باب دو

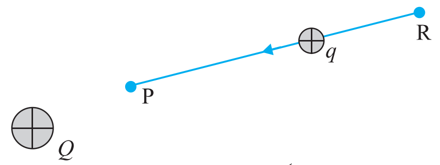
برق سکونی مضمر اور صلاحیت
(ELECTROSTATIC POTENTIAL AND CAPACITANCE)

© NCERT not to be republished

2.1 تعارف (INTRODUCTION)

باب 6 اور باب 8 (درجہ xi) میں وضعی توانائی (توانائی بالقوۃ Potential energy) کے تصور سے متعارف کرایا گیا تھا۔ جب ایک باہری قوت، ایک جسم ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ تک لے جانے میں، کسی دوسری قوت، جیسے اسپرنگ قوت یا مادی کشش قوت، کے خلاف کام کرتی ہے تو یہ کام جسم میں بہ طور وضعی توانائی محفوظ ہوجاتا ہے۔ جب باہری قوت ہٹالی جاتی ہے تو جسم حرکت کرنے لگتا ہے اور حرکی توانائی حاصل کرتا ہے اور وضعی توانائی کی یکساں مقدار ضائع کر دیتا ہے۔ اس طرح حرکی اور وضعی توانائیوں کے حاصلِ جمع کی بقا ہوتی ہے۔ اس قسم کی قوتیں، بقائی قوتیں کہلاتی ہیں۔ اسپرنگ قوت اور مادی کشش قوت، بقائی قوتوں کی مثالیں ہیں۔

دو (ساکن) چارجوں کے درمیان کولمب قوت بھی ایک بقائی قوت ہے۔ یہ کوئی تعجب خیز بات نہیں ہے، کیونکہ دونوں (برقی قوت اور مادی کشش قوت) فاصلے کے مربع کے مقلوب کے تابع ہیں اور صرف متناسبیت کے مستقلوں کی قدر کے لحاظ سے ہی مختلف ہیں۔ مادی کشش قانون میں شامل کمیتیں، کولمب کے قانون میں چارجوں سے تبدیل ہوجاتی ہیں۔ اس لیے ایک مادی کشش میدان میں ایک کمیت کی وضعی توانائی کی طرح، ہم ایک برقی میدان میں ایک چارج کی برق۔سکونی وضعی توانائی کی تعریف کرسکتے ہیں۔



شکل **2.1**: مبدے پر رکھّے چارج $Q(>0)$ کے ذریعہ لگائی جارہی دفاعی قوت کے خلاف، نقطہ R سے نقطہ P تک ایک ٹیسٹ چارج $q(>0)$ لایا جاتا ہے۔

کسی چارج تشکیل کی وجہ سے پیدا ہونے والا برق۔سکونی میدان لیجیے۔ پہلے، آسانی کے لیے، مبدے پر رکھے ہوئے ایک چارج Q کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کو لیجیے۔ اب تصور کیجیے کہ ہم نقطہ R سے نقطہ P تک، ایک ٹیسٹ چارج q، اس پر لگ رہی چارج Q کی وجہ سے دفاعی قوت کے خلاف، لاتے ہیں۔ شکل 2.1 کے مطابق ایسا تب ہوگا، جب Q اور q دونوں مثبت ہوں یا دونوں منفی ہوں۔ مان لیجیے: $Q, q > 0$

یہاں دو اہم باتیں کہی جا سکتی ہیں۔ پہلی، ہم نے فرض کر لیا ہے کہ ٹیسٹ چارج q اتنا چھوٹا ہے کہ یہ اصل تشکیل (Original configuration) میں، یعنی کہ مبدے پر رکھّے چارج Q، میں خلل انداز نہیں ہوتا (یا پھر ہم Q کو مبدے پر، کسی غیر متعین قوت کے ذریعے ''قائم رکھتے ہیں'')۔ دوسری، چارج q کو R سے P تک لانے میں ہم ایک باہری قوت $\vec{F}_{ext}$ لگاتے ہیں۔ جو صرف اتنی ہوتی ہے کہ دفاعی برقی قوت $\vec{F}_E$ کے اثر کو رد کر سکے (یعنی کہ $\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_E$)۔ اس کا مطلب ہے کہ جب چارج q کو R سے P تک لایا جاتا ہے تو اس پر کوئی کل قوت یا اسراع نہیں ہوتا، یعنی کہ اُسے لامتناہی خفیف آہستہ مستقلہ چال کے ساتھ لایا جاتا ہے۔ اس صورت میں 'باہری قوت کے ذریعے کیا گیا کام' برقی قوت کے ذریعے کیے گئے کام کا منفی ہوتا ہے اور چارج q کی وضعی توانائی کی شکل میں مکمل طور پر محفوظ ہو جاتا ہے۔ اگر P پر پہنچتے ہی، باہری قوت کو ہٹا لیا جائے، تو برقی قوت چارج کو Q سے دور لے جائے گی۔ P پر محفوظ ہوئی توانائی (وضعی توانائی) چارج q کو حرکی توانائی مہیا کرنے میں استعمال ہوتی ہے، اس طرح کہ حرکی اور وضعی توانائیوں کے حاصل جمع کی بقا ہوتی ہے۔

اس لیے، چارج q کو R سے P تک لانے میں باہری قوتوں کے ذریعے کیا گیا کام ہے،

$$W_{RP} = \int_R^P \vec{F}_{ext} . d\vec{r}$$

$$= -\int_R^P \vec{F}_{ext} . d\vec{r} \tag{2.1}$$

یہ کیا ہوا کام، برق سکونی دفاعی قوت کے خلاف ہے اور بہ طور وضعی توانائی محفوظ ہو جاتا ہے۔

برقی میدان میں ہر نقطہ پر، ایک q چارج کے ذرہ میں کچھ برق۔سکونی وضعی توانائی ہوتی ہے۔ یہ کیا گیا کام اس کی وضعی توانائی میں اضافہ کر دیتا ہے اور یہ اضافہ نقاط R اور P کے درمیان وضعی توانائی فرق کے مساوی ہوتا ہے۔

اس لیئے وضعی توانائی فرق

$$\Delta U = U_P - U_R = W_{RP} \tag{2.2}$$

[نوٹ کریں کہ یہ نقل (2.2) (displacement) 'برقی قوت کی مخالف سمت میں ہے اور اس لیے برقی میدان کے ذریعے کیا گیا کام منفی ہے' یعنی کہ ($-W_{RP}$)]

اس لیے ہم دو نقاط کے درمیان برقی وضعی توانائی فرق کی تعریف اسی طرح کر سکتے ہیں: یہ چارج q کو ایک

© NCERT not to be republished

اختیاری چارج تشکیل کے میدان میں ایک نقطہ سے دوسرے نقطے تک حرکت دینے (بغیر اسراع پیدا کیے) میں ایک باہری قوت کے ذریعے کیا گیا کام ہے۔

یہاں پر دو اہم تبصرے کیے جاسکتے ہیں:

(i) مساوات (2.2) کی دائیں جانب صرف چارج کے ابتدائی اور اختتامی مقامات کے تابع ہے۔ اس کا مطلب ہوا کہ ایک برق سکونی میدان کے ذریعے چارج کو ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ تک حرکت دینے میں کیا گیا کام، ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ تک پہنچنے کے لیے اختیار کیے گئے راستے کے غیر تابع ہے۔ یہ بقائی قوّت کی بنیادی خاصیت ہے۔ وضعی توانائی کا تصور بامعنی نہیں ہوگا، اگر کام، راستہ کے تابع ہو۔ ایک برق سکونی میدان کے ذریعے کیے گئے کام کا راستہ کے غیر تابع ہونا، کولمب کا قانون استعمال کر کے، ثابت کیا جاسکتا ہے۔ ہم یہاں یہ ثبوت پیش نہیں کر رہے ہیں۔

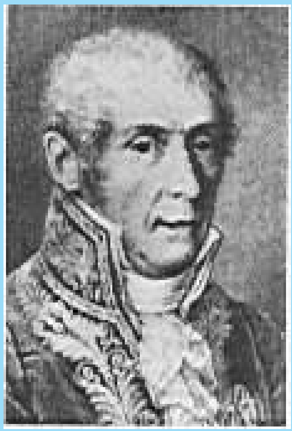
(ii) مساوات (2.2)، طبعی طور پر بامعنی مقدار کام، کی شکل میں ''وضعی توانائی فرق'' کی تعریف کرتی ہے۔ ظاہر ہے کہ اس طرح معرف کی گئی وضعی توانائی ایک جمعی مستقلہ (Additive constant) سے غیر متعین ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ وضعی توانائی کی حقیقی قدر، طبعی طور پر اہم نہیں ہے، صرف وضعی توانائی کا فرق ہی اہمیت رکھتا ہے۔ ہم، ہمیشہ ہر نقطے پر وضعی توانائی میں ایک اختیاری مستقلہ α جمع کر سکتے ہیں۔ کیونکہ اس سے وضعی توانائی فرق تبدیل نہیں ہوگا:

$$(U_P + \alpha) - (U_R + \alpha) = U_P - U_R$$

دوسرے الفاظ میں، ہمیں وہ نقطہ منتخب کرنے کی آزادی ہے: جہاں وضعی توانائی صفر ہے۔ ایک سہل انتخاب یہ ہے کہ برق۔سکونی وضعی توانائی کو لاانتہا (infinity) پر صفر مانا جائے۔ اس انتخاب کے ساتھ، اگر ہم نقطہ R کو لاانتہا پر مان لیں، تو مساوات (2.2) سے حاصل ہوتا ہے:

$$W_{\infty P} = U_P - U_\infty = U_P \qquad (2.3)$$

کیونکہ نقطہ P اختیاری ہے، مساوات (2.3)، چارج q کی، کسی بھی نقطہ پر، وضعی توانائی کی تعریف مہیا کرتی ہے۔ چارج q کی ایک نقطہ پر وضعی توانائی (کسی چارج تشاکل کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان میں)، باہری قوت (برقی قوت کے مساوی اور مخالف) کے ذریعے، چارج q کو لاانتہا سے اس نقطہ تک لانے میں کیا گیا کام ہے۔



کاؤنٹ الے سینڈرو وولٹا (1745'-1827)
(Count Alessandro Volta)

اٹلی کے طبیعیات داں، پاویا میں پروفیسر، نے ثابت کیا کہ 1737-1798 میں لوئی گی گالوانی (Lvigi galvani) نے مینڈک کے عضلاتی بافتوں (Musltissues) کو غیر یکساں دھاتوں کے ساتھ تماس میں لا کر کیے گئے تجربوں کے ذریعے حیوانی برق کا جو مشاہدہ کیا تھا، اس کی وجہ حیوانی بافتوں کی کوئی مخصوص خاصیت نہیں تھی بلکہ جب بھی کسی گیلے جسم کو دو غیر یکساں دھاتوں کے درمیان ملفوف (Sandwich) کیا جاتا ہے تو یہ برق پیدا ہوتی ہے۔ اسی دریافت نے ان کی رہنمائی پہلا وولٹائی ڈھیر (Voltaic Pile) یا بیٹری بنانے تک کی جو کارڈ بورڈ (برق باشہ) کی بہت سی گیلی قرصوں (Discs) پر مشتمل تھا، جنمیں دھات کی قرصوں کے درمیان ملفوف کیا گیا تھا (برقیرے)۔

2.2 برق سکونی مضمر (Electrostatic Potential)

کوئی بھی ایک عمومی سکونی چارج تشکیل لیں۔ ہم ایک ٹیسٹ چارج q کی وضعی توانائی کو، چارج q ہر کیے گئے کام کی شکل میں، معرف کرتے ہیں۔ کیونکہ کسی بھی نقطہ پر قوت qE ہے، جہاں E، دی ہوئی چارج تشکیل کی وجہ سے اس نقطہ پر پیدا ہونے

not to be republished © NCERT

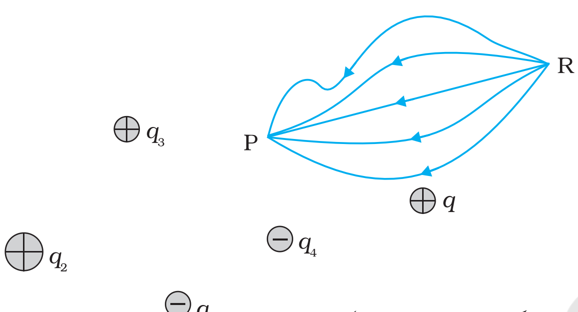
والا برقی میدان ہے۔اس لیے' سہولت اس میں ہے کہ' کام' کو چارج q کی مقدار سے تقسیم کردیا جائے تا کہ حاصل ہونے والی مقدار q کے غیر تابع ہو۔دوسرے لفظوں میں' کیا گیا کام فی اکائی ٹیسٹ چارج' چارج تشکیل سے منسلک برقی میدان کی خاصیت ہے۔اس سے' دی ہوئی چارج تشکیل کی وجہ سے برق۔سکوتی مضمر V کے تصور تک رہنمائی ہوتی ہے۔

مساوات (2.1) سے R سے P تک' ایک اکائی مثبت چارج کو لانے میں' باہری قوّت کے ذریعے کیا گیا کام

$$V_P - V_R \left(= \frac{U_P - U_R}{q} \right) \qquad (2.4)$$

جہاں V_P اور V_R ' بالترتیب' P اور R پر برق۔سکونی مضمر ہیں۔نوٹ کریں کہ پہلے کی طرح ہی' مضمر کی اصلی قدر نہیں بلکہ مضمر فرق طبعی طور پر اہم ہے۔اگر' پہلے کی طرح' ہم لاانتہا پر مضمر کو صفر منتخب کریں، مساوات (2.4) سے اخذ کیا جاسکتا ہے:

ایک باہری قوت کے ذریعے' ایک اکائی مثبت چارج کو لاانتہا سے ایک نقطہ تک لانے میں کیا گیا کام = اس نقطہ پر برق سکونی مضمر (V)

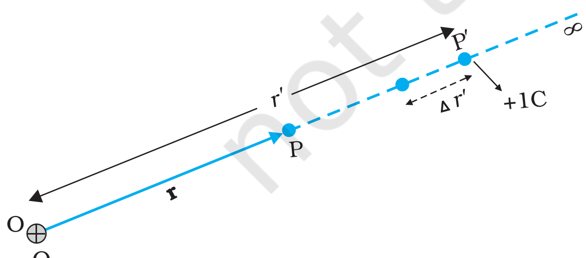


شکل 2.2: کسی بھی دی ہوئی چارج تشکیل کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کے ذریعے ایک ٹیسٹ چارج پر کیا گیا کام راستے کے غیر تابع ہے اور صرف اس کے آغازی اور اختتامی نقاط کے تابع ہے۔

دوسرے الفاظ میں' برق سکونی میدان کے کسی بھی علاقے میں' ایک نقطہ پر برق سکونی مضمر (V) ' ایک اکائی مثبت چارج کو لاانتہا سے اس نقطہ تک لانے میں (بغیر اسراع کے) کیا گیا کام ہے۔

وضعی توانائی سے متعلق ہم نے جو اہم نکات بیان کیے تھے' ان کا اطلاق مضمر کی تعریف پر بھی ہوتا ہے۔کیا گیا کام فی اکائی ٹیسٹ چارج حاصل کرنے کے لیے ہمیں ایک لامتناہی قلیل ٹیسٹ چارج لینا چاہیے اور پھر اسے لاانتہا سے اس نقطہ تک لانے میں کیا گیا کام δW معلوم کرنا چاہیے اور پھر نسبت معلوم کرنا چاہیے۔مزید یہ کہ راستے کے ہر نقطے پر باہری قوت' اس نقطہ پر برق۔سکونی قوت کے مساوی اور مخالف ہونا چاہیے۔

2.3 ایک نقطہ چارج کی وجہ سے مضمر
(Potential due to a Point Charge)



شکل 2.3: چارج Q (Q > 0) کی دفاعی قوت کے خلاف ایک اکائی مثبت ٹیسٹ چارج کو لاانتہا سے نقطہ p تک لانے میں کیا گیا کام۔

ایک نقطہ چارج q' مبدے پر لیں (شکل 2.3)۔متعین کرنے کے لیے' Q کو مثبت مان لیں۔ہم کسی بھی نقطہ P پر مضمر معلوم کرنا چاہتے ہیں، جس کا مبدے سے مقام سمتیہ r ہے۔اس کے لیے، ہمیں ایک اکائی مثبت ٹیسٹ چارج کو لاانتہا سے نقطہ P تک لانے میں کیے گئے کام کی تحسیب کرنا ہوگی۔Q>0 کے لیے دفاعی قوت کے خلاف ٹیسٹ چارج پر کیا گیا کام مثبت ہے۔کیونکہ کیا گیا کام راستے کے غیر تابع ہے' ہم ایک سہل راستہ منتخب

© NCERT not to be republished

کرتے ہیں–نصف قطری سمت کی جانب'لا انتہا سے نقطہ P تک۔ راستے کے کسی درمیانی نقطہ 'P' پر'ایک اکائی مثبت چارج پر برق سکونی قوت ہے:

$$\frac{Q \times 1}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\hat{\mathbf{r}}' \qquad (2.5)$$

جہاں ، OP' کی جانب اکائی سمتیہ ہے۔اس قوت کے خلاف $\vec{\mathbf{r}}'$ سے $\vec{\mathbf{r}}' + \Delta\vec{\mathbf{r}}'$ تک' کیا گیا کام ہے

(2.6)

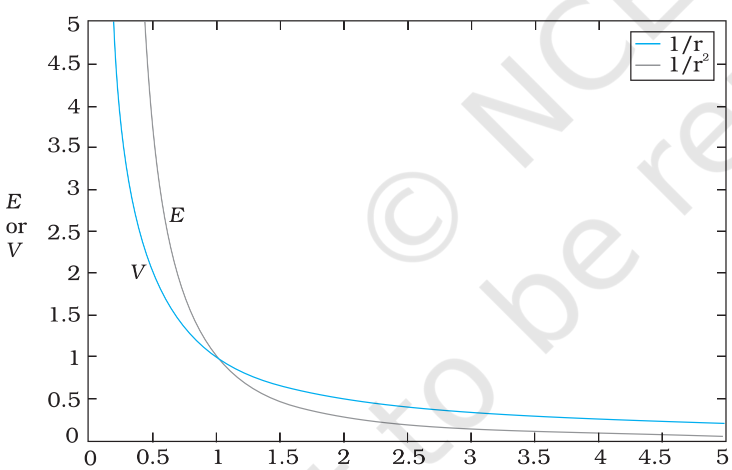
منفی علامت اس لیے آتی ہے کیونکہ $\Delta r' < 0$ کے لیے' ΔW مثبت ہے۔ باہری قوت کے ذریعے کیا گیا کل کام (W)' مساوات (2.6) کا $r' = \infty$ سے $r' = r$ تک تکملہ کرکے حاصل ہوتا ہے'

$$W = -\int_{\infty}^{r} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2} dr' = \left.\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r'}\right|_{\infty}^{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (2.7)$$

یہ' تعریف کے مطابق' چارج Q کی وجہ سے P پر مضمر ہے

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (2.8)$$

مساوات (2.8) چارج کی کسی بھی علامت کے لیے صادق ہے' حالانکہ ہم نے اس اشتقاق (Derivation) میں Q>0 مانا تھا۔ Q<0 کے لیے' V<0 یعنی کہ' اکائی مثبت چارج کو لا انتہا سے اس نقطہ تک لانے میں کیا گیا کام (باہری قوت کے ذریعے) فی اکائی ٹیسٹ چارج' منفی ہے۔ یہ ایسا کہنے کے مرادف ہے کہ لا انتہا سے نقطہ P تک اکائی مثبت چارج کو لانے میں' برق سکونی قوت کے ذریعے کیا گیا کام مثبت ہے۔ [یہ ہی ہونا چاہیے' کیونکہ Q<0 کے لیے اکائی مثبت ٹیسٹ چارج پر قوت' کشش ہے' اس طرح برق سکونی قوت اور نقل (لا انتہا سے P تک) یکساں سمت میں ہیں]۔ آخر میں: ہم نوٹ کرتے ہیں کہ مساوات "(2.8) لا انتہا پر مضمر کو صفر منتخب کرنے سے ' موافقت رکھتی ہے۔



شکل 2.4: ایک نقطہ چارج Q کے لیے مضمر V کی r کے ساتھ $\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\mathrm{m}^{?1}$ کی اکائیوں میں] تبدیلی (نیلا خمی) اور برقی میدان کی r کے ساتھ $\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\mathrm{m}^{-2}$] کی اکائیوں میں] تبدیلی (کالا خمی)

شکل (2.4) میں دکھایا گیا ہے کہ برقی سکونی مضمر $\left(\propto \frac{1}{r}\right)$ اور برقی سکونی میدان $\left(\propto \frac{1}{r^2}\right)$ r کے ساتھ کیسے تبدیل ہوتے ہیں۔

مثال 2.1

(a) 4×10^{-7} C کے چارج کی وجہ سے ایک نقطہ P پر جو چارج سے 9cm دور ہے، مضمر کا حساب لگائیے

(b) اس کی مدد سے، لاانتہا سے نقطہ P تک 2×10^{-9} C کے ایک چارج کو لانے میں کیا گیا کام حاصل کیجیے

کیا جواب اس راستہ کے تابع ہے، جس راستے سے چارج کو لایا گیا ہے۔

حل

(a)
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2} \times \frac{4 \times 10^{-7}\text{ C}}{0.09\text{ m}}$$
$$= 4 \times 10^4 \text{ V}$$

(b)
$$W = qV = 2 \times 10^{-9}\text{ C} \times 4 \times 10^4 \text{ V}$$
$$= 8 \times 10^{-5} \text{ J}$$

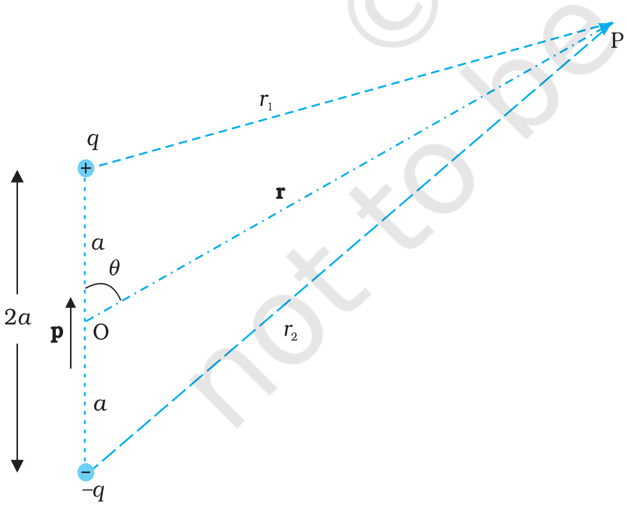
نہیں، کیا گیا کام، راستے کے غیر تابع ہوگا۔ ایک اختیاری لاانتہا خفیف راستہ کو دو باہم عمودی نقلوں میں تحلیل کیا جاسکتا ہے: ایک $\vec{r}$ کی جانب اور دوسرا $\vec{r}$ پر عمود۔ دوسرے سے مطابقت رکھنے والا کیا گیا کام صفر ہوگا۔

مثال 2.1

2:4 ایک برقی دو قطبی کی وجہ سے مضمر

(Potential due to a Point Charge)

