# ऊष्मागतिकी (THERMODYNAMICS)

13 CHAPTER

## 13.1 प्रस्तावना (Introduction)

भौतिक विज्ञान की वह शाखा जिसके अन्तर्गत ताप तथा ऊष्मा की अभिधारणाओं (concepts) एवं ऊष्मीय ऊर्जा का अन्य ऊर्जाओं में या अन्य ऊर्जाओं का ऊष्मीय ऊर्जा में रूपान्तरण का अध्ययन किया जाता है, **ऊष्मागतिकी** कहलाती है।

ऊष्मागतिकी की सहायता से जिस निकाय (system) का अध्ययन किया जाता है, उसे **ऊष्मागतिकीय निकाय** (thermodynamic system) कहते हैं। यहाँ निकाय से तात्पर्य कणों के समूह से हैं। ऊष्मागतिकीय निकाय निम्न प्रकार के होते हैं—

**(i) स्थूल निकाय** (Macroscopic)—इस निकाय में कणों की संख्या, अत्यधिक होती है। किसी पात्र में बन्द गैस स्थूल निकाय के रूप में होती है क्योंकि इसमें अणुओं की संख्या आवोगाद्रो संख्या $6.023 \times 10^{23}$ की कोटि की होती है।

**(ii) सूक्ष्म निकाय** (Microscopic System)—इस निकाय में कणों की संख्या बहुत कम होती है ताकि प्रत्येक कण का स्वतंत्र रूप से अध्ययन किया जा सके। जैसे—एक अणु या एक परमाणु।

**(iii) बंद निकाय** (Closed System)— यदि निकाय और परिवेश में केवल ऊष्मा का आदान-प्रदान हो तो उस का निकाय को बंद निकाय कहते है।

**(iv) खुला निकाय** (Open System)—यदि निकाय और परिवेश में ऊष्मा तथा पदार्थ दोनों का आदान-प्रदान हो तो उस निकाय को खुला निकाय कहते है।

**(v) विलगित निकाय** (Isolated System)—यदि निकाय और परिवेश में ऊष्मा अथवा पदार्थ का कोई आदान प्रदान नहीं होता है तो उस निकाय को विलगित निकाय कहते है। आदर्श विलगित निकाय की दीवारें पूर्णरूप से आदर्श कुचालक होनी चाहिये।

**(vi) समांगी निकाय** (Homogeneous System)—यदि किसी ऊष्मागतिकीय निकाय में उपस्थित सभी भाग समान प्रावस्था में हो तो वह समांगी निकाय कहलाता हैं। उदाहरण– शुद्ध ठोस, शुद्ध द्रव, शुद्ध गैस आदि।

**(vii) विषमांगी निकाय (Hetrogeneous System)**—यदि किसी ऊष्मागतिकीय निकाय में दो या दो से अधिक प्रावस्थाएँ हो तो वह विषमांगी निकाय कहलाता हैं उदाहरण–अघुलनशील द्रवों का मिश्रण आदि।

ऊष्मागतिकीय निकाय का अध्ययन करने के लिए ऐसी प्रेक्षण योग्य स्थूल दृष्टिकोण वाली राशियों का चयन करते हैं जो सम्पूर्ण निकाय के गुणों का वर्णन करती हो। ये राशियाँ जो निकाय के ऊष्मागतिकीय व्यवहार की व्याख्या करती है, ऊष्मागतिकीय निर्देशांक (Thermodynamic coordinates) कहलाती है। ताप (T), दाब (P), आयतन (V), एन्ट्रॉपी (S) आदि ऊष्मागतिकीय निर्देशांक होते हैं। इनके मानों के द्वारा ही निकाय की अवस्था को व्यक्त किया जाता है। यदि किसी निकाय का ऊष्मागतिकीय निर्देशांकों का एक समूह $(P_1, V_1, T_1)$ ऊष्मागतिकी की एक अवस्था को व्यक्त करता है तब दूसरी अवस्था को दूसरा समूह $(P_2, V_2, T_2)$ व्यक्त करेगा।

जब निकाय एक अवस्था से दूसरी अवस्था में जाता है तब वह कुछ नियमों का पालन करता है, इन्हें ऊष्मागतिकीय नियम (thermodynamical laws) कहते हैं। इस अध्याय में हम ऊष्मागतिकीय नियमों का अध्ययन करेंगे।

**प्रतिवेश या परिवेश (Surrounding)**—जिस भाग से पृथक कर निकाय का अध्ययन करते है। उस भाग को परिवेश कहते है।

## 13.2 ऊष्मीय साम्यावस्था (Thermal Equilibrium)

जब दो ऊष्मागतिकीय निकायों का ताप समान हो तब निकाय ऊष्मीय साम्यावस्था में कहलाते हैं।

ऊष्मीय साम्यावस्था की अवस्था में किसी निकाय के ऊष्मागतिकी निर्देशांक, दाब, आयतन, ताप आदि समय के साथ अपरिवर्तित रहते हैं। उदाहरण: एक ठोस कुचालक दीवारों वाले पात्र में भरी गैस पर विचार कीजिए जो वातावरण से पूर्ण रूप से विलगित है। यह निकाय (अर्थात् गैस) वातावरण से किसी भी प्रकार की ऊर्जा का आदान प्रदान नहीं कर पाता है, जिसके कारण उसके दाब, आयतन, ताप आदि नियत रहते हैं एवं निकाय ऊष्मीय संतुलन अवस्था में रहता है। दो निकायों को सम्पर्क में रखने के लिए ऊष्मापार्य (diathermic) अथवा रुद्धोष्म (adiabatic) दीवारों का उपयोग किया जा सकता है। रूद्धोष्म दीवार दोनों के मध्य ऊर्जा का आदान प्रदान रोकती है जबकि ऊष्मापार्य दीवार में से ऊर्जा का आदान-प्रदान संभव होता है।

अब माना A व B दो निकाय हैं जिनकी ऊष्मीय संतुलन अवस्थाएँ क्रमशः $(P_A, V_A)$ तथा $(P_B, V_B)$ से व्यक्त की जाती है। यदि इन निकायों को एक कुचालक पात्र में ऊष्मापार्य दीवार की सहायता से सम्पर्क में रखें तो कुछ समय पश्चात् दोनों निकाय नयी संतुलन अवस्थाओं $(P'_A, V'_A)$ तथा $(P'_B, V'_B)$ को प्राप्त कर लेंगे। ऊष्मीय संतुलन में होने पर निकायों के मध्य ऊर्जा का परिणामी स्थानान्तरण शून्य होता है।

**(i) यांत्रिक साम्य (Mechanical equilibrium)**—
यदि निकाय के विभिन्न हिस्सों तथा निकाय व प्रतिवेश के मध्य किसी प्रकार के असंतुलित बल कार्य नहीं करें तो निकाय प्रतिवेश के साथ यांत्रिक साम्य में कहलाता है।

**(ii) रासायनिक साम्य (Chemical equilibrium)**—
यदि निकाय की रासायनिक संरचना समय के साथ अपरिवर्तित रहे तो निकाय रासायनिक साम्य में कहलाता है।

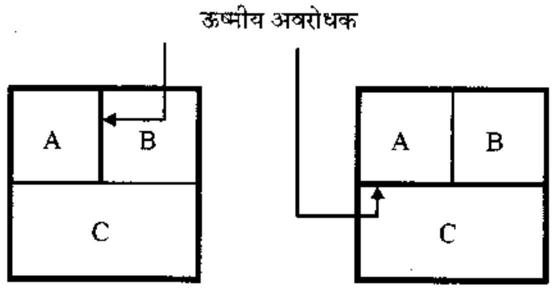
**(iii) तापीय साम्य (Thermal equilibrium)**—
यदि निकाय के प्रत्येक हिस्से का ताप तथा निकाय व प्रतिवेश का ताप समय के साथ अपरिवर्तित रहे तो निकाय व प्रतिवेश तापीय साम्य में कहलाते हैं।
जब विभिन्न ताप पर स्थित दो उष्मीय निकाय एक दूसरे के सम्पर्क में रखें जाते हैं। तब ऊष्मा उच्च ताप युक्त निकाय से कम ताप युक्त निकाय में प्रवाहित होती रहती है, जब तक कि दोनों निकाय समान ताप प्राप्त न कर ले। तब उनके मध्य ऊष्मा का प्रवाह नहीं होता है तथा निकाय एक दूसरे के तापीय साम्य में कहलाते हैं अर्थात् जब ऊष्मागतिक निर्देशांक स्थिर मान को प्राप्त करते हैं तो निकाय को तापीय साम्य की अवस्था में कहा जाता है।

**ऊष्मागतिक साम्यावस्था (Thermodynamic equilibrium)**—
यदि कोई निकाय यांत्रिक, रासायनिक व तापीय अर्थात् तीनों साम्यावस्था में हों तो वह ऊष्मागतिक साम्यावस्था में कहलाता है।

## 13.3 ऊष्मागतिकी का शून्यांकी नियम (Zeroth Law of Thermodynamics)

ऊष्मागतिकी के शून्यांकी नियम को निम्न प्रयोग द्वारा दर्शाया जा सकता है—

माना तीन निकाय A, B व C है। चित्र (a) के अनुसार निकाय A व B के मध्य एक ऊष्मीय अवरोधक रखा हुआ है। जिसके कारण A व B में ऊष्मा का आदान-प्रदान नहीं होता है। निकाय A, B व C के ताप क्रमश: $T_A$, $T_B$ व $T_C$ है। माना कि $T_C$ का मान $T_A$ व $T_B$ से अधिक है।




चित्र 13.1

इस स्थिति में C से A तथा C से B की ओर ऊष्मा का प्रवाह तब तक होता है जब तक कि C व A तथा C व B परस्पर तापीय (ऊष्मीय) संतुलन में न आ जाये।

अब यदि चित्र (b) के अनुसार A व B के मध्य रखे हुए ऊष्मीय अवरोधक को हटाकर C तथा A, B के मध्य रख दिया जाये तो यह पाया जाता है कि A व B के मध्य ऊष्मा का आदान-प्रदान नहीं होता है। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि निकाय A व B भी परस्पर तापीय (ऊष्मीय) संतुलन की अवस्था में आ जाते हैं।

अत: ऊष्मागतिकी के शून्यांकी नियम के अनुसार "**यदि दो निकाय किसी अन्य निकाय के साथ अलग-अलग तापीय (ऊष्मीय) संतुलन में हों तो वे परस्पर भी तापीय (ऊष्मीय) संतुलन में होंगे।**" इसका प्रतिपादन 1931 में आर. एच. फाउलर ने किया।

किसी ऊष्मागतिकीय निकाय के तापीय (ऊष्मीय) संतुलन से तात्पर्य है कि इसके सभी भागों का ताप समान हो तथा यह ताप परिवेश (surroundings) के ताप के समान हो।

शून्यांकी नियम के अनुसार तापीय (ऊष्मीय) संतुलन की स्थिति में सभी वस्तुओं में एक उभयनिष्ठ (common) गुण होता है जो सभी वस्तुओं के लिए एक ही होता है। इस गुण को ताप कहते हैं। अत: शून्यांकी नियम ताप की परिभाषा देता है।

## 13.4 ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक (Mechanical Equivalent of Heat)

किसी निकाय के ताप में वृद्धि दो प्रकार से की जा सकती है— (i) निकाय को ऊष्मा देकर तथा (ii) उस निकाय पर यांत्रिक कार्य करके।

जूल के नियमानुसार उचित परिस्थितियों में किसी निकाय पर किया गया कार्य (W) व उत्पन्न ऊष्मा (H) परस्पर समानुपाती होते है अर्थात्

$$W \propto H$$

या $$W = JH$$

यहाँ J ऊष्मा का यान्त्रिक तुल्यांक (Mechanical equivalent of heat) कहलाता है।

$$J = \frac{W}{H}$$

यदि H = 1 किलोकैलोरी हो तो J = W



अत: किसी निकाय में 1 किलो कैलारी ऊष्मा उत्पन्न करने के लिए जितने जूल कार्य करने की आवश्यकता होती है, वह ऊष्मा के यांत्रिक तुल्यांक के बराबर होती है।

$$J = 4.2\times10^3 \frac{\text{जूल}}{\text{किलो कैलोरी}}$$

$$= 4.2 \frac{\text{जूल}}{\text{कैलोरी}}$$

$$= 4.2\times10^7 \frac{\text{अर्ग}}{\text{कैलोरी}}$$

J भौतिक राशि नहीं है। यह केवल रूपान्तरण गुणांक (Conversion factor) है।

**महत्वपूर्ण तथ्य**

(1) यदि किसी झरने का *m* किग्रा पानी *h* मीटर ऊँचाई से नीचे गिरता है, तो पानी की प्रारंभिक स्थितिज ऊर्जा *mgh* जूल, नीचे आने पर गतिज ऊर्जा में तथा अन्त में जमीन से टकराने पर ऊष्मा में बदल जाती है जिससे पानी का ताप कुछ बढ़ जाता है। यदि पानी की विशिष्ट ऊष्मा S किलो कैलोरी/किग्रा °C मानें तथा ताप में वृद्धि $\Delta t$°C हो तो सूत्र W = JH से

$$mgh = J \times mS\Delta t$$

या पानी के ताप में वृद्धि $\Delta t = \frac{gh}{JS}$°C

(2) यदि बन्दूक से दागी गई गोली (द्रव्यमान *m* किग्रा. तथा विशिष्ट ऊष्मा S किलो कैलोरी/किग्रा °C) v मी./से. के वेग से निकलकर किसी लक्ष्य से टकराती है, तो इसकी गतिज ऊर्जा $\frac{1}{2}mv^2$ जूल, ऊष्मा में बदल जाती है जिससे गोली का ताप बढ़ जाता है। यदि गोली पिघलती नहीं है, लेकिन उसका ताप $\Delta t$°C बढ़ जाता है तो सूत्र W = JH से

$$\frac{1}{2}mv^2 = J \times mS\Delta t$$

∴ गोली के ताप में वृद्धि

$$\Delta t = \frac{v^2}{2JS}\,°C$$

लेकिन यदि गोली का ताप बढ़कर उसके पदार्थ के गलनांक के बराबर हो जाता है तथा गोली पूर्णरूप से पिघल जाती है तो यदि गोली के पदार्थ की गुप्त ऊष्मा L किलो कैलोरी/किग्रा है तब

$$\frac{1}{2}mv^2 = J(mS\Delta t + mL)$$

∴ गोली के ताप में वृद्धि $\Delta t = \left[\frac{\left(\frac{v^2}{2J} - L\right)}{S}\right]$°C

**उदा.1. एक जल प्रपात 1000 मीटर की ऊँचाई से गिरता है तथा इसकी सम्पूर्ण ऊर्जा का आधा भाग ऊष्मा में परिवर्तन हो जाने से उसके ताप में वृद्धि 1.15°C हो जाती है, तो ऊष्मा के यांत्रिक तुल्यांक का मान ज्ञात करो।**

**हल:** दिया गया है— ऊँचाई h = 1000 मीटर, $\Delta t$ = 1.15°C

h ऊँचाई पर जल की स्थितिज ऊर्जा W = mgh

ऊष्मा में परिवर्तित ऊर्जा का मान $H = \frac{mgh}{2}$ जूल

जबकि उत्पन्न ऊष्मा $H = \frac{mgh}{2J}$ किलो कैलोरी

$$H = ms\Delta t$$

यहाँ s जल की विशिष्ट ऊष्मा है। s = 1 किलो कैलोरी/किग्रा.×°C

$$\therefore \quad ms\Delta t = \frac{mgh}{2J} = \frac{9.8 \times 1000}{2 \times 1 \times 11.5}$$

$$J = 4.2 \times 10^3 \text{ जूल/किलो कैलोरी}$$

## 13.5 ऊष्मा, कार्य तथा आंतरिक ऊर्जा (Heat, Work and Internal Energy)

**ऊष्मा (Heat):** तापान्तर के कारण विभिन्न वस्तुओं में अथवा निकाय व वातावरण के मध्य जिस ऊर्जा का आदान-प्रदान होता है उसे ऊष्मा कहते हैं। किसी वस्तु को ऊष्मा देने पर उस वस्तु की आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि होती है तथा वस्तु की तापीय अवस्था परिवर्तित हो जाती है जबकि ऊष्मा लेने पर वस्तु की आन्तरिक ऊर्जा में कमी हो जाती है। जब ऊष्मीय ऊर्जा किसी वस्तु से वातावरण में स्थानान्तरित होती है तब वस्तु की ऊष्मीय ऊर्जा ऋणात्मक ली जाती है जबकि किसी वस्तु को वातावरण से ऊष्मा देने पर वस्तु की ऊष्मीय ऊर्जा धनात्मक ली जाती है। यदि वस्तु का ताप नियत रहता है तब वस्तु में ऊष्मा के आदान-प्रदान के कारण वस्तु की अवस्था परिवर्तित हो जाती है।

### 13.5.1 कार्य (Work)

जब कोई निकाय किसी बल के अन्तर्गत विस्थापित होता है तो कार्य किया जाता है। यदि किसी निकाय का दाब P तथा इसके आयतन में परिवर्तन dV हो तो किया कार्य

$$dW = PdV$$

$$\Rightarrow \quad W = \int PdV$$

कार्य दो प्रकार का होता है:

**(i) आन्तरिक कार्य (Internal Work):** जब किसी निकाय के किसी एक भाग के द्वारा उसी निकाय के अन्य भाग पर कार्य किया जाता है तब कार्य आन्तरिक कार्य कहलाता है।

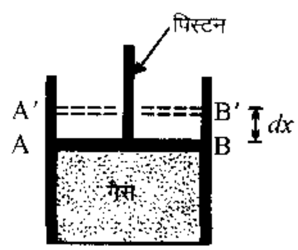
**(ii) बाह्य कार्य (External Work):** जब कार्य बाह्य बल के विरुद्ध किया जाता है तब कार्य बाह्य कार्य कहलाता है।

कार्य तथा ऊष्मा में अन्तर यह है कि ऊष्मा अव्यवस्थित ऊर्जा है जबकि कार्य व्यवस्थित ऊर्जा है।

#### 13.5.1.1 प्रसार कार्य (Work of Expansion)

**ऐसा निकाय जिसकी अवस्था को दाब (P) आयतन (V) तथा ताप (T) के पदों में व्यक्त किया जा सकता है ऊष्मागतिक निकाय कहलाता है।**

उदाहरणस्वरूप किसी सिलिण्डर में गैस उपस्थित है। सिलिण्डर के मुंह पर एक घर्षण रहित पिस्टन लगा है तथा सिलिण्डर का तल ऊष्मा चालक पदार्थ का बना हुआ है। (चित्र से) पिस्टन की स्थिर अवस्था में गैस का दाब वायुमण्डलीय दाब P के बराबर होता है। माना कि इस अवस्था में गैस का आयतन V है।




चित्र 13.2

यदि गैस के ताप में वृद्धि की जाती है तो गैस का प्रसार होने लगता है तथा पिस्टन की स्थिति AB से AB' हो जाती है। पिस्टन के विस्थापन के लिए गैस द्वारा वायुमण्डलीय दाब के विरूद्ध कार्य किया जाता है। यदि पिस्टन का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A हो तो पिस्टन पर गैस द्वारा आरोपित बल

$$F = PA$$

यदि गैस को प्रसारित करने में पिस्टन की स्थिति में परिवर्तन $dx$ हो तो गैस द्वारा किया गया कार्य

$$dW = Fdx$$
$$= PA\,dx$$

परन्तु गैस के आयतन में परिवर्तन

$$dV = Adx$$

$$\therefore \quad \text{कार्य} \quad dW = PdV \qquad \ldots(1)$$

यदि नियत दाब पर गैस का आयतन $V_1$ से $V_2$ हो जाता है तब नियत दाब पर निकाय द्वारा किया गया कार्य

$$W = P\int_{V_1}^{V_2} dV$$

$$W = P(V_2 - V_1) = PdV$$

**महत्वपूर्ण:-** जब किसी प्रक्रम में निकाय का आयतन बढ़ता है तो कार्य निकाय द्वारा किया जाता है तब $V_2 > V_1$

अत: आयतन में परिवर्तन $V_2 - V_1$ धनात्मक होगा। इसलिए कार्य W भी धनात्मक होगा।

यदि किसी प्रक्रम में निकाय का आयतन घटता है तो कार्य निकाय पर किया जाता है तब $V_2 < V_1$

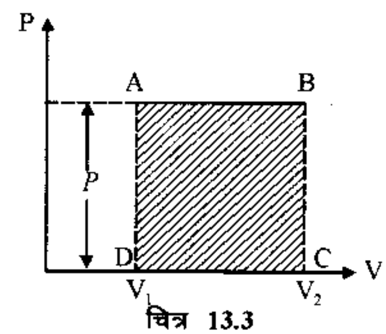
अत: आयतन में परिवर्तन $V_2 - V_1$ ऋणात्मक होगा। इसलिए कार्य W भी ऋणात्मक होगा।

इस प्रकार निकाय द्वारा किया गया कार्य धनात्मक तथा निकाय पर किया गया कार्य ऋणात्मक होता है।

#### 13.5.1.2 सूचक आरेख (Indicator Diagram)

जब किसी निकाय की ऊष्मागतिकीय अवस्था को दाब व आयतन चरों द्वारा व्यक्त किया जाये तब किसी प्रक्रम में निकाय की ऊष्मागतिक अवस्था परिवर्तन को दर्शाने वाला वक्र दाब-आयतन वक्र या सूचक आरेख कहलाता है।

कार्य का मान दाब (P) तथा आयतन (V) के मध्य ग्राफ खींचकर ज्ञात किया जा सकता है। जिसे सूचक आरेख कहते है। जो निकाय की अवस्था परिवर्तन को व्यक्त करता है। दाब (P) नियत रहता है तब P—V वक्र निम्न प्रकार प्राप्त होता है–



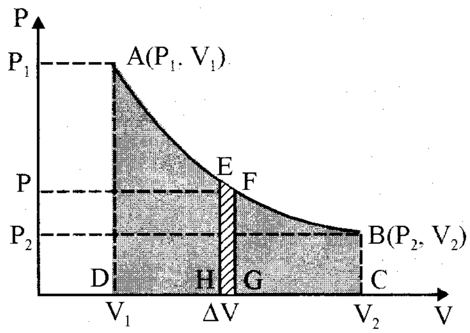

चित्र 13.3

इससे AB रेखा के नीचे $V_1$ व $V_2$ के बीच छायांकित क्षेत्रफल ABCD को ज्ञात कर सीधे गैस द्वारा किये गये कार्य का मान प्राप्त कर सकते है।

∴ नियत दाब पर निकाय द्वारा किया गया कार्य

$$W = P(V_2 - V_1)$$
$$= \text{क्षेत्रफल ABCD} \quad \ldots(1)$$

**जब दाब (P) नियत नहीं रहता है** तब P–V वक्र निम्न प्रकार प्राप्त होता है–




चित्र 13.4

क्षेत्रफल ABCD को अल्प चौड़ाई की आयताकार पट्टिकाओं में विभाजित किया जा सकता है। ऐसी ही एक आयताकार पटिट्का EFGH लेते है जिसकी लम्बाई P तथा चौड़ाई ΔV है।

आयताकार पट्टिका का क्षेत्रफल = PΔV

निकाय के आयतन में अल्प परिवर्तन ΔV करने के लिए किया गया कार्य

$$\Delta W = P\Delta V = \text{क्षेत्रफल EFGH}$$

∴ सम्पूर्ण क्षेत्रफल ABCD = Σ क्षेत्रफल EFGH

$$= \Sigma P\Delta V$$

यदि ΔV बहुत अल्प हो अर्थात् $\Delta V \to 0$ तो

$$\text{कार्य } W = \underset{\Delta V \to 0}{\text{Limit}} \sum_{V_1}^{V_2} P\Delta V$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

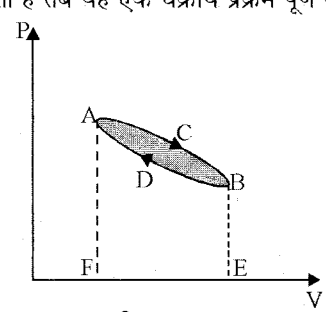
$$= \text{क्षेत्रफल ABCD}$$

अत: निकाय द्वारा AB पथ के अनुदिश किया गया कार्य

$$W = \int_{V_1}^{V_2} PdV \quad \ldots(2)$$

इस प्रकार किसी ऊष्मागतिक निकाय द्वारा किया गया कार्य निकाय के दाब आयतन वक्र (P – V वक्र) तथा आयतन अक्ष के मध्य घिरे क्षेत्रफल के तुल्य होता है।

**चक्रीय प्रक्रम में किया गया कार्य (Work done during a Cyclic Process):** माना कि किसी निकाय की प्रारंभिक अवस्था A है। निकाय पथ ACB से होकर अवस्था B पर पहुँचता है। यदि यह निकाय पथ BDA से होकर प्रारंभिक अवस्था A पर पहुँचता है तब यह एक चक्रीय प्रक्रम पूर्ण करता है।




