



5264CH03

باب تین

کرنٹ برق

(CURRENT  
ELECTRICITY)**3.1 تعارف (Introduction)**

باب 1 میں ہم نے تمام چارجوں کو چاہے وہ آزاد ہوں یا بندھے ہوئے ہوں، حالت سکون میں ماننا تھا۔ حرکت کرتے ہوئے چارج برقی رو (Electric Current) تشکیل دیتے ہیں۔ یہ کرنٹ (برقی رو) کئی صورتوں میں قدرتی طور پر ظاہر ہوتے ہیں۔ بجلی کا کڑکنا یا گرنا (Lightning) ایسا ہی ایک مظہر ہے، جس میں چارج، بادلوں سے، فضا سے ہوتے ہوئے، زمین تک پہنچتے ہیں اور اکثر اس سے شدید نقصان بھی پہنچتا ہے۔ بجلی کے کڑکنے یا گرنے میں چارجوں کا بہاؤ، قائم (steady flow) نہیں ہوتا، لیکن ہم اپنی روزمرہ زندگی میں بہت سے ایسے آلے دیکھتے ہیں، جن میں چارج قائم طرز پر بہتے ہیں، جیسے کہ ایک دریا میں پانی روانی کے ساتھ بہتا ہے۔ ایک ٹارچ اور سیل سے چلنے والی ایک گھڑی، ایسے آلوں کی مثالیں ہیں۔ اس باب میں ہم قائم برقی کرنٹ (Steady Electric Current) سے متعلق کچھ بنیادی قوانین کا مطالعہ کریں گے۔

**3.2 برقی کرنٹ (Electric Current)**

ایک چھوٹا رقبہ تصور کیجیے، جسے چارجوں کے بہاؤ کے عمودی رکھا گیا ہے۔ مثبت اور منفی، دونوں قسم کے چارج، اس رقبہ سے آگے اور پیچھے کی سمت میں بہہ سکتے ہیں۔ ایک دیے ہوئے وقفہ وقت  $t$  میں، فرض کیجیے کہ  $q_+$  مثبت چارج کی وہ کل مقدار

ہے، جو رقبہ سے آگے کی جانب بہتی ہے (آگے کی جانب بہنے والی مقدار میں سے پیچھے کی جانب بہنے والی مقدار نفی کر کے)۔ اسی طرح، مان لیجیے کہ  $-q$ ، منفی چارج کی وہ کل مقدار ہے، جو رقبہ سے، آگے کی جانب بہتی ہے اس طرح، وقفہ وقت  $t$  میں، رقبہ سے آگے کی جانب بہنے والے کل چارج کی مقدار  $-q = q_+ - q_-$  یہ قائم بہاؤ کے لیے  $t$  کے متناسب ہے اور حاصل تقسیم

$$I = \frac{q}{t} \quad (3.1)$$

کی تعریف آگے کی سمت میں رقبہ سے گزرنے والے کرنٹ کے بہ طور کی جاتی ہے۔ (اگر یہ ایک منفی عدد حاصل ہوتا ہے، تو اس کا مطلب ہے کہ کرنٹ پیچھے کی سمت میں ہے)۔

کرنٹ ہمیشہ قائم نہیں ہوتے، اس لیے زیادہ عمومی شکل میں ہم کرنٹ کی تعریف ایسے کرتے ہیں: فرض کیجیے وقفہ وقت  $t$  میں ایک موصل کے ایک تراشہ سے بہنے والا کل چارج  $\Delta Q$  ہے [یعنی کہ، وقت  $t$  اور وقت  $t + \Delta t$  کے دوران]۔ تب وقت  $t$  پر، موصل کے اس تراشہ سے بہہ رہے کرنٹ کی تعریف،  $\Delta Q$  سے  $\Delta t$  کی نسبت کی قدر کی شکل میں کی جاتی ہے، جب کہ یہ حد لی جائے کہ  $\Delta t$  صفر کی جانب ہے۔

$$I(t) \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (3.2)$$

SI اکائیوں میں، کرنٹ کی اکائی امپیر (ampere) ہے۔ ایک امپیر کی تعریف کرنٹ کے مقناطیسی اثرات کی شکل میں کی جاتی ہے، جنہیں ہم اگلے باب میں پڑھیں گے۔ ایک امپیر کی عددی قدر کا درجہ، عام گھریلو آلات میں استعمال ہونے والے کرنٹ کے مساوی ہے۔ ایک اوسط درجہ کی بجلی کے کڑکنے (یا گرنے) میں امپیر کے دسوں یا ہزاروں درجے کا کرنٹ شامل ہوتا ہے اور دوسری طرف ہماری نسوں میں بہنے والا کرنٹ مائیکرو امپیر میں ہوتا ہے۔

### 3.3 موصلوں میں برقی کرنٹ (Electric Currents in Conductors)

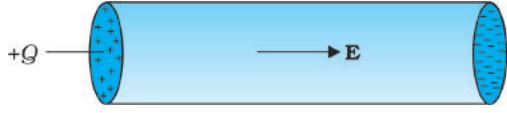
اگر ایک برقی میدان لگایا جائے تو ایک برقی چارج ایک قوت محسوس کرے گا۔ اگر وہ حرکت کرنے کے لیے آزاد ہے، تو وہ حرکت کرے گا اور اس طرح کرنٹ پیدا کرنے میں حصہ لے گا۔ قدرت میں، آزاد چارج ذرات پائے جاتے ہیں، جیسے کہ فضا (Atmosphere) کے اوپری حصے میں، جو کہ آئیونوسفیر (ionosphere) کہلاتا ہے لیکن، ایٹموں اور مالیکیولوں میں منفی چارج شدہ الیکٹران اور مثبت چارج شدہ نیوکلئیس، ایک دوسرے سے بندھے ہوتے ہیں اور اس لیے حرکت کرنے کے لیے آزاد نہیں ہوتے۔ جمی مادہ (Bulk matter)، بہت سے مالیکیولوں سے بنا ہوتا ہے۔ مثلاً 1 گرام پانی میں تقریباً  $10^{22}$  مالیکیول ہوتے ہیں۔ یہ مالیکیول اتنے پاس پاس ہوتے ہیں کہ الیکٹران کسی ایک انفرادی مالیکیول سے منسلک نہیں ہوتے۔ کچھ مادی اشیا میں الیکٹران اس صورت میں بھی بندھے ہوں گے، یعنی کہ، ایک برقی میدان لگائے جانے پر بھی ان میں اسراع نہیں ہوگا۔ کچھ دوسری مادی اشیا میں، خاص طور پر دھاتوں میں، کچھ الیکٹران جمی مادے کے اندر حرکت کرنے کے لیے عملی طور پر آزاد ہوتے ہیں۔ یہ مادی اشیا، جو عام طور پر موصل کہلاتی ہیں، جب ایک برقی

## کرنٹ برق

میدان لگایا جاتا ہے تو اپنے اندر برقی کرنٹ پیدا کر لیتی ہیں۔

اگر ہم ٹھوس موصلوں کو لیں، تو ظاہر ہے کہ ایٹم ایک دوسرے سے سختی کے ساتھ بندھے ہوں گے اور کرنٹ منفی چارج

شدہ الیکٹرانوں کے ذریعے بہے گا۔ لیکن کچھ دوسرے قسم کے موصل بھی ہیں، جیسے



برق پاشیدہ محلول (Electrolytic solutions)، جن میں مثبت اور منفی

دونوں قسم کے چارج حرکت کر سکتے ہیں۔ ہم اپنی بحث میں، صرف ٹھوس موصلوں پر

ہی توجہ مرکوز کریں گے۔ اس لیے، کرنٹ، اپنی جگہ قائم مثبت چارجوں کے پس منظر

میں صرف منفی چارج شدہ الیکٹرانوں کے ذریعے ہی بہے گا۔

**شکل 3.1:** ایک دھاتی استوانے کے سروں پر چارج  $+Q$  اور  $-Q$  رکھے گئے ہیں ان کے ذریعے پیدا ہوئے برقی میدان کی وجہ سے الیکٹران، ہمیں گے اور چارجوں کی تعدیل کریں گے۔ اس لیے کچھ دیر بعد کرنٹ بہنا بند ہو جائے گا، جب تک کہ  $+Q$  اور  $-Q$  کو لگا تار نہ بھرا جاتا ہے۔

پہلی وہ صورت لیجیے، جس میں کوئی میدان نہیں لگایا گیا ہے۔ الیکٹران،

حرارتی حرکت کی وجہ سے حرکت کر رہے ہوں گے، جس میں وہ اپنی جگہ قائم آئٹنوں سے تصادم کرتے ہیں۔ ایک الیکٹران

ایک آن سے تصادم کے بعد اسی چال سے حرکت کرتا ہے، جس سے وہ تصادم سے پہلے حرکت کر رہا تھا۔ لیکن تصادم کے

بعد، الیکٹران کی رفتار کی سمت بالکل بے ترتیب ہے۔ ایک دیے ہوئے وقت پر، الیکٹران کی رفتاروں کی کوئی ترجیحی سمت

نہیں ہے۔ اس لیے، اوسطاً، کسی بھی ایک سمت میں حرکت کر رہے الیکٹرانوں کی تعداد، اس کی مخالف سمت میں حرکت

کر رہے الیکٹرانوں کی تعداد کے مساوی ہوگی۔ اس طرح، کوئی کل برقی کرنٹ نہیں ہوگا۔

آئیے اب دیکھتے ہیں کہ موصل کے اس ٹکڑے میں میں کیا ہوگا، اگر ایک برقی میدان لگا دیا جائے۔ اپنے خیالات کو

مرکز کر کے لیے، تصور کیجیے کہ موصل،  $R$  نصف قطر کے استوانے کی شکل میں ہے (شکل 3.1)۔

فرض کیجیے ہم ایک دو برقیہ (dielectric) کی یکساں نصف قطر کی دو قرصیں (Discs) لیتے ہیں اور ایک قرص پر

مثبت چارج  $+Q$  پھیلا دیتے ہیں اور دوسری قرص پر منفی چارج  $-Q$  پھیلا دیتے ہیں۔ ہم ان دونوں قرصوں کو استوانے کی

سپاٹ سطحوں سے منسلک کر دیتے ہیں۔ ایک برقی میدان پیدا ہوگا، جس کی سمت مثبت چارج سے منفی چارج کی جانب

ہوگی۔ اس میدان کی وجہ سے الیکٹران  $+Q$  کی طرف اسراع پذیر ہوں گے۔ اس طرح وہ چارجوں کی تعدیل کر دیں

گے۔ الیکٹران، جب تک بھی وہ حرکت کر رہے ہیں، کرنٹ تشکیل کریں گے۔ اس لیے اس صورت میں، بہت تھوڑی دیر

کے لیے کرنٹ بہے گا اور اس کے بعد کوئی کرنٹ نہیں ہوگا۔

ہم ایک ایسا میکینزم (Mechanism) بھی تصور کر سکتے ہیں، جس کے ذریعے استوانے کو، موصل کے اندر حرکت

کر رہے الیکٹرانوں کی وجہ سے تعدیل ہو جانے والے چارجوں کی کمی کو پورا کرنے کے لیے، نئے چارج مہیا ہوتے

رہیں۔ اس طرح سے ہمیں ایک مختصر وقفہ وقت کے بجائے ایک مسلسل کرنٹ ملے گا۔ ایسے میکانزم، جن کے ذریعے ایک

قائم برقی میدان برقرار رکھا جاتا ہے، سیل یا بیٹریاں ہیں، جن کا مطالعہ ہم اس باب میں بعد میں کریں گے۔

### 3.4 اوم کا قانون (Ohm's Law)

کرنٹ کے بہاؤ سے متعلق ایک بنیادی قانون جی۔ ایس۔ اوم (G.S. Ohm) نے 1828 میں دریافت کیا۔ یہ دریافت

اس سے بھی بہت پہلے ہوئی جب کرنٹ کے بہاؤ کے لیے ذمہ دار میکازم دریافت ہوا۔ ایک موصل تصور کریں، جس میں سے ایک کرنٹ  $I$  بہہ رہا ہے اور فرض کریں کہ موصل کے سروں کے درمیان مضمر فرق  $V$  ہے۔ تب، اوم کے قانون کا بیان ہے:

$$V \propto I$$

$$V = R I$$

(3.3)

جہاں تناسبیت کا مستقلہ  $R$ ، موصل کی مزاحمت (Resistance) کہلاتا ہے۔ مزاحمت کی SI اکائی، اوم (Ohm) ہے، جسے علامت  $\Omega$  سے ظاہر کرتے ہیں۔ مزاحمت  $R$  نہ صرف موصل کے مادے کے تابع ہے بلکہ موصل کے ابعاد کے بھی تابع ہے۔  $R$  کا موصل کے ابعاد پر تابع ہونا مندرجہ ذیل طور پر بہ آسانی معلوم کیا جاسکتا ہے!

لمبائی  $l$  اور تراشی رقبہ  $A$  کی سل (Slab) کی شکل کا (شکل 3.2(a)) ایک موصل لیں، جو مساوات (3.3) کو مطمئن کرتا ہو۔ تصور کیجیے کہ ایسی دو متماثل سلیں، ساتھ ساتھ اس طرح رکھی ہوئی ہیں کہ اجتماع (Combination) کی لمبائی  $2l$  ہے (شکل 3.2(b))۔ اجتماع سے بننے والا کرنٹ، وہی ہوگا جو کسی ایک سل سے بننے والا کرنٹ ہے۔ اگر پہلی سل کے سروں کے درمیان مضمر فرق  $V$  ہے تو دوسری سل کے سروں کے درمیان بھی مضمر فرق  $V$  ہوگا، کیونکہ دوسری سل، پہلی سل کے متماثل ہے اور دونوں میں سے یکساں کرنٹ بہہ رہا ہے۔ اجتماع کے سروں کے درمیان مضمر فرق ظاہر ہے کہ دو انفرادی سلوں کے سروں کے درمیان مضمر فرقوں کا حاصل جمع ہوگا، اور اس لیے یہ  $2V$  ہے۔

اجتماع سے گزرنے والا کرنٹ  $I$  ہے اور اجتماع کی مزاحمت  $R_c$  ہے۔ مساوات (3.3) سے:

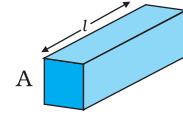
$$R_c = \frac{2V}{I} = 2R \quad (3.4)$$

کیونکہ:  $R = \frac{V}{I}$ ، کسی ایک سل کی مزاحمت ہے۔ اس طرح، موصل کی لمبائی کو دوگنا کر دینے سے مزاحمت دوگنی ہو جاتی ہے۔ اس لیے، عمومی طور پر، مزاحمت، لمبائی کے متناسب ہے:

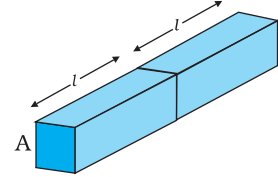
$$R \propto l \quad (3.5)$$

اب تصور کیجیے کہ سل کو، لمبائی کی جانب کاٹ کر دو برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اس طرح سل کو لمبائی  $l$  اور تراشی رقبہ  $\frac{A}{2}$  کی دو متماثل سلوں کا اجتماع مانا جاسکتا ہے۔ (شکل 3.2(c))۔

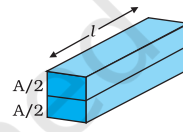
سل کے سروں کے درمیان ایک دی ہوئی وولٹیج  $V$  کے لیے، اگر پوری سل میں سے گزرنے والا کرنٹ ہے تو ظاہر ہے کہ دونوں نصف سلوں میں سے ہر ایک میں سے گزرنے والا کرنٹ  $\frac{I}{2}$  ہوگا۔ کیوں کہ نصف سلوں کے کناروں کے درمیان مضمر فرق  $V$  ہے، یعنی کہ اتنا ہی جتنا پوری سل کے سروں کے درمیان ہے، اس لیے ہر نصف سل کی مزاحمت  $R_1$  ہے!



(a)



(b)



(c)

شکل 3.2: لمبائی  $l$  اور تراشی رقبہ  $A$  کی مستطیل نما سل کے لیے

$$\text{رشتہ: } R = \frac{\rho l}{A} \text{ کا اظہار}$$



چارلس سارنن اوم (1787–1854) جرمن ماہر طبیعیات، میونخ یونیورسٹی کے پروفیسر، اوم اپنے قانون تک حرارت کی ایصالیت کی مماثلت کے ذریعے پہنچے۔ برقی میدان، درجہ حرارت ڈھال (Temperature gradient) کے مماثل ہے اور برقی کرنٹ، حرارت کے بہاؤ کے مماثل ہے۔



$$R_1 = \frac{V}{(I/2)} = 2 \frac{V}{I} = 2R \quad (3.6)$$

اس لیے، ایک موصل کا تراشی رقبہ نصف کر دینے سے اس کی مزاحمت دگنی ہو جاتی ہے۔ عمومی شکل میں، مزاحمت  $R$  تراشی رقبہ کے معکوس متناسب ہے۔

$$R \propto \frac{1}{A} \quad (3.7)$$

مساوات (3.5) اور مساوات (3.7) کو اکٹھا کرنے پر

$$R \propto \frac{l}{A} \quad (3.8)$$

اس لیے، ایک دیے ہوئے موصل کے لیے:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (3.9)$$

جہاں تناسبیت کا مستقل  $\rho$  موصل کے مادے کے تابع ہے، لیکن ابعاد کے تابع نہیں ہے۔  $\rho$  نوعی مزاحمت [مزاحمت (Resistivity)] کہلاتی ہے۔

آخری مساوات استعمال کرنے پر، اوم کا قانون یہ شکل اختیار کر لیتا ہے:

$$V = I \times R = \frac{I \rho l}{A} \quad (3.10)$$

کرنٹ فی اکائی رقبہ (جسے کرنٹ پر عمودی لیا جاتا ہے)،  $\frac{I}{A}$ ، کرنٹ کثافت کہلاتی ہے اور اسے علامت  $J$  سے ظاہر کرتے ہیں۔ کرنٹ کثافت کی SI اکائیاں  $\text{Am}^{-2}$  ہیں۔ مزید، اگر  $E$ ، اس موصل میں جس کی لمبائی  $l$  ہے، ہموار برقی میدان کی عددی قدر ہے، تو اس موصل کے سروں کے درمیان مضمر فرق  $V = El$  ہے۔ انھیں استعمال کر کے، آخری مساوات ہو جاتی ہے!

$$El = j \rho l$$

یا

$$E = j \rho \quad (3.11)$$

$E$  اور  $j$  کے لیے مندرجہ بالا رشتہ سمتی شکل میں بھی لکھا جاسکتا ہے۔ کرنٹ کثافت (جسے ہم  $J$  کرنٹ پر عمودی اکائی رقبہ سے گزرنے والے کرنٹ کے بطور معرف کیا ہے) بھی  $E$  کی جانب ہے اور یہ بھی سمتیہ  $\vec{J} \left( \equiv \frac{j\vec{E}}{E} \right)$  ہے۔ اس لیے آخری مساوات لکھی جاسکتی ہے:

$$\vec{E} = \vec{j} \rho \quad (3.12)$$

یا

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

جہاں  $\sigma = \frac{1}{\rho}$ ، ایصالیت کہلاتی ہے۔ اوم کا قانون مساوات (3.3) کے علاوہ معادل شکل مساوات (3.13) میں بھی لکھا جاتا ہے۔ اگلے حصے میں ہم اوم کے قانون کے اصل ماخذ کو سمجھنے کی کوشش کریں گے جو کہ الیکٹرانوں کی باد آوردگی (Drift) ہے۔

### 3.5 الیکٹرانوں کی باد آوردگی اور مزاحمت کا ماخذ

#### (Drift of Electrons and the Origin of Resistivity)

جیسا کہ پہلے بتایا جا چکا ہے ایک الیکٹران اپنی جگہ قائم بھاری آئنوں سے تصادم کرے گا، لیکن تصادم کے بعد بھی اس کی چال یکساں رہے گی لیکن سمت بے ترتیب ہوگی۔ اگر ہم تمام الیکٹرانوں کو لیں، تو ان کی اوسط رفتار صفر ہوگی، کیونکہ ان کی سمتیں بے ترتیب ہیں۔ اس لیے، اگر ہمارے پاس  $N$  الیکٹران ہیں اور  $i$ th الیکٹران  $(i=1, 2, \dots, N)$  کی رفتار ایک دیے ہوئے وقت پر  $\vec{v}_i$  ہے تب

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{v}_i = 0 \quad (3.14)$$

اب وہ صورت لیں جب ایک برقی میدان موجود ہے۔ اس میدان کی وجہ سے الیکٹرانوں میں اسراع  $\vec{a}$  پیدا ہوگا!

