5264CH07

# باب سات

# متبادل کرنٹ

# (ALTERNATING CURRENT)

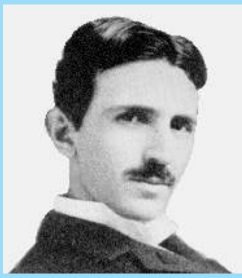


## 7.1 تعارف (INTRODUCTION)

اب تک ہم راست کرنٹ [ڈائرکٹ کرنٹ (dc)] وسیلے اور dc وسیلوں والے سرکٹ لیتے رہے ہیں۔ یہ کرنٹ وقت کے ساتھ اپنی سمت تبدیل نہیں کرتے۔ لیکن ایسی وولٹیج اور ایسے کرنٹ بہت عام ہیں جو وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے ہیں۔ ہمارے گھروں اور دفتروں میں برقی میں سپلائی ایک ایسی وولٹیج ہے جو وقت کے ساتھ ایک سائن تفاعل کی طرح تبدیل ہوتی ہے۔ ایسی وولٹیج متبادل وولٹیج [(ac voltage) (alternating voltage)] کہلاتی ہے اور اس سے ایک سرکٹ میں پیدا ہوا کرنٹ متبادل کرنٹ [(ac current) alternating current)] کہلاتا ہے*۔ آج کل ہم جو برقی آلات استعمال کرتے ہیں، ان میں سے زیادہ تر میں ac وولٹیج درکار ہوتی ہے۔ اس کی بڑی وجہ یہ ہے کہ پاور کمپنیوں کے ذریعے فروخت کی گئی برقی توانائی کا بیشتر حصہ متبادل کرنٹ کی شکل میں ترسیل اور تقسیم کیا جاتا ہے۔ ac وولٹیج

* ac وولٹیج اور ac کرنٹ کے فقروں میں آپسی تضاد ہے اور یہ فضول بھی ہیں۔ کیونکہ ان کا لفظی مطلب ہے، بالترتیب، متبادل کرنٹ وولٹیج اور متبادل کرنٹ کرنٹ، پھر بھی مخفف ac ایسی برقی مقدار کو ظاہر کرنے کے لیے عالمی طور پر قبول کیا جا چکا ہے جو سادہ ہارمونی وقت ظاہر کرتی ہو۔ اس لیے ہم بھی اسے استعمال کر رہے ہیں۔ مزید وولٹیج، دوسرا لفظ جو عام طور سے استعمال ہوتا ہے، کا مطلب ہے دو نقاط کے درمیان مضمر فرق۔

کے استعمال کو dc وولٹیج کے استعمال کے مقابلے میں ترجیح دینے کی اصل وجہ یہ ہے کہ ac وولٹیج کو آسانی اور بہتر کارکردگی کے ساتھ، ٹرانسفارمروں کے ذریعے، ایک وولٹیج سے دوسری وولٹیج میں بدلا جاسکتا ہے۔ مزید یہ کہ برقی توانائی کو بڑے فاصلوں پر، کفالتی طور سے ترسیل بھی کیا جاسکتا ہے۔ AC سرکٹ ایسی خاصیتیں ظاہر کرتے ہیں، جن سے روزمرہ استعمال ہونے والے بہت سے آلات میں فائدہ اٹھایا جاسکتا ہے۔ مثال کے طور پر، جب ہم اپنے ریڈیو کو اپنے پسندیدہ اسٹیشن پر لگاتے ہیں تو ہم ac سرکٹوں کی ایک مخصوص خاصیت سے فائدہ اٹھا رہے ہوتے ہیں۔ جوان کئی خاصیتوں میں سے ایک ہے، جن کا مطالعہ آپ اس باب میں کریں گے۔



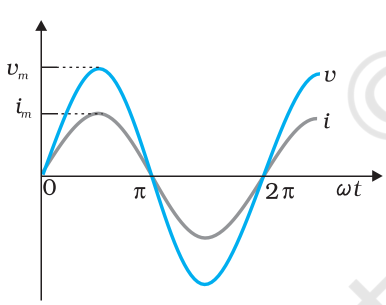
**نکولا ٹیسلا (1836—1943)** یوگوسلاویہ امریکہ کے سائنسداں، موجد اور فطین۔ انھوں نے گردشی مقناطیسی میدان کا تصور پیش کیا جو عملی طور پر تمام متبادل کرنٹ مشینوں کی بنیاد ہے اور جس نے برقی پاور کی دنیا میں پہنچنے میں مدد کی۔ انھوں نے دیگر اشیا کے ساتھ ساتھ، امالہ موٹر، a c پاور کا کثیر فیز نظام اور ریڈیو ٹیلی ویژن سیٹوں اور دوسرے آلات میں استعمال ہونے والے زیادہ تعدد کے امالہ کوائل (ٹیسلا کوائل) ایجاد کیے۔ مقناطیسی میدان کی اکائی ان کے اعزاز میں ٹیسلا کہلاتی ہے۔

## 7.2 ایک مزاحمہ پر لگائی گئی اے سی وولٹیج

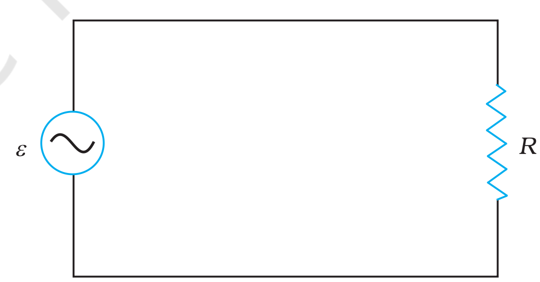
## (AC VOLTAGE APPLIED TO A RESISTOR)

شکل 7.1 میں، ac وولٹیج کے وسیلہ $\varepsilon$ سے جڑا ہوا ایک مزاحمہ دکھایا گیا ہے۔ ایک سرکٹ ڈائیگرام میں a c وسیلہ کی علامت (~) ہے۔ ہم ایک ایسا وسیلہ لیتے ہیں جو اپنے سروں (ٹرمنل Terminals) کے درمیان سائن خم نما طور پر تبدیل ہوتا ہوا مضمر فرق پیدا کرتا ہے۔ فرض کیجیے یہ مضمر فرق، جسے ac وولٹیج بھی کہتے ہیں، دیا جاتا ہے۔

$$v = v_m \sin \omega t \qquad (7.1)$$




**شکل 7.2:** ایک خالص مزاحمہ میں، وولٹیج اور کرنٹ فیز میں ہوتے ہیں۔ اقل قدریں (Minima)، صفر اور اعظم قدریں (Maxima) یکساں متطابق اوقات پر حاصل ہوتی ہیں۔




**شکل 7.1** ایک مزاحمہ پر لگائی گئی AC وولٹیج

جہاں $v_m$ احتزاز کرتے ہوئے مضمر فرق کی وسعت (Amplitude) ہے اور $\omega$ اس کا زاویائی تعدد ہے۔

مزاحمہ میں سے گذر رہے کرنٹ کی قدر معلوم کرنے کے لیے، ہم کرچوف کا لوپ قاعدہ $\sum \varepsilon(t) = 0$، استعمال کرتے ہیں۔ اس قاعدہ کا اطلاق شکل 7.1 میں دکھائے گئے سرکٹ پر کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

$$v_m \sin \omega t = iR$$

**جارج ویسٹنگ ہاؤس (1846—1914)**
راست کرنٹ کے مقابلے میں متبادل کرنٹ کے استعمال کے زبردست حامی۔اس لیے انھوں نے تھومس ایلوا اڈیسن سے براہِ راست ٹکر لی جو راست کرنٹ کے استعمال کی وکالت کرتے تھے۔ویسٹنگ ہاؤس کو پورا یقین تھا کہ متبادل کرنٹ ہی برقی مستقبل کی کُنجی ہے۔انھوں نے وہ مشہور کمپنی قائم کی،جس کا نام ان کے نام پر رکھا گیا اور اس کمپنی کے لیے نکولا ٹیسلا اور دوسرے موجدوں کی خدمات حاصل کیں،جنھوں نے اس کمپنی میں رہ کر متبادل کرنٹ موٹر تیار کرنے اور زیادہ ٹینشن کرنٹ کی ترسیل کے آلات تیار کرنے کے سلسلے میں اہم کام کیے۔بڑے پیمانے پر بجلی پہنچانے کے سلسلے میں اپ کی رہنمایانہ خدمات ہیں۔

یا

$$i = \frac{v_m}{R} \sin \omega t$$

کیونکہ R ایک مستقلہ ہے،اس لیے ہم اس مساوات کو لکھ سکتے ہیں:

$$i = i_m \sin \omega t \qquad (7.2)$$

جہاں کرنٹ وسعت (current amplitude) دی جاتی ہے:

$$i_m = \frac{v_m}{R} \qquad (7.3)$$

مساوات (7.3)، اوم کا قانون ہے جو مزاحمتوں کے لیے، ac اور dc دونوں قسم کی وولٹیج کے لیے یکساں درستگی صحت کے ساتھ لاگو ہوتا ہے۔ایک خالص مزاحمہ پر لگ رہی وولٹیج اور اس میں سے گذرنے والا کرنٹ، جو مساوات (7.1) اور (7.2) سے دیے جاتے ہیں،شکل 7.2 میں بطور تفاعل وقت پلاٹ کیے گئے ہیں۔یہ خاص طور پر نوٹ کیجیے کہ v اور i دونوں،صفر،اقل اور اعظم قدروں پر ایک ہی وقت پر پہنچتے ہیں۔صاف ظاہر ہے کہ وولٹیج اور کرنٹ ایک دوسرے کے ساتھ فیز میں ہیں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ لگائی گئی وولٹیج کی طرح،کرنٹ بھی سائنی نما طور پر تبدیل ہوتا ہے اور ہر سائیکل میں اس کی متطابق مثبت اور منفی قدریں ہوتی ہیں۔اس لیے ایک مکمل سائیکل پر لمحاتی کرنٹ قدروں کا حاصل جمع صفر ہے اور اوسط کرنٹ صفر ہے۔اس حقیقت کا کہ اوسط کرنٹ صفر ہے،یہ مطلب نہیں ہے کہ خرچ ہوئی اوسط پاور صفر ہے اور برقی توانائی کا کوئی اسراف نہیں ہو رہا ہے۔جیسا کہ آپ جانتے ہیں جول حرارت $i^2R$ سے دی جاتی ہے اور $i^2$ کے تابع ہے (جو چاہے i مثبت ہو یا منفی،ہمیشہ مثبت ہوگا)، i کے نہیں۔اس لیے جب ایک مزاحمہ سے ایک ac کرنٹ گذرتا ہے تو جول حرارت بھی پیدا ہوتی ہے اور برقی توانائی کا اسراف بھی ہوتا ہے۔

مزاحمہ میں اسراف شدہ لمحاتی پاور ہے:

$$p = i^2 R = i_m^2 R \sin^2 \omega t \qquad (7.4)$$

ایک سائیکل پر، P کی اوسط قدر ہے*

$$\bar{p} = < i^2 R > = < i_m^2 R \sin^2 \omega t > \qquad [7.5\ (a)]$$

جہاں ایک حرف (یہاں P) کے اوپر کھینچا گیا خط (بار Bar)،اس کی اوسط قدر کو ظاہر کرتا ہے اور <......> علامت اس مقدار کے اوسط لینے کو ظاہر کرتی ہے جو قوسین (بریکٹ) کے اندر ہے۔کیونکہ $i_m^2$ اور R مستقلے ہیں،

$$\bar{p} = i_m^2 R < \sin^2 \omega t > \qquad [7.5\ (b)]$$

*ایک تفاعل F(t) کی ایک دور T پر اوسط قدر دی جاتی ہے $\langle F(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T F(t)\,dt$

ٹرگنومیٹریائی مماثلت $\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$ استعمال کرتے ہوئے، ہمیں حاصل ہوتا ہے

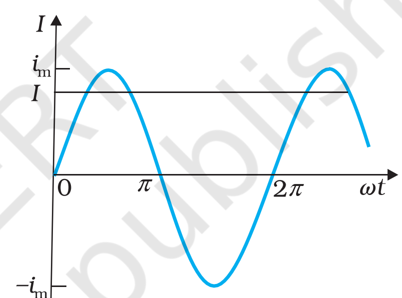
$< \sin^2 \omega t > = \left(\frac{1}{2}\right)(1 - < \cos 2wt >)$ اور کیونکہ: $<\cos 2wt> = 0$** ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$< \sin^2 \omega t > = \frac{1}{2}$$

اس لیے

$$\bar{p} = \frac{1}{2} i_m^2 R \qquad [7.5\ (c)]$$

ac پاور کو dc پاور $(P = I^2 R)$ جیسی شکل میں ظاہر کرنے کے لیے کرنٹ کی ایک خاص قدر معرف کی جاتی ہے اور استعمال کی جاتی ہے۔ یہ جذر اوسط مربع [root mean square (rms)] یا موثر کرنٹ (effective current) کہلاتی ہے (شکل 7.3)، اور $I_{rms}$ یا I سے ظاہر کی جاتی ہے۔




شکل 7.3 rms کرنٹ I اور فراز کرنٹ $I_m$ میں رشتہ ہے:

$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, i_m$$

اس کی تعریف کی جاتی ہے:

$$I = \sqrt{\bar{i^2}} = \sqrt{\frac{1}{2} i_m^2} = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$$

$$= 0.707\, i_m \qquad (7.6)$$

$I$ کی شکل میں، اوسط پاور، جسے $P$ سے ظاہر کرتے ہیں، ہے:

$$P = \bar{p} = \frac{1}{2} i_m^2 R = I^2 R \qquad (7.7)$$

اسی طرح، ہم rms وولٹیج یا موثر وولٹیج کی تعریف کرتے ہیں:

$$V = \frac{v_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, v_m \qquad (7.8)$$

