیں سمجھنا چاہیے اور نہ ہی اسے سمتیوں کے جوڑنے کے قانون کے مساوی سمجھنا چاہیے۔ یہ اصول دو باتیں کہتا ہے: ایک چارج پر دوسرے چارج کی وجہ سے لگ رہی قوت، چارجوں کی موجودگی سے متاثر نہیں ہوتی اور کوئی مزید تین جسم، چار، جسم، وغیرہ قوتیں نہیں ہیں، جو صرف

اس وقت پیدا ہوتی ہیں جب دو سے زیادہ چارج ہوں۔

10۔ ایک مجرد چارج تقسیم کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کی تعریف مجرد چارجوں کے مقامات پر نہیں کی جاسکتی۔ایک مسلسل حجمی چارج تقسیم کے لیے، برقی میدان کی تعریف تقسیم میں کسی بھی نقطہ پر کی جاسکتی ہے۔ایک سطحی چارج تقسیم کے لیے، برقی میدان سطح کے اطراف غیر مسلسل ہے۔

11۔ ایک ایسی چارج تشکیل کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان جس کا کل چارج صفر ہو، صفر نہیں ہوتا، بلکہ ایسے فاصلوں کے لیے جو چارج تشکیل کے سائز کے مقابلے میں بہت بڑے ہیں، اس تشکیل کا میدان، واحد چارج کی وجہ سے پیدا ہونے والے میدان کے لیے خاص $\frac{1}{r^2}$ سے زیادہ تیزی سے کم ہوتا ہے۔ ایک برقی دو قطبی اس کی سادہ ترین مثال ہے۔

مشق

1.1۔ دو چھوٹے برقیائے ہوئے کروں کے درمیان کیا برقی قوت ہوگی، جن کے چارج $2 \times 10^{-7}C$ اور $3 \times 10^{-7}C$ ہیں اور جو، ہوا میں ایک دوسرے سے 30 سینٹی میٹر کے فاصلے پر رکھے ہیں۔

1.2۔ ہوا میں رکھے ہوئے $0.4\mu C$ چارج کے ایک چھوٹے کرہ پر $-0.8\mu C$ چارج کے ایک دوسرے چھوٹے کرے کی وجہ سے لگ رہی قوت $0.2 N$ ہے۔ (a) دونوں کروں کے درمیان فاصلہ کتنا ہے؟ (b) دوسرے کرہ پر پہلے کرہ کی وجہ سے لگ رہی قوت کتنی ہے؟

1.3۔ جانچ کیجیے کہ نسبت $\frac{ke^2}{G\, m_e m_p}$ غیر ابعادی ہے۔ طبعی مستقلوں کے ایک جدول کی مدد سے اس نسبت کی قدر معلوم کیجیے۔ یہ نسبت کیا ظاہر کرتی ہے؟

1.4۔ (a) اس بیان کے مطلب کی وضاحت کیجیے! ایک جسم کے برقی چارج کی کوانٹم سازی ہوتی ہے۔
(b) کلاں (macroscopic)، یعنی کہ بڑے پیمانے کے چارجوں میں ہم برقی چارج کی کوانٹم سازی کو کیوں نظر انداز کر سکتے ہیں؟

1.5۔ جب ایک شیشے کی چھڑ کو سلک کے کپڑے سے رگڑا جاتا ہے تو دونوں پر چارج آجاتے ہیں۔ اسی قسم کا مظہر اجسام کے کئی دوسرے جوڑوں میں بھی دیکھا جاتا ہے۔ وضاحت کیجیے کہ یہ مشاہدہ، چارج کی بقا کے قانون سے کس طرح ہم آہنگ ہے۔

1.6۔ 10 cm ضلع کے ایک مربع ABCD کی راسوں پر چار نقطہ چارج: $q_A = 2\mu C$، $q_B = -5\mu C$، $q_c = 2\mu C$، $q_D = -5\mu C$ رکھے ہوئے ہیں۔ مربع کے مرکز پر رکھے ہوئے $1\mu C$ پر کتنی قوت

لگے گی؟

1.7۔ (a) ایک برقی سکونی۔میدانی خط ایک مسلسل منحنی ہے۔یعنی کہ ایک برقی خط اچانک ٹوٹ نہیں سکتا۔کیوں نہیں؟

(b) وضاحت کیجیے کہ دو میدانی خطوط کبھی بھی، کسی نقطہ پر بھی، ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے۔

1.8۔ دو نقطہ چارج: $q_A = 3\mu C$ ، $q_B = -3\mu C$ خلاء میں ایک دوسرے سے 20cm فاصلے پر رکھے ہیں۔