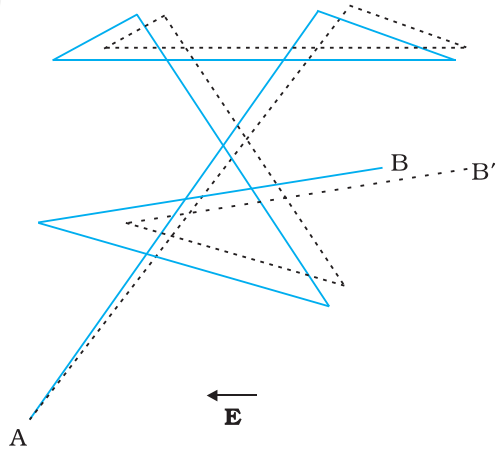
$$\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m} \quad (3.15)$$

جہاں  $-e$  الیکٹران کا چارج اور  $m$  اس کی کمیت ہے۔ پھر ایک دیے ہوئے وقت پر  $i$ th الیکٹران لیں۔ اس الیکٹران کا آخری تصادم  $t$  سے کچھ وقت پہلے ہوا ہوگا اور فرض کیجیے کہ آخری تصادم کے بعد گزرنے والا وقت  $t_1$  ہے۔ اگر آخری تصادم کے بعد فوراً بعد اس کی رفتار  $\vec{v}_i$  تھی، تو وقت  $t$  پر اس کی رفتار  $\vec{v}_i$  ہے:

$$\vec{V}_i = \vec{v}_i + \frac{-e\vec{E}}{m} t_i \quad (3.16)$$

کیونکہ اپنے آخری تصادم کے بعد سے حرکت شروع کرتے ہوئے یہ مساوات (3.15) سے دیے گئے اسراع سے وقفہ وقت  $t_1$  تک اسراع پذیر رہا ہے (شکل 3.3)۔ وقت  $t$  پر الیکٹرانوں کی

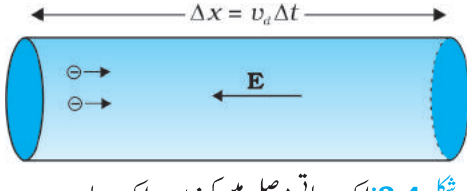
شکل 3.3: ایک الیکٹران کا نقطہ A سے نقطہ B تک متواتر تصادموں کا اوسط رفتار تمام  $\vec{V}_i$  کا اوسط ہوگی۔ تمام  $\vec{v}_i$  کا اوسط صفر ہے [مساوات (3.14)]، کیونکہ کسی بھی اور مستقیم خط کے ذریعے حرکت کرنے کا نقشہ (سالم خطوط)۔ جیسا کہ تصادم کے فوراً بعد ایک الیکٹران کی رفتار کی سمت مکمل طور پر بے ترتیب ہے۔ الیکٹرانوں کے تصادم دکھایا گیا ہے، اگر ایک برقی میدان لگایا جائے تو الیکٹران نقطہ B' پر ایک باقاعدہ وقفہ وقت کے ساتھ نہیں ہوتے بلکہ بے ترتیب وقتوں پر ہوتے رہتے ہیں۔ فرض کیجیے، دو متواتر (Successive) تصادموں کے درمیان اوسط وقفہ کو ہم  $\tau$  سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس لیے ایک دیے ہوئے وقت پر کچھ الیکٹران  $\tau$  سے زیادہ وقت گزار چکے ہوں گے اور کچھ سی باد آوردگی دکھائی دیتی ہے۔



## کرنٹ برق

سے کم۔ دوسرے لفظوں میں مساوات (3.16) میں  $t_i$  جب ہم  $i=1,2,\dots,N$  تمام قدریں لیں گے تو کچھ کے لیے  $\tau$  سے کم ہوگا اور کچھ کے لیے  $\tau$  سے زیادہ ہوگا۔ اب  $t_i$  کی اوسط قدر  $\tau$  ہے۔ اس لیے مساوات (3.16) کی  $N$  الیکٹرانوں کے لیے اوسط قدر معلوم کرنے سے ہمیں کسی بھی دیے ہوئے وقت  $t$  پر، اوسط رفتار  $\bar{v}_d$  حاصل ہوگی۔

$$\bar{v}_d \equiv (\bar{v}_i)_{\text{اوسط}} = \left( \bar{v}_i \right)_{\text{اوسط}} - \frac{e\bar{E}}{m} (t_i)_{\text{اوسط}} \quad (3.17)$$



شکل 3.4: ایک دھاتی موصل میں کرنٹ — ایک دھات میں کرنٹ کثافت کی عدد قدر  $\bar{v}_d$  کا کئی لمبائی کے استوانے میں پائے جانے والے چارج کی مقدار ہے۔

یہ آخری نتیجہ تعجب خیز ہے۔ یہ بتاتا ہے کہ الیکٹران جس اوسط رفتار سے حرکت کرتے ہیں وہ وقت کے غیر تابع ہے، حالانکہ الیکٹرانوں پر اسراع کام کر رہا ہے۔ یہی بادآوردگی کا مظہر ہے اور مساوات (3.17) میں رفتار  $\bar{v}_d$  'بادآورد رفتار' (drift velocity) کہلاتی ہے۔ بادآوردگی کی وجہ سے،  $\bar{E}$  کی عمودی سمت میں کسی بھی رقبہ پر چارجوں کا کل حمل (Net Transport) ہوگا۔ یا ایک مسطح رقبہ  $A$  لیجیے جو موصل کے اندر ایسے مقام پر ہے کہ رقبہ پر عمود کے متوازی (شکل 3.4)۔ تب بادآوردگی کی وجہ سے، ایک لا انتہا خفیف وقفہ وقت

میں رقبہ کے بائیں جانب کے فاصلہ  $\bar{v}_d \Delta t$  تک کے تمام الیکٹران رقبہ سے گذر چکے

ہوں گے۔ اگر  $n$  دھات میں آزاد الیکٹران فی اکائی حجم کی تعداد ہے تب ایسے  $\bar{v}_d \Delta t$  تک  $n \Delta t$  الیکٹران ہوں گے۔ کیونکہ ہر الیکٹران کا چارج  $(-e)$  ہے اس لیے اس رقبہ سے دائیں طرف وقت  $\Delta t$  میں حمل کیا گیا کل چارج  $-ne A \bar{v}_d \Delta t$  ہے۔ کیونکہ بائیں جانب ہے اس لیے  $\bar{E}$  کی جانب حمل ہوا چارج اس کا منفی ہوگا۔ اس لیے رقبہ  $A$  سے وقت  $\Delta t$  میں گذرنے والے چارج کی مقدار تعریف کے مطابق [(3.2) مساوات] ہے جہاں  $I$  کرنٹ کی عددی قدر ہے۔ اس لیے

$$I \Delta t = + n e A |\bar{v}_d| \Delta t \quad (3.18)$$

مساوات (3.17) سے  $|\bar{v}_d|$  کی قدر رکھنے پر

$$I \Delta t = \frac{e^2 A}{m} \tau n \Delta t |\bar{E}| \quad (3.19)$$

تعریف کے مطابق  $I$  کا کرنٹ کثافت کی عدد قدر  $\bar{j}$  سے رشتہ ہے

$$I = |\bar{j}| A \quad (3.20)$$

اس لیے مساوات (3.19) اور (3.20) سے

$$|\bar{j}| = \frac{ne^2}{m} \tau |\bar{E}| \quad (3.21)$$

سمیتہ  $\bar{j}$ ،  $\bar{E}$  کے متوازی ہے اس لیے ہم مساوات (3.21) کو سمتیہ شکل میں لکھ سکتے ہیں:

$$\bar{j} = \frac{ne^2}{m} \tau \bar{E} \quad (3.22)$$

(3.13) سے مقابلہ کرنے پر معلوم ہوتا ہے کہ مساوات (3.22) قطعاً طور پر اوم کا قانون ہی ہے اگر ہم

کوشاغت کریں، بہ طور

$$\sigma = \frac{ne^2}{m} \tau \quad (3.23)$$

اس طرح ہم دیکھتے ہیں کہ برقی ایصالیت کی ایک سادہ تصویر سے اوم کا قانون حاصل ہو جاتا ہے ہاں ہم نے یہ مفروضے بے شک قائم کیے ہیں کہ  $\tau$  اور  $n$  مستقلہ ہیں اور  $\bar{E}$  کے غیر تابع ہیں۔ ہم اگلے حصہ میں اوم کے قانون کی محدودیت سے بحث کریں گے۔

**مثال 3.1 (a)** تراشی رقبہ  $1.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$  کے تابنہ کے تار میں  $1.5 \text{ A}$  کا کرنٹ گذر رہا ہے۔ ایصالی الیکٹرانوں کی اوسط باد آور چال کا تخمینہ لگائیے۔ مان لیجیے کہ تابنہ کا ہر ایٹم موٹے طور پر الیکٹران فراہم کرتا ہے۔ تابنہ کی کثافت  $9.0 \times 10^{23} \text{ kg/m}^3$  ہے اور اس کی ایٹمی کمیت  $63.5 \text{ u}$  ہے۔  
(b) اوپر حاصل کی گئی باد آور چال کا مقابلہ کیجیے: (i) عام درجہ حرارت پر تابنہ کے ایٹموں کی حرارتی چال سے۔  
(ii) جو باد آور حرکت پیدا کر رہا ہے، موصل پر اس برقی میدان کے پھیلنے کی رفتار سے۔  
حل:

(a) ایصالی الیکٹرانوں کی باد آور رفتار کی سمت برقی میدان کی سمت کے مخالف ہے، یعنی کہ الیکٹران بڑھتے ہوئے مضمہ کی سمت میں باد آور ہوتے ہیں۔ باد آور چال  $\bar{v}_d$  مساوات (3.18) سے دی جاتی ہے:

$$v_d = (I/neA)$$

اب  $\bar{I} = 1.5 \text{ A}$ ،  $A = 1.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ ،  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  ایصالی الیکٹرانوں کی کثافت  $n$  ایٹموں کی تعدادنی مکعب میٹر کے مساوی ہے (ایک ایصالی الیکٹران فی  $\text{Cu}$  ایٹم فرض کرتے ہوئے) جو کہ اس کی گرفت الیکٹران تعداد  $I$  کے لحاظ سے قابل فہم ہے)۔ کوپر کے ایک مکعب میٹر کی کمیت  $9.0 \times 10^3 \text{ kg}$  ہے کیونکہ  $6.0 \times 10^{23}$  کوپر ایٹموں کی کمیت  $63.5 \text{ g}$  ہے:

$$n = \frac{6.0 \times 10^{23}}{63.5} \times 9.0 \times 10^6$$

$$= 8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

جس سے حاصل ہوتا ہے

$$v_d = \frac{1.5}{8.5 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.0 \times 10^{-7}} = 1.1 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1} = 1.1 \text{ mm s}^{-1}$$

(b) درجہ حرارت  $T$  پر کمیت  $M$  کے ایک تابنہ کے ایٹم کی حرارتی چال  $\langle (1/2)Mv^2 \rangle = (3/2)k_B T$  سے معلوم کی جاتی ہے اور اس لیے یہ  $\sqrt{k_B T/M}$  کے مخصوص درجہ کی ہے جہاں  $k_B$  بولٹز مین کا

## کرنٹ برق

### مثال 3.1

مستقلہ ہے۔ 300K پر تانبہ کے لیے تقریباً  $2 \times 10^2 \text{ m s}^{-1}$  ہے۔ یہ عدد ایک موصل میں کوپر ایٹموں کی بے ترتیب ارتعاشی چال (random vibrational speed) کی نشاندہی کرتا ہے۔ نوٹ کریں کہ الیکٹرانوں کی بادآور چال اس سے بہت کم ہے، عام درجہ حرارت پر مخصوص حرارتی چال سے تقریباً  $10^{-5}$  گنا کم۔

(ii) موصل سے گذرتے ہوئے ایک برقی میدان کی چال ایک برق—مقناطیسی لہر کی چال ہے جو  $3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$  کے مساوی ہے—(آپ اس کے بارے میں باب 8 میں سیکھیں گے)۔ اس کے مقابلے میں بادآور چال بہت زیادہ کم ہے  $10^{-11}$  کے جزء ضربی سے کم۔

### مثال 3.2

- (a) مثال 3.1 میں الیکٹران بادآور چال کا لگایا تخمینہ چند امپیر کی سعت میں کرنٹ کے لیے صرف چند  $\text{mms}^{-1}$  ہے۔ پھر کرنٹ سرکٹ کو بند کرتے ہی تقریباً اسی ساعت پر کیسے قائم ہو جاتا ہے؟
- (b) الیکٹران کی بادآوری ایک موصل کیا اندر برقی میدان کی وجہ سے الیکٹرانوں پر لگ رہی قوت سے پیدا ہوتی ہے۔ لیکن قوت کو اسراع پیدا کرنا چاہیے۔ پھر الیکٹران ایک قائم اوسط بادآور چال کیسے اختیار کر لیتے ہیں؟
- (c) اگر الیکٹران بادآور چال اتنی کم ہے اور الیکٹران کا چارج بھی بہت کم ہے تو پھر ہم ایک موصل میں کرنٹ کی بڑی مقدار کیسے حاصل کر لیتے ہیں؟
- (d) جب ایک دھات میں الیکٹران، مقابلاً کم مضمّر سے مقابلاً زیادہ مضمّر کی طرف بادآور ہوتے ہیں تو کیا اس کا مطلب ہے کہ دھات کے تمام ”آزاد“ الیکٹران یکساں سمت میں حرکت کر رہے ہیں؟
- (e) کیا متوازن تصادموں (دھات کے مثبت آئنوں کے ساتھ) کے درمیان الیکٹرانوں کے راستے خطوط مستقیم ہوتے ہیں: (i) برقی میدان کی غیر موجودگی میں (ii) برقی میدان کی موجودگی میں۔

حل:

(a) پورے سرکٹ میں برقی میدان تقریباً اسی ساعت پر قائم ہو جاتا ہے (روشنی کی رفتار کے ساتھ)؛ جس سے ہر نقطہ پر ایک مقامی الیکٹران بادآوری پیدا ہوتی ہے۔ کرنٹ کے قائم ہونے کو الیکٹرانوں کے موصل کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک پہنچنے کا انتظار نہیں کرتا ہوتا۔ گوکہ کرنٹ کو اپنی قائم قدر تک پہنچنے میں کچھ مختصر وقت ضرور لگتا ہے۔

(b) ہر آزاد الیکٹران اسراع پذیر ہوتا ہے اور اپنی بادآور چال میں اضافہ کرتا ہے؛ جب تک کہ وہ دھات کے ایک مثبت آئن سے نہیں ٹکراتا۔ وہ تصادم کے بعد اپنی بادآور چال کھودیتا ہے اور پھر دوبارہ اسراع پذیر ہونا اور اپنی بادآور چال میں اضافہ کرنا شروع کرتا ہے، یہاں تک کہ وہ پھر تصادم کرتا ہے اور اسی طرح یہ سلسلہ

### مثال 3.2

- جاری رہتا ہے۔ اس لیے، اوسطاً، الیکٹران صرف بادا اور چال ہی اختیار کرتے ہیں۔
- (c) سادہ بات ہے، کیونکہ الیکٹران عددی کثافت بہت زیادہ ہے:  $\sim 10^{29} \text{ m}^{-3}$
- (d) بالکل نہیں، بادا اور رفتار الیکٹرانوں کی بڑی بے ترتیب رفتاروں پر منطبق ہوتی ہے۔
- (e) برقی میدان کی غیر موجودگی میں، راستے خطوط مستقیم ہوتے ہیں۔ برقی میدان کی موجودگی میں راستے، عمومی طور پر انحنائی ہوتے ہیں۔

### 3.5.1 روانی (Mobility)

جیسا کہ ہم دیکھ چکے ہیں، ایصالیت رواں چارج برداروں (Mobile charge carriers) کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے۔ دھاتوں میں یہ رواں چارج بردار الیکٹران ہوتے ہیں، ایک آئن شدہ گیس (ionized gas) میں یہ الیکٹران اور مثبت چارج شدہ آئن ہوتے ہیں، ایک برق پاشہ (electrolyte) میں یہ مثبت اور منفی دونوں قسم کے آئن ہو سکتے ہیں۔

ایک اہم مقدار روانی  $\mu$  ہے، جس کی تعریف بادا اور رفتار کی عددی قدرنی اکائی برقی میدان کے بہ طور کی جاتی ہے:

$$\mu = \frac{|\vec{v}_d|}{E}$$

روانی کی SI اکائی  $\text{m}^2/\text{Vs}$  جو عملی اکائیوں  $(\text{cm}^2/\text{Vs})$  کی  $10^4$  گنا ہے۔ روانی مثبت ہوتی ہے۔ مساوات

(3.17) سے ہمارے پاس ہے:

$$v_d = \frac{e \tau E}{m}$$

اس لیے

$$\mu = \frac{v_d}{E} = \frac{e \tau}{m}$$

جہاں  $\tau$ ، الیکٹرانوں کے لیے اوسط تصادم وقت ہے۔

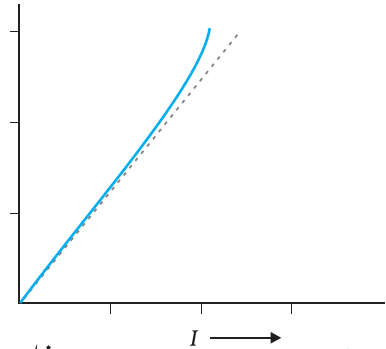
### 3.6 اوم کے قانون کی محدودیت (Limitations of Ohm's Law)

حالانکہ اوم کا قانون مادی اشیا کی بہت سی قسموں کے لیے درست پایا گیا ہے، لیکن ایسی مادی اشیا اور آلات (devices) بھی ہیں جو برقی سرکٹ میں استعمال کیے جاتے ہیں اور ان کے لیے  $V$  اور  $I$  کی تناسبیت درست نہیں ہے۔ یہ انحراف موٹے بطور پر مندرجہ ذیل میں سے ایک یا زائد قسموں کے ہیں:

(a)  $I$ ،  $V$  کے متناسب رہنا ختم کر دیتا ہے۔ (شکل (3.5)۔)

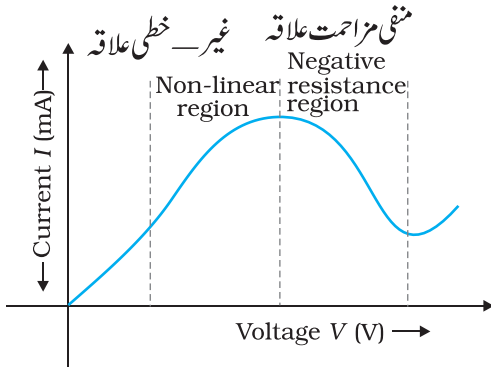
(b)  $I$  اور  $V$  کے مابین رشتہ  $V$  کی علامت کے تابع ہے۔ دوسرے لفظوں میں، اگر  $I$ ، کسی مخصوص  $V$  کے لیے

شکل 3.5: ٹوٹا ہوا خط (Dashed line)، خطی اوم کے قانون کو ظاہر کرتا ہے۔ ٹھوس خط ایک اچھے موصل کے لیے دوپٹج  $V$  برخلاف کرنٹ  $I$  مٹتی ہے۔

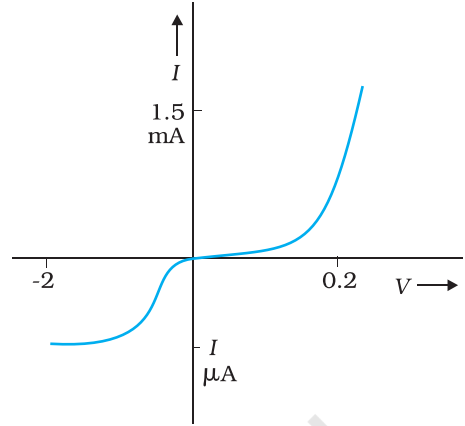




## کرنٹ برق



شکل 3.7: کرنٹ کی تبدیلی برخلاف  
وولٹیج — Ga As کے لیے۔



شکل 3.6: ایک ڈایوڈ کا مخصوص منحنی — وولٹیج اور کرنٹ کی مثبت اور منفی قدروں  
کے لیے مختلف پیمانے ٹوٹ کریں

کرنٹ کی قدر ہے  $V$  کی عددی قدر کو متعین رکھتے ہوئے، اس کی سمت مخالف کر دینے سے، مخالف سمت میں  $I$  کی عددی قدر کا مساوی کرنٹ نہیں حاصل ہوتا۔ (شکل 3.6)۔ ایسا مثال کے طور پر ڈایوڈ میں ہوتا ہے جس کا مطالعہ ہم باب 14 میں کریں گے

14 میں کریں گے  
 $I$  اور  $V$  (c) کے درمیان کوئی یکتا (unique) رشتہ نہیں ہے۔ یعنی کہ کرنٹ  $I$  کی یکساں قدر کے لیے  $V$  کی ایک سے زیادہ قدریں ہیں (شکل 3.7) GaAs ایک ایسی مادی شے ہے جو ایسا برتاؤ ظاہر کرتی ہے۔  
ایسی مادی اشیاء اور آلات جو مساوات (3.3) کی شکل میں دیے گئے اوم کے قانون کی پابندی نہیں کرتے، لیکٹرانک سرکٹوں میں خوب استعمال کیے جاتے ہیں۔ اس باب اور آگے آنے والے چند ابواب میں ہم انہی مادی اشیاء کا مطالعہ کریں گے جو اوم کے قانون کی پابندی کرتے ہیں۔

### 3.7 مختلف مادی اشیاء کی مزاحمیت

#### (Resistivity of Various Materials)

مختلف، عام طور پر استعمال ہونے والی مادی اشیاء کی مزاحمیت کی فہرست جدول 3.1 میں دی گئی ہے۔ مزاحمیت کے بڑھتے ہوئے درجہ کے مطابق، ان اشیاء کی مزاحمیت کی قدروں کی بنیاد پر انہیں بہ طور موصل، نیم موصل (Semi conductor) اور حاجز (Insulator) درجہ بند کیا گیا ہے۔ دھاتوں کی مزاحمیت کی قدریں  $10^{-8} \Omega m$  سے  $10^{-6} \Omega m$  کی سعت میں) کم درجہ کی ہوتی ہیں۔ دوسری طرف ترائیات (Ceramics)، ربر اور پلاسٹک جیسے حاجزوں کی مزاحمیت کی قدریں دھاتوں سے  $10^{18}$  گنا (یا اس سے بھی زیادہ) ہوتی ہیں۔ ان دونوں کے درمیان نیم موصل آتے ہیں۔ لیکن ان کی مزاحمیت کی قدریں خصوصی طور پر درجہ حرارت میں اضافہ کے ساتھ کم ہوتی جاتی ہیں۔ نیم موصلوں کی مزاحمیت کی

قدریں، ملاوٹ کی قلیل مقدار کی موجودگی سے بھی متاثر ہوتی ہیں۔ اس آخری خاصیت کا استعمال، نیم موصلوں کو الیکٹرانک آلات میں استعمال کرنے میں کیا جاتا ہے۔