مساوات (7.3) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے:

---

$$< \cos 2\omega t > = \frac{1}{T}\int_0^T \cos 2\omega t\, dt = \frac{1}{T}\left[\frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^T = \frac{1}{2\omega T}[\sin 2\omega T - 0] = 0 \quad **$$

$$v_m = i_m R$$

یا

$$\frac{v_m}{\sqrt{2}} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} R$$

یا،

$$V = IR \quad (7.9)$$

مساوات (7.9)، ac کرنٹ اور ac وولٹیج میں رشتہ دیتی ہے جو dc صورت میں کرنٹ اور وولٹیج کے مابین رشتے کے یکساں ہے۔اس سے rms قدروں کے تصور کو متعارف کرانے کا فائدہ ظاہر ہو جاتا ہے۔rms قدروں کی شکل میں، پاور کے لیے مساوات (مساوات 7.7) اور کرنٹ اور وولٹیج میں رشتہ ac سرکٹ کے لیے بنیادی طور پر وہی ہیں جو dc کی صورت میں ہیں۔

ac مقداروں کے لیے rms قدریں متعین کرنا اور ناپنا عام ہے۔مثلاً 220V گھریلو لائن وولٹیج ایک rms قدر ہے، جس کی فراز وولٹیج (Peak voltage) ہے:

$$V = (1.414)(220\ V) = 311\ V$$

دراصل، I یا rms کرنٹ وہ مرادف (equivalent) dc کرنٹ ہے جو اتنا ہی اوسط پاور نقصان پیدا کرے گا جتنا متبادل کرنٹ کر رہا ہے۔مساوات (7.7) کو ایسے بھی لکھا جا سکتا ہے،

$$P = \frac{V^2}{R} = I\,V \qquad (\therefore V = I\,R)$$

**مثال 7.1**: ایک روشنی کے بلب پر 220V سپلائی کے لیے 100W درج ہے۔معلوم کیجیے: (a) بلب کی مزاحمت (b) وسیلہ کی فراز وولٹیج اور (c) بلب میں سے گذر رہا rms کرنٹ

**حل**: (a) ہمیں دیا ہے: P=100W اور V=220V، بلب کی مزاحمت ہے:

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220\ V)^2}{100\ W} = 484\Omega$$

(b) وسیلہ کی فراز وولٹیج ہے:

$$v_m = \sqrt{2}V = 311\ V$$

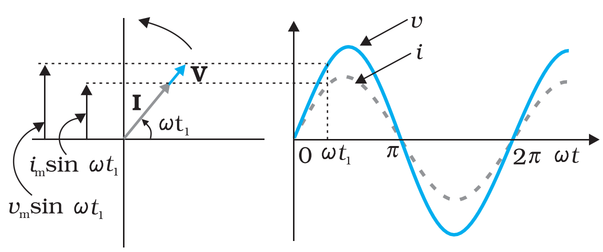
(c) $P = I\,V$

$$I = \frac{P}{V} = \frac{100\ W}{220\ V} = 0.454A$$

مثال 7.1

## 7.3 گردش کرتے ہوئے سمتیوں-فیزوں-کے ذریعے اے سی کرنٹ اور وولٹیج کا اظہار
## (Representation of AC Current and Voltage by Rotating Vectors — Phasors)

پچھلے حصہ میں ہم سیکھ چکے ہیں کہ ایک مزاحمہ سے گذرنے والا کرنٹ، ac وولٹیج کے ساتھ فیز میں ہوتا ہے۔لیکن ایک امالہ کار(Inductor) یا ایک کپیسٹر یا ان سرکٹ اجزا کے اجتماع کی صورت میں ایسا نہیں ہوتا۔ایک ac سرکٹ میں، وولٹیج اور کرنٹ کے درمیان فیز رشتہ ظاہر کرنے کے لیے فیزر (ہیئت کار Phasor) کا تصور استعمال کرتے ہیں۔*ایک ac سرکٹ کے تجزیہ میں فیزر ڈائیگرام مددگار ثابت ہوتی ہے۔ایک فیزر ایک سمتیہ ہے جو مبدے کے گرد، زاویائی چال $\omega$ سے گردش کرتا ہے، جیسا کہ شکل 7.4 میں دکھایا گیا ہے۔فیزر $\mathbf{V}$ اور $\mathbf{I}$ کی عددی قدریں ان اہتزاز پذیر مقداروں کی وسعتیں یا فرازقدریں $v_m$ اور $i_m$ ظاہر کرتی ہیں۔شکل 7.4 (a) میں وولٹیج اور کرنٹ فیزر اوران کے وقت $t_1$ پر رشتے کو، ایک ac وسیلے سے جڑے ہوئے مزاحمہ کی صورت میں، یعنی کہ شکل 7.1 میں دکھائے گئے سرکٹ کے مطابق، دکھایا گیا ہے۔راسی محور پر وولٹیج فیزر اور کرنٹ فیزر کے ظل (Projection)، یعنی، بالترتیب، $v_m \sin \omega t$ اور $i_m \sin \omega t$، اس لمحہ پر وولٹیج اور کرنٹ کی قدر ظاہر کرتے ہیں۔جیسے جیسے وہ تعدد $\omega$ سے گردش کرتے ہیں، شکل 7.4 (b) میں دکھائے گئے گراف تشکیل پاتے ہیں۔



(a) (b)

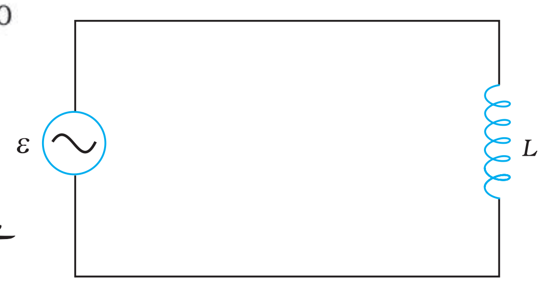
شکل 7.4: (a) شکل 7.1 میں دکھائے گئے سرکٹ کے لیے فیزر ڈائیگرام (b) $v$ اور $i$ کے $\omega t$ کے برخلاف گراف

شکل 7.4 (a) میں ہم دیکھتے ہیں کہ ایک مزاحمہ کے لیے فیزر $\mathbf{V}$ اور فیزر $\mathbf{I}$ یکساں سمت میں ہیں۔ایسا ہمیشہ ہوتا ہے۔اس کا مطلب ہے کہ وولٹیج اور کرنٹ کے درمیان فیز زاویہ صفر ہے۔

## 7.4 ایک امالہ کار پر لگائی گئی اے سی وولٹیج (AC Voltage Applied to an Inductor)

شکل 7.5 میں ایک امالہ کار سے جڑا ہوا ایک ac وسیلہ دکھایا گیا ہے۔عام طور سے امالہ کار میں لپٹے ہوئے تاروں میں قابل لحاظ مزاحمت ہوتی ہے لیکن ہم فرض کر لیتے ہیں کہ اس امالہ کار کی مزاحمت قابل نظر انداز ہے۔اس طرح یہ سرکٹ خالص امالی ac سرکٹ ہے۔فرض کیجیے وسیلے کے سروں کے درمیان وولٹیج $v = v_m \sin \omega t$ ہے۔کرچوف لوپ قاعدہ

*حالانکہ ac سرکٹ میں وولٹیج اور کرنٹ، فیزر— گردشی سمتیہ، کے ذریعے ظاہر کیے جاتے ہیں، یہ بذاتِ خود سمتیہ نہیں ہیں۔یہ عددیہ مقداریں ہیں۔ہوتا یہ ہے کہ ہارمونی طور پر تبدیل ہوتے ہوئے عددیوں کی وسعتیں اور فیز ریاضیاتی طور پر اسی طرح مجتمع ہوتے ہیں جیسے متطابق عددی قدروں اور سمتوں کے گردشی سمتیوں کے ظل مجتمع ہوتے ہیں۔گردشی سمتیوں کو، جو ہارمونی طور پر تبدیل ہوتی ہوئی عددیہ مقداروں کو ظاہر کرتے ہیں، صرف اس لیے داخل کیا گیا ہے کیونکہ ان سے ہمیں ان مقداروں کو جمع کرنے کا ایک آسان طریقہ مل جاتا ہے، ہم سمتیوں کو جمع کرنے کا قاعدہ جانتے ہیں۔




شکل 7.5 ایک امالہ کار سے جڑا ہوا ایک ac وسیلہ

$\sum \varepsilon(t) = 0$، استعمال کرتے ہوئے اور کیونکہ سرکٹ میں کوئی مزاحمہ نہیں ہے

$$v - L\frac{di}{dt} = 0 \quad (7.10)$$

جہاں دوسرا رکن امالہ کار میں خود امالہ شدہ فیراڈے emf ہے اور L امالہ کار کی خود-امالیت ہے۔

منفی علامت، لینز کے قانون کے مطابق ہے (باب 6)۔ مساوات (7.1) اور مساوات (7.10) کو ملانے پر

$$\frac{di}{dt} = \frac{v}{L} = \frac{v_m}{L}\sin\omega t \quad (7.11)$$

مساوات (7.11) کا مطلب ہے کہ i(t) کرنٹ بطور تفاعل وقت، کے لیے مساوات ایسی ہونا لازمی ہے، جس کی ڈھلان (Slope) $\frac{di}{dt}$ ایک سائن خم نما طور پر تبدیل ہوتی ہوئی مقدار ہو اور اس کا فیز وہی ہو جو وسیلے کی وولٹیج کا ہے اور جس کی وسعت $\frac{v_m}{L}$ ہو۔ کرنٹ حاصل کرنے کے لیے ہم $\frac{di}{dt}$ کا وقت کی مناسبت سے تکملہ کرتے ہیں۔

$$\int \frac{di}{dt}dt = \frac{v_m}{L}\int \sin(\omega t)dt$$

اور ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$i = -\frac{v_m}{\omega L}\cos(\omega t) + \text{مستقلہ}$$

تکملہ مستقلہ (Integration Canstant) کے ابعاد کرنٹ کے ابعاد ہیں اور یہ وقت-غیر تابع ہے۔ کیوں کہ وسیلہ کی emf صفر کے گرد متشاکل طور پر (symmetically) اہتزازات کرتی ہے، تو یہ جو کرنٹ برقرار رکھے گی وہ بھی صفر کے گرد متشاکل طور پر اہتزاز کرے گا، اس طرح کرنٹ کا کوئی مستقلہ یا وقت-غیر تابع جز نہیں ہوگا۔ اس لیے تکملہ مستقلہ صفر ہے۔

$-\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ استعمال کرتے ہوئے، ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$i = i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (7.12)$$

جہاں $i_m = \frac{v_m}{\omega L}$، کرنٹ کی وسعت ہے۔ مقدار $\omega L$، مزاحمت کے مشابہ ہے اور امالیاتی نا اہلیت (Inductive reactance) کہلاتی ہے۔ اسے $X_L$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

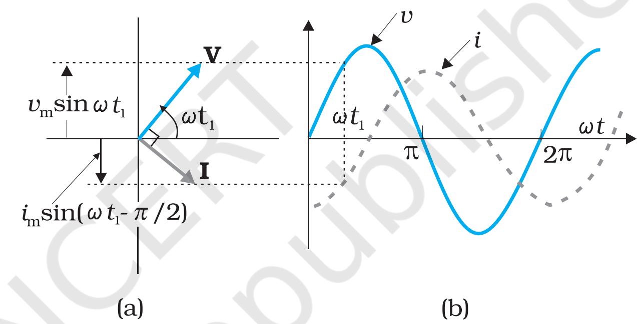
$$X_L = \omega L \quad (7.13)$$

تب، کرنٹ کی وسعت ہے:

$$i_m = \frac{v_m}{X_L} \quad (7.14)$$

امالیاتی نااہلیت کے ابعاد بھی وہی ہیں جو مزاحمت کے ہیں اور اس کی SI اکائی ohm (Ω) ہے۔امالیاتی نااہلیت ایک خالص امالیاتی سرکٹ میں کرنٹ کو محدود رکھتی ہے، جس طرح کہ مزاحمت ایک خالص مزاحمتی سرکٹ میں کرنٹ کو محدود رکھتی ہے۔امالیاتی نااہلیت، امالیت اور کرنٹ کے تعدد کے راست متناسب ہے۔

وسیلہ کی وولٹیج اور امالہ کار میں کرنٹ کے لیے مساوات (7.1) اور مساوات (7.12) کے مقابلے سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ کرنٹ، وولٹیج سے $\frac{\pi}{2}$ سے یا ایک چوتھائی $\left(\frac{1}{4}\right)$ سائیکل سے پس قدم (Lag) ہے۔شکل (a) 7.6 میں موجودہ صورت میں،لمحہ وقت $t_i$ پر وولٹیج اور کرنٹ فیزر دکھائے گئے ہیں۔کرنٹ فیزر $\vec{I}$، وولٹیج فیزر $\vec{V}$ سے $\frac{\pi}{2}$ پیچھے ہے۔جب تعدد $\omega$ سے انھیں گھڑی مخالف سمت میں گھمایا جاتا ہے تو یہ مساوات (7.1) اور مساوات (7.2) سے دیے جانے والے، حسب ترتیب، وولٹیج اور کرنٹ تشکیل دیتے ہیں، جیسا کہ شکل (b) 7.6 میں دکھایا گیا ہے۔




شکل 7.6 (a):شکل 7.5 میں دکھائے گئے سرکٹ کے لیے فیزر ڈائیگرام (b) $v$ اور $i$ کا $\omega t$ کے برخلاف گراف