جیسا کہ ہم پچھلے باب میں سیکھ چکے ہیں، ایک برقی دو قطبی دو چارجوں q اور –q پر مشتمل ہوتا ہے، جن کا درمیانی فاصلہ 2a ہوتا ہے۔ اس کا کل چارج صفر ہے ۔ اس کی خاصیت اس کا دو قطبی معیار اثر سمتیہ $\vec{P}$ ہے، جس کی عددی قدر qx2a ہے اور جس کی سمت -q سے q کی جانب ہوتی ہے (شکل 2.5)۔ ہم نے یہ بھی دیکھا تھا کہ ایک نقطہ پر، جس کا مقام سمتیہ $\vec{r}$ ہے، ایک دو قطبی کا برقی میدان نہ صرف عددی قدر r کے تابع ہے بلکہ $\vec{r}$ اور $\vec{P}$ کے درمیانی زاویہ کے بھی تابع ہے۔ مزید یہ کہ، بڑے فاصلوں پر، برقی میدان $\frac{1}{r^2}$ کی مناسبت سے کم نہیں ہوتا (جو کہ ایک واحد چارج کی وجہ سے پیدا ہونے والے میدان کی خاصیت ہے) بلکہ $\frac{1}{r^3}$ کی مناسبت سے کم ہوتا ہے۔ اب ہم ایک برقی دو قطبی کی وجہ سے مضمر معلوم کریں گے اور اس کا موازنہ ایک واحد چارج کی وجہ سے مضمر سے کریں گے۔



شکل 2:5: ایک دو قطبی کی وجہ سے مضمر کی تحسیب میں شامل مقداریں۔

پہلے کی طرح، ہم مبدا دو قطبی کے مرکز پر منتخب کرتے ہیں۔ اب ہم جانتے ہیں

© NCERT not to be republished

کہ برقی میدان' انطباق کے اصول کی پابندی کرتا ہے۔ کیونکہ مضمر اور میدان کے ذریعے کیے گئے کام میں رشتہ ہے' برق سکونی مضمر بھی انطباق کے اصول کا پابند ہے۔ اس لیئے' دوقطبی کی وجہ سے مضمر' چارجوں q اور -q کی وجہ سے مضمروں کا حاصل جمع ہے۔

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right) \tag{2.9}$$

جہاں اور بالترتیب' نقطہ P کے q اور -q سے فاصلے ہیں۔

اب، جیومیٹری سے،

$$r_2^2 = r^2 + a^2 + 2ar\cos\theta \tag{2.10}$$

اب ہم r کو a کے مقابلے میں بہت بڑا لیتے ہیں (r>>a) ہیں اور کے صرف پہلے درجے تک کے ارکان ہی لیتے ہیں۔

$$r_1^2 = r^2\left(1 - \frac{2a\cos\theta}{r} + \frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$\cong r^2\left(1 - \frac{2a\cos\theta}{r}\right) \tag{2.11}$$

اسی طرح

$$r_2^2 \cong r^2\left(1 + \frac{2a\cos\theta}{r}\right) \tag{2.12}$$

دورکنی مسئلہ استعمال کرتے ہوئے اور میں صرف پہلے درجے تک کے ارکان لیتے ہوئے'

$$\frac{1}{r_1} \cong \frac{1}{r}\left(1 - \frac{2a\cos\theta}{r}\right)^{-1/2} \cong \frac{1}{r}\left(1 + \frac{a}{r}\cos\theta\right) \tag{2.13a}$$

$$\frac{1}{r_2} \cong \frac{1}{r}\left(1 + \frac{2a\cos\theta}{r}\right)^{-1/2} \cong \frac{1}{r}\left(1 - \frac{a}{r}\cos\theta\right) \tag{2.13b}$$

مساوات (2.13) اور مساوات (2.9) اور P=2qa' استعمال کرتے ہوئے' حاصل ہوتا ہے

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{2a\cos\theta}{r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \tag{2.14}$$

اب،

جہاں $\hat{r}$ ، مقام سمتیہ $\vec{OP}$ کی جانب اکائی سمتیہ ہے۔

اب ایک دوقطبی کا برقی مضمر دیا جاتا ہے:

© NCERT not to be republished

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathbf{P}\cdot\mathbf{r}}{r^2}; \qquad (r >> a) \tag{2.15}$$

مساوات (2.15)' جیسا کہ نشاندہی کی گئی ہے' دوقطبی کے سائز کے مقابلے میں صرف بہت بڑے فاصلوں کے لیے ہی نزدیکی طور پر صادق ہے' اس طرح کہ $\frac{a}{r}$ میں بڑے درجے کے ارکان قابلِ نظرانداز میں۔ مبدے پر رکھّے ایک نقطہ دوقطبی کے لیے' بہر حال' مساوات (2-18) قطعی درست ہے۔

مساوات (2.15) سے' دوقطبی کے محور پر مضمر $(\theta = 0, \pi)$ دیا جاتا ہے:

$$V = \pm\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^2} \tag{2.16}$$

($\theta = 0$ کے لیے مثبت علامت اور $\theta = \pi$ کے لیے منفی علامت)۔ استوائی مستوی $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$ میں مضمر صفر ہے۔

مساوات (2.8) اور مساوات (2.15) سے ایک دوقطبی کے مضمر اور ایک واحد چارج کے مضمر میں اہم فرق واضح ہو جاتے ہیں:

(i) ایک دوقطبی کی وجہ سے مضمر صرف r کے تابع نہیں ہے بلکہ مقام سمتیہ $\vec{r}$ اور دوقطبی معیار اثر سمتیہ $\vec{P}$ کے مابین زاویہ کے بھی تابع ہے۔ [حالانکہ یہ $\vec{P}$ کے گرد محوری متشاکل (axially Symmetric) ہے۔ یعنی کہ' اگر آپ کے گرد مقام سمتیہ $\vec{R}$ کو گردش دیں' θ کو قائم (Fixed) رکھتے ہوئے' اس طرح تشکیل پائے مخروط پر p کے متطابق نقاط پر وہی مضمر ہوگا جو P پر ہے۔]

(ii) برقی دوقطبی مضمر' بڑے فاصلوں پر' $\frac{1}{r^2}$ کی نسبت سے کم ہوتا ہے' $\frac{1}{r}$ کی نسبت سے نہیں' جو کہ واحد چارج کی وجہ سے مضمر کی خاصیت ہے۔ [آپ شکل 2.5 میں' $\frac{1}{r^2}$ بہ مقابلہ r اور $\frac{1}{r}$ بہ مقابلہ r کے گراف دیکھ سکتے ہیں' جنہیں وہاں کسی اور تناظر میں کھینچا گیا ہے۔]

2.5 چارجوں کے ایک نظام کی وجہ سے مضمر

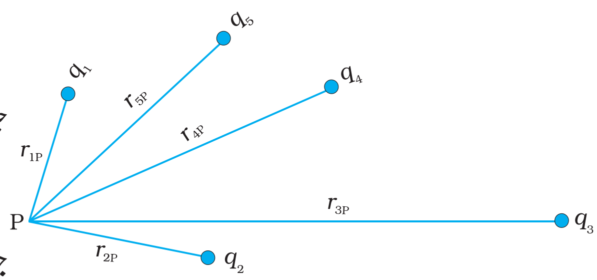
(Potential due to a System of Charges)

چارجوں: $q_1, q_2, \ldots, q_n$ کا ایک نظام تصور کیجیے' جن کے مقام سمتیے' کسی مبدے کی مناسبت سے (شکل 2.6) ہیں۔ P پر چارج q_1 کی وجہ سے مضمر V_1 ہے:

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}}$$

جہاں r_{1P} ، q_1 اور P کا درمیانی فاصلہ ہے۔

© NCERT not to be republished



شکل 2.6: ایک نقطہ پر چارجوں کے ایک نظام کی وجہ سے مضمر، انفرادی چارجوں کی وجہ سے مضمرات کا حاصل جمع ہے۔

اسی طرح، P پر q_2 کی وجہ سے مضمر V_2 اور q_3 کی وجہ سے مضمر V_3، دیے جاتے ہیں:

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{2P}};\; V_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_3}{r_{3P}}$$

جہاں r_{2p} اور r_{3p}، P کے، بالترتیب، q_2 اور q_3 سے فاصلے ہیں۔ اسی طرح دوسرے چارجوں کی وجہ سے مضمر بھی ہوں گے۔ انطباق کے اصول کے ذریعے، کل چارج تشکیل کی وجہ سے P پر مضمر V' انفرادی چارجوں کی وجہ سے مضمرات کا الجبریائی حاصل جمع ہے:

$$V = V_1 + V_2 + ... + V_n \tag{2.17}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} + ... + \frac{q_n}{r_{nP}}\right) \tag{2.18}$$

اگر ہمارے پاس ایک مسلسل چارج تقسیم ہے، جس کی چارج کثافت $\rho(\vec{r})$ ہے، تو ہم پہلے کی طرح، اسے چھوٹے حجم جزوں میں تقسیم کر لیتے ہیں، جن میں سے ہر جز کا سائز $\rho\Delta v$ ہے اور اس پر کل چارج ρv ہے۔ پھر ہم ہر حجم جز کی وجہ سے مضمر معلوم کرتے ہیں اور ایسے تمام حصّوں کو جمع (بالکل درست طور پر، تکمل) کر لیتے ہیں اور اس طرح پوری تقسیم کی وجہ سے مضمر معلوم کر لیتے ہیں۔

ہم باب 1 میں دیکھ چکے ہیں کہ ایک ہموار طور پر برقیائے ہوئے (چارج کیے ہوئے) کروی شیل کے لیے، شیل کے باہر برقی میدان ایسا ہوتا ہے، جیسے کہ شیل کا پورا چارج اس کے مرکز پر مرتکز ہو، اس لیے، شیل کے باہر، مضمر دیا جاتا ہے:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \quad (r \geq R) \tag{2.19(a)}$$

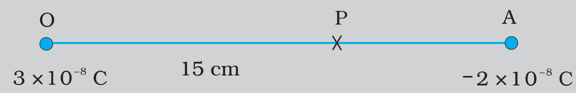
جہاں q شیل پر کل چارج ہے اور R اس کا نصف قطر ہے۔ شیل کے اندر برقی میدان صفر ہے۔ اس سے اخذ کیا جا سکتا ہے (حصّہ 2.6) کہ شیل کے اندر مضمر مستقلہ ہے (کیونکہ شیل کے اندر ایک چارج کو حرکت دینے میں کوئی کام نہیں کیا جاتا) اور، اس لیے اس کی قدر سطح پر قدر کے مساوی ہے، جو ہے

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \tag{2.19(b)}$$

مثال 2.2: $3 \times 10^{-8}C$ اور $-2 \times 10^{-8}C$ کے دو چارج ایک دوسرے سے 15cm کے فاصلے پر رکھے ہیں۔ ان دونوں چارجوں کو ملانے والے خط کے کس نقطے پر برقی مضمر صفر ہے؟ لاانتہا پر مضمر کو صفر مانئے۔

حل: ہم مثبت چارج کے مقام پر مبدا O فرض کر لیتے ہیں۔ ان دونوں چارجوں کو ملانے والے خط کو x- محور مان لیتے ہیں۔ اور منفی چارج کو مبدے کے دائیں جانب مان لیتے ہیں۔ (شکل 2.7)

© NCERT not to be republished



شکل 2.7

غرض کیجیے $x'P$ -x محور پر وہ مطلوبہ نقطہ ہے، جہاں مضمر صفر ہے۔ اگر P کا -x کوآرڈی نیٹ x ہے، تو ظاہر ہے کہ x مثبت ہوگا۔ (ایسا کوئی امکان نہیں ہے کہ $x < 0$ کے لیے دونوں چارجوں کی وجہ سے مضمرات کا حاصل جمع صفر ہو)۔ اگر x، O اور A کے درمیان ہے، تو ہمارے پاس ہے

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{3\times10^{-8}}{x\times10^{-2}}-\frac{2\times10^{-8}}{(15-x)\times10^{-2}}\right]=0$$

جہاں x سینٹی میٹر میں ہے۔

$$\frac{3}{x}-\frac{2}{15-x}=0$$

جس سے حاصل ہوتا ہے: x=9cm

اگر x، بڑھائے ہوئے خط OA پر ہے، تو مطلوبہ شرط ہے:

$$\frac{3}{x}-\frac{2}{x-15}=0$$

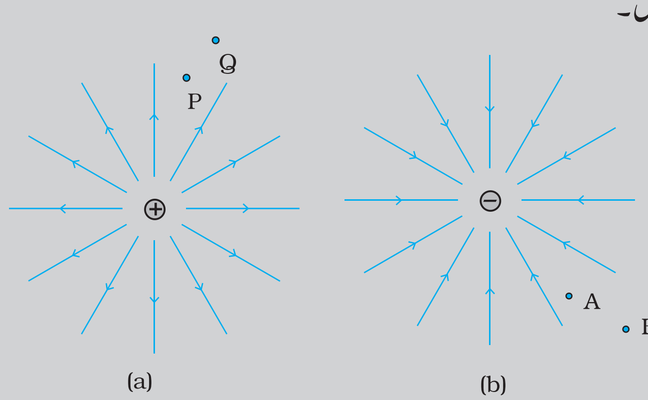
جس سے حاصل ہوتا: x=45 cm

اس لیے، برقی مضمر، مثبت چارج سے، منفی چارج کی جانب، 9cm اور 45 cm فاصلے پر، صفر ہے۔ نوٹ کریں کہ تحسیب میں استعمال کیا گیا مضمر کا فارمولا تب ہی استعمال کیا جاسکتا ہے جب لا انتہا پر مضمر کو صفر منتخب کیا جائے۔

مثال 2.2

© NCERT not to be republished

مثال 2.3: (a) 2.8 اور (b) 2.8 شکلوں میں، بالترتیب، ایک مثبت چارج اور ایک منفی چارج کے میدانی خطوط دکھائے گئے ہیں۔



شکل 2.8

مثال 2:3

(a) مضمر فرق: $V_P - V_Q$ اور $V_B - V_A$ کی علامتیں بتائیے
(b) نقاط Q اور P، A اور B کے درمیان ایک قلیل مقدار کے منفی چارج کے مضمر توانائی فرق کی علامت بتائیے۔
(c) Q سے P تک ایک قلیل مثبت چارج کو لے جانے میں میدان کے ذریعے کیے گئے کام کی علامت بتائیے۔
(d) B سے A تک ایک قلیل منفی چارج کو لے جانے میں، باہری ایجنسی کے ذریعے کیے گئے کام کی علامت بتائیے۔

حل:

(a) کیونکہ $V \propto \frac{1}{r}$، $V_P > V_Q$. اس لیے $(V_P - V_Q)$ مثبت ہے۔ اور V_B، V_A سے مقابلتاً کم منفی ہے اس لیے $V_B > V_A$ یا $(V_B - V_A)$ مثبت ہے۔
(b) ایک قلیل منفی چارج، مثبت چارج کی جانب کشش ہوگا۔ یہ منفی چارج مقابلتاً زیادہ مضمر توانائی سے مقابلتاً کم مضمر توانائی کی طرف حرکت کرتا ہے۔ اس لیے P اور Q کے درمیان ایک قلیل منفی چارج کے مضمر توانائی فرق کی علامت مثبت ہوگی۔

اسی طرح، $(P.E)_A > (P.E)_B$ اس لیے مضمر توانائی فرق کی علامت مثبت ہے۔
(c) Q سے P تک، ایک قلیل مثبت چارج کو لے جانے میں، ایک باہری ایجنسی کو برقی میدان کے خلاف کام کرنا ہوگا۔ اس لیے برقی میدان کے ذریعے کیا گیا کام منفی ہوگا۔
(d) B سے A تک، ایک منفی چارج کو لے جانے میں، باہری ایجنسی کے ذریعے کام کیا جائے گا۔ یہ مثبت ہے۔
(e) منفی چارج پر دفع کی قوت کی وجہ سے رفتار کم ہوتی ہے اور اس لیے B سے A تک جانے میں حرکی توانائی کم ہوتی ہے۔

برقی مضمر، مساوی مضمر سطحیں: http://video.mit.edu/watch/4-electrostatic-potential-energy-ev-conservative-field-equipotential-surfaces-12584

2.6 مساوی مضمر سطحیں (Equipotential Surfaces)

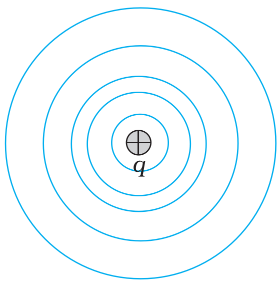
ایک مساوی مضمر سطح وہ سطح ہے، جس سطح پر تمام نقطوں پر مضمر کی ایک مستقلہ قدر ہو۔ ایک واحد چارج q کے لیے، مضمر مساوات (2.8) سے دیا جاتا ہے۔

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}$$

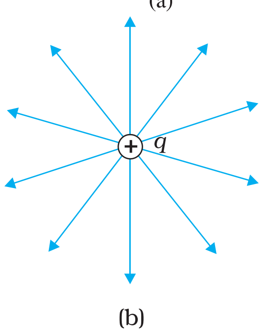
اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ V ایک مستقلہ ہوگا، اگر r مستقلہ ہو۔ اس لیے ایک واحد نقطہ چارج کی مساوی مضمر سطحیں، وہ ہم مرکز کردی سطحیں ہیں، جن کا مرکز چارج ہو۔

اب، ایک واحد چارج q کے برقی میدانی خطوط، نصف قطری خطوط ہیں جو چارج سے شروع ہوتے ہیں یا چارج پر ختم

© NCERT not to be republished



(a)

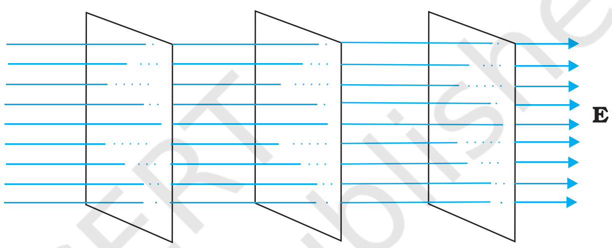


(b)

شکل 2.9: ایک واحد چارج q کے لیے (a) مساوی مضمر سطحیں وہ کروی سطحیں ہیں، جن کا مرکز چارج ہو اور (b) برقی میدانی خطوط نصف قطری ہیں، جو چارج سے شروع ہوتے ہیں، اگر $q>0$

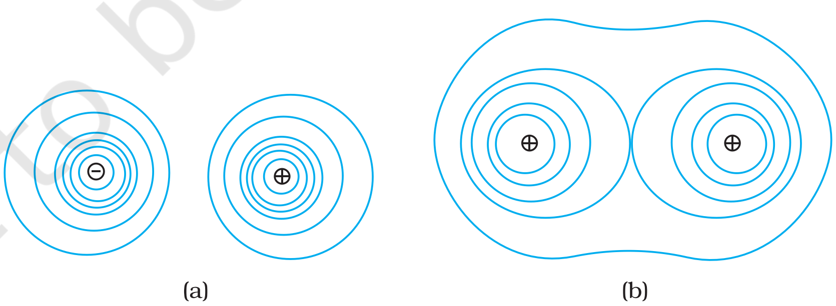
ہوتے ہیں، جو اس پر منحصر ہے کہ q مثبت ہے یا منفی۔ ظاہر ہے کہ ہر نقطہ پر برقی میدان، اس نقطہ سے گذرنے والی مساوی مضمر سطح پر عمود ہوگا۔ یہ عمومی طور پر درست ہے: کسی بھی چارج تشکیل کے لیے ایک نقطہ سے گذرنے والی مساوی مضمر سطح، اس نقطہ پر برقی میدان پر عمود ہوگی۔ اس بیان کا ثبوت سادہ ہے:

اگر میدان، مساوی مضمر سطح پر عمود نہ ہو تو سطح پر اس کا ایک غیر صفر جز ہوگا۔ میدان کے اس جز کی مخالف سمت میں ایک اکائی ٹیسٹ چارج کو حرکت دینے میں، کام کرنا ہوگا۔ لیکن یہ مساوی مضمر سطح کی تعریف سے تضاد ہے: سطح کے کن ہی دو نقاط کے درمیان کوئی مضمر فرق نہیں ہے اور سطح پر چارج کو حرکت دینے میں کوئی کام کیا جانا درکار نہیں ہے۔ اس لیے ہر نقطہ پر، برقی میدان، مساوی مضمر سطح پر عمود ہوگا۔ ایک چارج تشکیل کے گرد برقی میدانی خطوط کے ساتھ ساتھ مساوی مضمر سطحیں بھی ایک متبادل بصری تصویر مہیا کرتی ہیں۔



شکل 2:10: ایک ہموار برقی میدان کے لیے مساوی مضمر سطحیں

ایک ہموار برقی میدان کے لیے، جو فرض کیجیے x– محور کی جانب ہے، مساوی مضمر سطحیں وہ مستوی ہیں جو x–محور پر عمود ہیں یعنی کہ وہ مستوی جو y-z مستوی کے متوازی ہیں (شکل 2:10)۔ (a) ایک دو قطبی اور (b) دو متماثل مثبت چارجوں، کے لیے مساوی مضمر سطحیں، شکل 2:11 میں دکھائی گئی ہیں۔



شکل 2.11 (a) ایک دو قطبی کے لیے (b) دو متماثل مثبت چارجوں کے لیے کچھ مساوی مضمر سطحیں

2.6.1 میدان اور مضمر میں رشتہ

(Relation between field and potential)

ایک دوسرے کے نزدیک رکھی ہوئی دو مساوی مضمر سطحیں A اور B لیجیے (شکل 2.12)، جن کے مضمر کی قدریں V اور $V + \delta V$ ہیں، جہاں δv برقی میدان $\vec{E}$ کی سمت میں V میں تبدیلی ہے۔ فرض کیجیے کہ P سطح B پر ایک نقطہ ہے۔

δl سطح A کا P سے عمودی فاصلہ ہے۔ فرض کیجیے کہ ایک اکائی مثبت چارج کو،اس عمود پر، سطح B سے سطح A تک، برقی میدان کے خلاف حرکت دی جاتی ہے۔ اس عمل میں کیا گیا کام

$$|\vec{E}|\delta l$$

ہے۔

یہ کام، مضمر فرق $V_A - V_B$ کے مساوی ہے۔ اس لیے

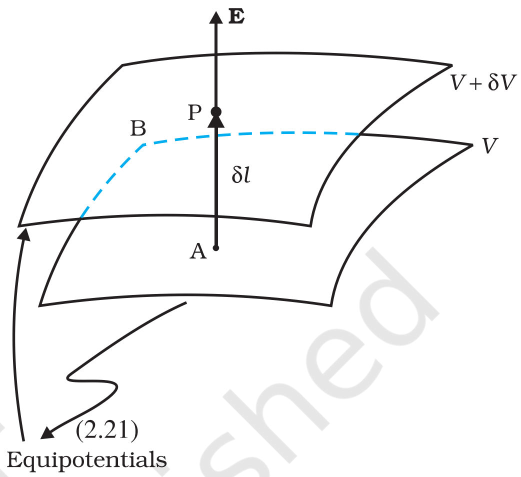
$$|\vec{E}|\,\delta l = V - (V + \delta V) = -\delta V$$

یعنی کہ

$$|\vec{E}| = -\frac{\delta V}{\delta l} \qquad (2.20)$$

کیونکہ δV منفی ہے، $\delta V = -|\delta V|$ ہم مساوات (2.20) کو دوبارہ لکھ سکتے ہیں؛

$$|E| = -\frac{\delta V}{\delta l} = +\frac{|\delta V|}{\delta l} \qquad (2.21)$$