### جدول 3.1 کچھ مادی اشیا کی نوعی مزاحمتیں

| نوعی مزاحمت کا درجہ حرارت ضریب،<br>$\alpha (^{\circ}\text{C})^{-1}$<br>$\frac{1}{\rho} \left( \frac{d\rho}{dT} \right)_{0^{\circ}\text{C}}$ (پ) | نوعی مزاحمت<br>$\sigma (\Omega)^{-1} \rho (^{\circ}\text{C})$ | مادی شے                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| 0.0041                                                                                                                                          | $1.6 \times 10^{-8}$                                          | چاندی (Silver)                    |
| 0.0068                                                                                                                                          | $1.7 \times 10^{-8}$                                          | موصل (Copper)                     |
| 0.0043                                                                                                                                          | $2.7 \times 10^{-8}$                                          | المونیم (Aluminium)               |
| 0.0045                                                                                                                                          | $5.6 \times 10^{-8}$                                          | ٹنگسٹن (Tungsten)                 |
| 0.0065                                                                                                                                          | $10 \times 10^{-8}$                                           | لوہا (Iron)                       |
| 0.0039                                                                                                                                          | $11 \times 10^{-8}$                                           | پلاٹینم (Platinum)                |
| 0.0009                                                                                                                                          | $98 \times 10^{-8}$                                           | پارہ (Mercury)                    |
| 0.0004                                                                                                                                          | $-100 \times 10^{-8}$                                         | نکروم (Nichrome)                  |
|                                                                                                                                                 |                                                               | (Cr, Fe, Ni) کا بھرت              |
| $0.002 \times 10^{-3}$                                                                                                                          | $48 \times 10^{-8}$                                           | میگنن (بھرت) (Manganin alloy)     |
|                                                                                                                                                 |                                                               | میگنن (بھرت)                      |
|                                                                                                                                                 |                                                               | نیم موصل (Semiconductors)         |
| - 0.0005                                                                                                                                        | $3.5 \times 10^{-5}$                                          | کاربن (گرافائٹ) (Carbon graphite) |
| - 0.05                                                                                                                                          | 0.46                                                          | جرمنیم (Germanium)                |
| - 0.07                                                                                                                                          | 2300                                                          | سلیکون (Silicon)                  |
|                                                                                                                                                 |                                                               | حاجز (Insulators)                 |
|                                                                                                                                                 | $2.5 \times 10^5$                                             | خالص پانی (Pure Water)            |
|                                                                                                                                                 | $10^{10} - 10^{14}$                                           | شیشہ (Glass)                      |
|                                                                                                                                                 | $10^{13} - 10^{16}$                                           | سخت ربر (Hard Rubber)             |
|                                                                                                                                                 | $- 10^{14}$                                                   | نمک (NaCl)                        |
|                                                                                                                                                 | $- 10^{16}$                                                   | فیوز شدہ کوآرٹز (Fused Quartz)    |

## کرنٹ برق

گھریلو استعمال یا تجربہ گاہوں کے لیے تجارتی پیمانے پر تیار کیے جانے والے مزاحموں کی دو بڑی قسمیں ہیں: تار سے بنے ہوئے مزاحمے اور کاربن مزاحمے۔ تار کے مزاحمے، کچھ بھرتوں کو لپیٹ کر بنائے جاتے ہیں جیسے منگنائن (Manganin) 'کونستانتن' (constantan)، 'نیکروم' (Nichrome) یا ان جیسے دوسرے بھرت۔ ان مادوں کا انتخاب عام طور سے اس بنیاد پر کیا جاتا ہے کہ ان کی نوعی مزاحمتیں درجہ حرارت کے تئیں مقابلتاً غیر حساس ہوتی ہیں۔ یہ نوعی مزاحمتیں ایک ادم سے لے کر چند سو ادم تک کی مخصوص سعت کی ہوتی ہیں۔

اس سے بڑی سعت کے مزاحمہ زیادہ تر کاربن سے بنائے جاتے ہیں۔ کاربن مزاحمے سائز میں مختصر اور سستے ہوتے ہیں اور اس لیے الیکٹرانک سرکٹوں میں بہت زیادہ استعمال کیے جاتے ہیں۔ کاربن مزاحمے کیونکہ سائز میں مختصر ہوتے ہیں، اس لیے ان کی قدریں ایک رنگ کوڈ استعمال کر کے دی جاتی ہیں۔

جدول 3.2 مزاحمہ رنگ کوڈ

| رنگ                       | عدد | ضریب      | ہرداشت (%) |
|---------------------------|-----|-----------|------------|
| کالا (Black)              | 0   | 1         |            |
| کتھنی (Brown)             | 1   | $10^1$    |            |
| لال (Red)                 | 2   | $10^2$    |            |
| نارنجی (Orange)           | 3   | $10^3$    |            |
| پیلا (Yellow)             | 4   | $10^4$    |            |
| ہرا (Green)               | 5   | $10^5$    |            |
| نیلا (Blue)               | 6   | $10^6$    |            |
| اودا (Violet)             | 7   | $10^7$    |            |
| سرمئی (Gray)              | 8   | $10^8$    |            |
| سفید (White)              | 9   | $10^9$    |            |
| سنہرا (Gold)              |     | $10^{-1}$ | 5          |
| سیمی (Silver)             |     | $10^{-2}$ | 10         |
| کوئی رنگ نہیں (No Colour) |     |           | 20         |

مزاحموں پر ہم محوری رنگین چھلے بنے ہوتے ہیں، جن کی اہمیت کی فہرست جدول 3.2 میں دی گئی ہے۔

پٹیاں (Bands) اوم میں مزاحمت کے پہلے دو قابل لحاظ ہندسے ظاہر کرتی ہیں۔ تیسری پٹی اعشاری ضریب کی نشاندہی کرتی ہے (جیسا کہ جدول 3.2 میں دی ہوئی فہرست میں دکھایا گیا ہے)۔ آخری پٹی برداشت (Tolerance) یا فی صد

میں، نشاندہی کی گئی قدروں میں تبدیلی ظاہر کرتی ہے۔ کبھی کبھی یہ آخری پٹی نہیں بھی ہوتی، جس کا مطلب ہے: 20% برداشت (شکل 3.8)

مثال کے طور پر، اگر چار رنگ، نارنجی، نیلا، پیلا اور سنہرا ہیں، تو مزاحمت کی قدر  $6 \times 10^4 \Omega$ ، 5% برداشت کی قدر کے ساتھ ہے۔

### 3.8 مزاحمت کا درجہ حرارت پر انحصار

#### (Temperature Dependence of Resistivity)

ایک مادی شے کی مزاحمت درجہ حرارت کے تابع معلوم ہوتی ہے۔ مختلف مادی اشیاء درجہ حرارت پر یکساں انحصار نہیں ظاہر کرتے۔ درجہ حرارت کی ایک محدود سعت کے لیے، جو بہت بڑی نہ ہو، ایک دھاتی موصل کی مزاحمت نزدیکی طور پر دی جاتی ہے!

$$\rho_T = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)] \quad (3.26)$$

یہاں  $\rho_T$  درجہ حرارت  $T$  پر مزاحمت ہے اور  $\rho_0$  حوالہ درجہ حرارت  $T_0$  پر مزاحمت ہے

‘مزاحمت کا درجہ حرارت ضریب (Temperature Co-efficient of Resistivity)‘

کہلاتا ہے اور مساوات (3.26) سے  $\alpha$  کے ابعاد  $^{-1}$  (درجہ حرارت) ہیں۔ دھاتوں کے لیے  $\alpha$  مثبت

ہے اور کچھ دھاتوں کے لیے  $T_0 = 0^\circ\text{C}$  پر  $\alpha$  کی قدروں کی فہرست جدول 3.1 میں دی گئی ہے۔

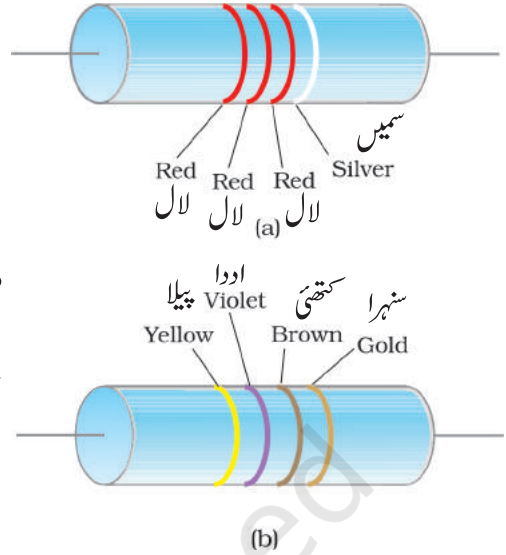
مساوات (3.26) کے رشتے سے اخذ کیا جاسکتا ہے کہ  $T$  کے خلاف  $\rho_T$  کا کھینچا گیا گراف ایک خط مستقیم ہوگا۔

سے بہت کم درجات حرارت پر حالانکہ گراف ایک خط مستقیم سے قابل لحاظ انحراف ظاہر کرتا ہے (شکل 3.9)۔

اس لیے مساوات (3.26) کا استعمال کسی حوالہ درجہ حرارت  $T_0$  کے گرد  $T$  کی ایک محدود سعت میں، نزدیکی

طور پر کیا جاسکتا ہے جہاں پر گراف کو تقریباً مستقیم خط مانا جاسکے۔

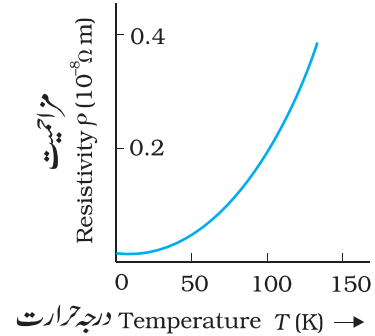
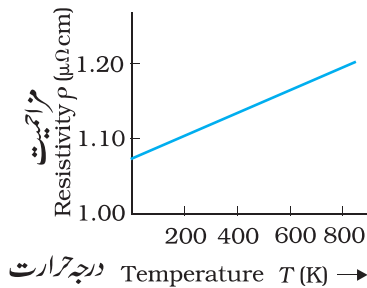
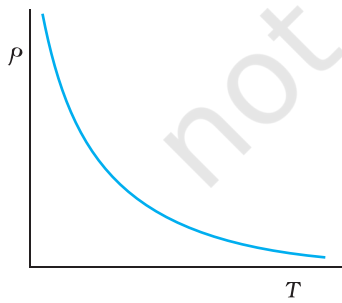
کچھ مادی اشیاء جیسے نائیکروم (جوکل، لوہے اور کرومیم کا بھرت ہے) درجہ حرارت کے ساتھ مزاحمت کا بہت کمزور انحصار



شکل 3.8: رنگ کوڈ شدہ مزاحمت

(a)  $(22 \times 10^2 \Omega) \pm 10\%$ ,

(b)  $(47 \times 10 \Omega) \pm 5\%$ .



شکل 3.9: درجہ حرارت  $T$  کے تفاعل کے بہ طور

شکل 3.11: ایک مخصوص نیم موصل کے لیے

شکل 3.10: مطلق درجہ حرارت  $T$  کے تفاعل کے

تانبہ کی مزاحمت  $\rho_T$

مزاحمت کا درجہ حرارت پر انحصار

بہ طور نائیکروم کی مزاحمت  $\rho_T$

## کرنٹ برق

ظاہر کرتے ہیں (شکل 3.10)۔ میگنٹن اور کونسٹنٹن کی بھی ایسی ہی خاصیتیں ہوتی ہیں۔ اس لیے یہ مادے تاروں سے بنے معیاری مزاحموں میں خوب استعمال کیے جاتے ہیں، کیونکہ ان کی مزاحمت کی قدریں درجہ حرارت کے ساتھ بہت کم تبدیل ہوتی ہیں۔

دھاتوں کے برخلاف، نیم موصلوں کی مزاحمت درجہ حرارت میں اضافے کے ساتھ کم ہوتی ہے۔ ایک مخصوص انحصار شکل 3.11 میں دکھایا گیا ہے۔

مساوات (3.23) کے مشتق کی روشنی میں، ہم مزاحمت کے درجہ حرارت پر انحصار کو کیفیتی طور پر سمجھ سکتے ہیں۔ اس مساوات سے ایک مادی شے کی مزاحمت دی جاتی ہے۔

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{n e^2 \tau} \quad (3.27)$$

اس لیے  $\rho$  آزاد الیکٹرونوں کی تعداد فی اکائی حجم  $n$ ، اور تصادموں کے دوران اوسط وقت  $\tau$  دونوں کے مقلوب طور پر تابع ہے۔ ہم جب درجہ حرارت میں اضافہ کرتے ہیں تو الیکٹران جو کرنٹ بردار کے طور پر کام کرتے ہیں کی اوسط چال میں اضافہ ہو جاتا ہے، جس کے نتیجے میں تصادم بڑھ جاتے ہیں۔ اس طرح تصادم کا اوسط وقت  $\tau$  درجہ حرارت کے ساتھ کم ہوتا ہے۔ ایک دھات میں  $n$  کسی قابل لحاظ حد تک درجہ حرارت کے تابع نہیں ہے اور اس لیے کی قدر میں درجہ حرارت میں اضافے کے ساتھ ہونے والی کمی  $\rho$  میں اضافہ کر دیتی ہے، جیسا کہ ہم نے مشاہدہ کیا ہے۔ لیکن، حاجزوں اور نیم موصلوں کے لیے  $n$  میں درجہ حرارت میں اضافہ کے ساتھ اضافہ ہوتا ہے۔ یہ اضافہ مساوات (3.23) میں  $\tau$  میں ہونے والی کمی کو نہ صرف پورا کر دیتا ہے بلکہ اس کمی سے زیادہ ہوتا ہے۔ اس لیے، ایسے مادوں میں  $\rho$  درجہ حرارت کے ساتھ کم ہوتی ہے۔

**مثال 3.3:** ایک برقی ٹوسٹر کا حرارتی جز (Heating element) نائیکروم کا بنا ہے۔ جب اس سے ایک ناقابل لحاظ خفیف کرنٹ گزارا جاتا ہے، تو کمرہ درجہ حرارت ( $27.0^\circ\text{C}$ ) پر اس کی مزاحمت کی قدر  $75.3\Omega$  حاصل ہوتی ہے۔ جب ٹوسٹر کو ایک  $230\text{V}$  سپلائی سے منسلک کر دیا جاتا ہے، تو چند سیکنڈ بعد کرنٹ قائم ہو جاتا ہے اور کرنٹ کی قائم قدر  $2.68\text{A}$  ہے۔ نائیکروم سے بنے جز کا قائم درجہ حرارت کیا ہے؟ شامل درجہ حرارت سعت پر اوسط کیے گئے، نائیکروم کی مزاحمت کے درجہ حرارت ضریب کی قدر  $1.70 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  ہے۔

**حل:** جب نائیکروم کے بنے جز سے گزرنے والا کرنٹ بہت خفیف ہے، تو حرارتی اثرات نظر انداز کیے جاسکتے ہیں اور جز کا درجہ حرارت  $T_1$  کمرہ درجہ حرارت کے مساوی مانا جاسکتا ہے۔ جب ٹوسٹر کو سپلائی سے منسلک کر دیا جاتا ہے، تو اس کا آغازی کرنٹ  $2.68\text{A}$  اس کی قائم قدر سے معمولی سا زیادہ ہوگا۔ لیکن کرنٹ کے حرارتی اثر کی وجہ سے، درجہ حرارت میں اضافہ ہوگا۔ اس کی وجہ سے مزاحمت میں اضافہ ہوگا اور کرنٹ میں معمولی سی کمی ہوگی۔ چند سیکنڈ میں ایک قائم حالت (Steady State) حاصل ہو جائے گی، جب درجہ حرارت میں مزید کوئی اضافہ نہیں ہوگا اور جز کی مزاحمت اور گزرنے والا کرنٹ دونوں اپنی قائم قدریں حاصل کر لیں گے۔

مثال 3.3

قائم درجہ حرارت  $T_2$  پر مزاحمت  $R_2$  ہے:

$$R_2 = \frac{230 \text{ V}}{2.68 \text{ A}} = 85.8 \Omega$$

مندرجہ ذیلہ رشتہ استعمال کرتے ہوئے:

$$R_2 = R_1 [1 + (T_2 - T_1)]$$

کے ساتھ ہمیں حاصل ہوتا ہے:  $\alpha = 1.70 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

$$T_2 - T_1 = \frac{(85.8 - 75.3)}{(75.3) \times 1.70 \times 10^{-4}} = 820^\circ\text{C}$$

یعنی کہ

$$T_2 = (820 + 27.0) ^\circ\text{C} = 847 ^\circ\text{C}$$

اس لیے حرارتی جز کا قائم درجہ حرارت (جب کرنٹ کی وجہ سے پیدا ہونے والے حرارتی اثرات، ماحول میں ضائع ہوئی حرارت کے مساوی ہیں)  $847^\circ\text{C}$  ہے۔

مثال 3.4

**مثال 3.4:** ایک پلائٹم مزاحمت تھرمامیٹر کے پلائٹم تار کی مزاحمت، برف نقطہ پر  $5\Omega$  ہے اور بھاپ نقطہ پر  $5.39\Omega$  ہے۔ جب تھرمامیٹر کو گرم جنتز (Hot bath) میں لگایا جاتا ہے، تو پلائٹم تار کی مزاحمت  $5.795\Omega$  ہے۔ جنتز کے درجہ حرارت کا حساب لگائیے۔

$$\text{حل: } R_0 = 5 \Omega, R_{100} = 5.23 \Omega, R_t = 5.795 \Omega$$

اب

$$t = \frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100, R_t = R_0 (1 + \alpha t)$$

$$= \frac{5.795 - 5}{5.23 - 5} \times 100$$

$$= \frac{0.795}{0.23} \times 100 = 345.65 ^\circ\text{C}$$

### 3.9 برقی توانائی، پاور (Electrical Energy, Power)

ایک موصل لیں جس کے کناروں کے نقطے A اور B ہیں، اور جس میں A سے B تک کرنٹ I بہہ رہا ہے۔ A اور B پر برقی مضمر بالترتیب V(A) اور V(B) سے ظاہر کیے جاتے ہیں۔ کیونکہ کرنٹ A سے B کی طرف بہہ رہا ہے  $V = V(A) - V(B)$

$$V = V(A) - V(B) > 0. \text{ اور AB پر مضمر فرق ہے:}$$

وقفہ وقت  $\Delta t$  میں چارج کی مقدار:  $\Delta Q = I \Delta t$  سے A تک گذرتی ہے۔ A پر چارج کی وضعی توانائی، تعریف کے

مطابق QV(A) اور اسی طرح B پر QV(B) ہوگی۔ اس لیے اس کی وضعی توانائی میں تبدیلی  $\Delta U_{\text{Pot}}$  ہے:

## کرنٹ برق

(آغازی وضعی توانائی) — (اختتامی وضعی توانائی) =

$$= \Delta Q[(V(B) - V(A))] = -\Delta QV$$

$$= -I V \Delta t < 0$$

اگر چارج موصل سے بغیر کسی تصادم کے گزر جاتے ہیں تو ان کی حرکی توانائی بھی تبدیل ہوگی اس طرح کہ ان کی کل توانائی غیر تبدیل شدہ رہے۔ کل توانائی کی بقا سے پھر اخذ کیا جاسکتا ہے کہ:

$$\Delta K = -\Delta U_{\text{pot}} \quad (3.29)$$

$$\Delta K = I V \Delta t > 0 \quad (3.30)$$

اس لیے اگر چارج برقی میدان کے عمل پذیر ہونے کے تحت موصل آزادانہ طور پر حرکت کرتے رہے ہوں تو وہ جیسے جیسے حرکت کرتے جائیں گے ان کی حرکی توانائی میں اضافہ ہوتا جائے گا۔ لیکن ہم پہلے دیکھ چکے ہیں کہ اوسطاً چارج برداروں کی حرکت اسراع پذیر حرکت نہیں ہوتی بلکہ وہ ایک قائم باد آور رفتار کے ساتھ حرکت کرتے ہیں۔ ایسا ان کی حرکت کے دوران آئٹنوں اور ایٹموں سے ان کے تصادموں کی وجہ سے ہوتا ہے۔ تصادموں کے دوران چارجوں کے ذریعے حاصل کی گئی توانائی ایٹموں میں تقسیم ہو جاتی ہے، ایٹم زیادہ تیزی سے ارتعاش (Vibration) کرنے لگتے ہیں، یعنی کہ موصل گرم ہو جاتا ہے۔ اس لیے ایک حقیقی موصل میں توانائی کی ایک مقدار جس کا موصل میں حرارت کی شکل میں وقفہ وقت

میں اسراف (Dissipation) ہوتا ہے:

$$\Delta W = I V \Delta t \quad (3.31)$$

اسراف شدہ توانائی فی اکائی وقت اسراف شدہ پاور:  $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$  ہے اور اب حاصل ہوتا ہے۔

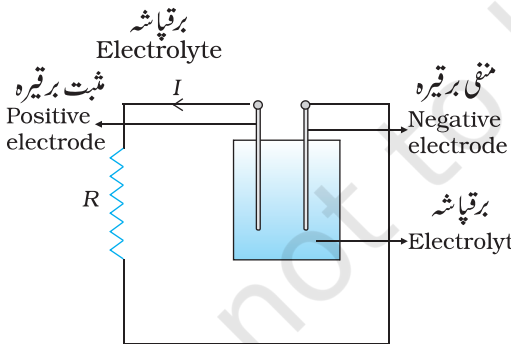
$$P = IV \quad (3.32)$$

اوم کا قانون استعمال کرتے ہوئے:  $V = IR$  ہمیں

$$P = I^2 R = V^2 / R \quad (3.33)$$

ایک مزاحمت کے موصل میں جس میں سے کرنٹ  $I$  گزر رہا ہے ہونے والے پاور نقصان (اومی نقصان) کے بطور ملتا ہے۔ یہی وہ پاور ہے جو گرمی پیدا کرتی ہے مثال کے طور پر ایک برقی بلب کے لچھے (Coil) میں جس سے ایک بلب تاباں (Incandescent) ہو جاتا ہے اور حرارت اور روشنی کا اشعاع کرتا ہے۔

یہ پاور آتی کہاں سے ہے؟ جیسے کہ ہم پہلے بھی وضاحت کر چکے ہیں کہ ایک موصل میں سے گزرنے والے کرنٹ کی قدر کو قائم رکھنے کے لیے ہمیں ایک باہری وسیلے (External Source) کی ضرورت ہوتی ہے۔ ظاہر ہے کہ یہی وسیلہ ہوگا جو یہ پاور مہیا کرے گا۔ ایک سیل کے ساتھ دکھائے گئے سادہ سرکٹ (شکل 3.12) میں یہ سیل کی کیمیائی توانائی ہے جو یہ توانائی