ہم دیکھتے ہیں کہ کرنٹ اپنی اعظم قدر پر، وولٹیج کے مقابلے میں، ایک چوتھائی دور $\left[\frac{T}{4} = \frac{\pi/2}{\omega}\right]$ کے بعد پہنچتا ہے۔آپ دیکھ چکے ہیں کہ ایک امالہ کار میں نااہلیت (reactance) ہوتی ہے جو کرنٹ کو اسی طرح محدود کرتی ہے، جس طرح dc سرکٹ میں مزاحمت کرنٹ کو محدود کرتی ہے۔کیا یہ مزاحمت کی طرح پاور بھی سرف کرتی ہے؟

آیئے، معلوم کرنے کی کوشش کریں۔

امالہ کار کو مہیا کی گئی لمحاتی پاور ہے:

$$p_L = i\,v = i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \times v_m \sin(\omega t)$$

$$= -i_m v_m \cos(\omega t) \sin(\omega t)$$

$$= -\frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t)$$

اس لیے، ایک مکمل سائیکل پر اوسط پاور ہے:

$$P_L = \left\langle -\frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \right\rangle$$

کیونکہ ایک مکمل سائیکل پر $\sin(2\omega t)$ کی اوسط قدر صفر ہے۔

اس لیے، ایک امالہ کار کو ایک مکمل سائیکل میں مہیا کی گئی اوسط پاور صفر ہے۔

شکل 7.7 اسے تفصیل کے ساتھ واضح کرتی ہے۔

**مثال 7.2**: 25.0 mH کا ایک خالص امالہ کار ایک 220V کے وسیلے سے جوڑا گیا ہے۔ اگر وسیلہ کا تعدد 50Hz ہے تو سرکٹ میں امالیاتی نااہلیت اور rms کرنٹ معلوم کیجیے۔

**حل**: امالیاتی نااہلیت،

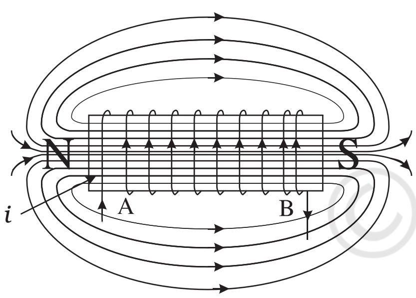
$$X_L = 2\pi\nu L = 2\times3.14\times50\times25\times10^{-3}\ \mathrm{W}$$

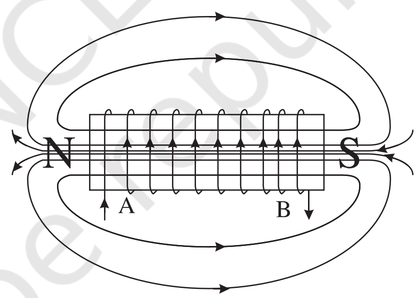
$$= 7.85\Omega$$

سرکٹ میں rms کرنٹ ہے

$$I = \frac{V}{X_L} = \frac{220\ \mathrm{V}}{7.85\ \Omega} = 28\mathrm{A}$$

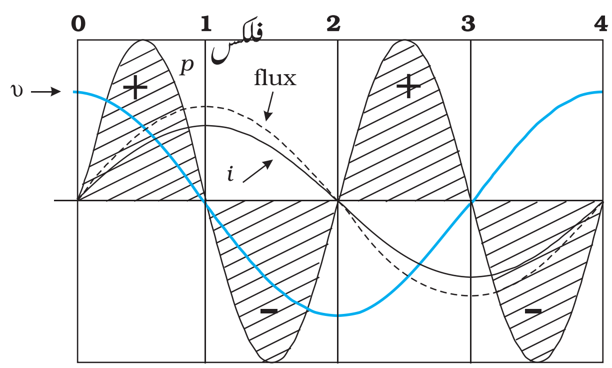
مثال 7.2



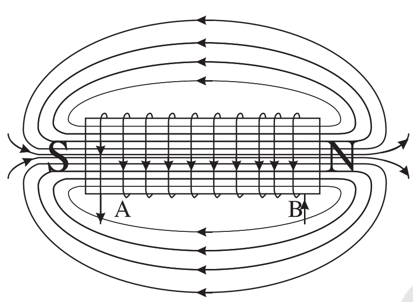



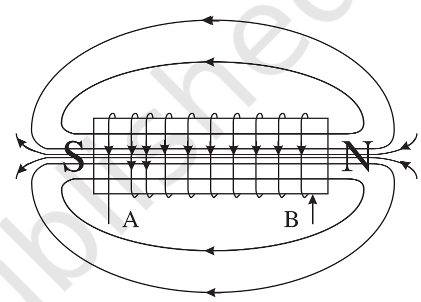

0-1 پر داخل ہونے والا، کوائل میں سے گذر رہا کرنٹ صفر سے بڑھ کر اعظم قدر تک پہنچتا ہے۔ فلکس خطوط قائم ہوتے ہیں، یعنی کہ قالب مقیا جاتا ہے۔ دکھائی گئی قطبیت کے لحاظ سے وولٹیج اور کرنٹ دونوں مثبت ہیں۔ اس لیے، ان کا حاصل ضرب P مثبت ہے۔ توانائی وسیلہ سے جذب کی جاتی ہے۔

1-2 کوائل میں کرنٹ اب بھی مثبت ہے لیکن اب کم ہو رہا ہے۔ قالب غیر مقناطیسی ہو جاتا ہے اور آدھے سائیکل کے خاتمے پر کل فلکس صفر ہو جاتا ہے۔ وولٹیج $v$ منفی ہے (کیونکہ $\frac{di}{dt}$ منفی ہے)۔ وولٹیج اور کرنٹ کا حاصل ضرب منفی ہے اور توانائی وسیلہ کو واپس کی جا رہی ہے۔




وولٹیج
کرنٹ
کاایک مکمل سائیکل۔نوٹ کریں کہ کرنٹ، وولٹیج سے پس قدم ہے۔




2–3 کرنٹ i منفی ہوجاتا ہے،یعنی یہ B پرداخل ہوتا ہےاور A سے باہرنکلتا ہے۔کیونکہ کرنٹ کی سمت تبدیل ہوگئی ہے،مقناطیس کی قطبیت بدل جاتی ہے۔کرنٹ اوروولٹیج دونوں منفی ہیں۔اس لیےان کا حاصل ضرب P مثبت ہے۔توانائی جذب ہوتی ہے۔

3–4 کرنٹ i کم ہوتا ہے اور 4 پراپنی صفرقدر پرپہنچ جاتا ہے،جب قالب کی مقناطیسیت ختم ہوجاتی ہے اورفلکس صفرہوتا ہے۔وولٹیج مثبت ہےلیکن کرنٹ منفی ہے۔اس لیے پاورمنفی ہے۔سائیکل 3–2 میں جذب کی گئی توانائی،وسیلہ کوواپس لوٹادی جاتی ہے۔

## 7.5 ایک کپیسٹر پرلگائی گئی اے سی وولٹیج (AC Voltage Applied to a Capacitor)

شکل 7.8 میں ایک ac وسیلہ e دکھایا گیا ہے جو ac وولٹیج : $v = v_m \sin \omega t$ پیدا کررہا ہےاورصرف ایک کپیسٹر سے جڑا ہوا ہے،یعنی کہ،خالص صلاحیتی ac سرکٹ ہے۔


شکل 7.8:ایک کپیسٹر سے جڑا ہواایک ac وسیلہ

جب ایک dc سرکٹ میں ایک کپیسٹر،وولٹیج وسیلہ سے جوڑا جاتا ہے،تو کرنٹ ایک اتنی مختصر مدت کے لیے بہتا ہے جتناوقفہ کپیسٹر کو چارج کرنے کے لیے درکار ہوتا ہے۔جب کپیسٹر کی چادروں پر چارج اکٹھاہوجاتا ہے تو ان کے درمیان وولٹیج بڑھ جاتی ہے،جوکرنٹ کی مخالفت کرتی ہے۔یعنی کہ،ایک dc سرکٹ میں،ایک کپیسٹر جیسے جیسے چارج ہوتا ہے،کرنٹ کومحدود کرتا ہے یا کرنٹ کی مخالفت کرتا ہے۔جب کپیسٹر مکمل طور پر چارج ہوجاتا ہے تو سرکٹ میں کرنٹ صفرہوجاتا ہے۔

جب کپیسٹر کو ایک ac وسیلے سے جوڑا جاتا ہے، جیسا کہ شکل 7.8 میں دکھایا گیا ہے تو یہ کرنٹ کو محدود کرتا ہے یا کرنٹ کی تعدیل (ریگولیٹ Regulate) کرتا ہے، لیکن چارج کے بہنے کو مکمل طور پر نہیں روکتا۔ کپیسٹر متبادل طور پر چارج اور ڈسچارج ہوتا رہتا ہے کیونکہ کرنٹ ہر آدھے سائیکل بعد اپنی سمت تبدیل کرتا ہے۔ فرض کیجیے، کسی وقت t پر، کپیسٹر پر چارج q ہے۔ کپیسٹر کے سروں کے درمیان لمحاتی وولٹیج $v$ ہے۔

$$v = \frac{q}{C} \quad (7.15)$$

کرچوف کے لوپ قاعدے کے مطابق، وسیلے کے سروں کے درمیان وولٹیج اور کپیسٹر کے سروں کے درمیان وولٹیج، مساوی ہیں:

$$v_m \sin \omega t = \frac{q}{C}$$

کرنٹ معلوم کرنے کے لیے، ہم رشتہ $i = \frac{dq}{dt}$ استعمال کرتے ہیں:

$$i = \frac{d}{dt}(v_m C \sin \omega t) = \omega C v_m \cos(\omega t)$$

رشتہ: $\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$، استعمال کرتے ہوئے:

$$i = i_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (7.16)$$

جہاں اہتزاز پذیر کرنٹ کی وسعت: $i_m = \omega C v_m$ ہے۔ ہم اسے دوبارہ لکھ سکتے ہیں:

$$i_m = \frac{v_m}{(1/\omega C)}$$

ایک خالص مزاحمتی سرکٹ کے لیے: $i_m = \frac{v_m}{R}$، ان دونوں کا مقابلہ کرنے پر ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ $\left(\frac{1}{\omega C}\right)$ مزاحمت کا کردار ادا کرتا ہے۔ اسے صلاحیتی نااہلیت کہتے ہیں اور $X_c$ سے ظاہر کرتے ہیں:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \quad (7.17)$$

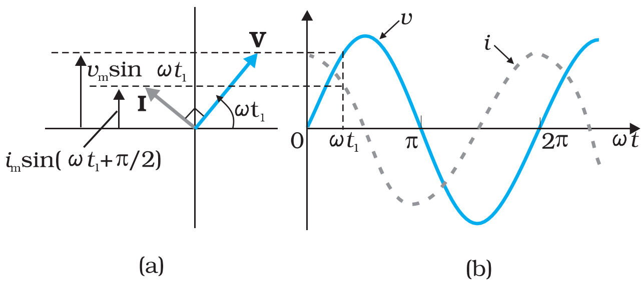
اس طرح، کرنٹ کی وسعت ہے:

$$i_m = \frac{v_m}{X_C} \quad (7.18)$$

صلاحیتی نااہلیت کے ابعاد وہی ہیں جو مزاحمت کے ہیں اور اس کی SI اکائی اوم [ohm (Ω)] ہے۔ ایک خالص صلاحیتی سرکٹ میں صلاحیتی نااہلیت اسی طرح کرنٹ کی وسعت کو محدود کرتی ہے، جس طرح ایک خالص مزاحمتی سرکٹ میں مزاحمت کرنٹ کو محدود کرتی ہے۔ لیکن یہ تعدد اور صلاحیت کے مقلوب متناسب ہے۔

مساوات (7.16) کا وسیلہ وولٹیج کی مساوات (7.1) سے مقابلہ کرنے پر یہ ظاہر ہوتا ہے کہ کرنٹ وولٹیج سے $\frac{\pi}{2}$

آگے ہے، جب کہ دونوں گھڑی مخالف سمت میں گردش کر رہے ہیں۔
شکل 7.9(b) میں وولٹیج اور کرنٹ کی وقت کے ساتھ تبدیلی دکھائی گئی ہے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ وولٹیج کے مقابلے میں، کرنٹ اپنی اعظم قدر (Maximum Value) پر دور پہلے پہنچ جاتا ہے۔




شکل 7.9 (a) شکل 7.8 میں دکھائے گئے سرکٹ کے لیے فیزر ڈائیگرام (b) $\omega t$ کے برخلاف $v$ اور $i$ کے گراف

کپیسٹر کو مہیا کی گئی لمحاتی پاور ہے:

$$p_c = i\,v = i_m \cos(\omega t) v_m \sin(\omega t)$$
$$= i_m v_m \cos(\omega t) \sin(\omega t)$$
$$= \frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \qquad (7.19)$$

اس لیے، جیسی کہ امالہ کار کے لیے تھی، اوسط پاور ہے:

$$P_C = \left\langle \frac{i_m v_m}{2} \sin(2\omega t) \right\rangle = \frac{i_m v_m}{2} \langle \sin(2\omega t) \rangle = 0$$

کیوں کہ، ایک مکمل سائیکل پر: $\langle \sin(2\omega t) \rangle = 0$، شکل (7.10) میں اس کی تفصیلی وضاحت موجود ہے۔ اس لیے، ہم دیکھتے ہیں کہ ایک امالہ کارے کے لیے، کرنٹ، وولٹیج سے $\frac{\pi}{2}$ پس قدم (lags) ہوتا ہے اور ایک کپیسٹر کے لیے کرنٹ، وولٹیج سے $\frac{\pi}{2}$ پیش قدم (leads) ہوتا ہے۔

**مثال 7.3:** ایک لیمپ کو ایک کپیسٹر کے ساتھ سلسلہ وار جوڑا گیا ہے۔ dc اور ac کنکشنوں کے لیے اپنے مشاہدات کی پیشین گوئی کیجیے۔ دونوں میں سے ہر ایک صورت میں کیا ہوگا، اگر کپیسٹر کی صلاحیت کم کر دی جائے۔

**حل:** جب ایک کپیسٹر سے ایک dc وسیلہ جوڑا جاتا ہے تو کپیسٹر چارج ہو جاتا ہے اور چارج ہو جانے کے بعد سرکٹ میں کوئی کرنٹ نہیں بہتا اور لیمپ روشن نہیں ہوگا۔ اگر C کو کم بھی کر دیا جائے تو بھی کوئی تبدیلی نہیں ہوگی۔ ac وسیلے کے ساتھ، کپیسٹر کی صلاحیتی نااہلیت $\frac{1}{\omega C}$ ہوتی ہے اور کرنٹ سرکٹ میں بہتا ہے۔ نتیجتاً لیمپ روشن ہو جائے گا۔ C کو کم کرنے سے نااہلیت میں اضافہ ہوگا اور لیمپ پہلے کے مقابلے میں کم روشنی دے گا۔

مثال 7.3

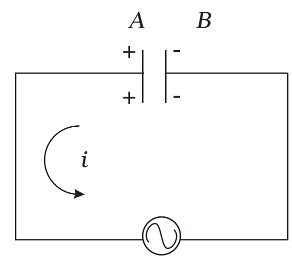
**مثال 7.4:** ایک $15.0\mu F$ کے کپیسٹر کو 220V، 50Hz وسیلہ سے جوڑا گیا۔ سرکٹ میں صلاحیتی نااہلیت اور کرنٹ (rms اور فراز قدر) معلوم کیجیے۔ اگر تعدد کو دو گنا کر دیا جائے تو صلاحیتی نااہلیت اور کرنٹ پر کیا اثر ہوگا!