चित्र 13.5

ACB पथ के अनुदिश निकाय द्वारा किया गया कार्य

$$W_1 = \text{क्षेत्रफल ACBEFA} \quad \ldots(1)$$

BDA पथ के अनुदिश निकाय पर किया गया कार्य

$$W_2 = \text{क्षेत्रफल BDAFEB} \quad \ldots(2)$$

∴ चक्रीय प्रक्रम में किया गया कार्य $W = W_1 - W_2$

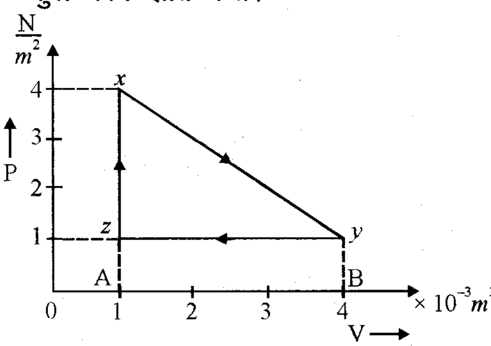
= क्षेत्रफल ACBEFA – क्षेत्रफल BDAFEB

= क्षेत्रफल ACBDA = घिरा हुआ क्षेत्रफल

अर्थात् चक्रीय प्रक्रम में निकाय द्वारा किया गया नैट कार्य P–V ग्राफ में चक्रीय पथ द्वारा घिरे हुए क्षेत्रफल के बराबर होता है।

---

**उदा.2. एक गैस के दाब तथा आयतन में परिवर्तन निम्न चित्र में दिखाये चक्र *xyz* के अनुसार होता है तब (i) $x \to y$, $y \to z$, $z \to x$ प्रक्रमों में कार्य की गणना करो। (ii) पूर्ण चक्र *xyz* में कुल कार्य ज्ञात करो।**




चित्र 13.6

**हल–** (i) *x* से *y* तक किया गया कार्य = वक्र *xy* तथा आयतन अक्ष के मध्य का क्षेत्रफल

$W_{xy}$ = आकृति *xy*BA का क्षेत्रफल

= त्रिभुज *xyz* का क्षेत्रफल + आयत *yz*AB का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times (3 \times 10^{-3}) \times 3 + (3 \times 10^{-3}) \times 1$$
$$= 4.5 \times 10^{-3} + 3 \times 10^{-3}$$
$$= (4.5 + 3) \times 10^{-3}$$
$$= 7.5 \times 10^{-3} \text{ जूल}$$
$$W_{yz} = (1 - 4) \times 10^{-3} \times 1$$
$$= -3 \times 10^{-3} \text{ जूल}$$
$$W_{zx} = PdV = P \times 0 = 0 \text{ जूल}$$

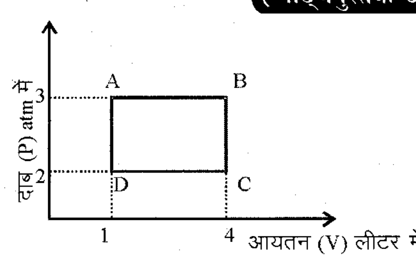
(ii) सम्पूर्ण बन्द पथ *xyz* के लिए किया गया कार्य

W = त्रिभुज *xyz* का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times (3 \times 10^{-3}) \times 3$$
$$= 4.5 \times 10^{-3} \text{ जूल}$$

**उदा.3. आदर्श गैस का एक मोल चक्रीय प्रक्रम में चित्रानुसार निरूपित हैं। कुल किये कार्य की गणना कीजिये।**

**( पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.1 )**




चित्र 13.7

**हल :** दिए गये चक्रीय प्रक्रम में किया गया कुल कार्य $W$ = क्षेत्रफल $ABCD$

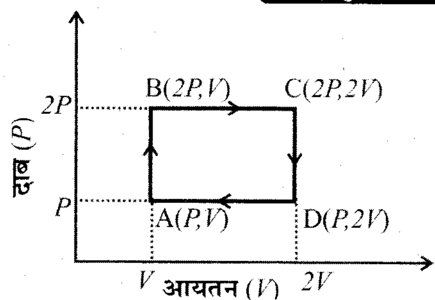
$W = AD \times DC$

$W = 3\ atm \times 3\ L$

$W = 3 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-3}$ जूल

$W = 9 \times 10^2$ जूल

**उदा.4. एक आदर्श एकपरमाण्वीय गैस का चक्रीय प्रक्रम $ABCDA$ के अनुसार हैं। $P$-$V$ आरेख में किये गये कार्य की गणना कीजिये।** **( पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.3 )**




**चित्र 13.8**

**हल :** किया गया कार्य $W$ = क्षेत्रफल $ABCDA$

$= AB \times AD$

$= (2P - P) \times (2V - V)$

$= PV$

### 13.5.2 आंतरिक ऊर्जा (Internal Energy)

**किसी निकाय की वह संचित ऊर्जा जिसके द्वारा बाह्य ऊर्जा प्रदान किये बिना निकाय कार्य करने की क्षमता रखता है आन्तरिक ऊर्जा कहलाती है** अर्थात् आन्तरिक ऊर्जा का अभिप्राय उस अदृश्य ऊर्जा से है जो निकाय के अणुओं से सम्बद्ध होती है।

पदार्थ में अणु लगातार गति करते रहते हैं इस गति के कारण उत्पन्न ऊर्जा, गतिज आंतरिक ऊर्जा कहलाती है। अणुओं की गतिज ऊर्जा पदार्थ के ताप पर निर्भर करती है। किसी निकाय का ताप नियत रहने पर गतिज आंतरिक ऊर्जा भी नियत रहती है।

प्रायः शून्य ताप पर गैस के वेग का वर्ग माध्य मूल शून्य होता है। $(\sqrt{T} \propto C_{rms})$ अतः परमशून्य ताप पर गतिज आंतरिक ऊर्जा शून्य होती है।

पदार्थ के अणुओं के मध्य अन्तराण्विक आकर्षण बल के कारण उनमें स्थितिज आंतरिक ऊर्जा संचित होती है जो अणुओं के मध्य की दूरी तथा आकर्षण बल पर निर्भर करती है।

पदार्थ की कुल गतिज आंतरिक ऊर्जा तथा कुल स्थितिज आंतरिक ऊर्जा के योग को उस पदार्थ की कुल आंतरिक ऊर्जा कहते है। जिसे U द्वारा व्यक्त करते हैं।

आदर्श गैस के अणुओं के मध्य आकर्षण बल नहीं होता है अतः इसकी स्थितिज आंतरिक ऊर्जा शून्य होती है। इस प्रकार आर्दश गैस की सम्पूर्ण आंतरिक ऊर्जा उसकी गतिज आंतरिक ऊर्जा होती है। जो केवल ताप निर्भर करती है।

वास्तविक गैस के अणुओं के मध्य आणविक बल कार्य करते है। अतः वास्तविक गैस में आंतरिक ऊर्जा, गतिज व स्थितिज दोनों के रूप में होती है। यदि नियत ताप पर वास्तविक गैस को ऊष्मा दी जाये तब इसकी गतिज आंतरिक ऊर्जा तो नियत रहती है। परन्तु स्थितिज आंतरिक ऊर्जा में वृद्धि होने के कारण कुल आंतरिक ऊर्जा में वृद्धि होती है। आंतरिक ऊर्जा U निकाय का केवल एक स्थूल चर ही है। केवल निकाय की अवस्था पर निर्भर करती है। यह एक अद्वितीय फलन है। किसी ऊष्मीय निकाय में ऊर्जा स्थानातंरण की दो भिन्न–भिन्न विधियाँ है जिनसे उस निकाय की स्थिति परिवर्तित होती है तथा उसकी आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन होता है। तापान्तर के कारण ऊर्जा का प्रवाह ऊष्मा कहलाता है जबकि बिना तापान्तर के ऊर्जा का प्रवाह यांत्रिक कार्य कहलाता है। ऊष्मा व कार्य ऊष्मागतिकी में स्थिति चर नहीं होते। जबकि आन्तरिक ऊर्जा एक अवस्था चर होता है अर्थात् निकाय की अवस्था निर्भर करता है, पथ पर नहीं।

## 13.6 ऊष्मागतिकी का प्रथम नियम (First Law of Thermodynamics)

ऊष्मा गतिकी का प्रथम निकाय ऊष्मा व कार्य की तुल्यता को व्यक्त है। यह नियम ऊर्जा संरक्षण नियम पर आधारित है।

जब किसी ऊष्मागतिक निकाय को $\Delta Q$ ऊष्मा दी जाती है, तो उसका कुछ भाग निकाय द्वारा वातावरण के विरूद्ध $\Delta W$ कार्य करता है। जिसके कारण गैस के आयतन में वृद्धि होती है। शेष भाग गैस के ताप में वृद्धि करता है। जिसके कारण उसकी आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि हो जाती है।

अतः ऊर्जा संरक्षण नियम से

$$\Delta Q = dU + \Delta W \quad (1)$$

इसे ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम का समीकरण कहते हैं।

समीकरण (1) में सभी राशियाँ कार्य के मात्रक (जूल) में नापी गयी हैं। ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम के अनुसार "किसी निकाय को दी गई ऊष्मा का मान निकाय की आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन तथा निकाय द्वारा किये गये कार्य के योग के बराबर होता है।"

किसी निकाय को दी गई ऊष्मा $\Delta Q$ तथा किया गया कार्य $\Delta W$ निकाय को एक अवस्था से दूसरी अवस्था तक ले जाने वाले पथ पर निर्भर करते है। अतः ये दोनों अयथार्थ अवकलन (Non exact differentiation) राशियाँ है। जबकि उनका अन्तर $(\Delta Q - \Delta W)$ अर्थात् आंतरिक ऊर्जा (dU) केवल प्रारंभिक व अन्तिम अवस्था पर निर्भर करती है पथ पर नहीं। अतः यह एक यथार्थ अवकलन (Exact differentiation) राशि है। इस कारण कार्य तथा ऊष्मा को $\Delta W$ तथा $\Delta Q$ द्वारा आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन को dU द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

समीकरण (1) को प्रयुक्त करते समय निम्न बातें ध्यान रखनी चाहिये–

**(i)** $\Delta Q$, $dU$ तथा $\Delta W$ तीनों राशियाँ एक ही मात्रक में ली जानी चाहिए अर्थात् तीनों ही जूल में अथवा तीनों ही कैलोरी अथवा किलोकैलोरी में।

**(ii)** यदि ऊष्मा निकाय द्वारा ली गई है तो $\Delta Q$ धनात्मक तथा यदि ऊष्मा निकाय से ली गई है तो $\Delta Q$ ऋणात्मक होगा।

**(iii)** यदि निकाय द्वारा कार्य किया जाता है तो $\Delta W$ धनात्मक तथा यदि कार्य निकाय पर किया जाता है तो $\Delta W$ ऋणात्मक होगा।

(iv) यदि निकाय की आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि होती है तो $dU$ धनात्मक तथा यदि आन्तरिक ऊर्जा में कमी होती है तो $dU$ ऋणात्मक होगा।

**ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम की अपर्याप्तता**
**(Inadequancy of first law of Thermodynamics)**

ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम के निम्न दोष हैं–

(i) प्रथम नियम से क्रिया या प्रक्रम की दिशा का निर्धारण नहीं होता है। उदाहरण के लिए जब किसी वाहन को रोकने के लिए ब्रेक का उपयोग किया जाता है तब इस स्थिति में घर्षण बलों के विरूद्ध किया गया कार्य ऊष्मा में परिणित हो जाता है तथा वाहन रुक जाता है। परन्तु जब वाहन ठण्डा हो जाता है तो प्राप्त ऊष्मा पुनः देने पर वह वाहन की गतिज ऊर्जा में परिवर्तित नहीं होती है तथा वाहन पुनः चलना प्रारम्भ नहीं करता है। इसका हल प्रथम नियम से प्राप्त नहीं होता है।

इसी प्रकार जब एक बंदूक की गोली किसी लक्ष्य से टकराती है तो गोली की गतिज ऊर्जा, ऊष्मीय ऊर्जा में परिणित हो जाती है। परन्तु जब गोली को प्राप्त ऊष्मीय ऊर्जा पुनः दी जाये तब यह यांत्रिक ऊर्जा में परिवर्तित नहीं होती है तथा गोली पुनः विपरीत दिशा में चलना प्रारंभ नहीं करती है।

(ii) प्रथम नियम के अनुसार यदि आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन नहीं हो अर्थात $dU = 0$ हो $\Delta Q = \Delta W$ अर्थात् ऊष्मा इंजन द्वारा स्त्रोत से ली गई सम्पूर्ण ऊष्मा पूर्ण रूप से यांत्रिक कार्य में रूपान्तरित होनी चाहिए। परन्तु वास्तविक रूप में किसी भी इंजन द्वारा स्त्रोत से ली गई सम्पूर्ण ऊष्मा पूर्णतः यांत्रिक ऊर्जा कार्य में परिवर्तित नहीं की जा सकती है। इस प्रश्न का उत्तर भी प्रथम नियम से प्राप्त नहीं होता है।

(iii) प्रथम नियम ऊष्मीय स्त्रोत के बारे में कोई जानकारी नहीं देता अर्थात् निकाय गर्म है या ठण्डा है।

**उदा.5. एक निकाय 2 किलो कैलोरी ऊष्मा का अवशोषण कर 500 जूल कार्य करता है। निकाय की आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन ज्ञात कीजिए।**

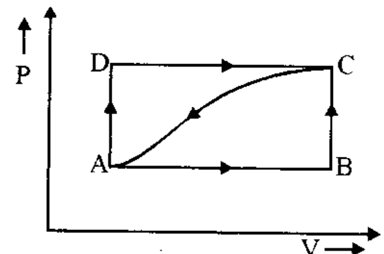
**हल–** दिया गया है–

$$\Delta Q = 2 \text{ किलो कैलोरी}$$
$$= 2 \times 10^3 \text{ कैलोरी}$$
$$= 2 \times 10^3 \times 4.2 \text{ जूल}$$
$$= 8.4 \times 10^3 \text{ जूल}$$
$$\Delta W = 500 \text{ जूल}$$

ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम से–

$$dU = \Delta Q - \Delta W$$
$$= 8.4 \times 10^3 - 500$$
$$= 8400 - 500 = 7900 \text{ जूल}$$

**उदा.6. संलग्न चित्र में प्रदर्शित P – V वक्र एक निकाय को A से C तक पथ ADC से होकर ले जाने में 100 जूल ऊष्मा दी जाती है तथा निकाय द्वारा 50 जूल कार्य किया जाता है। यदि (i) पथ ABC से होकर ले जाने में निकाय द्वारा 15 जूल कार्य किया जाये तो निकाय को A से C तक ले जाने में कितनी ऊष्मा देनी होगी? (ii) C से A तक के वक्र मार्ग से वापिस लाने में निकाय पर 15 जूल कार्य किया जाये तो इस प्रक्रम में निकाय कितनी ऊष्मा अवशोषित करेगा या मुक्त करेगा? (iii) यदि $U_B - U_A = 30$ जूल हो तो प्रक्रम AB तथा BC में अवशोषित ऊष्माएँ कितनी होगी?**




चित्र 13.9

**हल–** यदि A व C अवस्थाओं में आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन $dU$ हो तो ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम से

$$dU = \Delta Q - \Delta W$$

पथ ADC के लिए

$$\Delta Q = 100 \text{ जूल}$$
$$\Delta W = 50 \text{ जूल}$$
$$\therefore \quad dU = 100 - 50 = 50 \text{ जूल}$$
$$dU = U_C - U_A = 50 \text{ जूल}$$

(i) पथ ABC के लिए

$$\Delta W = 15 \text{ जूल}$$
$$dU = 50 \text{ जूल}$$
$$\Delta Q = dU + \Delta W$$
$$= 50 + 15 = 65 \text{ जूल}$$

(ii) पथ CA के लिए

$$\Delta W = -15 \text{ जूल}$$
$$dU = -50 \text{ जूल}$$
$$\Delta Q = dU + \Delta W$$
$$= -50 - 15 = -65 \text{ जूल}$$

यहाँ $\Delta Q$ ऋणात्मक है अतः निकाय द्वारा ऊष्मा मुक्त होगी।

(iii) प्रक्रम AB के लिए $\Delta W = 15$ जूल (प्रक्रम AB में $\Delta W$ का मान वही होगा जो प्रक्रम ABC के लिए होता है क्योंकि प्रक्रम BC में $\Delta W$ का मान शून्य होता है।)

$$dU = U_B - U_A = 30 \text{ जूल}$$
$$\therefore \quad \Delta Q = dU + \Delta W$$
$$= 30 + 15 = 45 \text{ जूल}$$

प्रक्रम BC के लिए आयतन परिवर्तन नहीं होने से $\Delta W = 0$

$$U_C - U_B = (U_C - U_A) - (U_B - U_A)$$
$$= 50 - 30 = 20 \text{ जूल}$$
$$\Delta Q = dU + \Delta W$$
$$= 20 + 0 = 20 \text{ जूल}$$

## 13.7 गैस की विशिष्ट ऊष्मा (Specific Heat of Gas)

m द्रव्यमान के किसी पदार्थ का ताप $\Delta T$ परिवर्तित करने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा $\Delta Q$ हो तो

$$\text{विशिष्ट ऊष्मा } s = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

अर्थात् विशिष्ट ऊष्मा, उस ऊष्मा के बराबर है जो 1 ग्राम पदार्थ का ताप 1°C बढ़ाती है।

जब पदार्थ की मात्रा को ग्राम के स्थान पर मोल (n) के पदों में व्यक्त किया जाये तब पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा प्रति मोल को मोलर विशिष्ट ऊष्मा (C) कहते हैं अर्थात्

$$C = \frac{\Delta Q}{n\Delta T}$$

किसी गैस की मोलर विशिष्ट ऊष्मा की परिभाषा निम्न दो परिस्थितियों में दी जाती हैं-

**(i) स्थिर आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा (Molar Specific Heat at Constant Volume)** : स्थिर आयतन पर किसी गैस के 1 मोल का ताप 1°C बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को उस गैस की स्थिर आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा कहते हैं। इसे $C_v$ द्वारा व्यक्त किया जाता है।

$$C_v = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_v$$

**(ii) स्थिर दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा (Molar Specific Heat at Constant Pressure)** : स्थिर दाब पर किसी गैस के 1 मोल का ताप 1°C बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को उस गैस की स्थिर दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा कहते हैं। इसे $C_p$ द्वारा व्यक्त किया जाता है।

$$C_p = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_p$$

### 13.7.1 $C_p$ व $C_v$ में मेयर संबंध (Mayer's Relation between $C_p$ and $C_v$)

माना कि किसी पात्र में $m$ किग्रा. गैस भरी है जिसे $\Delta Q$ ऊष्मा देने पर निकाय की आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि $dU$ होती है तथा शेष ऊष्मा बाह्य बलों के विरुद्ध कार्य $\Delta W$ में परिवर्तित हो जाती है।

प्रथम नियम से–

$$\Delta Q = dU + \Delta W$$

$$\Rightarrow \quad \Delta Q = dU + PdV \qquad ...(1)$$

यदि गैस को स्थिर दाब पर गर्म किया जाये तब

$$\Delta Q = mC_p dT \qquad ...(2)$$

यहाँ $C_p$ स्थिर दाब पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा धारिता है।

यदि गैस को स्थिर आयतन पर गर्म किया जाये तब

$$dV = 0$$

जिससे $\Delta W = PdV = 0$

$$\Delta Q = dU = mC_v dT \qquad ...(3)$$

जहाँ $C_v$ स्थिर आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा धारिता है।

∴ समी. (1), (2) व (3) से

$$mC_p dT = mC_v dT + PdV \qquad ....(4)$$

आदर्श गैस अवस्था समीकरण से

$$\therefore \quad PV = nRT$$

$$\Rightarrow \quad PV = \frac{m}{M}RT \quad \text{यहाँ मोल संख्या } n = \frac{m}{M}$$

m = गैस का द्रव्यमान

M = गैस का अणुभार

स्थिर दाब पर अवकलन करने पर

$$PdV = \frac{m}{M}RdT \qquad Jkg^{-1}K^{-1}$$

∴ समी. (4) से,

$$mC_p dT = mC_v dT + \frac{m}{M}RdT$$

$$\Rightarrow \quad C_p = C_v + \frac{R}{M} \qquad Jkg^{-1}K^{-1}$$

यदि M = 1 ग्राम अणु मोल हो तो,

$$\Rightarrow \quad C_p = C_v + R \qquad J\,mole^{-1}K^{-1} \ ...(5)$$

$$C_p - C_v = R \qquad ...(6)$$

जहाँ $C_p$ व $C_v$ स्थिर दाब व स्थिर आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा धारिता तथा R सार्वत्रिक गैस नियतांक है।

समी. (6) **मेयर सम्बन्ध** कहलाता है।

यहाँ सभी राशियाँ जूल में है यदि $C_p$ तथा $C_v$ कैलारी में हो तो

$$C_p = C_v + \frac{R}{J} \qquad Cal\,mol^{-1}K^{-1}$$

यहाँ $R = \frac{P_0V_0}{T_0}$ आणविक गैस नियतांक है। मानक ताप व दाब पर 1 किग्रा. अणु गैस का आयतन $22.4 \times 10^3$ लीटर होता है।

$$\therefore \quad P_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ न्यूटन/मी.}^2$$

$$V_0 = 22.4 \times 10^3 \times 10^3 \times 10^{-6} \text{ मी.}^3$$

$$= 22.4 \text{ मी.}^3$$

$$T_0 = 273\,K$$

$$\therefore \quad R = \frac{1.013 \times 10^5 \times 22.4}{273} = 8.3 \times 10^3$$

$$R = 8.3 \times 10^3 \text{ जूल/किग्रा. मोल–K}$$

अथवा $R = 2$ कैलारी/मोल-K

समी. (5) से $R = 8.3$ जूल/मोल-K

$$C_p > C_v$$

इसका कारण है कि स्थिर आयतन पर दी गयी ऊष्मा केवल ताप वृद्धि में प्रयुक्त होती है क्योंकि $\Delta W = PdV = 0$ जबकि स्थिर दाब, पर दी गयी ऊष्मा ताप वृद्धि तथा कार्य दोनों में प्रयुक्त होती है। अतः $C_p$ का मान $C_v$ से अधिक होता है।

## 13.8 विभिन्न ऊष्मीय प्रक्रम तथा कार्य (Different Thermodynamic Processes and Work)

यदि किसी ऊष्मागतिकीय निकाय के ऊष्मीय चरों जैसे ताप ($T$), दाब ($P$), आयतन ($V$), आदि समय के साथ परिवर्तित होते हैं तो प्रक्रम ऊष्मीय प्रक्रम कहलाता हैं। विभिन्न ऊष्मीय प्रक्रम निम्न प्रकार है :

(i) समतापी प्रक्रम (Isothermal process)

(ii) समआयतनी प्रक्रम (Isochoric process)
(iii) समदाबी प्रक्रम (Isobaric process)
(iv) रूद्धोष्म प्रक्रम (Adiabalic process)
(v) चक्रीय प्रक्रम (Cyclic process)

### 13.8.1 समतापी प्रक्रम (Isothermal Process)

वह प्रक्रम जिसके अन्तर्गत नियत ताप पर किसी निकाय के दाब तथा आयतन में परिवर्तन किया जाये, समतापी प्रक्रम कहलाता है। इस प्रक्रम में निकाय की आन्तरिक ऊर्जा नियत रहती है। समतापी प्रक्रम के लिए यह आवश्यक है कि निकाय की परिसीमाएँ (Boundaries) पूर्णतः चालक (Perfectly conducting) पदार्थ की बनी हो ताकि निकाय, परिवेश के साथ प्रभावी रूप से ऊष्मीय सम्पर्क में रह सके। परन्तु कोई भी पदार्थ पूर्ण चालक नहीं है। अतः पूर्ण समतापी प्रक्रम का होना असंभव है।

समतापी परिवर्तन के दौरान निकाय तथा परिवेश की बीच ऊष्मा का आदान–प्रदान होता है। व्यवहार में किसी समतापी प्रक्रम के लिए निकाय की अवस्था में परिवर्तन इतना धीरे-धीरे किया जाता है कि निकाय तथा परिवेश के बीच ऊष्मा के आदान–प्रदान के लिए पर्याप्त समय मिल जाये तथा निकाय का ताप नियत बना रहे। उदाहरण–

**(i)** **किसी गैस का धीमी गति से संपीड़न अथवा प्रसार**– जब किसी गैस को दाब लगाकर संपीड़ित किया जाता है। तब उत्पन्न ऊष्मा परिवेश में त्याग दी जाये तो गैस का ताप नियत रहता है। इसी प्रकार यदि गैस का प्रसार होता है तब परिवेश के विरूद्ध कार्य करना पड़ता है जिससे गैस के ताप में कमी होती है। यदि गैस परिवेश से ऊष्मा अवशोषित कर ले तो गैस का ताप नियत रहता है।