شکل 3.12: مزاحمت  $R$  میں جو کہ ایک سیل کے ٹرمینلوں

(Terminals) کے درمیان لگایا گیا ہے، حرارت پیدا ہوتی ہے۔ مزاحمت  $R$  میں اسراف پذیر ہونے والی توانائی برقپاشہ کی کیمیائی توانائی سے حاصل ہوتی ہے۔



اس وقت تک مہیا کرتا ہے جب تک کر سکتا ہے۔

پاور کی ریاضیاتی عبارتیں، مساوات (3.32) اور مساوات (3.33) ایک مزاحمہ  $R$  میں اصراف پذیر ہونے والی پاور کا موصل سے گزرنے والے کرنٹ اور موصل کے سروں کے درمیان وولٹیج پر انحصار ظاہر کرتی ہیں۔

مساوات (3.33) کا پاور کی ترسیل میں ایک اہم استعمال ہے۔ پاور اسٹیشن سے گھروں اور کارخانوں کو جو پاور اسٹیشن سے سینکڑوں میل دور بھی ہو سکتے ہیں برقی پاور کی ترسیل، ترسیلی کیبلوں (Transmission Cables) کے ذریعے کی جاتی ہے۔ ظاہر ہے کہ ہم چاہیں گے کہ پاور اسٹیشن کو گھروں اور کارخانوں سے جوڑنے والے ترسیلی کیبلوں میں پاور کا زیادہ کم سے کم ہو۔ اب ہم یہ دیکھیں گے کہ ایسا کیسے کیا جاتا ہے۔ ایک آلہ  $R_c$  لیجیے، جسے ترسیلی کیبلوں کے ذریعے پاور  $P$  مہیا کی جانی ہے۔ کیبلوں کی مزاحمت  $R_c$  ہے جو پاور کا اصراف کرتی ہے۔ اگر  $R_c$  کے سروں کے درمیان وولٹیج  $V$  ہے اور اس میں سے گزرنے والا کرنٹ  $I$  ہے تو

$$P = VI \quad (3.3.4)$$

پاور اسٹیشن سے آلہ  $R_c$  کو منسلک کرنے والے تاروں کی ایک معین مزاحمت ہوگی جو فرض کیا  $R_c$  ہے۔ منسلک کرنے والے تاروں میں اصراف پذیر ہوئی پاور جو کہ ضائع ہو جاتی ہے  $P_c$  ہے جب کہ

$$= \frac{P^2 R_c}{V^2} \quad (3.35)$$

(مساوات 3.32 سے)

اس لیے پاور  $P$  کے ایک آلہ کو چلانے کے لیے منسلک کرنے والے تاروں میں اصراف پذیر ہونے والی پاور  $V^2$  منقلوب متناسب ہے۔ پاور اسٹیشن سے آلہ تک ترسیلی کیبل، سینکڑوں میل لمبے ہوتے ہیں اور ان کی مزاحمت قابل لحاظ ہوتی ہے۔ کو کم کرنے کے لیے یہ تار  $V$  کی بہت بری قدروں پر کرنٹ لے جاتے ہیں اور یہی وجہ ہے کہ ترسیلی لائنوں پر زیادہ وولٹیج کی خطرے کی علامت بنی ہوئی ہے جو ایک زیادہ آبادی کے علاقے سے گذرتے ہوئے ہمیں اکثر نظر آتی ہے۔ اتنی بڑی وولٹیج کی قدروں پر بجلی کو استعمال کرنا محفوظ نہیں ہے اس لیے دوسرے سرے پر ایک آلہ لگا ہوتا ہے جو ٹرانسفارمر کہلاتا ہے اور یہ آلہ وولٹیج کو استعمال کے لیے مناسب قدروں تک کم کر دیتا ہے۔

### 3.10 مزاحموں کا اجتماع — سلسلہ وار اور متوازی

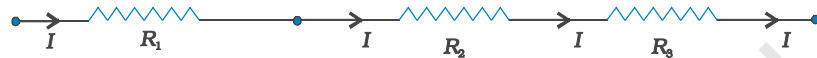
#### (Combination of Resistors – Series and Parallel)

ایک مزاحمہ  $R$  میں سے گزرنے والا کرنٹ  $I$  جب کہ اس کے سروں کے درمیان مضمر فرق  $V$  ہو، اوم کے قانون کے ذریعے دیا جاتا ہے۔ اکثر مزاحموں کو ایک ساتھ جوڑا جاتا ہے اور مزاحموں کے اس اجتماع کی معادل مزاحمت کا حساب لگانے کے کچھ سادہ قاعدے ہیں۔



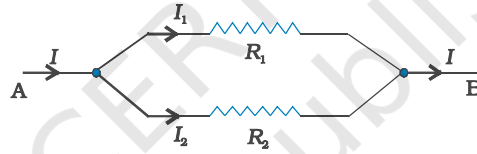
شکل 3.13: دو مزاحموں،  $R_1$  اور  $R_2$  کا سلسلہ وار اجتماع

دو مزاحمے، ایک سلسلے (Series) میں کہلاتے ہیں اگر ان کا صرف ایک آخری سر ای جوڑا جائے (شکل 3.13) اگر دونوں کے سلسلہ وار اجتماع کے ساتھ ایک تیسرے مزاحم کا بھی ایک سر جوڑا جائے، تو یہ تینوں مزاحمے سلسلے میں کہلائیں گے۔ ہم سلسلہ وار اجتماع کی اس تعریف کی توسیع مزاحموں کی کسی بھی تعداد کے اجتماع کے لیے کر سکتے ہیں۔



شکل 3.14: تین مزاحموں  $R_1$ ،  $R_2$ ،  $R_3$  کا سلسلہ وار اجتماع

دو یا دو سے زیادہ مزاحمے، اس وقت متوازی کہلاتے ہیں، جب تمام مزاحموں کا ایک سر ایک ساتھ جوڑ دیا جائے، اور اسی طرح دوسرے سرے بھی ایک ساتھ جوڑ دیئے جائیں (شکل 3.15)۔



شکل 3.15: دو مزاحمے،  $R_1$  اور  $R_2$  'متوازی طرز میں جوڑے گئے ہیں۔

دو مزاحمے  $R_1$  اور  $R_2$  لیجیے جو سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں۔  $R_1$  میں سے جو چارج باہر نکلے گا وہ لازمی طور پر  $R_2$  میں داخل ہوگا۔ کیونکہ کرنٹ چارج کے بہنے کی شرح کی پیمائش کرتا ہے اس کا مطلب ہوا کہ  $R_1$  اور  $R_2$  دونوں سے یکساں کرنٹ  $I$  بہہ رہا ہے۔ اوم کے قانون سے

$$R_1 = V_1 = I R_1$$

اور

$$R_2 = V_2 = I R_2$$

اجتماع کے سروں کے درمیان مضمرفرق  $V$  ہے:  $V_1 + V_2$ ، اس لیے:

$$V = V_1 + V_2 = I (R_1 + R_2) \quad (3.36)$$

اس لیے اگر اجتماع کی معادل مزاحمت  $R_{eq}$  ہے تو اوم کے قانون سے

$$R_{eq} \equiv \frac{V}{I} = (R_1 + R_2) \quad (3.37)$$

اگر ہمارے پاس تین مزاحمے ہوں:  $R_1$ ،  $R_2$ ،  $R_3$  اور تینوں سلسلہ وار جڑے ہوں تو

$$V = I R_1 + I R_2 + I R_3 = I (R_1 + R_2 + R_3) \quad (3.38)$$

ظاہر ہے، ہم اس کی توسیع کسی بھی عدد  $n$  کے سلسلہ وار اجتماع کے لیے کر سکتے ہیں۔ معادل مزاحمت  $R_{eq}$  ہے:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (3.39)$$

اب دو مزاحموں کا متوازی طرز کا اجتماع لیں (شکل 3.15)۔ بائیں طرف سے A پر جو چارج داخل ہوتا ہے وہ جزوی طور پر  $R_1$  میں اور جزوی طور پر  $R_2$  میں باہر بہتا ہے۔ شکل میں دکھائے گئے کرنٹ  $I_1, I_2, I_3$  نشان دہی کیے گئے نقاط پر چارجوں کے بہنے کی شرح ہے۔ اس لیے:

$$(3.40)$$

A اور B کے درمیان مضمر فرق اوم کے قانون کے ذریعے دیا جاتا ہے  $R_1$  پر اس کا اطلاق کرنے سے:

$$V = I_1 R_1 \quad (3.41)$$

پراوم کا قانون کا اطلاق کرنے سے

$$V = I_2 R_2 \quad (3.42)$$

$$\therefore I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.43)$$

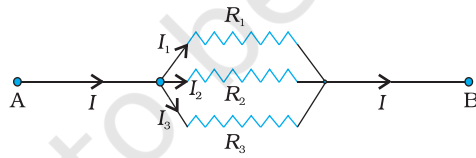
اگر اجتماع کو ایک معادل مزاحمت  $R_{eq}$  سے بدل دیا جائے تو ہمارے پاس ہوگا اوم کے قانون سے:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \quad (3.44)$$

اس لیے

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (3.45)$$

ہم بہ آسانی دیکھ سکتے ہیں کہ تین مزاحموں کے متوازی اجتماع کے لیے اس کی توسیع کیسے کی جاسکتی ہے (شکل 3.16)۔



شکل 3.16: تین مزاحموں  $R_1, R_2, R_3$  کا متوازی اجتماع

بالکل پہلے کی طرح ہی

$$(3.46)$$

اور  $R_1, R_2$  اور  $R_3$  کے لیے اوم کا قانون استعمال کرنے پر

$$V = I_1 R_1, V = I_2 R_2, V = I_3 R_3 \quad (3.47)$$

اس طرح

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \quad (3.48)$$

## کرنٹ برق

ایک معادل مزاحمت  $R_{eq}$ ، جو اجتماع کی جگہ لے سکے، ہوگی، اس طرح کہ:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \quad (3.49)$$

اور اس لیے

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (3.50)$$

ہم اسی طرح، متوازی طرز میں جڑے مزاحموں کی کسی بھی تعداد  $n$  کے لیے، جواز پیش کر سکتے ہیں۔ اس لیے اگر  $n$  مزاحمتیں:

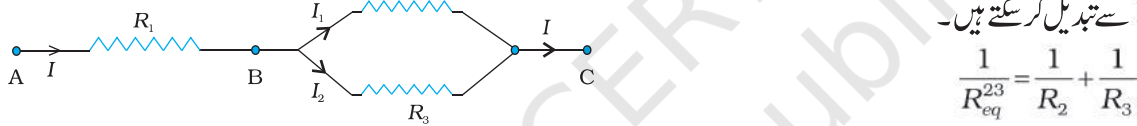
متوازی طرز میں جوڑے گئے ہیں تو،

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (3.51)$$

معادل مزاحمتوں کے یہ فارمولے زیادہ پیچیدہ سرکٹوں میں کرنٹ اور وولٹیج معلوم کرنے کے لیے استعمال کیے جاسکتے ہیں۔ مثال کے طور پر، شکل 3.17 میں دکھایا گیا سرکٹ لیجیے، جس میں تین مزاحمتیں  $R_1$ ،  $R_2$  اور  $R_3$  ہیں۔

ایک دوسرے سے متوازی طرز میں جڑے ہوئے ہیں اس لیے ہم انہیں نقطہ B اور نقطہ C کے درمیان ایک معادل

مزاحمت  $R_{eq}^{23}$  سے تبدیل کر سکتے ہیں۔



$$\frac{1}{R_{eq}^{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

یا

$$\equiv \text{A} \xrightarrow{I} R_1 \xrightarrow{I} B \xrightarrow{I} R_{eq}^{23} \xrightarrow{I} C \quad (3.52)$$

اب سرکٹ میں  $R_1$  اور  $R_{eq}^{23}$  سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں اس لیے ان کے اجتماع کو ایک معادل مزاحمت  $R_{eq}^{123}$  سے تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

شکل 3.17: تین مزاحمتوں  $R_1$ ،  $R_2$  اور  $R_3$  کا اجتماع۔  $R_2$  اور  $R_3$  آپس میں

متوازی طرز میں جڑے ہیں اور ان کی معادل مزاحمت  $R_{eq}^{23}$  ہے۔  $R_1$  اور  $R_{eq}^{23}$  سلسلہ وار جڑے ہیں اور ان کی معادل مزاحمت  $R_{eq}^{123}$  ہے۔

اگر  $R$  اور  $C$  کے درمیان وولٹیج  $V$  ہے، تو کرنٹ  $I$  دیا جاتا ہے:

$$I = \frac{V}{R_{eq}^{123}} = \frac{V}{R_1 + [R_2 R_3 / (R_2 + R_3)]} = \frac{V(R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \quad (3.54)$$

### 3.11 سیل، ای ایم ایف، اندرونی مزاحمت

#### (CELLS, EMF, INTERNAL RESISTANCE)

ہم پہلے ہی ذکر کر چکے ہیں کہ ایک برقی سرکٹ میں قائم کرنٹ برقرار رکھنے کا ایک سادہ آلہ برقی پائیدہ

سیل (electrolytic cell) ہے۔ بنیادی طور پر ایک سیل دو برقیہ ہوتے ہیں جو مثبت (P) اور

منفی (N) برقیروے (electrodes) کہلاتے ہیں، جیسا کہ شکل 3.18 میں دکھایا گیا ہے۔ وہ ایک برقی پاشیدہ محلول (electrolytic solution) میں ڈبائے گئے ہیں۔ محلول میں ڈوبنے پر برقیروے برقی پاشیدہ محلول سے چارجوں کا آپسی تبادلہ کرتے ہیں۔ خود مثبت برقیروے اور اس کے بالکل نزدیک برقی پاشیدہ محلول، جس کی نقطہ A سے شکل میں نشاندہی کی گئی ہے، کے مابین مضمر فرق  $V_+$  ( $V_+ > 0$ ) ہے۔ اسی طرح منفی برقیروے پر اس کے نزدیک برقی پاشیدہ محلول، جس کی نقطہ B سے شکل میں نشاندہی کی گئی ہے، کی مناسبت سے منفی مضمر فرق ( $V_-$ ) پیدا ہو جاتا ہے۔ جب کوئی کرنٹ نہیں بہہ رہا ہو تو پورے برقی پاشیدہ محلول میں ہر جگہ یکساں مضمر ہوتا ہے۔ اس طرح، P اور N کے درمیان مضمر فرق ہے:  $V_+ - (-V_-) = V_+ + V_-$  یہ فرق سیل کی برقی محرک قوت (electromotive force) (ای ایم ایف) کہلاتا ہے اور اسے ظاہر کرتے ہیں۔ اس لیے:

$$\mathcal{E} = V_+ + V_- > 0 \quad (3.55)$$

نوٹ کریں کہ دراصل قوت نہیں بلکہ مضمر فرق ہے۔ لیکن نام emf تاریخی اسباب کی بنا پر استعمال ہوتا ہے اور اس وقت دیا گیا تھا جب مظہر مناسب طور پر سمجھا نہیں جاسکا تھا۔

کی اہمیت کو سمجھنے کے لیے ایک مزاحمہ R لیں جو ایک سیل کے برقیروں کے ساتھ جڑا ہوا ہے (شکل 3.18)۔ R سے C سے D تک ایک کرنٹ I بہتا ہے۔ جیسا کہ پہلے وضاحت کی جا چکی ہے، ایک قائم کرنٹ اس لیے برقرار رہتا ہے کیونکہ کرنٹ N سے P تک برقی پاشیدہ محلول سے ہو کر گذرتا ہے۔ ظاہر ہے کہ برقی پاشیدہ محلول میں سے یکساں کرنٹ بہتا ہے لیکن N سے P تک جب کہ R میں سے دہی کرنٹ P سے N تک بہتا ہے۔

برقی پاشیدہ محلول، جس میں سے کرنٹ گذرتا ہے، اس کی ایک معین مزاحمت r ہوتی ہے جسے اندرونی

مزاحمت (Internal resistance) کہتے ہیں۔ پہلے وہ صورت لیں جس میں R لاتنا ہی ہے۔

اس طرح،  $I = V/R = 0$  جہاں  $V$  اور P، N کے مابین مضمر فرق ہے۔ اب

اور A کے درمیان مضمر فرق  $V =$

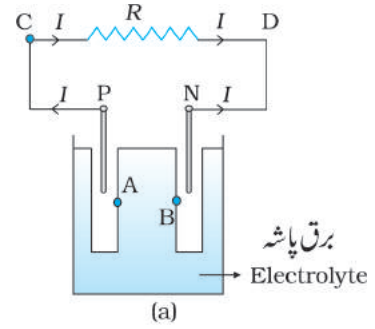
A اور B کے درمیان

B اور N کے درمیان مضمر فرق

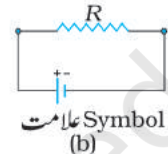
$$= \mathcal{E} \quad (3.56)$$

اس لیے، emf،  $\mathcal{E}$ ، ایک کھلے سرکٹ میں، یعنی کہ جب سیل سے کوئی کرنٹ نہیں بہہ رہا ہو، مثبت اور منفی برقیروں کے مابین مضمر فرق ہے۔

لیکن اگر R متناہی ہو، صفر نہیں ہوگا۔ اس صورت میں، P اور N کے مابین مضمر فرق ہے۔



(a)



(b)

شکل 3.18: (a) ایک برقی پاشیدہ سیل کا

خاکہ، جس میں مثبت ٹرمینل P اور منفی ٹرمینل N ہے۔ برقیروں کے درمیانی فاصلے کو وضاحت کی خاطر بڑھا کر دکھایا گیا

ہے۔ A اور B، برقی پاشہ میں وہ نقطے ہیں جو مخصوص طور پر P اور N کے نزدیک ہیں۔

(b) ایک سیل کے لیے علامت،

P، + برقیروے کے لیے ہے اور N، - کے لیے۔ سیل سے برقی کنکشن P اور N پر کیے جاتے ہیں۔

$$V = V_+ + V_- - Ir$$

$$= \mathcal{E} - Ir \quad (3.57)$$

A اور B کے مضمرفرق کے لیے دی گئی ریاضیاتی عبارت میں 'Ir کے ساتھ منفی علامت نوٹ کریں۔ یہ اس لیے ہے کیونکہ برق پاشیدہ محلول میں کرنٹ B سے A کی جانب بہتا ہے۔

## بادلوں میں چارج

قدیم دور میں بجلی کے کڑکنے (یا گرنے) کو فضا میں چمکنے والا فوق الفطرت مظہر سمجھا جاتا تھا۔ یہ سمجھا جاتا تھا کہ یہ خدا کا ایک مہلک ہتھیار ہے۔ لیکن آج بجلی کڑکنے کے مظہر کی طبیعیات کے بنیادی اصولوں کے ذریعے سائنسی توضیح کی جاسکتی ہے۔

فضائی برق (Atmospheric electricity) چارجوں کے علیحدہ ہونے کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے۔ آئونیہ کرہ اور مقناطیسیہ کرہ (Megnetosphere) میں شمسی — ارضی (Solar — Terrestrial) باہم عمل (Interaction) سے طاقت ور برقی کرنٹ پیدا ہوتا ہے۔

چمکی فضا (Lower atmosphere) میں یہ کرنٹ کمزور ہوتا ہے اور طوفان برق و باراں کے ذریعے برقرار رہتا ہے۔

بادلوں میں برف کے ذرات ہوتے ہیں جو نمونہ پذیر ہوتے ہیں، تصادم کرتے ہیں، شکستہ ہوتے ہیں اور ٹوٹتے ہیں۔ مقابلتا چھوٹے ذرات مثبت چارج حاصل کر لیتے ہیں اور مقابلتا بڑے ذرات منفی چارج شدہ ہو جاتے ہیں۔ یہ چارج شدہ ذرات بادلوں میں اوپری باد آوری اور مادی کشش کی وجہ سے علاحدہ ہو جاتے ہیں۔ بادلوں کا اوپری حصہ مثبت چارج شدہ ہو جاتا ہے اور درمیانی حصہ منفی چارج شدہ ہو جاتا ہے، جس سے کہ ایک دو قطبی ساخت بن جاتی ہے۔ کبھی کبھی بادل کی اساس کے نزدیک ایک بہت کمزور مثبت چارج پایا جاتا ہے۔ طوفان برق و باراں کے تشکیل پاتے وقت زمین مثبت چارج شدہ ہوتی ہے۔ اور آفاقی (Cosmic) اور تابکار شعاعیں ہوا کی مثبت اور منفی آئنوں میں آئن سازی کر دیتی ہیں اور ہوا (کمزور طور پر) برقی ایصالی ہو جاتی ہے۔ چارجوں کی علیحدگی، بادل کے اندر اور بادل اور زمین کے درمیان برقی مضمرفرق کی بہت بڑی مقدار پیدا کر دیتی ہے۔ یہ مقدار کئی دس لاکھ ولٹ ہو سکتی ہے اور آخر کار ہوا میں برقی مزاحمت کا زور ٹوٹ جاتا ہے اور بجلی چمکنا شروع کر دیتی ہے اور ہزاروں امپیر کرنٹ بہنے لگتا ہے۔ برقی میدان کی قدر  $10^5 \text{ V/m}$  کے درجہ کی ہوتی ہے۔ بجلی کی ایک چمک ضربوں (Strokes) کے ایک سلسلے پر مشتمل ہوتی ہے، جن کی اوسط تعداد چار کے قریب ہوتی ہے اور ہر چمک کا وقفہ تقریباً 30 سکند ہوتا ہے۔ اوسطاً از حد پاور فی ضرب تقریباً  $10^{12}$  واٹ ہوتی ہے۔