**حل:** صلاحیتی نااہلیت ہے:

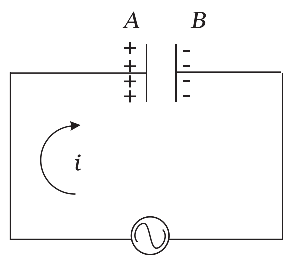
$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2\pi(50\text{Hz})(15.0\times10^{-6}\text{F})} = 212\,\Omega$$

rms کرنٹ ہے:

مثال 7.4

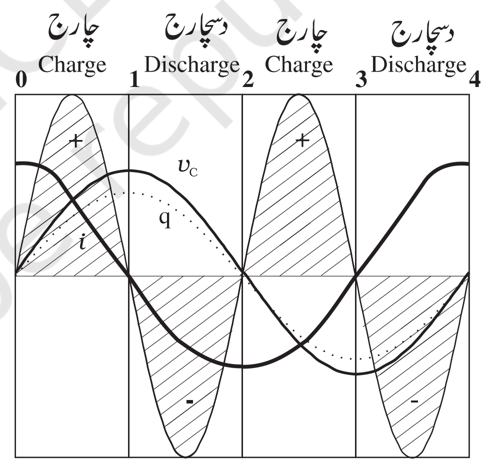



1–0 کرنٹ iاس طرح بہتا ہے، جیسے دکھایا گیا ہے؛0 پر اعظم قدر سے، 1 پر صفر قدر پر پہنچ جاتا ہے۔ چادر A مثبت قطبیت سے چارج ہوتی ہے اور منفی چارج q، B پر اکٹھا ہوتا ہے، یہاں تک کہ 1 پر اپنی انتہائی قدر پر پہنچ جاتا ہے، جب تک کہ کرنٹ صفر نہ ہوجائے۔ وولٹیج $v_c = \frac{q}{C}$، q کے ساتھ فیز میں ہے اور 1 پر اپنی انتہائی قدر پر پہنچتی ہے۔ کرنٹ اور وولٹیج دونوں مثبت ہیں۔ اس طرح: $p = v_c i$ مثبت ہے۔ اس چوتھائی سائیکل کے دوران توانائی وسیلے سے جذب کی جاتی ہے، کیونکہ کپیسٹر چارج ہوتا ہے۔

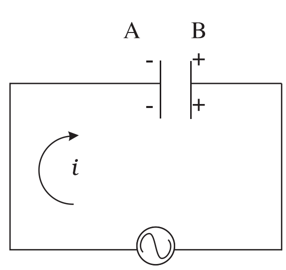


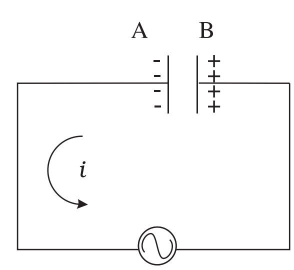

1 – 2 کرنٹ i اپنی سمت تبدیل کرتا ہے۔ اکٹھا ہوا چارج کم ہونے لگتا ہے، یعنی کہ، اس ایک چوتھائی سائیکل کے دوران کپیسٹر ڈسچارج ہوتا ہے۔ وولٹیج کم ہوجاتی ہے، لیکن اب بھی مثبت رہتی ہے۔ کرنٹ منفی ہے۔ ان کا حاصل ضرب، پاور، منفی ہے۔

اس چوتھائی سائیکل میں، 1 – 0 کے ایک چوتھائی سائیکل میں جذب کی گئی توانائی، لوٹا دی جاتی ہے۔




کا ایک مکمل سائیکل۔ نوٹ کریں کہ کرنٹ، وولٹیج سے پیش قدم ہے۔



3-4 3 پر کرنٹ $i$ اپنی سمت تبدیل کرتا ہے اور B سے A کی 3 - 2 کیونکہ $i$، A سے B کی جانب بہنا جاری رکھتا

جانب بہتا ہے۔ اکٹھا ہوا چارج کم ہونے لگتا ہے اور وولٹیج $v_c$ کی عددی قدر کم ہوجاتی ہے۔ $v_c$، 4 پر صفر ہوجاتی ہے، جس وقت کہ کپیسٹر پورے طور پر ڈسچارج ہوجاتا ہے۔ پاور منفی ہے۔ 3 - 2 کے درمیان جذب ہوئی توانائی، وسیلہ کو واپس لوٹا دی جاتی ہے۔ کل جذب ہوئی توانائی صفر ہے۔

ہے، کپیسٹر مخالف قطبیت کے ساتھ چارج ہوتا ہے، یعنی کہ، چادر B پر مثبت چارج اکٹھا ہوتا ہے اور چادر A پر منفی چارج۔ کرنٹ اور وولٹیج دونوں منفی ہیں۔ ان کا حاصل ضرب P مثبت ہے۔ اس $\frac{1}{4}$ سائیکل میں کپیسٹر توانائی جذب کرتا ہے۔

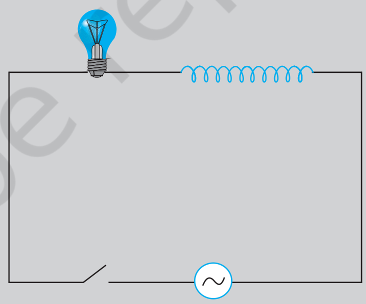
$$I = \frac{V}{X_C} = \frac{220\,\text{V}}{212\,\Omega} = 1.04\,\text{A}$$

کرنٹ کی فراز قدر ہے:

$$i_m = \sqrt{2}I = (1.41)(1.04\,A) = 1.47\,A$$

اگر تعدد کو دگنا کر دیا جائے تو صلاحیتی نااہلیت آدھی ہوجائے گی اور نتیجتاً کرنٹ دگنا ہوجائے گا۔

**مثال 7.5:** ایک روشنی کا بلب اور ایک کھلے کوائل کا امالہ کار، ایک کی کے ذریعے ایک ac وسیلے سے جوڑے گئے ہیں، جیسا کہ شکل 7.11 میں دکھایا گیا ہے:



سوئچ کو بند کر دیا جاتا ہے اور کچھ دیر بعد امالہ کار کے اندرونی حصے میں ایک لوہے کی چھڑ ڈال دی جاتی ہے۔ جب لوہے کی چھڑ کو داخل کیا جاتا ہے تو بلب کی چمک (a) بڑھے گی (b) کم ہوگی (c) غیر تبدیل رہے گی۔ اپنے جواب دلائل کے ساتھ پیش کیجیے۔

**حل:** جب لوہے کی چھڑ کو داخل کیا جاتا ہے، تو کوائل کے اندر کا مقناطیسی میدان، لوہے کو مقناد دیتا ہے، جس سے اس کے اندر میدان میں اضافہ ہوجاتا ہے۔ اس لیے کوائل کی امالیت بڑھ جاتی ہے۔ نتیجتاً کوائل کی امالی نااہلیت بڑھ جاتی ہے۔ اس کے نتیجے میں لگائی گئی ac وولٹیج کا مقابلتاً زیادہ حصہ (کسر) امالہ کار کے سروں کے درمیان ظاہر ہوتا ہے، اور بلب کے سروں کے درمیان کم وولٹیج رہ جاتی ہے۔ اس لیے بلب کی چمک کم ہوجاتی ہے۔

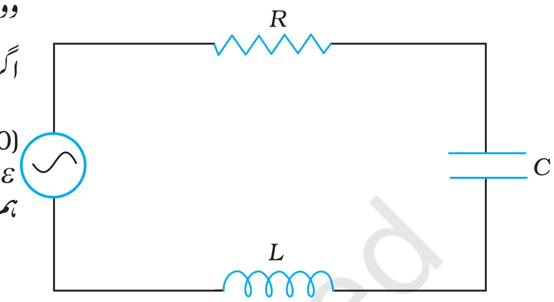
مثال 7.5

## 7.6 ایک سلسلہ وار ایل سی آر سرکٹ پر لگائی گئی اے سی وولٹیج:
## (AC Voltage Applied to a Series LCR Circuit)

شکل 7.12 میں ایک ac وسیلہ $\varepsilon$ سے جڑا ہوا ایک سلسلہ وار LCR سرکٹ دکھایا گیا ہے۔ ہم معمول کے مطابق، وسیلہ کی وولٹیج: $v = v_m \sin \omega t$ لیتے ہیں۔

اگر وقت t پر، کپیسٹر پر Q چارج ہے اور i کرنٹ ہے، تو کرچوف لوپ قاعدے کے مطابق:

$$L\frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = v \qquad (7.20)$$




شکل 7.12 ایک ac وسیلہ سے جڑا ہوا سلسلہ وار LCR سرکٹ

ہم لمحاتی کرنٹ i اور لگائی گئی متبادل وولٹیج v سے اس کا فیز رشتہ معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ ہم اس مسئلے کو دو طریقوں سے حل کریں گے۔ پہلے ہم فیزر کی تکنیک استعمال کریں گے اور پھر دوسرے طریقے میں ہم مساوات (7.20) کو تجزیاتی طریقے سے حل کر کے i کا وقت-انحصار معلوم کریں گے۔

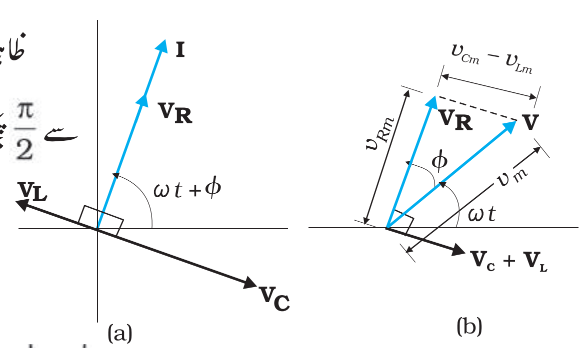
### 7.6.1 فیزر ڈائیگرام حل: (Phasor-diagram solution)

شکل 7.12 میں دکھائے گئے سرکٹ میں ہم دیکھتے ہیں کہ مزاحمہ، امالہ کار اور کپیسٹر سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں۔ اس لیے کسی بھی وقت ہر جز میں ac کرنٹ یکساں ہوگا؛ کرنٹ کی وسعت اور فیز یکساں ہوں گے۔ فرض کیا، یہ کرنٹ ہے:

$$i = i_m \sin(\omega t+\phi) \qquad (7.21)$$

جہاں $\phi$، وسیلے کے سروں کے درمیان وولٹیج اور سرکٹ میں کرنٹ کے درمیان فیز فرق ہے۔ ہم نے پچھلے حصے میں جو کچھ سیکھا ہے، اس کی مدد سے ہم موجودہ صورت کے لیے ایک فیزر ڈائیگرام بنائیں گے۔

فرض کیجیے مساوات (7.21) سے دیے جانے والے، سرکٹ میں سے گذر رہے کرنٹ کو ظاہر کرنے والا فیزر ہے مزید، فرض کیجیے کہ $\vec{V}_L$، $\vec{V}_R$، $\vec{V}_C$ اور $\vec{V}$ بالترتیب، امالہ کار، مزاحمہ، کپیسٹر اور وسیلہ کے سروں کے درمیان وولٹیج کو ظاہر کرتے ہیں۔ پچھلے حصے سے ہم جانتے ہیں کہ $\vec{V}_R$، $\vec{I}$ کے متوازی ہے، $\vec{V}_C$، $\vec{I}$ سے $\frac{\pi}{2}$ پیچھے ہے اور $\vec{V}_L$، $\vec{I}$ سے $\frac{\pi}{2}$ آگے ہے۔ $\vec{V}_L$، $\vec{V}_R$، $\vec{V}_C$ اور $\vec{I}$ شکل 7.13 (a) میں مناسب فیز رشتوں کے ساتھ دکھائے گئے ہیں۔