(a) دونوں چارجوں کو ملانے والے خط AB کے وسطی نقطہ O پر برقی میدان کیا ہوگا؟

(b) اگر اس نقطہ پر 1.5×10^{-9} C عددی قدر کا ایک منفی ٹیسٹ چارج رکھا جائے تو اس ٹیسٹ چارج پر کتنی قوت لگے گی؟

1.9۔ ایک نظام دو چارجوں، $q_A = 2.5 \times 10^{-7}$ C اور $q_B = -2.5 \times 10^{-7}$ C پر مشتمل ہے جو، بالترتیب نقطہ A: (0, 0, –15 cm) اور نقطہ B: (0,0, +15 cm) پر رکھے ہوئے ہیں۔ اس نظام کے کل چارج اور برقی دو قطبی معیارِ اثر کیا ہیں؟

1.10۔ ایک برقی دو قطبی، جس کا دو قطبی معیارِ اثر 4×10^{-9}C ہے، 5×10^{4} NC^{-1}. عددی قدر کے ہموار برقی میدان کی سمت سے 30^{0} کا زاویہ بناتا ہے۔دو قطبی پر لگ رہے قوت گردشہ کی عددی قدر کا حساب لگائیے۔

1.11۔ ایک پالی تھین کے ٹکڑے کو جب اون سے رگڑا جاتا ہے تو اس پر 3×10^{-7} C کا منفی چارج پایا جاتا ہے۔

(a) منتقل ہونے والے الیکٹرانوں کی تعداد کا تخمینہ لگائیے (منتقلی کس سے کس پر ہوئی؟)

(b) کیا اون سے پالی تھین پر کمیت کی منتقلی بھی ہوگی؟

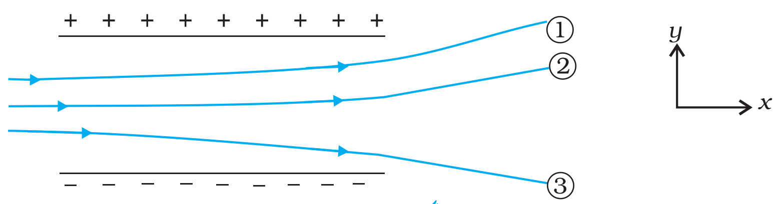
1.12۔ (a)۔دو حاجز کیے ہوئے (insulated) چارج شدہ تانبہ کے کروں A اور B کے مرکزوں کے درمیان 50cm فاصلہ ہے۔ان کے درمیان برق سکونی دفاع کی قوت کیا ہوگی، اگر ان میں سے ہر ایک پر 6.5×10^{-7} C چارج ہو؟ A اور B کے نصف قطر، ان کے درمیان فاصلے کے مقابلے میں نظرانداز کیے جاسکتے ہوں۔

(b) اگر ہر کرہ پر (a) میں دیے ہوئے چارج سے دگنا چارج کردیا جائے اور درمیانی فاصلے کو آدھا کردیا جائے تو دفاع کی قوت کیا ہوگی؟

1.13۔ فرض کیجیے کہ مشق 1.12 کے کروں کے سائز متماثل (identical) ہیں۔ایک یکساں سائز کا تیسرا کرہ، جو چارج کیا ہوا نہیں ہے، پہلے کرہ سے تماس میں لایا جاتا ہے، پھر دوسرے کرہ سے تماس میں لایا جاتا ہے اور

پھر اسے ہٹا لیا جاتا ہے۔ A اور B کے درمیان نئی قوت دفع کیا ہوگی؟

1.14۔ شکل 1.33 میں تین چارج شدہ ذرات کے ایک ہموار برق سکونی میدان میں حرکت خط دکھائے گئے ہیں۔ تینوں چارجوں کی علامتیں بتائیے۔ کس ذرہ کی چارج سے کمیت کی نسبت سب سے زیادہ ہے؟