شکل 2:12: مضمر سے میدان کی جانب

اس طرح ہم برقی میدان اور مضمر کے رشتہ سے متعلق دو اہم نتائج پر پہنچتے ہیں:

(i) برقی میدان اس سمت میں ہے، جس میں مضمر سب سے زیادہ شرح سے کم ہو رہا ہے۔

(ii) برقی میدان کی عمودی قدر، مضمر کی عددی قدر میں تبدیلی فی اکائی نقل اس نطقہ پر مساوی مضمر سطح کے عمود ہے) سے دی جاتی ہے۔

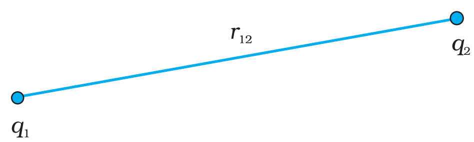
2:7 چارجوں کے ایک نظام کی وضعی توانائی
(Potential Energy of a System of Charges)

پہلے ایک سادہ صورت لیجیے۔ دو چارج q_1 اور q_2 ہیں، جن کے مقام سمتیے، کسی مبدے کے لحاظ سے، بالترتیب $\vec{r}_1$ اور $\vec{r}_2$ ہیں۔ آیئے اس تشکیل کو حاصل کرنے میں کیا گیا کام (باہری طور پر) تحسیب کریں۔ اس کا مطلب ہوا کہ ہم آغاز میں q_1 اور q_2 کو لا انتہا پر مانتے ہیں اور پھر ایک باہری ایجنسی کے ذریعے، انہیں ان کے دیے ہوئے مقامات تک لانے میں کیا گیا کام معلوم کرتے ہیں۔ مان لیجیے، کہ پہلے چارج q_1، لا انتہا سے نقطہ $\vec{r}_1$ تک لایا گیا ہے۔ یہاں کوئی باہری میدان نہیں ہے، جس کے خلاف کام کرنے کی ضرورت ہو، اس لیے q_1 کو لا انتہا سے $\vec{r}_1$ تک لانے میں کیا گیا کام صفر ہے۔ یہ چارج فضا میں ایک مضمر پیدا کرتا ہے، جو دیا جاتا ہے:

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{1P}}$$

جہاں r_{1P} فضا میں ایک نقطہ P کا q_1 کے مقام سے فاصلہ ہے۔ مضمر کی تعریف سے، چارج q_2 کو لا انتہا سے نقطہ $\vec{r}_2$ تک لانے میں کیا گیا کام، q_2 اور $\vec{r}_2$ پر q_1 کی وجہ سے مضمر کا حاصل ضرب ہوگا:

© NCERT not to be republished



شکل 2.13: چارجوں q_1 اور q_2 کے ایک نظام کی وضعی توانائی، چارجوں کے حاصل ضرب کے راست متناسب اور چارجوں کے درمیان فاصلے کے معکوس متناسب ہے۔

q_2 پر کیا گیا کام $= \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 q_2}{r_{12}}$

جہاں r_{12} نقاط 1 اور 2 کے درمیان فاصلہ ہے۔

کیونکہ برق سکونی قوت بقائی قوت ہے، یہ کام نظام کی وضعی توانائی کی شکل میں ذخیرہ ہو جاتا ہے۔ اس لیے، دو چارجوں q_1 اور q_2 کے نظام کی وضعی توانائی ہے۔

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} \qquad (2.22)$$

ظاہر ہے کہ اگر پہلے q_2 کو اس کے موجودہ مقام تک لایا جائے اور پھر بعد میں q_1 کو لایا جائے تو بھی وضعی توانائی U یکساں ہوگی۔ زیادہ عمومی طور پر، وضعی توانائی کی ریاضیاتی عبارت، مساوات (2.22) غیر تبدیل رہے گی۔ چاہے چارجوں کو ان کے مخصوص مقاموں تک کسی طرح بھی لایا جائے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ برق سکونی قوت کے لیے کام راستہ کے غیر تابع ہے۔

مساوات (2.22)، q_1 اور q_2 کی کسی بھی علامت کے لیے صادق ہے۔ اگر $q_1 q_2 > 0$ تو وضعی توانائی مثبت ہے۔ ایسی ہی امید بھی کی جاتی ہے، کیونکہ یکساں چارجوں کے لیے $(q_1 q_2 > 0)$ برق سکونی قوت دفاعی ہے اور اس لیے چارجوں کو لاانتہا سے ایک دوسرے کچھ متناہی فاصلے پر لانے کے لیے، اس قوت کے خلاف ایک مثبت مقدار کا کام کیا جانا درکار ہوگا۔ غیر یکساں چارجوں $(q_1 q_2 > 0)$ کے لیے، برق سکونی قوت کششی ہے۔ اس صورت میں، چارجوں کو دیے ہوئے مقامات سے لاانتہا پر لے جانے کے لیے اس قوت کے خلاف ایک مثبت مقدار کا کام کیا جانا ضروری ہے۔ دوسرے لفظوں میں مخالف راستے کے لیے (لاانتہا سے موجودہ مقامات تک) ایک منفی مقدار کے کام کا کیا جانا درکار ہے، وضعی توانائی منفی ہے۔

مساوات (2.22) کو بہ آسانی نقطہ چارجوں کی کسی بھی تعداد پر مشتمل نظام کے لیے عمومی شکل دی جا سکتی ہے۔ آیئے تین چارجوں، q_1، q_2 اور q_3 جو بالترتیب، مقامات $\vec{r}_1$، $\vec{r}_2$ اور $\vec{r}_3$ پر ہیں، کے نظام کی وضعی توانائی کا حساب لگایئے۔ پہلے q_1 کو لاانتہا سے $\vec{r}_1$ تک لانے کے لیے، کوئی کام درکار نہیں ہے۔ اس کے بعد ہم q_2 کو لاانتہا سے تک لاتے ہیں۔ پہلے کی طرح، اس قدم میں کیا گیا کام ہے:

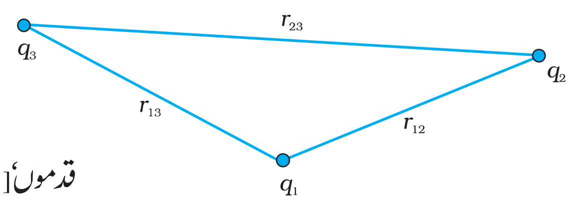
$$q_2 V_1(r_2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} \qquad (2.23)$$

چارج q_1 اور q_2 ایک مضمر پیدا کرتے ہیں، جو کسی نقطہ P پر دیا جاتا ہے:

$$V_{1,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}}\right) \qquad (2.24)$$

اس کے بعد، q_3 کو لاانتہا سے نقطہ $\vec{r}_3$ تک لانے میں کیا گیا کام، q_3 گنا، $\vec{r}_3$ پر $V_{1,2}$ ہے:

© NCERT not to be republished



شکل 2.14: تین چارجوں کے ایک نظام کی وضعی توانائی مساوات (2.26) سے دی جاتی ہے اس مساوات میں استعمال ہوئی علامتیں شکل میں دکھائی گئی ہیں۔

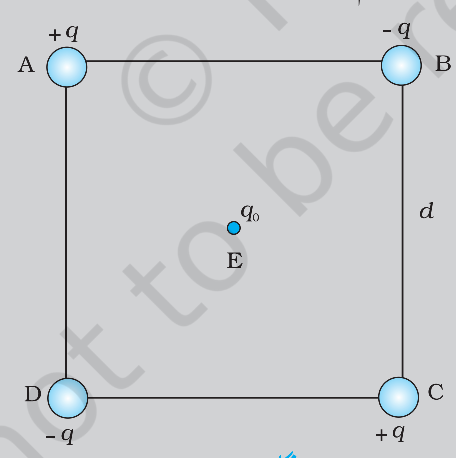
$$q_3 V_{1,2}(\mathbf{r}_3) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right) \qquad (2.25)$$

چارجوں کو ان کے دیے ہوئے مقامات پر اکٹھا کرنے میں کیا گیا کل کام، مختلف قدموں [مساوات (2.23)] اور مساوات (12.25) میں کیے گئے کام کو جمع کر کے حاصل ہوتا ہے،

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right) \qquad (2.26)$$

پھر، برق۔سکونی قوت کی بقائی طبع کی وجہ سے (یا معادل طور پر، کیے گیے کام کے راستے کے غیر تابع ہونے کی وجہ سے)، U کے لیے حاصل کی گئی آخری ریاضیاتی عبارت (مساوات 2.26)، اس بات کے تابع نہیں ہے کہ تشکیل کس طرح سے حاصل ہوتی ہے۔ وضعی توانائی تشکیل کی موجودہ حالت کی خاصیت ہے، اس طریقے کی نہیں، جس سے موجودہ حالت پر پہنچا گیا ہے۔

مثال 2.4: ضلع d کے ایک مربع ABCD کے چاروں کونوں پر ایک ایک چارج اس طرح رکھا گیا ہے، جیسا کہ شکل 2.15 میں دکھایا گیا ہے۔ (a) یہ ترتیب حاصل کرنے کے لیے درکار کام معلوم کیجیے۔ (b) ایک چارج q_0 مربع کے مرکز E پر لایا جاتا ہے۔ جب کہ چاروں چارج اپنے اپنے کونوں پر قائم رکھے جاتے ہیں۔ ایسا کرنے میں کتنا اضافی کام کرنا ہوگا؟۔



شکل 2.15

حل:

(a) کیونکہ کیا گیا کام چارجوں کی آخری تشکیل کے تابع ہے، اس کے تابع نہیں ہے کہ چارجوں کو کس طرح اس تشکیل میں یکجا کیا گیا ہے، اس لیے ہم چارجوں کی دی ہوئی تشکیل، یعنی انہیں D.C.B.A پر رکھنے میں مندرجہ ذیل طریقے سے حاصل کرنے میں کیا گیا کام معلوم کرتے ہیں۔ فرض کیجیے کہ سب سے پہلے چارج +q، A

مثال 2.4

© NCERT not to be republished

پر لایا جاتا ہے اور پھر، بالترتیب q−، B پر q+، C پر اور q−، D پر لائے جاتے ہیں۔ درکار کل کام مندرجہ ذیل اقدامات میں تحسیب کیا جا سکتا ہے۔

(i) چارج q+ کو A پر لانے میں کیا گیا کام، جب کہیں کوئی اور چارج موجود نہیں ہے: یہ صفر ہے

(ii) چارج q− کو B پر لانے میں کیا گیا کام، جب q+ A پر ہے۔ یہ دیا جاتا ہے:

(A پر q+ کی وجہ سے 'B پر برقی سکونی مضمر) x (B پر چارج)

$$= -q \times \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}\right) = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

(iii) چارج q+ کو C پر لانے میں کیا گیا کام، جب q+، A پر ہے اور q−، B پر ہے، یہ دیا جاتا ہے:

(A اور B پر چارجوں کی وجہ سے c پر مضمر) x C پر چارج

$$= +q\left(\frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 d\sqrt{2}} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 d}\right) = \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

(iv) q− کو D پر لانے میں کیا گیا کام، جبکہ q+، A پر اور q−، B پر اور q+، c پر ہیں، دیا جاتا ہے:

(B,A اور C پر چارجوں کی وجہ سے D پر مضمر) x (D پر چارج)

$$= -q\left(\frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 d\sqrt{2}} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}\right)$$

$$= \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

اقدامات (i)، (ii)، (iii) اور (iv) میں کیے گیے کام کو جمع کیجیے۔ درکار کل کام ہے:

$$= \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}\left\{(0) + (1) + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\}$$

$$= \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}\left(4 - \sqrt{2}\right)$$

کیا گیا کام صرف چارجوں کی آخری تشکیل کے تابع ہے اور اس کے تابع نہیں ہے کہ انہیں کیسے یکجا کیا گیا ہے۔ تعریف کے مطابق، یہ چارجوں کی کل برق۔سکونی توانائی ہے۔

{ طالب علم یہی کام/توانائی، چارجوں کو کسی بھی ترتیب میں لے کر، تحسیب کرنے کی کوشش کر سکتے ہیں اور خود کو مطمئن کر سکتے ہیں کہ کل توانائی یکساں رہتی ہے }

(b) چارج q_0 کو نقطہ $\vec{E}$ پر لانے میں کیا گیا زائد کام، جبکہ "C'B'A اور D پر دیے ہوئے چارج موجود ہیں،

(C'B'A اور D پر چارجوں کی وجہ سے E پر مضمر) $\times\, q_0$

ظاہر ہے کہ $\vec{E}$ پر برق سکونی مضمر صفر ہوگا، کیونکہ A اور C پر چارجوں کی وجہ سے مضمر کی B اور D پر چارجوں کی وجہ سے مضمر سے تنسیخ ہو جائے گی۔ اس لیے نقطہ $\vec{E}$ پر کسی بھی چارج کو لانے میں کوئی کام درکار نہیں ہوگا۔

مثال 2.4

© NCERT not to be republished

2.8 ایک باہری میدان میں وضعی توانائی

(Potential Energy in an External Field)

2.81 ایک واحد چارج کی وضعی توانائی(Potential energy of a single charge)

حصّہ 27 میں برقی میدان کے وسیلہ۔چارج اوران کے مقامات۔کومعین کر دیا گیا تھا اوران چارجوں کے نظام کی وضعی توانائی تحسیب کی گئی تھی۔اس حصہ میں ہم ایک اسی سے متعلق لیکن واضح طور پر مختلف سوال پوچھتے ہیں۔ایک دیے ہوئے میدان میں، ایک چارج q کی وضعی توانائی کیا ہوگی؟ یہ سوال، دراصل وہ شروعاتی نقطہ تھا' جس نے ہماری برق سکونی مضمر کے تصور تک رہنمائی کی (حصّہ 2.1 اور حصّہ 2.2) ۔لیکن یہاں ہم اس سوال سے دوبارہ بحث کرتے ہیں تا کہ یہ وضاحت ہوسکے کہ یہ حصّہ 2.7 میں کی گئی بحث سے کیسے مختلف ہے۔

اصل فرق یہ ہے کہ اب ہم ایک باہری میدان میں ایک چارج (یاایک سے زائد چارجوں) کی وضعی توانائی پرغور کررہے ہیں۔ باہری میدان ' دیے ہوئے اس چارج (ان چارجوں) کی وجہ سے نہیں پیدا ہورہا ہے، جس کی (جن کی) وضعی توانائی ہم تحسیب کرنا چاہتے ہیں۔ ان وسیلوں کے ذریعے پیدا ہورہا ہے جو دیئے ہوئے چارج (چارجوں) کے لیے باہری وسیلے ہیں۔ باہری وسیلے معلوم بھی ہو سکتے ہیں' لیکن اکثر یہ نامعلوم یا غیرمعین ہوتے ہیں، جو چیز متعین ہوتی ہے' وہ ان باہری وسیلوں کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان یا برق سکونی مضمر V ہے۔ہم فرض کر لیتے ہیں کہ چارج q' باہری میدان پیدا کرنے والے باہری وسیلوں پر کوئی قابل لحاظ اثر نہیں ڈالتا۔ یہ صادق بیان ہوگا اگر q بہت چھوٹا ہو یا باہری وسیلوں کو دوسری غیر معین قوتوں کے ذریعے قائم رکھا جائے۔ اگر q کی قدر متناہی (Finite) بھی ہو' اس کا باہری وسیلوں پر اثر نظر انداز کیا جا سکتا ہے، اگر صورتِ حال ایسی ہو کہ دلچسپی کے علاقے میں، بہت طاقت ور وسیلے جو بہت دور، لا انتہا' پر ہیں' ایک متناہی میدان پیدا کرتے ہیں۔ پھر نوٹ کریں کہ ہماری دلچسپی ایک دیے ہوئے چارج q (اور بعد میں چارجوں کے ایک نظام) کی' باہری میدان میں' وضعی توانائی معلوم کرنے میں ہے' ہمیں باہری برقی میدان پیدا کرنے والے وسیلوں کی وضعی توانائی معلوم کرنے میں کوئی دلچسپی نہیں ہے۔

باہری برقی میدان اوراس سے مطابقت رکھنے والا باہری مضمر 'V ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ پر تبدیل ہوسکتا ہے۔تعریف کے مطابق' ایک نقطہ P پر 'V ایک اکائی مثبت چارج کو لاانتہا سے نقطہ P تک لانے میں کیا گیا کام ہے۔ (ہم لاانتہا پر مضمر کو صفر ماننا جاری رکھتے ہیں) اس لیے، ایک چارج q کو' باہری میدان میں' لاانتہا سے P تک لانے میں کیا گیا کام qv ہے۔ یہ کام q کی وضعی توانائی کی شکل میں ذخیرہ ہوجاتا ہے۔ اگر نقطہ P کا' کسی مبدے کی مناسبت سے مقام سمتیہ $\vec{r}$ ہے' تو ہم لکھ سکتے ہیں:

باہری میدان میں $\vec{r}$ پر q کی وضعی توانائی

$$= qV(\vec{r}) \tag{2.27}$$

© NCERT not to be republished

جہاں $V(\vec{r})$ ٗنقطہ $\vec{r}$ پر باہری مضمر ہے۔

اس لیۓ اگر ایک الیکٹران کو جس کا چارج: $q = e = 1.6\times10^{-19}$ C ہے، ایک مضمر فرق:

سے اسراع پذیر کیا جاتا ہے،تو یہ $q\Delta V = 1.6 \times 10^{-19}$ J توانائی حاصل کرے گا۔توانائی کی یہ اکائی بہ طور 1 electron volt (1 الیکٹران وولٹ) یا levj معرف کی جاتی ہے یعنی eV [1 eV=1.6 × 10^{-19}J] پر مبنی اکائیاں ایٹمی، نیوکلیائی اور ذراتی طبیعیات میں عام طور سے استعمال کی جاتی ہیں۔

$1\ \text{keV} = 10^3\text{eV} = 1.6 \times 10^{-16}\text{J}$ ، $1\ \text{MeV} = 10^6\text{eV} = 1.6 \times 10^{-13}\text{J}$ ،

$1\ \text{GeV} = 10^9\text{eV} = 1.6 \times 10^{-10}\text{J}$ اور $1\ \text{TeV} = 10^{12}\text{eV} = 1.6 \times 10^{-7}\text{J}$

{اس کی تعریف پہلے ہی صفحہ 117، جدول 6.1 ٗX1 طبیعیات حصّہ 1 ٗ میں کی جا چکی ہے}

2.8.2 ایک باہری میدان میں دو چارجوں کے ایک نظام کی وضعی توانائی

Potential energy of a system of two charges in an external field

اب ٗ ہم پوچھتے ہیں کہ دو چارجوں q_1 اور q_2 ، جو بالترتیب مقامات $\vec{r}_1$ اور $\vec{r}_2$ پر ہیں ٗ کے ایک نظام کی وضعی توانائی ٗ ایک باہری میدان میں کیا ہوگی؟ پہلے ہم چارج q کو لا انتہا سے $\vec{r}_1$ تک لانے میں کیے گئے کام کی تحسیب کرتے ہیں۔ مساوات (2.27) استعمال کرتے ہوئے، اس قدم میں کیا گیا کام ہے: $[= q_1V(\vec{r}_1)]$ -۔ پھر ہم q_2 کو $\vec{r}_2$ تک لانے میں کیا گیا کام معلوم کرتے رہیں۔ اس قدم میں کام نہ صرف باہری برقی میدان کے خلاف کیا جاتا ہے بلکہ q_1 کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کے خلاف بھی کیا جاتا ہے۔

باہری میدان کے خلاف q_2 پر کیا گیا کام

$$= q_2V(\vec{r}_2)$$

کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کے خلاف q_2 پر کیا گیا کام

$$= \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_o r_{12}}$$

جہاں r_{12} ، q_1 اور q_2 کا درمیانی فاصلہ ہے ۔ ہم نے مساوات (2.27) اور مساوات (2.22) استعمال کی ہیں۔ میدانوں کے لیے انطباق کے اصول کے مطابق ٗ ہم دونوں میدانوں ($\vec{E}$ اور q_1 کی وجہ سے پیدا ہونے والا) کے خلاف q_2 پر کیے گیے کاموں کو جمع کرتے ہیں۔

q_2 کو $\vec{r}_2$ تک لانے میں کیا گیا کام

$$= q_2V(r_2) + \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_o r_{12}} \tag{2.28}$$

اس لیے،

اس نظام کی وضعی توانائی = تشکیل کو یکجا کرنے میں کیا گیا کل کام

© NCERT not to be republished

$$= q_1V(r_1) + q_2V(r_2) + \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} \quad (2.29)$$

مثال 2.5

(a) دو چارجوں $7\,\mu C$ اور $-2\,\mu C$ ۔ جو بالترتیب (–9 cm, 0, 0) اور (9 cm, 0, 0) پر رکھے ہوئے ہیں، کے نظام کی برق سکونی وضعی توانائی معلوم کیجیے (کوئی باہری برقی میدان نہیں ہے)۔

(b) دونوں چارجوں کو ایک دوسرے سے لامتناہی فاصلے پر لے جانے میں کتنا کام درکار ہوگا؟

(c) فرض کیجیے کہ چارجوں کے اسی نظام کو ایک باہری برقی میدان: $E = A\left(\frac{1}{r^2}\right); A = 9\times10^5\ C\ m^{-2}$ میں رکھ دیا جاتا ہے۔ اب اس تشکیل کی برق۔سکونی توانائی کیا ہوگی؟

حل

(a)
$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} = 9\times10^9 \times \frac{7\times(-2)\times10^{-12}}{0.18} = -0.7\,J$$

(b)
$$W = U_2 - U_1 = 0 - U = 0 - (-0.7) = 0.7\ J$$

(c) دونوں چارجوں کی باہم عمل توانائی (Mutual interaction energy) غیر تبدیل شدہ رہتی ہے۔ اس کے علاوہ، دونوں چارجوں کے باہری میدان سے باہم عمل کی توانائی بھی ہے۔ ہم پاتے ہیں۔

$$q_1V(\mathbf{r}_1) + q_2V(\mathbf{r}_2) = A\frac{7\mu C}{0.09m} + A\frac{-2\mu C}{0.09m}$$

اور کل برقی۔سکونی توانائی ہے

$$q_1V(\mathbf{r}_1) + q_2V(\mathbf{r}_2) + \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} = A\frac{7\,\mu C}{0.09\,m} + A\frac{-2\,\mu C}{0.09\,m} - 0.7\,J$$

$$= 70 - 20 - 0.7 = 49.3\,J$$

مثال 2.5

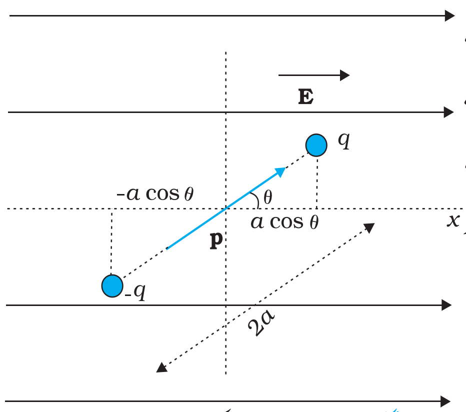
2:8.3 ایک باہری میدان میں ایک دوقطبہ کی وضعی توانائی
Potential energy of a dipole in an external field

ایک دوقطبہ لیں، جس کے چارج $q_1 = +q$ اور $q_2 = -q$ ہیں اور جو ایک ہموار برقی میدان $\vec{E}$ میں رکھا ہوا ہے، جیسا کہ شکل 2.16 میں دکھایا گیا ہے۔