خوشگوار موسم کے دوران بھی فضا میں چارج ہوتا ہے۔ خوشگوار موسم میں برقی میدان، زمین پر سطحی چارج کثافت اور ایک فضائی ایصالیت کی موجودگی کی وجہ سے اور ساتھ ہی ساتھ کرہ سے سطح زمین تک کرنٹ کے بہنے کی وجہ سے جو پیکو امپیر فی مربع میٹر کے درجہ کا ہوتا ہے پیدا ہوتا ہے۔ زمین پر سطحی چارج کثافت منفی ہوتی ہے اس لیے برقی میدان کی سمت نیچے کی جانب ہوتی ہے۔ خشکی پر اوسط برقی میدان تقریباً  $120 \text{ v/m}$  ہوتا ہے جو  $-1.2 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$  سطحی چارج کثافت سے مطابقت رکھتا ہے۔ زمین کی پوری سطح پر کل منفی چارج کی قدر تقریباً  $600 \text{ kC}$  ہوتی ہے۔ اسی کے مساوی مثبت چارج فضا میں پایا جاتا ہے۔ یہ برقی میدان روزمرہ کی زندگی میں محسوس نہیں ہوتا۔ اس کے محسوس نہ ہونے کی وجہ یہ ہے کہ تقریباً ہر چیز جس میں ہمارا جسم بھی شامل ہے ہوا کے مقابلے میں موصل ہے۔

- عملی تحسیب میں، سرکٹ میں سیلوں کی اندرونی مزاحمت کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے، جب کرنٹ I ایسا ہو کہ ایک سیل کی اندرونی مزاحمت کی قدر، ایک دوسرے سیل سے مختلف ہوتی ہے۔ سوکھے سیلوں (Dry cells) کی اندرونی مزاحمت، عام برق پاشیدہ سیل سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔
- ہم یہ بھی دیکھ سکتے ہیں کہ کیونکہ  $V = IR$  کے سروں کے درمیان مضمرفرق ہے، اوم کے قانون سے:

$$V = IR \quad (3.58)$$

مساوات (3.57) اور مساوات (3.58) سے

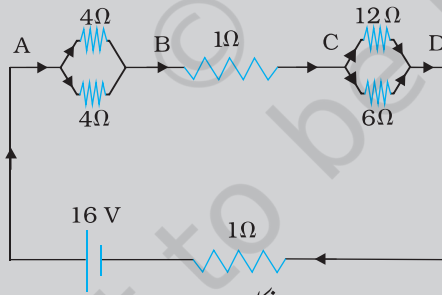
$$IR = \varepsilon - Ir$$

یا

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \quad (3.59)$$

- ایک سیل سے کرنٹ کی جواز حد قدر حاصل کی جاسکتی ہے وہ  $R = 0$  کے لیے ہوگی۔ یہ قدر ہے:  $I_{\max} = \varepsilon/r$ ، لیکن زیادہ تر سیلوں سے زیادہ سے زیادہ کرنٹ حاصل کرنے کی اجازت شدہ قدر اس سے بہت کم ہوتی ہے۔ ایسا سیل کو مستقل طور پر نقصان پہنچنے سے بچانے کے لیے کیا جاتا ہے۔

**مثال 35:** مزاحموں کا ایک نیٹ ورک (Net Work) ایک 16V کی بیٹری سے منسلک کیا گیا ہے۔ بیٹری کی اندرونی مزاحمت  $1\Omega$  ہے، جیسا کہ شکل 3.19 میں دکھایا گیا ہے۔ (a) نیٹ ورک کی معادل مزاحمت کا حساب لگائیے۔ (b) ہر مزاحمہ میں کرنٹ کی قدر معلوم کیجیے (c) وولٹیج ڈراپ  $V_{AB}$ ،  $V_{BC}$  اور  $V_{CD}$  معلوم کیجیے۔



شکل 3.19

حل:

- (a) نیٹ ورک، مزاحموں کا سلسلہ وار اور متوازی سادہ اجتماع ہے۔ پہلے  $4\Omega$  مزاحمت والے دو مزاحمتی متوازی طرز میں جڑے ہیں اور مساوی ہیں ایک مزاحمتی کے، جس کی مزاحمت ہے

$$= [(4 \times 4)/(4 + 4)] \Omega = 2 \Omega$$

اسی طرح،  $12\Omega$  اور  $6\Omega$  کے مزاحمتی بھی متوازی طرز میں جڑے ہیں اور معادل ہیں۔

$$[(12 \times 6)/(12 + 6)] \Omega = 4 \Omega$$

کے مزاحمتی کے۔



نیٹ ورک کی معادل مزاحمت R، ان مزاحموں 2 Ω اور 4 Ω کو 1 Ω کے ساتھ سلسلہ وار جوڑنے پر حاصل ہوگی۔ یعنی کہ:

$$R = 2 \Omega + 4 \Omega + 1 \Omega = 7 \Omega$$

(b) سرکٹ میں کل کرنٹ I ہے:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{16 V}{(7+1) \Omega} = 2 A$$

A اور B کے درمیان مزاحموں کو لیجیے۔ اگر 4 Ω والے مزاحموں میں سے ایک میں کرنٹ I<sub>1</sub> اور دوسرے میں I<sub>2</sub> ہے، تو I<sub>1</sub> × 4 = I<sub>2</sub> × 4

یعنی کہ، I<sub>1</sub> = I<sub>2</sub>، جو ویسے بھی دونوں بازوؤں کے تشاکل سے واضح ہے۔ لیکن، I<sub>1</sub> + I<sub>2</sub> = I = 2 A، اس لیے

$$I_1 = I_2 = I A$$

یعنی کہ ہر 4 Ω مزاحمہ میں کرنٹ I A ہے۔ B اور C کے درمیان 1 Ω کے مزاحمے میں کرنٹ 2 A ہوگا۔

اب C اور D کے درمیان مزاحمتوں کو لیجیے۔ اگر 12 Ω مزاحمہ میں کرنٹ I<sub>3</sub> ہے اور 6 Ω مزاحمہ میں I<sub>4</sub> ہے

$$I_3 \times 12 = I_4 \times 6$$

یعنی

$$I_4 = 2 I_3$$

لیکن، I<sub>3</sub> + I<sub>4</sub> = I = 2 A،

$$I_3 = \left(\frac{2}{3}\right) A, I_4 = \left(\frac{4}{3}\right) A \text{ اس لیے}$$

یعنی کہ 12 Ω مزاحمے میں کرنٹ  $\left(\frac{2}{3}\right) A$  ہوگا، جب کہ 6 Ω مزاحمے میں کرنٹ  $\left(\frac{4}{3}\right) A$  ہوگا۔

(c) پروویج ڈراپ ہے:

$$V_{AB} = I_1 \times 4 = 1 A \times 4 \Omega = 4 V$$

اسے A اور B کے درمیان کل کرنٹ کو A اور B کے درمیان معادل مزاحمت سے ضرب کر کے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

یعنی کہ

$$V_{AB} = 2 A \times 2 \Omega = 4 V$$

BC پروویج ڈراپ ہے:  $V_{BC} = 2 A \times 1 \Omega = 2 V$

آخر میں، CD پروویج ڈراپ ہے  $V_{CD} = 12 \Omega \times I_3 = 12 \Omega \times \left(\frac{2}{3}\right) A = 8 V$

اسے متبادل طریقے سے C اور D کے درمیان کل کرنٹ کو C اور D کے درمیان معادل مزاحمت سے ضرب کر کے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یعنی کہ

$$V_{CD} = 2 \text{ A} \times 4 \Omega = 8 \text{ V}$$

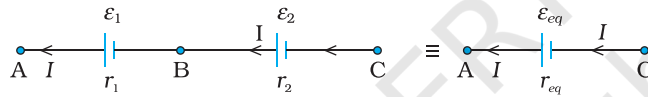
نوٹ کریں کہ AD پر کل وولٹیج ڈراپ ہے:  $4\text{V} + 2\text{V} + 8\text{V} = 14\text{V}$  جب کہ اس کی emf  $16\text{V}$  ہے۔  
 وولٹیج کا اس نقصان ( $= 2 \text{ V}$ ) کا حساب بیٹری کی اندرونی مزاحمت کے ذریعے لگایا جاسکتا ہے۔

$$[2 \text{ A} \times 1 \Omega = 2\text{V}]$$

### 3.12 سلسلہ وار اور متوازی طرز میں سیل

#### (Cells in Series and in Parallel)

مزاحمتوں کی طرح ایک برقی سرکٹ میں، سیل کا بھی اجتماع کیا جاسکتا ہے۔ اور مزاحمتوں کی طرح ایک سرکٹ میں کرنٹ اور وولٹیج کے حساب لگانے کے لیے ہم اس اجتماع کو ایک معادل سیل سے بدل سکتے ہیں۔



**شکل 3.20:**  $\epsilon_1$  اور  $\epsilon_2$  emf کے دو سیل سلسلہ وار جوڑے گئے ہیں۔  $I_1$  اور  $I_2$  ان کی اندرونی مزاحمتیں ہیں۔ A اور C کے درمیان جوڑنے کے لیے، اس اجتماع کو  $\epsilon_{eq}$  اور  $I_{eq}$  اندرونی مزاحمت کا ایک سیل مانا جاسکتا ہے۔

پہلے ایسے دو سیل لیجیے جو سلسلہ وار جوڑے ہوئے ہیں، (شکل 3.20) میں دونوں سیلوں کا ایک ایک سر آپس میں جوڑا گیا ہے اور دونوں سیلوں میں دوسرا سرا آزاد ہے۔ دونوں سیلوں کی emf بالترتیب  $\epsilon_1$  اور  $\epsilon_2$  ہیں اور ان کی اندرونی مزاحمتیں  $I_1$  اور  $I_2$  ہیں اور (بالترتیب)

فرض کیجیے کہ شکل 3.20 میں دکھائے گئے نقاط A، B اور C پر مضمرب بالترتیب  $V_A$ ،  $V_B$ ، اور  $V_C$  ہیں۔ تب، پہلے سیل کے مثبت اور منفی ٹرمینلوں کے درمیان مضمرب فرق  $(V_A - V_B)$  ہے۔ ہم مساوات (3.57) میں پہلے ہی اس کا حساب لگا چکے ہیں۔ اس لیے:

$$V_{AB} \equiv V(A) - V(B) = \epsilon_1 - I r_1 \quad (3.60)$$

$$V_{BC} \equiv V(B) - V(C) = \epsilon_2 - I r_2 \quad (3.61)$$

اس لیے اجتماع کے ٹرمینل A اور C کے درمیان مضمرب فرق ہے

$$\begin{aligned} V_{AC} &\equiv V(A) - V(C) = [V(A) - V(B)] + [V(B) - V(C)] \\ &= (\epsilon_1 + \epsilon_2) - I(r_1 + r_2) \quad (3.62) \end{aligned}$$

اگر ہم اجتماع کو A اور C کے درمیان ایک واحد سیل سے بدلنا چاہیں، جس کی emf  $\epsilon_{eq}$  اور اندرونی مزاحمت  $I_{eq}$  ہو، تو

## کرنٹ برق

ہمارے پاس ہوگا:

$$V_{AC} = \mathcal{E}_{eq} - I r_{eq} \quad (3.63)$$

آخری دونوں مساواتوں کا مقابلہ کرنے پر، حاصل ہوتا ہے۔

$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \quad (3.64)$$

اور

$$r_{eq} = r_1 + r_2 \quad (3.65)$$

شکل (3.20) میں ہم نے پہلے سیل کا منفی برقیہ دوسرے سیل کے مثبت برقیہ سے جوڑا ہے۔ اگر اس کی جگہ ہم دونوں منفی

برقیوں کو جوڑ دیں، تو مساوات (3.61) تبدیل ہو جائے گی:

اور ہمیں حاصل ہوگا

$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \quad (3.66)$$

سلسلہ وار اجتماع کے قاعدوں کی توسیع، سیلوں کی کسی بھی تعداد کے لیے کی جاسکتی ہے۔

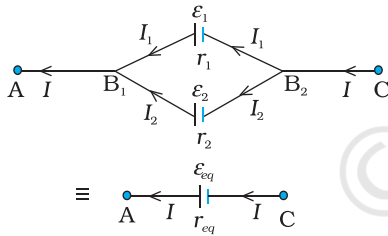
(i) n سیلوں کے سلسلہ وار اجتماع کی معادل emf، ان کی انفرادی emfs کا حاصل جمع ہوتی ہے اور

(ii) n سیلوں کے سلسلہ وار اجتماع کی معادل مزاحمت، ان کی انفرادی مزاحمتوں کا حاصل جمع ہوتی ہے۔

ایسا تب ہوتا ہے جب کرنٹ ہر سیل سے مثبت برقیہ سے باہر نکلتا ہے۔ اگر اجتماع میں کسی سیل میں

کرنٹ، منفی برقیہ سے باہر نکلتا ہے تو  $\mathcal{E}_{eq}$  کی ریاضیاتی عبارت میں اس سیل کی emf منفی علامت کے

ساتھ لکھی جاتی ہے جیسا مساوات (3.66) میں کیا گیا ہے۔



اب، سیلوں کا ایک متوازی طرز میں جوڑا گیا اجتماع لیجیے (شکل 3.21) —  $I_1$  اور  $I_2$  وہ کرنٹ ہیں جو

سیلوں کے مثبت برقیوں سے نکل رہے ہیں — نقطہ  $B_1$  پر  $I_1$  اور اندر کی طرف بہتے ہیں اور کرنٹ

$I$  باہر کی سمت میں بہتا ہے۔ کیوں کہ جتنا چارج اندر بہتا ہے، اتنا ہی باہر بہتا ہے، اس لیے

$$I = I_1 + I_2 \quad (3.67)$$

فرض کیجیے کہ  $B_1$  اور  $B_2$  پر مضمر بالترتیب  $V(B_1)$  اور  $V(B_2)$  ہیں۔ تب پہلے سیل کے ٹرمینلوں کے

درمیان مضمر فرق:  $[V(B_1) - V(B_2)]$  ہے۔ اس لیے مساوات (3.57) سے

$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \mathcal{E}_1 - I_1 r_1 \quad (3.68)$$

نقاط  $B_1$  اور  $B_2$  بالکل اسی طرح، دوسرے سیل سے بھی منسلک ہیں۔ اس لیے دوسرے سیل میں بھی

$$V \equiv V(B_1) - V(B_2) = \mathcal{E}_2 - I_2 r_2 \quad (3.69)$$

آخری تینوں مساواتوں (3.67, 3.68, 3.69) سے

**شکل 3.21:** متوازی طرز میں جوڑے ہوئے دو سیل — A اور C کے درمیان جوڑنے کے لیے اجتماع کو  $\mathcal{E}_{eq}$  اور اندرونی مزاحمت  $r_{eq}$  کے ایک سیل سے

تبدیل کیا جاسکتا ہے  $\mathcal{E}_{eq}$  اور  $r_{eq}$  کی قدریں

مساوات (3.79) اور (3.74) سے دی جاتی ہیں۔

$$I = I_1 + I_2$$

$$= \frac{\varepsilon_1 - V}{r_1} + \frac{\varepsilon_2 - V}{r_2} = \left( \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2} \right) - V \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (3.70)$$

اس لیے  $V$ ، ماحاتے

$$V = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} - I \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad (3.71)$$

اگر ہم  $B_1$  اور  $B_2$  کے درمیان لگائے گئے اجتماع کو ایک واحد سیل سے بدلنا چاہیں، جس کی  $\varepsilon_{eq}$  اور اندرونی مزاحمت  $r_{eq}$  ہو تو ہمارے ٹاس ہوگا!

$$V = \varepsilon_{eq} - I r_{eq} \quad (3.72)$$

آخری دونوں مساواتیں یکساں ہونا چاہئیں۔ اس لیے

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} \quad (3.73)$$

$$r_{eq} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad (3.74)$$

ہم ان مساواتوں (3.73, 3.74) کو سادہ شکل میں اس طرح لکھ سکتے ہیں!

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad (3.75)$$

$$\frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2} \quad (3.76)$$

شکل (3.21) میں ہم نے مثبت ٹرمینلوں کو ایک ساتھ جوڑا ہے اور اسی طرح دونوں منفی ٹرمینلوں کو ایک ساتھ جوڑا ہے، اس طرح کرنٹ  $I_1$  اور  $I_2$  مثبت ٹرمینلوں سے باہر بہتے ہیں۔ اگر دوسرے سیل کا منفی ٹرمینل پہلے سیل کے مثبت ٹرمینل سے جوڑا جائے تو مساوات (3.75) اور مساوات (3.76) پھر بھی درست ہوں گی اگر  $\varepsilon_2 \rightarrow -\varepsilon_2$  سے بدل دیا جائے۔

مساوات (3.75) اور مساوات (3.76) کی بہ آسانی  $n$  سیلوں کے لیے توسیع کی جاسکتی ہے۔ اگر ہمارے پاس  $n$  سیل ہیں جن کی  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$   $\varepsilon_{eq}$  اور اندرونی مزاحمتیں بالترتیب،  $r_1, r_2, \dots, r_n$  ہیں۔ یہ اجتماع ایک ایسے واحد سیل کے معادل ہے، جس کی  $\varepsilon_{eq}$  اور اندرونی مزاحمت  $r_{eq}$  ہیں

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \dots + \frac{1}{r_n} \quad (3.77)$$

$$\frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \dots + \frac{\varepsilon_n}{r_n} \quad (3.78)$$



گوستاؤد روبرٹ کرچوف

(Gustav Robert Kirchhoff)  
(1824—1877)

جرمن ماہر طبیعیات، ہائیڈلبرگ اور برلن میں رہے پروفیسر۔ خاص طور پر طیف بینی (Spectroscopy) میں اپنے کام کے لیے جانے جاتے ہیں۔ انھوں نے ریاضیاتی۔ طبیعیات (Mathematical Physics) میں بھی اہم کام کیا۔ ان کے اہم کاموں میں سرکٹ کے ان کے پہلے اور دوسرے قاعدے بھی شامل ہیں۔

گوستاؤد روبرٹ کرچوف (1824 - 1877) Gustav Robert Kirchhoff

### 3.13 کرچوف کے قاعدے (Kirchoff's Rules)

برقی سرکٹ عام طور پر آپس میں پیچیدہ طور پر جڑے ہوئے کئی مزاحموں اور سیلیوں پر مشتمل ہوتے ہیں۔ ہم نے اب تک جو سلسلے وار اور متوازی طرزوں میں جڑے ہوئے اجتماع کے لیے فارمولے مشتق کیے ہیں، وہ اکثر سرکٹ میں تمام کرنٹ اور مضمرفرق کو معلوم کرنے کے لیے کافی نہیں ہوتے۔ دو قاعدے جو ”کرچوف کے قاعدے“ کہلاتے ہیں، برقی سرکٹوں کا تجزیہ کرنے کے لیے بہت کارآمد ہوتے ہیں۔

اگر ایک سرکٹ دیا ہوا ہو تو ہم پہلے ہر مزاحمے میں سے گزر رہے کرنٹ کو ایک علامت، فرض کیا  $I_1$  سے لیبل کرتے ہیں اور ایک سمتی تیر کے نشان سے نشان دہی کرتے ہیں کہ مزاحمے میں کرنٹ کس سمت میں بہہ رہا ہے۔ اگر آخر میں معلوم ہوتا ہے کہ کرنٹ مثبت ہے، مزاحمے میں سے بہنے والا اصل کرنٹ تیر کے نشان کی سمت میں ہے۔ اگر یہ منفی آتا ہے تو اصل کرنٹ تیر

کے نشان کی مخالف سمت میں بہہ رہا ہے۔ اسی طرح، ہر وسیلے (یعنی کہ سیل یا برقی پاور کا کوئی اور وسیلہ) کے مثبت اور منفی برقیہ بھی لیبل کیے جاتے ہیں اور سیل سے بہہ رہے کرنٹ کی علامت کے ساتھ سمتی تیر کے نشان بھی لگائے جاتے ہیں۔ اس سے ہمیں مثبت ٹرمینل P اور منفی ٹرمینل N کے درمیان مضمرفرق:

(مساوات 3.57) معلوم ہو سکے گا۔ یہاں  $I$  وہ کرنٹ ہے جو سیل سے N سے P تک گزر رہا ہے۔ اگر ہم سیل سے گزر رہے کرنٹ کو لیبل کرتے ہوئے P سے N تک جاتے ہیں تو بلاشبہ

$$V = \varepsilon + Ir \quad (3.79)$$

لیبل کرنے کی وضاحت کے بعد اب ہم قاعدے اور ان کا ثبوت بیان کرتے ہیں:

**قلم 3.22:** جنکشن پر باہر نکلنے والا کرنٹ  $I_1 + I_2$  ہے اور داخل ہونے والا

کرنٹ ہے جنکشن قاعدے کے مطابق:  $I_3 = I_1 + I_2$  نقطہ h پر داخل

ہونے والا کرنٹ  $I_1$  ہے۔ نقطہ h سے باہر نکلنے والا ایک ہی کرنٹ ہے، اور

جنکشن قاعدے کے مطابق، یہ بھی  $I_1$  ہوگا۔ حلقوں (loops) 'ahdcba' اور 'ahdefga' کے لیے حلقہ قاعدوں کے مطابق:

اور  $-30I_1 + 21I_2 - 80 = 0$  اور  $-30I_1 - 41I_3 + 45 = 0$

ہے (شکل 3.22)۔ اگر ہم کئی لائنوں کے جنکشن کی جگہ ایک لائن پر ایک

(a) جنکشن قاعدہ: کسی بھی جنکشن پر جنکشن میں داخل ہونے والے کرنٹوں کا

حاصل جمع، جنکشن سے باہر نکل رہے کرنٹوں کے حاصل جمع کے مساوی ہوتا

ہے (شکل 3.22)۔ اگر ہم کئی لائنوں کے جنکشن کی جگہ ایک لائن پر ایک

نقطہ لیں، تب بھی اس کا اطلاق ایسے ہی ہوتا ہے۔

اس قاعدے کا ثبوت یہ حقیقت ہے کہ جب کرنٹ قائم (steady) کرنٹ ہوتا ہے تو کسی جنکشن یا لائن کے کسی

نقطہ پر کوئی چارج اکٹھا نہیں ہوتا۔ اس لیے اندر داخل ہونے والا کل کرنٹ (جو وہ شرح ہے جس سے چارج جنکشن