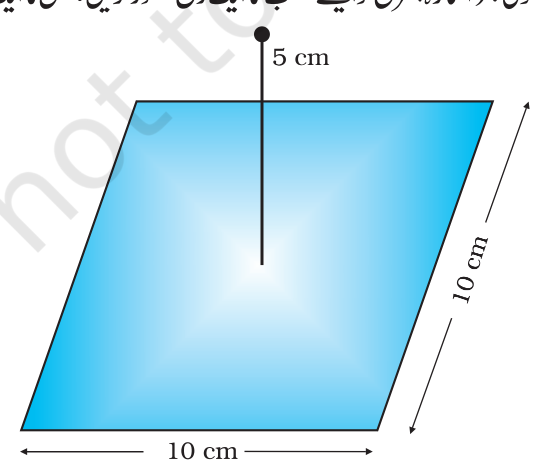
شکل 1.33

1.15۔ ایک ہموار برقی میدان: $\vec{E} = 3 \times 10^3\ \hat{i}$ N/C لیجیے۔ (a) اس میدان کا 10 cm کے مربع کے اس ضلع سے گذرنے والا فلکس کیا ہوگا، جس کا مستوی yz مستوی کے متوازی ہے (b) اسی مربع سے گذرنے والا فلکس کیا ہوگا، اگر اس کے مستوی پر عمود x-محور سے 60^0 کا زاویہ بناتا ہے؟

1.16۔ مشق 1.15 کے ہموار برقی میدان کا 20 cm ضلع کے مکعب سے گذرنے والا کل فلکس کیا ہوگا جب کہ مکعب کی تشریق اس طرح کی گئی ہے کہ اس کے رخ، کو آرڈی نیٹ مستویوں کے متوازی ہیں؟

1.17۔ ایک سیاہ بکس کی سطح پر احطیاط کے ساتھ کی گئی برقی میدان کی پیمائش ظاہر کرتی ہے کہ بکس کی سطح سے کل باہر کی جانب فلکس $8.0 \times 10^3\ Nm^2/C^{-1}$ ہے۔ (a) بکس کے اندر کل چارج کتنا ہے (b) اگر بکس کی سطح سے باہر کی جانب کل فلکس صفر ہو تو کیا آپ اخذ کر سکتے ہیں کہ بکس کے اندر کوئی چارج نہیں ہیں؟ ہاں تو کیوں اور نہیں تو کیوں؟

1.18۔ $+10\ \mu C$ کا ایک نقطہ چارج، 10cm ضلع کے ایک مربع کے مرکز کے بالکل اوپر کی جانب 1.5 cm کے فاصلے پر ہے، جیسا کہ شکل 1.34 میں دکھایا گیا ہے۔ مربع سے گذرنے والے برقی فلکس کی عددی قدر کیا ہوگی؟ (اشارہ: مربع کو ایسے معکب کا ایک رخ تصور کریں، جس کا ایک ضلع 10 cm ہے۔)



شکل 1.34

1.19 ۔ $2.0\ \mu C$ کا ایک نقطہ چارج، 9cm کنارے کی مکعب نما گاس سطح کے مرکز پر ہے۔ سطح سے گذرنے والا کل برقی فلکس کیا ہے؟

1.21 ۔ 10 cm نصف قطر کے ایک ایصالی کرہ پر ایک نامعلوم چارج ہے۔ اگر کرہ کے مرکز سے 20 cm فاصلے پر برقی میدان کی عددی قدر $1.5 \times 10^{3} N/C$ ہے اور برقی میدان نصف قطری سمت میں اندر کی جانب ہے، تو کرہ پر کل چارج کیا ہے؟

1.22 ۔ ایک 2.4m قطر کے ہموار طور پر چارج شدہ ایصالی کرہ کی سطحی چارج کثافت $80.0\ \mu C/m^{2}$ ہے (a) کرہ پر چارج معلوم کیجیے۔ (b) کرہ کی سطح سے باہر نکلنے والا کل برقی فلکس کتنا ہے؟

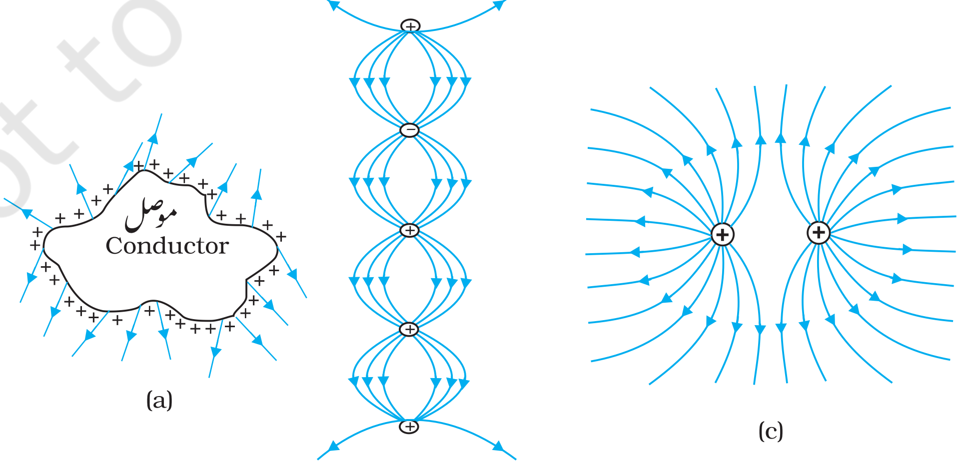
1.23 ۔ ایک لامتناہی خطی چارج، 2 cm کے فاصلے پر $9 \times 10^{4} N/C$ کا برقی میدان پیدا کرتا ہے۔ خطی چارج کثافت معلوم کیجیے۔