جیسا کہ ہم پچھلے باب میں دیکھ چکے ہیں، ایک ہموار برقی میدان میں، دوقطبہ پر کوئی کل قوت نہیں لگتی لیکن اس پر ایک قوت گردشہ τ لگتا ہے، جو دیا جاتا ہے۔

$$\vec{\tau} = \vec{P}\times\vec{E} \quad (2.30)$$

© NCERT not to be republished



شکل 2.16 :ایک دو قطبہ کی ایک باہری میدان میں وضعی توانائی

جو اسے گھمانے کی کوشش کرے گا (اگر $\vec{P}$ ، $\vec{E}$ کے متوازی یا مخالف متوازی نہیں ہے)۔ فرض کیجیے کہ ایک باہری قوت گردشہ $\vec{\tau}$ اس طور پر لگایا جاتا ہے کہ اس قوت گردشہ کی بس تعدیل بھر کر دیتا ہے اور دو قطبہ کو کاغذ کے مستوی میں زاویہ θ_1 سے زاویہ θ_2 تک، لامتناہی خفیف زاویائی چال کے ساتھ اور بغیر کسی زاویائی اسراع کے، گھماتا ہے۔ باہری قوت گردشہ کے ذریعے کیے گئے کام کی مقدار دی جاتی ہے:

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \tau_{\text{ext}}(\theta)d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta_1} pE\sin\theta\, d\theta$$

$$= pE\left(\cos\theta_0 - \cos\theta_1\right) \quad (2.31)$$

یہ کام نظام کی وضعی توانائی کے بہ طور ذخیرہ ہو جاتا ہے۔ اب ہم وضعی توانائی $U(\theta)$ کو دو قطبہ کے میلان (inclination) θ سے منسلک کر سکتے ہیں۔ دیگر وضعی توانائیوں کی طرح، وہ زاویہ منتخب کرنے کی آزادی ہے جہاں وضعی توانائی U کو صفر لیا جائے۔ ایک قدرتی انتخاب یہ ہے کہ $\theta = \frac{\pi}{2}$ لیا جائے۔ (اس کی وضاحت اس بحث کے آخر میں کی گئی ہے)۔ اب ہم لکھ سکتے ہیں

$$U(\theta) = pE\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos\theta\right) = -pE\cos\theta = -\vec{p}.\vec{E} \quad (2.32)$$

یہ ریاضیاتی عبارت، مساوات (2.29) سے بھی متبادل طور پر سمجھی جا سکتی ہے۔ ہم q+ اور q- دو چارجوں کے موجودہ نظام پر مساوات (2.29) کا اطلاق کرتے ہیں۔ وضعی توانائی کی ریاضیاتی عبارت، اس صورت میں ہو جاتی ہے:

$$U'(\theta) = q[V(\vec{r}_1) - V(\vec{r}_2)] - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} \quad (2.33)$$

یہاں $\vec{r}_1$ اور $\vec{r}_2$ بالترتیب q_1 اور q_2 کے مقام سمتیوں کی نشاندہی کرتے ہیں۔ اب مقامات $\vec{r}_1$ اور $\vec{r}_2$ کے درمیان مضمر فرق، ایک اکائی مثبت چارج کو، میدان کے خلاف، $\vec{r}_2$ سے $\vec{r}_1$ تک لانے میں کیے گئے کام کے مساوی ہے۔ قوت کے متوازی (Displacement) $2a\cos\theta$ ہے۔ اس لیے

$$[V(\vec{r}_1) - V(\vec{r}_2)] = -E \times 2a\cos\theta$$

اس طرح، ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$U'(\theta) = -pE\cos\theta - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} = -\vec{p}\cdot\vec{E} - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} \quad (2.34)$$

ہم نوٹ کرتے ہیں کہ $U'(\theta)$ ایک ایسی مقدار سے $U(\theta)$ سے مختلف ہے، جو کہ ایک دیے ہوئے دو قطبیہ کے لیے صرف ایک مستقلہ ہے۔ کیونکہ وضعی توانائی کے لیے ایک مستقلہ کوئی اہمیت نہیں رکھتا، ہم مساوات (2.34) میں سے دوسرے رکن کو چھوڑ سکتے ہیں اور پھر یہ مساوات (2.32) میں تحلیل ہو جاتی ہے۔

اب ہم سمجھ سکتے ہیں کہ ہم نے $\theta = \frac{\pi}{2}$ کیوں لیا تھا۔ اس صورت میں باہری میدان $\vec{E}$ کے خلاف، +q

© NCERT not to be republished

اور q – کولانے میں کیے گیے کام مساوی اورمخالف ہیں اورایک دوسرے کی تنسیخ کردیتے ہیں، یعنی کہ

$$q[V(\vec{r}_1) - V(\vec{r}_2)] = 0$$

مثال 2.6 ایک شے کے ایک مالیکیول کا،عددی مقدار $10^{-29}\ cm$ کا مستقل دوقطبی معیاراثر (Dipole moment) ہے۔اس شے کے ایک مول (Mole)، کی $10^{6}\ Vm^{-1}$ عددی قدر کے طاقت ور برق سکونی میدان کولگا کرتقطیب (Polarisation) کی جاتی ہے۔(کم درجہ حرارت پر) میدان کی سمت یکا یک 60^0 کے زاویے سے تبدیل کردی جاتی ہے۔شے کے ذریعے اپنے دوقطبیوں کومیدان کی نئی سمت کی جانب کرنے میں خارج کی جانے والی حرارت کا تخمینہ لگائیے۔آسانی کے لیے مان لیجیے کہ نمونے کی 100% تقطیب ہوئی ہے۔

حل: یہاں، $10^{-29}\ cm$ = ہرایک مالیکول کا دوقطبی معیاراثر

کیونکہ شے کے اِمول میں 6×10^{23} مالیکیول ہوتے ہیں۔

تمام مالیکیولوں کا کل دوقطبی معیاراثر، $p = 6 \times 10^{23} \times 10^{-29}$

$$= 6 \times 10^{-6}\ C\ m$$

آغازی وضعی توانائی $U_i = -pE \cos\theta = -6\times10^{-6}\times10^{6} \cos 0° = -6\ J$

اختتامی وضعی توانائی (جب، $\theta = 60°$) $U_f = -6 \times 10^{-6} \times 10^{6} \cos 60° = -3\ J$

وضعی توانائی میں تبدیلی $= -3J - (-6J) = 3\,J$

اس طرح،وضعی توانائی کا زیاں ہوتا ہے۔یہی وہ توانائی ہوگی جو شے کے ذریعے،اپنے دوقطبیوں کومیدان کی نئی سمت کی جانب کرنے میں،حرارت کی شکل میں خارج ہوتی ہے۔

مثال 2.6

2.9 موصلوں کی برق۔سکونیات (Electrostatics of Conductors)

باب 1 میں موصل اورحاجز کومختصر طور پر بیان کیا گیا تھا۔موصلوں میں رواں (Mobile) چارج بردار (Charge carriers) ہوتے ہیں۔دھاتی موصلوں میں یہ چارج بردار الیکٹران ہوتے ہیں۔ایک دھات میں باہری (بندشی (Valence الیکٹران اپنے ایٹموں سے علیحدہ ہوجاتے ہیں اورحرکت کرنے کے لیے آزاد ہوتے ہیں۔یہ الیکٹران دھات کے اندر آزاد ہوتے ہیں،لیکن دھات سے باہر نکلنے کے لیے آزادنہیں ہوتے۔یہ آزادالیکٹران ایک قسم کی ''گیس''تشکیل دے لیتے ہیں،یہ ایک دوسرے سے اورآئنوں (ions) سے تصادم کرتے ہیں اورمختلف سمتوں میں بے ترتیب حرکت کرتے ہیں۔ایک باہری برقی میداں میں، یہ میدان کی سمت کے مخالف بارآور ہوتے ہیں۔ نیوکلیانوں (nuclei) پر مشتمل مثبت آئن اور بندھے ہوئے الیکٹران اپنے متعین مقامات پر قائم رہتے ہیں۔برق پاشی موصلوں (electrolytic conductors) میں،مثبت اورمنفی،دونوں آئن چارج بردار ہوتے ہیں،لیکن اس صورت میں حالت زیادہ پیچیدہ ہوتی ہے۔چارج برداروں کی حرکت،باہری برقی میدان اورجنھیں کیمیائی قوتیں کہا جاتا ہے،دونوں

© NCERT not to be republished

سے متاثر ہوتی ہے (دیکھیے باب 3)۔ہم اپنی بحث کو دھاتی ٹھوس موصلوں تک ہی محدود رکھیں گے۔آیئے موصلوں کی برق سکونیات سے سے متعلق اہم نتائج نوٹ کریں۔

1۔ایک موصل کے اندر، برق سکوتی میدان صفر ہوتا ہے:

ایک موصل لیں، جو چاہے چارج شدہ ہو یا تعدیل شدہ۔ یہاں ایک باہری برق سکونی میدان بھی ہوسکتا ہے۔سکونی حالت میں، جب کہ موصل کے اندر یا موصل کی سطح پر کوئی کرنٹ نہیں ہے، تو موصل کے اندر ہر جگہ برقی میدان صفر ہے۔ یہ حقیقت ایک موصل کو معرف کرنے والی خاصیت مانی جاسکتی ہے۔ایک موصل میں آزاد الیکٹران ہوتے ہیں۔ جب تک کہ برقی میدان صفر نہیں ہے، آزاد چارج برداروں پر ایک قوت لگے گی اور وہ بار آور ہوں گے۔سکونی حالت میں، آزاد چارج اپنے آپ کو اس طور پر تقسیم کر لیتے ہیں کہ موصل کے اندر ہر جگہ برقی میدان صفر ہوتا ہے۔ ایک موصل کے اندر برق۔سکونی میدان صفر ہے۔

2۔ ایک چارج شدہ موصل کی سطح پر، برقی میدان، ہر نقطہ پر سطح کے عمودی ہونا لازمی ہے:

اگر سطح پر عمودی نہیں ہے، تو سطح پر اس کا ایک غیر صفر جز ہوگا۔موصل کے سطح کے آزاد چارجوں پر تب ایک قوت لگے گی اور وہ حرکت کریں گے۔ اس لیے، سکونی حالت میں، کا کوئی مماسی جز نہیں ہونا چاہئے۔اس لیے، ایک چارج شدہ موصل کی سطح پر برق سکونی میدان، ہر نقطہ پر سطح پر عمودی ہونا چاہئے۔(ایک ایسے موصل کے لیے جس کی کوئی سطحی چارج کثافت نہیں ہے، میدان سطح پر بھی صفر ہے) دیکھیے نتیجہ 5-

3۔سکونی حالت میں موصل کے اندرونی حصّے میں کوئی اضافی چارج نہیں ہوسکتا:

ایک تعدیلی موصل میں اس کے ہر چھوٹے حجم یا سطحی جز میں مثبت اور منفی چارجوں کی مساوی مقدار ہوتی ہے۔جب موصل کو چارج کیا جاتا ہے تو سکونی حالت میں یہ اضافی چارج صرف سطح پر ہی رہ سکتا ہے۔ یہ گاس کے قانون سے اخذ کیا جاسکتا ہے۔حجم v کو گھیرنے والی بند سطح S پر، برق۔سکونی میدان صفر ہے۔اس لیے S سے گذرنے والا کل برقی فلکس صفر ہے۔اس لیے گاس کے قانون کے مطابق، S کے ذریعے کوئی کل چارج نہیں گھرا ہوا ہے۔لیکن آپ سطح S کو جتنا چاہیں چھوٹا بنا سکتے ہیں، یعنی کہ حجم v کو نا قابلِ لحاظ حد تک خفیف بنایا جاسکتا ہے۔اس کا مطلب ہے کہ موصل کے اندرونی حصّہ میں کسی بھی نقطہ پر کوئی کل چارج نہیں ہے اور اس لیے کسی بھی اضافی چارج کو موصل کی سطح پر رہنا چاہیے۔

4۔موصل کے پورے حجم میں ہر جگہ برق۔سکونی مضمر مستقلہ ہے اور سطح پر بھی اس کی وہی قدر ہے جو اندرونی حصّے میں ہے۔

یہ اوپر دیے ہوئے نتائج 1 اور 2 سے اخذ کیا جاسکتا ہے۔کیونکہ موصل کے اندر $\vec{E} = 0$ ہے اور سطح پر اس کا کوئی مماسی جز نہیں ہے، اس لیے موصل کے اندر اور اس کی سطح پر ایک چھوٹے ٹیسٹ چارج کو حرکت کرانے میں کوئی کام نہیں ہوتا۔

© NCERT not to be republished

یعنی کہ، موصل کے اندر یا اس کی سطح پر، کن ہی دو نقاط کے درمیان کوئی مضمر فرق نہیں ہے۔ اس لیے نتیجہ حاصل ہو جاتا ہے۔ اگر موصل چارج شدہ ہے، تو سطح پر عمودی، برقی میدان پایا جاتا ہے، اس کا مطلب ہوا کہ سطح پر اور سطح سے ذرا سے باہر ایک نقطہ پر مضمر مختلف ہوگا۔

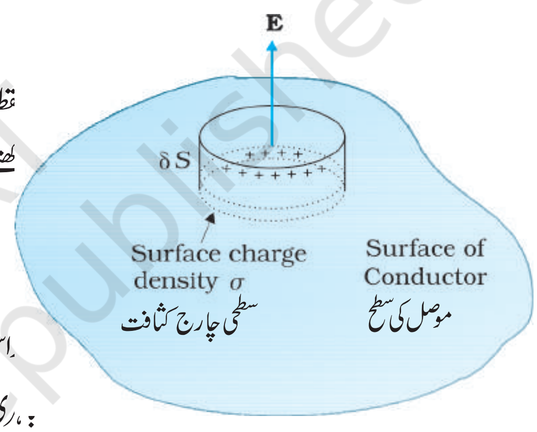
ایک غیر معین سائز، شکل اور چارج تشکیل کے موصلوں کے نظام میں، ہر موصل مضمر کی ایک مستقلہ قدر کے ذریعے مخصوص کیا جاتا ہے، لیکن یہ مستقلہ ایک موصل سے دوسرے موصل میں مختلف ہو سکتا ہے۔

5۔ ایک چارج شدہ موصل کی سطح پر برقی میدان:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n} \qquad (2.35)$$

جہاں σ سطحی چارج کثافت ہے اور $\hat{r}$ سطح پر عمود باہر کی جانب، اکائی سمتیہ ہے۔

اس نتیجہ کو مشتق کرنے کے لیے ایک گولیاں رکھنے کی شیشی (ایک چھوٹا استوانہ)، سطح نقطہ P کے گرد، بہ طور گاس سطح منتخب کیجیے (جیسا کہ شکل 2.17 میں دکھایا گیا ہے)۔ یہ گولیاں رکھنے کی شیشی، موصل کی سطح کے جزوی طور پر اندر ہے اور جزوی طور پر باہر ہے۔ اس کا تراشی رقبہ بہت چھوٹا ہے اور اسکی اونچائی نا قابلِ لحاظ ہے۔



شکل 2.17: ایک چارج شدہ موصل کی سطح پر مساوات (2.35) مشتق کرنے کے لیے منتخب کی گئی گاسی سطح (ایک گولیوں کی شیشی)

سطح کے بس اندر، برق سکونی میدان صفر ہے اور سطح کے بس باہر، میدان سطح پر عمود ہے اس کی عددی قدر E ہے۔ اس لیے کُل فلکس میں گولیوں کی شیشی سے حصّہ صرف اس کے باہری (دائری) تراشے سے آتا ہے۔ یہ $\pm\, \delta S$ کے مساوی ہے ($\sigma > 0$ کے لیے مثبت اور $\sigma < 0$ کے لیے منفی)' کیونکہ قلیل رقبہ δS پر $\vec{E}$ کو مستقلہ مانا جا سکتا ہے اور $\vec{E}$ اور δS یا تو متوازی ہیں یا مخالف متوازی ہیں۔ گولیوں کی شیشی سے گھرا ہوا چارج $\sigma\delta S$ ہے۔

گاس کے قانون سے:

$$E\delta S = \frac{|\sigma|\,\delta S}{\varepsilon_0}$$

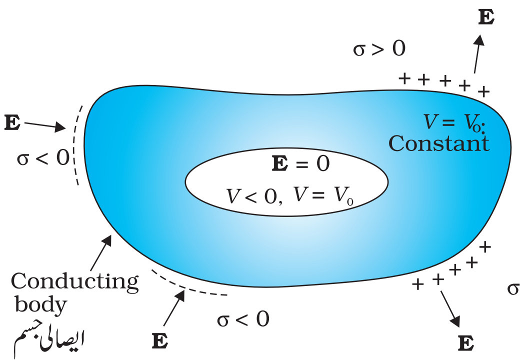
$$E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0} \qquad (2.36)$$

اس حقیقت کو شامل کرتے ہوئے کہ برقی میدان، سطح پر عمود ہے، ہم سمتیہ رشتہ، مساوات (2.35) حاصل کر لیتے ہیں، جو σ کی دونوں علامتوں کے لیے صادق ہے۔ $\sigma > 0$ کے لیے، برقی میدان، سطح پر عمود، باہر کی جانب ہے اور $\sigma < 0$ کے لیے، برقی میدان، سطح پر عمود، اندر کی جانب ہے۔

6۔ برق سکونی سپر (Electrostatic shielding)

ایک موصل لیں، جس میں ایک جوف (Cavity) ہے اور جوف کے اندر کوئی چارج نہیں ہے۔ ایک اہم نتیجہ یہ ہے کہ جوف

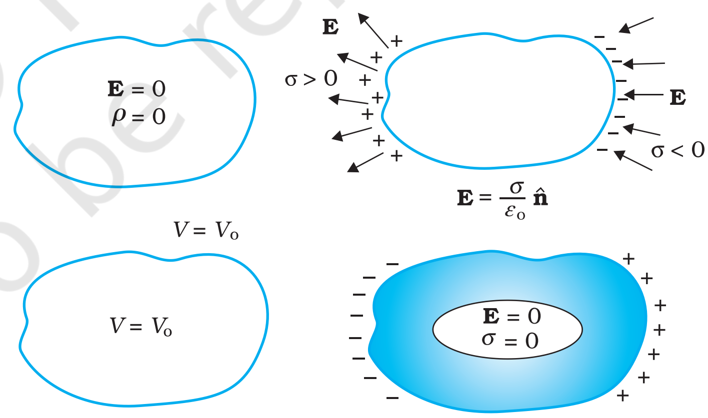
© NCERT not to be republished



شکل 2.18 : کسی بھی موصل کے جوف کے اندر برقی میدان صفر ہوتا ہے۔ ایک جوف والے موصل میں تمام چارج صرف موصل کی باہری سطح پر رہتے ہیں۔ (جوف میں کوئی چارج نہیں رکھا جاتا)۔

کے اندر کی طرف برقی میدان صفر ہوتا ہے، چاہے جوف کا سائز اور اس کی شکل کیسی بھی ہو اور اس موصل پر کتنا بھی چارج ہو اور اسے جس برقی میدان میں بھی رکھا جائے۔ ہم اس نتیجے کی ایک سادہ صورت پہلے ہی ثابت کر چکے ہیں۔ ایک چارج شدہ کروی چھلّے (Spherical shell) کے اندر برقی میدان صفر ہوتا ہے۔ چھلّے کے لیے اس نتیجہ کو ثابت کرنے میں ہم نے چھلّے کے کروی تشاکل (spherical symmetry) کو استعمال کیا تھا (دیکھیے باب 1)۔ لیکن جیسا کہ اوپر بیان کیا گیا ہے، ایک موصل کے جوف میں برقی میدان کا زائل ہو جانا (چارج-آزاد) ایک عمومی نتیجہ ہے۔ اسی سے منسلک ایک نتیجہ یہ بھی ہے کہ چاہے موصل کو چارج کیا جائے یا ایک تعدیلی موصل (neutral conductor) پر ایک باہری میدان کے ذریعے چارجوں کا امالہ (induction) کیا جائے، تمام چارج جوف والے موصل کی صرف باہری سطح پر ہی رہتا ہے۔

شکل 2.18 میں نوٹ کیے گئے نتائج کا ثبوت ہم یہیں پیش نہیں کر رہے ہیں، لیکن ہم ان کے اہم مضمرات نوٹ کریں گے۔ باہر کی طرف چاہے چارج اور میدان کی کوئی بھی تشکیل ہو، ایک موصل میں کوئی بھی جوف باہری برقی اثر سے سپر شدہ (Shielded) رہتا ہے: جوف کے اندر میدان ہمیشہ صفر ہوتا ہے۔ اسے برقی سکونی سپر (electrostatic shielding) کہتے ہیں۔ اس اثر کا استعمال، حساس آلوں کو باہری برقی اثرات سے محفوظ رکھنے میں کیا جا سکتا ہے۔ شکل 2.19 میں ایک موصل کی اہم برق سکونی خاصیتوں کا خلاصہ پیش کیا گیا ہے۔



شکل 2.19 : ایک موصل کی کچھ اہم برق-سکونی خاصیتیں

مثال 2.7

(a) سوکھے بالوں میں پھیرا گیا ایک کنگھا، کاغذ کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں کو کشش کرتا ہے۔ کیوں؟ کیا ہوگا اگر کنگھا گیلا ہو یا اس دن بارش ہو رہی ہو؟ (یاد رکھیے کہ ایک کاغذ برق کا ایصال نہیں کرتا۔)

(b) عام ربر ایک حاجز ہے۔لیکن ہوائی جہاز کے مخصوص ربر ٹائروں کوتھوڑا سا ایصالی بنایا جاتا ہے۔ ایسا کرنا کیوں ضروری ہے؟

(c) احتراق پذیر (inflammable) مادی اشیاء لے جانے والی گاڑیوں میں عام طور سے لوہے کی زنجیریں لگی ہوتی ہیں جو گاڑی کے حرکت کرنے کے دوران زمین کو چھوتی رہتی ہیں۔ کیوں؟

(d) ایک چڑیا ایک ننگی ہائی پاور لائن پر بیٹھی رہتی ہے اور چڑیا کو کچھ نہیں ہوتا۔ ایک زمین پر کھڑا ہوا آدمی اسی لائن کو چھوئے تو اسے جان لیوا جھٹکا لگتا ہے۔ کیوں؟

حل:

(a) ایسا اس لیے ہوتا ہے کیونکہ کنگھا/رگڑ کے ذریعے چارج ہوجاتا ہے۔کاغذ کے مالیکیولوں کی چارج شدہ کنگھے کے ذریعے تقطیب ہوجاتی ہے، جس سے ایک کششی کل قوّت پیدا ہوتی ہے۔ اگر بال گیلے ہوں یا بارش کا موسم ہوتو بالوں اور کنگھے کے درمیان رگڑ کم ہوجاتی ہے۔ کنگھا چارج نہیں ہوتا اور اس لیے وہ کاغذ کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں کو کشش نہیں کرے گا۔

(b) انہیں زمین میں چارج (رگڑ کے ذریعے پیدا ہونے والا) ایصال کرنے دینے کے لیے، اس لیے کہ بہت زیادہ اکٹھا ہوئی ساکن برق سے شرارہ (spark) پیدا ہوسکتا ہے، جس سے آگ لگ سکتی ہے۔