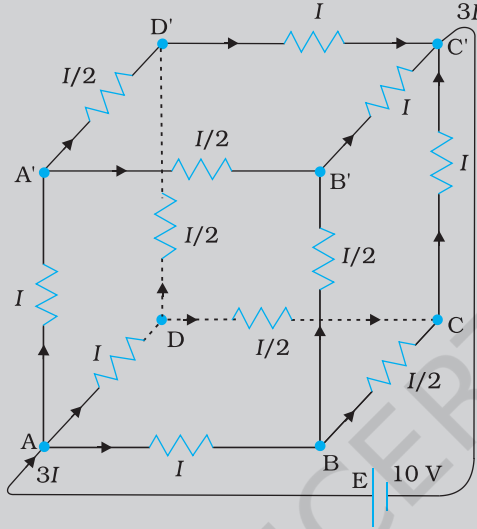
میں داخل ہوتے ہیں) لازمی ہے کہ باہر نکلنے والے کل کرنٹ کے مساوی ہو۔

(b) حلقہ قاعدہ: کسی بھی بند حلقہ (Closed loop) کے گرد جس میں مزاحمے اور سیل شامل ہوں، مضمرفرق کی تبدیلیوں کا

الجبرائی حاصل جمع صفر ہے (شکل 3.22)۔ یہ قاعدہ بھی واضح ہے، کیونکہ برقی مضمرفرق کے مقام کے تابع

ہے۔ اس لیے کسی بھی نقطہ سے شروع کرتے ہوئے، اگر ہم اسی نقطہ پر واپس آ جاتے ہیں، تو کل تبدیلی صفر ہونا لازمی ہے۔ ایک بند حلقہ میں ہم اسی نقطہ پر واپس آتے ہیں، اس لیے یہ قاعدہ حاصل ہوتا ہے۔

**مثال 3.6:** ایک 10V اور ناقابل لحاظ اندرونی مزاحمت کی بیٹری 12 مزاحمتوں پر مشتمل، جن میں سے ہر ایک کی مزاحمت  $1\Omega$  ہے، ایک مکعب نما نیٹ ورک کے مخالف کونوں سے وتری (Diagonally) شکل میں جوڑی گئی ہے (شکل 3.23)۔ نیٹ ورک کی معادل مزاحمت معلوم کیجیے اور مکعب کے ہر کنارے سے گزرنے والا کرنٹ معلوم کیجیے۔



شکل 3.23

**حل:** نیٹ ورک کو مزاحمتوں کے سادہ سلسلے وار اور متوازی اجتماع میں نہیں تحلیل کیا جاسکتا۔ لیکن، مسئلہ میں ایک واضح تشاکل پایا جاتا ہے جسے استعمال کر کے ہم نیٹ ورک کی معادل مزاحمت معلوم کر سکتے ہیں۔ راستے AA'، AD اور AB میں تشاکل ہیں۔ اس لیے ہر ایک میں کرنٹ مساوی ہوگا، مان لیا وہ کرنٹ ہے۔ مزید، کونوں A، B، C اور D پر اندر آرہے کرنٹ I کو دو باہر جا رہی شاخوں میں مساوی طور پر تقسیم ہونا چاہیے۔ اس طریقے سے، ہم مکعب کے 12 کناروں میں سے ہر ایک میں گزر رہے کرنٹ کو بآسانی I کی شکل میں لکھ سکتے ہیں، جس کے لیے ہم کرچوف کے پہلے قاعدے اور مسئلہ کے تشاکل کو استعمال کرتے ہیں۔ اب ایک بند حلقہ لیجیے، فرض کیا ABCC'EA اور کرچوف کا دوسرا قاعدہ لگائیے۔

$$-IR - (1/2)IR - IR + \varepsilon = 0$$

جہاں R ہر کنارے کی مزاحمت ہے اور  $\varepsilon$  بیٹری کی emf ہے۔ اس لیے:

$$\varepsilon = \frac{5}{2} IR$$

نیٹ ورک کی معادل مزاحمت  $R_{eq}$  ہے۔

$$R_{eq} = \frac{\varepsilon}{3I} = \frac{5}{6} R$$

یہ نوٹ کریں کہ نیٹ ورک کے تشاکل کی وجہ سے، کرچوف کے قاعدوں کی اصل اہمیت اس مثال میں واضح نہیں ہوئی ہے۔ ایک عمومی نیٹ ورک میں تشاکل کی وجہ سے ہونے والی آسانی مہیا نہیں ہوگی، اور ہم صرف جنکشنوں اور بند حلقوں پر کرچوف کے قاعدوں کا اطلاق کر کے ہی مسئلہ حل کر سکیں گے (ہمیں جنکشنوں اور حلقوں کی اتنی تعداد لینی ہوگی جتنی مسئلہ میں شامل غیر معلوم قدریں ہوں گی)۔ یہ مثال 3.7 سے واضح ہو جائے گا۔

$$3I = 10 \text{ V} / (5/6) \Omega = 12 \text{ A}$$

یعنی کہ

$$I = 4 \text{ A}$$

مثال 3.7: شکل 3.24 میں دکھائے گئے نیٹ ورک کی ہر شاخ میں کرنٹ معلوم کیجیے۔

حل: نیٹ ورک کی ہر شاخ میں ایک نامعلوم کرنٹ مان لیا گیا ہے، جس کی قدر کرچوف کے قاعدوں کی مدد سے معلوم کی جائے گی۔ شروع میں ہی غیر معلوم متغیرات کی تعداد کم کرنے کے لیے ہر جنکشن پر کرچوف کا قاعدہ استعمال کرتے ہیں۔ اس طرح ہمیں ہر شاخ میں کرنٹ، تین نامعلوم قدریں:  $I_1$ ،  $I_2$  اور  $I_3$  کی شکل میں معلوم ہو جاتا ہے۔ یہ تینوں نامعلوم قدریں، تین مختلف بند حلقوں کے لیے کرچوف کے دوسرے قانون کو استعمال کر کے معلوم کی جاسکتی ہیں۔ بند حلقہ ADCA کے لیے کرچوف کے دوسرے قانون سے

$$10 - 4(I_1 - I_2) + 2(I_2 + I_3 - I_1) - I_1 = 0$$

یعنی کہ

$$7I_1 - 6I_2 - 2I_3 = 10 \quad (3.80(a))$$

بند حلقہ ABCA کے لیے

$$10 - 4I_2 - 2(I_2 + I_3) - I_1 = 0$$

یعنی کہ



$$I_1 + 6I_2 + 2I_3 = 10 \quad (3.80(b))$$

بند حلقہ BCDEB کے لیے،

$$5 - 2(I_2 + I_3) - 2(I_2 + I_3 - I_1) = 0$$

یعنی کہ

$$2I_1 - 4I_2 - 4I_3 = -5 \quad (3.80(c))$$

مساواتیں (3.80, a, b, c) تین متغیرات میں تین ہم وقتی مساواتیں (Simultaneous Equations) ہیں۔ یہ عام طریقے سے حل کی جاسکتی ہیں۔ ان سے حاصل ہوتا ہے:

$$I_1 = 2.5A, \quad I_2 = \frac{5}{8}A, \quad I_3 = 1\frac{7}{8}A$$

نیٹ ورک کی مختلف شاخوں میں کرنٹ ہیں:

$$AB : \frac{5}{8}A, \quad CA : 2\frac{1}{2}A, \quad DEB : 1\frac{7}{8}A$$

$$AD : 1\frac{7}{8}A, \quad CD : 0A, \quad BC : 2\frac{1}{2}A$$

یہ تصدیق بہ آسانی کی جاسکتی ہے کہ اگر باقی بچے بند حلقوں میں کرچوف کا دوسرا قانون استعمال کیا جائے تو کوئی مزید غیر تابع مساوات نہیں حاصل ہوتی۔ یعنی کہ کرنٹوں کی مندرجہ بالا قدریں نیٹ ورک کے ہر بند حلقے کے لیے کرچوف کے دوسرے قاعدے کو مطمئن کرتی ہیں۔ مثلاً، بند حلقہ BADEB پر کل وولٹیج ڈراپ:

$$5V + \left(\frac{5}{8} \times 4\right)V - \left(\frac{15}{8} \times 4\right)V$$

صفر کے مساوی ہے، جیسا کہ کرچوف کے دوسرے قاعدے کے مطابق بھی ہے۔

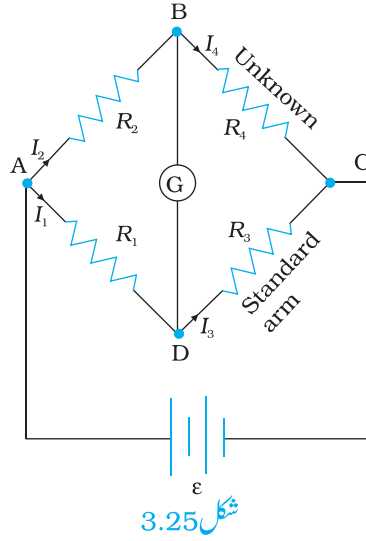
مثال 3.7

### 3.14 وہیٹ اسٹون برج (Wheatstone Bridge)

کرچوف کے قاعدوں کے ایک استعمال کی مثال کے طور پر، شکل 3.25 میں دکھایا گیا سرکٹ دیکھیے، جو وہیٹ اسٹون برج کہلاتا ہے۔ برج میں چار مزاحمے،  $R_1$ ،  $R_2$ ،  $R_3$  اور  $R_4$  ہوتے ہیں۔ وتری طور پر مخالف (Diagonally opposite) نقاط کے ایک جوڑے (شکل میں A اور C) کے درمیان وسیلہ منسلک کیا جاتا ہے۔ یہ (یعنی کہ AC) بیٹری بازو کہلاتا ہے۔ باقی بچی دو واسوں B اور D کے درمیان ایک گیلوونومیٹر G (جو کرنٹ کی موجودگی شناخت کرنے کا آلہ ہے) منسلک کیا جاتا ہے۔ یہ خط جسے شکل میں BD سے دکھایا گیا ہے، گیلوونومیٹر بازو کہلاتی ہے۔

آسانی کے لیے، ہم مان لیتے ہیں کہ سیل کی کوئی اندرونی مزاحمت نہیں ہے۔ عمومی صورت میں، ہر مزاحمے اور ساتھ ہی ساتھ گیلوونومیٹر G میں سے کرنٹ نہ ہو گا۔ ہماری مخصوص دلچسپی کی صورت ایک متوازن برج ہے، جس میں مزاحمے اس طور پر

## کرنٹ برق



ہوتے ہیں کہ گلو نو میٹر میں سے گزرنے والا کرنٹ  $I_g = 0$ ، ہم بہ آسانی توازن شرط حاصل کر سکتے ہیں، اس طرح کہ G میں سے کوئی کرنٹ نہ گزرے۔ اس صورت میں، جکشن D اور جکشن B (شکل دیکھیے) پر کرچوف کے جکشن قاعدہ کا اطلاق کرنے سے، ہمیں فوراً ہی یہ رشتے حاصل ہوتے ہیں:  $I_1 = I_3$  اور  $I_2 = I_4$ ، اس کے بعد ہم بند حلقوں ADDBA اور CBDC پر کرچوف کے حلقہ قاعدے کا اطلاق کرتے ہیں۔ پہلے حلقہ سے:

$$-I_1 R_1 + 0 + I_2 R_2 = 0 \quad (I_g = 0) \quad (3.81)$$

$$I_3 = I_1 \text{ اور } I_4 = I_2 \text{ استعمال کرنے پر دوسرے حلقہ سے:}$$

$$I_2 R_4 + 0 - I_1 R_3 = 0 \quad (3.82)$$

مساوات (3.81) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

جب کہ مساوات (3.82) سے حاصل ہوتا ہے:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

اس لیے، ہمیں شرط حاصل ہوتی ہے:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} \quad (3.83(a))$$

یہ چاروں مزاحموں میں رشتہ مہیا کرنے والی آخری مساوات، گیلو نو میٹر کے لیے صفریا نل انفرانج (Deflection) دینے کی توازن شرط (Balance Condition) کہلاتی ہے۔

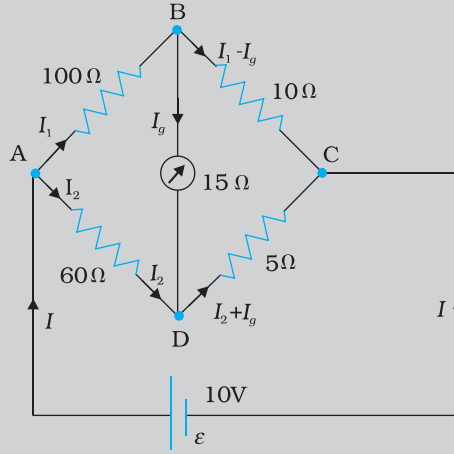
وہیٹ اسٹون برج اور اس کی توازن شرط ایک نامعلوم مزاحمت معلوم کرنے کا ایک عملی طریقہ فراہم کرتے ہیں۔ فرض کیجیے ہمارے پاس ایک نامعلوم مزاحمت ہے جسے ہم چوتھے بازو میں لگاتے ہیں اس طرح  $R_4$  غیر معلوم ہے۔ برج کے پہلے اور دوسرے بازو میں معلوم مزاحمتیں  $R_1$  اور  $R_2$  رکھتے ہوئے، ہم  $R_3$  کو اس وقت تک تبدیل کرتے رہتے ہیں جب تک کہ گیلو نو میٹر صفر انفرانج دکھاتا ہے۔ اب برج متوازن ہے اور توازن شرط سے نامعلوم مزاحمت  $R_4$  کی قدر دی جاتی ہے:

$$R_4 = R_3 \frac{R_2}{R_1}$$

ایک تجرباتی آلہ جس میں یہ اصول استعمال ہوتا ہے میٹر برج کہلاتا ہے ہم اسے اگلے حصے میں بیان کریں گے۔

مثال 3.8: ایک وہیٹ اسٹون برج (شکل 3.26) کے چاروں بازوؤں میں مندرجہ ذیل مزاحمتیں ہیں:

$$AB = 100\Omega, BC = 10\Omega, CD = 5\Omega, DA = 60\Omega$$



شکل 3.26

15Ω مزاحمت کا ایک گیلونومیٹر BD سے منسلک کیا گیا ہے۔ جب AC پر 10V کا برقی مضمر فرق برقرار رکھا جاتا ہے تو گیلونومیٹر میں سے گزرنے والا کرنٹ کتنا ہوگا؟ حساب لگائیے۔

حل: بند حلقہ BADB میں

$$100I_1 + 15I_g - 60I_2 = 0$$

یا

$$20I_1 + 3I_g - 12I_2 = 0 \quad (3.84 \text{ (a)})$$

بند حلقہ BCDB میں

$$10(I_1 - I_g) - 15I_g - 5(I_2 + I_g) = 0$$

$$10I_1 - 30I_g - 5I_2 = 0$$

$$2I_1 - 6I_g - I_2 = 0 \quad (3.84 \text{ (b)})$$

بند حلقہ ADCEA میں

$$60I_2 + 5(I_2 + I_g) = 10$$

$$65I_2 + 5I_g = 10$$

$$13I_2 + I_g = 2 \quad (3.84 \text{ (c)})$$

مساوات (3.84 (b)) کو 10 سے ضرب کرنے پر

$$20I_1 - 60I_g - 10I_2 = 0 \quad (3.84 \text{ (d)})$$

مساوات (3.84 (d)) اور مساوات (3.84(a)) سے

$$63I_g - 2I_2 = 0$$

$$I_2 = 31.5I_g \quad (3.84(e))$$

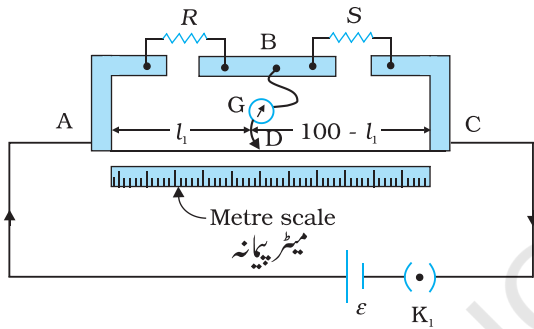
$I_2$  کی قدر (3.84(c)) میں رکھنے پر

$$13 (31.5I_g) + I_g = 2$$

$$410.5 I_g = 2$$

$$I_g = 4.87 \text{ mA}$$

### 3.15 میٹر برج (Meter Bridge)



شکل 3.27: ایک میٹر برج — تار AC 1 میٹر لمبا ہے۔ R وہ مزاحمت ہے جس کی پیمائش کی جانی ہے اور S ایک معیاری مزاحمت ہے۔

میٹر برج شکل (3.27) میں دکھایا گیا ہے۔ یہ ہموار تراشی رقبہ کے ایک میٹر لمبے تار پر مشتمل ہوتا ہے۔ تار کو کھینچ کر اچھی طرح سے دو دھاتی پیٹوں کے بیچ تان دیا جاتا ہے۔ دھاتی پیٹیاں قائم زاویے پر مڑی ہوتی ہیں، جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ دھاتی پٹی میں دو خالی جگہیں ہوتی ہیں جن میں مزاحمتوں کو جوڑا جاسکتا ہے۔ کنارے کے نقطے جہاں تار جڑا ہوتا ہے ایک کنجی (key) کے ذریعے سیل سے جڑے ہوتے ہیں۔ گیلوونومیٹر کا ایک سرا دونوں خالی جگہوں کے درمیان دھاتی پٹی سے منسلک کر دیا جاتا ہے۔ گیلوونومیٹر کا دوسرا سرا جوکی (Jockey) سے منسلک کر دیا جاتا ہے۔ جوکی اصل میں ایک دھاتی چھڑ ہوتی ہے جس کے ایک سرے پر چاقو دھار (Knife edge) ہوتی ہے جو تار کے اوپر پھسل سکتی ہے اور برقی تعلق قائم کر سکتی ہے۔ ایک نامعلوم مزاحمت ہے جس کی قدر ہم معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ اسے ایک

خالی جگہ کے درمیان لگا دیا جاتا ہے۔ دوسری خالی جگہ میں ہم ایک معیاری معلوم مزاحمت S لگاتے ہیں۔

جوکی کو تار پر کسی نقطہ D پر جوڑا جاتا ہے جو سرے A سے  $l$  cm کے فاصلے پر ہے۔ جوکی کو تار پر حرکت کرائی جاسکتی

ہے۔ تار کے حصہ AD کی مزاحمت  $R_{cm} l$  ہوگی جہاں  $R_{cm}$  تار کی مزاحمت فی اکائی سنٹی میٹر ہے۔ اسی طرح تار کے

حصہ CD کی مزاحمت  $R_{cm} (100 - l)$  ہوگی۔

چار بازو: AB، BC، DA اور CD (جن کی بالترتیب مزاحمتیں  $R$ ،  $S$ ،  $R_{cm} l$ ،  $R_{cm} (100 - l)$  ہیں) ایک

وہیٹ اسٹون برج تشکیل دیتے ہیں جس کا بیڑی بازو AC اور گیلوونومیٹر بازو BD ہے۔ اگر جوکی کو تار پر حرکت دی جاتی

ہے، تو ایک مقام ایسا ہوگا جس پر گیلوونومیٹر کوئی کرنٹ نہیں دکھائے گا۔ فرض کیجیے کہ توازن نقطہ پر جوکی کا سرے A سے

فاصلہ:  $l = l_1$  ہے۔ اس لیے توازن نقطہ پر برج کی چار مزاحمتیں ہیں:  $R$ ،  $S$ ،  $R_{cm} l_1$ ،  $R_{cm} (100 - l_1)$ ۔ توازن

شرط مساوات (3.83(a)) سے:

$$\frac{R}{S} = \frac{R_{cm} l_1}{R_{cm} (100 - l_1)} = \frac{l_1}{100 - l_1} \quad (3.85)$$

اس لیے جب ہم  $l_1$  معلوم کر لیتے ہیں، تو نا معلوم مزاحمت  $R$ ، معلوم معیاری مزاحمت  $S$  کی شکل میں مندرجہ ذیل رشتے سے معلوم ہو جاتی ہے:

$$R = S \frac{l_1}{100 - l_1} \quad (3.86)$$

$s$  کی مختلف قدروں کو منتخب کرنے پر ہمیں  $l_1$  کی مختلف قدریں حاصل ہوں گی اور ہم ہر بار  $R$  کی قدر کی تحسیب کر سکتے ہیں۔  $l_1$  کی پیمائش میں ہونے والا سہو ظاہر ہے کہ  $R$  کی پیمائش میں سہو کے طور پر ظاہر ہوگا۔ یہ دکھایا جاسکتا ہے کہ  $R$  میں فی صد سہو کو کم ترین کیا جاسکتا ہے اگر نقطہ توازن کو برج کے وسط میں، یعنی کہ جب  $l_1 = 50\text{cm}$  کے نزدیک ہو حاصل کیا جائے۔ (جس کے لیے  $S$  کا ایک مناسب انتخاب درکار ہوگا)

**مثال 3.9:** ایک میٹر برج میں (شکل 3.27) 'A' نقطہ سے  $33.7\text{cm}$  کے فاصلے پر ملتا ہے۔ اب اگر ایک

$12\Omega$  کی مزاحمت  $S$  سے متوازی طرز میں جوڑ دی جائے، تو نل نقطہ  $51.9\text{cm}$  کے فاصلے پر ملتا

ہے۔  $R$  اور  $S$  کی قدریں معلوم کیجیے۔

حل: پہلے توازن نقطہ سے

$$\frac{R}{S} = \frac{33.7}{66.3} \quad (3.87)$$

جب  $S$  کے ساتھ ایک  $10\Omega$  کی مزاحمت متوازی طرز میں جوڑ دی جاتی ہے تو اس خالی جگہ میں منسلک