**(ii)** अवस्था परिवर्तन के समय भी निकाय का ताप नियत रहता है। जैसे–बर्फ का गलना, मोम का जमना, जल का वाष्प में बदलना आदि।

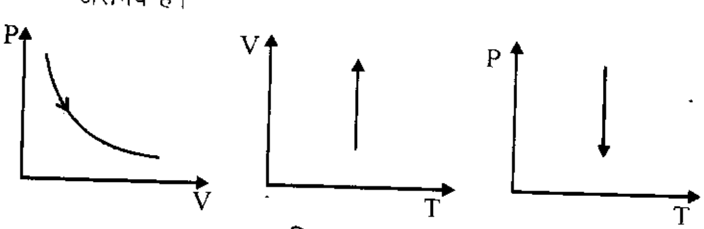
**समतापी प्रक्रम के लिए अवस्था समीकरण (Equation of state for Isothermal process)**

समतापी प्रक्रम में ताप नियत रहता है। अतः आदर्श गैस में समतापी परिवर्तन बॉयल के नियम के अनुसार होता है अर्थात् गैस के निश्चित द्रव्यमान के लिए–

$$PV = K$$

यहाँ K एक नियतांक है।

समतापी प्रक्रम में गैस के दाब P तथा आयतन V में खींचा गया ग्राफ एक अतिपरवलय (hyperbola) प्राप्त होता है। इस वक्र को समतापी वक्र कहते है। एक ही ग्राफ पर खींचे गये दो समतापी वक्र एक दूसरे को कभी नहीं काटते हैं क्योंकि यदि वक्र एक दूसरे को काटे तो कटान बिन्दु पर P व V के एक ही मानों के संगत ताप के दो मान होंगे, जो कि समीकरण PV = RT के अनुसार असंभव है।




चित्र 13.10

**समतापी वक्र का ढाल** (प्रवणता)

$$m = \tan\theta = \frac{dP}{dV} \quad ...(1)$$

समतापी प्रक्रम का अवस्था समीकरण

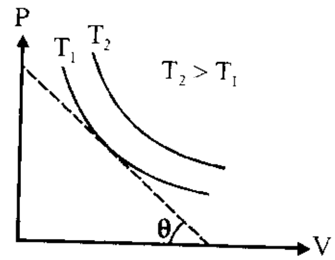
$$PV = \text{नियतांक (K)}$$

अवकलन करने पर

$$PdV + VdP = 0$$

$$\Rightarrow \quad VdP = -PdV$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dP}{dV} = -\frac{P}{V}$$




चित्र 13.11

∴ समी. (1) से,

$$m = \tan\theta = \frac{dP}{dV} = -\frac{P}{V} \quad ...(2)$$

अर्थात् समतापी वक्र की प्रवणता, दाब (P) व आयतन (V) के अनुपात के बराबर तथा ऋणात्मक होती है।

समतापीय प्रक्रम के लिए विशिष्ट ऊष्मा

$$C = \frac{\Delta Q}{mdT} = \infty$$

(क्योंकि समतापीय प्रक्रम के लिए T = नियतांक तब dT = 0)

### 13.8.1.1 समतापी प्रक्रम में किया गया कार्य (Work done in Isothermal Process)

माना कि एक सुचालक पात्र में आदर्श गैस की $n$ ग्राम मोल मात्रा भरी है। इस पात्र में एक सुचालक घर्षण मुक्त पिस्टन लगा है जो ऊपर नीचे गति कर सकता है। गैस का प्रारम्भिक आयतन $V_1$ है। गैस नियत ताप T पर फैलती है तथा इसका आयतन $V_2$ हो जाता है। गैस के प्रसार में गैस परिवेश पर बाह्य कार्य करती है।

∴ इस स्थिति में किया गया कार्य होगा

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV \quad ...(1)$$

आदर्श गैस अवस्था समीकरण से

$$PV = nRT$$

$$\therefore \quad P = \frac{nRT}{V} \quad ...(2)$$

∴ समी. (1) व (2) से

$$W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}\,dV$$

$$W = nRT\int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V}\,dV$$

[∵ ताप T नियतांक है]

$$= nRT[\log_e V]_{V_1}^{V_2}$$

$$= nRT[\log_e V_2 - \log_e V_1]$$

$$W = nRT\log_e\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$\log_e$ के आधार e को आधार 10 में बदलने के लिए 2.303 से गुणा करते है।

$$\Rightarrow \quad W = 2.303nRT\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad ...(3)$$

समतापी प्रक्रम के लिए

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\therefore \quad W = 2.303nRT\log_{10}\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \quad ...(4)$$

$$\therefore \quad PV = nRT$$

∴ समी. (3) से

$$W = 2.303PV\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad ...(5)$$

समी. (4) से

$$W = 2.303PV\log_{10}\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \quad ...(6)$$

आदर्श गैस के समतापी प्रक्रम में आंतरिक ऊर्जा में कोई परिवर्तन नहीं होता है। अतः ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम से गैस को दी गई ऊष्मा की मात्रा गैस द्वारा किये गये कार्य के बराबर होती है। अतः

$$Q = W = 2.303\ nRT\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

जब $V_2 > V_1$ तो $W > 0$ ऊष्मा का अवशोषण

तथा $V_2 < V_1$ तो $W < 0$ ऊष्मा का निष्काषन

### 13.8.1.2 ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम का समतापी प्रक्रम में अनुप्रयोग (Application of first law of thermodynamics in Isothermal Process)

यदि प्रक्रम के दौरान निकाय का ताप नियत रहे तो उस प्रक्रम को समतापी प्रक्रम कहते है। ताप नियत होने से आन्तरिक ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है अर्थात् $dU = 0$

जिससे $\quad \Delta Q = dU + \Delta W$

$$\Delta Q = \Delta W$$

अर्थात् समतापी प्रक्रम में निकाय को दी गई ऊष्मा उसके द्वारा किये गये कार्य के बराबर होती है।

यदि dV का मान धनात्मक हैं अर्थात् गैस का प्रसार होता है तब ΔQ भी धनात्मक होगा अर्थात् निकाय को परिवेश द्वारा कार्य के बराबर ऊष्मा दी जायेगी और यदि dV का मान ऋणात्मक हैं तब ΔQ भी ऋणात्मक होगा तब गैस का संपीडन होगा और कार्य के बराबर ऊष्मा निकाय द्वारा परिवेश को दी जायेगी। यहाँ गैस के प्रसार व संपीड़न के दौरान आन्तरिक ऊर्जा अपरिवर्तित रहती हैं।

**उदा.7. यदि 1 ग्राम मोल गैस का समतापी प्रसार 127°C पर इतना होता है कि उनका आयतन प्रारंभिक आयतन का दुगुना हो जाता है। गैस द्वारा किया गया कार्य तथा अवशोषित ऊष्मा की गणना करो।**

**हल:** दिया गया है–

गैस का ताप $\quad T = 127°C = 127 + 273 = 400\,K$

प्रारंभिक आयतन $\quad V_1 = V$ (माना)

अंतिम आयतन $\quad V_2 = 2V$

किया गया कार्य $\quad W = 2.303nRT\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

$$W = 2.303\times 8.3\times 400\log_{10}\left(\frac{2V}{V}\right)$$

$$= 2.303\times 8.3\times 400\times 0.3010$$

= 2301 जूल

समतापी प्रक्रम के लिए $dU = 0$

$$\therefore \quad \Delta Q = dU + \Delta W$$

= 0 + 2301 = 2301 जूल

= $\frac{2301}{4.2}$ कैलोरी = 547.9 कैलोरी

**उदा.8. यदि 2 ग्राम मोल आदर्श गैस का समतापी प्रसार 0°C पर 1 लीटर से 20 लीटर तक किया जाता है तो आवश्यक कार्य की गणना कीजिए। R = 8.3 जूल मोल$^{-1}$केल्विन$^{-1}$**

**हल:** दिया गया है–

$T = 0°C = 0 + 273 = 273\,K$

$V_1$ = 1 लीटर.

$V_2$ = 20 लीटर

किया गया कार्य

$$W = 2.303nRT\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$W = 2.303\times 2\times 8.3\times 273\log_{10}\left(\frac{20}{1}\right)$$

$$= 2.303\times 2\times 8.3\times 273\times 0.3010$$

= 13578 जूल

### 13.8.2 समआयतनी प्रक्रम (Isochoric Process)

समआयतनी प्रक्रम में निकाय का आयतन नियत रहता है (अर्थात आयतन में परिवर्तन $dV = 0$)

अतः इस प्रक्रम में निकाय द्वारा किया गया कार्य शून्य होता है। क्योंकि

$$\Delta W = PdV = 0$$

जिससे $\quad \Delta Q = dU + \Delta W$

$$\Delta Q = dU$$

अर्थात् निकाय को दी गई समस्त ऊष्मा, निकाय की आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि करने में व्यय हो जाती है। जिससे निकाय का ताप बढ़ जाता है। उदाहरण–नियत आयतन की परिस्थिति में गैस

को ऊष्मा देना, वायुमण्डलीय परिवर्तन आदि।

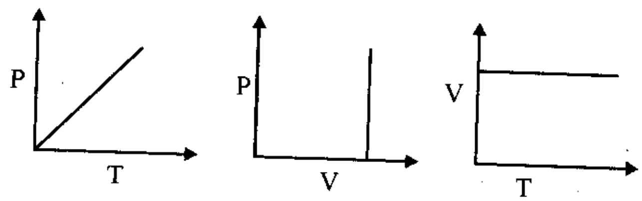
**(a)** अवस्था समीकरण आदर्श गैस के लिए

$$PV = RT$$

$$P = \frac{R}{V}T \qquad (V = \text{नियतांक})$$

$$P \propto T$$ (गेलूसॉक या दाब का नियम)

**(b)**




**चित्र 13.12**

**(c)** **PV सूचक आरेख का ढाल–**

V = नियत

दाब के सापेक्ष V को अवकलित करने पर

$$\frac{d(V)}{dP} = 0$$

$$\frac{dP}{dV} = \frac{1}{0} = \infty$$

अतः $\tan\theta = \infty$

**(d)** सम आयतनी प्रक्रम में किया गया कार्य–

$$W = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

चूंकि $dV = 0$

अतः $W = 0$

---

**उदा.9. यदि 25 g वायु को 250 cal ऊष्मा देकर स्थिर आयतन पर 0°C से 10°C तक गर्म किया जाता हैं तो वायु की आंतरिक ऊर्जा में प्रतिग्राम परिवर्तन की गणना कीजिए?**

**( पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.9 )**

**हल :** प्रश्नानुसार दिया गया प्रक्रम समआयतनी प्रक्रम है

∴ $dV = 0$

∴ $dW = PdV = 0$

अतः ऊष्मागतिकी में प्रथम नियम से $\Delta Q = dU = 250$ cal

∵ 25 g वायु को 250 cal ऊष्मा दी जाती है।

∴ 1 g वायु की दी जाने वाली ऊष्मा 250/25 cal/g

∴ प्रति ग्राम आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन

$$\frac{dU}{25} = \frac{250}{25} = 10 \text{ कैलोरी / ग्राम}$$

---

**13.8.2.1 ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम का समआयतनी प्रक्रम में अनुप्रयोग (Application of first law of thermodynamics in Isochoric process)**

ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम से

$$\Delta Q = dU + \Delta W$$

$$\Delta Q = dU + PdV$$

समआयतनी प्रक्रम के लिये V = नियत

$$dV = 0$$

तब $\Delta Q = dU$

अर्थात् गैस द्वारा अवशोषित सम्पूर्ण ऊष्मा निकाय की आंतरिक ऊर्जा व उसके ताप को परिवर्तित करने में व्यय होती हैं।

स्थिर आयतन पर निर्भर विशिष्ट ऊष्मा 1 मोल के लिए ($C_V$)—

$$\Delta Q = C_v \Delta T = dU$$

अतः $C_v = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ चूंकि $(\Delta Q = dU)$ $(\Delta W = 0)$

अतः $C_v = \frac{dU}{\Delta T}$ मोलर विशिष्ट ऊष्मा

n मोल के लिए $\Delta Q = nC_v\Delta T$

या $C_v = \frac{1}{n}\frac{dU}{\Delta T}$

## 13.8.3 समदाबी प्रक्रम (Isobaric Process)

यदि प्रक्रम के दौरान निकाय का दाब नियत रहे तो उस प्रक्रम को समदाबी प्रक्रम कहते है।

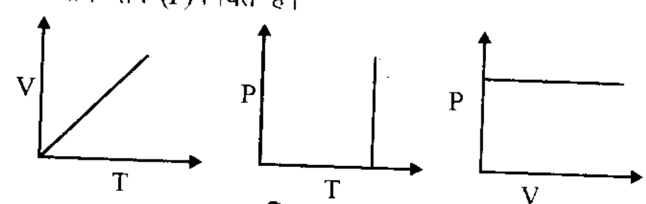
(a) अवस्था समीकरण

$$PV = RT$$

$$V = \frac{RT}{P}$$

$V \propto T$ (चार्ल्स का नियम)

यदि दाब (P) नियत है।




**चित्र 13.13**

(b) PV वक्र में सूचक आरेख का ढाल

P = नियत

आयतन के सापेक्ष अवकलित करने पर

$$\frac{d(P)}{dV} = 0 \text{ या } \tan\theta = 0$$

अतः समदाबी प्रक्रम में PV वक्र का ढाल शून्य होता है।

**13.8.3.1 समदाबी प्रक्रम में किया गया कार्य (Work done in Isobaric process)**

$$\Delta W = \int_{V_1}^{V_2} PdV = P(V_2 - V_1)$$

$$= nR(T_2 - T_1)$$

चूंकि ताप परिवर्तित होता है। अतः आन्तरिक ऊर्जा भी परिवर्तित होती है।

ऊष्मा गतिकी के प्रथम नियम से

$$\Delta Q = dU + \Delta W$$

$$\Rightarrow \quad \Delta Q = dU + P(V_2 - V_1)$$

## 13.8.3.2 ऊष्मागतिकी प्रथम नियम का समदाबी प्रक्रम में अनुप्रयोग (Application of first law of thermodynamics in Isobaric process)

स्थिर दाब पर विशिष्ट ऊष्मा 1 मोल के लिए ($C_p$)—

1 मोल गैस द्वारा ली गयी ऊष्मा

$$\Delta Q = C_p \Delta T$$

$$\Rightarrow \quad C_p = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

n मोल के लिए $\Delta Q = nC_p \Delta T$

मोलर विशिष्ट ऊष्मा

या $$C_p = \frac{1}{n}\frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

जब पदार्थ की अवस्था परिवर्तित होती है तब दाब नियत रहता है। उदाहरण– जल का उबलना, बर्फ का पिघलना, जल का बर्फ में जमना आदि समदाबी प्रक्रम है।

**(A) पिघलने की प्रक्रिया (Melting Process)**– जब कोई ठोस पिघलकर द्रव में परिवर्तित होता है तो उसकी आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि होती है जिसे ऊष्मागतिकी के प्रथम निकाय से निम्न प्रकार ज्ञात किया जा सकता है–

माना कि ठोस का द्रव्यमान $m$ तथा गुप्त ऊष्मा L है। (बिना ताप बदले अवस्था परिवर्तन में एकांक द्रव्यमान के पदार्थ द्वारा अवशोषित अथवा निष्काषित ऊष्मा को उस पदार्थ की गुप्त ऊष्मा कहते है।)

अतः ठोस के गलन के लिए आवश्यक ऊष्मा

$$\Delta Q = mL \quad \text{...(1)}$$

जब कोई ठोस पिघलता है तब उसके आयतन में नगण्य परिवर्तन होता है। जिससे कार्य

$$\Delta W = PdV = P \times 0 = 0$$

$$\therefore \quad \Delta Q = dU + \Delta W$$

$$mL = dU$$

$$\Rightarrow \quad dU = mL \quad \text{...(2)}$$

इस प्रकार पिघलने की प्रक्रिया के अन्तर्गत आन्तरिक ऊर्जा $mL$ मान से बढ़ जाती है। आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि केवल स्थितिज आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि के कारण होती है। इसका कारण यह है कि पिघलने की प्रक्रिया नियत ताप पर होती है। जिससे गतिज आन्तरिक ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है।

**(B) उबलने की प्रक्रिया (Boiling process)**- किसी द्रव की वाष्पीकरण की प्रक्रिया में आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि, ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम से निम्न प्रकार ज्ञात की जा सकती है–

उबलने की प्रक्रिया में द्रव नियत ताप व दाब पर वाष्प में परिवर्तित हो जाता है।

माना कि द्रव का द्रव्यमान $m$, वाष्पन की गुप्त ऊष्मा L, $V_1$ द्रव का आयतन, P नियत दाब जिस पर द्रव उबलता है तथा $V_2$ वाष्प के रूप में उसी द्रव का आयतन जबकि दाब समान रहे। प्रसार में किया गया कार्य

$$\Delta W = P(dV) = P(V_2 - V_1)$$

वाष्पीकरण के लिए आवश्यक ऊष्मा

$$\Delta Q = mL$$

$$\therefore \quad \Delta Q = dU + \Delta W$$

$$dU = mL - P(V_2 - V_1) \quad \text{...(3)}$$

**(C) जल के जमने की प्रक्रिया (Freezing Process of water)**— माना कि जल का m द्रव्यमान बर्फ के रूप में जमता है। इसके लिए जल द्वारा विसर्जित ऊष्मा

$$\Delta Q = -mL$$

जहां L जल की गुप्त ऊष्मा है। चूंकि ऊष्मा $\Delta Q$ जल द्वारा दी गयी है। अतः $\Delta Q$ का मान ऋणात्मक लिया गया है। जमने पर जल का आयतन बढ़ता है। जिससे कि जल को बाह्य दाब के विरूद्ध कार्य करना पड़ता है। यदि वायुमण्डलीय दाब P हो तथा जल के आयतन में वृद्धि dV हो तो जल द्वारा किया गया कार्य

$$\Delta W = PdV$$

$$\Delta Q = dU + \Delta W$$

अतः आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन $dU = -mL - PdV = -(mL + PdV)$ जो कि ऋणात्मक है अर्थात् जल के जमने पर इसकी आंतरिक ऊर्जा घट जाती है।

## 13.8.4 रूद्धोष्म प्रक्रम (Adiabatic Process)

यदि किसी निकाय में परिवर्तन इस प्रकार हो कि सम्पूर्ण प्रक्रिया में निकाय तथा परिवेश में ऊष्मा का आदान–प्रदान नहीं हो अर्थात् निकाय की सम्पूर्ण ऊष्मा नियत बनी रहे तब प्रक्रम को रूद्धोष्म प्रक्रम कहते है। रूद्धोष्म परिवर्तन के लिए यह आवश्यक है कि निकाय की परिसीमाएँ (boundaries) पूर्णतः ऊष्मारोधी हो ताकि प्रक्रम में उत्पन्न तथा अवशोषित ऊष्मा का परिवेश से आदान–प्रदान न हो।

व्यवहार में रूद्धोष्म प्रक्रम के लिए निकाय की अवस्था में परिवर्तन इतना तेजी से किया जाना चाहिए ताकि निकाय तथा परिवेश के बीच ऊष्मा के आदान–प्रदान के लिए समय ही नहीं मिल पाये तथा निकाय की ऊष्मा नियत बनी रहे।

कोई भी पदार्थ पूर्णतः ऊष्मारोधी नही है अतः पूर्ण रूद्धोष्म प्रक्रम संभव नही है।

**उदाहरण**–(i) जब कोई गैस चलनशील पिस्टन युक्त सिलिण्डर में भरकर पिस्टन पर शीघ्रता से बॉट रखकर गैस को दबाया जाये तब निकाय पर किये गये कार्य से उत्पन्न ऊष्मा गैस में ही रहेगी। जिससे गैस की आन्तरिक ऊर्जा बढ़ जाएगी तथा गैस का ताप बढ जाएगा।

(ii) जब साइकिल का ट्यूब अचानक फटता है तब ट्यूब से वायु तेजी से निकलकर वायुमण्डल में फैल जाती है तथा ठण्डी हो जाती है।

(iii) ध्वनि तरंगो का हवा में संचरण

**रूद्धोष्म प्रक्रम का अवस्था समीकरण**
**(Equation of state for an adiabatic process)**

माना किसी आदर्श गैस का 1 ग्राम मोल है। इसका किसी क्षण दाब P, आयतन V तथा ताप T है।

अवस्था समीकरण से

$$PV = RT \quad \text{...(1)}$$

यदि इस अवस्था में गैस के ताप में परिवर्तन dT, दाब में परिवर्तन dP तथा आयतन में परिवर्तन dV हो तो गैस द्वारा किया गया कार्य

$$\Delta W = PdV \qquad ...(2)$$

आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन

$$dU = C_v dT \qquad ...(3)$$

यहाँ $C_v$ स्थिर आयतन पर ग्राम अणुक विशिष्ट ऊष्मा है।
ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम से

$$\Delta Q = dU + \Delta W$$

$$\Delta Q = C_v dT + PdV \qquad ...(4)$$

रूद्धोष्म प्रक्रम के लिए $\Delta Q = 0$

$$\therefore \quad C_v dT + PdV = 0 \qquad ...(5)$$

समी. (1) का अवकलन करने पर

$$PdV + VdP = RdT$$

$$\Rightarrow \quad dT = \frac{PdV + VdP}{R}$$

dT का उपरोक्त मान समी. (5) में रखने पर

$$C_v\left(\frac{PdV + VdP}{R}\right) + PdV = 0$$

$$C_v(PdV + VdP) + PRdV = 0$$

$$\Rightarrow (C_v + R)PdV + C_v VdP = 0$$

मेयर सम्बन्ध से $\quad C_p = C_v + R$

$$\therefore \quad C_p PdV + C_v VdP = 0$$

$C_v PV$ से भाग देने पर

$$\frac{C_p PdV}{C_v PV} + \frac{C_V VdP}{C_v PV} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{C_p}{C_v}\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0$$

$$\therefore \quad \frac{C_p}{C_v} = \gamma$$

$$\therefore \quad \gamma\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0$$

समाकलन करने पर

$$\gamma \log_e V + \log_e P = \text{नियतांक}$$

$$\log_e P + \log_e V^\gamma = \text{नियतांक}$$

$$\log_e(PV^\gamma) = e^{\text{नियतांक}} = \text{नियतांक}$$

$$\therefore \quad PV^\gamma = \text{नियंताक} \qquad ...(6)$$

यह रूद्धोष्म प्रक्रम का अवस्था समीकरण है।
समी. (6) से

$$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma = \text{नियंताक}$$

(i) आदर्श गैस अवस्था समीकरण से

$$PV = RT$$

$$\Rightarrow \quad P = \frac{RT}{V}$$

$\therefore$ समी. (6) से

$$\frac{RT}{V}V^\gamma = \text{नियतांक}$$

$\therefore$ R भी एक नियतांक है।

$$\therefore \quad TV^{\gamma-1} = \text{नियतांक} \qquad ...(7)$$

या $\quad T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} = \text{नियतांक}$

(ii) $\quad PV = RT$

$$\therefore \quad V = \frac{RT}{P}$$

$\therefore$ समी. (6) से

$$P\left(\frac{RT}{P}\right)^\gamma = \text{नियतांक}$$

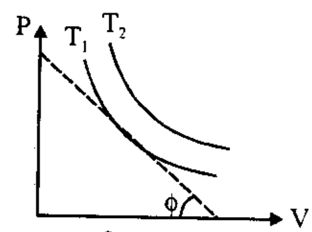
$\therefore$ R व $\gamma$ नियतांक है

$$\therefore \quad P^{1-\gamma}T^\gamma = \text{नियतांक} \qquad ...(8)$$

$$\therefore \quad P_1^{1-\gamma}T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma}T_2^\gamma = \text{नियतांक}$$

**रूद्धोष्म प्रक्रम के लिए सूचक आरेख**– रूद्धोष्म प्रक्रम में दाब व आयतन के बीच खींचे गये ग्राफ को रूद्धोष्म वक्र कहते है।
रूद्धोष्म वक्र का ढाल (प्रवणता)

$$m = \tan\phi = \frac{dP}{dV} \qquad ...(1)$$




**चित्र: 13.14**

रूद्धोष्म प्रक्रम का अवस्था समीकरण

$$PV^\gamma = \text{नियतांक (K)}$$

अवकलन करने पर

$$\Rightarrow \quad P\gamma V^{\gamma-1}dV + V^\gamma dP = 0$$

$$\Rightarrow \quad V^\gamma dP = -P\gamma V^{\gamma-1}dV$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dP}{dV} = -\frac{P\gamma V^{\gamma-1}}{V^\gamma} = -P\gamma V^{\gamma-1}V^{-\gamma}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dP}{dV} = -P\gamma V^{\gamma-1-\gamma}$$

$$= -P\gamma V^{-1} = -\gamma\frac{P}{V}$$

$\therefore$ समी. (1) से

$$m = \tan\phi = \frac{dP}{dV} = -\gamma\frac{P}{V} \qquad ...(2)$$

अर्थात् रूद्धोष्म वक्र की प्रवणता, दाब व आयतन के अनुपात के $\gamma$ गुने के ऋणात्मक मान के बराबर होता है।
रूद्धोष्म प्रक्रम के लिए विशिष्ट ऊष्मा

$$C = \frac{\Delta Q}{mdT} = 0$$

(क्योंकि रूद्धोष्म प्रक्रम के लिए $\Delta Q = 0$)