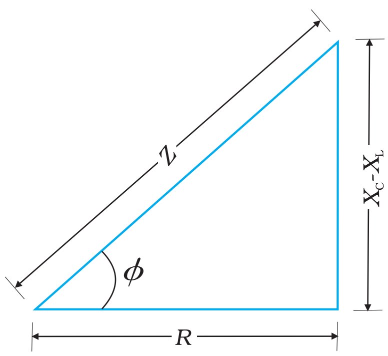

شکل 7.13: شکل 7.11 میں دکھائے گئے سرکٹ کے لیے (a) فیزر $\vec{V}_L$، $\vec{V}_R$، اور $\vec{I}$ کے مابین رشتہ (b) فیزر $\vec{V}_L$، $\vec{V}_R$ اور $(\vec{V}_L + \vec{V}_C)$ کے درمیان رشتہ

ان فیزروں کی لمبائیاں یا $\vec{V}_R$، $\vec{V}_C$ اور $\vec{V}_L$ کی وسعتیں ہیں:

$$v_{Rm} = i_m R,\; v_{Cm} = i_m X_C,\; v_{Lm} = i_m X_L \qquad (7.22)$$

سرکٹ کے لیے وولٹیج مساوات (7.20) لکھی جا سکتی ہے:

$$v_L + v_R + v_C = v \qquad (7.23)$$




**شکل 7.14:** مقاومت ڈائیگرام

وہ فیزر رشتہ، جس کا راسی جز مندرجہ بالا مساوات دیتا ہے، ہے:

(7.24)

یہ رشتہ شکل (b) 7.13 میں دکھایا گیا ہے۔ کیوں کہ $\vec{V}_L$ اور $\vec{V}_C$ ہمیشہ ایک یکساں خط میں ہوتے ہیں اور مخالف سمتوں میں ہوتے ہیں، اس لیے ان کو ایک واحد فیزر $(\vec{V}_L + \vec{V}_C)$ میں مجتمع کر سکتے ہیں، جس کی عددی قدر $|v_{Cm} - v_{Lm}|$ ہو۔ کیونکہ $\vec{V}$ کو ایک قائم زاویہ مثلث کے وتر سے ظاہر کیا گیا ہے، جس کے دوسرے اضلاع $\vec{V}_R$ اور $(\vec{V}_C + \vec{V}_L)$ ہیں، اس لیے پیتھاغورث کے مسئلے سے:

$$v_m^2 = v_{Rm}^2 + (v_{Cm} - v_{Lm})^2$$

مساوات (7.22) سے، مندرجہ بالا مساوات میں $v_{Rm}$، $v_{cm}$ اور $v_{Lm}$ کی قدریں رکھنے پر،

$$v_m^2 = (i_m R)^2 + (i_m X_C - i_m X_L)^2$$

$$= i_m^2 \left[ R^2 + (X_C - X_L)^2 \right]$$

یا

$$i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} \qquad [7.25\ (a)]$$

ایک dc سرکٹ میں مزاحمت کے مشابہہ، ہم ایک ac سرکٹ میں مقاومت (Impedance) Z متعارف کراتے ہیں:

$$i_m = \frac{v_m}{Z} \qquad [7.25\ (b)]$$

جہاں

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \qquad (7.26)$$

کیوں کہ فیزر $\vec{I}$، فیزر $\vec{V}_R$ کے ہمیشہ متوازی ہوتا ہے، فیز زاویہ $\phi$، $\vec{V}_R$ اور $\vec{V}$ کا درمیانی زاویہ ہے، اور شکل 7.14 سے معلوم کیا جا سکتا ہے:

$$\tan\phi = \frac{v_{Cm} - v_{Lm}}{v_{Rm}}$$

مساوات (7.22) استعمال کرنے پر حاصل ہوتا ہے:

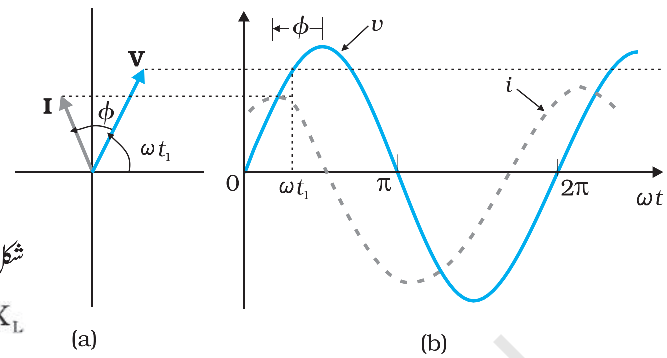
$$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R} \qquad (7.27)$$

مساوات (7.26) اور مساوات (7.27) کو گرافی طور پر شکل (7.14) میں دکھایا گیا ہے، اسے مقاومت ڈائیگرام کہتے ہیں جو کہ ایک قائم زاویہ مثلث ہے، جس کا وتر Z ہے۔

مساوات (7.25 (a، کرنٹ کی وسعت دیتی ہے اور مساوات (7.27) فیز زاویہ دیتی ہے۔ ان کے ساتھ، مساوات (7.27) مکمل طور پر متعین ہو جاتی ہے۔

اگر $\phi, X_C > X_L$ مثبت ہے اور سرکٹ بڑی حد تک صلاحیتی (Capacitive) ہے۔نتیجتاً،سرکٹ میں کرنٹ وسیلہ وولٹیج سے پیش قدم ہے۔اگر $\phi, X_C < X_L$ منفی ہے اورسرکٹ بڑی حد تک امالیاتی ہے۔نتیجتاً،سرکٹ میں کرنٹ،وسیلہ وولٹیج سے پس قدم ہے۔

شکل 7.15 میں فیزرڈائیگرام اور v اور i کی $\omega t$ کے ساتھ تبدیلی، $X_C > X_L$ صورت میں،دکھائے گئے ہیں۔




شکل 7.15 (a) $\vec{V}$ اور $\vec{I}$ کی فیزرڈائیگرام (b) ایک سلسلہ وار LCR سرکٹ کے لیے، v اور i برخلاف $\omega t$ گراف، جہاں $X_C > X_L$

اس طرح ہم نے فیزروں کی تکنیک استعال کرتے ہوئے،ایک سلسلہ وارLCR سرکٹ کے لیے کرنٹ کی وسعت اور فیز حاصل کر لیے ہیں۔لیکن ایک ac سرکٹ کا تجزیہ کرنے کے اس طریقے میں کچھ کمیاں ہیں۔

پہلی کمی یہ کہ،فیزرڈائیگرام شروعاتی حالت (Initial Condition) کے بارے میں کچھ نہیں بتاتی۔ہم $t$ کی کوئی بھی اختیاری قدر لے سکتے ہیں (جیسے ،جیسا اس پورے باب میں کیا گیا ہے) اور مختلف فیزر کھینچ سکتے ہیں جو مختلف فیزروں کے درمیان نسبتی زاویہ (Relative angle) دکھاتے ہیں۔اس طرح حاصل ہوا حل قائم-حالت حل کہلاتا ہے۔یہ عمومی حل نہیں ہے۔اس کے علاوہ،ہمیں ایک لمحتی حل (Transient solution) بھی ملتا ہے جو $v$=0 کے لیے بھی پایا جاتا ہے۔عمومی حل،لمحتی حل اور قائم-حالت حل کا حاصل جمع ہے۔ایک کافی لمبے عرصے کے بعد،لمحتی حل کے اثرات زائل ہوجاتے ہیں اور سرکٹ کا برتاؤ قائم-حالت حل کے ذریعے بیان کیا جاتا ہے۔

### 7.6.2 تجزیاتی حل (Analytical solution)

اِس سرکٹ کے لیے وولٹیج مساوات ہے:

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = v$$

$$= v_m \sin \omega t$$

ہم جانتے ہیں کہ: $i = \frac{dq}{dt}$،اس لیے، $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$،اس لیے $q$ کی شکل میں،وولٹیج مساوات ہے:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = v_m \sin \omega t \quad (7.28)$$

یہ ایک جبری،قعری اہتزاز کار کی مساوات کی طرح ہے [درجہ xi کی درسی کتاب میں مساوات (b)14.37 دیکھیے]۔ہم ایک حل فرض کرتے ہیں:

$$q = q_m \sin(\omega t + \theta) \quad [7.29\ (a)]$$

اس طرح

$$\frac{dq}{dt} = q_m \omega \cos(\omega t + \theta) \qquad [7.29 (b)]$$

اور

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -q_m \omega^2 \sin(\omega t + \theta) \qquad [7.29 (c)]$$

ان قدروں کو مساوات (7.28) میں رکھنے پر،

$$q_m \omega \left[R\cos(\omega t + \theta) + (X_C - X_L)\sin(\omega t + \theta)\right] = v_m \sin \omega t \qquad (7.30)$$

جہاں ہم نے رشتہ: $X_c = \frac{1}{\omega C}$ اور $X_L = \omega L$ استعمال کیے ہیں۔مساوات (7.30) کو $Z = \sqrt{R^2 + (X_c - X_L)^2}$ سے ضرب اور تقسیم کرنے پر، ہمیں ملتا ہے

$$q_m \omega Z \left[\frac{R}{Z}\cos(\omega t + \theta) + \frac{(X_C - X_L)}{Z}\sin(\omega t + \theta)\right] = v_m \sin \omega t \qquad (7.31)$$

اب، فرض کیجیے: $\frac{R}{Z} = \cos \phi$

اور

$$\frac{(X_C - X_L)}{Z} = \sin \phi$$

اس طرح،

$$\phi = \tan^{-1} \frac{X_C - X_L}{R} \qquad (7.32)$$

اسے (7.31) میں رکھنے پر اور سادہ بنانے پر،

$$q_m \omega Z \cos(\omega t + \theta - \phi) = v_m \sin \omega t \qquad (7.33)$$

اس مساوات کے دونوں اطراف کا مقابلہ کرنے پر

$$v_m = q_m \omega Z = i_m Z$$

جہاں،

$$i_m = q_m \omega \qquad [7.33(a)]$$

اور

$$\theta - \phi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{2} + \phi \qquad [7.33(b)]$$

اس لیے، سرکٹ میں کرنٹ ہے،

$$= i_m \cos(\omega t + \theta)$$

یا

$$i = i_m \sin(\omega t + \phi) \quad (7.34)$$

جہاں

$$i_m = \frac{v_m}{Z} = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

اور

$$\phi = \tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R}$$

اس طرح، سرکٹ میں کرنٹ کی وسعت اور فیز کے لیے تجزیاتی حل، فیزر تکنیک سے حاصل کیے گئے حل سے ہم آہنگ ہے۔

### 7.6.3 گمک (Resonance)

سلسلہ وار LCR سرکٹ کی ایک اہم خصوصیت گمک کا مظہر ہے۔ گمک کا مظہر ان نظاموں میں عام ہے جن میں ایک مخصوص تعدد پر اہتزاز کرنے کا رجحان پایا جاتا ہے۔ یہ تعدد، نظام کا قدرتی تعدد (Natural frequency) کہلاتا ہے۔ اگر یہ نظام ایک ایسے توانائی کے وسیلے کے ذریعے چلایا جائے، جس کا تعدد، قدرتی تعدد کے نزدیک ہو تو اہتزاز کی وسعت زیادہ ہوتی ہے۔ اس کی ایک جانی پہچانی مثال جھولا جھولتا ہوا بچہ ہے۔ جھولے کا، ایک پنڈولم کی طرح، آگے پیچھے گھومنے کا ایک قدرتی تعدد ہوتا ہے۔ اگر بچہ رسیوں کو ایک یکساں وقفہ کے بعد کھینچتا ہے اور کھینچنے کا تعدد، جھولے کے تعدد کے تقریباً برابر ہے، تو جھولے کی وسعت زیادہ ہوگی (باب 14، درجہ XI)

ایک RLC سرکٹ کے لیے، جو وسعت $v_m$ اور تعدد w کی وولٹیج سے چلایا جا رہا ہے، ہم نے دیکھا تھا کہ کرنٹ کی وسعت دی جاتی ہے:

$$i_m = \frac{v_m}{Z} = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

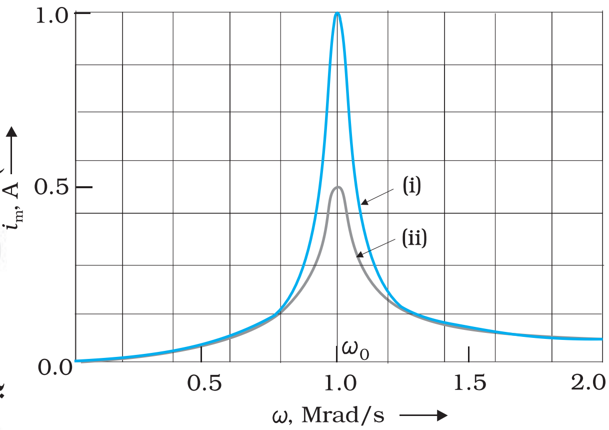
جہاں، $X_c = \dfrac{1}{\omega C}$ ، $X_L = \omega L$ ، اس لیے اگر ω کو تبدیل کیا جائے تو ایک مخصوص تعدد $\omega_0$ پر، $X_c = X_L$ اور مقاومت اقل ترین ہوگی $\left(Z = \sqrt{R^2 + 0^2} = R\right)$، یہ تعدد گمک تعدد کہلاتا ہے۔

$$X_c = X_L$$

یا

$$\frac{1}{\omega_0 C} = \omega_0 L$$

یا




شکل 7.16: $\omega$ کے ساتھ $i_m$ کی تبدیلی، دو صورتوں میں
L=1.00 mH, L=1.00 mH :
(i) R=200W (ii) R=100W

(7.35)