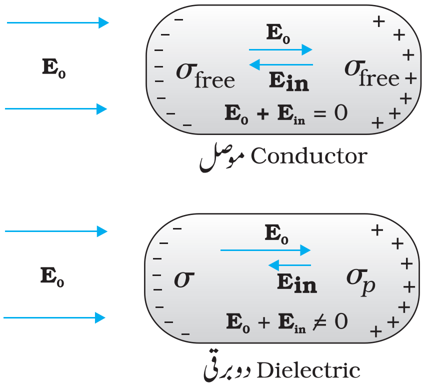
(c) وجہ (b) سے ملتی جلتی ہے۔

(d) کرنٹ صرف اسی وقت گذرتا ہے، جب مضمر فرق ہو۔

2.10 دوبرقی اور تقطیب (Dielectrics and Polarisation)

دوبرقی، غیر ایصالی مادی اشیاء ہوتے ہیں۔ موصل کے برخلاف ان میں چارج بردار نہیں ہوتے (یا ان کی تعداد نا قابلِ لحاظ ہوتی ہے)۔ حصّہ 2.9 سے یاد کریے کہ جب ایک موصل کو ایک باہری برقی میدان میں رکھا جاتا ہے تو کیا ہوتا ہے۔ آزاد چارج بردار حرکت کرنے لگتے ہیں اور موصل میں چارج کی تقسیم اپنے آپ کو اس طرح ترتیب دے لیتی ہے کہ امالہ کیے گئے چارجوں (induced charges) کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان، موصل کے اندر باہری میدان کی مخالفت کرتا ہے۔ یہ اس وقت تک ہوتا رہتا ہے، جب تک کہ سکونی حالت میں، دونوں میدان ایک دوسرے کی تنسیخ نہیں کردیتے اور موصل میں کل برقی میدان صفر نہیں ہوجاتا۔ ایک دوبرقی (Dielectric) میں، چارجوں کی یہ آزادانہ حرکت ممکن نہیں ہے۔ اس لیے ہوتا یہ ہے کہ باہری میدان، دوبرقی کے مالیکیولوں کو کھینچ کر (slreteching) یا ان کی دوبارہ تشریق (reorientation) کرکے دوقطبی معیارِ اثر کا (Dipole moment) کا امال (Induction) کرنا ہے۔ تمام مالیکیولیائی دوقطبی معیار اثر کا مجموعی اثر یہ ہوتا ہے کہ دوبرقی کی سطح پر کل چارج پیدا ہوجاتا ہے اور جو ایسا میدان پیدا کرتا ہے جو باہری میدان کی مخالفت کرتا ہے۔ ایک موصل کے برخلاف، اس طرح امالہ ہوا مخالف برقی میدان، باہری میدان کی

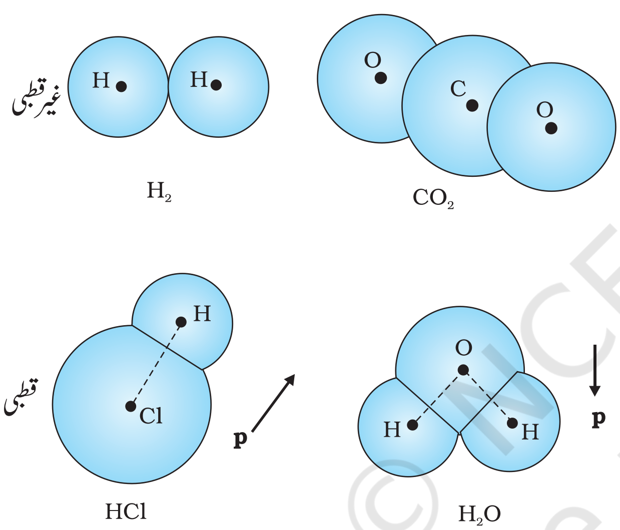
© NCERT not to be republished



شکل 2.20: ایک باہری برقی میدان میں، ایک موصل اور ایک دوبرق کے برتاؤ میں فرق

تنسیخ نہیں کرتا۔ یہ صرف اسے کم کر دیتا ہے ۔ یہ اثر کس حد تک ہوگا، یہ دوبرق کی طبع پر منحصر ہے۔ اس اثر کو سمجھنے کے لیے، ہمیں ایک دوبرق میں مالیکیولیائی سطح پر چارج کی تقسیم کو دیکھنا ہوگا۔

ایک مادی شے کے مالیکیول قطبی (Polar) بھی ہو سکتے ہیں اور غیر قطبی (Non Polar) ۔ ایک غیر قطبی مالیکیول میں، مثبت اور منفی چارجوں کے مراکز منطبق (coincideut) ہوتے ہیں۔ تب مالیکیول میں کوئی مستقل یا ذاتی (Intrinsic) دو قطبی معیارِ اثر نہیں ہوتا۔ غیر قطبی مالیکیولوں کی مثالیں آکسیجن O_2 اور ہائیڈروجن H_2 مالیکیول میں، جن میں ان کے تشاکل (Symmetry) کی وجہ سے کوئی دو قطبی معیارِ اثر نہیں ہوتا۔ دوسری طرف، ایک قطبی مالیبول وہ ہے، جس میں مثبت اور منفی چارجوں کے مراکز علیحدہ علیحدہ ہوتے ہیں (اس وقت بھی جب کوئی باہری میدان نہیں لگایا گیا ہو)۔ ایسے مالیکیول میں مستقل دو قطبی معیارِ اثر (Permanent dipole moment) ہوتا ہے۔ ایک آئنی مالیکیول جیسے پانی کا مالیکیول H_2O قطبی مالیکیولوں کی مثال ہے۔



شکل 2.21 قطبی اور غیر قطبی مالیکیول کی کچھ مثالیں

ایک باہری برقی میدان میں، ایک غیر قطبی مالیکیول کے مثبت اور منفی چارج، مخالف سمتوں میں نقل کرتے ہیں۔ یہ نقل (Displacement) اس وقت رک جاتا ہے جب مالیکیول کے ترکیبی چارجوں پر لگ رہی باہری قوت، بحالی قوت (مالیکیولوں کے اندرونی میدان کی وجہ سے) سے متوازن ہوجاتی ہے۔ اس طرح غیر قطبی مالیکیولوں میں ایک امالہ شدہ دو قطبی معیارِ اثر (Induced dipole moment) پیدا ہوجاتا ہے۔ اب کہا جاتا ہے کہ دوبرق کی باہری میدان کے ذریعے تقطیب ہوگئی ہے۔ ہم صرف وہ سادہ صورت ہی لیں گے جب امالہ شدہ دو قطبی معیارِ اثر، میدان کی سمت میں ہے اور میدان کی طاقت (Field strength) کے راست متناسب ہے۔ (وہ مادی اشیاء جن کے لیے یہ مفروضہ صادق ہے،

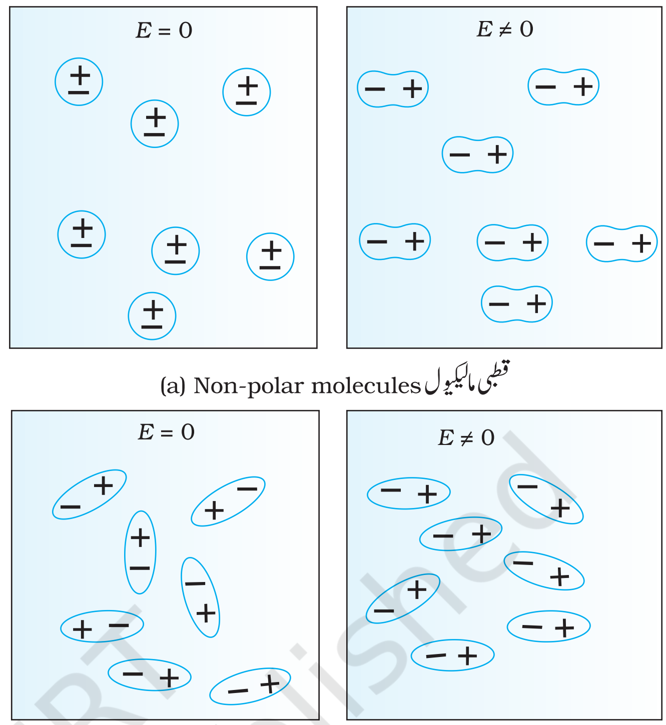
خطی ہم شموت دوبرق (Linear isotropic dielectric) کہلاتے ہیں۔ مختلف مالیکیولوں کے امالہ شدہ دو قطبی معیار اثر، آپس میں جڑ جاتے ہیں اور برقی میدان کی موجودگی میں، دوبرق کا ایک کل دو قطبی معیار اثر دیتے ہیں۔

قطبی مالیکیولوں والا دوبرق بھی، ایک باہری میدان میں، ایک کُل (غیر صفر) دو قطبی معیار اثر پیدا کر لیتا ہے، لیکن اس کی وجہ مختلف ہوتی ہے۔ کسی باہری میدان کی غیر موجودگی میں، مختلف مستقل دو قطبی، حرارتی اضطراب (thermal agitation) کی وجہ سے، بے ترتیب طور پر (randomly) تشریق ہوتے ہیں، اس لیے کل دو قطبی معیار اثر صفر ہوتا ہے۔ جب ایک باہری میدان لگایا جاتا ہے تو انفرادی دو قطبی معیارِ اثر اپنے آپ کو باہری میدان کی سمت

© NCERT not to be republished

کی جانب کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔ اب جب تمام مالیکیولوں کے دوقطبی معیاراثر کوجمع کیا جاتا ہے تو باہری میدان کی سمت میں ایک کل (غیرصفر) دوقطبی معیاراثر حاصل ہوتا ہے۔ یعنی کہ، دوبرقی کی تقطیب (Polarization) ہوجاتی ہے۔تقطیب کس حدتک ہو، یہ آپس میں مخالف دوعوامل کی نسبتی طاقت (Relative Strength) پر منحصر ہے: باہری میدان میں دوقطبی وضعی توانائی جودوقطبیوں کی میدان کی سمت کی جانب صف بندی(Alignment) کرنے کی کوشش کرتی ہے اور حرارتی توانائی جواس ترتیب کوتوڑنے کی کوشش کرتی ہے۔اس کے علاوہ امالہ شدہ دوقطبی معیاراثر کا اثر بھی ہوسکتا ہے،جیسا کہ غیر قطبی مالیکیوں میں ہوتا ہے، لیکن عام طور پر صف بندی اثر،دوقطبی مالیکیولوں کے لیے زیادہ اہم ہے۔

اس لیے دونوں صورتوں میں چاہے دوبرقی قطبی ہو یا غیر قطبی، ایک دوبرقی، باہری میدان کی موجودگی میں ایک کل (غیرصفر) دوقطبی معیار اثر پیدا کرلیتا ہے۔ دوقطبی معیاراثر فی اکائی حجم، تقطیب (Polarisation) کہلاتا ہے اوراسے $\vec{P}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔خطّی سموت دوبرقی کے لیے



(a) Non-polar molecules قطبی مالیکیول

(b) Polar molecules غیر قطبی مالیکیول

شکل 2.22 :ایک دوبرقی، باہری برقی میدان میں ایک کل دوقطبی معیاراثر پیدا کرلیتا ہے (a) غیر قطبی مالیکیول (b) قطبی مالیکیول

$$\vec{P} = \chi_e \vec{E} \tag{2.37}$$

جہاں ایک دوبرقی کی مستقلہ خاصیت ہے اوردوبرقی واسطے (Dilectric medium) کی میلانیت (Succeptibility) کہلاتی ہے۔

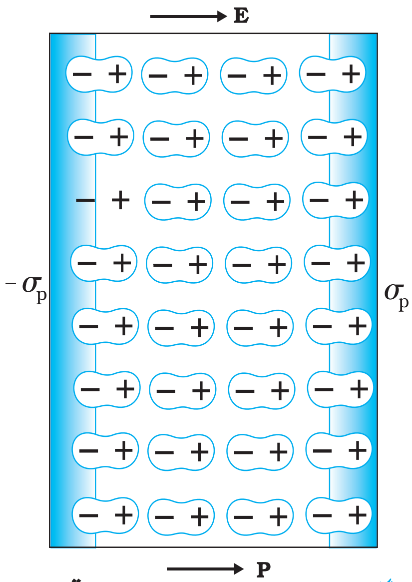
کا مادی شے کی مالیکیو لی خاصتیوں سے تعلق قائم کرنا ممکن ہے،لیکن یہاں ہم اس کی کوشش نہیں کریں گے۔

سوال یہ ہے کہ: ایک تقطیب شدہ دوبرقی، اپنے اندراصل (orginal) برقی میدان میں سدھار کیسے کرتا ہے؟ آسانی کے لیے، ہم ایک مستطیل نمادوبرقی سِل لیتے ہیں جواپنے دورخوں کے متوازی، ایک باہری ہموار برقی میدان میں رکھی ہوئی ہے۔ یہ برقی میدان، دوقطبی میں ہموار تقطیب $\vec{P}$ پیدا کرتا ہے۔ اس لیے سِل کا ہر حجم جز میں، میدان کی سمت میں ایک دوقطبی معیاراثر $\vec{P}\Delta V$ ہوتا ہے۔ حجم جز ΔV کلاں بینی طور پر چھوٹا ہے لیکن اس میں مالیکیولیائی دوقطبیوں کی بہت بڑی تعداد ہے۔ دوبرقی کے اندرکہیں بھی، حجم جز ΔV میں کوئی کل (غیرصفر) چارج نہیں ہے (حالانکہ اس کا کل دوقطبی معیاراثر ہے)۔ ایسا اس لیے ہے کیونکہ ایک دوقطبہ کا مثبت چارج اپنے برابر والے دوقطبہ کے منفی چارج کے بہت نزدیک ہوتا ہے۔ لیکن برقی میدان پر عمود، دوبرقی کی سطحوں پر ظاہرہ طور پر ایک کل چارج کثافت ہوتی ہے۔ جیسا کہ شکل 2.23 میں دیکھا جاسکتا ہے، دوقطبیوں کے مثبت سرے دائیں سطح (right surface) پر اور منفی سرے بائیں سطح

© NCERT not to be republished

پر غیر تعدیل شدہ باقی رہتے ہیں۔ یہ غیر متوازن چارج، باہری میدان کی وجہ سے امالہ ہوئے چارج ہیں۔

اس لیے ایک تقطیب شدہ دوبرقی، دو چارج شدہ سطحوں کے مساوی ہے، جن کی امالہ شدہ سطحی چارج کثافتیں، فرض کیا، σ_p اور $-\sigma_p$ ہیں۔ ظاہر ہے کہ ان سطحی چارجوں کی وجہ سے پیدا ہوا میدان، باہری میدان کی مخالفت کرتا ہے۔ اس لیے ایک دوبرقی میں کل میدان اس صورت کے مقابلے میں جب کوئی دوبرقی موجود نہیں ہوتا، کم ہو جاتا ہے۔ ہمیں یہ نوٹ کرنا چاہیے کہ سطحی چارج کثافت $\pm\sigma_p$، دوبرقی کے بندھے ہوئے چارجوں (آزاد چارج نہیں) کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے۔



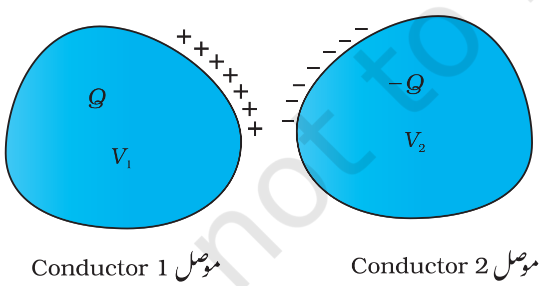
شکل 2.23 :ایک ہموار طور پر تقطیب شدہ دوبرقی میں امالہ شدہ سطحی چارج کثافت ہوتی ہے لیکن کوئی حجمی چارج کثافت نہیں ہوتی۔

2.11 کپیسٹر اور صلاحیت (Capacitors and Capacitance)

ایک کپیسٹر دو موصلوں کا ایسا نظام ہے جو ایک حاجز کے ذریعے ایک دوسرے سے جدا کیے ہوئے ہوتے ہیں (شکل 2.24)۔ فرض کیجیے موصلوں پر چارج Q_1 اور Q_2 ہیں اور ان کے مضمر V_1 اور V_2 ہیں۔ عام طور سے عملی صورتوں میں، دونوں موصلوں پر چارج Q + اور Q − ہوتے ہیں اور ان کے درمیان مضمر فرق: $V = V_1 - V_2$ ہوتا ہے۔ ہم کپیسٹر کی صرف اسی قسم کی چارج تشکیل لیں گے (ایک واحد موصل کو بھی، یہ فرض کرتے ہوئے کہ دوسرا لا انتہا پر ہے، بطور کپیسٹر استعمال کیا جا سکتا ہے) موصلوں کو ایک بیٹری کے ٹرمنل سے جوڑ کر اس طرح چارج کیا جا سکتا ہے۔

Q' کپیسٹر کا چارج کہلاتا ہے' حالانکہ دراصل یہ دونوں میں سے ایک موصل کا چارج ہے۔ کپیسٹر کا کل چارج صفر ہے۔

موصلوں کے درمیانی علاقے میں برقی میدان چارج Q کے متناسب ہے۔ یعنی کہ اگر کپیسٹر پر چارج کو فرض کیا، دگنا کر دیا جائے تو ہر نقطہ پر برقی میدان بھی دگنا ہو جائے گا۔ (یہ کولمب کے قانون سے اخذ کی گئی میدان اور چارج کے درمیان راست متناسبیت اور انطباق کے اصول سے اخذ کیا جا سکتا ہے۔) اب برقی مضمر فرق V' ایک قلیل ٹیسٹ چارج کو موصل 1 سے موصل 2 تک لے جانے میں میدان کے خلاف کیا گیا کام فی اکائی مثبت چارج ہے۔ لہٰذا V' بھی Q کے متناسب ہے اور نسبت ایک مستقلہ ہے۔



شکل 2.24 :ایک حاجز کے ذریعے علیحدہ کیے ہوئے دو موصلوں کا نظام ایک کپیسٹر تشکیل دیتا ہے۔

$$C = \frac{Q}{V} \tag{2.38}$$

مستقلہ C' کپیسٹر کی صلاحیت (Capacitance) کہلاتی ہے۔ جیسا کہ اوپر بیان کیا گیا ہے، 'C' Q اور V کے غیر تابع ہے۔ صلاحیت C صرف دو موصلوں کے نظام کی جیومیٹریائی تشکیل (شکل، سائز، دوری) کے تابع ہے۔ [جیسا ہم بعد میں دیکھیں گے، یہ دونوں موصلوں کو علاحدہ کرنے

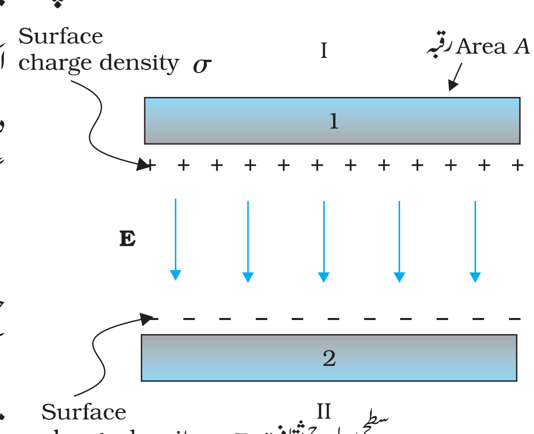
© NCERT not to be republished

والے حاجز(دوبرقی) کی طرح کے بھی تابع ہے [صلاحیت کی SI اکائی $1 \text{farad} = 1 \text{ coulomb volt}^{-1}$] کالمب ۔وولٹ $^{-1}$) 1 = 1 فیرڈ] یا $1\ \text{F} = 1\ \text{C V}^{-1}$ ہے ۔ ایک متعین صلاحیت کے کپیسٹر کو علامتی طور پر ⊣⊢ ایسے دکھایا جاتا ہے جبکہ ایک متغیر صلاحیت کے کپیسٹر کو ایسے دکھایا جاتا ہے۔

مساوات (2.38) ظاہر کرتی ہے کہ C کی بڑی قدر کے لیے، ایک دیے ہوئے Q کے لیے، V کی قدر قلیل ہوگی ۔ اس کا مطلب ہوا کہ ایک C کی بڑی قدر والا کپیسٹر ، ایک مقابلتاً قلیل V پر، چارج Q کی ایک بڑی قدر کو رکھ سکتا ہے۔ اس کی عملی اہمیت ہے ۔ زیادہ مضمر فرق کا مطلب ہے کہ موصلوں کے اردگرد طاقت ور برقی میدان ہوگا۔ ایک طاقت ور برقی میدان آس پاس کی ہوا کی آئن سازی کرسکتا ہے اور اس طرح پیدا ہوئے چارجوں کو مخالف چارج شدہ چادروں کی جانب اسراع کراسکتا ہے اور اس طرح کپیسٹر کی چادروں کی' کم از کم جزوی طور پر' تعدیل کرسکتا ہے۔ دوسرے لفظوں میں کپیسٹر کا چارج، درمیانی واسطے کی حاجزی طاقت میں کمی آنے کی وجہ سے، رِس (Leak) سکتا ہے۔ وہ ازحد برقیمیدان جو ایک دو برقی واسطہ بنا بند ہوئے (بیٹھے Break down)(اپنی حاجزی طاقت کے) برداشت کرسکتا ہے، اس کی دوبرقی طاقت (dielectric strength) کہلاتی ہے، ہوا کے لیے یہ تقریباً $3 \times 10^{6}\ \text{Vm}^{-1}$ ہے۔ موصلوں کے درمیان 1 سینٹی میٹر یا اس کے نزدیک)، کے درپے کے فاصلے کے لیے یہ میدان' موصلوں کے درمیان $3 \times 10^{4}\ \text{V}$ مضمر فرق سے مطابقت رکھتا ہے۔ اس لیے، تاکہ ایک کپیسٹر بنا رسے، چارج کی ایک بڑی مقدار کو رکھ سکے، اس کی صلاحیت کی مقدار اتنی زیادہ ہونی چاہیے کہ مضمر فرق اور اس لیے برقی میدان، اس کی بند ہونے کی حد سے زیادہ نہ بڑھ جائے۔ دوسرے لفظوں میں، ایک دیئے گے کپیسٹر میں بغیر رسے، ذخیرہ کیسے جاسکنے والے چارج کی مقدار کی ایک حد ہے۔ عملی صورتوں میں ایک فیرڈ ایک بہت بڑی اکائی ہے، سب سے زیادہ عام اکائیاں اس کے تحت ضعف $1\ \mu\text{F} = 10^{-6}\ \text{F}$ ، $1\ \text{nF} = 10^{-9}\ \text{F}$ ، $1\ \text{pF} = 10^{-12}\ \text{F}$ وغیرہ ہیں۔ چارج کے ذخیرہ کرنے میں استعمال ہونے کے علاوہ ایک کپیسٹر زیادہ تر ac سرکٹوں کا کلیدی جز ہے، جن میں یہ اہم کام انجام دیتا ہے، جیسا کہ باب 7 میں بیان کیا گیا ہے۔

2.12 : متوازی چادر کپیسٹر (The Parallel Plate Capacitor)

ایک متوازی چادر کپیسٹر دو بڑی ہموار متوازی ایصالی چادروں پر مشتمل ہوتا ہے، جن کے درمیان کچھ فاصلہ ہوتا ہے درمیان ایک دوبرقی واسطے کے اثر سے اگلے حصّے میں بحث کی گئی ہے۔