### 13.8.4.1 रूद्धोष्म प्रक्रम में किया गया कार्य (Work done in adiatatic process)

माना कि किसी निकाय (आदर्श गैस) की प्रारंभिक स्थिति ($P_1, V_1, T_1$) तथा रूद्धोष्म प्रक्रम के अन्तर्गत अन्तिम स्थिति ($P_2, V_2, T_2$) है। इस स्थिति में किया गया कार्य होगा–

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV \quad ...(1)$$

रूद्धोष्म प्रक्रम के अवस्था समीकरण से

$$PV^{\gamma} = K$$

$$\Rightarrow \quad P = \frac{K}{V^{\gamma}}$$

$$\Rightarrow \quad W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{K}{V^{\gamma}} dV = K \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dV$$

समाकलन सूत्र से

$$\therefore \quad \int x^n dx = \frac{x^{n-1}}{n+1} \text{ जबकि } n \neq -1$$

$$W = K\left(\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1}\right)_{V_1}^{V_2}$$

$$= \frac{K}{-\gamma+1}\left(V^{-\gamma+1}\right)_{V_1}^{V_2}$$

$$W = \frac{K}{-\gamma+1}\left(V_2^{-\gamma+1} - V_1^{-\gamma+1}\right)$$

$$= \frac{1}{-\gamma+1}\left(KV_2^{-\gamma+1} - KV_1^{-\gamma+1}\right)$$

$$\because \quad PV^{\gamma} = K \text{ या } P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} = K$$

$$W = \frac{1}{-\gamma+1}\left(P_2V_2^{\gamma}V_2^{-\gamma-1} - P_1V_1^{\gamma}V_1^{-\gamma-1}\right)$$

$$W = \frac{1}{-\gamma+1}(P_2V_2 - P_1V_1)$$

$$\because \quad P_1V_1 = nRT_1 \text{ व } P_2V_2 = nRT_2$$

$$\Rightarrow \quad W = \frac{1}{-\gamma+1}(nRT_2 - nRT_1)$$

$$W = \frac{nR}{-\gamma+1}(T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow \quad W = \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_2) \quad ...(2)$$

1 ग्राम–मोल गैस के लिए

$$W = \frac{R}{\gamma-1}(T_1 - T_2) \quad ...(3)$$

यदि रूद्धोष्म प्रक्रम में कार्य गैस द्वारा संपन्न होता है। ($W > 0$) तब $T_1 > T_2$ अर्थात् गैस का ताप घटता है। यदि कार्य गैस पर किया जाता है। ($W < 0$) तब $T_1 < T_2$ अर्थात् गैस का ताप बढ़ जाता है।

### 13.8.4.2 ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम का रूद्धोष्म प्रक्रम में अनुप्रयोग (Application of first law of thermodynamics in adiabatic process)

रूद्धोष्म प्रक्रम में न तो ऊष्मा बाहर जा सकती है और न ही ऊष्मा बाहर से निकाय में प्रवेश कर सकती है। इस प्रक्रिया में निकाय का ताप परिवर्तित हो जाता है।

अतः रूद्धोष्म प्रक्रम के लिए $\Delta Q = 0$

जिससे $\quad \Delta Q = dU + \Delta W$

$\Rightarrow \quad dU + \Delta W = 0$

अथवा $\quad \Delta W = -dU$

अर्थात् रूद्धोष्म प्रक्रम में निकाय द्वारा किया गया कार्य उसकी आन्तरिक ऊर्जा में कमी कर देता है। जिससे निकाय का ताप कम हो जाता है।

इसी प्रकार रूद्धोष्म संपीड़न में निकाय पर कार्य किया जाता है अर्थात् $\Delta W$ ऋणात्मक होगा।

$$-\Delta W = dU$$

अर्थात् रूद्धोष्म संपीड़न में निकाय पर किया गया कार्य उसकी आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि के बराबर होता है। अतः निकाय का ताप बढ़ जाता है।

---

**उदा.10. किसी गैस का प्रारंभिक दाब $5 \times 10^5$ न्यूटन/मी.$^2$ है। उसका आयतन रूद्धोष्म प्रक्रम के अन्तर्गत प्रारंभिक आयतन का $\frac{1}{9}$ कर दिया जाता है। इस स्थिति में गैस का दाब क्या होगा? गैस के लिए $\gamma = \frac{3}{2}$**

**हल:** रूद्धोष्म प्रक्रम के अवस्था समीकरण से

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$$

$$\Rightarrow \quad P_2 = P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$$

दिया गया है– $\quad V_1 = V, V_2 = \frac{V}{9}$

$P_1 = 5 \times 10^5$ न्यूटन/मी.$^2$

$$P_2 = 5\times10^5\left(\frac{V}{\frac{V}{9}}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$= 5\times10^5(9)^{\frac{3}{2}} = 5\times10^5\left(3^2\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$= 5\times10^5\times3^3$$

$= 135 \times 10^5$ न्यूटन/मी.$^2$

**उदा.11. एक गैस का रूद्धोष्म प्रक्रम द्वारा आयतन प्रारंभिक आयतन का 1/4 भाग रह जाता है। यदि गैस का प्रारंभिक ताप 127°C हो तो गैस का अन्तिम ताप ज्ञात करो। ($\gamma = 1.5$)**

**हल:** रूद्धोष्म प्रक्रम के अवस्था समीकरण से

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

दिया गया है– $\quad T_1 = 127 + 273 = 400\text{ K}$

$$V_1 = V, V_2 = \frac{V}{4}$$

$$\therefore \quad T_2 = 400\left(\frac{V}{\frac{V}{4}}\right)^{1.5-1} = 400\,(4)^{0.5}$$

$$= 400\,(2^2)^{1/2}$$

$= 400 \times 2 = 800\ K$
$= 800 - 273 = 527°C$

**उदा.12. सामान्य ताप व दाब (NTP) पर हाइड्रोजन के 10 मोलों को रूद्धोष्म विधि द्वारा इतना संपीड़ित किया जाता है कि उसका ताप 400°C हो जाता है। गैस पर कितना कार्य किया जाता है? [R = 8.3 जूल मोल$^{-1}$ केल्विन$^{-1}$, $\gamma = 1.4$]**

**हल:** दिया गया है–

$T_1 = 0°C = 273\ K$
$T_2 = 400°C = 400 + 273 = 673\ K$
$n = 10$ मोल, $\gamma = 1.4$

गैस द्वारा किया गया कार्य

$$W = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_2)$$
$$= \frac{10 \times 8.3(273 - 673)}{1.4 - 1}$$
$$= -\frac{10 \times 8.3 \times 400}{0.4}$$
$$= -8.3 \times 10^4 \text{ जूल}$$

यहाँ ऋणात्मक चिन्ह यह व्यक्त करता है कि गैस पर कार्य हो रहा है।

अतः गैस पर किया गया कार्य

$$W = 8.3 \times 10^4 \text{ जूल}$$

**उदा.13. 14 ग्राम नाइट्रोजन गैस को रूद्धोष्म प्रक्रम द्वारा इतना संपीड़ित किया जाता है कि इसका ताप 60°C से बढ़ जाता है। गैस पर किये गये कार्य की गणना कीजिए। [R = 8.3 जूल मोल$^{-1}$ केल्विन$^{-1}$, $\gamma = 1.5$]**

**हल:** दिया गया है–

$m = 14$ ग्राम
$T_2 - T_1 = 60°C$
$\gamma = 1.5$

कार्य $$W = \frac{nR}{\gamma - 1}[T_1 - T_2] = \frac{nR}{1-\gamma}[T_2 - T_1]$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2} \text{ मोल}$$

$\therefore$ $$W = \frac{1}{2} \times \frac{8.3}{1 - 1.5} \times 60$$
$$= -\frac{8.3 \times 60}{2 \times 0.5} = -498 \text{ जूल}$$

यहाँ ऋणात्मक चिन्ह यह व्यक्त करता है कि गैस पर कार्य हो रहा है।

## 13.8.5 चक्रीय प्रक्रम (Cyclic Process)

जब कोई निकाय विभिन्न अवस्थाओं से गुजरता हुआ अपनी प्रारंभिक अवस्था में लौट आता है तो इसे चक्रीय प्रक्रम कहते है। चक्रीय प्रक्रम में निकाय की आन्तरिक ऊर्जा में कोई परिवर्तन नहीं होता अर्थात् $dU = 0$

जिससे $\Delta Q = dU + \Delta W$
$\Delta Q = \Delta W$

अर्थात् चक्रीय प्रक्रम में किसी निकाय द्वारा ली गई ऊष्मा (अथवा निकाय से ली गई ऊष्मा) निकाय द्वारा किये गये कार्य (अथवा निकाय पर किये गये कार्य) के बराबर होती है।

## 13.8.6 समतापी व रूद्धोष्म वक्रों की तुलना (Comparison of Isothermal and Adiabatic Curves)

समतापी प्रक्रम बहुत धीरे–धीरे सम्पन्न होता है। अतः समतापी वक्र का ढ़ाल (slope) बहुत कम होता है अर्थात् समतापी वक्र कम ढ़ालू होता है। जबकि रूद्धोष्म प्रक्रम एक तीव्रगामी प्रक्रिया है अतः रूद्धोष्म वक्र का ढ़ाल काफी अधिक होता है अर्थात् रूद्धोष्म वक्र काफी ढालू होता है।

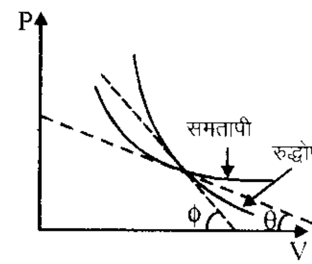
समतापी वक्र का ढाल $m_{\text{सम}} = \left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{सम}} = -\frac{P}{V}$

रूद्धोष्म वक्र का ढाल

$$m_{\text{रूद्धो}} = \left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{रूद्धो}} = \frac{-\gamma P}{V}$$

$\therefore$ $$\frac{m_{\text{रूद्धो}}}{m_{\text{सम}}} = \gamma$$

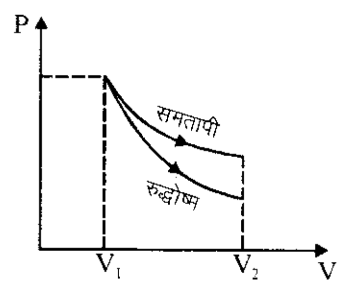
$\Rightarrow$ $$m_{\text{रूद्धो}} = \gamma\, m_{\text{सम}}$$



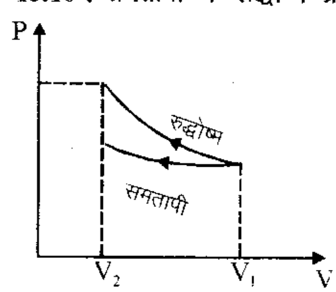

**चित्र 13.15**

अतः रूद्धोष्म वक्र का ढाल या प्रवणता समतापी वक्र की प्रवणता की $\gamma$ गुनी होती है। $\gamma$ का मान हमेशा 1 से बड़ा होता है। (एक परमाणुक गैसों के लिए $\gamma$ का मान 1.67 तथा द्वि–परमाणुक गैसों के लिए $\gamma$ का मान 1.40 होता है।) अतः रूद्धोष्म वक्र का ढाल समतापीय वक्र के ढाल से अधिक होता है।

निम्न चित्रों में गैस के प्रसार व संपीड़न के लिये समतापी व रूद्धोष्म वक्रों को प्रदर्शित किया जाता है–




**चित्र 13.16 : समतापी व रूद्धोष्म प्रसरण**




**चित्र 13.17 : समतापी व रूद्धोष्म संपीड़न**

## 13.9 उत्क्रमणीय तथ अनुत्क्रमणीय प्रक्रम (Reversible and Irreversible Processes)

### 13.9.1 उत्क्रमणीय प्रक्रम (Reversible Process)

वह प्रक्रम जिसमे बाह्य अवस्थाओं के परिवर्तनों को सीधे प्रक्रम (direct process) के सापेक्ष विपरीत क्रम व विपरीत दिशा में लगाने पर प्रत्येक स्तर पर वही अवस्था प्राप्त होती है जो कि सीधे प्रक्रम में प्राप्त होती है, **उत्क्रमणीय प्रक्रम** कहलाता है। उत्क्रमणीय प्रक्रम में कुल मिलाकर ऊर्जा की हानि नही होती है तथा निकाय तथा परिवेश दोनों ही पुनः प्रारंभिक अवस्थाओं को प्राप्त कर लेते है। ऊत्क्रमणीय प्रक्रम एक आदर्श धारणा है। कोई प्रक्रम उत्क्रमणीय तभी होता है जब वह स्थैतिककल्प तथा ऊर्जा संरक्षी होता है।

जब कोई निकाय किसी स्थिति A से स्थिति B को प्राप्त करता है तब निकाय की आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन

$$U_B - U_A = dU = \Delta Q - \Delta W$$

अब यदि निकाय को स्थिति B से विपरीत क्रम में सम्पन्न कराया जाये तब घर्षण, विकिरण आदि से ऊर्जा की हानि न होने की स्थिति में

$$\begin{aligned} U_{A'} - U_B &= \Delta Q - (-\Delta W) \\ &= -\Delta Q + \Delta W \\ &= -(\Delta Q - \Delta W) \\ &= -(U_B - U_A) \\ &= U_A - U_B \end{aligned}$$

$$\therefore \quad U_{A'} = U_A$$

अर्थात् प्रक्रम के विपरीत क्रम में सम्पन्न कराने पर पुनः प्रारंभिक स्थिति A प्राप्त हो जायेगी।

**उत्क्रमणीय प्रक्रम के लिए शर्ते**

(i) कार्यकारी पदार्थ के दाब व आयतन में परिवर्तन अत्यन्त धीमी गति से होने चाहिए ताकि जब पदार्थ गर्म वस्तु से ऊष्मा ग्रहण करे तब पदार्थ का ताप गर्म वस्तु से अत्यन्त सूक्ष्म मात्रा में भिन्न हो तथा जब पदार्थ ठण्डी वस्तु को ऊष्मा त्यागे तब पदार्थ का ताप ठण्डी वस्तु से अत्यन्त सूक्ष्म मात्रा में भित्र हो। इस प्रकार सभी उत्क्रमणीय प्रक्रियाएँ अत्यन्त धीमी गति से होनी चाहिए।

(ii) उत्क्रमणीय परिवर्तन के लिये पदार्थ को चालन, संवहन या विकिरण द्वारा ऊष्मा का क्षय नहीं करना चाहिए।

(iii) उत्क्रमणीयता के लिए ऊष्मा क्षय करने वाले प्रभाव जैसे घर्षण, विद्युत प्रतिरोध, चुम्बकीय शैथिल्य आदि पूर्णतः अनुपस्थित होने चाहिए।

**उत्क्रमणीय प्रक्रम के उदाहरण-**

(i) धीमी गति से किया गया समतापीय तथा रूद्धोष्म प्रक्रम अर्थात् स्थैतिककल्प प्रक्रम।

(ii) स्प्रिंग का बहुत धीरे से खींचना उत्क्रमणीय क्रिया है जिससे कि खीचने में स्प्रिंग पर किया गया कार्य प्रत्येक स्थिति में स्प्रिंग के संकुचन में, स्प्रिंग द्वारा किये गये कार्य के बराबर होता है।

(iii) वाष्प तथा संघनन भी उत्क्रमणीय प्रक्रम है।

### 13.9.2 अनुत्क्रमणीय प्रक्रम (Irreversible Process)

उत्क्रमणीय प्रक्रम के विपरीत वे प्रक्रम जो बाह्य अवस्थाओं के परिवर्तनों को विपरीत करने पर विपरीत क्रम में सम्पन्न न किये जा सकते हो, अनुत्क्रमणीय प्रक्रम कहलाते है। प्रकृति में सभी नैसर्गिक प्रक्रम अनुत्क्रमणीय हैं।

**अनुत्क्रमणीय प्रक्रम के उदाहरण-**

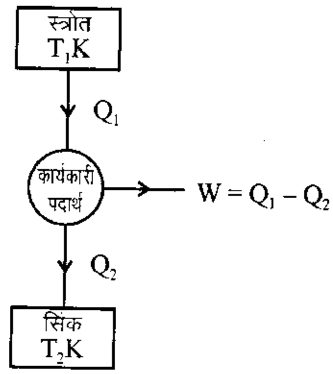
(i) यदि दो वस्तुएँ भिन्न–भिन्न ताप पर हों तो चालन या विकिरण द्वारा ऊष्मा का स्थानान्तरण विपरीत दिशा में संभव नहीं है क्योंकि ऊष्मा सदैव उच्च ताप से निम्न ताप की ओर प्रवाहित होती है। अतः यह क्रिया अनुत्क्रमणीय है।

(ii) घर्षण द्वारा ऊष्मा का उत्पादन अथवा किसी प्रतिरोध में धारा के बहने पर उत्पन्न ऊष्मा भी अनुत्क्रमणीय प्रक्रम है।

(iii) द्रवों तथा गैसों का विसरण।

**ऊष्मा इंजन (Heat engine)**

ऊष्मा इंजन एक ऐसा यंत्र होता है जो चक्रीय प्रक्रम द्वारा ऊष्मा सतत् कार्य में परिवर्तित करता है।




**चित्र 13.18**

ऊष्मा इंजन के आवश्यक भाग निम्न प्रकार हैं–

1. **स्त्रोत**–यह एक उच्च ताप $T_1$ तथा अनन्त ऊष्मा धारिता की एक वस्तु है जिससे नियत ताप पर ऊष्मा $Q_1$ ली जाती है।
2. **कार्यकारी पदार्थ**–यह ऐसा पदार्थ होता है जिसके द्वारा कार्य किया जाता है। उदाहरण वाष्प, पेट्रोल आदि।
3. **सिंक**–यह एक निम्न ताप $T_2$ तथा अनन्त ऊष्मा धारिता की एक वस्तु है जिसको नियत ताप पर ऊष्मा $Q_2$ दी जाती है।

कार्यकारी पदार्थ स्त्रोत से $Q_1$ ऊष्मा अवशोषित कर W कार्य सम्पन्न करता है तथा शेष ऊष्मा सिंक को त्याग देता है और अपनी मूल अवस्था में वाप्स आ जाता है। इस स्थिति में इसकी आन्तरिक ऊर्जा में कोई परिवर्तन नहीं होता है। इस प्रकार समान चक्रण की पुनरावृत्ति से सतत् कार्य प्राप्त होता है।

इंजन से प्राप्त उपयोगी कार्य तथा इसको दी गई ऊष्मा का अनुपात इंजन की दक्षता (η) को व्यक्त करता है।

$$\eta = \frac{\text{किया गया कार्य}}{\text{दी गयी ऊष्मा}} = \frac{W}{Q_1}$$

परन्तु चक्रीय प्रक्रम के लिए ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम से

$$\Delta U = 0$$

$$\therefore \quad \Delta Q = \Delta W$$

अतः $$W = Q_1 - Q_2$$

$$\therefore \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

एक आदर्श ऊष्मा इंजन वह है जो सम्पूर्ण ऊष्मा को कार्य में परिवर्तित करता है अर्थात्

$$W = Q_1 \text{ तथा } Q_2 = 0$$

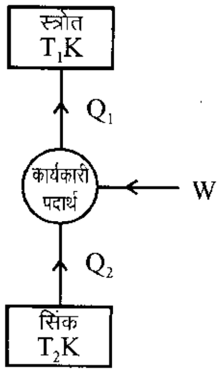
अतः $$\eta = 1$$

अर्थात् ऊष्मा को कार्य में परिवर्तित करने में इंजन की दक्षता 100% होगी।

परन्तु प्रायोगिक रूप से इंजन की दक्षता सदैव 1 से कम होती है अर्थात् इंजन में ऊष्मा को पूर्ण रूप से कार्य में परिवर्तित नहीं किया जा सकता।

**प्रशीतक या ऊष्मा पंप (Refrigerator or Heat pump)**

प्रशीतक या ऊष्मा पंप, ऊष्मा इंजन के विपरीत दिशा में कार्य करता है।




**चित्र 13.19**

इसके आवश्यक भाग निम्न होते हैं–

**(i)** **स्त्रोत**–उच्च ताप $T_1K$ की वस्तु जिसका ताप नियत तथा ऊष्मा धारिता अनन्त होती है।

**(ii)** **कार्यकारी पदार्थ**–ऐसा पदार्थ जिसके द्वारा कार्य किया जाता है। प्रशीतक द्रव्य अमोनिया तथा फ्रीऑन गैस कार्यकारी पदार्थ के रूप में प्रयुक्त होते हैं।

**(iii)** **सिंक**–निम्न ताप $T_2K$ की एक वस्तु जिसका ताप नियत तथा ऊष्मा धारिता अनन्त होती है।

कार्यकारी पदार्थ निम्न ताप $T_2K$ पर सिंक से $Q_2$ ऊष्मा लेता है तथा इस पर किसी बाह्य कारक द्वारा W कार्य किया जाता है तब यह $Q_1$ ऊष्मा उच्च ताप $T_1K$ पर स्त्रोत (सामान्यतः वातावरण) को त्याग देता है। इस प्रकार बाह्य कारक द्वारा कार्य करने पर ऊष्मा ठण्डी वस्तु से गर्म वस्तु तक पहुंचती है तथा ठण्डी वस्तु और ठण्डी हो जाती है।

**प्रशीतक की शीतलन क्षमता को इसके निष्पादन गुणांक या कार्य गुणांक $\alpha$ द्वारा व्यक्त किया जाता है।** इसे ठण्डी वस्तु से प्राप्त ऊष्मा तथा इसके लिए किए गए कार्य के अनुपात के रूप में परिभाषित करते हैं।

अर्थात्
$$\alpha = \frac{\text{ठण्डी वस्तु से प्राप्त ऊष्मा}}{\text{किया गया कार्य}}$$
$$= \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

$\therefore$
$$\alpha = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

एक आदर्श प्रशीतक वह होता है जो बिना किसी बाह्य कार्य के ऊष्मा का स्थानान्तरण ठण्डी वस्तु से गर्म वस्तु की ओर करता है अर्थात् $W = 0$

अतः $Q_1 = Q_2$

तथा $\alpha = \infty$

वास्तविक रूप से ये स्थितियाँ संभव नहीं हैं।

परिभाषा के अनुसार $\eta$ का मान 1 से अधिक नहीं हो सकता, जबकि $\alpha$ का मान 1 से अधिक हो सकता है।

अब $\because \alpha = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{Q_2/Q_1}{1 - Q_2/Q_1}$ ...(1)

परन्तु दक्षता $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$

$\Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \eta$ ...(2)

$\therefore$ समी. (1) व (2) से

$$\alpha = \frac{1-\eta}{\eta} \quad ...(3)$$

**प्रशीतक व ऊष्मा पंप में अन्तर**–

ऊष्मा पंप, प्रशीतक के समान होता है। ये नाम युक्ति के प्रयोजन पर निर्भर करती है। यदि प्रयोजन किसी स्थान के कुछ भाग, जैसे कि किसी प्रकोष्ठ के भीतरी भाग को ठण्डा करना है, तो युक्ति को हम प्रशीतक कहते हैं, यदि प्रयोजन किसी स्थान के किसी भाग में ऊष्मा को पंप करना है तो युक्ति को ऊष्मा पंप कहते है। ऐसा भवन के किसी कमरे को गरम करने के लिए उस समय किया जाता है जब बाहरी वातावरण ठण्डा होता है।

## 13.10 कार्नो इंजन तथा उसकी दक्षता (Carnot Engine and its Efficiency)

सन् 1824 में सादी कार्नो (Sadi Carnot) नामक वैज्ञानिक ने एक सैद्धान्तिक इंजन की कल्पना की जिसके द्वारा उच्च ताप वाली वस्तु से ग्रहण की गई ऊष्मा को पूर्णतः उपयोगी कार्य में परिवर्तन किये जाये तब ऐसे इंजन की दक्षता अधिक होगी। कार्नो ने यह जानने का प्रयास किया कि क्या इंजन की अधिकतम दक्षता 100% हो सकती है? दो तापों के मध्य कार्य करने वाला कोई आदर्श उत्क्रमणीय ऊष्मा इंजन कार्नो इंजन कहलाता है।

**कार्नो चक्र (Carnot cycle)**- कार्नो के इंजन में कार्यकारी पदार्थ की निश्चित अवस्था से प्रारंभ कर विभिन्न उत्क्रमणीय प्रक्रमों से गुजरते हुए पुनः प्रारंभिक स्थिति को ग्रहण कर लेना, कार्नो चक्र कहलाता है।