گمک دار تعدد پر، کرنٹ کی وسعت از حد (Maximum) ہوتی ہے، $i_m = \dfrac{v_m}{R}$

شکل 7.16 میں ایک RLC سلسلہ وار سرکٹ میں $\omega$ کے ساتھ $i_m$ کی تبدیلی، L=1.00mH، C=1.00nF کے ساتھ R کی دو قدروں کے لیے دکھائی گئی ہے: (1) R=100Ω اور (ii) R=200Ω، وسیلہ وولٹیج:

، اس صورت میں $\omega_0$ ہے:

ہم دیکھتے ہیں کہ گمک دار تعدد پر کرنٹ کی وسعت از حد ہوتی ہے۔ کیونکہ گمک پر $i_m = \dfrac{v_m}{R}$، اس لیے صورت (i) میں کرنٹ کی وسعت، صورت (ii) کے مقابلے میں دوگنی ہوگی۔

گمک دار سرکٹوں کے مختلف قسم کے استعمال ہیں، مثلاً ریڈیو اور ٹیلی ویژن سیٹوں کے ٹیونگ میکنزم (Tuning Mechanism) ہیں۔ ایک ریڈیو کا انٹینا کئی پروگرام نشر کرنے والے اسٹیشنوں سے سگنل وصول کرتا ہے۔ انٹینا میں وصول کیے گئے سگنل، ریڈیو کے ٹیونگ سرکٹ میں وسیلہ کے بطور کام کرتے ہیں، اس طرح سرکٹ کو کئی تعددوں پر چلایا جاسکتا ہے۔ لیکن کسی ایک مخصوص اسٹیشن کو سننے کے لیے ہم ریڈیو کو ٹیون کرتے ہیں۔ ٹیون کرنے کے عمل میں ہم ٹیوننگ سرکٹ میں شامل ایک کپیسٹر کی صلاحیت تبدیل کرتے جاتے ہیں، یہاں تک کہ سرکٹ کا گمک دار تعدد، وصول ہوئے ریڈیو سگنل کے تعدد کے تقریباً مساوی ہوجاتا ہے۔ جب ایسا ہوتا ہے تو اس مخصوص ریڈیو اسٹیشن کے سگنل کے تعدد والے کرنٹ کی وسعت، سرکٹ میں سب سے زیادہ ہوجاتی ہے۔

یہ نوٹ کرنا اہم ہے کہ ایک سرکٹ گمک مظہر کا مظاہرہ تب ہی کرسکتا ہے جب سرکٹ میں L اور C دونوں موجود ہوں۔ صرف تب ہی L کے سروں کے درمیان اور C کے سروں کے درمیان وولٹیج ایک دوسرے کو قطع کرسکتی ہیں (دونوں فیز کے باہر ہوتی ہیں) اور کرنٹ کی وسعت $\dfrac{v_m}{R}$ ہوگی اور وسیلہ کی کل وولٹیج R کے سروں کے درمیان ہوگی۔ اس کا مطلب ہوا کہ ایک LR یا RC سرکٹ میں گمک نہیں حاصل کی جاسکتی۔

گمک کا نکیلا پن (Sharpness Resonance)

سلسلہ وار LCR سرکٹ میں کرنٹ کی وسعت ہے:

$$i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

اور یہ از حد ہوگی، جب: $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. کرنٹ کی از حد قدر ہے: $i_m^{\max} = v_m / R$

$\omega_0$ کے علاوہ $\omega$ کی دیگر قدروں کے لیے، کرنٹ کی وسعت اس از حد قدر سے کم ہوگی۔ فرض کیجیے ہم $\omega$ کی ایسی

قدر منتخب کرتے ہیں، جس کے لیے کرنٹ کی وسعت اس کی ازحد قدر کا $\frac{1}{\sqrt{2}}$ گنا ہے۔اس قدر پر، سرکٹ سے اسراف شدہ پاور آدھی ہوجاتی ہے۔شکل (7.16) میں دکھائے گئے منحنی سے ہم دیکھتے ہیں کہ $\omega$ کی ایسی دو قدریں ہوسکتی ہیں، فرض کیا $\omega_1$ اور $\omega_2$، ایک $\omega_0$ سے کم اور دوسری $\omega_0$ سے زیادہ اور دونوں $\omega_0$ کے گرد متشاکل ہوں گی۔ہم لکھ سکتے ہیں:

$$\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$$
$$\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$$

حاصلِ تفریق: $\omega_1 - \omega_2 = 2 - \Delta\omega$ اکثر سرکٹ کی بینڈ عرض (Band Width) کہلاتی ہے۔

مقدار $\left(\frac{\omega_0}{2\Delta\omega}\right)$ کو گمک کے نکیلے پن (Sharpness) کا ناپ سمجھا جاتا ہے۔ $D\omega$ جتنی کم ہوگی، گمک اتنی ہی نکیلی یا پتلی ہوگی۔ $D\omega$ کے لیے ایک ریاضیاتی عبارت حاصل کرنے کے لیے، ہم نوٹ کرسکتے ہیں کہ، $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$ کے لیے وسعت ہے:

اس لیے، $\omega_1$ پر

$$i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}}$$

$$= \frac{i_m^{max}}{\sqrt{2}} = \frac{v_m}{R\sqrt{2}}$$

یا

$$\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = R\sqrt{2}$$

یا

$$R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2 = 2R^2$$

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = R$$

جسے لکھا جاسکتا ہے:

$$(\omega_0 + \Delta\omega) L - \frac{1}{(\omega_0 + \Delta\omega) C} = R$$

$$\omega_0 L \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{1}{\omega_0 C \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)} = R$$

بائیں جانب، دوسرے رکن میں $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ استعمال کرنے پر، ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$\omega_0 L\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)-\frac{\omega_0 L}{\left(1+\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)}=R$$

ہم $\left(1+\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^{-1}$ کی تقریبی قدر $\left(1-\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)$ لے سکتے ہیں، کیونکہ: $\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0} << 1$، اس لیے

$$\omega_0 L\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)-\omega_0 L\left(1-\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)=R$$

یا $\omega_0 L\dfrac{2\Delta\omega}{\omega_0}=R$

$$\Delta\omega=\frac{R}{2L} \qquad [7.36(a)]$$

گمک کا نکیلا پن (Sharpness) دیا جاتا ہے:

$$\frac{\omega_0}{2\Delta\omega}=\frac{\omega_0 L}{R} \qquad [7.36(b)]$$

نسبت $\dfrac{\omega_0 L}{R}$، سرکٹ کا کیفیتی جزضربی (Quality factor) 'Q' بھی کہلاتی ہے۔

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R} \qquad [7.36(c)]$$

مساوات (b)7.36 اور مساوات (c)7.36 سے حاصل ہوتا ہے: $2\Delta\omega=\dfrac{\omega_0}{Q}$ اس لیے Q کی قدر جتنی زیادہ ہوگی، $2\Delta w$ یا بینڈ عرض کی قدر اتنی ہی کم ہوگی اور گمک اتنی ہی زیادہ ہوگی۔ $\omega_0^2=\dfrac{1}{LC}$ استعمال کرتے ہوئے، مساوات [7.36(c)] کو لکھ سکتے ہیں۔

$$Q=\frac{1}{\omega_0}\frac{1}{CR}$$

ہم شکل 7.15 سے دیکھ سکتے ہیں کہ اگر گمک کم ہوگی تو نہ صرف یہ کہ ازحد کرنٹ کم ہوگا بلکہ سرکٹ تعدد کی مقابلتاً بڑی سعت $\Delta\omega$ کے لیے گمک کے نزدیک ہوگا اور سرکٹ کی ٹیوننگ اچھی نہیں ہوگی۔ اس لیے گمک جتنی کم ہوگی، سرکٹ کی انتخاب کرنے کی صلاحیت اتنی کم ہوگی اور اس کے برخلاف بھی۔ مساوات (7.36) سے ہم دیکھتے ہیں کہ اگر کیفیتی جزضربی بڑا ہے، یعنی کہ R کم ہے اور L زیادہ ہے، سرکٹ کی انتخاب کرنے کی صلاحیت بہتر ہے۔

مثال 7.6

**مثال 7.6:** ایک 200Ω کا مزاحمہ اور ایک 15.0 $\mu F$ کے کپیسٹر کو سلسلہ وار ایک 220V، 50Hz کے وسیلہ سے جوڑا گیا (a) سرکٹ میں کرنٹ کا حساب لگائیے۔ (b) مزاحمہ کے سروں کے درمیان اور کپیسٹر کے سروں کے درمیان وولٹیج (rms) کا حساب لگائیے۔ کیا ان دونوں وولٹیج کا الجبرائی حاصل جمع، وسیلہ وولٹیج سے زیادہ ہے؟ اگر ہاں، تو یہ معمہ حل کیجیے۔

**حل:** دیا ہے:

$$R = 200\,\Omega,\ C = 15.0\,\mu F = 15.0 \times 10^{-6} F$$

$$V = 220\,V,\ \nu = 50\,Hz$$

(a) کرنٹ کا حساب لگانے کے لیے، ہمیں سرکٹ کی مقاومت چاہیے ہوگی:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi \nu C)^{-2}}$$

$$= \sqrt{(200\,\Omega)^2 + (2 \times 3.14 \times 50 \times 15.0 \times 10^{-6}\,F)^{-2}}$$

$$= \sqrt{(200\,\Omega)^2 + (212.3\,\Omega)^2}$$

$$= 291.76\,\Omega$$

اس لیے، سرکٹ میں کرنٹ ہے:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{220\,V}{291.5\,\Omega} = 0.755\,A$$

(b) کیونکہ کرنٹ پورے سرکٹ میں ہر جگہ یکساں ہے، اس لیے

$$V_R = I\,R = (0.755\,A)(200\,\Omega) = 151\,V$$

$$V_C = I\,X_C = (0.755\,A)(212.3\,\Omega) = 160.3\,V$$

ان دونوں وولٹیج $\vec{V}_R$ اور $\vec{V}_C$، کا حاصل جمع 311.3V ہے جو وسیلہ وولٹیج 220V سے زیادہ ہے۔ اس معمہ کا حل کیا ہے؟ جیسا کہ آپ سبق میں سیکھ چکے ہیں، دونوں وولٹیج یکساں فیز میں نہیں ہیں۔ اس لیے انھیں عام اعداد کی طرح نہیں جوڑا جاسکتا۔ دونوں وولٹیج 90º سے فیز سے باہر ہیں۔ اس لیے ان دونوں وولٹیج کو پیتھاغورث مسئلے کے استعمال کے ذریعے جوڑنا ہوگا:

$$V_{R+C} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$= 220\,V$$

اس لیے، اگر دونوں وولٹیج کے درمیان فیز فرق کا پوری طرح خیال رکھا جائے تو مزاحمہ کے سروں کے درمیان وولٹیج اور کپیسٹر کے سروں کے درمیان وولٹیج کا حاصل جمع، وسیلے کی وولٹیج کے مساوی ہے۔

مثال 7.6

## 7.7 ایک اے سی سرکٹ میں پاور: پاور جز ضربی (Power in AC Circuit: The Power Factor)

ہم دیکھ چکے ہیں کہ ایک سلسلہ وار LCR سرکٹ میں لگائی گی وولٹیج: $v = v_m \sin \omega t$ سرکٹ میں جو کرنٹ پیدا کرتی ہے، وہ دیا جاتا ہے: $i = i_m \sin(\omega t + \phi)$، جہاں

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C - X_L}{R}\right)$$ اور

اس لیے، وسیلہ کے ذریعے مہیا کی گئی لمحاتی پاور $P$ ہے:

$$p = v\,i = (v_m \sin\omega t) \times [i_m \sin(\omega t + \phi)]$$

$$= \frac{v_m i_m}{2}[\cos\phi - \cos(2\omega t + \phi)] \quad (97.37)$$

ایک پورے سائیکل پر اوسط کی گئی پاور، مساوات (7.37) کے دائیں جانب کے دونوں ارکانوں کے اوسط سے دی جاتی ہے۔ صرف دوسرا رکن ہی وقت کے تابع ہے، اس کا اوسط صفر ہے (کوسائن کا مثبت نصف، منفی نصف کو قطع کر دیتا ہے)۔ اس لیے

$$P = \frac{v_m i_m}{2}\cos\phi = \frac{v_m}{\sqrt{2}}\frac{i_m}{\sqrt{2}}\cos\phi$$

$$= V\,I\cos\phi \quad [7.38(a)]$$

اس کو ایسے بھی لکھا جا سکتا ہے:

$$P = I^2 Z\cos\phi \quad [7.38(b)]$$

اس لیے، اسراف شدہ اوسط یا پاور صرف وولٹیج اور کرنٹ کے ہی تابع نہیں ہے بلکہ ان کے درمیانی فیز زاویے $\phi$ کے کوسائن کے بھی تابع ہے۔ مقدار $\cos\phi$ پاور جز ضربی (Power factor) کہلاتی ہے۔ آیئے مندرجہ ذیل صورتوں سے بحث کریں۔

**صورت (i):** مزاحمتی سرکٹ: اگر سرکٹ میں صرف خالص R ہو تو یہ مزاحمتی (Resistive) کہلاتا ہے۔ اس صورت میں: $\phi$=o، $\cos\phi=1$، اس لیے پاور کا اسراف از حد ہے۔

**صورت (ii):** خالص امالیاتی یا خالص صلاحیتی سرکٹ: اگر سرکٹ میں صرف ایک امالہ کار یا صرف ایک کپیسٹر ہو، تو ہم جانتے ہیں کہ وولٹیج اور کرنٹ کے درمیان فیز فرق $\frac{\pi}{2}$ ہوتا ہے، اس لیے، $\cos\phi$=o، اور پاور کا کوئی اسراف نہیں ہوتا، حالانکہ سرکٹ میں کرنٹ بہہ رہا ہے۔ اس کرنٹ کو کبھی کبھی بغیر واٹ والا (wattless) کرنٹ بھی کہا جاتا ہے۔