شکل 2.25: متوازی چادر کپیسٹر

فرض کیجیے ہر ایک چادر کا رقبہ A ہے اور ان کا درمیانی فاصلہ d ہے۔ دونوں چادروں پر چارج Q اور Q- ہیں۔ کیونکہ d' چادروں کے خطّی ابعاد کے مقابلے میں بہت کم ہے $(d^2 << A)$ ہم ہموار سطحی چارج کثافت کی لامتناہی مسطح چادر کے برقی میدان کا نتیجہ استعمال کرسکتے ہیں (حصّہ 1.15)۔ چادر 1 کی سطحی چارج ثقافت $\sigma = \dfrac{Q}{A}$ اور چادر 2 کی سطحی چارج کثافت $-\sigma$ ہے۔ مساوات (1.33) استعمال

© NCERT not to be republished

http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/capacitane

کرتے ہوئے، مختلف علاقوں میں برقی میدان ہے:

باہری علاقہ I (چادر 1 کے اوپر کا علاقہ)

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0 \tag{2.39}$$

باہری علاقہ II (چادر 2 کے نیچے کا علاقہ)

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0 \tag{2.40}$$

چادر 1 اور چادر 2 کے درمیان، اندرونی علاقے میں، دونوں چارج شدہ چادروں کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان آپس میں جڑ جاتے ہیں، اور اس طرح حاصل ہوتا ہے،

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \tag{2.41}$$

برقی میدان کی سمت، مثبت چادر سے منفی چادر کی جانب ہے۔

اس لیے، برقی میدان دونوں چادروں کے درمیان مقامی طور پر محدود ہے اور اس پورے علاقے میں ہموار ہے۔ متناہی رقبے کی چادروں کے لیے، یہ چادروں کی باہری حدوں کے پاس صادق نہیں ہوگا۔ کناروں پر میدانی خطوط باہر کی جانب مڑ جاتے ہیں۔ ایک اثر جو میدان کی جھالرسازی (Fringing) کہلاتا ہے۔ اسی طرح، σ کی قدر پوری چادر پر بالکل درست طور پر ہموار نہیں ہوگی۔ [E اور σ کے درمیان رشتہ، مساوات (2.41) سے دیا جاتا ہے] لیکن $d^2 << A$, کے لیے، یہ اثر کناروں سے کافی دور والے علاقوں میں نظر انداز کیے جا سکتے ہیں اور وہاں میدان مساوات (2.41) سے دیا جاتا ہے۔ اب، ہموار برقی میدان کے لیے، مضمر فرق، برقی میدان گنا چادروں کے درمیان فاصلہ ہے، یعنی کہ

$$V = Ed = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Qd}{A} \tag{2.42}$$

اب متوازی چادر کیپیسٹر کی صلاحیت C ہے:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \tag{2.43}$$

جو، جیسا کہ امید تھی، صرف نظام کی جومیٹری کے تابع ہے۔ مخصوص قدروں کے لیے، جیسے ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$C = \frac{8.85 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2} \times 1 m^2}{10^{-3} m} = 8.85 \times 10^{-9} F \tag{2.44}$$

[آپ جانچ کر سکتے ہیں کہ: $1F = 1C\,V^{-1} = 1C\,(NC^{-1}m)^{-1} = 1\,C^2\,N^{-1}m^{-1}$]

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ IF عملی طور پر استعمال کرنے کے لیے بہت بڑی اکائی ہے، جیسا کہ پہلے کہا گیا تھا۔ IF کے بہت بڑا ہونے کو دیکھنے کا ایک دوسرا طریقہ یہ ہے کہ C=IF حاصل کرنے کے لیے درکار چادر کا رقبہ تحسیب کیا جائے،

جبکہ چادروں کے درمیان فاصلہ، مان لیجیے 1 سینٹی میٹر ہے:

$$A = \frac{Cd}{\varepsilon_0} = \frac{1F \times 10^{-2}m}{8.85 \times 10^{-12}C^2N^{-1}m^{-2}} = 10^9 m^2 \qquad (2.45)$$

یہ ایک ایسی چادر ہے جس کی لمبائی اور چوڑائی تقریباً 30 کلومیٹر ہے

2.13 صلاحیت پر دوبرقی کا اثر
(Effect of Dielectric on Capacitance)

ایک باہری میدان میں دوبرقی کے برتاؤ کے بارے میں حصّہ 2.10 سے حاصل کی گئی سمجھ کے ساتھ، آیئے اب دیکھتے ہیں کہ ایک دوبرقی کی موجودگی میں، ایک متوازی چادر کیپسٹر کی صلاحیت میں کیسے سدھار ہوتا ہے۔ پہلے کی طرح، ہمارے پاس دو بڑی چادریں ہیں، جن میں سے ہر ایک کا رقبہ A ہے، اور ان کا درمیانی فاصلہ d ہے۔ چادروں پر چارج $\pm Q$ ہے جو چارج کثافت $\pm\sigma$ سے مطابقت رکھتا ہے ($\sigma = \frac{Q}{A}$ کے ساتھ) جب چادروں کے درمیان خلاء ہے۔

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

اور مضمر فرق V_0 ہے

$$V_0 = E_0 d$$

اس صورت میں، صلاحیت C_0 ہے

$$C_0 = \frac{Q}{V_0} = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \qquad (2.46)$$

اب ایک دوبرقی لیجیے جسے چادروں کے درمیان اس طرح رکھ دیجیے کہ وہ پوری درمیانی جگہ گھیر لے۔ دوبرقی کی میدان کے ذریعے تقطیب ہوجاتی ہے، اور جیسا کہ حصہ 2.10 میں وضاحت کی گئی ہے، یہ اثر دو چارج شدہ چادروں (دوبرقی کی سطحوں پر، میدان کی عمودی سمت میں) کے معادل ہے، جن کی سطحی چارج کثافتیں σ_p اور $-\sigma_p$ ہیں۔ تب دوبرقی میں برقی میدان اس صورت سے مطابقت رکھتا ہے، جب چادروں ہر کل سطحی چارج کثافت $\pm(\sigma - \sigma_p)$ ہے، یعنی کہ

$$E = \frac{\sigma - \sigma_P}{\varepsilon_0} \qquad (2.47)$$

اس طرح چارجوں کے درمیان مضمر فرق ہے:

$$V = Ed = \frac{\sigma - \sigma_P}{\varepsilon_0} d \qquad (2.48)$$

خطّی دوبرقیوں کے لیے، ہم امید کرتے ہیں کہ σ_p ، E_0 کے متناسب ہے یعنی σ کے متناسب ہے۔ اس لیے $(\sigma - \sigma_p)$ ، σ کے متناسب ہے، اور ہم لکھ سکتے ہیں:

$$\sigma - \sigma_P = \frac{\sigma}{K} \quad (2.49)$$

جہاں K، دو برقی کی ایک مستقلہ خاصیت ہے۔ظاہر ہے اب ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$V = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 K} = \frac{Q d}{A \varepsilon_0 K} \quad (2.50)$$

اس لیے چادروں کے درمیان دو برقی کے ساتھ، صلاحیت C ہے

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 KA}{d} \quad (2.51)$$

حاصل ضرب واسطے (Medium) کی برقی سرایت پذیری (Permitivity) کہلاتی ہے اور اسے ε سے ظاہر کرتے ہیں

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_0 K \quad (2.52)$$

خلاء کے لیے K=1 اور ε_0 ؛ $\varepsilon_0 = \varepsilon_0$ خلاء کی برقی سرایت پذیری کہلاتی ہے۔

غیر ابعادی نسبت:

$$K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad (2.53)$$

مادی شے کا دو۔برقی مستقلہ کہلاتا ہے ۔ جیسا کہ پہلے بتایا جا چکا ہے، مساوات (2.49) سے ظاہر ہو جاتا ہے کہ 1,k سے بڑا ہے۔مساوات (2.46) اور مساوات (2.51) سے

$$K = \frac{C}{C_0} \quad (2.54)$$

اس لیے، ایک مادی سے کا دو برقی مستقلہ وہ ضربیہ (Factor) ہے، جس سے، ایک کیپسٹر کی درمیانی جگہ کو پوری طرح دو برقی سے بھر دینے سے، کیپسٹر کی صلاحیت اس کی خلاء والی قدر کے مقابلے میں بڑھ جاتی ہے۔حالانکہ ہم نے مساوات (2.54) ایک متوازی چادر کیپسٹر لیتے ہوئے حاصل کی ہے لیکن یہ کسی بھی قسم کے کیپسٹر کے لیے درست ہے اور اسے ایک مادی شے کے دو۔برقی مستقلہ کی عمومی تعریف مانا جاسکتا ہے۔

برقی نقل

ہم نے امالہ کی گئی چارج کثافت σ_P اور تقطیب $\vec{P}$ میں کوئی واضح رشتہ دیے بغیر دو۔برقی مستقلہ کے تصور کو شامل کیا ہے اور مساوات (2.54) حاصل کی ہے۔

ہم بغیر ثابت کیے، مندرجہ ذیل نتیجہ لکھتے ہیں،

$$\sigma_P = \vec{P}.\hat{n}$$

جہاں $\hat{n}$ سطح پر عمود باہری جانب، اکائی سمتیہ ہے۔مندرجہ بالا مساوات عمومی ہے اور دو برقی کی کسی بھی شکل کے لیے صادق ہے۔شکل 2.23

© NCERT not to be republished

میں دکھائی گئی سل (Slab) کے لیے $\vec{P}$ دائیں سطح پر $\hat{n}$ کی سمت میں ہے اور بائیں سطح پر $\hat{n}$ کی مخالف سمت میں ہے۔ اس لیے دائیں سطح پر، امالا ہوئی چارج کثافت مثبت ہے، اور بائیں سطح پر منفی ہے، جیسا کہ ہم نے پہلے ہی اپنی پچھلی بحث میں اندازہ لگایا تھا۔ برقی میدان کی مساوات کو سمیتہ شکل میں لکھنے پر

$$\vec{E}.\hat{n} = \frac{\sigma - \vec{P}.\hat{n}}{\varepsilon_0}$$

$$\left(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}\right).\hat{n} = \sigma$$

مقدار $\left(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}\right)$ برقی نقل (Electric displacement) کہلاتی ہے اور $\vec{D}$ سے ظاہر کی جاتی ہے، یہ ایک سمتیہ مقدار ہے۔ اس لیے:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P},\ \vec{D}.\hat{n} = \sigma$$

$\vec{D}$ کی اہمیت یہ ہے: خلاء میں، $\vec{E}$ آزاد چارج کثافت σ سے منسلک ہے۔ ایک دوبرقی واسطہ کی موجودگی میں، $\vec{E}$ نہیں بلکہ $\vec{D}$ آزاد چارج کثافت σ سے براہِ راست منسلک ہے، جیسا کہ مندرجہ بالا مساوات سے دیکھا جا سکتا ہے۔ کیونکہ $\vec{P}$ اسی سمت میں ہے، جس میں $\vec{E}$ ہے، تمام سمتیے $\vec{P}$، $\vec{E}$ اور $\vec{D}$ متوازی ہیں۔

$\vec{D}$ اور $\vec{E}$ کی عددی قدروں کی نسبت ہے۔

$$\frac{D}{E} = \frac{\sigma\varepsilon_0}{\sigma - \sigma_P} = \varepsilon_0 K$$

اس لیے

$$\vec{D} = \varepsilon_0 K\vec{E}$$

اور

$$\vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0(k-1)E$$

اس سے مساوات (2.37) میں معرف کی گئی مقدار برقی میلان (electric susceptibility) χ_e حاصل ہوتی ہے

$$\chi_e = \varepsilon_0(k-1)$$

مثال 2.8: ایک k دوبرقی مستقلہ کے مادے سے بنی سل کا رقبہ، ایک متوازی چادر کپیسٹر کے رقبے کے مساوی ہے، لیکن اس کی موٹائی $\frac{3}{4}d$ ہے جہاں d چادروں کے درمیان دوری ہے۔ جب سل کو چادروں کے درمیان رکھا جائے گا تو صلاحیت کیسے تبدیل ہوگی؟

حل: فرض کیجیے، کسی بھی دوبرقی کی غیر موجودگی میں، چادروں کے درمیان برقی میدان $E_0 \frac{V_0}{d}$ ہے، اور مضمر فرق V_0 ہے۔ اب اگر چادروں کے درمیان دوبرقی رکھ دیا جائے، تو دوبرقی میں برقی میدان:

مثال 2.8

© NCERT not to be republished

$E = \dfrac{E_0}{K}$ ہوگا۔

اب مضمر فرق ہوگا۔

$$V = E_0(\frac{1}{4}d) + \frac{E_0}{K}(\frac{3}{4}d)$$

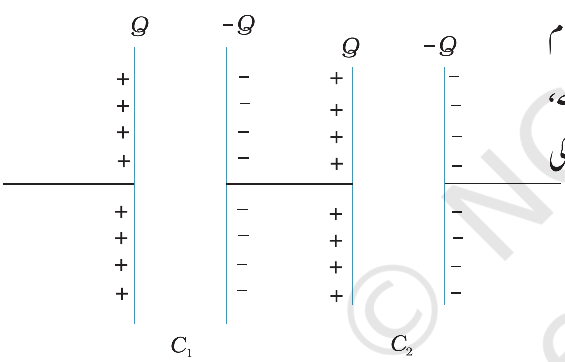
$$= E_0 d(\frac{1}{4} + \frac{3}{4K}) = V_0 \frac{K+3}{4K}$$

مضمر فرق،ضربیہ $\dfrac{K+3}{4K}$ سے کم ہو جاتا ہے،جبکہ چادروں پر آزاد چارج Q_0 غیر تبدیل شدہ رہتا ہے۔اس لیے صلاحیت بڑھ جاتی ہے۔

$$C = \frac{Q_0}{V} = \frac{4K}{K+3}\frac{Q_0}{V_0} = \frac{4K}{K+3}C_0$$

2.14 کیپسٹروں کا اجتماع (Combination of Capacitors)

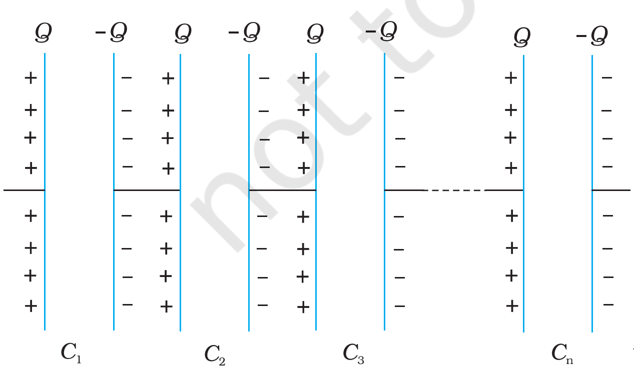
ہم مختلف صلاحیتوں: C_1، C_2، ...، C_n کے کیپسٹروں کا اجتماع کر کے ایک ایسا نظام حاصل کر سکتے ہیں، جس کی موثر صلاحیت C ہو۔ موثر صلاحیت اس طریقے کے تابع ہے، جس سے انفرادی کیپسٹروں کا اجتماع کیا گیا ہے۔ دو سادہ ممکنہ صورتیں ذیل میں پیش کی جا رہی ہیں۔



شکل 2.26 کیپسٹر C اور کا سلسلہ وار اجتماع دکھایا گیا ہے۔

2.14.1 سلسلہ وار طرز میں اجتماع کیے گئے کیپسٹر (Capacitors in Series)

C_1 کی بائیں چادر اور C_2 کی دائیں چادر کو بیٹری کے دو ٹرمنلوں سے جوڑا گیا ہے اور ان پر بالترتیب، چارج (+Q) اور (–Q) ہیں۔ اس کے نتیجے میں C_1 کی دائیں چادر پر (– Q) چارج ہوگا۔ اور C_2 کی بائیں چادر پر (+Q) چارج ہوگا۔ اگر ایسا نہ ہو تو ہر کیپسٹر پر کل چارج صفر نہیں ہوگا۔ اس کے نتیجے میں C_1 اور C_2 کو جوڑنے والے موصل میں برقی میدان پیدا ہو جائے گا۔ چارج اس وقت تک بہتا رہے گا، جب تک کہ C_1 اور C_2 دونوں پر کل چارج صفر نہ ہو جائے اور C_1 اور C_2 کو جوڑنے والے موصل میں کوئی برقی میدان نہ رہے۔ اس لیے، سلسلہ وار اجتماع میں ہر کیپسٹر کی دونوں چادروں پر چارج $\pm Q$ یکساں ہیں۔ اجتماع کے سروں کے درمیان کل مضمر گراوٹ V، C_1 پر مضمر گراوٹ V_1 کا اور C_2 پر مضمر گراوٹ V_2 کا حاصلِ جمع ہے۔



شکل 2.27 دو کیپسٹروں کا سلسلہ وار طرز میں اجتماع

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \quad (2.55)$$

یعنی کہ

$$\frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (2.56)$$

اب ہم اجتماع کو ایک موثر کپیسٹر مان سکتے ہیں، جس پر چارج Q ہے اور برقی مضمر فرق V ہے اجتماع کی موثر صلاحیت ہے:

$$C = \frac{Q}{V} \quad (2.57)$$

ہم مساوات (2.56) اور مساوات (2.57) کا مقابلہ کرتے ہیں، اور حاصل کرتے ہیں:

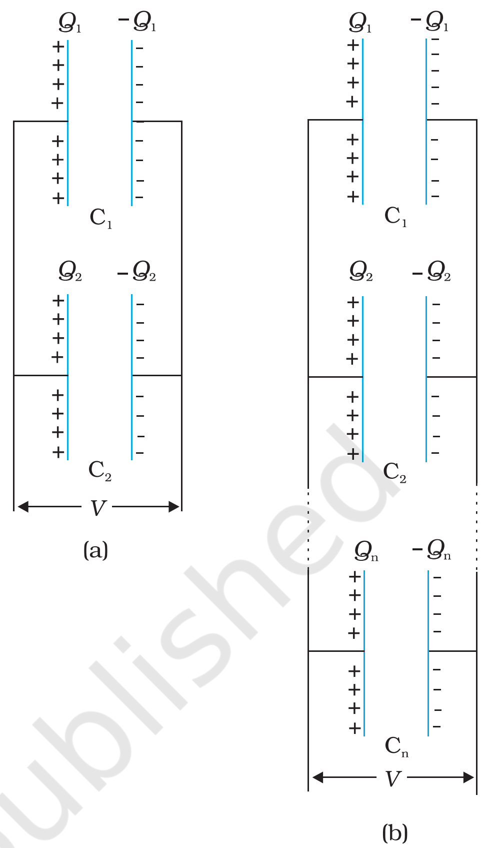
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (2.58)$$

یہی ثبوت 'اسی طرز میں لگائے گئے کپیسٹروں کی کسی بھی تعداد کے لیے درست ہے۔ اس لیے n کپیسٹریوں کے سلسلہ وار اجتماع کے لیے، مساوات (2.58) کی عمومی شکل ہے:

$$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \ldots + \frac{Q}{C_n} \quad (2.59)$$

انہیں اقدامات کا استعمال کرتے ہوئے جو دو کپیسٹروں کے لیے کیے گئے تھے، ہم n کپیسٹروں کے سلسلہ وار اجتماع کی صلاحیت کے لیے عمومی فارمولا حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_n} \quad (2.60)$$



شکل 2.28 (a) دو کپیسٹروں کا (b) کپیسٹروں کا متوازی طرز میں اجتماع

2.14.2 متوازی طرز میں اجتماع کیے گئے کپیسٹر (Capacitors in Parallel)

شکل (2.28) میں، متوازی طرز میں جوڑے گئے دو کپیسٹر دکھائے گئے ہیں۔ اس صورت میں، دونوں کپیسٹروں پر یکساں مضمر فرق لگایا جاتا ہے۔ لیکن کپیسٹر 1 پر چادر چارج $(\pm Q_1)$ اور کپیسٹر 2 پر چادر چارج ضروری نہیں ہے کہ یکساں ہوں:

$$Q_1 = C_1 V,\ Q_2 = C_2 V \quad (2.61)$$

معادل کپیسٹر وہ ہے، جس پر چارج

$$Q_1 = Q_1 + Q_2 \quad (2.62)$$

اور مضمر فرق v ہوگا۔

© NCERT not to be republished

مساوات (2.63) سے موثر صلاحیت C ہے:

$$Q = CV = C_1V + C_2V \quad (2.63)$$

$$C = C_1 + C_2 \quad (2.64)$$

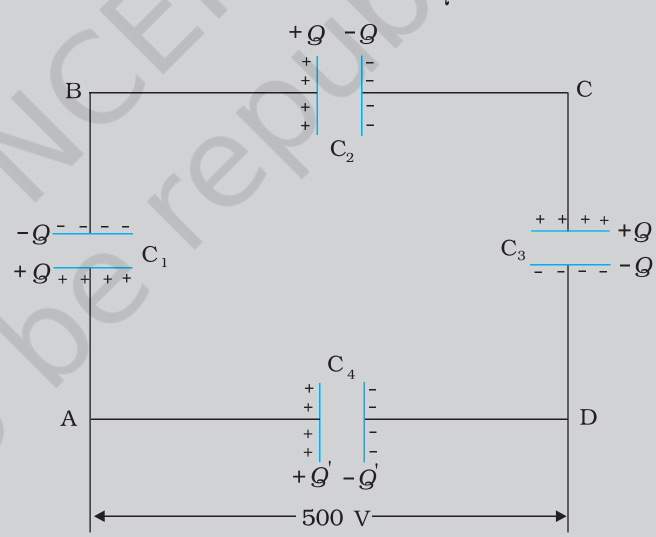
n کیپسٹروں کے متوازی طرز کے اجتماع کی موثر صلاحیت کے لیے عمومی فارمولا [شکل (2.28(b)] اسی طرح حاصل کیا جاسکتا ہے:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n \quad (2.65)$$

$$CV = C_1V + C_2V + \ldots C_nV \quad (2.66)$$

$$C = C_1 + C_2 + \ldots C_n \quad (2.67)$$

مثال 2.9: جیسا کہ شکل 2:29 میں دکھایا گیا ہے، چار $10\mu F$ کے کیپسٹروں کے ایک نیٹ ورک کو 500V سپلائی سے جوڑا گیا ہے۔ معلوم کیجیے: (a) نیٹ ورک کی معادل صلاحیت (b) ہر کیپسٹر پر چارج [نوٹ کریں کہ ایک کیپسٹر کا چارج اس کی مقابلتاً زیادہ مضاوالی چادر کا چارج ہے جو مقابلتاً کم مضمر والی چادر کے چارج کے مساوی اور مخالف ہے۔]



شکل 2:29

حل:

(a) دیے ہوئے نیٹ ورک میں، C_1، C_2 اور C_n سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں۔ ان تینوں کیپسٹروں کی موثر صلاحیت C' دی جاتی ہے۔

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$C_1 = C_2 = C_3 = 10\ \mu F$ کے لیے: $C' = (10/3)\ \mu F$ نیٹ ورک میں C' اور C_4

مثال 2.9

© NCERT not to be republished

مثال 2.9

متوازی طرز میں جڑے ہوئے ہیں۔نیٹ ورک کی موثر صلاحیت C ہے۔

$$C = C' + C_4 = \left(\frac{10}{3} + 10\right) \mu F = 13.3 \mu F$$

(b) شکل سے ظاہر ہے کہ C_1، C_2 اور C_3 تینوں کپیسٹروں میں سے ہر ایک پر چارج یکساں ہے۔ فرض کیا یہ یکساں چارج Q ہے۔فرض کیجیے C_4 پر چارج Q' ہے۔ اب کیونکہ AB پر مضمر فرق $\frac{Q}{C_1}$ ہے BC پر $\frac{Q}{C_2}$، CD پر $\frac{Q}{C_3}$ ہے، اس لیے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = 500 \text{ V}$$