कार्नो इंजन के प्रमुख भाग निम्नलिखित हैं–

(i) कार्यकारी पदार्थ (ii) स्त्रोत

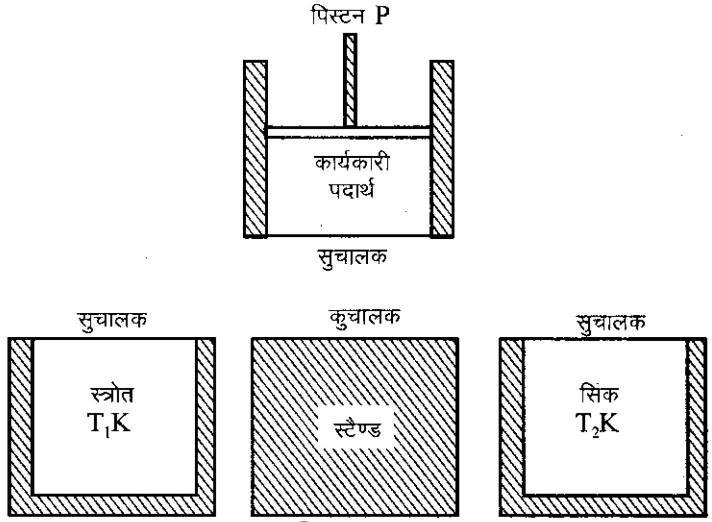
(iii) स्टैण्ड (iv) सिंक

**(i)** **कार्यकारी पदार्थ (Working substance)**- वह पदार्थ जिसके द्वारा कार्य किया जाता है, कार्यकारी पदार्थ कहलाता है। कार्नो इंजन में कार्यकारी पदार्थ आदर्श गैस ली जाती है। जिसे एक सिलिण्डर में लिया जाता है। जिस पर घर्षण रहित पिस्टन P लगा होता है।

**(ii)** **स्त्रोत (Source)**- यह एक उच्च ताप वाली वस्तु होती है जिसका ताप $T_1K$ नियत होता है। इसकी ऊष्मा धारिता अनन्त होनी चाहिए ताकि इसके ऊष्मा लेने पर इसके ताप में परिवर्तन नहीं हो।

**(iii)** **स्टैण्ड (Stand)**- यह एक पूर्णतः कुचालक वस्तु होती है जिस पर रखकर कार्यकारी पदार्थ को रूद्धोष्म प्रक्रम से गुजारा जाता है।

**(iv)** **सिंक (Sink)**- यह एक निम्न ताप वाली वस्तु होती है। जिसका ताप $T_2K$ नियत होता है। इसकी ऊष्मा धारिता भी अनन्त होनी चाहिए ताकि इसे ऊष्मा देने पर इसके ताप में परिवर्तन नहीं हो।




**चित्र 13.20**

### 13.10.1 कार्नो चक्र (Carnot-cycle)

इस चक्र में कार्यकारी पदार्थ पर चार प्रक्रम किए जाते है। इनमें से दो प्रक्रम समतापी तथा दो प्रक्रम रूद्धोष्म होते है।

इन प्रक्रमों का क्रम निम्न प्रकार होता है–

(i) समतापी प्रसार (ii) रूद्धोष्म प्रसार

(iii) समतापी संपीडन (iv) रूद्धोष्म संपीडन

माना कि सिलिण्डर में 1 मोल गैस है तथा गैस का प्रारंभिक आयतन $V_1$ व प्रारंभिक दाब $P_1$ है।

**(i)** **प्रथम प्रक्रम–समतापी प्रसार (Isothermal Expansion)**–सर्वप्रथम कार्यकारी पदार्थ को स्त्रोत पर रखा जाता है। जिससे उसका ताप स्त्रोत का ताप $T_1K$ हो जाता है। इस स्थिति में गैस का समतापी प्रसार होता है।

$$Q_1 = W_1$$

क्योंकि समतापी प्रसार के लिए $dU = 0$

इसे चित्र में वक्र AB द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। माना कि इस प्रक्रिया के अन्त में कार्यकारी पदार्थ का दाब व आयतन क्रमशः $P_2$ व $V_2$ हो जाता है।

यदि गैस द्वारा स्त्रोत से ग्रहण की गई ऊष्मा $Q_1$ व गैस द्वारा किया गया कार्य $W_1$ है तो कार्नो चक्र में सिलिण्डर को आवश्यकतानुसार स्त्रोत, सिंक या स्टैण्ड पर रखा जा सकता है।

$$Q_1 = W_1 = \int_{V_1}^{V_2} PdV \qquad \ldots(1)$$

= क्षेत्रफल ABGEA

आदर्श गैस अवस्था समीकरण से

$$PV = RT_1$$

$$\Rightarrow \qquad P = \frac{RT_1}{V}$$

∴ समीकरण (1) से

$$Q_1 = W_1 = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT_1}{V} dV$$

$$= RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV$$

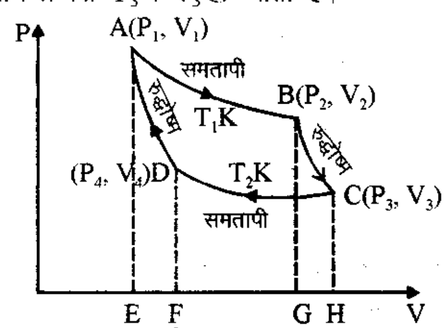
$$Q_1 = W_1 = RT_1 [\log_e V]_{V_1}^{V_2}$$

$$= RT_1 [\log_e V_2 - \log_e V_1]$$

$$= RT_1 \log_e \left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\Rightarrow \qquad Q_1 = W_1 = 2.303 RT_1 \log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \ldots(2)$$

**(ii)** **द्वितीय प्रक्रम–रूद्धोष्म प्रसार (Adiabatic Expansion)**–इस प्रक्रम में कार्यकारी पदार्थ को स्त्रोत से हटाकर स्टैण्ड पर रखते हैं तथा गैस का प्रसार होने देते है। इस स्थिति में गैस का रूद्धोष्म प्रसार होता है इसे चित्र में वक्र BC द्वारा प्रदर्शित किया गया है। इस प्रक्रिया के अन्त में गैस का ताप कम होकर $T_2K$ हो जाता है। माना कि इस प्रक्रिया के अन्त में कार्यकारी पदार्थ का दाब व आयतन क्रमशः $P_3$ व $V_3$ हो जाता है।




**चित्र 13.21**

यदि गैस द्वारा किया गया कार्य $W_2$ है तो

$$W_2 = \int_{V_2}^{V_3} PdV \qquad \ldots(3)$$

= क्षेत्रफल BCHGB

रूद्धोष्म प्रक्रम के अवस्था समीकरण से

$$PV^\gamma = K$$

$$\Rightarrow \qquad P = \frac{K}{V^\gamma}$$

$$\therefore \qquad W_2 = \int_{V_2}^{V_3} \frac{K}{V^\gamma} dV = K\int_{V_2}^{V_3} V^{-\gamma} dV$$

$$= K\left[\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1}\right]_{V_2}^{V_3}$$

$$= \frac{K}{1-\gamma}\left[V_3^{-\gamma+1} - V_2^{-\gamma-1}\right]$$

$$= \frac{1}{1-\gamma}\left[KV_3^{-\gamma+1} - KV_2^{-\gamma+1}\right]$$

$$\because P_2V_2^{\gamma} = P_3V_3^{\gamma} = K$$

$$\therefore \quad W_2 = \frac{1}{1-\gamma}\left[P_3V_3^{\gamma}V_3^{-\gamma+1} - P_2V_2^{\gamma}V_2^{-\gamma-1}\right]$$

$$= \frac{1}{1-\gamma}[P_3V_3 - P_2V_2]$$

$$= \frac{1}{1-\gamma}[RT_2 - RT_1]$$

$$= \frac{R}{\gamma-1}[T_1 - T_2] \quad \ldots(4)$$

**(iii) तृतीय प्रक्रम–समतापी संपीड़न (Isothermal Compression)**–इस प्रक्रम में कार्यकारी पदार्थ को स्टैण्ड से हटाकर सिंक पर रखते है तथा धीमी गति से गैस को इतना संपीड़ित करते हैं कि गैस का ताप $T_2$K रहे। इस स्थिति में गैस का समतापी संपीड़न होता है इसे चित्र में वक्र CD द्वारा प्रदर्शित किया गया है। माना कि इस प्रक्रिया में गैस का दाब व आयतन क्रमशः $P_4$ व $V_4$ हो जाता है।

यदि गैस द्वारा सिंक को दी गई ऊष्मा $Q_2$ व किया गया कार्य $W_3$ है तो

$$Q_2 = W_3 = \int_{V_3}^{V_4} PdV \quad \ldots(5)$$

= क्षेत्रफल CHFDC

$$Q_2 = W_3 = RT_2\int_{V_3}^{V_4} \frac{1}{V}dV$$

$$= -RT_2 \log_e \frac{V_3}{V_4}$$

$$Q_2 = -2.303RT_2 \log_{10}\frac{V_3}{V_4} \quad \ldots(6)$$

यहाँ ऋणात्मक चिन्ह यह व्यक्त करता है कि गैस पर कार्य किया गया है।

**(iv) चतुर्थ प्रक्रम–रुद्धोष्म संपीड़न (Adiabatic Compression)**–अन्त में इस प्रक्रम में कार्यकारी पदार्थ को सिंक से हटाकर स्टैण्ड पर रखते है तथा धीमी गति से गैस को इतना संपीड़ित करते है कि गैस प्रारंभिक अवस्था में पहुंच जाये। इस स्थिति में गैस का रुद्धोष्म संपीड़न होता है इसे चित्र में वक्र DA द्वारा प्रदर्शित किया गया है। इस प्रक्रिया में गैस का दाब व आयतन क्रमशः $P_1$ व $V_1$ हो जाता है।

इस प्रक्रम में किया गया कार्य $W_4$ है तो

$$W_4 = \int_{V_4}^{V_1} PdV = \frac{R(T_2 - T_1)}{\gamma-1}$$

$$= \frac{-R(T_1 - T_2)}{\gamma-1}$$

= क्षेत्रफल DFEAD ...(8)

यहाँ ऋणात्मक चिन्ह यह व्यक्त करता है कि गैस पर कार्य किया गया है।

**एक चक्र में इंजन द्वारा किया गया कुल कार्य (Work done by the Engine in One Cycle)**

पूरे कार्नो चक्र ABCD में किया गया नेट कार्य

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

समीकरण (2), (4) (6) व (8) से मान रखने पर

$$W = 2.303RT_1\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + \frac{R}{\gamma-1}(T_1 - T_2) - 2.303RT_2\log_{10}\left(\frac{V_3}{V_4}\right) - \frac{R}{\gamma-1}(T_1 - T_2)$$

$$W = 2.303R\left[T_1\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - T_2\log_{10}\left(\frac{V_3}{V_4}\right)\right] \quad \ldots(9)$$

बिन्दु B व C एक ही रुद्धोष्म वक्र पर है अतः

$$T_1V_2^{\gamma-1} = T_2V_3^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} \quad \ldots(10)$$

बिन्दु A व D एक ही रुद्धोष्म वक्र पर है अतः

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_4^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1} \quad \ldots(11)$$

$\therefore$ समीकरण (10) व (11) की तुलना करने पर

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} \quad \ldots(12)$$

समीकरण (9) व (12) से

$$W = 2.303R\left[T_1\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - T_2\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\right]$$

$$W = 2.303R(T_1 - T_2)\log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \ldots(13)$$

समीकरण (9) को समीकरण (2) व (6) की सहायता से निम्न प्रकार लिखा जा सकता है–

$$W = Q_1 - Q_2 \quad \ldots(14)$$

**कार्नो इंजन की दक्षता (Efficiency of Carnot Engine)**– कार्नो इंजन की दक्षता उसके द्वारा किये गये उपयोगी कार्य (W) तथा स्त्रोत से ग्रहण की गई ऊष्मा ($Q_1$) के अनुपात के बराबर होती है अर्थात्

$$\text{दक्षता } \eta = \frac{\text{उपयोगी कार्य}}{\text{स्त्रोत से ग्रहण की गई उष्मा}}$$

$$= \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$= \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right)$$

$$= \frac{2.303R(T_1 - T_2)\log_{10}(V_2/V_1)}{2.303RT_1\log_{10}(V_2/V_1)}$$

$$= \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \quad ...(15)$$

प्रतिशत दक्षता $\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\%$ ...(16)

कार्नो इंजन की दक्षता के सूत्र से निम्न निष्कर्ष प्राप्त होते हैं–

(i) कार्नो इंजन की दक्षता कार्यकारी पदार्थ पर निर्भर नहीं करती है।

(ii) कार्नो इंजन की दक्षता केवल स्त्रोत तथा सिंक के तापों क्रमशः $T_1$K तथा $T_2$K पर निर्भर करती है।

(iii) दक्षता में वृद्धि करने के लिए $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$ का मान कम करना चाहिए। दक्षता सदैव 100% से कम होती है। 100% दक्षता होने के लिए या तो $T_2 = 0$K या $T_1 = \infty$ K होना चाहिए जो कि असंभव है।

(iv) स्त्रोत के ताप में वृद्धि करने की अपेक्षा सिंक के ताप में कमी करने से कार्नो इंजन की दक्षता में अधिक वृद्धि होती है।

(v) कार्नो इंजन के लिए

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

अतः $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$

---

**उदा.14. एक कार्नो इंजन ताप 100°C तथा 20°C के बीच कार्य करता है। कार्नो इंजन की दक्षता ज्ञात कीजिए।**

**हलः** दिया गया है–

$T_1 = 100°C = 100 + 273 = 373$ K

$T_2 = 20°C = 20 + 273 = 293$ K

कार्नो इंजन की दक्षता

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{293}{373} = \frac{80}{373} = 0.214$$

$\eta = 21.4\%$

**उदा.15. यदि कोई कार्नो इंजन 427 °C व 127 °C के मध्य कार्य करता हैं तो उसकी दक्षता की गणना कीजिये।** **( पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.2 )**

**हल** : दिया गया है :

$T_1 = 427\,°C = (427 + 273)K = 700K$

$T_2 = 127\,°C = (127 + 273)K = 400K$

∵ कार्नो इंजन की दक्षता ($\eta$)

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{400}{700} = \frac{7-4}{7} = \frac{3}{7} = 0.428 = 42.8\%$$

**उदा.16. एक किलोवॉट का कार्नो इंजन 327°C तथा 27°C के मध्य कार्य करता है। इंजन द्वारा (i) अवशोषित ऊष्मा (ii) विसर्जित ऊष्मा (iii) इंजन की दक्षता ज्ञात कीजिए।**

**हलः** दिया गया है–

W = 1 किलोवॉट = 1000 वॉट

$T_1 = 327 + 273 = 600$ K

$T_2 = 27 + 273 = 300$ K

(i) अवशोषित ऊष्मा

∵ दक्षता $\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

अतः $Q_1 = \frac{WT_1}{T_1 - T_2} = \frac{1000 \times 600}{600 - 300}$

= 2000 वॉट

(ii) विसर्जित ऊष्मा

$Q_2 = Q_1 - W$

= 2000 – 1000 = 1000 वॉट

(iii) इंजन की दक्षता

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$= 1 - \frac{300}{600} = \frac{300}{600} = 0.5$$

$\eta = 50\%$

**उदा.17. यदि किसी कार्नो इंजन जो कि 800 K तथा 400 K की स्थिति में तथा 400 K व *T* K की स्थिति में कार्य कर रहा हैं और दोनों स्थितियों में दक्षता समान है तो *T* का मान ज्ञात कीजिये।** **( पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.4 )**

**हल** : ∵ कार्नो इंजन की दक्षता

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

प्रथम स्थिति में $T_1 = 800$ K

$T_2 = 400$ K

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{400}{800} = \frac{1}{2}$$

द्वितीय स्थिति में $T_1 = 400$ K

$T_2 = T$

$$\eta_2 = 1 - \frac{T}{400}$$

$$\eta_2 = \eta_1 = \frac{1}{2}$$

प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{T}{400}$$

$$\frac{T}{400} = \frac{1}{2}$$

$T = 200$K

**उदा.18. एक कार्नो इंजन ताप 527°C व 27°C के मध्य कार्य करता है। यदि यह स्त्रोत से 500 किलो कैलोरी ऊष्मा अवशोषित करता हो तो एक चक्र में किये गये कार्य एवं इंजन की दक्षता का मान ज्ञात कीजिए।**

**हलः** दिया गया है–

$T_1 = 527 + 273 = 800$ K

$T_2 = 27 + 273 = 300$ K

$$Q_1 = 500 \text{ किलो कैलोरी}$$
$$= 500 \times 10^3 \text{ कैलोरी}$$

$\because \quad \dfrac{Q_2}{Q_1} = \dfrac{T_2}{T_1}$

$\Rightarrow \quad Q_2 = Q_1 \dfrac{T_2}{T_1}$

$$= 500 \times 10^3 \times \frac{300}{800}$$

$$= \frac{15}{8} \times 10^5 \text{ कैलोरी}$$

एक चक्र में किया गया कार्य

$$W = Q_1 - Q_2$$
$$= 5 \times 10^5 - \frac{15}{8} \times 10^5$$
$$= \left(5 - \frac{15}{8}\right) \times 10^5$$
$$= 3.1 \times 10^5 \text{ कैलोरी}$$
$$= 3.1 \times 10^5 \times 4.2 \text{ जूल}$$
$$= 13.01 \times 10^5 \text{ जूल}$$

इंजन की दक्षता $\quad \eta = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$

$$= 1 - \frac{300}{800} = \frac{5}{8} = 0.625$$
$$= 62.5\%$$

**उदा.19. एक कार्नो इंजन 527°C पर कुण्ड से 2000 kcal ऊष्मा लेता हैं और 127°C पर सिंक को देता हैं तब इंजन की दक्षता व किये गये कार्य की गणना करो ?** **( पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.5 )**

**हल :** दिया गया है : $Q_1 = 2000$ kcal

$$= 2 \times 10^3 \times 10^3 \text{ cal}$$
$$= 2 \times 10^6 \text{ cal}$$

$T_1 = 527°C = 527 + 273 = 800K$

$T_2 = 127°C = 127 + 273 = 400K$

$\because$ दक्षता $\quad \eta = 1 - \dfrac{T_2}{T_1} = 1 - \dfrac{400}{800} = 1 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$

$\because \quad \eta = \dfrac{W}{Q_1}$

$\therefore$ किया गया कार्य $W = \eta Q_1$

$$W = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^6$$

$W = 10^6$ कैलोरी

$W = 4.2 \times 10^6$ जूल

**उदा.20. एक उत्क्रमणीय इंजन दो तापों $T_1$K तथा $T_2$K के मध्य कार्य करता है। सिद्ध कीजिए कि इसकी दक्षता बढ़ाने के लिए स्त्रोत का ताप बढ़ाने की अपेक्षा सिंक का ताप घटाना अधिक उचित होगा।**

**हल:** $\quad$ दक्षता $\eta = 1 - \dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$

यदि स्त्रोत का ताप XK बढ़ाया जाये तब

$$\text{दक्षता } \eta_1 = \frac{T_1 + X - T_2}{T_1 + X} \qquad \ldots(1)$$

यदि सिंक का ताप XK घटाया जाये तब

$$\text{दक्षता } \eta_2 = \frac{T_1 - (T_2 - X)}{T_1}$$

$$= \frac{T_1 - T_2 + X}{T_1} \qquad \ldots(2)$$

$\therefore$ समी. (1) व (2) से

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{T_1 - T_2 + X}{T_1} \times \frac{T_1 + X}{T_1 + X - T_2}$$

$$= \frac{T_1 + X}{T_1} > 1$$

$\therefore \quad \eta_2 > \eta_1$

अतः सिंक का ताप घटाना अधिक उचित होगा क्योंकि इस स्थिति में दक्षता अधिक होगी। जबकि स्त्रोत का ताप उसी राशि से बढ़ाया जाये जिससे कि सिंक का ताप घटाया जाये।

**उदा.21. किसी कार्नो इंजन की दक्षता 20% हैं यदि इसके सिंक के ताप को 50 K घटा दें तो दक्षता 40% हो जाती हैं तो प्रारम्भिक व अंतिम तापों की गणना करो जिसके मध्य इंजन कार्य करता है।** **( पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.6 )**

**हल :** प्रश्नानुसार

दक्षता $\quad \eta_1 = 20\% = \dfrac{1}{5}$

माना प्रथम स्थिति में प्रारम्भिक व अंतिम ताप क्रमशः $T_1$ व $T_2$ हैं तो

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{5} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad (1)$$

द्वितीय स्थिति में $T'_1 = T_1, \ T'_2 = T_2 - 50,$

तथा दक्षता

$$\eta_2 = 40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

$$\text{तब} \quad \frac{2}{5} = 1 - \frac{T_2 - 50}{T_1} \qquad (2)$$

समी. (2) में से समी. (1) को घटाने पर

$$\frac{T_2}{T_1} - \frac{T_2 - 50}{T_1} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{50}{T_1} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \quad T_1 = 250K$$

समीकरण (1) से

$$\frac{1}{5} = 1 - \frac{T_2}{250}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_2}{250} = 1 - \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_2}{250} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = 200\text{K}$$

**उदा.22.** कार्नो इंजन के सिंक का ताप **27 °C** तब उसकी दक्षता **40%** हैं। अब उसके स्त्रोत के ताप में कितना परिवर्तन किया जाये की उसकी दक्षता मूल दक्षता की **10%** बढ़ जाये?

**( पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.7 )**

**हल :** माना कि प्रथम स्थिति में स्त्रोत का ताप $T_1$K हैं तब प्रथम स्थिति में

$$T_2 = 27\,^0\text{C} = 27 + 273 = 300\text{K}$$

$$\eta_1 = 40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

$\because$ दक्षता $\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

$$\frac{2}{5} = 1 - \frac{300}{T_1}$$

$$\frac{300}{T_1} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \quad T_1 = 500\,\text{K}$$

द्वितीय स्थिति में दक्षता प्रारम्भिक दक्षता की 10% बढ़ानी हैं अर्थात दक्षता में वृद्धि = 40 का 10% = 4%

तब $\eta_2 = 40 + 4 = 44\% = \frac{44}{100}$

$$T_2 = 300\text{K}$$

$$T_1 = T'_1$$

दक्षता $\eta_2 = 1 - \frac{T_2}{T'_1}$

$$\frac{44}{100} = 1 - \frac{300}{T'_1}$$

$$\frac{300}{T'_1} = 1 - \frac{44}{100}$$

$$\frac{300}{T'_1} = \frac{56}{100}$$

$$T'_1 = \frac{100 \times 300}{56} = 535.7\text{K}$$

अतः स्त्रोत के ताप में वृद्धि = 535.7 – 500=35.7 K

**उदा.23. एक कार्नो इंजन हिमांक तथा भाप बिन्दु के बीच कार्य कर रहा है। उसकी दक्षता की गणना कीजिए।**

**हल:** दिया गया है–

$$T_1 = 100 + 273 = 373\text{ K}$$
$$T_2 = 0 + 273 = 273\text{ K}$$

कार्नो इंजन की दक्षता

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{273}{373}$$

$$= \frac{373 - 273}{373}$$

$$= \frac{100}{373} = 0.268$$

$$= 26.8\%$$

**उदा.24.** किसी छात्र द्वारा एक इंजन बनाया गया हैं जो **327°C** व **27°C** के मध्य कार्य करता है और उसकी दक्षता **60%** है। क्या छात्र का कथन सही है?

**( पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.8 )**

हल : दिया गया है : $T_1 = 327\,^0\text{C} = 327 + 273 = 600\text{K}$

$$T_2 = 27\,^0\text{C} = 27 + 273 = 300\text{K}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300}{600} = \frac{1}{2} = 50\%$$

जबकि छात्र द्वारा बनाये गये इंजन की दक्षता 60% बताई गई है। परन्तु किसी भी इंजन की दक्षता समान तापों के मध्य कार्य कर रहे उत्क्रमणीय इंजन से अधिक नहीं हो सकती हैं अतः छात्र द्वारा कहा गया कथन असत्य है।

## 13.11 ऊष्मागतिकी का द्वितीय नियम (Second Law of Thermodynamics)

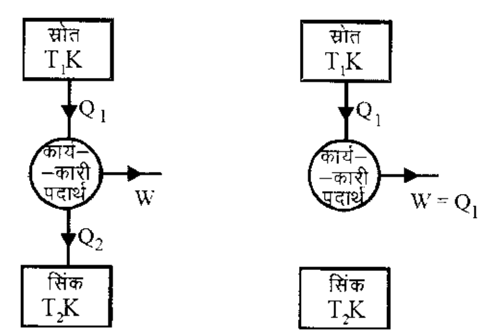
ऊष्मागतिकी का द्वितीय नियम किसी क्रिया के होने या नहीं होने तथा क्रिया के होने की दिशा के ज्ञान में सहायक है। ऊष्मागतिकी का द्वितीय नियम किसी ऊष्मा इंजन की दक्षता तथा किसी प्रशीतक के निष्पादन गुणांक की मूल सीमा निर्धारित करता है। यह नियम निम्न दो कथनों पर आधारित है–

(i) केल्विन तथा प्लांक का कथन

(ii) क्लॉशियस का कथन

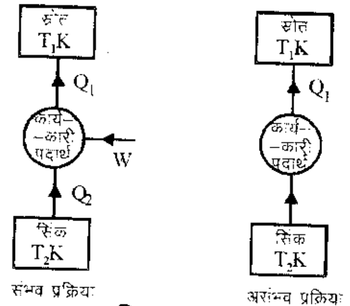
(i) **केल्विन तथा प्लांक का कथन**– इस कथन के अनुसार "ऐसा इंजन बनाना असंभव है जिसमे कार्यकारी पदार्थ एक पूर्ण चक्र में स्त्रोत से ऊष्मा ग्रहण कर उसे पूर्णतः कार्य में परिवर्तित कर दे तथा कार्यकारी पदार्थ अपरिवर्तित रहे।"

इस कथन का निष्कर्ष निकलता है कि ऊष्मा स्त्रोत से कार्य की सतत् प्राप्ति असंभव है। वास्तव में सिंक होना आवश्यक है तथा कुछ ऊष्मा सिंक को विसर्जित करना आवश्यक है। यह कथन कार्नो इंजन के सिद्धान्त पर आधारित है।




**चित्र 13.22**

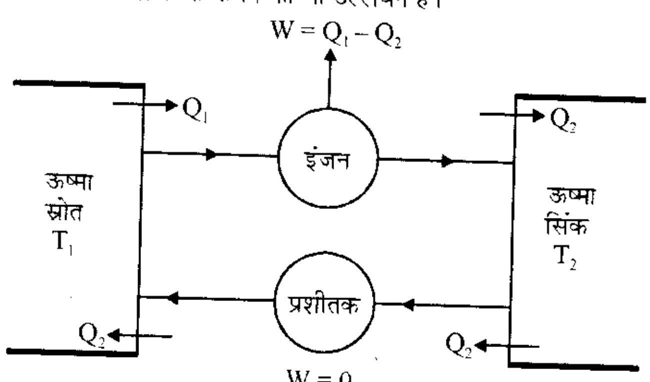
(ii) **क्लॉशियस का कथन**– इस कथन के अनुसार "यह एक असंभव प्रक्रिया है कि चक्रीय प्रक्रम में कार्यकारी पदार्थ निम्न ताप वाली वस्तु से सीधे ही उच्च ताप वाली वस्तु को बाह्य कार्य की अनुपस्थिति में ऊष्मा स्थानान्तरित कर दे।"




चित्र 13.23

इस कथन का निष्कर्ष निकलता है कि ऊष्मा का स्वतः ही निम्न ताप वाली वस्तु से उच्च ताप वाली वस्तु को स्थानान्तरण संभव नहीं है। ऐसा करने के लिए कार्यकारी पदार्थ पर बाह्य कार्य करना आवश्यक होता है। यह कथन प्रशीतक के सिद्धान्त पर आधारित है।

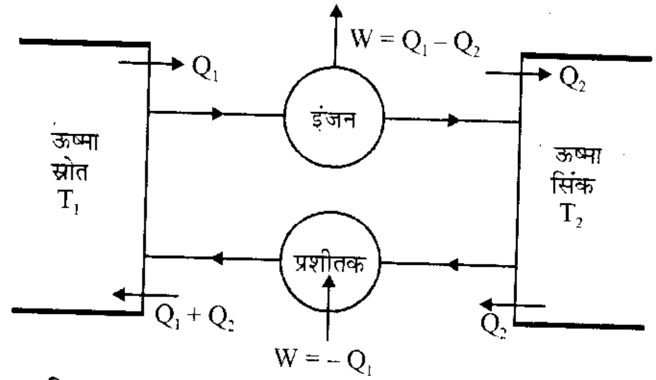
**क्लॉशियस तथा केल्विन के कथनों की तुल्यता (Equivalence of Clausius and Kelvin Statements) :** माना कि एक ऐसा ऊष्मीय इंजन है जो स्रोत से $Q_1$ ऊष्मा लेता है तथा सिंक को $Q_2$ ऊष्मा देकर शेष ऊष्मा $(Q_1 - Q_2)$ को कार्य में बदलता है (अर्थात् $W = Q_1 - Q_2$)। इस प्रकार यह इंजन केल्विन प्लांक के कथन का पालन करता है। अब माना कि इन्हीं स्रोत व सिंक के मध्य कार्यरत एक ऐसा प्रशीतक है जो कि बिना किसी बाह्य स्रोत से ऊर्जा लिए सिंक से $Q_2$ ऊष्मा लेकर स्रोत को $Q_2$ ऊष्मा दे देता है। इस प्रकार यह प्रशीतक क्लॉशियस के कथन का उल्लंघन करता है। अब यदि इंजन तथा प्रशीतक को आपस में जोड़कर एक ऐसी स्वचालित मशीन बनायें जो कि चक्रीय प्रक्रम में कार्य करे तो यह मशीन एक चक्र में स्रोत से $(Q_1 - Q_2)$ ऊष्मा लेगी, सिंक को कुछ भी ऊष्मा नहीं देगी तथा सम्पूर्ण ऊष्मा $(Q_1 - Q_2)$ को कार्य में परिवर्तित कर देगी। इस प्रकार यह केल्विन-प्लांक कथन का उल्लंघन है। इस प्रकार क्लॉशियस के कथन के उल्लंघन का तात्पर्य केल्विन-प्लांक के कथन का भी उल्लंघन है।




**चित्र 13.24 : इंजन तथा प्रशीतक से बनी स्वचालित मशीन**

इसी प्रकार, माना कि एक ऐसा प्रशीतक है जो सिंक से $Q_2$ ऊष्मा लेता है तथा इस पर बाह्य ऊर्जा स्रोत से कार्य $W (= Q_1)$ किया जाता है जिससे यह $Q_1 + Q_2$ ऊष्मा स्रोत को दे देता है। इस प्रकार यह क्लॉशियस के कथन का पालन करता है। अब माना कि इन्हीं स्रोत व सिंक के मध्य कार्यरत एक ऐसा इंजन है जो स्रोत से $Q_1$ ऊष्मा लेकर उसे पूर्णतः कार्य में बदल देता है (अर्थात् $W = Q_1$) तथा सिंक को कुछ भी ऊष्मा नहीं देता है। इस प्रकार यह केल्विन-प्लांक के कथन का उल्लंघन करता है। अब यदि इंजन तथा प्रशीतक को आपस में जोड़कर एक ऐसी स्वचालित मशीन बनाएँ जो कि चक्रीय प्रक्रम में कार्य करें तो यह मशीन एक चक्र में सिंक से $Q_2$ ऊष्मा लेकर स्रोत को पहुँचा देती है, जबकि इस पर बाह्य ऊर्जा स्रोत द्वारा कुछ भी कार्य नहीं किया जाता है। इस प्रकार यह क्लॉशियस के कथन का उल्लंघन है। इस प्रकार, केल्विन-प्लांक के कथन के उल्लंघन का तात्पर्य क्लॉशियस केकथन का भी उल्लंघन है।

इस प्रकार एक कथन का उल्लंघन होने से दूसरे कथन का उल्लंघन स्वतः ही हो जाता है। अतः दोनों कथन एक-दूसरे के परस्पर तुल्य हैं।

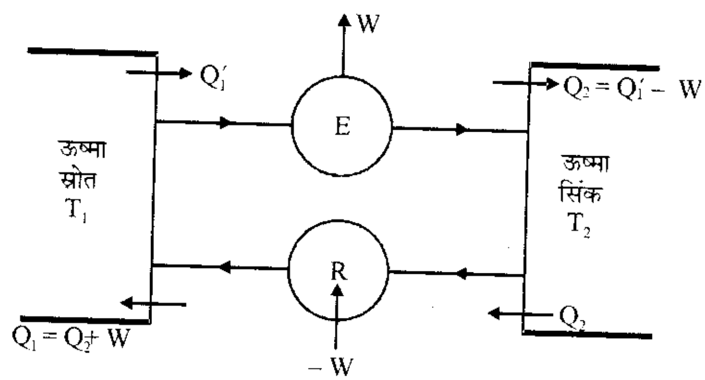



**चित्र 13.25 : इंजन तथा प्रशीतक से बनी स्वचालित मशीन**

## 13.12 कार्नो प्रमेय (Carnot's Theorem)

कार्नो प्रमेय के अनुसार **किन्हीं दो तापों के मध्य कार्य करते हुए किसी भी इंजन की दक्षता उन्हीं दो तापों के मध्य कार्य करते हुए उत्क्रमणीय (कार्नो) इंजन की दक्षता से अधिक नहीं हो सकती है,** अर्थात् किन्हीं दो तापों के लिए उत्क्रमणीय इंजन की दक्षता अधिकतम होती है।

**उपपत्ति**-माना R एक उत्क्रमणीय (कार्नो) इंजन है तथा E अन्य कोई इंजन है। दोनों इंजन एक ही ताप $T_1$ (स्रोत) तथा $T_2$ (सिंक) के मध्य कार्य कर रहे हैं। माना कि दोनों इंजन इस प्रकार से व्यवस्थित किये जाते हैं कि दोनों से अलग-अलग समान कार्य W प्राप्त होता है।




**चित्र 13.26 : कार्नो की प्रमेय**

एक दिशा में कार्य करते हुए माना कार्नो इंजन R, प्रत्येक चक्र में ताप $T_1$ पर $Q_1$ ऊष्मा लेकर, W कार्य करके, $Q_2 = Q_1 - W$ ऊष्मा को ताप $T_2$ पर निष्कासित करता है। अतः इसकी दक्षता

$$\eta_R = \frac{W}{Q_1}$$

उत्क्रमित दिशा में (अर्थात् जब यह प्रशीतक की भाँति कार्य करता है) प्रत्येक चक्र में यह ताप $T_2$ पर $Q_2$ ऊष्मा लेता है, बाह्य ऊर्जा स्रोत से इस पर W कार्य किया जाता है तथा ताप $T_1$ पर $Q_1 = Q_2 + W$ ऊष्मा निष्कासित करता है।

इसी प्रकार, माना इंजन E प्रत्येक चक्र में, उच्च ताप $T_1$ पर $Q_1'$ ऊष्मा लेकर, W कार्य करता है तथा $Q_2' = Q_1' - W$ ऊष्मा को निम्न ताप $T_2$ पर निष्कासित

करता है तो इसकी दक्षता

$$\eta_E = \frac{W}{Q_1'}$$

अब माना कि कार्नो की प्रमेय गलत है तथा इंजन E की दक्षता, इंजन R की दक्षता की अपेक्षा अधिक है,

अर्थात् $\eta_E > \eta_R$ तो $\frac{W}{Q_1'} > \frac{W}{Q_1}$ अर्थात् $Q_1 > Q_1'$ ...(1)

R एक उत्क्रमणीय इंजन है, अत: इसे विपरीत दिशा में भी चलाया जा सकता है और इसके लिए आवश्यक कार्य W, इंजन E के द्वारा प्राप्त कार्य से लिया जा सकता है। इस प्रकार, इंजन E तथा इंजन R दोनों मिलाकर स्वत: ही चलने वाली मशीन बनाते हैं, क्योंकि इंजन R के लिए आवश्यक कार्य, इंजन E द्वारा किये गये कार्य से प्राप्त हो जाता है। अत: एक सम्पूर्ण चक्र में (दोनों इंजनों को मिलाकर), निम्न ताप $T_2$ पर सिंक से ली जाने वाली कुल ऊष्मा

= R द्वारा ली गयी ऊष्मा - E द्वारा दी गयी ऊष्मा

$= (Q_1 - W) - (Q_1' - W)$

$= (Q_1 - Q_1')$

उच्च ताप $T_1$ पर स्रोत को दी जाने वाली ऊष्मा

= R द्वारा लौटायी गयी ऊष्मा - E द्वारा ली गयी ऊष्मा

$= (Q_1 - Q_1')$

समीकरण (1) के अनुसार $(Q_1 - Q_1')$ एक धनात्मक राशि हैं, अत: स्पष्ट हैं कि दोनों इंजनों को मिलाकर स्वत: चलने वाली यह मशीन निरन्तर निम्न ताप $T_2$ से $(Q_1 - Q_1')$ ऊष्मा लेकर उच्च ताप $T_1$ पर $(Q_1 - Q_1')$ ऊष्मा देती रहेगी, जबकि इसके लिए कोई कार्य नहीं करना पड़ेगा। परन्तु यह बात हमारे अनुभव के विपरीत है तथा ऊष्मागतिकी के द्वितीय नियम (क्लॉशियस के कथन) का सीधा उल्लंघन है। अत: हमारी यह मान्यता है कि इंजन E की दक्षता, इंजन R (जो कि उत्क्रमणीय है) की दक्षता की अपेक्षा अधिक है, सर्वथा गलत है। अत: किन्हीं दो तापों के लिए कार्नो इंजन की ही दक्षता सबसे अधिक होगी। उन्हीं तापों के मध्य किसी अन्य इंजन की दक्षता सदैव कार्नो इंजन की दक्षता से कम अथवा अधिक से अधिक बराबर हो सकती है अर्थात्

$$\eta_E \le \eta_R$$

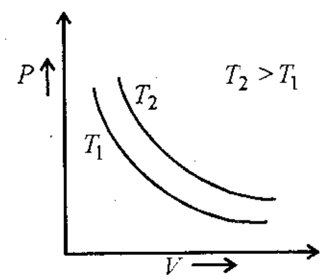
यह सिद्ध करने के लिए कि किसी अन्य इंजन की दक्षता, उन्हीं तापों के लिए उत्क्रमणीय (या कार्नो) इंजन की दक्षता के बराबर भी नहीं हो सकती है, माना कि इंजन E भी उत्क्रमणीय इंजन है। अब यदि इंजन E को सीधी दिशा में तथा इंजन R को विपरीत दिशा में चलाकर एक पूर्ण चक्र में चलने वाली मशीन बनाते हैं तो हम पाते हैं कि $\eta_E \le \eta_R$, लेकिन यदि इंजन R को सीधी दिशा में तथा इंजन E को विपरीत दिशा में चलाकर एक पूर्ण चक्र में चलने वाली मशीन बनायें तो $\eta_R \le \eta_E$

अब E व R दोनों उत्क्रमणीय इंजन हैं तथा दोनों में से कोई भी इंजन की भाँति व कोई भी प्रशीतक की भाँति उपयोग में लाया जा सकता है, अत: उपर्युक्त दोनों शर्तों का एक साथ पालन होना चाहिये जो कि तभी संभव है जबकि $\eta_E = \eta_R$ हो, अर्थात् केवल दो उत्क्रमणीय इंजनों की दक्षता ही समान हो सकती है।

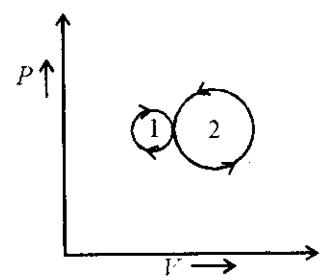
इस प्रकार, कार्नो की प्रमेय से यह भी निष्कर्ष निकलता है कि किन्हीं दो समान तापों के मध्य कार्यरत सभी उत्क्रमणीय इंजनों की दक्षता समान होती है तथा उत्क्रमणीय इंजन की दक्षता सदैव अनुत्क्रमणीय इंजन की दक्षता से अधिक होती है (अर्थात् $\eta_E \le \eta_R$)।

## महत्त्वपूर्ण तथ्य

1. वायु में अनुदैर्ध्य तरंगों का संचरण रुद्धोष्म परिवर्तन को व्यक्त करता है।
2. रुद्धोष्म गुणांक $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$
3. 0°C के पानी के अणुओं की आन्तरिक ऊर्जा 0°C के बर्फ के अणुओं की आन्तरिक ऊर्जा से अधिक होती है क्योंकि 0°C की बर्फ को 0°C के पानी में परिवर्तन के लिए 80 कैलोरी/ग्राम अतिरिक्त ऊर्जा बर्फ को देनी पड़ती है।
4. अलग-अलग ताप पर खींचे गये समतापीय वक्रों में से जो वक्र मूल बिन्दु से अधिक दूरी पर होगा उसका ताप अधिक होगा।




5. एक ही गैस के लिए भिन्न-भिन्न समतापी वक्र समान्तर होते हैं तथा परस्पर वे काटते नहीं है।
6. एक ही गैस के भिन्न-भिन्न रुद्धोष्म वक्र एक दूसरे को काट सकते हैं।
7. निम्न चित्र में कार्य का मान ऋणात्मक होगा।




8. किसी गैस की आन्तरिक ऊर्जा U व रुद्धोष्म गुणांक $\gamma$ में सम्बन्ध

$$U = \frac{PV}{\gamma - 1}$$

जहाँ $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$

9. एक आदर्श गैस के समतापीय प्रसार में संचित ऊर्जा स्थिर रहती है, क्योंकि $dT = 0$ तथा $dU \propto dT$ अत: $dU = 0$, U = नियत, अर्थात् आंतरिक ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है।
10. $c_p - c_v = \frac{R}{J}$ से पता चलता है कि गैस आदर्श गैस समीकरण का पालन करती है चाहे, वह एक परमाणुक हो या बहुपरमाणुक।
11. पानी का बर्फ में बदलना समदाबीय प्रक्रम है।
12. किसी मदार्थ की ऊष्माधारिता पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा धारिता पर निर्भर करती है।

# विविध उदाहरण

**उदा.25. 500 वॉट की विद्युत प्रेस 30 मिनट तक उपयोग में ली जाती है। उत्पन्न ऊष्मा का कैलोरी में परिकलन कीजिए।**

**हल:** दिया गया है–

शक्ति P = 500 वॉट

t = 30 मिनट

= 30 × 60 सेकण्ड

कार्य W = Pt

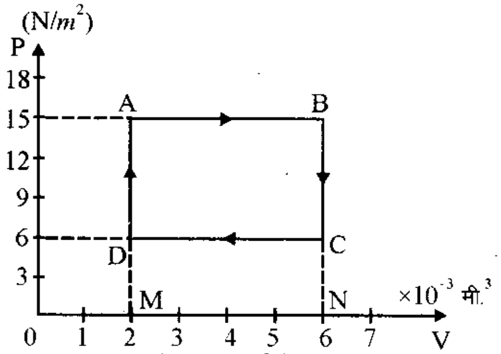
= 500 × 30 × 60

$= 9 \times 10^5$ जूल

उत्पन्न ऊष्मा $Q = \frac{W}{J} = \frac{9\times10^5}{4.2}$

$Q = 2.1 \times 10^5$ कैलोरी

**उदा.26. एक गैस के दाब और आयतन में परिवर्तन निम्नांकित चित्र में दिखाये गये चक्र ABCDA के अनुसार होता है–**




चित्र 13.27

**(i) इस ग्राफ से ज्ञात कीजिए-**
**A → B, B → C, C → D, D → A**
**प्रक्रमों में किया गया कार्य।**

**(ii) सम्पूर्ण चक्र ABCDA में किया गया कार्य।**

**हल:** (i) किसी ऊष्मागतिक प्रक्रम में किया गया कार्य उसके P – V वक्र तथा आयतन अक्ष के मध्य घिरे क्षेत्रफल के बराबर होता है। गैस द्वारा प्रक्रम A → B में किया गया कार्य

$W_1$ = क्षेत्रफल ABNM

$= (6 - 2) \times 10^{-3} \times 15$

$= 60 \times 10^{-3}$ जूल

प्रक्रम B → C में किया गया कार्य

$W_2 = PdV = P \times 0 = 0$

प्रक्रम C → D में कार्य

इस स्थिति में आयतन कम हो रहा है। अतः कार्य ऋणात्मक होगा

$W_3 = (2 - 6) \times 10^{-3} \times 6$

$= -24 \times 10^{-3}$ जूल

प्रक्रम D → A में कार्य

$W_4 = PdV = P \times 0 = 0$

(ii) सम्पूर्ण चक्र ABCDA में किया गया कार्य

$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$

$= 60 \times 10^{-3} + 0 - 24 \times 10^{-3} + 0$

$= (60 - 24) \times 10^{-3}$

$= 36 \times 10^{-3}$ जूल

**उदा.27 एक घन मीटर गैस का आयतन वायुमण्डलीय दाब पर प्रसारित होकर दुगुना हो जाता है। किये गये कार्य का मान ज्ञात कीजिए। यदि यह कार्य पूर्णरूप से 2 किग्रा. द्रव्यमान कण की गति के लिए उपयोग में लाया जाये तब कण का वेग ज्ञात कीजिए।**

**(वायुमण्डलीय दाब $10^5$ न्यूटन/मी.$^2$)**

**हल:** समदाबी प्रक्रम में कार्य

$\Delta W = PdV = P(V_2 - V_1)$

$\Delta W = 10^5 (2 - 1) = 10^5$ जूल

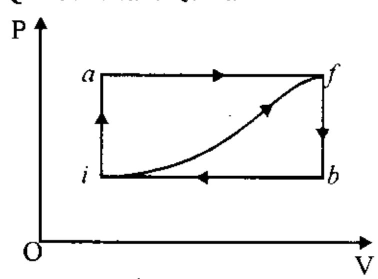
यदि कार्य कण की गति के लिए प्रयुक्त हो तो

$$\Delta W = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = \frac{2\Delta W}{m} = \frac{2\times10^5}{2} = 10^5$$

$\therefore \quad v = \sqrt{10^5}$ मी./से.

**उदा.28. चित्रानुसार जब किसी निकाय को अवस्था *i* से *f* तक *iaf* मार्ग से ले जाया जाता है, तो इसके द्वारा अवशोषित ऊष्मा ΔQ = 50 कैलोरी तथा इसके द्वारा किया गया कार्य ΔW = 20 कैलोरी है। यदि मार्ग *ibf* द्वारा ले जाने पर ΔQ = 36 कैलोरी हो तो–**




चित्र 13.28

**(i) *ibf* मार्ग पर कार्य की गणना करो।**

**(ii) यदि मार्ग *fi* के लिए कार्य ΔW = –13 कैलोरी हो तो इस मार्ग के लिए ΔQ क्या होगी?**

**(iii) यदि $U_i$ = 10 कैलोरी हो तो $U_f$ क्या होगी?**

**(iv) यदि $U_b$ = 22 कैलोरी हो तो *ib* तथा *bf* मार्ग के लिए ΔQ क्या होगी?**

**हल:** (i) आन्तरिक ऊर्जा U का मान प्रारंभिक तथा अन्तिम स्थिति पर निर्भर करता है, न कि पथ पर

$\therefore \quad U_f - U_i = dU = \Delta Q - \Delta W$

= 50 – 20 = 30 कैलोरी

*ibf* मार्ग पर ΔQ = 36 कैलोरी है

$\therefore$ कार्य ΔW = ΔQ – dU = 36 – 30 = 6 कैलोरी

(ii) *fi* मार्ग के लिए

ΔQ = dU + ΔW = –30 –13

= –43 कैलोरी

(iii) $U_i = 10$ कैलोरी है

$\because \quad U_f - U_i = 30$

$\Rightarrow \quad U_f = U_i + 30 = 10 + 30$

$= 40$ कैलोरी

(iv) $U_b = 22$ कैलोरी है $\therefore$ *ib* मार्ग के लिए

$$\Delta Q = dU + \Delta W$$
$$= U_b - U_i + \Delta W$$
$$= 22 - 10 + 6$$
$$= 18 \text{ कैलोरी}$$

यहाँ *bf* मार्ग के लिए $dV = 0$

अतः *bf* मार्ग के लिए $\Delta W = 0$

$\therefore$ *ibf* मार्ग पर कार्य = *ib* मार्ग पर कार्य

*bf* मार्ग के लिए

$$\Delta Q = dU + 0$$
$$= U_f - U_b = 40 - 22 = 18 \text{ कैलोरी}$$

**उदा.29 0.5 मोल $CO_2$ को स्थिर दाब पर 25°C से 125°C तक गर्म किया जाता है। यदि $CO_2$ के लिए $C_P = 8$ कैलोरी/मोल × °C तथा $C_V = 6$ कैलोरी/मोल × °C तो गणना कीजिए-**

**(i) गैस को दी गयी ऊष्मा**

**(ii) गैस की आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि**

हल: (i) गैस को दी गयी ऊष्मा

$$\Delta Q = nC_p dT$$
$$= 0.5 \times 8 \times (125 - 25)$$
$$= 0.5 \times 8 \times 100$$
$$= 400 \text{ कैलोरी}$$

(ii) गैस की आन्तरिक ऊर्जा में वृद्धि

$$dU = nC_v dT$$
$$= 0.5 \times 6 \times (125 - 25)$$
$$= 0.5 \times 6 \times 100$$
$$= 300 \text{ कैलोरी}$$

**उदा.30. 0.2 मोल नाइट्रोजन का ताप स्थिर दाब पर 37° C से 337° C तक बढ़ाने में किया गया कार्य ज्ञात कीजिए।**

**$C_p = 7$ कैलोरी/मोल °C**

**इस प्रक्रिया में गैस स्वयं कितना बाह्य कार्य करेगी?**

हल: स्थिर दाब पर *n* मोल गैस का ताप *dT* बढाने में दी गई ऊष्मा

$$\Delta Q = nC_p dT$$
$$= 0.2 \times 7\,(337 - 37)$$
$$= 0.2 \times 7 \times 300 = 420 \text{ कैलारी}$$