**صورت (iii):** LCR سلسلہ وار سرکٹ: ایک سلسلہ وار LCR سرکٹ میں، اسراف شدہ پاور مساوات (7.38) سے دی جاتی ہے، جہاں: $\phi = \tan^{-1}\frac{X_c - X_L}{R}$، اس لیے ایک RL یا RC یا RCL سرکٹ میں f غیر صفر ہو سکتا ہے۔ ایسی صورتوں میں بھی پاور کا اسراف صرف مزاحمہ میں ہوتا ہے۔

**صورت (iv):** ایک LCR سرکٹ میں گمک پر پاور کا اسراف: گمک پر، $X_c - X_L = 0$ اور $\phi$=0، اس لیے cos $\phi$=1 اور، $P = I^2 Z = I^2 R$، یعنی کہ ایک سرکٹ میں گمک پر از حد پاور کا اسراف ہوتا ہے (R سے)۔

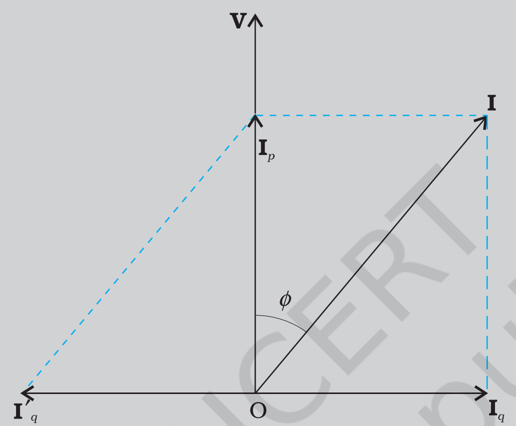
مثال 7.7

**مثال 7.7:** (a) برقی پاور کی ترسیل کے لیے استعمال ہونے والے سرکٹوں میں ایک کم پاور جز ضربی کا مطلب ہے، ترسیل کے دوران زیادہ پاور کا زیاں، سمجھائیے۔

(b) ایک سرکٹ میں مناسب صلاحیت کا ایک کپیسٹر استعمال کرکے پاور جز ضربی میں سدھار کیا جاسکتا ہے۔وضاحت کیجیے۔

**حل:** (a): ہم جانتے ہیں کہ: $P = I\ V \cos\phi$، جہاں $\cos\phi$ پاور جز ضربی ہے۔ایک دی ہوئی وولٹیج پر ایک دی ہوئی پاور مہیا کرنے کے لیے، اگر $\cos\phi$ چھوٹا ہے تو ہمیں اس کے مطابق کرنٹ میں اضافہ کرنا ہوگا۔لیکن اس کی وجہ سے ترسیل میں پاور کا زیادہ زیاں $\left(I^2R\right)$ ہوگا۔

(b) فرض کیجیے ایک سرکٹ میں، کرنٹ I، وولٹیج سے زاویہ $\phi$ سے پس قدم ہے، تب پاور جز ضربی: $\cos\phi = \dfrac{R}{Z}$




شکل 7.17

ہم پاور جز ضربی کو بہتر کرسکتے ہیں (1 کی جانب) اگر Z، R کی جانب ہو۔آیئے، ایک فیزر ڈائیگرام کی مدد سے (شکل 7.17) سمجھیں کہ ایسا کیسے کیا جاسکتا ہے۔ $\vec{I}$ کو دو جزوں میں تحلیل کرتے ہیں، $\vec{I}_p$، لگائی گئی وولٹیج $\vec{V}$ کی سمت میں اور $\vec{I}_q$، لگائی گئی وولٹیج کی عمودی سمت میں۔

جیسا کہ آپ حصہ 7.7 میں سیکھ چکے ہیں، $\vec{I}_q$ بغیر واٹ والا جز کہلاتا ہے کیونکہ کرنٹ کے اس جز کے مطابق پاور کا کوئی زیاں نہیں ہوتا۔ $\vec{I}_p$ پاور جز کہلاتا ہے کیونکہ یہ وولٹیج کے ساتھ فیز میں ہوتا ہے اور سرکٹ میں پاور کے زیاں سے مطابقت رکھتا ہے۔

اس تجزیہ سے یہ واضح ہوجاتا ہے کہ اگر ہم پاور جز ضربی کو بہتر بنانا چاہتے ہیں، تو ہمیں پس قدم بغیر واٹ والے کرنٹ $\vec{I}_q$ کی، ایک مساوی پیش قدم بغیر واٹ والے کرنٹ $\vec{I}'_q$ کے ذریعے، مکمل تعدیل کرنا ہوگی۔ یہ ایک مناسب قدر کے کپیسٹر کو متوازی طرز میں جوڑ کر کیا جاسکتا ہے، تاکہ $\vec{I}_q$ اور $\vec{I}'_q$ ایک دوسرے کی تنسیخ کردیں اور P عملی طور پر $\vec{I}_p V$ ہوجائے۔

مثال 7.7

**مثال 7.8**: فرازقدر 283V اورتعدد 50Hz کی ایک سائن خم نما وولٹیج ایک سلسلہ وار LCR سرکٹ میں لگائی گئی، جس میں: R=3Ω، L=25.48mH، C=796μF، معلوم کیجیے۔

(a) سرکٹ کی مقاومت (b) وسیلہ کے سروں کے درمیان وولٹیج اور کرنٹ میں فیز فرق۔

(c) سرکٹ میں اسراف شدہ پاور (d) پاور جز ضربی

**حل**: سرکٹ کی مقاومت معلوم کرنے کے لیے، ہم پہلے $X_L$ اور $X_c$ کا حساب لگاتے ہیں۔

$$X_L = 2\pi\nu L$$

$$= 2 \times 3.14 \times 50 \times 25.48 \times 10^{-3}\ \Omega = 8\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C}$$

$$= \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 796 \times 10^{-6}} = 4\Omega$$

اس لیے

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3^2 + (8-4)^2}$$

$$= 5\ \Omega$$

(b) فیز فرق $\phi = \tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R}$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{4-8}{3}\right) = -53.1°$$

کیوں کہ $\phi$ منفی ہے، اس لیے سرکٹ میں کرنٹ، وسیلہ کے سروں کے درمیان وولٹیج سے پس قدم ہے۔

(c) سرکٹ میں اسراف شدہ پاور ہے:

$$P = I^2R$$

اب $I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{283}{5}\right) = 40\text{A}$

اس لیے $P = (40\text{A})^2 \times 3\,\Omega = 4800\ \text{W}$

(d) پاور جز ضربی $\cos\phi = \cos(-53.1°) = 0.6$

مثال 7.8

**مثال 7.9**: فرض کیجیے کہ پچھلی مثال میں وسیلہ کا تعدد تبدیل کیا جا سکتا ہے۔ (a) وسیلہ کا وہ تعدد کیا ہوگا جس پر گمک پیدا ہوگی؟ (b) گمک دار حالت میں، مقاومت، کرنٹ، اسراف شدہ پاور کا حساب لگائیے۔

**حل**: (a) وہ تعدد جس پر گمک پیدا ہوتی ہے:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25.48 \times 10^{-3} \times 796 \times 10^{-6}}}$$

مثال 7.9

$$= 222.1\,\text{rad/s}$$

$$\nu_r = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{221.1}{2\times 3.14}\,\text{Hz} = 35.4\text{Hz}$$

(b) گمک دار حالت میں مقاومت Z، مزاحمت کے مساوی ہے:

$$Z = R = 3\Omega$$

گمک پر rms کرنٹ ہے:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R} = \left(\frac{283}{\sqrt{2}}\right)\frac{1}{3} = 66.7\text{A}$$

گمک پر اسراف شدہ پاور ہے

$$P = I^2 \times R = (66.7)^2 \times 3 = 13.35\text{ kW}$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ موجودہ صورت میں، گمک پر اسراف شدہ پاور، مثال 7.8 میں اسراف شدہ پاور سے زیادہ ہے۔

مثال 7.9

**مثال 7.10:** ایک ہوائی اڈے پر ایک شخص کو حفاظتی وجوہات کی بنا پر ایک دھات کے شناخت کار سے گذارا گیا۔ اگر اس کے پاس دھات کی بنی کوئی چیز ہو تو دھات شناخت کار ایک آواز خارج کرتا ہے۔ یہ شناخت کار کس اصول پر کام کرتا ہے۔

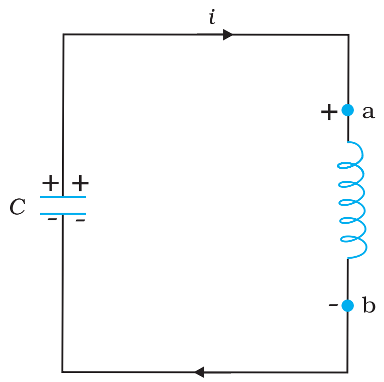
**حل:** دھات شناخت کار، ac سرکٹ میں گمک کے اصول پر کام کرتا ہے۔ جب آپ دھات۔شناخت کار سے گذرتے ہیں تو آپ دراصل کئی چکروں والے کوائل سے گذر رہے ہوتے ہیں۔ کوائل ایک کپیسٹر سے جڑا ہوتا ہے جو اس طرح ٹیون ہوتا ہے کہ سرکٹ گمک میں ہو۔ جب آپ اپنی جیب میں کوئی دھاتی شے رکھے ہوئے گذرتے ہیں، تو سرکٹ کی مقاومت تبدیل ہو جاتی ہے۔ جس کے نتیجے میں سرکٹ میں بہہ رہے کرنٹ میں قابل لحاظ تبدیلی ہوتی ہے۔ کرنٹ میں ہوئی یہ تبدیلی شناخت کر لی جاتی ہے اور الیکٹرانک سرکٹ کے ذریعے بطور الارم (خطرہ کی گھنٹی) آواز پیدا ہوتی ہے۔

مثال 7.10

## 7.8 ایل سی اہتزازات (LC Oscillations)

ہم جانتے ہیں کہ ایک کپیسٹر اور ایک امالہ کار بالترتیب برقی اور مقناطیسی توانائی ذخیرہ کر سکتے ہیں۔ جب ایک کپیسٹر (جو شروع میں چارج شدہ ہو) کو ایک امالہ کار کے ساتھ جوڑا جاتا ہے تو کپیسٹر کا چارج اور سرکٹ میں کرنٹ برقی اہتزازات کا مظہر ظاہر کرتے ہیں جو میکانیکی نظام میں اہتزازات (باب 14، درجہ XI) جیسا ہوتا ہے۔

فرض کیجیے کہ ایک کپیسٹر کو $q_m$ تک چارج کیا جاتا ہے ($t=0$ پر) اور ایک امالہ کار سے جوڑا جاتا ہے، جیسا کہ شکل 7.18 میں دکھایا گیا ہے۔




شکل 7.18: دکھائے گئے لمحے پر، کرنٹ بڑھ رہا ہے، اس لیے امالہ شدہ emf کی، امالہ کار میں، قطبیت دکھائی گئی جیسی ہے۔

جس لمحے سرکٹ مکمل ہوتا ہے، کپیسٹر پر چارج اسی لمحے کم ہونا شروع ہوتا ہے اور اس سے سرکٹ میں کرنٹ بہنے لگتا ہے۔ فرض کیجیے، وقت t پر، سرکٹ میں چارج q اور کرنٹ i ہے۔ کیونکہ $\frac{di}{dt}$ مثبت ہے، L میں امالہ شدہ emf کی قطبیت، جیسی دکھائی گئی ہے، ویسی ہوگی، یعنی کہ $v_b < v_a$، کرچوف کے لوپ قاعدے کے مطابق

$$\frac{q}{C} - L\frac{di}{dt} = 0 \qquad (7.39)$$

موجودہ صورت میں، $i = -\frac{dq}{dt}$ (کیونکہ q جیسے جیسے کم ہوتا ہے، i میں اضافہ ہوتا ہے)، اس لیے مساوات (7.39) ہوجاتی ہے:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \qquad (7.40)$$

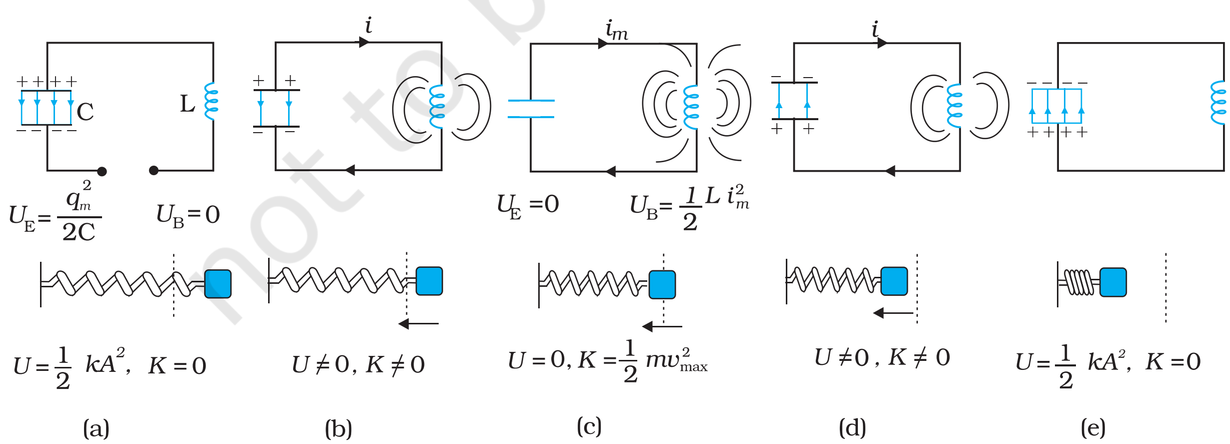
اس مساوات کی شکل: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ جیسی ہے، جو کہ ایک سادہ ہارمونک اہتزاز کار کی مساوات ہے۔ اس لیے، کپیسٹر پر چارج، ایک قدرتی تعدد $\omega_0$ کے ساتھ اہتزاز کرتا ہے، جہاں