اور

$$\frac{Q'}{C_4} = 500 \text{ V}$$

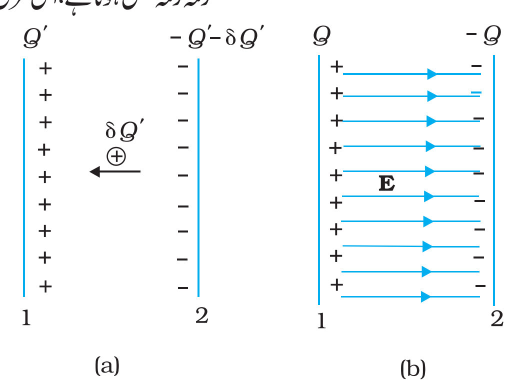
صلاحیتوں کی دی ہوئی قدروں کے لیے، اس سے حاصل ہوتا ہے۔

$$Q = 500 V \times \frac{10}{3} \mu F = 1.7 \times 10^{-3} C$$

$$Q' = 500 V \times 10 \mu F = 5.0 \times 10^{-3} C$$

2:15 ایک کپیسٹر میں ذخیرۂ توانائی (Energy Stored in a Capacitor)

ایک کپیسٹر، جیسا کہ ہم پہلے دیکھ چکے ہیں، دو موصلوں کا ایک ایسا نظام ہے جن پر چارج +Q اور –Q ہوتے ہیں۔اس تشاکل میں ذخیرہ توانائی کا حساب لگانے کے لیے دو موصل 1 اور 2 لیجیے، جو شروع میں بے چارج ہیں۔ پھر تصور کیجیے کہ موصل 2 سے موصل 1 پر چارج رفتہ رفتہ منتقل ہوتا ہے، اس طرح کہ آخر میں، موصل 1 پر چارج Q آ جاتا ہے۔ چارج کی بقا سے' آخر میں' موصل 2 پر چارج (–Q) ہوگا (شکل 2.30)



شکل 2.30 (a) ایک چھوٹے قدم میں موصل 1 پر چارج Q' سے $Q' + \delta Q'$ کرنے میں کیا گیا کام (b) کپیسٹر کو چارج کرنے میں کیے گئے کل کام کو چادروں کے درمیان برقی میدان کی توانائی کے بطور ذخیرہ ہوا سمجھا جا سکتا ہے۔

موصل 2 سے موصل 1 پر مثبت چارج منتقل کرنے میں، باہری طور پر کام کیا جائے گا، کیونکہ کسی بھی مرحلہ پر موصل 1 موصل 2 سے زیادہ مضمر پر ہے۔کل کیے گیے کام کا حساب لگانے کے لیے، ہم ایک چھوٹے قدم میں کیے گیے کام کا حساب لگاتے ہیں، جس میں ایک لا متناہی خفیف (یعنی کہ معدوم ہو جانے کی حد تک خفیف) چارج کی مقدار منتقل ہوتی ہے۔ ایک درمیانی صورت لیجیے، جب موصل 1 اور موصل 2 پر، بالترتیب چارج Q' اور –Q' ہیں۔ اس مرحلے پر، موصل 1 اور موصل 2 کے درمیان مضمر فرق $\frac{Q'}{C}$ ہے، جہاں C نظام کی صلاحیت ہے۔ پھر تصور کیجیے کہ ایک خفیف چارج $\delta Q'$ موصل 2 سے موصل 1 کو منتقل کیا جاتا ہے۔ اس قدم میں کیا گیا کام $(\delta W')$، جس کے نتیجے میں موصل 1 پر چارج Q' سے $Q' + \delta Q'$

© NCERT not to be republished

ہوجاتا ہے، دیا جاتا ہے۔

$$\delta W = V'\delta Q' = \frac{Q'}{C}\delta Q' \qquad (2.68)$$

کیونکہ $\delta Q'$ کو ہم جتنا چاہیں چھوٹا لے سکتے ہیں، مساوات (2.68) لکھی جاسکتی ہے۔

$$\delta W = \frac{1}{2C}[(Q' + \delta Q')^2 - Q'^2] \qquad (2.69)$$

مساوات (2.69) متماثل ہیں، کیونکہ $\delta Q'$ میں دوسرے درجہ کا رکن، یعنی کہ $\frac{\delta Q'^2}{2C}$ نا قابلِ لحاظ ہے، کیونکہ $\delta Q'$ جتنا چاہیں چھوٹا لیا جاسکتا ہے۔ کل کیا گیا کام W صفر سے Q' تک چارج Q' حاصل کرنے میں شامل، اقدامات کی بہت بڑی تعداد میں کیے گئے تمام قلیل کام (δW) کا حاصل جمع ہے۔

$$W = \sum_{\text{تمام اقدامات پر جمع}} \delta W$$

$$= \sum_{\text{تمام اقدامات پر جمع}} \frac{1}{2C}[(Q' + \delta Q')^2 - Q'^2] \qquad (2.70)$$

$$= \frac{1}{2C}[\{\delta Q'^2 - 0\} + \{(2\delta Q')^2 - \delta Q'^2\} + \{(3\delta Q')^2 - (2\delta Q')^2\} + \ldots$$

$$+ \{Q^2 - (Q - \delta Q)^2\}] \qquad (2.71)$$

$$= \frac{1}{2C}[Q^2 - 0] = \frac{Q^2}{2C} \qquad (2.72)$$

یہی نتیجہ مساوات (2.28) کا تکملہ کرکے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے:

$$W = \int_0^Q \frac{Q'}{C}\delta Q' = \frac{1}{C}\frac{Q'^2}{2}\Big|_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

یہ کوئی تعجب کی بات نہیں ہے، کیونکہ تکمہ اور کچھ نہیں بلکہ قلیل ارکانوں کی بڑی تعداد کو جمع کرنا ہے۔ ہم آخری نتیجے میں، مساوات (2.72) کو مختلف طریقوں سے لکھ سکتے ہیں۔

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV \qquad (2.73)$$

کیونکہ برق۔سکونی قوت بقائی ہے، یہ کام نظام کی وضعی توانائی کی شکل میں ذخیرہ ہوجاتا ہے۔ اسی وجہ سے مضمر توانائی کے لیے آخری نتیجہ [مساوات (2.73)] اس طریقے کے تابع نہیں ہے، جس سے کیپسیٹر کی چارج تشکیل کی گئی ہے۔ جب کیپسیٹر ڈسچارج (Discharge خروج) ہوتا ہے، یہ ذخیرہ ہوئی توانائی خارج ہوتی ہے۔ کیپسیٹر کی وضعی توانائی کو چادروں کے درمیان برقی میدان میں ذخیرہ ہوا سمجھنا ممکن ہے۔ اسے دیکھنے کے لیے، آسانی کے لیے ایک متوازی چادر کیپسیٹر لیجیے (جس کی ہر چادر کا رقبہ A ہے اور چادروں کے درمیان فاصلہ d ہے)۔

کیپسیٹر میں ذخیرہ ہوئی توانائی

$$= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{(A\sigma)^2}{2} \times \frac{d}{\varepsilon_0 A} \tag{2.74}$$

سطحی چارج کثافت σ اور چادروں کے درمیان برقی میدان $\vec{E}$ میں رشتہ ہے:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{2.75}$$

مساوات (2.75) سے حاصل ہوتا ہے:

کیپیسٹری میں ذخیرہ ہوئی توانائی

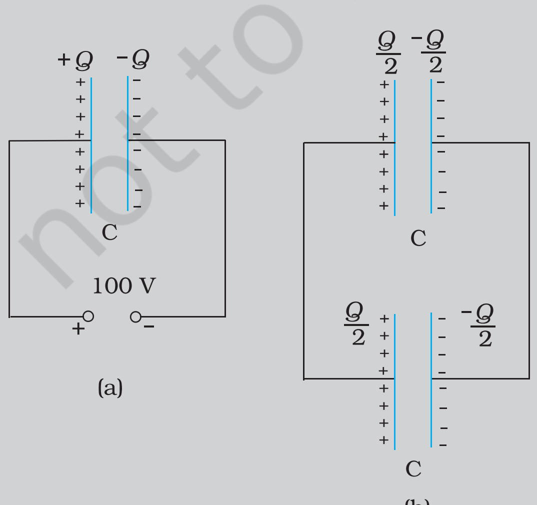
$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \times Ad \tag{2.76}$$

نوٹ کریں کہ Ad چادروں کے درمیانی علاقہ کا حجم ہے (جہاں صرف برقی میدان ہی پایا جاتا ہے)۔ اگر ہم توانائی کثافت کی تعریف بہ طور ذخیرہ ہوئی توانائی فی فضا کا اکائی حجم' کریں' تو مساوات (2.76) سے برقی میدان کی توانائی کثافت

$$U = (1/2)\,\varepsilon_0 E^2 \tag{2.77}$$

حالانکہ ہم نے مساوات (2.77) کو ایک متوازی چادر کیپیسٹر کے لیے مشتق کیا ہے، برقی میدان کی توانائی کثافت کے لیے حاصل کیا گیا نتیجہ، دراصل، بالکل عمومی ہے اور چارجوں کی کسی بھی تشکیل کے برقی میدان کے لیے درست ہے۔

مثال 2.10 (a) ایک 900PF کیپیسٹر 100V بیٹری سے چارج کیا جاتا ہے۔[شکل (a)2.31] کیپیسٹر کے ذریعے کتنی برق۔سکونی توانائی ذخیرہ کی جائے گی؟ [b] کیپیسٹر کو بیٹری سے علیحدہ کر دیا جاتا ہے اور ایک دوسرے 900pf کیپیسٹر سے جوڑ دیا جاتا ہے [شکل (b) 2.31] ۔ نظام کے ذریعے ذخیرہ کی گئی برق۔سکونی توانائی کتنی ہے؟



شکل 2.31

مثال 2.10

مثال 2.10

حل: (a) کپیسٹر پر چارج ہے:

$$Q = CV = 900 \times 10^{-12} F \times 100\ V = 9 \times 10^{-8} C$$

کپیسٹر کے ذریعے ذخیرہ کی گئی توانائی ہے

$$= \left(\frac{1}{2}\right) CV^2 = \left(\frac{1}{2}\right) QV$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right) \times 9 \times 10^{-8} C \times 100\ V = 4.5 \times 10^{-6}\ J$$

(b) قائم حالت میں، دونوں کپیسٹروں کی مثبت چادریں یکساں مضمر پر ہوں گی اور ان کی منفی چادریں بھی یکساں مضمر پر ہوں گی۔ فرض کیجیے مشترک مضمر ′V رفرق کا ہے۔ اب، ہر کپیسٹر پر چارج ہوگا: $Q' = CV'$ چارج کی بقا سے: $Q' = \frac{Q}{2}$، اس سے حاصل ہوتا ہے: $V' = \frac{V'}{2}$، نظام کی کل توانائی ہے:

$$= 2 \times \frac{1}{2} Q'V' = \frac{1}{4} QV = 2.25 \times 10^{-6} J$$

اس لیے (a) سے (b) پر جانے میں، حالانکہ کوئی چارج ضائع نہیں ہوتا، اختتامی توانی، آغازی توانائی کی صرف آدھی ہے۔ باقی توانائی کہاں چلی گئی؟

اس سے پہلے کہ نظام اپنی آخری حالت (b) میں مستقل طور پر قائم ہو، ایک درمیانی عارضی وقفہ بھی ہوتا ہے اس وقفہ میں ایک لمحی کرنٹ (Tronsien current) پہلے کپیسٹر سے دوسرے کپیسٹر کی جانب بہتا ہے۔ اس دوران توانائی، حرارت اور برق مقناطیسی اشعاع کی شکل میں ضائع ہو جاتی ہے۔

© NCERT not to be republished

خلاصہ (SUMMARY)

1۔ برق سکونی قوت ایک بقائی قوت ہے۔ ایک باہری قوت کے ذریعے (برق۔سکونی قوت کے مساوی اور مخالف) ایک چارج q کو نقطہ R سے نقطہ P تک لانے میں کیا گیا کام، $V_P - V_R$ ہے، جو چارج q کے اختتامی اور آغازی نقاط کے درمیان وضعی توانائی کا فرق ہے۔

2۔ ایک نقطہ پر مضمر، ایک چارج کو لاانتہا سے اس نقطہ تک لانے میں، (ایک باہری ایجنسی کے ذریعے) کیا گیا کام فی اکائی چارج ہے۔ ایک نقطہ پر مضمر، ایک جمعی مستقلہ (additive Constant) کی حد تک اختیاری ہے، کیونکہ دو نقاط کے درمیان مضمر فرق ہی طبعی لحاظ سے اہمیّت رکھتا ہے۔ اگر لاانتہا پر مضمر کو صفر منتخب کر لیا جائے، تو ایک نقطہ پر، جس کا مقام سمتیہ $\hat{r}$ ہے، مبدے پر رکھے ہوئے ایک نقطہ چارج Q کی وجہ سے، مضمر دیا جاتا ہے:

$$V(\hat{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q}{r}$$

3۔ ایک نقطہ پر جس کا مقام سمتیہ $\hat{r}$ ہے، دو قطبی معیار اثر $\vec{P}$ کے ایک نقطہ دو قطبیہ کی وجہ سے، جو مبدے پر رکھا ہے، برق۔سکونی مضمر ہے:

$$V(\hat{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{p\cdot\hat{r}}{r^2}$$

یہ نتیجہ اس دو قطبیہ کے لیے بھی درست ہے، جس کے چارجوں $+q$ اور $-q$ کے درمیان فاصلہ (2a)، اور $r>>a$

4۔ ایک q_1، q_2، ...، q_n چارج تشکیل کے لیے، جس کے مقام سمتیے $\vec{r}_1$، $\vec{r}_2$، ...، $\vec{r}_n$ ہیں، ایک نقطہ P پر مضمر انطباق کے اصول سے دیا جاتا ہے۔

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{1P}} + \frac{q_2}{r_{2P}} + \ldots + \frac{q_n}{r_{nP}}\right)$$

جہاں r_{1P}، q_1 اور P کا درمیانی فاصلہ ہے اور اسی طرح اور بھی۔

5۔ ایک مساوی مضمر سطح وہ سطح ہے، جس پر مضمر کی قدر مستقلہ ہوتی ہے۔ ایک نقطہ چارج کے لیے، ہم مرکز کرے، جن کا مرکز چارج کا مقام ہو، مساوی مضمر سطحیں ہیں۔ ایک نقطہ پر برقی میدان $\vec{E}$ مساوی مضمر سطح پر اس نقطہ سے گزرنے والے عمود کی سمت میں ہوتا ہے۔ $\vec{E}$ کی سمت وہ ہوتی ہے جس میں مضمر کی کمی سب سے زیادہ تیزی سے ہوتی ہے۔

6۔ چارجوں کے ایک نظام میں ذخیرہ ہوئی وضعی توانائی، چارجوں کو ان کے مقامات پر اکٹھا کرنے میں (ایک باہری ایجنسی کے ذریعے) کیا گیا کام ہے۔ دو چارجوں q_1 اور q_2 کی وضعی توانائی، جو $\vec{r}_1$ اور $\vec{r}_2$ پر ہیں، دی جاتی ہے۔

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

جہاں r_{12}، q_1 اور q_2 کے درمیان فاصلہ ہے۔

7۔ ایک باہری مضمر $V(\vec{r})$ ایک چارج q کی وضعی توانائی $qV(\vec{r})$ ہے۔

دو قطبی معیار اثر $\vec{P}$ کے ایک دو قطبیہ کی ایک ہموار برقی میدان $\vec{E}$ میں وضعی توانائی $(-\vec{P}.\vec{E})$ ہے۔

8۔ ایک موصل کے اندرونی حصّے میں برق سکونی میدان $\vec{E}$ صفر ہوتا ہے، ایک چارج شدہ موصل کے فوراً باہر، $\vec{E}$ سطح پر عمود ہوتی ہے اور دی جاتی ہے: $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$ جہاں $\hat{n}$ سطح پر باہری عمود کی جانب ہے اور σ چارج کثافت ہے۔ ایک موصل میں چارج صرف اس کی سطح پر ہی رہ سکتے ہیں۔ ایک موصل کے اندر اور اس کی سطح پر مضمر مستقلہ ہوتا ہے۔ ایک موصل کے ایک جوف میں (جس میں کوئی چارج نہ ہو)، برقی میدان صفر ہوتا ہے۔

© NCERT not to be republished

9۔ ایک کیپسٹر ایسے دو موصلوں کا نظام ہے جو ایک حاجز کے ذریعے علیحدہ کیے ہوئے ہوتے ہیں۔ اس کی صلاحیت کی تعریف کی جاتی ہے : $C = \frac{Q}{V}$ جہاں Q اور Q- ، دونوں موصلوں کے چارج ہیں اور V ان کے درمیان مضمر فرق ہے۔ C خالصتاً جیومیٹریائی طور پر، یعنی دونوں موصلوں کی شکل، سائز اور اضافی مقامات کے ذریعے معین ہوتی ہے۔ صلاحیت کی اکائی فیرڈ ہے $1F = 1CV^{-1}$ ایک متوازی چادر کیپسٹر (جس کی چادرں کے درمیان خلاء ہو) کے لیے :

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

جہاں A' ہر چادر کا رقبہ ہے اور d ان کا درمیانی فاصلہ ہے۔

10۔ اگر ایک کیپسٹر کی چادروں کی درمیانی جگہ ایک حاجز شے (دو۔ برقی) سے بھر دی جائے، تو چارج شدہ چادروں کی وجہ سے دو۔ برقی میں ایک کل (غیر صفر) دو قطبی معیارِ اثر کا امالہ ہوتا ہے۔ یہ اثر، جو تقطیب کہلاتا ہے، مخالف سمت میں ایک میدان پیدا کرتا ہے۔ اس لیے، دو برقی کے اندر کل برقی میدان اور چادروں کے درمیان مضمر فرق، کم ہو جاتے ہیں۔ اس کے نتیجے میں، کسی واسطے کی غیر موجودگی میں (خلاء میں) صلاحیت C_0 کی اپنی قدر سے صلاحیت C میں اضافہ ہو جاتا ہے۔ $C = KC_0$

جہاں K' حاجز مادے کا دو۔ برقی مستقلہ ہے۔

11۔ کیپسٹروں کے سلسلہ وار اجتماع کے لیے، کل صلاحیت C دی جاتی ہے:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots$$

کیپسٹروں کے متوازی طرز کے اجتماع کے لیے، کل صلاحیت C ہے:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$$

جہاں C_1 ، C_2 ، ... C_n انفرادی صلاحیتیں ہیں۔

12۔ صلاحیت C کے کیپسٹر میں، جس پر چارج Q اور وولٹیج V ہے، ذخیرہ شدہ توانائی U ہے۔

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

ایک علاقے میں، جس میں برقی میدان $\vec{E}$ ہے، برقی توانائی کثافت (توانائی فی اکائی حجم) $(1/2)\varepsilon_0 E^2$ ہے۔

© NCERT not to be republished

2019-20

طبعی مقدار	علامت	ابعاد	اکائی	ریمارک
مضمر	ϕ یا V	$[M^{1}\ L^{2}\ T^{-3}\ A^{-1}]$	V	مضمر فرق طبعی طور پر اہمیت
صلاحیت	C	$[M^{-1}\ L^{-2}\ T^{4}\ A^{2}]$	F	
تقطیب	$\vec{P}$	$[L^{-2}\ AT]$		
دو۔برقی مستقلہ	K	[غیرابعادی]	$C\ m^{-2}$	دوقطبی معیارِاثر فی اکائی حجم

قابلِ غور نکات

1۔ برقی سکونیات، ان چارجوں کے درمیان قوتوں سے بحث کرتی ہے جو حالتِ سکون میں ہیں۔لیکن اگر ایک چارج پر قوت لگ رہی ہے تو وہ حالتِ سکون میں کیسے ہوسکتا ہے؟ اس لیۓ جب ہم چارجوں کے درمیان برق۔سکونی قوت کی بات کرتے ہیں، تو یہ سمجھنا چاہیے کہ ہر چارج کو کسی ایسی غیر معین قوت کے ذریعے حالتِ سکون میں رکھا جارہا ہے جو چارج پر لگ رہی کل کولمب قوت کی مخالفت کرتی ہے۔

2۔ ایک کیپسٹر کی تشکیل اس طرح کی جاتی ہے کہ وہ برقی میدانی خطوط کو فضا کے ایک چھوٹے علاقے میں محدود کردیتا ہے۔اس لیے، حالانکہ میدان کی طاقت قابلِ لحاظ ہوسکتی ہے، کیپسٹر کے دو موصلوں کے درمیان مضمر فرق کی قدر چھوٹی ہوتی ہے۔

3۔ ایک کروی چارج شدہ خول کی سطح پر برقی میدان غیر مسلسل (discontinues) ہوتا ہے۔یہ اندرونی حصّے میں صفر اور باہر $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{r}$ ہے۔لیکن برقی مضمر، پوری سطح پر مسلسل ہوتا ہے اور سطح پر $q/4\pi\varepsilon_0 R$ کے مساوی ہے۔

4۔ ایک دوقطبیہ پر لگنے والا قوت گردشہ $\vec{P}\times\vec{E}$ دوقطبیہ کو $\vec{E}$ کے گرد احتراز پذیر کردیتا ہے۔صرف، اگر ایک اسرافی میکانزم (Dissipative mechanism) ہو تو احترازات قعری (Damped) ہوجاتے ہیں اور دوقطبیہ آخر کار $\vec{E}$ کی جانب ہوجاتا ہے۔

5۔ ایک چارج q کی وجہ سے، خود اس کے مقام پر مضمر کی تعریف نہیں کی جاسکتی۔یہ لامحدود ہے۔

6۔ ایک چارج q کی وضعی توانائی کی عبارت: $qV(\vec{r})$ میں، $V(\vec{r})$ باہری چارجوں کی وجہ سے مضمر ہے، q کی وجہ سے مضمر نہیں ہے۔جیسا نقطہ 5 میں دیکھا جاسکتا ہے، یہ عبارت معرف نہیں ہوگی۔اگر $V(\vec{r})$ خود چارج q کی وجہ سے مضمر بھی شامل ہے۔

7۔ ایک موصل کے اندر ایک جوف باہری برقی اثرات سے سپر کی ہوئی (Shielded) ہوتی ہے۔یہ نوٹ کرنے

© NCERT not to be republished

2019-20

کے قابل ہے کہ برق۔سکونی سپر مخالف طور پر کام نہیں کرتی: یعنی کہ، اگر آپ جوف کے اندر چارج رکھ دیں ،تو موصل کا باہری حصّہ اندرونی چارجوں کے میدان سے سپر نہیں ہوتا۔

مشق

2.1 دو چارج، 5×10^{-8}C اور -3×10^{-8}C ایک دوسرے سے 16 سینٹی میٹر کے فاصلے پر رکھے ہوئے ہیں۔دونوں چارجوں کو ملانے والے خط کے کسی نقطے (کن نقطوں) پر برقی مضمر صفر ہوگا؟ لاانتہا پر مضمر کو صفر مانیے۔

2.2۔ 10 سینٹی میٹر ضلع کی ایک منظّم چھ ضلعی (Regular hexagon) کی ہر راس پر 5μC چارج رکھا ہے۔ چھ ضلعی کے مرکز پر مضمر کا حساب لگائیے۔