مزاحمت  $S$  سے  $S_{eq}$  میں تبدیل ہو جاتی ہے جہاں

$$S_{eq} = \frac{12S}{S + 12}$$

اور اس لیے اب نئی توازن شرط سے

$$\frac{51.9}{48.1} = \frac{R}{S_{eq}} = \frac{R(S + 12)}{12S} \quad (3.88)$$

مساوات (3.87) سے  $R/S$  کی قدر رکھنے پر

$$\frac{51.9}{48.1} = \frac{S + 12}{12} \cdot \frac{33.7}{66.3}$$

یا

$$S = 13.5\Omega$$

مساوات (3.87) میں  $S$  کی یہ قدر رکھنے پر

$$R = 6.86 \Omega$$

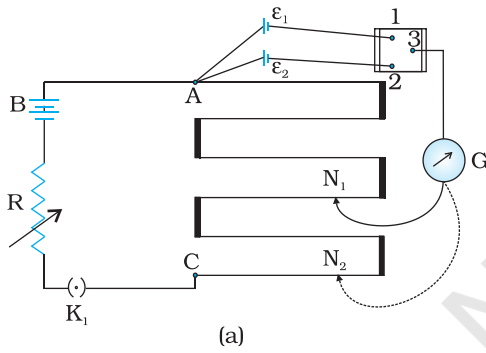
### 3.16 پوٹینشیو میٹر (Potentiometer)

یہ ایک ایسا آلہ ہے جو کئی کاموں کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ بنیادی طور پر یہ ہموار تار کا ایک لمبا ٹکڑا ہوتا ہے جس کی لمبائی اکثر کچھ میٹر ہوتی ہے۔ اور اس کے سروں کے درمیان ایک معیاری سیل جوڑا جاتا ہے۔ عملی ڈیزائن میں اکثر تار کو کچھ ٹکڑوں میں کاٹ لیا جاتا ہے اور انھیں آگے پیچھے رکھا جاتا ہے اور ان کے سروں کو موٹی دھاتی پٹی سے جوڑ دیا جاتا ہے (شکل 3.28)۔ شکل میں تار A سے C تک ہے۔ چھوٹے عمودی حصے موٹی دھاتی پٹیاں ہیں جن سے تار کے مختلف حصے جڑے ہیں۔

تار میں سے ایک کرنٹ I بہتا ہے جسے سرکٹ میں لگے ہوئے ایک متغیر مزاحمت (ریوسٹیٹ Rheostat) کے ذریعے تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ کیونکہ تار ہموار ہے اس لیے A اور A سے l فاصلہ پر کسی نقطہ کے درمیان مضمرفرق ہے:

$$\varepsilon(l) = \phi l \quad (3.89)$$

جہاں  $\phi$  مضمرفرک کا وائی اکانی لمبائی ہے۔



شکل 3.28(a) میں پوٹینشیو میٹر کا استعمال دو سیلوں کی emf  $\varepsilon_1$  اور  $\varepsilon_2$  کا مقابلہ کرنے کے لیے دکھایا گیا ہے۔ 1, 2, 3 سے نشان زد کیے گئے نقاط دو طرفہ کنجی (Two way key) تشکیل دیتے ہیں۔ پہلے کنجی کی وہ صورت لیں، جس میں 1 اور 3 جڑے ہیں اس طرح کہ گیلوونو میٹر  $\varepsilon_1$  سے جڑا ہے۔ جو کی کوتار پر حرکت کرائی جاتی ہے یہاں تک کہ A سے  $l_1$  فاصلہ پر ایک ایسا نقطہ  $N_1$  حاصل ہوتا ہے جس پر گیلوونو میٹر میں کوئی انفرج نہیں ہے۔ ہم بند حلقے میں کرچوف کا بند حلقہ قاعدہ استعمال کر سکتے ہیں اور حاصل ہوتا ہے:

$$\phi l_1 + 0 - \varepsilon_1 = 0 \quad (3.90)$$

اسی طرح اگر دوسری emf  $\varepsilon_2$  (AN<sub>2</sub>) کے خلاف متوازن ہوتی ہے:

$$\phi l_2 + 0 - \varepsilon_2 = 0 \quad (3.91)$$

آخری دونوں مساواتوں سے

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{l_1}{l_2} \quad (3.92)$$

شکل 3.28 ایک پوٹینشیو میٹر G ایک گیلوونو میٹر ہے اور R ایک

اس طرح یہ سادہ میکانزم ہمیں دو سیلوں کی emfs کا مقابلہ کرنے دیتا ہے۔ عملی صورت میں ایک متغیر مزاحمت (ریوسٹیٹ Rheostat) 1, 2, 3 ایک دو سیل کو معیاری سیل کے بہ طور منتخب کیا جاتا ہے جس کی emf مقابلتاً زیادہ درستگی صحت کے ساتھ معلوم ہوتی ہے۔ پھر دوسرے سیل کی emf مساوات (3.92) کے ذریعے بہ آسانی تحسب کی جاسکتی ہے۔

ہم پوٹینشیو میٹر کا استعمال ایک سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کرنے کے لیے بھی کر سکتے ہیں

(شکل 3.28 (b))۔ اس کے لیے وہ سیل  $\varepsilon$  (emf) جس کی اندرونی مزاحمت (r) معلوم کرنا ہے ایک کنجی K<sub>2</sub> کے

ساتھ ایک مزاحمت ڈبہ کے سروں کے درمیان لگایا جاتا ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ جب کنجی  $K_2$  کھلی ہوتی ہے

تو توازن لمبائی  $(AN_1)$   $l_1$  پر حاصل ہوتا ہے۔ اب

$$\varepsilon = \phi l_1 \quad (3.93(a))$$

جب کنجی بند ہوتی ہے تو سیل ایک کرنٹ  $(I)$ ، مزاحمت  $R$  سے بھیجتا ہے۔ اگر  $V$  سیل کے ٹرمینلوں کے درمیان مضمر

فرق ہے اور توازن لمبائی  $(AN_2)$   $l_2$  پر حاصل ہوتا ہے:

$$V = \phi l_2 \quad (3.93(b))$$

اب ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$93.94(a))$$

$$\varepsilon = I(r+R), V = IR \quad \text{لیکن}$$

اس سے حاصل ہوتا ہے۔

$$\varepsilon/V = (r+R)/R$$

$$(R+r)/R = \frac{l_1}{l_2} \quad (3.94(b))$$

مساوات (3.94(a)) اور مساوات (b) 3.94 سے

$$r = R \left( \frac{l_1}{l_2} - 1 \right) \quad (3.95)$$

مساوات (3.95) استعمال کر کے ہم ایک سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کر سکتے ہیں۔

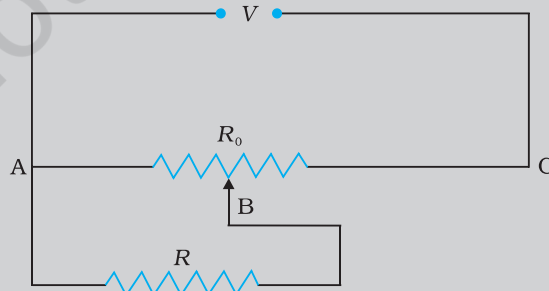
پوٹینشیو میٹر کا ایک بڑا فائدہ یہ ہے کہ جس وسیلے کی اندرونی مزاحمت معلوم کی جاتی ہے یہ اس سے کوئی کرنٹ نہیں کھینچتا۔ اور

اس طرح یہ سیل کی اندرونی مزاحمت سے غیر متاثر رہتا ہے۔

**مثال 3.10** ایک  $R\Omega$  کی مزاحمت پوٹینشیو میٹر سے کرنٹ کھینچتی ہے۔ پوٹینشیو میٹر کی کل مزاحمت  $R_0\Omega$  ہے

(شکل 3.29)۔ پوٹینشیو میٹر کو ایک وولٹیج  $V$  مہیا کی جاتی ہے۔ جب پھسلنے والا تھامس پوٹینشیو میٹر کے وسط میں

ہے، اس  $R$  کے سروں کے درمیان وولٹیج کے لیے ریاضیاتی عبارت مشتق کیجیے۔



شکل 3.29



حل: جب پھسلنے والی جوکی پوٹینشیو میٹر کے وسط میں ہے تو A اور B نفاط کے درمیان اس کی صرف نصف مزاحمت  $(R_0/2)$  ہوگی۔ اس لیے A اور B کے درمیان کل مزاحمت 'فرض کیا  $R_1$ '، مندرجہ ذیل ریاضیاتی عبارت سے دی جائے گی:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{(R_0/2)}$$

$$R_1 = \frac{R_0 R}{R_0 + 2R}$$

A اور C کے درمیان کل مزاحمت A اور B کے درمیان مزاحمت اور B اور C کے درمیان مزاحمت کا حاصل جمع ہوگی، یعنی کہ  $R_1 + R_0/2$ ، پوٹینشیو میٹر سے بہنے والا کرنٹ ہوگا

$$I = \frac{V}{R_1 + R_0/2} = \frac{2V}{2R_1 + R_0}$$

پوٹینشیو میٹر سے لی گئی وولٹیج  $V_1$ ، کرنٹ I اور مزاحمت  $R_1$  کا حاصل ضرب ہوگی۔

$$V_1 = IR_1 = \left( \frac{2V}{2R_1 + R_0} \right) \times R_1$$

$R_1$  کی قدر رکھنے پر؛

$$V_1 = \frac{2V}{2 \left( \frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R} \right) + R_0} \times \frac{R_0 \times R}{R_0 + 2R}$$

$$V_1 = \frac{2VR}{2R + R_0 + 2R}$$

$$V_1 = \frac{2VR}{R_0 + 4R}$$

مثال 3.10

### خلاصہ

1۔ ایک موصل کے دیے ہوئے رقبے سے گزرنے والا کرنٹ اس رقبہ سے فی اکائی وقت گزرنے والا کل چارج ہے۔

2۔ ایک قائم کرنٹ برقرار رکھنے کے لیے ہمارے پاس ایک بند سرکٹ ہونا چاہیے جس میں ایک باہری البجیسی برقی چارج کو مقابلاً کم وضعی توانائی سے مقابلاً زیادہ وضعی توانائی کی طرف حرکت دیتی ہے۔ وسیلہ کے ذریعے چارج کو مقابلاً کم وضعی توانائی سے مقابلاً زیادہ وضعی توانائی کی طرف لے جانے میں (یعنی کہ وسیلے کے ایک ٹرمینل سے دوسرے ٹرمینل تک لے جانے میں) کیا گیا کام فی اکائی چارج وسیلے کی برقی محرک قوت، emf، کہلاتی ہے۔ نوٹ کریں کہ emf ایک قوت نہیں ہے، یہ کھلے سرکٹ میں ایک وسیلہ کے ٹرمینلوں کے درمیان مضمر فرق ہے۔

3۔ اوم کا قانون: اک مادی شے سے بہنے والا برقی کرنٹ  $I$  اس شے کے سروں کے درمیان دو بیچ  $V$  کے راست متناسب ہے، یعنی کہ  $V \propto I$  یا  $V = IR$  جہاں  $R$  اس مادی شے کی مزاحمت کہلاتی ہے۔

$$1\Omega = 1VA^{-1}$$

4۔ ایک موصل کی مزاحمت  $R$  اس کی لمبائی  $l$  اور تراشی رقبہ  $A$  کے اس رشتہ کے مطابق تابع ہے:

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

جہاں  $\rho$  جو مزاحمت (نوعی مزاحمت) کہلاتی ہے مادی شے کی خاصیت ہے اور درجہ حرارت اور دباؤ کے تابع ہے۔

5۔ اشیا کی برقی مزاحمتیں ایک بڑی سعت پر پھیلی ہوئی ہیں۔ دھاتوں کی مزاحمتیں مقابلتہ کم درجے کی ہوتی

ہے، اس کی سعت  $10^{-8} \Omega m$  سے  $10^{-6} \Omega m$  تک ہے۔ حجازی اشیا جیسے شیشہ یا برک کی مزاحمتیں اس کے مقابلے میں  $10^{22}$  سے  $10^{24}$  گنا زیادہ ہوتی ہیں۔ نیم موصل اشیا جیسے Si کی مزاحمتیں، لوگ رتھمک پیمانے پر، ان کی درمیانی سعت میں ہوتی ہیں (نزدیکی طور پر)۔

6۔ زیادہ تر اشیا میں کرنٹ کے بردار الیکٹران ہوتے ہیں۔ کچھ صورتوں میں مثلاً آپونیوی کرسٹل اور برق پاشہ رقیق، مثبت اور منفی آئن برقی کرنٹ لے جاتے ہیں۔

7۔ کرنٹ کثافت  $\vec{j}$  بہاؤ کی عمودی سمت میں بہنے والے چارج کی مقدار فی سیکنڈ فی اکائی رقبہ دیتی ہے۔

$$\vec{j} = nq \vec{v}_d$$

جہاں  $n$  چارج برداروں کی عددی کثافت (تعداد فی اکائی حجم) ہے جس میں سے ہر ایک کا چارج  $q$  ہے

اور  $\vec{v}_d$  چارج برداروں کی باد آور رفتار ہے۔ الیکٹرانوں کے لیے  $q = -e$  اگر  $\vec{j}$  ایک تراشی

رقبہ  $A$  پر عمود ہے اور رقبہ پر مستقل ہے تو رقبہ سے گزرنے والے کرنٹ کی عددی قدر ہے:

$$ne v_d A$$

8۔  $I = nev_d A$ ،  $E = \frac{V}{l}$  اور اوم کا قانون استعمال کرتے ہوئے حاصل ہوتا ہے

$$\frac{eE}{m} = \rho \frac{ne^2}{m} v_d$$

ایک دھات میں باہری میدان  $E$  کی وجہ سے الیکٹرانوں پر لگنے والی قوت  $eE$  اور باد آور رفتار  $v_d$

(اسراع نہیں) کے درمیان تناسبیت کو سمجھا جاسکتا ہے، اگر ہم مان لیں کہ الیکٹران دھات کے آئٹوں

کے ساتھ تصادم کرتے ہیں جو انھیں بے ترتیب سمتوں میں منفرج کر دیتے ہیں۔ اگر ایسے تصادم اوسطاً

وقفہ وقت  $\tau$  کے بعد ہوتے ہیں تو

$$v_d = a\tau = eE\tau/m$$

جہاں 'a' الیکٹران کا اسراع ہے۔ اس سے حاصل ہوتا ہے:

$$\rho = \frac{m}{ne^2 \tau}$$

9۔ اس درجہ حرارت سعت میں، جس میں مزاحمیت، درجہ حرارت کے ساتھ خطی طور پر بڑھتی ہے، مزاحمیت کے درجہ حرارت ضریب  $\infty$  کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ یہ مزاحمیت میں کسری اضافہ فی اکائی درجہ حرارت اضافہ ہے۔

10۔ زیادہ تر مادی اشیاء کے قانون کی تعمیل کرتی ہیں، لیکن یہ قدرت کا بنیادی قانون نہیں ہے۔ یہ لاگو نہیں ہوتا اگر

(a)  $I$  و  $V$  کے غیر خطی طور پر تابع ہے۔

(b)  $I$  اور  $V$  کے درمیان رشتہ  $V$  کی یکساں مطلق قدر کے لیے  $V$  کی علامت کے تابع ہے۔

(c)  $I$  اور  $V$  میں رشتہ غیر یکتا ہے۔

(a) کی مثال ہے جب  $\rho$  میں  $I$  میں اضافہ کے ساتھ اضافہ ہوتا ہے (چاہے درجہ حرارت معین

رکھا جائے)۔ ایک سمت کار (Rectifier) میں (a) اور (b) دونوں خاصیتیں ہوتی

ہیں۔ GaAs خاصیت (c) ظاہر کرتا ہے۔

11۔ جب  $\epsilon$ ،  $\text{emf}$  کا ایک وسیلہ ایک باہری مزاحمت  $R$  سے جوڑا جاتا ہے، تو  $R$  کے سروں کے بیچ دوپٹ

$$V_{\text{ext}} = IR = \frac{\epsilon}{R + r} R$$

جہاں  $r$  وسیلے کی اندرونی مزاحمت ہے۔

12۔ (a) سلسلہ وار جڑے ہوئے  $n$  مزاحموں کی کل مزاحمت  $R$  دی جاتی ہے:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

(b) متوازی طرز میں جڑے ہوئے  $n$  مزاحموں کی کل مزاحمت  $R$  دی جاتی ہے:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

13۔ کرچوف کے قاعدے:

(a) جنکشن قاعدہ: سرکٹ کے کسی بھی جنکشن پر، جنکشن میں داخل ہونے والے کرنٹوں کا حاصل

جمع، جنکشن سے باہر نکل رہے کرنٹوں کے حاصل جمع کے مساوی ہونا لازمی ہے۔

(b) بند حلقہ قاعدہ: ایک بند حلقہ کے گرد مضمیں ہونے والی تبدیلیوں کا الجبرائی حاصل جمع لازمی

طور پر صفر ہوگا۔

14۔ وہیٹ اسٹون برج، چار مزاحمتوں،  $R_1, R_2, R_3, R_4$  پر مشتمل ہے، جیسا کہ اس باب میں دکھایا

گیا ہے۔

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \text{ : نل نقطہ شرط دی جاتی ہے}$$

جسے استعمال کر کے ایک مزاحمت کی قدر معلوم کی جاسکتی ہے اگر باقی تین مزاحمتیں معلوم ہوں۔  
15۔ پوٹینشیومیٹر، مضمر فرقوں کا مقابلہ کرنے کا آلہ ہے۔ کیونکہ اس کے استعمال کے طریقے میں کسی کرنٹ کے نہ بہنے کی شرط شامل ہے اس لیے یہ آلہ، مضمر فرق ناپیے، ایک سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کرنے اور دو سیلوں کی emfs کا مقابلہ کرنے کے لیے استعمال ہو سکتا ہے۔

| طبعی مقدار            | علامت         | ابعاد                     | اکائی               | ریمارک                    |
|-----------------------|---------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| برقی کرنٹ             | $I$           | $[A]$                     | A                   | SI بنیادی اکائی           |
| چارج                  | $Q, q$        | $[T A]$                   | C                   |                           |
| وولٹیج، برقی مضمر فرق | $V$           | $[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$   | V                   | کام<br>چارج               |
| برقی محرک قوت         | $\varepsilon$ | $[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$   | V                   | کام<br>چارج               |
| مزاحمت                | $R$           | $[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$   | $\Omega$            | $R = \frac{V}{I}$         |
| مزاحمت (نوعی مزاحمت)  | $\rho$        | $[M L^3 T^{-3} A^{-2}]$   | $\Omega m$          | $R = \rho \frac{l}{A}$    |
| برقی ایصالیت          | $\sigma$      | $[M^{-1} L^{-3} T^3 A^2]$ | S                   | $\sigma = \frac{1}{\rho}$ |
| برقی میدان            | $\vec{E}$     | $[M L T^{-3} A^{-1}]$     | $V m^{-1}$          | برقی قوت<br>چارج          |
| باد آور چال           | $v_d$         | $[L T^{-1}]$              | $m s^{-1}$          | $v_d = \frac{eE\tau}{m}$  |
| استراحت وقفہ          | $\tau$        | $[T]$                     | s                   |                           |
| کرنٹ کثافت            | $\vec{j}$     | $[L^{-2} A]$              | $A m^{-2}$          | کرنٹ<br>رقبہ              |
| روانی                 | $\mu$         | $[M L^3 T^{-4} A^{-1}]$   | $m^2 V^{-1} s^{-1}$ | $v_d / E$                 |

### قابل غور نکات

1۔ کرنٹ ایک عددیہ ہے حالانکہ ہم اسے ایک تیر کے نشان کے ساتھ ظاہر کرتے ہیں۔ کرنٹ سمٹیوں کے جمع کے قانون کی تعمیل نہیں کرتے۔ کرنٹ ایک غیر سمتیہ (عددیہ) ہے یہ اس کی تعریف سے بھی اخذ کیا جاسکتا ہے۔ ایک تراشی رقبہ سے گزرنے والا کرنٹ دو سمٹیوں کا غیر سمتی حاصل ضرب ہے:

$$I = \vec{j} \cdot \Delta \vec{S}$$

جہاں  $\vec{j}$  اور  $\Delta \vec{S}$  سمیتے ہیں۔

2- اس باب میں دکھائے گئے ایک مزاحمے اور ایک ڈایوڈ کے  $V-I$  منحنی دیکھیے۔ ایک مزاحمہ اوم کے قانون کی تعمیل کرتا ہے جب کہ ڈایوڈ نہیں کرتا۔ یہ کہنا کہ  $V=IR$ ، اوم کے قانون کا بیان ہے، درست نہیں ہے۔ یہ مساوات مزاحمت کی تعریف کرتی ہے اور اس کا اطلاق تمام ایصالی آلات پر ہوتا ہے چاہے وہ اوم کے قانون کی تعمیل کرتے ہوں یا نہ کرتے ہوں۔ اوم کے قانون کا بیان ہے کہ  $I$  برخلاف  $V$  کی ترسیم (Plot) خطی ہے، یعنی کہ  $V$  کے غیر تابع ہے۔

مساوات  $\vec{E} = \rho \vec{j}$ ، اوم کے قانون کے دوسرے بیان تک رہنمائی کرتی ہے۔ یعنی کہ ایک ایصالی شے اوم کے قانون کی تعمیل کرتی ہے اگر شے کی مزاحمت لگائے گئے برقی میدان کی عددی قدر اور سمت کے تابع نہ ہو۔

3- متجانس موصل جیسے چاندی یا نیم موصل جیسے خالص جرمنیم یا وہ جرمنیم جس میں ملاوٹ شامل ہو، برقی میدان کی قدروں کی ایک سعت کے اندر پابندی کرتے ہیں۔ اگر میدان بہت زیادہ طاقتور ہو جائے، تو ان میں سے ہر ایک صورت میں اوم کے قانون سے کچھ انحراف پایا جائے گا۔

4- ایک برقی میدان  $\vec{E}$  میں ایصالی الیکٹرانوں کی حرکت حاصل جمع ہے (i) بے ترتیب تصادموں کی وجہ سے حرکت (ii)  $\vec{E}$  کی وجہ سے حرکت، کا—بے ترتیب تصادموں کی وجہ سے حرکت کا اوسط صفر ہوتا ہے اور یہ  $v_d$  میں حصہ نہیں لیتی (درجہ XI کی درسی کتاب کا باب 11)۔ اس لیے  $v_d$ ، صرف الیکٹران پر لگائے گئے برقی میدان کی وجہ سے ہوتی ہے۔