नाइट्रोजन पर किया गया तुल्य कार्य

$$\Delta W = J\Delta Q$$
$$= 4.2 \times 420 = 1764 \text{ जूल}$$

आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन

$$dU = nC_v dT$$
$$C_v = C_p - R$$
$$= 7 - 2 = 5 \text{ कैलारी/मोल °C}$$
$$dU = 0.2 \times 5 \times (337 - 37)$$
$$= 0.2 \times 5 \times 300 = 300 \text{ कैलोरी}$$

गैस द्वारा किया गया कार्य

$$\Delta W = \Delta Q - dU$$
$$= 420 - 300$$
$$= 120 \text{ कैलोरी}$$
$$= 120 \times 4.2 = 504 \text{ जूल}$$

**उदा.31. सामान्य ताप तथा दाब (N.T.P.) पर हवा का घनत्व 1.293 किग्रा/मी.$^3$ तथा नियत आयतन विशिष्ट ऊष्मा ($C_v$) का मान 169 कैलोरी/किग्रा × केल्विन है। हवा के लिए नियत दाब पर विशिष्ट ऊष्मा ($C_p$) की गणना कीजिये।**

हल: $$\text{घनत्व} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}$$

1 किग्रा. हवा का आयतन

$$V = \frac{1}{1.293}$$

सामान्य दाब अर्थात् 76 सेमी. पारे के स्तम्भ का दाब

$$P = h\rho g$$
$$= 76 \times 10^{-2} \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8 \ \frac{\text{न्यूटन}}{\text{मी.}^2}$$

सामान्य ताप $T = 273$ K

1 किग्रा. हवा के लिए

$$PV = RT$$
$$R = \frac{PV}{T}$$
$$= \frac{(76 \times 10^{-2} \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8)\left(\frac{1}{1.293}\right)}{273}$$
$$= \frac{76 \times 136 \times 98 \times 10^{-1}}{273 \times 1.293}$$
$$= 286.96 \text{ जूल/किग्रा} \times \text{केल्विन}$$

मेयर सम्बन्ध से–

$$C_p = C_v + \frac{R}{J}$$

जहां $$J = 4.2 \ \frac{\text{जूल}}{\text{कैलोरी}}$$

$$= 169 + \frac{286.96}{4.2}$$
$$= 169 + 68.32$$
$$= 273.32 \text{ कैलोरी/किग्रा.} \times \text{केल्विन}$$

**उदा.32. एक घन मीटर गैस का आयतन $10^5$ न्यूटन/मी.$^2$ दाब पर प्रसारित होकर दुगुना हो जाता है। तब स्थिर ताप पर किये गये कार्य का मान ज्ञात कीजिए।**

हल: दिया गया है–

$$P_1 = 10^5 \text{ न्यूटन/मी.}^2$$
$$V_1 = 1 \text{ मी.}^3$$
$$V_2 = 2 \text{ मी.}^3$$

स्थिर ताप पर किया गया कार्य

$$W = 2.303 nRT \log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$\because \quad P_1V_1 = nRT$

$$\therefore \quad W = 2.303 P_1V_1 \log_{10}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$= 2.303\times10^5\times1\times\log_{10}\left(\frac{2}{1}\right)$$

$$= 2.303\times10^5\times0.3010$$

$$= 6.93\times10^4 \text{ जूल}$$

**उदा.33. यदि 30°C तथा 76 सेमी. पारे के दाब पर किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान को (i) धीरे-धीरे (ii) तेजी से दबायें तो उसका आयतन प्रारंभिक आयतन का आधा रह जाता है। प्रत्येक दशा में अन्तिम दाब तथा ताप ज्ञात कीजिए। (दिया है $\gamma = 1.5$)**

**हल:** यदि गैस के प्रारंभिक दाब व आयतन क्रमशः $P_1$ व $V_1$ तथा अन्तिम दाब व आयतन क्रमशः $P_2$ व $V_2$ हो तो धीरे–धीरे सम्पीड़न (समतापी संपीड़न) के लिए

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

दिया गया है– $V_2 = \frac{V_1}{2}$, $P_1$ = 76 सेमी. पारे का दाब

$$\therefore \quad P_2 = \frac{P_1V_1}{V_2}$$

$$= \frac{76\times V_1}{\frac{V_1}{2}} = 152 \text{ सेमी. पारे का दाब}$$

जबकि समतापी संपीड़न होने के कारण अन्तिम ताप = 30°C गैस को तेजी से दबाने पर (अर्थात् रूद्धोष्म संपीड़न के लिए)

$$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$$

$$\Rightarrow \quad P_2 = P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = P_1\left(\frac{V_1}{V_1/2}\right)^\gamma = P_1(2)^\gamma$$

$$P_2 = 76(2)^{1.5} = 76(2)^{3/2}$$

$$= 76\times2\times\sqrt{2}$$

$$= 215 \text{ सेमी. पारे का दाब}$$

रूद्धोष्म संपीड़न के लिए

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

दिया गया है– $T_1 = 30°C$
$= 30 + 273 = 303\text{ K}$
$\gamma = 1.5$

$$T_2 = 303\left(\frac{V_1}{\frac{V_1}{2}}\right)^{1.5-1}$$

$$= 303(2)^{0.5}$$

$$= 303\times\sqrt{2}$$

$$= 428.5\text{ K}$$

$$= 155°C$$

**उदा.34. एक आदर्श गैस को संपीड़ित कर उसका आयतन एक चौथाई कर दिया जाता है। प्रारंभिक दाब एक वायुमण्डलीय हो तथा $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.5$ हो तो अन्तिम दाब कितना होगा यदि संपीड़न (i) समतापी हो (ii) रूद्धोष्म हो**

**हल:** (i) समतापी प्रक्रम के लिए–

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$\Rightarrow \quad P_2 = P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

दिया गया है– $P_1$ = 1 वायुमण्डलीय दाब

$$V_2 = \frac{V_1}{4}$$

$$P_2 = \left(\frac{V_1}{\frac{V_1}{4}}\right) = 4 \text{ वायुमण्डलीय दाब}$$

(ii) रूद्धोष्म प्रक्रम के लिए–

$$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$$

$$\Rightarrow \quad P_2 = P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = 1\left(\frac{V_1}{\frac{V_1}{4}}\right)^{1.5}$$

$$= 1(4)^{1.5} = (4)^{3/2}$$

$$= 2^3 = 8 \text{ वायुमण्डलीय दाब}$$

**उदा.35. किसी गैस का रूद्धोष्म संपीड़न के पश्चात् ताप 450 K हो जाता है। यदि प्रारंभिक ताप 300 K हो तो कार्य की गणना कीजिए। ($R = 8.3$ जूल/मोल–K, $\gamma = 1.5$)**

**हल:** रूद्धोष्म प्रक्रम के लिये कार्य

$$W = \frac{R}{\gamma-1}(T_1 - T_2)$$

$$= \frac{8.3}{1.5-1}(300-400)$$

$$= -\frac{8.3\times150}{0.5} = -83\times30$$

$$W = -2490 \text{ जूल}$$

यहाँ ऋणात्मक चिन्ह यह व्यक्त करता है कि गैस पर कार्य हो रहा है।

## पाठ्य पुस्तक के प्रश्न

### अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

**प्र.1** यदि दो निकाय **A** व **B** किसी तीसरे निकाय **C** से अलग–अलग ऊष्मीय साम्य अवस्था में हैं तो **A** व **B** क्या आपस में भी ऊष्मीय साम्य अवस्था में होंगे?

उत्तर–हाँ, ऊष्मा गतिकी के शून्यांकी नियम के अनुसार A व B आपस में भी

ऊष्मीय साम्य अवस्था में होंगे।

**प्र.2 क्या ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम से किसी क्रिया के होने की दिशा का ज्ञान हो सकता है?**

उत्तर–नहीं, प्रथम नियम की प्रमुख अपर्याप्तता के अनुसार इस नियम से क्रिया की दिशा का ज्ञान नहीं होता है।

**प्र.3 मेयर का सम्बन्ध लिखिये।**

उत्तर–$C_p - C_v = R$, मेयर का संबंध जाना जाता है,
जहाँ $C_p$ = स्थिर दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा,
$C_v$ = स्थिर आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा
तथा R = सार्वत्रिक गैस नियतांक है।

**प्र.4 किसी आदर्श गैस के रूद्धोष्म प्रसार में *P* व *V* के मध्य सम्बन्ध लिखिये।**

उत्तर–आदर्श गैस के रुद्धोष्म प्रसार में $P.V^\gamma$ = नियतांक

(जहाँ $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ )

**प्र.5 ऊष्मा इंजन की दक्षता की विमा क्या होती है?**

उत्तर–दक्षता विमाहीन राशि है अर्थात् दक्षता = $[M^0L^0T^0]$

**प्र.6 समदाबीय प्रक्रम में निकाय की अवस्था परिवर्तन से दाब में क्या परिवर्तन होता हैं?**

उत्तर–दाब में कोई परिवर्तन नहीं होता, दाब नियत रहता है।

**प्र.7 क्या किसी गैस के ताप में वृद्धि बिना ऊष्मा दिये की जा सकती है?**

उत्तर–हाँ, रुद्धोष्म प्रक्रम में गैस के ताप में वृद्धि बिना ऊष्मा दिये की जा सकती है।

**प्र.8 ऊष्मागतिकी का शून्यांकी नियम किस ऊष्मागतिकी चर को परिमाषित करता है?**

उत्तर–ऊष्मागतिकी का शून्यांकी नियम ऊष्मागतिकी चर **ताप** को परिभाषित करता है।

**प्र.9 समतापीय व रूद्धोष्म प्रक्रम में किसी गैस की विशिष्ट ऊष्मा क्या होती है?**

उत्तर–**समतापीय प्रक्रम** में गैस की विशिष्ट ऊष्मा **अनन्त** होती है।
जबकि **रुद्धोष्म प्रक्रम** में गैस की विशिष्ट ऊष्मा **शून्य** होती है।

**प्र.10 कार्नो चक्र किस प्रकार का प्रक्रम है?**

उत्तर–कार्नो चक्र **उत्क्रमणीय चक्रीय प्रक्रम** है।

**प्र.11 कार्नो इंजन की दक्षता किस पर निर्भर करती हैं ?**

उत्तर–कार्नो इंजन की दक्षता स्रोत के ताप एवं सिंक के ताप पर निर्भर करती है।

## लघूत्तरात्मक प्रश्न

**प्र.1 "उत्क्रमणीयता एक आदर्श इंजन की कसौटी है" उक्त कथन की व्याख्या कीजिये।**

उत्तर–उत्क्रमणीयता एक ऐसी प्रक्रिया होती है जिसको विपरीत क्रम में ठीक उन्हीं अवस्थाओं में सम्पन्न किया जा सके, जिस अवस्थाओं में इसे सीधे क्रम में सम्पन्न किया गया हो अर्थात् निकाय एवं उसका परिवेश वापस अपनी मूल अवस्था प्राप्त कर सकें। इसके लिये ऊर्जा की हानि करने वाले प्रभाव (घर्षण, श्यानता, प्रतिरोध आदि) अनुपस्थित हों और साथ ही चालन, संवहन एवं विकिरण द्वारा ऊर्जा हानि न हो। ऐसा होने पर प्रयुक्त ऊर्जा बिना किसी ऊर्जा हानि के कार्य में रुपान्तरित की जा सकेगी और तब निकाय की दक्षता शत प्रतिशत होगी और यही एक आदर्श इंजन की आवश्यक शर्त है। अत: उत्क्रमणीयता एक आदर्श इंजन की कसौटी है।

**प्र.2 ऊष्मा इंजन की दक्षता की व्याख्या कीजिये।**

उत्तर–ऊष्मा इंजन द्वारा एक पूर्ण चक्र में किये गये उपयोगी कार्य तथा कार्यकारी पदार्थ द्वारा स्रोत से प्राप्त की गई ऊष्मा की मात्रा का अनुपात, उस इंजन की दक्षता कहलाता है। इसे $\eta$ से व्यक्त करते हैं।

$$\therefore \quad \eta = \frac{\text{किया गया कार्य}}{\text{ली गई ऊष्मा}} = \frac{W}{Q_1}$$

किन्तु चक्रीय प्रक्रम के लिये ऊष्मा गतिकी के प्रथम नियम से,

$$\Delta U = 0 \text{ तथा } \Delta Q = \Delta W$$

$$\therefore \quad W = (Q_1 - Q_2)$$

$$\therefore \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \text{ या } \eta = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right)$$

$Q_1$ = स्रोत से प्राप्त की गई ऊष्मा, $Q_2$ = सिंक को दी गई ऊष्मा

यदि इंजन संपूर्ण ऊष्मा को कार्य में बदलता हो तो $W = Q$ तथा $Q_2 = 0$ और तब $\eta = 1$, ऐसा इंजन आदर्श ऊष्मा इंजन होगा।

किन्तु व्यवहार में ऊष्मा इंजन की दक्षता का मान सदैव 1 से कम अर्थात् 100% से कम पाया जाता है।

**प्र.3 ऊष्मागतिकी क्या हैं? ऊष्मागतिकी के शून्यांकी नियम की व्याख्या कीजिये तथा इसके महत्व पर प्रकाश डालिये।**

उत्तर–**ऊष्मा गतिकी**–ऊष्मागतिकी भौतिक विज्ञान की वह शाखा है, जिसके अन्तर्गत ताप व ऊष्मा की अभिधारणाओं, ऊष्मीय ऊर्जा का अन्य ऊर्जाओं में एवं अन्य ऊर्जाओं का ऊष्मीय ऊर्जा में रुपान्तरण, ऊष्मा व यांत्रिक कार्य के मध्य संबंध का अध्ययन किया जाता है।

**ऊष्मागतिकी का शून्यांकी नियम**–"यदि दो निकाय किसी अन्य निकाय से अलग-अलग ऊष्मीय साम्य में हो तो वे आपस में भी ऊष्मीय साम्य में होंगे।" इसे ऊष्मा गतिकी का शून्यांकी नियम कहते हैं।

यदि निकाय A और B किसी अन्य निकाय C के साथ अलग-अलग तापीय साम्य रखते हैं तो इस नियम के अनुसार A व B दोनों भी परस्पर तापीय साम्य में होंगे।

**शून्यांकी नियम का महत्व**–तापीय साम्य का निर्धारण भौतिक राशि ताप से करते हैं तथा शून्यांकी नियम से हमें ताप की अभिधारणा का ज्ञान होता है।

**प्र.4 एक निकाय की ऊष्मा, कार्य व आन्तरिक ऊर्जा की व्याख्या कीजिये।**

उत्तर–**ऊष्मा**–ऊष्मा ऊर्जा का एक रूप है, जो निकाय में उपस्थित पदार्थों के अणुओं व परमाणुओं की गति से सम्बद्ध स्थानान्तरीय, घूर्णी एवं कंपन ऊर्जा के रूप में विद्यमान रहती है। यह वस्तु की ताप सम्बन्धी स्थिति का बोध कराती है तथा वस्तुओं के बीच गमन के रूप में प्रगट होती है।

**कार्य**–जब किसी निकाय पर बल लगाकर उसके आयतन में परिवर्तन किया जाता है, तो निकाय पर कार्य सम्पन्न होता है। इसके विपरीत यदि निकाय बाह्य बलों के विरुद्ध आयतन में परिवर्तन कर देता है तो निकाय

द्वारा कार्य सम्पन्न होता है।

यदि किसी ऊष्मागतिक निकाय (गैस) के प्रारंभिक आयतन, दाब व अंतिम आयतन क्रमशः $V_1$, P व $V_2$ हो तो कुल सम्पन्न कार्य

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$$

**आंतरिक ऊर्जा**–आंतरिक ऊर्जा से अभिप्राय उस अदृश्य ऊर्जा से है, जो निकाय के अणुओं से सम्बद्ध होती है। आंतरिक ऊर्जा को U से निरुपित करते हैं। यह ऊर्जा गतिज तथा स्थितिज दोनों रूपों में होती है। आंतरिक स्थितिज ऊर्जा ($U_p$) अन्तराणुविक बलों के कारण तथा निकाय (गैस) में अणुओं की यादृच्छिक गति के कारण आंतरिक गतिज ऊर्जा ($U_K$) होती है। गतिज आंतरिक ऊर्जा ताप का मापक होती है तथा निकाय का ताप नियत होने पर अपरिवर्तित बनी रहती है। निकाय की आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन केवल उसकी प्रारंभिक व अंतिम अवस्थाओं पर निर्भर करता है, न कि उसके पथ पर। यह परिवर्तन ताप के साथ-साथ गैस के द्रव्यमान व उसकी विशिष्ट ऊष्मा पर भी निर्भर करता है।

**प्र.5 ऊष्मागतिकीय निकाय, ऊष्मागतिकीय चर राशियाँ व ऊष्मागतिकीय प्रक्रम से आप क्या समझते हैं ?**

उत्तर–**ऊष्मा गतिकीय निकाय**–वह निकाय जिसकी अवस्था को दाब, आयतन तथा ताप से परिभाषित किया जा सके ऊष्मा गतिक निकाय कहलाता है। उदाहरण के लिये किसी पिस्टनयुक्त सिलेण्डर में बंद गैस एक ऊष्मा गतिक निकाय है।

**ऊष्मागतिकीय चर राशियाँ**–जिन राशियों में एक या अधिक में परिवर्तन करने पर ऊष्मा गतिक निकाय की अवस्था प्रभावित हो, ऊष्मागतिकीय चर राशियाँ कहलाती है। दाब P, आयतन V तथा ताप T ऊष्मागतिक चर राशियाँ होती हैं।

**ऊष्मा गतिकीय प्रक्रम**–ऐसा प्रक्रम जिसमें दाब (P), आयतन (V) तथा ताप T ऊष्मागतिकीय स्वतंत्र चरों में से किन्हीं दो में परिवर्तन करके निकाय की अवस्था बदली जाती है, ऊष्मागतिकय प्रक्रम कहलाता है।

**प्र.6 समतापीय प्रक्रम में किये गये कार्य को समझाइये।**

उत्तर–**समतापीय प्रक्रम में किया गया कार्य**–यदि किसी गैस को दाब P के विरुद्ध प्रसारित करके उसका आयतन dV से बढ़ा दिया जावे तो प्रसरण में किया गया कार्य,

$$dW = P \cdot dV \qquad ...(1)$$

नियत ताप T पर यदि गैस का आयतन $V_1$ से $V_2$ तक परिवर्तित किया जाये तो कुल किया गया कार्य,

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV \qquad ...(2)$$

किन्तु अवस्था समीकरण $P \cdot V = nRT$ से

$$P = \frac{nRT}{V} \qquad ...(3)$$

P का मान समी. (2) में रखने पर

$$W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} \cdot dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} \cdot dV$$

या $$W = nRT[\log_e V]_{V_1}^{V_2}$$

या $$W = nRT[\log_e V_2 - \log_e V_1]$$

या $$W = nRT \log_e \left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

या $$W = 2.303\, nRT \log_{10} \frac{V_2}{V_1} \qquad ...(4)$$

**प्र.7 ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम की व्याख्या कीजिये।**

उत्तर–**ऊष्मागतिकी का प्रथम नियम**–जब किसी विलगित निकाय को ऊष्मा प्रदान की जाती है, तो बाह्य कार्य के सम्पन्न होने पर निकाय की आंतरिक ऊर्जा में वृद्धि (dU) प्रदान की गई ऊष्मा (ΔQ) और बाह्य कार्य (ΔW) के अन्तर के बराबर होती है।

अर्थात् $$dU = \Delta Q - \Delta W \qquad ...(1)$$

समी. (1) ऊष्मागतिकी का प्रथम नियम समीकरण कहलाता है। जब निकाय भिन्न-भिन्न पथों द्वारा एक अवस्था से दूसरी अवस्था में लाया जाता है तो पथों की भिन्नता के अनुसार ΔQ व ΔW के मान भिन्न-भिन्न होते हैं, किन्तु अंतर (ΔQ – ΔW) का मान अर्थात् आंतरिक ऊर्जा में वृद्धि की मात्रा dU प्रत्येक पथ के लिये अपरिवर्तित रहती है, जो पथ पर निर्भर नहीं करती है। अतः पथ के अनुसार Q व W परिवर्तशील व U अपरिवर्तित रहती है।

∴ $$\Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

या $$\Delta Q = dU + \Delta W \qquad ...(2)$$

ये सभी राशियाँ कार्य के मात्रक में नापी गई मानली गई है। यदि ऊष्मा व आंतरिक ऊर्जा को कैलोरी तथा कार्य को जूल में प्रदर्शित करें तो समी. (2) निम्न रूप में लिखा जाता है।

$$\Delta Q = dU + \frac{\Delta W}{J} \qquad ...(3)$$

जहाँ J, ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक है, जिसका मान 4.18 J/Cal. होता है।

**प्र.8 मेयर के सम्बन्ध की व्युत्पत्ति कीजिये।**

उत्तर–एक बंद पात्र में m किग्रा मोल आदर्श गैस की कल्पना करते हैं। यदि इस गैस को ΔQ ऊष्मा देने पर निकाय की आंतरिक ऊर्जा में वृद्धि dU होती है तथा शेष ऊष्मा बाह्य बलों के विरुद्ध कार्य ΔW में बदल जाती है। अतः ऊष्मा गतिकी के प्रथम निकाय से,

$$\Delta Q = dU + \Delta W$$

या $$\Delta Q = dU + P.dV \qquad ...(1)$$

स्थिर दाब पर m किग्रा मोल इस गैस के ताप में वृद्धि dT के लिये आवश्यक ऊष्मा

$$\Delta Q = mC_p \cdot dT \qquad ...(2)$$

जहाँ $C_p$ स्थिर दाब पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा धारिता है।

आदर्श गैस अवस्था समीकरण

$$P \cdot V = nRT \text{ से}$$

$$n = \frac{m}{M} \text{ रखने पर}$$

$$P \cdot V = \frac{m}{M} \cdot RT \qquad ...(3)$$

जहाँ m गैस का द्रव्यमान तथा M गैस का अणुभार

समी. (3) का स्थिर दाब पर अवकलन करने पर,

$$P\cdot dV = \frac{m}{M}R\cdot dT \quad JKg^{-1}K^{-1} \qquad ...(4)$$

जब उसी गैस को स्थिर आयतन पर गर्म किया जाये तब $dV = 0$

अत: समी. (1) से

$$\Delta Q = dU = m\cdot C_v\cdot dT \qquad ...(5)$$

यहाँ $C_v$ स्थिर आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्माधारिता है। अत: समी. (2), (4) व (5) से मान समी. (1) में रखने पर

$$m\cdot C_p\cdot dT = mC_v\cdot dT + \frac{m}{M}R\cdot dT$$

या

$$C_p = C_v + \frac{R}{M} \qquad ...(6)$$

यदि M = 1 ग्राम अणु मोल हो तो

$$C_p = C_v + R$$

$$C_p - C_v = R \qquad ...(7)$$

उपरोक्त समी. (7) मेयर का संबंध जाना जाता है।

समी. (7) में सभी राशियाँ जूल में हैं। यदि $C_p$ व $C_v$ कैलोरी में हों तो, सम्बन्ध

$$C_p - C_v = \frac{R}{J} \text{ होता है।}$$

सूत्र में R सार्वत्रिक गैस नियतांक है, जिसका मान $8.3 \times 10^3$ J kg $mol^{-1}$ $K^{-1}$ होता है।

**प्र.9** उत्क्रमणीय व अनुत्क्रमणीय इंजन में अन्तर स्पष्ट कीजिये।

उत्तर–**उत्क्रमणीय इंजन**–

1. उत्क्रमणीय प्रक्रम की सभी शर्तों की अनुपालना करने वाला इंजन होता है।
2. ऐसे इंजन की दक्षता केवल स्रोत व सिंक के तापों पर निर्भर करती है।
3. दो निर्धारित तापों के बीच कार्य करने वाले सभी उत्क्रमणीय इंजनों की दक्षता समान होती है।
4. ऐसे इंजन में एक चक्रीय प्रक्रम पूरा होने पर कार्यकारी पदार्थ अपनी पूर्व मूल अवस्था प्राप्त कर लेता है।
5. अनुत्क्रमणीय इंजन की तुलना में इनकी दक्षता अधिक होती है।

**अनुत्क्रमणीय इंजन**

1. इस इंजन की कार्य प्रणाली के विभिन्न चरण अनुत्क्रमणीय प्रक्रम में सम्पन्न होते हैं।
2. इस इंजन की दक्षता स्रोत व सिंक के तापों के अलावा, कार्यकारी पदार्थ तथा बाह्य परिवेश पर भी निर्भर करता है।
3. दो निर्धारित तापों के बीच कार्य करने वाले ऐसे [illegible] इंजनों की दक्षता प्राय: भिन्न होती है।
4. ऐसे इंजन में एक चक्रीय प्रक्रम पूरा होने पर कार्यकारी पदार्थ अपनी पूर्व मूल अवस्था में नहीं आ पाता है।
5. इन इंजनों की दक्षता उत्क्रमणीय इंजनों की अपेक्षा कम होती है।