1.24 ۔ دو بڑی، پتلی دھاتی چادریں ایک دوسرے کے متوازی ہیں اور ایک دوسرے کے نزدیک رکھی ہوئی ہیں۔ ان کے اندونی رخوں پر سطحی چارج کثافتیں مخالف علامتوں کی ہیں اور ان کی عددی قدر $17.0 \times 10^{-22}\ C/m^{2}$ ہے۔ E کیا ہے؟ (a) پہلی چادر کے باہری علاقے میں (b) دوسری چادر کے باہری علاقے میں (c) دونوں چادروں کے درمیانی علاقے میں۔

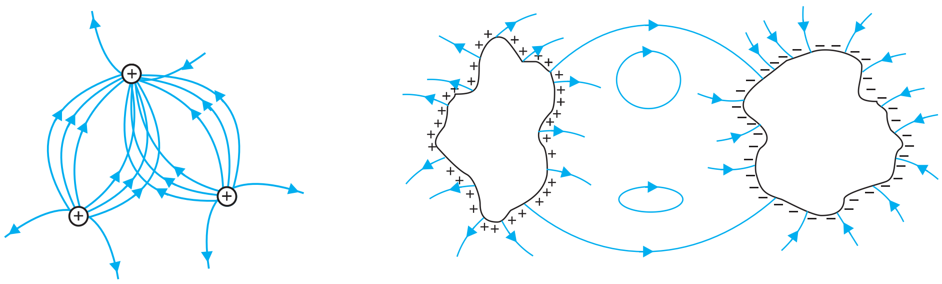
اضافی مشقیں

1.25 12 اضافی الیکٹرانوں کے ایک تیل کے قطرے کو $2.55 \times 10^{4}\ NC^{-1}$ کے برقی میدان میں، (ملیکن کا تیل قطرہ تجربہ) ساکت رکھا جاتا ہے۔ تیل کی کثافت $1.26\ g\ cm^{-3}$ ہے۔ قطرہ کے نصف قطر کا تخمینہ لگائیے۔ $(g = 9.81\ m\ s^{-2};\ e = 1.60 \times 10^{-19}\ C)$

1.26 ۔ شکل 1.35 میں دکھائے گئے منحنیوں میں سے کون سے منحنی برق سکونی میدانی خطوط کو نہیں ظاہر کر سکتے۔



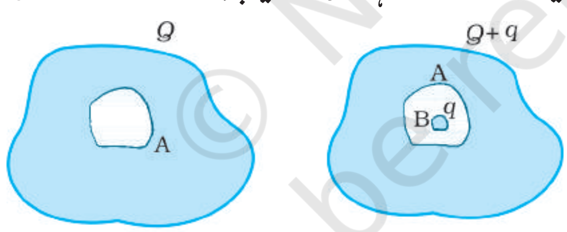
شکل **1.35**



(d) (e)

1.27 فضا کے ایک علاقے میں ہر جگہ برقی میدان z- سمت کی جانب ہے۔ لیکن برقی میدان کی عددی قدر مستقلہ نہیں ہے، بلکہ مثبت z- سمت کی جانب 10^5 NC^{-1} فی میٹر کی شرح سے ہموار طور پر بڑھتی ہے۔ ایسے نظام پر لگ رہی قوت اور قوت گردشہ کیا ہوں گی، جسکا کل دو قطبی معیارِ اثر 10^{-7} C / m کے مساوی، منفی z- سمت میں ہے۔

1.28 (a) ایک موصل کو، جس میں ایک جوف (Cavity) ہے، جیسا کہ شکل 1.36(a) میں دکھایا گیا ہے، چارج Q دیا گیا ہے۔ دکھائیے کہ کل چارج کو موصل کی باہری سطح پر ظاہر ہونا لازمی ہے۔ (b) چارج q والے ایک دوسرے موصل B کو جوف میں داخل کیا گیا ہے، جب کہ B کو A سے حاجز کر دیا جاتا ہے۔ دکھائیے کہ A کی باہری سطح پر کل چارج Q + q ہے۔ [شکل 1.36(b)] (c) ایک حساس آلہ کو اس کے ماحول میں موجود طاقت ور برق۔سکونی میدان سے محفوظ رکھنا ہے۔ اس کے لیے سپر (Shield) کرنے کا ممکن طریقہ تجویز کیجیے۔