5- رشتہ  $\vec{j} = \rho \vec{v}$  کا ہر ایک قسم کے چارج برداروں پر الگ الگ اطلاق کیا جانا چاہیے۔ ایک ایصالی تار میں، کل کرنٹ اور چارج کثافت مثبت اور منفی دونوں چارجوں کی وجہ سے پیدا ہوتے ہیں:

$$\vec{j} = \rho_+ \vec{v}_+ + \rho_- \vec{v}_-$$

$$\rho = \rho_+ + \rho_-$$

اب ایک تعدیلی (نیوٹرل) تار میں، جس میں برقی کرنٹ بہہ رہا ہے،

$$\rho_+ = -\rho_-$$

مزید،  $v_+ \sim 0$ ، جس سے حاصل ہوتا ہے۔

$$\rho = 0$$

$$\vec{j} = \rho_- \vec{v}_-$$

اس لیے رشتہ  $\vec{j} = \rho \vec{v}$  کا اطلاق کل کرنٹ چارج کثافت پر نہیں ہوتا۔

6۔ کرچوف کا جنکشن قاعدہ چارج کی بقا پر منحصر ہے اور ایک جنکشن سے باہر نکلنے والے کرنٹ، آپس میں جمع ہو جاتے ہیں اور جنکشن پر اندر آنے والے کرنٹ کے مساوی ہوتے ہیں۔ تاروں کو موڑنے یا ان کی تشریق (Orientation) بدلنے سے کرچوف کے جنکشن قاعدے کی درستگی پر اثر نہیں پڑتا۔

## مشق

3.1 ایک کار کی بیٹری emf 12V ہے۔ اگر بیٹری کی اندرونی مزاحمت  $0.4 \Omega$  ہے تو بیٹری سے زیادہ سے زیادہ کتنا کرنٹ لیا جاسکتا ہے؟

3.2 10V emf اور  $3 \Omega$  اور اندرونی مزاحمت کی ایک بیٹری ایک مزاحمت کے ساتھ جوڑی گئی ہے۔ اگر سرکٹ میں کرنٹ 0.5 A ہے تو مزاحمت کی مزاحمت کیا ہے؟ جب سرکٹ بند ہے تو بیٹری کی ٹرمینل وولٹیج کیا ہے؟

3.3 (a)  $1 \Omega$ ،  $2 \Omega$  اور  $3 \Omega$  کے تین مزاحمت سلسلہ وار جوڑے گئے ہیں۔ اجتماع کی کل مزاحمت کیا ہے۔  
(b) اگر اس اجتماع کو 12V اور ناقابل لحاظ اندرونی مزاحمت کی ایک بیٹری سے جوڑ دیا جائے تو ہر مزاحمت سے گزرنے والا کرنٹ اور بیٹری سے لیا گیا کل کرنٹ معلوم کیجیے۔

3.4 (a)  $2 \Omega$ ،  $4 \Omega$  اور  $5 \Omega$  کے تین مزاحمت متوازی طرز میں جوڑے گئے ہیں۔ اجتماع کی کل مزاحمت کیا ہے؟  
(b) اگر اس اجتماع کو 20V emf اور ناقابل لحاظ اندرونی مزاحمت کی بیٹری سے جوڑ دیا جائے تو ہر مزاحمت پر مضر گراؤ معلوم کیجیے۔

3.5 کمرہ درجہ حرارت ( $27.0^\circ \text{C}$ ) پر ایک حرارتی جز کی مزاحمت  $100 \Omega$  ہے۔ حرارتی جز کا درجہ حرارت کیا ہوگا اگر اس کی مزاحمت  $117 \Omega$  ناپی جاتی ہے۔ دیا ہوا ہے کہ مزاحمت کے مادے کا درجہ حرارت ضرب  $1.70 \times 10^{-4} ^\circ \text{C}^{-1}$  ہے۔

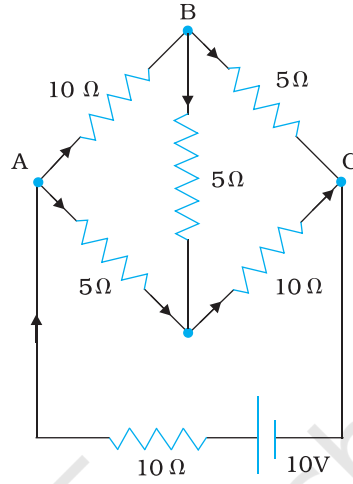
3.6 ایک 15m لمبے اور  $6.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2$  ہموار تراشے کے ایک تار سے ایک ناقابل لحاظ حد تک خفیف کرنٹ گزارا جاتا ہے اور اس کی مزاحمت کی پیمائش شدہ قدر  $5.0 \Omega$  ہے۔ تجربہ کے درجہ حرارت پر تار نے ماڈے کی مزاحمت کیا ہے؟

3.7 ایک چاندی کے تار کی  $27.5^\circ \text{C}$  پر مزاحمت  $2.1 \Omega$  اور  $100^\circ \text{C}$  پر  $2.7 \Omega$  ہے۔ چاندی کی مزاحمت کا درجہ حرارت ضرب معلوم کیجیے۔

3.8 نائیکروم کا بنا ایک حرارتی جز ایک 230V سپلائی سے جوڑا گیا۔ شروع میں یہ جز 3.2A کرنٹ کھینچتا ہے اور کچھ سیکنڈ بعد کرنٹ کی قائم قدر 2.8A ہو جاتی ہے۔ اگر کمرہ درجہ حرارت  $27.0^\circ \text{C}$  ہے تو حرارتی جز کا قائم درجہ حرارت کتنا ہے؟ شامل درجہ حرارت سعت پر اوسط کیا گیا نائیکروم کی مزاحمت کا درجہ حرارت ضرب

$1.70 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  ہے۔

3.9 شکل 3.30 میں دکھائے گئے نیٹ ورک کی ہر شاخ میں کرنٹ معلوم کیجیے۔



شکل 3.30

3.10 (a) ایک میٹر برج میں (شکل 3.27) جب مزاحمہ Y  $12 \Omega$  کا ہے تو توازن نقطہ A سے

سے 39.5cm کے فاصلے پر حاصل ہوتا ہے۔ X کی مزاحمت معلوم کیجیے۔ ایک وہیٹ اسٹون برج یا میٹر برج میں مزاحموں کے درمیان کنکشن موٹی کو پرکی پٹیوں کے کیوں بنے ہوتے ہیں؟

(b) اوپر دیے ہوئے برج کا توازن نقطہ کیا ہوگا اگر X اور Y کو آپس میں بدل دیا جائے؟

(c) اگر برج کے توازن نقطہ پر گیلونومیٹر اور سیل کو آپس میں بدل دیا جائے تو کیا ہوگا؟ کیا گیلونومیٹر کوئی کرنٹ ظاہر کرے گا؟

3.11 8.0V emf اور  $0.5 \Omega$  اندرونی مزاحمت کی ایک بیٹری کو ایک 120V dc سپلائی کے ذریعے  $15.5 \Omega$  کا

سلسلہ وار مزاحمہ استعمال کرتے ہوئے چارج کیا جا رہا ہے۔ چارج کرنے کے دوران بیٹری کی ٹرمینل وولٹیج کیا ہے؟ چارج کرنے والے سرکٹ میں سلسلہ وار مزاحمہ استعمال کرنے کا کیا مقصد ہے؟

3.12 ایک پوٹینشیو میٹر میں 1.25V emf کے ایک سیل سے تار کی لمبائی 35.0cm لمبائی پر توازن نقطہ حاصل ہوتا

ہے۔ اگر سیل کو ایک دوسرے سیل سے تبدیل کر دیا جائے تو توازن نقطہ 63.0cm پر منتقل ہو جاتا ہے۔ دوسرے سیل کی emf کیا ہے۔

3.13 مثال 3.1 میں دیے ہوئے تانبہ کے موصل میں آزاد الیکٹرانوں کی عددی کثافت کا تخمینہ

$8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$  ہے۔ ایک 3.0m لمبے تار کے ایک سرے سے دوسرے تک ایک الیکٹران کو

باد آور ہونے میں کتنا وقت لگے گا؟ تار کا تراشی رقبہ  $2.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2$  ہے اور اس میں 3.0A کرنٹ

بہہ رہا ہے۔



## اضافی مشق

3.14 سطح زمین کی منفی سطحی چارج کثافت ہوتی ہے جس کی قدر  $10^{-9} \text{ C m}^{-2}$  ہے۔ فضا کے اوپری حصے اور سطح زمین کے درمیان 400KV کے مضر فرق سے (پچلی فضا کی کم ایصالیت کی وجہ سے) پورے کرہ ارض پر صرف 1800A کرنٹ پیدا ہوتا ہے۔ اگر فضائی برقی میدان کو برقرار رکھنے کا کوئی میکا نزم نہیں ہوتا تو زمین کی سطح کو تعدیل کرنے میں کتنا وقت (تقریباً) لگتا؟ (عملی طور پر ایسا کبھی نہیں ہوتا، کیونکہ برقی چارجوں کو دوبارہ پرکردینے کا میکا نزم کرہ ارض کے مختلف حصوں میں لگاتار آنے والے طوفان برق و باراں اور بجلی کے کڑکنے کی شکل میں موجود ہے) زمین کا نصف قطر  $6.37 \times 10^6 \text{ m}$  ہے۔

3.15 (a) سیسے کے تیزاب قسم کے چھ ثانوی سیلوں کو جن میں سے ہر ایک کی  $2.0\text{V}$  emf اور اندرونی مزاحمت  $0.15\Omega$  ہے، سلسلہ وار جوڑ کر  $8.5\Omega$  کے مزاحمت کو سپلائی مہیا کی گئی ہے۔ سپلائی سے کتنا کرنٹ لیا جا رہا ہے اور سپلائی کی ڈرمنٹ وولٹیج کیا ہے؟

(b) لمبے استعمال کے بعد ایک ثانوی سیل کی  $1.9\text{V}$  emf ہے اور اس کی اندرونی مزاحمت  $380\Omega$  ہے۔ اس سیل سے زیادہ سے زیادہ کتنا کرنٹ لیا جاسکتا ہے؟ کیا سیل ایک کار کو چلانا شروع کرنے والے موٹر کو چلا سکتا ہے؟

3.16 برابر لمبائی کے دو تاروں کی مزاحمت یکساں ہے۔ ایک تار المونیم کا اور دوسرا تانبہ کا ہے۔ دونوں میں سے کون سا تار مقابلاً ہلکا ہوگا؟ پھر سمجھائیے کہ اوپر لگے تار کے کیبلوں کو بنانے کے لیے المونیم کے تاروں کو کیوں ترجیح دی جاتی ہے؟

کثافت)  $\rho_{\text{Cu}} = 1.72 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$ ،  $\text{Al} = 2.7$  کی اضافی کثافت  $\text{Cu} = 8.9$  کی اضافی

3.17 بھرت میگا نین کے بنے مزاحمت پر کیے گئے مندرجہ ذیل مشاہدات سے آپ کیا نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں۔

| کرنٹ (A) | وولٹیج V | کرنٹ A | وولٹیج |
|----------|----------|--------|--------|
| 0.2      | 3.94     | 3.0    | 59.2   |
| 0.4      | 7.87     | 4.0    | 78.8   |
| 0.6      | 11.8     | 5.0    | 98.6   |
| 0.8      | 15.7     | 6.0    | 118.5  |
| 1.0      | 19.7     | 7.0    | 138.2  |
| 2.0      | 39.4     | 8.0    | 158.0  |

3.18 مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

## کرنٹ برق

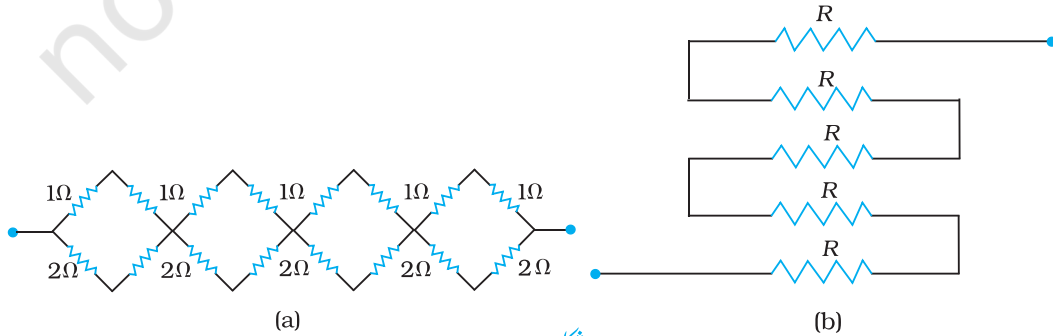
- (a) ایک غیر ہموار ترشحہ کے دھاتی موصل میں سے ایک قائم کرنٹ بہہ رہا ہے۔ موصل پر مندرجہ ذیل میں سے کون سی مقداریں مستقلہ ہیں: کرنٹ، کرنٹ کثافت، برقی میدان، باد آور چال؟
- (b) کیا اوم کے قانون کا اطلاق تمام ایصالی عناصر پر آفاقی طور پر ہوتا ہے؟ اگر نہیں، تو ایسے عناصر کی مثالیں دیجیے جو اوم کے قانون کی پابندی نہیں کرتے۔
- (c) اگر ایک کم وولٹیج سپلائی سے زیادہ کرنٹ لینے کی ضرورت ہے تو اس کی اندرونی مزاحمت کم ہونا چاہیے۔ کیوں؟
- (d) زیادہ تناؤ (HT, High tension) فرض کیجیے 6KV کی، سپلائی کی اندرونی مزاحمت بہت زیادہ ہونی چاہیے۔ کیوں؟

3.19 درست متبادل منتخب کیجیے:

- (a) دھاتوں کے بھرتوں کی مزاحمت عام طور سے ان دھاتوں سے (زیادہ/کم) ہوتی ہے جن سے وہ بنے ہوتے ہیں۔
- (b) بھرتوں کی مزاحمت کے درجہ حرارت ضریب عام طور سے خالص دھاتوں سے بہت (زیادہ/کم) ہوتے ہیں۔
- (c) بھرت میگنٹین کی مزاحمت درجہ حرارت میں اضافے (کے تقریباً غیر تابع ہے، کے ساتھ تیزی سے بڑھتی ہے)۔
- (d) ایک مخصوص حاجز (جیسے آئنوس) کی مزاحمت ایک دھات کے مقابلے میں ( $10^{22}/10^{23}$ ) کے درجے کے جزئی سے زیادہ ہوتی ہے۔

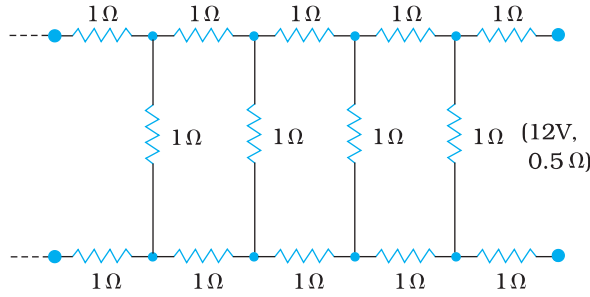
- 3.20 (a) اگر آپ کے پاس  $n$  مزاحمتوں ہوں جن میں سے ہر ایک کی مزاحمت  $R$  ہو تو آپ ان کا اجتماع کیسے کریں گے کہ (i) از حد معادل مزاحمت ہو (ii) کم ترین معادل مزاحمت حاصل ہو (iii) از حد معادل مزاحمت اور کم ترین معادل مزاحمت کی کیا نسبت ہے۔

- (b)  $1\Omega$ ،  $2\Omega$  اور  $3\Omega$  کے مزاحمت دیے ہوئے ہیں۔ آپ ان کا اجتماع کیسے کریں گے کہ حاصل ہونے والی معادل مزاحمت (i)  $(11/3)\Omega$ ، (ii)  $(11/5)\Omega$ ، (iii)  $6\Omega$ ، (iv)  $(6/11)\Omega$  ہو۔
- (c) شکل 3.31 میں دکھائے گئے نیٹ ورکوں کی معادل مزاحمت معلوم کیجیے:



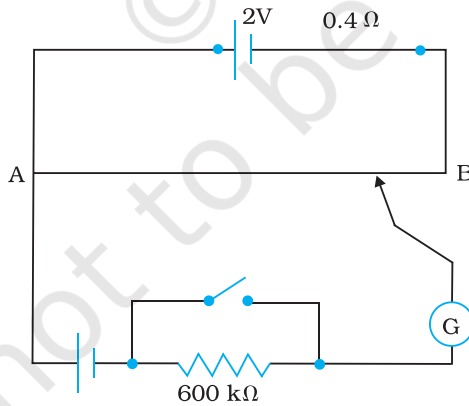
شکل 3.31

3.21 شکل 3.2 میں دکھائے گئے لائنناہی نیٹ ورک کے ذریعے ایک 12V سپلائی سے، جس کی اندرونی مزاحمت  $0.5\Omega$  ہے، کھینچا گیا کرنٹ معلوم کیجیے۔



شکل 3.32

3.22 شکل 3.33 میں 2.0V emf اور  $0.40\Omega$  اندرونی مزاحمت کے ایک سیل کے ساتھ ایک پوٹینشیو میٹر دکھایا گیا ہے۔ سیل کے ذریعے مزاحمت تار A B پر ایک مضمر گراؤ برقرار رکھا جاتا ہے۔ ایک معیاری سیل  $1.02V$  کی مستقل emf برقرار رکھتا ہے (چند mA تک کے بہت کم کرنٹ کے لیے) اور تار کی لمبائی پر توازن نقطہ دیتا ہے۔ اس بات کو یقینی بنانے کے لیے کہ معیاری سیل سے بہت کم کرنٹ کھینچا جائے، اس کے ساتھ ایک بہت بڑا  $600K\Omega$  کا مزاحمت سلسلہ وار لگایا جاتا ہے، جیسے توازن نقطہ کے قریب شارٹ کر دیا جاتا ہے۔ پھر معیاری سیل کو ایک نامعلوم emf  $\epsilon$  کے سیل سے بدل دیا جاتا ہے اور اسی طرح معلوم کیا گیا توازن نقطہ اب تار کی  $82.3cm$  لمبائی پر ملتا ہے۔



شکل 3.33

(a)  $\epsilon$  کی قدر کیا ہے؟

(b)  $600K\Omega$  کا بڑا مزاحمت کیا مقصد پورا کرتا ہے؟

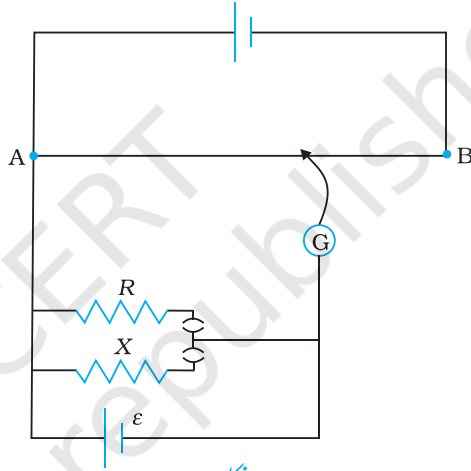
(c) کیا اس بڑی مزاحمت سے توازن نقطہ پر کوئی اثر پڑتا ہے؟

(d) کیا ڈرائیور سیل کی اندرونی مزاحمت سے توازن نقطہ متاثر ہوتا ہے؟

(e) اگر ڈرائیور سیل کی  $emf$   $2.0V$  کی جگہ  $1.0V$  ہو تو کیا مندرجہ بالا صورت میں یہ طریقہ کام کرے گا؟

(f) کیا یہ سرکٹ بہت زیادہ قلیل  $emf$  فرض کیجیے جو چند  $mV$  کے درجہ کی ہے (جیسے کہ تھرموپیل کی مخصوص  $emf$ ) معلوم کرنے کے لیے ٹھیک کام کرے گا؟ تو آپ سرکٹ میں کیا سدھار کریں گے۔

3.23 شکل 3.34 میں دو مزاحموں کا مقابلہ کرنے کے لیے ایک پوٹینشیو میٹر سرکٹ دکھایا گیا ہے۔ ایک معیاری مزاحم  $R = 100\Omega$  کے ساتھ توازن نقطہ  $58.3cm$  پر حاصل ہوتا ہے جب کہ غیر معلوم مزاحم  $X$  کے ساتھ یہ  $68.5cm$  ہے۔  $X$  کی قدر معلوم کیجیے۔ اگر آپ  $emf$   $\epsilon$  کے دیے ہوئے سیل کے ذریعے توازن نقطہ حاصل کرنے میں کامیاب نہیں ہوتے تو آپ کیا کر سکتے ہیں؟



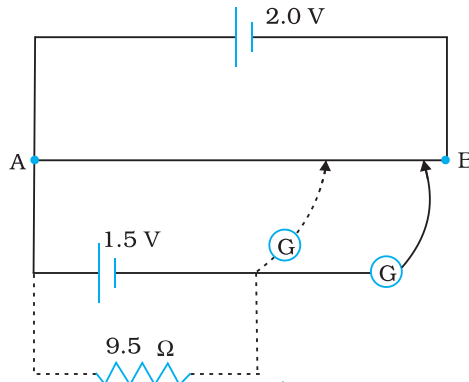
شکل 3.34

3.24 شکل 3.35 میں  $1.5V$  کے سیل کی اندرونی مزاحمت معلوم کرنے کے لیے ایک  $2.0V$  کا پوٹینشیو میٹر دکھایا گیا

ہے۔ کھلے سرکٹ میں سیل کا توازن نقطہ  $76.3cm$  پر ہے۔ جب سیل کے باہری سرکٹ میں ایک  $9.5\Omega$  کا

مزاحم استعمال کیا جاتا ہے تو توازن نقطہ، پوٹینشیو میٹر تار کی  $64.8cm$  لمبائی پر منتقل ہو جاتا ہے۔ سیل کی

اندرونی مزاحمت معلوم کیجیے۔



شکل 3.35