व्यवहार में कोई भी इंजन न तो आदर्श होता है और न ही उत्क्रमणीय होता है। कार्नो इंजन उत्क्रमणीय इंजन का एक काल्पनिक उदाहरण है।

**प्र.10** किसी गैस के रूद्धोष्म प्रसार को समझाते हुये किये गये कार्य की व्याख्या कीजिये।

उत्तर–**गैस का रुद्धोष्म प्रसार**–जब पूर्णत: कुचालक दीवारों वाले पात्र में कोई गैस लेकर निकाय को न तो ऊष्मा दी जाती है और न ही उससे ऊष्मा ली जाती है, तब बिना ऊष्मा के आदान–प्रदान के गैस का आयतन बढ़ाया जाता है तो इस प्रक्रम को गैस का रुद्धोष्म प्रसार कहते हैं।

इस प्रक्रम में,

$$\Delta Q = O$$

$$\therefore \quad dU = -\Delta W \text{ या } -dU = +\Delta W$$

गैस के प्रसार में आयतन वृद्धि dV से कार्य $\Delta W = P\cdot dV$ धनात्मक होता है, तब आंतरिक ऊर्जा में कमी अर्थात् निकाय का ताप गिरता है।

ऐसा प्रक्रम अचानक अर्थात् अति तीव्र वेग से होना चाहिए ताकि ऊष्मा को आदान–प्रदान के लिये समय ही नहीं मिल पाता।

वाहन के ट्यूब, वायु से भरे गुब्बारे का अचानक फटना इसके उदाहरण है।

**रुद्धोष्म प्रसार के किया गया कार्य**–

एक गैस अवस्था A से रुद्धोष्म प्रसार द्वारा अवस्था B में आती है। उसके दाब, आयतन और ताप अवस्था A में क्रमश: $P_1$, $V_1$ तथा $T_1$ तथा अवस्था B में क्रमश: $P_2$, $V_2$ तथा $T_2$ हो जाते हैं।

यदि दाब P पर रुद्धोष्म प्रक्रम से आयतन में परिवर्तन dV होता हो तो इस अल्प आयतन परिवर्तन के लिये किया गया कार्य

$$dW = P\cdot dV$$

अत: गैस के रुद्धोष्म प्रक्रम में A से B तक आने में कुल किया गया कार्य,

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P\cdot dV \qquad ...(1)$$

किन्तु रुद्धोष्म अवस्था समीकरण $P\cdot V^\gamma = K$ से $P = \frac{K}{V^\gamma} = KV^{-\gamma}$ मान समी. (1) में रखने पर,

$$W = \int_{V_1}^{V_2} K\cdot V^{-\gamma}\cdot dV = K\left[\frac{V^{\gamma+1}}{-\gamma+1}\right]^{V_2}$$

या

$$W = \frac{-K}{\gamma-1}\left[V_2^{-\gamma+1} - V_2^{-\gamma+1}\right]$$

या

$$W = \frac{1}{\gamma-1}\left[K\cdot V_1^{-\gamma+1} - KV_2^{-\gamma+1}\right] \qquad ...(2)$$

किन्तु $P_1\cdot V_1^\gamma = P_2\cdot V_2^\gamma = K$ से K का मान समी. (2) में रखने पर,

$$W = \frac{1}{(\gamma-1)}\left[P_1\cdot V_1^\gamma V_1^{-\gamma+1} - P_2\cdot V_2^\gamma V_2^{-\gamma+1}\right]$$

$$W = \frac{1}{(\gamma-1)}\left[P_1\cdot V_1 - P_2\cdot V_2\right] \qquad ...(3)$$

किन्तु n मोल आदर्श गैस के लिये अवस्था समी. PV = nRT से

$$P_1\cdot V_1 = nRT_1 \text{ तथा } P_2\cdot V_2 = nRT_2$$

$$W = \frac{1}{(\gamma-1)}(nRT_1 - nRT_2)$$

$$W = \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_2) \qquad ...(4)$$

**प्र.11** कार्नो इंजन की दक्षता का सूत्र व्युत्पन्न करते हुए व्याख्या कीजिये।

उत्तर–**कार्नो इंजन की दक्षता के सूत्र की व्युत्पत्ति**

कार्नो इंजन की दक्षता उपयोगी कार्य में परिणित ऊष्मा एवं इंजन को प्रदान की गई कुल ऊष्मा का अनुपात होता है।

अत: $$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right)$$

किन्तु $$(Q_1 - Q_2) = R\,(T_1 - T_2)\log_e\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

तथा $$Q_1 = RT_1 \log_e\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\therefore \quad \eta = \frac{R(T_1 - T_2)\log_e \frac{V_2}{V_1}}{RT_1 \log_e \frac{V_2}{V_1}} \Rightarrow \eta = \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right)$$

$$\therefore \quad \eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

∴ कार्नो इंजन की दक्षता

$$\eta = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right) = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

**व्याख्या**–कार्नों इंजन चार चरणों में कार्य करता है।

**(i) पहला चरण ( समतापी प्रसरण प्रक्रम )**–इस चरण में बेरल स्रोत पर रखा जाता है। धीरे-धीरे पिस्टन पीछे की ओर धकेले जाने से गैस प्रसारित होती है। गैस स्रोत से $Q_1$ नियत ताप $T_1$ पर समतापी प्रक्रम द्वारा ऊष्मा लेती है। गैस अवस्था $A(P_1, V_1, T_1)$ से अवस्था $B(P_2, V_2, T_1)$ में आती है जहाँ आयतन $V_1$ से बढ़कर $V_2$ हो जाता है और दाब घटकर $P_1$ से $P_2$ हो जाता है। यदि प्रक्रम के दौरान $Q_1$ ऊष्माप्रदान करने से $W_1$ कार्य सम्पन्न हुआ हो तो

$$Q_1 = W_1 = RT_1 \log_e \frac{V_2}{V_1} \qquad ...(1)$$

**(ii) दूसरा चरण ( रुद्धोष्म प्रसरण प्रक्रम )** स्रोत से हटाकर इस चरण में बेरल ऊष्मारोधी स्टेण्ड पर लाया जाता है। पिस्टन को रुद्धोष्म प्रक्रिया से गैस के प्रसरण के लिये पीछे धकेला जाता है अत: गैस अवस्था $B(P_2, V_2, T_1)$ से अवस्था $C(P_3, V_3, T_2)$ में आती है, जिसमें ताप $T_1$ से गिरकर $T_2$, आयतन $V_2$ से बढ़कर $V_3$ तथा दाब $P_2$ से घटकर $P_3$ हो जाता है, तब यदि इस प्रक्रम में $W_2$ कार्य सम्पन्न हुआ हो तो,

$$W_2 = \frac{R}{(\gamma - 1)}(T_1 - T_2) \qquad ...(2)$$

**(iii) तृतीय चरण ( समतापी संपीडन प्रक्रम )** स्टेण्ड से हटाकर इस चरण में बेरल सिंक के सम्पर्क में लाया जाता है। समतापी प्रक्रम से पिस्टन को नीचे की ओर धकेले जाने पर गैस संपीडित होकर अवस्था $C(P_3, V_3, T_2)$ से अवस्था $D(P_4, V_4, T_2)$ में आती है, जिसमें नियत ताप $T_2$ पर आयतन $V_3$ से घटकर $V_4$ तथा दाब $P_3$ से बढ़कर $P_4$ हो जाता है, तथा $W_3$ कार्य पिस्टन पर किया जाता है जिससे $Q_2$ ऊष्मा सिंक को मुक्त होती है।

$$\therefore \quad Q_2 = (-W_3) = RT_2 \log_e \frac{V_3}{V_4} \qquad ...(3)$$

**(iv) चतुर्थ चरण ( रुद्धोष्म संपीडन प्रक्रम )** इस चरण में बेरल सिंक से हटाकर पुन: ऊष्मारोधी स्टेण्ड पर लाया जाता है। रुद्धोष्म प्रक्रम से पिस्टन को नीचे की ओर इतना धकेला जाता है कि गैस संपीडित होकर अवस्था $D(P_4, V_4, T_2)$ से प्रारंभिक अवस्था $A(P_1, V_1, T_1)$ में पुन: आ जावे। इसमें ताप $T_2$ से बढ़कर $T_1$, आयतन $V_4$ से घटकर $V_1$ तथा दाब $P_4$ से बढ़कर $P_1$ हो जाता है। यदि प्रक्रिया में $W_4$ कार्य सम्पन्न हुआ हो तो,

$$(-W_4) = \frac{R}{(\gamma - 1)}(T_1 - T_2) \qquad ...(4)$$

अत: पूर्ण एक उत्क्रमणीय चक्र में कुल किया गया कार्य

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \qquad ...(5)$$

विश्लेषण विधि से हल करने पर

$$W = R(T_1 - T_2)\ \log_e \frac{V_2}{V_1} \qquad ...(6)$$

प्राप्त होता है। अत: समी. (6) को समी. (1) से भाग देकर कार्नो इंजन की दक्षता की गणना करली जाती है।

$$\therefore \quad \eta = \frac{W}{Q_1} = \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right) = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

तथा $$\%\,\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\%$$

## निबंधात्मक प्रश्न

प्र.1 ऊष्मागतिकी के शून्यांकी, प्रथम व द्वितीय नियम की विस्तार पूर्वक व्याख्या कीजिये।

उत्तर–अनुच्छेद 13.3 13.6 तथा 13.11 पर देखें।

प्र.2 ऊष्मागतिकी के विभिन्न प्रक्रमों व उनमें किये गये कार्य की व्याख्या कीजिये।

उत्तर–अनुच्छेद 13.8 के सभी भाग पर देखें।

प्र.3 समतापी व रूद्धोष्म प्रक्रम में अन्तर स्पष्ट करते हुए इन प्रक्रमों में किये गये कार्य की गणना कीजिये।

उत्तर–अनुच्छेद 13.8.1, 13.8.4, 13.8.1.1 तथा 13.8.4.1 पर देखें।

प्र.4 कार्नो के उत्क्रमणीय इंजन की कार्यविधि लिखते हुए प्रत्येक प्रक्रम में किये गये कार्य को ***P-V*** वक्र द्वारा ज्ञात कीजिये तथा दक्षता का सूत्र व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर–अनुच्छेद 13.10.1 पर देखें।

प्र.5 ऊष्मागतिकी के द्वितीय नियम के केल्विन प्लांक व क्लॉशियस के कथनों को लिखिये तथा स्पष्ट कीजिये कि उक्त कथन एक दूसरे के तुल्य हैं।

उत्त.- अनुच्छेद 13.11 पर देखें।

प्र.6 कार्नो प्रमेय का कथन लिखते हुए व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर–अनुच्छेद 13.12 पर देखें।

## आंकिक प्रश्न

प्र.1 एक आदर्श इंजन की दक्षता **75 %** हैं तथा यह **283 K** ताप पर सिंक को **$2\times10^3$W** ऊष्मा निष्कासित करता हैं तो **(i)** स्त्रोत का ताप, **(ii)** प्रति मिनट इंजन द्वारा किया गया कार्य तथा **(iii)** एक चक्र में स्त्रोत से अवशोषित ऊष्मा की गणना कीजिये।

हल– आदर्श इंजन की दक्षता $\eta = 75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

सिंक का ताप $T_2 = 283\,K$

सिंक को निष्कासित ऊष्मा $Q_2 = 2 \times 10^3 W$

(i) स्रोत का ताप $T_1 = ?$

$$\because \quad \eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = (1-\eta)$$

$$\therefore \quad T_1 = \frac{T_2}{(1-\eta)} = \frac{283}{\left(1-\frac{3}{4}\right)} = \frac{283}{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore \quad T_1 = 283 \times 4 = 1132\,K$$

(ii) यदि स्रोत से ली गई ऊष्मा $Q_1$ हो तो

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \text{ या } Q_1 = \frac{T_1}{T_2} \times Q_2$$

$$Q_1 = \frac{1132}{283} \times 2 \times 10^3\ W = 8 \times 10^3\,W$$

∴ प्रति सेकण्ड किया गया कार्य $W_p = Q_1 - Q_2$

$= (8 \times 10^3 - 2 \times 10^3) = 6 \times 10^3 J/s$

∴ प्रति मिनट किया गया कार्य $= W = W_p \times t$

$$W = 6 \times 10^3 \frac{J}{s} \times 60s$$

या $W = 36 \times 10^4 J$

(iii) एक चक्र में स्रोत से अवशोषित ऊष्मा $Q_1 = 8 \times 10^3 W$

या $Q_1 = 8000\ J/s$

**प्र.2** **हिमांक व वाष्पांक के मध्य कार्य कर रहे कार्नो इंजन की दक्षता की गणना कीजिये?**

हल– $T_2 =$ हिमांक $= 0 + 273 = 273K$

$T_1 =$ वाष्पांक $= 100 + 273 = 373K$

∴ कार्नो इंजन की दक्षता $\eta = ?$

$$\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \left(1 - \frac{273}{373}\right) = \frac{100}{373}$$

$$\therefore \quad \%\eta = \frac{100}{373} \times 100 = \frac{10000}{3273} = 26.81\%$$

**प्र.3** **एक कार्नो इंजन की दक्षता 40 % है यदि इसका स्त्रोत का ताप 193.6 °C है तब सिंक का ताप ज्ञात करो।**

हल– कार्नो इंजन की दक्षता $\eta = 40\% = \frac{40}{100} = 0.40$

स्रोत का ताप $T_1 = 193.6 + 273 = 466.6K$

सिंक का ताप $T_2 = ?$

$$\therefore \quad \eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

या $T_2 = (1-\eta)\,T_1$

$= (1 - 0.40)\ 466.6K$

$= 0.60 \times 466.6K$

$= 279.96\,K \approx 280K$

$= (280 - 273)\ °C$

∴ सिंक का ताप $T_2 = 7°C$

**प्र.4** **एक कार्नो रेफ्रिजरेटर 260 K व 400 K तापों के मध्य कार्य करता है। यह निम्न ताप पर सिंक से 600 cal ऊष्मा लेता हैं तब उच्च ताप पर स्त्रोत की दी गई ऊष्मा व प्रत्येक चक्र में किये गये कार्य की गणना कीजिये।**

हल– कार्नो रेफ्रिजरेटर के ताप $T_1 = 400\,K$ तथा $T_2 = 260K$

निम्न ताप पर सिंक से ग्रहीत ऊष्मा $Q_2 = 600$ Cal

उच्च ताप पर स्रोत को दी गई ऊष्मा $= Q_1 = ?$

प्रत्येक चक्र में किया गया कार्य $W = ?$

$$\because \quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \text{ तब } Q_1 = \frac{T_1}{T_2} \times Q_2$$

$$\text{या} \quad Q_1 = \frac{400}{260} \times 600\text{ Cal} = \frac{12000}{13}\text{ Cal.}$$

∴ स्रोत को दी गई ऊष्मा $Q_1 = 923.07$ Cal $\approx 923.1$ Cal

प्रत्येक चक्र में किया गया कार्य

$$W = Q_2\left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right)$$

$$W = 600\left(\frac{400}{260} - 1\right)$$

$$W = 600 \times \frac{140}{260}\text{ Cal}$$

$W = 323.1\,Cal = 323.1 \times 4.2J$

$W = 1357J$

**प्र.5** **किसी कार्नो इंजन की दक्षता 100 K व *T* K तथा 180 K व 900 K के लिये समान है तब *T* की गणना कीजिए।**

हल– 100K व TK तापों के बीच कार्नो इंजन की दक्षता

$$\eta_1 = \left(1 - \frac{100}{T}\right)$$

150K व 900K तापों के बीच उसी कार्नो इंजन की दक्षता,

$$\eta_2 = \left(1 - \frac{180}{900}\right) = \frac{4}{5}$$

प्रश्नानुसार $\eta_2 = \eta_1$

$$\therefore \quad \frac{4}{5} = 1 - \frac{100}{T}$$

$$\text{या} \quad \frac{100}{T} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \quad T = 500\,K$$

**प्र.6** **दो कार्नो इंजन A व B श्रेणीक्रम में कार्यरत हैं पहला इंजन A, 900 K पर ऊष्मा प्राप्त करता हैं व T K ताप पर स्थित कुंड को निरस्त कर देता है दूसरा इंजन B पहले इंजन**

द्वारा निरस्त ऊष्मा को प्राप्त कर **400 K** पर ऊष्मा कुंड को निरस्त कर देता हैं निम्न स्थितियों में ताप **T** की गणना करो–

**(i)** जब दोनों इंजनों द्वारा किया गया कार्य समान है।

**(ii)** दोनों इंजनों की दक्षता बराबर है।

हल– कार्नो इंजन A, 900 K पर ऊष्मा प्राप्त करता है व TK ताप पर स्थित कुण्ड को निरस्त कर देता है।

अत: $T_1 = 900\,K, T_2 = TK$

कार्नो इंजन B, पहले इंजन द्वारा निरस्त कुण्ड की ऊष्मा को प्राप्त कर 400K पर ऊष्मा कुण्ड को निरस्त कर देता है।

अत: उसके लिए

$$T_1' = TK \text{ तथा } T_2' = 400K$$

(i) कार्नो इंजन A के लिये

कार्य $W = Q_1 - Q_2 = \left(\frac{Q_1}{Q_2} - 1\right)Q_2$

या $W = \left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right)Q_2$

$\therefore$ $W = \left(\frac{900}{T} - 1\right)Q_2$

कार्नो इंजन B के लिये,

कार्य $W' = (Q_1' - Q_2') = Q_1'\left(1 - \frac{Q_2'}{Q_1'}\right)$

या $W' = Q_1'\left(1 - \frac{T_2'}{T_1'}\right)$

या $W' = Q_1'\left(1 - \frac{400}{T}\right)$

किन्तु प्रश्नानुसार $Q_1' = Q_2$

$\therefore$ $W' = Q_2\left(1 - \frac{400}{T}\right)$

किन्तु दोनों इंजनों द्वारा सम्पन्न कार्य समान है।

$\therefore$ $W' = W$

$$Q_2\left(1 - \frac{400}{T}\right) = \left(\frac{900}{T} - 1\right)Q_2$$

या $\left(1 - \frac{400}{T}\right) = \frac{900}{T} - 1$

$$1 + 1 = \frac{900}{T} + \frac{400}{T} = \frac{1300}{T}$$

$\therefore$ $T = \frac{1300}{2} = 650\,K$

(ii) कार्नो इंजन A की दक्षता

$$\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

या $\eta = \left(1 - \frac{T}{900}\right)$

कार्नो इंजन B की दक्षता

$$\eta' = \left(1 - \frac{T_2'}{T_1'}\right)$$

या $\eta' = \left(1 - \frac{400}{T}\right)$

प्रश्नानुसार $\eta = \eta'$

$$1 - \frac{T}{900} = 1 - \frac{400}{T}$$

या $\frac{T}{900} = \frac{400}{T}$

$$T^2 = 360000$$

$\therefore$ $T = \sqrt{360000} = 600K$

**प्र.7** किसी गैस **($\gamma = 1.5$)** को रूद्धोष्म प्रक्रम अनुसार संपीडित किया जाता हैं तो उसका आयतन **1600 cm³** से **400 cm³** हो जाता हैं। अब यदि प्रारम्भिक दाब का मान **150 kPa** है तो अन्तिम दाब की गणना कीजिये तथा गैस पर किये गये कार्य की गणना कीजिये ?

हल–
$$\gamma = 1.5$$
$$V_1 = 1600\,cm^3 = 16 \times 10^{-4}\,m^3$$
$$V_2 = 400 cm^3 = 4 \times 10^{-4}\,m^3$$
$$P_1 = 150\,kPa = 150 \times 10^3 Pa$$
$$P_2 = ?$$

कार्य $W = ?$

रुद्धोष्म प्रक्रम के अवस्था समीकरण से,

$$P_1 . V_1^\gamma = P_2 . V_2^\gamma$$

$\therefore$ $P_2 = P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$

$$P_2 = 150\left(\frac{1600}{400}\right)^{1.5}$$
$$P_2 = 150 \times (4)^{1.5} = 150 \times (2)^3$$
$$= 150 \times 8$$
$$P_2 = 1200\,kPa$$

या $P_2 = 1200 \times 10^3 Pa$

गैस पर किया गया कार्य

$$W = \frac{1}{\gamma - 1}(P_1 \cdot V_1 - P_2 V_2)$$
$$W = \frac{1}{(1.5 - 1)}\ (150 \times 10^3 \times 16 \times 10^{-4} - 1200 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-4})$$
$$W = \frac{1}{0.5}(240.0 - 480.0)$$
$$W = 2 \times (-240)$$
$$W = -480J$$

**प्र.8** यदि किसी गैस **($\gamma = 1.5$)** को उसके मूल दाब से **27** गुना दाब पर संपीडित किया जाता है तो उसके ताप में परिवर्तन की गणना कीजिये यदि प्रारम्भिक ताप **27 °C** है।

हल— $\gamma = 1.5$

अंतिम दाब $(P_2) = 27 \times$ मूल दाब $(P_1)$ या $\frac{P_2}{P_1} = 27$

$\therefore \quad P_2 = 27P_1$

प्रारंभिक ताप $\quad T_1 = 27 + 273 = 300K$

ताप में परिवर्तन $\quad \Delta T = ?$

रुद्धोष्म प्रक्रम में,

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\therefore \quad T_2 = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot T_1$$

$$T_2 = (27)^{\frac{1.5-1}{1.5}} \times 300$$

$$T_2 = (3^3)^{\frac{1}{3}} \times 300 = 3 \times 300\text{ K}$$

$$T_2 = 900\text{ K} = 900 - 273 = 627^\circ C$$

$\therefore$ ताप में परिवर्तन $\quad \Delta T = (627 - 27)^\circ C$

$$= 600^\circ C$$

**प्र.9 एक प्रशीतक ताप –10 °C से +27 °C को प्रति सेकण्ड 200 J औसत ऊष्मा का स्थानान्तरण करता है चक्र को उत्क्रमणीय मानते हुये औसत शक्ति की गणना कीजिये जबकि किसी अन्य प्रकार का ऊष्मा क्षय न हो रहा हो।**

हल— ताप $\quad T_2 = -10 + 273 = 263K$

ताप $\quad T_1 = 27 + 273 = 300\text{ K}$

$\therefore$ प्रशीतक का निष्पादन गुणांक $\alpha = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{263}{300-263} = \frac{263}{37}$

$\because$ प्रति सेकण्ड स्थानान्तरित औसत ऊष्मा $Q_2 = 200\text{ J/s} = 200\text{watt}$

प्रति सेकण्ड किया गया औसत कार्य = औसत शक्ति = W

$$\because \quad \alpha = \frac{Q_2}{W}$$

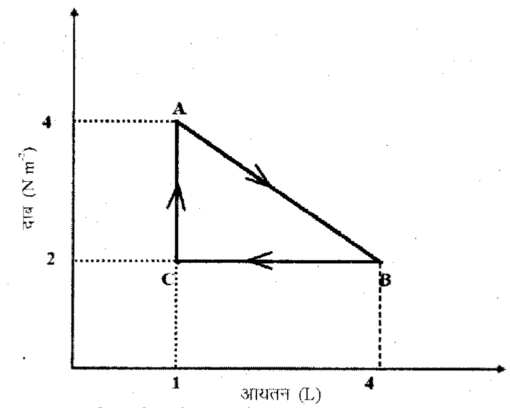
$$\therefore \quad W = \frac{Q_2}{\alpha}$$

या $\quad W = \frac{200}{\left(\frac{263}{37}\right)} = \frac{200 \times 37}{263}$

या $\quad W = 28.1\text{ watt}$

$\therefore \quad$ औसत शक्ति = 28.1 watt

**प्र.10 किसी चक्रीय प्रक्रम का *P-V* वक्र निम्नानुसार है तो चक्रीय प्रक्रम में किये गये कार्य की गणना करो।**




चित्र 13.29

हल— प्रश्न में दिये गये चित्र के अनुसार,

चक्रीय प्रक्रम में किया गया कार्य

W = बंद वक्र अर्थात् $\Delta ABC$ का क्षेत्रफल

या $\quad W = \frac{1}{2} AC \times CB$ {आयतन (L) लीटर में है, $\because 1L = 10^{-3} m^3$}

या $\quad W = \frac{1}{2}(4-2) \times (4-1) \times 10^{-3}$

$$W = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 10^{-3}\text{ J}$$

$$W = 3 \times 10^{-3}\text{J}$$

**प्र.11 एक कार्नो इंजन 373 K व 283 K के मध्य कार्य कर रहा हैं उसकी दक्षता की गणना कीजिये और बताइये कि दक्षता कब 100% होगी?**

हल— $\quad T_1 = 373K$

$T_2 = 283\text{ K}$

$$\%\text{ दक्षता} = \%\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100$$

$$= \left(1 - \frac{283}{373}\right) \times 100$$

$$= \frac{90}{373} \times 100 = 24.1\%$$

कार्नो इंजन की दक्षता 100% होने के लिये $T_2 = 0K$ होना चाहिए, अर्थात सिंक का ताप 0K होना चाहिए।