2.3 دو چارج 2μC اور -2μC نقطہ A اور B پر 6 سینٹی میٹر کے فاصلے پر رکھّے ہیں۔

(a) نظام کی ایک مساوی مضمر سطح شناخت کیجیے۔

(b) اس سطح کے ہر نقطہ پر برقی میدان کی سمت کیا ہے؟

2.4 12 سینٹی میٹر نصف قطر کے ایک کروی موصل پر 1.6×10^{-7}C چارج ہے جو اس کی پوری سطح پر ہموار طور پر پھیلا ہوا ہے۔برقی میدان کیا ہوگا؟

(a) کرے کے اندر

(b) کرے کے فوراً باہر

(c) کرے کے مرکز سے 18 سینٹی میٹر فاصلے پر ایک نقطہ پر

2.5 ایک متوازی چادر کیپیسٹر ،جس کی چادروں کے درمیان ہوا ہے،کی صلاحیت 8 PF $(1\text{pF} = 10^{-12}\ \text{F})$ ہے۔ صلاحیت کتنی ہو جائے گی اگر چادروں کے درمیان جگہ کو نصف کر دیا جائے اور اسے دو برق مستقلہ 6 کے مادے سے بھر دیا جائے۔

2.6 تین کیپیسٹروں کو، جن میں ہر ایک کی صلاحیت 9PF ہے،سلسلہ وار جوڑا گیا ہے

(a) اجتماع کی کل صلاحیت کیا ہے؟

(b) اگر اجتماع کو ایک 120V سپلائی سے جوڑ دیا جائے تو ہر کیپیسٹر پر مضمر فرق کتنا ہوگا؟

2.7 تین کیپیسٹر ،جن کی صلاحیتیں 2pF، 3pF، اور 4pF ہیں،متوازی طرز میں جوڑے گئے ہیں

(a) اجتماع کی کل صلاحیت کیا ہے؟

(b) اگر اجتماع کو 100V سپلائی سے جوڑ دیا جائے،تو ہر کیپیسٹر پر چارج معلوم کیجیے۔

2.8 ایک متوازی چادر کیپیسٹر میں،جس کی چادروں کے درمیان ہوا ہے، ہر چادر کا رقبہ $6 \times 10^{-3}\text{m}^2$ ہے

© NCERT not to be republished

اور چادروں کے درمیان فاصلہ 3mm ہے۔ کیپیسٹر کی صلاحیت کا حساب لگائیے۔ اگر کیپیسٹر کو 100V سپلائی جوڑ دیا جائے، تو کیپیسٹر کی ہر چادر پر کتنا چارج ہوگا؟

2.9 وضاحت کیجیے کہ کیا ہوگا اگر مشق 2.8 میں دیے ہوئے کیپیسٹر کی چادروں کے درمیان 3mm موٹی مائیکا کی چادر (جس کا دو برقی مستقلہ 6 ہے) رکھ دی جائے:

(a) جب کہ وولٹیج سپلائی جڑی رہے۔

(b) سپلائی کو ہٹا دینے کے بعد

2.10 12PF کا ایک کیپیسٹر 50V بیٹری سے جوڑا گیا ہے۔ کیپیسٹر میں کتنی برق سکونی توانائی ذخیرہ ہوگی؟

2.11 ایک 600PF کیپیسٹر کو 200V سپلائی کے ذریعے چارج کیا گیا ہے۔ اسے پھر سپلائی سے علیحدہ کرلیا جاتا ہے اور ایک دوسرے بغیر چارج کیے ہوئے 600PF کیپیسٹر سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ اس عمل میں کتنی برق سکونی توانائی ضائع ہوگی۔

اضافی مشقیں

2.12 8 mC کا ایک چارج مبدے رکھا ہے۔ -2×10^{-9} C کے ایک چارج کو نقطہ P (0,0,3cm) سے نقطہ R (0,6cm,9cm) سے ہوتے ہوئے، نقطہ Q (0,4 cm,0) تک لے جانے میں کیے گئے کام کا حساب لگائیے،

2.13 دو چھوٹے کرّے، جن پر $1.5\mu C$ اور $2.5\mu C$ چارج ہیں، ایک دوسرے سے 30cm فاصلے پر ہیں۔ مضمر اور برقی میدان معلوم کیجیے:

(a) دونوں چارجوں کو ملانے والے خط کے وسطی نقطہ پر

(c) اس وسطی نقطہ سے 10cm دور ایک نقطہ پر، جو اس مستوی میں ہے جو خط پر عمود ہے اور وسطی نقطہ سے گذرتا ہے۔

2.15 ایک کروی ایصالی خول کا اندرونی نصف قطر r_1 اور باہری نصف قطر r_2 ہے اور اس پر چارج Q ہے۔

(a) خول کے مرکز پر ایک چارج q رکھا جاتا ہے۔ خول کی باہری اور اندرونی سطحوں پر سطحی چارج کثافت کیا ہے؟

(b) کیا ایک جوف (جس پر کوئی چارج نہیں ہے) کے اندر برقی میدان صفر ہوگا۔ چاہے خول کروی نہ ہو بلکہ کسی بے قاعدہ شکل کا ہو۔ وضاحت کیجیے۔

2.16 (a) دکھایئے کہ چارج شدہ سطح کی ایک جانب سے دوسری جانب، برق۔سکونی میدان کے عمودی جز میں ایک عدم تسلسل (discontinuity) ہوتا ہے، جو دیا جاتا ہے۔

© NCERT not to be republished

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1)\cdot\hat{n} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

جہاں $\hat{n}$ ایک نقطہ پر سطح پر عمودا کائی سمتیہ ہے اور σ اس نقطہ پر چارج کثافت ہے ($\hat{n}$ کی سمت، جانب 1 سے جانب 2 کی طرف ہے)۔ پھر دکھایئے کہ ایک موصل کے فوراً باہر، برقی میدان $\frac{\sigma.\hat{n}}{\varepsilon_0}$ ہے۔

(b) دکھایئے کہ چارج شدہ سطح کی ایک جانب سے دوسری جانب، برق۔سکونی میدان کا مماسی جز مسلسل ہوتا ہے۔[اشارہ: (a) کے لیے گاس کا قانون استعمال کیجیے۔(b) کے لیے یہ حقیقت استعمال کیجیے کہ برق۔سکونی میدان کے ذریعے، ایک بند حلقے میں کیا گیا کام صفر ہے]

2.17 خطی چارج کثافت λ (کا ایک لمبا چارج شدہ استوانہ ایک کھوکھلے۔ہم محوری ایصالی استوانے سے گھرا ہوا ہے۔ دونوں اسطوانوں کی درمیانی جگہ پر برقی میدان کیا ہوگا؟

2.18 ہائیڈروجن ایٹم میں، الیکٹران اور پروٹان تقریباً $0.53\ \text{Å}$ کے فاصلے پر بندھے ہوتے ہیں۔

(a) نظام کی وضعی توانائی کا eV میں تخمینہ لگایئے۔ الیکٹران کے پروٹان سے لامحدود فاصلے پر وضعی توانائی کا صفر مانیے۔

(b) الیکٹران کو آزاد کرانے کے لیے کم از کم کتنا کام درکار ہوگا؟ دیا ہوا ہے کہ مدار میں اس کی حرکی توانائی، کی عددی قدر (a) میں حاصل کی گئی وضعی توانائی کی آدھی ہے۔

(c) اوپر دیے ہوئے (a) اور (b) کے جواب کیا ہوں گے اگر وضعی توانائی کا صفر $1.06\ \text{Å}$ فاصلے پر منتخب کیا جائے:

2.19 اگر ہائیڈروجن مالیکیول کے دونوں الیکٹرانوں میں سے کوئی ایک الیکٹران نکال دیا جائے تو ہمیں مالیکیولیائی آین H_2^+ ملتا ہے۔ H_2^+ کی تحتی حالت (ground state) میں دو پروٹانوں کے درمیان تقریباً $1.5\ \text{Å}$ فاصلہ پر ہوتا ہے۔ اور الیکٹران ہر پروٹان سے تقریباً $1\ \text{Å}$ فاصلے پر ہوتا ہے۔ نظام کی وضعی توانائی تحسیب کیجیے۔ وضعی توانائی کے اپنے منتخب صفر کی وضاحت کیجیے۔

2.20 نصف قطر a اور نصف قطر b کے دو چارج شدہ ایصالی کرے ایک دوسرے سے ایک تار کے ذریعے جڑے ہوئے ہیں۔ دونوں کروں کی سطحوں پر برقی میدانوں کی کیا نسبت ہے؟۔ حاصل ہوئے نتیجہ کو استعمال کر کے وضاحت کیجیے کہ ایک موصل کے دھار دار اور نکیلے کناروں پر چارج کثافت اس کے چپٹے حصوں سے زیادہ کیوں ہوتی ہے؟

2.21 دو چارج q+ اور q– بالترتیب نقاط (0,0,–a) اور (0,0,a) پر رکھے ہوئے ہیں۔

(a) نقاط (0, 0, z) اور (x, y, 0) پر برق سکونی مضمر کیا ہے؟

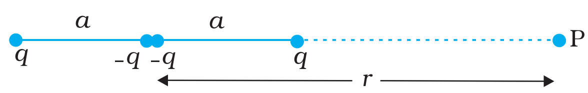
(b) مبدے سے ایک نقطہ کے فاصلے r پر مضمر کا انحصار حاصل کیجیے، جبکہ r/a >> 1

2019-20

© NCERT not to be republished

(c) x– محور پر نقطہ (5,0,0) سے نقطہ (–7,0,0) تک ایک چھوٹے ٹیسٹ چارج کو لے جانے میں کتنا کام کیا جائے گا؟ کیا جواب تبدیل ہو جائے گا اگر ٹیسٹ چارج کا راستہ انہیں دونوں نقاط کے درمیان x محور پر نہ ہو۔

2.22 شکل 2.34 میں ایک چارج تشکیل دکھائی گئی ہے جو برقی چار قطبیہ کہلاتی ہے۔ چار قطبیہ کے محور پر ایک نقطہ کے لیے، مضمر کا r پر انحصار معلوم کیجیے جبکہ r/a >> 1 اور اپنے نتیجے کا موازنہ ایک برقی دو قطبیہ اور ایک برقی یک قطبیہ (monopole) (یعنی کہ واحد چارج) کے نتائج سے کیجیے۔

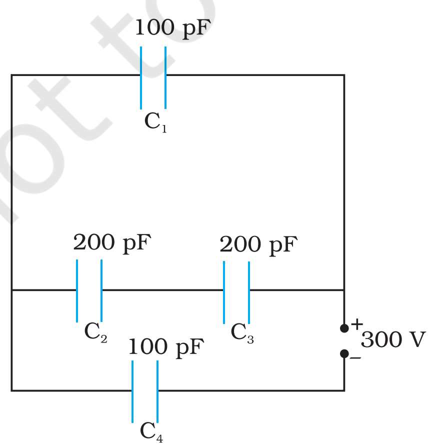


شکل 2.32

2.23 ایک بجلی کے کاریگر کو ایک سرکٹ میں $2\mu F$ کی صلاحیت چاہیے، جبکہ مضمر فرق 1KV ہے۔ اس کے پاس $1\mu F$ صلاحیت کے کئی کپیسٹر ہیں، جن میں سے ہر ایک 400V سے زائد مضمر فرق برداشت نہیں کر سکتا۔ ایک ایسی ممکنہ ترتیب تجویز کیجیے، جس میں کپیسٹروں کی کم از کم تعداد استعمال ہو۔

2.24 ایک 2F متوازی چادر کپیسٹر کا) چادروں کا رقبہ کیا ہوگا، دیا ہوا ہے کہ چادروں کے درمیان 5 سینٹی میٹر فاصلہ ہے۔ [آپ کو اپنے جواب سے احساس ہوگا کہ عام کپیسٹر μF یا اس سے کم صلاحیت کی سعت میں کیوں ہوتے ہیں۔ لیکن برق پاشہ کپیسٹروں کی صلاحیت اس سے کہیں زیادہ ہوتی ہے (0.1 F) کیونکہ موصلوں کے درمیان بہت ہی کم فاصلہ ہوتا ہے۔

2.25 شکل 2.35 میں دکھائے گئے نیٹ ورک کی معادل صلاحیت حاصل کیجیے۔ 300 V کی سپلائی کے لیے ہر کپیسٹر پر چارج اور وولٹیج معلوم کیجیے۔



شکل 2.33

2019-20

© NCERT not to be republished

2.26 ایک متوازی چادر کیپسٹر کی ہر چادر کا رقبہ $90\,cm^2$ ہے اور ان کے درمیان فاصلہ ہے۔

کیپسٹر کو ایک 400V سپلائی سے جوڑ کر چارج کیا جاتا ہے۔

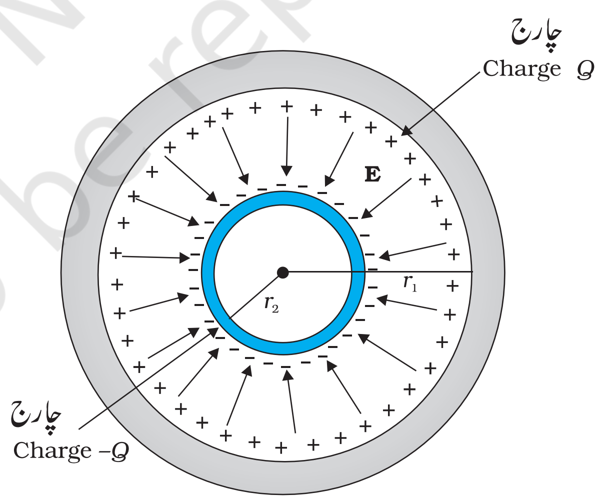
(a) کیپسٹر کے ذریعے کتنی برق۔سکونی توانائی ذخیرہ ہوگی؟

(b) اس توانائی کو چادروں کے درمیان برقی میدان میں ذخیرہ ہوئی توانائی مانیے اور توانائی فی اکائی حجم U کا حساب لگایئے۔ اور پھر 'U اور چادروں کے درمیان برقی میدان کی عددی قدر E کے مابین رشتہ حاصل کیجیے۔

2.27 ایک $4\mu f$ کے کیپسٹر کو 200V سپلائی کے ذریعے چارج کیا گیا ہے۔ اسے پھر سپلائی سے علیحدہ کرلیا جاتا ہے اور ایک دوسرے غیر چارج شدہ $2\mu F$ کیپسٹر سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ پہلے کیپسٹر کی کتنی برق سکونی توانائی ،حرارت اور برق مقناطیسی اشعاع کی شکل میں ضائع ہوگی۔

2.28 دکھایئے کہ ایک متوازی چادر کیپسٹر کی ہر چادر پر قوت کی عددی قدر $\frac{1}{2}QE$ کے مساوی ہے' جہاں Q کیپسٹر پر چارج ہے اور E چادروں کے درمیان برقی میدان کی عددی قدر ہے۔ ضربیہ $\frac{1}{2}$ کہاں سے آتا ہے، وضاحت کیجیے۔

2.29 ایک کروی کیپسٹر دو ہم مرکز کردی موصلوں پر مشتمل ہے، جسے مناسب حاجز سہاروں کے ذریعے ایک حالت



شکل 2.34 چارج (-Q)

میں قائم رکھا جاتا ہے (شکل 2.26)۔ دکھایئے کہ کروی کیپسٹر کی صلاحیت دی جاتی ہے:

جہاں r_1 اور r_2 بالترتیب باہری اور اندرونی کروں کے نصف قطر ہیں۔

2.30 ایک کروی کپیسٹر میں 12 cm نصف قطر کا ایک اندرونی کرہ ہے اور 13 cm نصف قطر کا ایک باہری کرہ ہے۔ باہری کرہ کو زمین گیر (earth) کر دیا جاتا ہے۔ اور اندرونی کرہ کو $2.5\mu C$ چارج دیا جاتا ہے۔ ہم مرکز کروں کی درمیانی جگہ کو دو برقی مستقلہ 32 کے ایک رقیق سے بھر دیا جاتا ہے۔

(a) کپیسٹر کی صلاحیت معلوم کیجیے۔

(b) اس کپیسٹر کی صلاحیت کا مقابلہ، 12 cm نصف قطر کے ایک علیحدہ کیے ہوئے کرہ کی صلاحیت سے کیجیے وضاحت کیجیے کہ بعد والی صلاحیت اتنی کم کیوں ہوں۔

2.31 سوچ کر جواب دیجیے:

(a) دو بڑے ایصالی کرے، جن پر چارج Q_1 اور Q_2 ہیں، ایک دوسرے کے نزدیک لائے گئے ۔ کیا ان کے درمیان برق سکونی قوت کی عددی قدر بالکل درست طور پر $\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ سے دی جاتی ہے، جبکہ r ان کے مراکز کے درمیان فاصلہ ہے۔

(b) اگر کولمب کے قانون میں $\frac{1}{r^3}$ انحصار ($\frac{1}{r^2}$ کی جگہ) شامل ہوتا، تو کیا گاس کا قانون تب بھی صادق آتا؟

(c) ایک برق۔سکونی میدان تشکیل میں ایک نقطہ پر ایک چھوٹے ٹیسٹ چارج کو رہا کیا گیا۔ کیا وہ اس نقطہ سے گذررہے میدانی خط پر حرکت کرے گا۔

(d) ایک الیکٹرون کے مکمل دائری مدار میں نیوکلیس کے برقی میدان کے ذریعے کیا گیا کام کتنا ہوگا؟ کیا ہوگا اگر مدار بیضوی ہو؟

(e) ہم جانتے ہیں کہ ایک چارج شدہ موصل کی سطح پر برقی میدان غیر مسلسل ہوتا ہے۔ کیا وہاں برقی مضمر بھی غیر مسلسل ہوتا ہے؟

(f) آپ ایک واحد موصل کی صلاحیت کو کیا معنیٰ پہنائیں گے؟

(g) پانی کے دو برقی مستقلہ کی بہت بڑی قدر (80=) جیسے مائیکا (6=) کے مقابلے میں، ہونے کی کوئی ایک ممکنہ وجہ سوچیے۔

2.32 ایک استوانی کپیسٹر میں دو ہم محوری استوانے ہیں، جن کی لمبائی 12 سینٹی میٹر ہے اور نصف قطر 1.5 سینٹی میٹر اور 1.4 سینٹی میٹر ہیں ۔ باہری استوانے کو زمین گیر کر دیا جاتا ہے اور اندرونی استوانے کو $3.5\mu C$ کا چارج دیا جاتا ہے۔ نظام کی صلاحیت اور اندرونی استوانے پر مضمر معلوم کیجیے۔ کنارہ اثرات (کناروں پر میدانی خطوط کا مڑنا) نظر انداز کر دیجیے۔

2.33 ایک ایسا متوازی چادر کپیسٹر ڈیزائن کرنا ہے، جس کی وولٹیج 1kV ہو، دو برقی مستقلہ 3 کا مادہ استعمال کیا جائے

© NCERT not to be republished

اور دو۔ برقی طاقت $10^7 Vm^{-1}$ کے قریب ہو (دو برقی طاقت ، وہ ازحد برقی میدان ہے جو ایک مادہ بغیر ٹوٹے برداشت کرسکتا ہے، یعنی کہ بغیر، جزوی آئن کاری کے ذریعے برقی ایصال شروع کیے)۔ تحفظ کے خیال سے، ہم چاہیں گے کہ میدان کبھی بھی دو۔ برقی طاقت کے 10% سے زیادہ نہ ہو۔ تو چادروں کا کم ازکم رقبہ کتنا درکار ہوگا کہ $50\mu F$ صلاحیت حاصل ہوسکے۔

2.34 مندرجہ ذیل سے مطابقت رکھنے والی مساوی مضمر سطحوں کی تصویر پیش کیجیے۔

z سمت میں ایک مستقلہ برقی میدان

(b) ایک میدان جس کی عددی قدر ہموار طور پر بڑھتی رہتی ہے لیکن رہتا یکساں سمت (فرض کیجیے z) میں ہے۔

(c) مبدے پر رکھا ہوا ایک واحد مثبت چارج

(d) ایک ہموار گرڈ (Grid)، جو ایک مستوی میں، یکساں فاصلوں پر، متوازی چارج شدہ تاروں پر مشتمل ہے۔

2.35 نصف قطرہ r_1 اور چارج q_1 کا ایک چھوٹا کرہ نصف قطر r_2 اور چارج q_2 کرہ خول سے گھرا ہوا ہے۔ دکھایئے کہ اگر مثبت ہے، تو چارج لازمی طور پر کرہ سے خول کی جانب بہے گا (جب دونوں کو ایک تار سے جوڑ دیا جائے) چاہے خول پر چارج q_2 کی قدر کچھ بھی ہو۔

2.36 مندرجہ ذیل کے جواب دیجیے۔

(a) ایک ارتفاع کے ساتھ کم ہونے والے برقی میدان کے متطابق، فضا کا اوپری حصہ سطح زمین کے لحاظ سے تقریباً 400KV پر ہے۔ سطح زمین کے قریب میدان تقریباً 100 vm^{-1} ہے۔ پھر جب ہم گھر سے باہر کھلی فضا میں نکلتے ہیں تو ہمیں برقی جھٹکا کیوں نہیں لگتا۔ (ہم مان لیتے ہیں کہ گھر ایک فولادی پنجرہ ہے، اس لیے کوئی برقی میدان نہیں ہے)

(b) ایک آدمی نے ایک روز شام کو اپنے گھر کے باہر ایک دو میٹر اونچا حاجز سلیب لگایا، جس کے اوپری حصّے پر ایک المونیم کی بڑی چادر، 100 Vm^{-1} رقبہ کی، لگی تھی۔ اگر وہ اگلی صبح دھاتی چادر کو چھوئے، تو کیا اسی برقی جھٹکا لگے گا؟

(c) ہوا کی قلیل ایصالیت کی وجہ سے فضا میں، پورے کرہ ارض پر اوسطاً 1800A کا ڈسچارج کرنٹ ہوتا ہے۔ پھر فضا اپنے آپ کو وقت کے ساتھ مکمل طور پر ڈسچارج کیوں نہیں کرلیتی اور برقی طور پر تعدیلی کیون نہیں ہوجاتی؟ دوسرے لفظوں میں، فضا کو کیا چیز چارج شدہ رکھتی ہے۔

(d) بجلی کڑکنے کے دوران، فضا کی برقی توانائی کا اصراف توانائی کی کن کن شکلوں میں ہوتا ہے؟

[اشارہ : زمین کی سطح پر نیچے کی جانب تقریباً 100 Vm^{-1} برقی میدان ہوتا ہے۔ جو سطحی چارج کثافت $= -10^{-9} \text{ C m}^{-2}$ سے مطابقت رکھتا ہے۔ 50Km کی بلندی تک فضا کی معمولی ایصالیت کی وجہ سے

© NCERT not to be republished

(اس سے اوپر یہ اچھا موصل ہوتی ہے)، زمین پر مجموعی طور پر ہر سکنڈ میں تقریباً 1800 C + چارج داخل ہوتا ہے۔ لیکن زمین پھر بھی ڈسچارج نہیں ہوتی، کیونکہ طوفان بادو باران اور بجلی کا کڑکنا، جو پورے کرہ ارض پر لگاتار ظہور پذیر ہوتے رہتے ہیں۔ زمین کو مساوی مقدار کا منفی چارج مہیا کر دیتے ہیں۔]

© NCERT not to be republished