(a) (b)

شکل 1.36

1.29 ایک کھوکھلے چارج کیے ہوئے موصل کی سطح میں ایک چھوٹا سا سوراخ ہے۔ دکھائیے کہ سوراخ میں برقی میدان $\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\hat{n}$ ہے، جہاں $\hat{n}$ باہری عمودی سمت میں اکائی سمتیہ ہے۔ اور σ سوراخ کے نزدیک، سطحی چارج کثافت ہے۔

1.30 گاس کا قانون استعمال کیے بغیر، ہموار خطی چارج کثافت λ کے ایک لمبے پتلے تار کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان حاصل کیجیے۔ (اشارہ: براہِ راست کولمب کا قانون استعمال کیجیے اور ضروری تکملہ کیجیے)

1.31 اب یہ سمجھا جاتا ہے کہ پروٹان اور نیوٹران (جو عام مادے کے نیوکلییوں کی تشکیل کرتے ہیں) خود، مزید بنیادی اکائیوں سے بنے ہوئے ہیں، جنھیں کوآرک (quark) کہتے ہیں۔ ایک پروٹان اور ایک نیوٹران میں

سے ہر ایک تین کوآرکوں سے بنا ہوتا ہے۔ دو قسم کے کوآرک، جواپ کوآرک کہلاتے ہیں(up quark) (جسے U سے ظاہر کرتے ہیں) اور ڈاؤن کوآرک(Down quark) جسے d سے ظاہر کرتے ہیں) اور جن کے چارج بالترتیب $\left(+\frac{2}{3}\right)e$ اور $\left(-\frac{1}{3}\right)e$ ہیں، الیکٹرانوں کے ساتھ عام مادہ کی تعمیر کرتے ہیں۔ (دوسری قسموں کے کوآرک بھی پائے گئے ہیں جو مادے کی مختلف اور انوکھی قسمیں دیتے ہیں)۔ ایک پروٹان اور ایک نیوٹران کے لیے ممکنہ کوآرک ترکیب تجویز کیجیے۔

1.32 (a)۔ ایک اختیاری برق، سکونی میدان تشکیل لیجیے۔ ایک چھوٹا ٹیسٹ چارج تشکیل کے ایک معدوم نقطہ (null point)(یعنی کہ جہاں $\vec{E} = 0$ ہے) پر رکھا گیا ہے۔ دکھایئے کہ ٹیسٹ چارج کا توازن یقینی طور پر غیر مستحکم ہے۔

(b) اس نتیجہ کی تصدیق دو چارجوں کی اس سادہ تشکیل کے لیے کیجیے، جس میں دونوں چارجوں کی عددی قدریں اور علامتیں یکساں ہیں اور وہ ایک دوسرے سے کچھ فاصلے پر رکھے ہوئے ہیں۔

1.33 کمیت m اور چارج (-q) کا ایک ذرہ دو چارج کی ہوئی چادروں کے درمیانی علاقے میں داخل ہوتا ہے اور شروع میں x- محور کی سمت میں v_x چال سے حرکت کرتا ہے (شکل 1.33 میں ذرہ 1 کی طرح)۔ چادر کی لمبائی L ہے اور چادروں کے درمیان ہموار برقی میدان E قائم رکھا جاتا ہے۔ دکھایئے کہ چادر کے دور والے کنارے پر ذرہ کا انتصابی انفراج (Vertical direction) $\frac{qEL^2}{2m\,v_x^2}$ ہے۔

اس حرکت کا موازنہ XI جماعت کی طبعیات کی درسی کتاب کے حصہ 4.10 میں بیان کی گئی، مادی کشش میدان میں ایک پروجیکٹائل کی حرکت سے کیجیے۔

1.34 فرض کیجیے کہ مشق 1.33 میں ذرہ ایک الیکٹران ہے جسے چال $v_x = 2.0 \times 10^6\ \text{m s}^{-1}$ سے پھینکا گیا ہے۔ اگر 0.5cm درمیانی فاصلے پر رکھی ہوئی چادروں کے درمیان $\vec{E}$، 9.1×10^2 N/C ہے، تو الیکٹران اوپری چادر سے کہاں ٹکرائے گا؟

$(|e| = 1.6 \times 10^{-19}\ \text{C},\ m_e = 9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg.})$