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (7.41)$$

اور وقت کے ساتھ سائن خم نما طور پر مندرجہ ذیل طریقے سے تبدیل ہوتا ہے:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \phi) \qquad (7.42)$$

جہاں $q_m$، q کی از حد قدر ہے اور $\phi$ فیز مستقلہ ہے۔ کیونکہ $t=o$ پر $q=q_m$، اس لیے: cos f=1 یا f=0، لہٰذا موجودہ صورت میں:




شکل 7.19: ایک LC سرکٹ کے اہتزازات، ایک سپرنگ کے سرے سے جڑے ہوئے گٹکے کے اہتزازات کے مشابہ ہیں۔ شکل میں ایک سائیکل کا نصف دکھایا گیا ہے۔

$$q = q_m \cos(\omega_0 t) \quad (7.43)$$

کرنٹ $i\left(=-\frac{dq}{dt}\right)$، دیا جاتا ہے:

$$i = i_m \sin(\omega_0 t) \quad (7.44)$$

جہاں، $i_m = \omega_0 q_m$

آیئے اب یہ تصور کرنے کی کوشش کریں کہ سرکٹ میں یہ اہتراز ہوتے کیسے ہیں۔

شکل (a)7.19 میں ایک مثالی امالہ کار سے جڑا ہوا ایک کپیسٹر دکھایا گیا ہے، جس پر شروع میں چارج $q_m$ ہے۔ چارج شدہ کپیسٹر میں ذخیرہ ہوئی برقی توانائی ہے: $U_E = \frac{1}{2}\frac{q_m^2}{C}$، کیونکہ سرکٹ میں کوئی کرنٹ نہیں ہے، امالہ کار میں توانائی صفر ہے۔ اس لیے، LC سرکٹ کی کل توانائی ہے:

$$U = U_E = \frac{1}{2}\frac{q_m^2}{C}$$

t=0 پر، سوئچ بند ہے اور کپیسٹر ڈس چارج ہونا شروع ہوتا ہے [شکل (b)7.19]۔ جیسے جیسے کرنٹ بڑھتا ہے، یہ امالہ کار میں ایک مقناطیسی میدان قائم کرتا ہے اور اس طرح امالہ کار میں کچھ توانائی، مقناطیسی توانائی کی شکل میں ذخیرہ ہوجاتی ہے، جو ہے: $U_B = \frac{1}{2} Li^2$ جب کرنٹ اپنی اعظم قدر' $i_m$' پر پہنچتا ہے، ($t = \frac{T}{4}$ پر)، جیسا کہ شکل (c)7.19 میں دکھایا گیا ہے، تمام توانائی مقناطیسی میدان میں ذخیرہ ہوجاتی ہے: $U_B = \frac{1}{2} Li_m^2$، آپ بہ آسانی تصدیق کر سکتے ہیں کہ برقی توانائی کی اعظم قدر، مقناطیسی توانائی کی اعظم قدر کے مساوی ہے۔ اب کپیسٹر پر کوئی چارج نہیں ہے اور اس لیے کوئی توانائی بھی کپیسٹر میں نہیں ہے۔ اب کرنٹ کپیسٹر کو چارج کرنا شروع کرتا ہے، جیسا کہ شکل (d)7.19 میں دکھایا گیا ہے۔ یہ عمل اس وقت تک جاری رہتا ہے جب تک کہ کپیسٹر مکمل طور پر چارج نہیں ہوتا ($t = \frac{T}{2}$ پر) [شکل (e)7.19]۔ لیکن اب کپیسٹر شکل (a)7.19 میں دکھائی گئی آغازی حالت کی مخالف قطبیت کے ساتھ چارج ہوتا ہے۔ اوپر بیان کیا گیا پورا عمل اب اپنے آپ کو دہراتا ہے، یہاں تک کہ نظام اپنی آغازی حالت میں واپس لوٹ آتا ہے۔ اس طرح، نظام میں توانائی، کپیسٹر اور امالہ کار کے درمیان اہتراز کرتی ہے۔

LC اہتراز ایک اسپرنگ سے جڑے ہوئے گٹکے (Block) کے میکانیکی اہتراز جیسے ہوتے ہیں۔ (7.19) کی ہر شکل کا نچلا حصہ ایک میکانیکی نظام (ایک اسپرنگ سے جڑے ہوئے بلاک) کے متطابق مرحلہ کو دکھاتا ہے۔ جیسا کہ پہلے نوٹ کیا جا چکا ہے، m کمیت کے ایک بلاک کے لیے، جو تعدد $\omega_0$ سے اہتراز کر رہا ہو، مساوات ہے:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

یہاں، $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ اسپرنگ مستقلہ ہے۔ اس طرح، x، q سے مطابقت رکھتا ہے۔ ایک میکانیکی نظام کے



2019-20

لیے: $m\frac{d^2x}{dt^2} = m\left(\frac{dv}{dt}\right) = F = ma$، ایک برقی نظام کے لیے: $-L\frac{d^2q}{dt^2} = -L\left(\frac{di}{dt}\right) = \varepsilon$، ان دونوں مساواتوں کا مقابلہ کرنے پر ہم پاتے ہیں کہ، L، کمیت m کے مشابہ ہے: L، کرنٹ میں تبدیلی کی مزاحمت کا ناپ ہے۔ LC سرکٹ کے لیے، $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ اور ایک اسپرنگ سے جڑی ہوئی کمیت کے لیے: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$، اس طرح $\frac{1}{C}$، k کے مشابہ ہے۔ مستقلہ K، $\left(=\frac{F}{x}\right)$ ہمیں ایک اکائی نقل (unit displacement) پیدا کرنے کے لیے درکار قوت (باہری) بتاتا ہے، جب کہ $\frac{1}{C}$ $\left(=\frac{V}{q}\right)$ ہمیں ایک اکائی چارج ذخیرہ کرنے کے لیے درکار مضمر فرق بتاتا ہے۔ جدول 7.1 میں میکانیکی اور برقی مقداروں کے درمیان مشابہت دکھائی گئی ہے۔

**جدول 7.1: میکانیکی اور برقی مقداروں کے درمیان مشابہت**

| برقی نظام | میکانیکی نظام |
|---|---|
| $L$ امالیت | $m$ کمیت |
| $\frac{1}{C}$ صلاحیت کا مقلوب | $k$ قوت مستقلہ |
| $q$ چارج | $x$ نقل |
| $i = \frac{dq}{dt}$ کرنٹ | $v = \frac{dx}{dt}$ رفتار |
| برق۔مقناطیسی توانائی $U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$ | میکانیکی توانائی $E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$ |

نوٹ کریں کہ LC اہتزازات کی مندرجہ بالا بحث، دو وجوہات کی بنا پر حقیقی نہیں ہے۔

(i) ہر امالہ گر کی کچھ مزاحمت ہوتی ہے۔ اس مزاحمت کے اثر کی بنا پر، سرکٹ میں چارج اور کرنٹ پر کچھ قعری اثر (Damping effect) ہوتا ہے اور اہتزازات آخر کار رک جاتے ہیں۔

(ii) اگر مزاحمت صفر بھی ہو، تب بھی نظام کی کل توانائی مستقلہ نہیں رہے گی۔ اس لیے اس کا نظام سے باہر برق۔مقناطیسی لہروں کی شکل میں (اگلے باب میں بیان کی گئی ہیں) اشعاع ہوتا ہے۔ دراصل ریڈیو اور TV کے ترسیل کار (ٹرانس میٹر) انھی شعاعوں پر منحصر ہیں۔

## دو مختلف مظاہر، یکساں ریاضیاتی عمل

آپ درجہ XI کی طبیعات کی درسی کتاب کے حصہ 14.10 میں بیان کیے گئے ایک جبری قعری اہتراز کار پر کیے گئے ریاضیاتی عمل کا مقابلہ ایک ایسے LCR سرکٹ پر کیے گئے ریاضیاتی عمل سے کرنا چاہیں گے، جس پر ایک ac وولٹیج لگائی گئی ہو۔ ہم پہلے ہی بتا چکے ہیں کہ درجہ XI کی درسی کتاب میں دی گئی مساوات [14.37(b)] اور یہاں دی مساوات (7.28)، بالکل یکساں ہیں، حالانکہ دونوں میں مختلف علامتیں اور مقداریں استعمال ہوئی ہیں۔ اس

لیے ہم ان دونوں صورتوں میں استعمال ہوئی مختلف مقداروں کے درمیان ترادف (equivalence) کی فہرست تیار کرتے ہیں۔

| چلایا گیا LCR سرکٹ | جبری اہتزازات |
|---|---|
| $L\dfrac{d^2q}{dt^2} + R\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C} = v_m \sin \omega t$ | $m\dfrac{d^2x}{dt^2} + b\dfrac{dx}{dt} + kx = F \cos \omega_d t$ |
| کپیسٹر پر چارج، $q$ | $x$، ہٹاؤ |
| وقت، $t$ | $t$، وقت |
| خود امالیت، $L$ | $m$، کمیت |
| مزاحمت، $R$ | $b$، قعری مستقلہ |
| مقلوب صلاحیت، $\dfrac{1}{C}$ | $k$، اسپرنگ مستقلہ |
| چلانے والا تعدد، $\omega$ | $\omega_d$، چلانے والا تعدد |
| LCR سرکٹ کا قدرتی تعدد، $\omega_0$ | $\omega$، اہتزازات کا قدرتی تعدد |
| ذخیرہ ہوئے چارج کی اعظم قدر $q_m$ | A، جبری اہتزازات کی وسعت |
| لگائی گئی وولٹیج کی وسعت، $v_m$ | $F_o$، چلانے والی قوت کی وسعت |

یہ ضرور نوٹ کریں کہ کیونکہ x، q کے مطابق ہے، وسعت A (نقل کی اعظم قدر) ذخیرہ ہوئے چارج کی اعظم قدر $q_m$ کے متطابق ہے۔ درجہ XI کی درسی کتاب کی مساوات [14.39(a)] میں اہتزازات کی وسعت دیگر مقداروں کی شکل میں دی گئی ہے، جسے ہم سہولت کی خاطر دوبارہ لکھ رہے ہیں:

$$A = \frac{F_o}{\left\{m^2(\omega^2 - \omega_d^2)^2 + \omega_d^2 b^2\right\}^{1/2}}$$

مندرجہ بالا مساوات میں ہر مقدار کو اس کی متطابق برقی مقدار سے تبدیل کیجیے اور دیکھیے کیا حاصل ہوتا ہے۔ $X_L = \omega_L$ ، $X_C = \dfrac{1}{w_C}$ اور $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ استعمال کرتے ہوئے، L، C، $\omega$ اور $\omega_0$ کو خارج کیجیے۔ جب آپ مساوات (7.33) اور مساوات (7.34) استعمال کریں گے تو آپ دیکھیں گے کہ مماثلت بالکل درست ہے۔

طبیعات میں آپ کے سامنے کئی ایسی صورتیں آئیں گی، جن میں بالکل مختلف طبعی مظاہر یکساں ریاضیاتی مساوات سے ظاہر کیے جائیں گے۔ اگر آپ ان میں سے ایک کے لیے ریاضیاتی حل حاصل کر چکے ہیں تو آپ دوسری صورت کے لیے متطابق مقداروں کو بدل کر حل حاصل کر سکتے ہیں اور اس نئے تناظر میں نتیجہ کی تشریح کر سکتے ہیں۔ ہم آپ کو مشورہ دیں گے کہ آپ طبیعات کے مختلف حصوں سے ایسی یکساں صورتیں اور تلاش کریں۔ لیکن ہمیں ان صورتوں کے اختلافات کا بھی دھیان رکھنا چاہیے۔

**مثال 7.11:** دکھائیے کہ ایک LCR سرکٹ کے آزاد اہتزازات میں، کپیسٹر اور امالہ کار میں ذخیرہ ہوئی توانائیوں کا حاصل جمع، وقت کے ساتھ، مستقلہ رہتا ہے۔

**حل:** فرض کیجیے، کپیسٹر پر شروعاتی چارج $q_0$ ہے۔ فرض کیجیے کپیسٹر کو L امالیت کے ایک امالہ کار سے جوڑا گیا ہے۔ جیسا کہ آپ حصہ 7.8 میں پڑھ چکے ہیں، اس LC سرکٹ میں وہ اہتزاز برقرار رہے گا، جس کا تعدد ہے:

$$\omega\left(=2\pi\nu=\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)$$

ایک لحہ وقت $t$ پر، کپیسٹر پر چارج $q$ اور کرنٹ $i$، دیے جاتے ہیں:

$$q(t)=q_0\cos\omega t$$

$$i(t)=-q_0\,\omega\sin\omega t$$

وقت $t$ پر کپیسٹر میں ذخیرہ ہوئی توانائی:

$$U_E=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{q_0^2}{2C}\cos^2(\omega t)$$

وقت $t$ پر، امالہ کار میں ذخیرہ ہوئی توانائی:

$$U_M=\frac{1}{2}L\,i^2$$

$$=\frac{1}{2}L\,q_0^2\,\omega^2\sin^2(\omega t)$$

$$=\frac{q_0^2}{2C}\sin^2(\omega t)\qquad\left(\because\omega=1/\sqrt{LC}\right)$$

توانائیوں کا حاصل جمع:

$$U_E+U_M=\frac{q_0^2}{2C}\left[\cos^2\omega t+\sin^2\omega t\right]$$

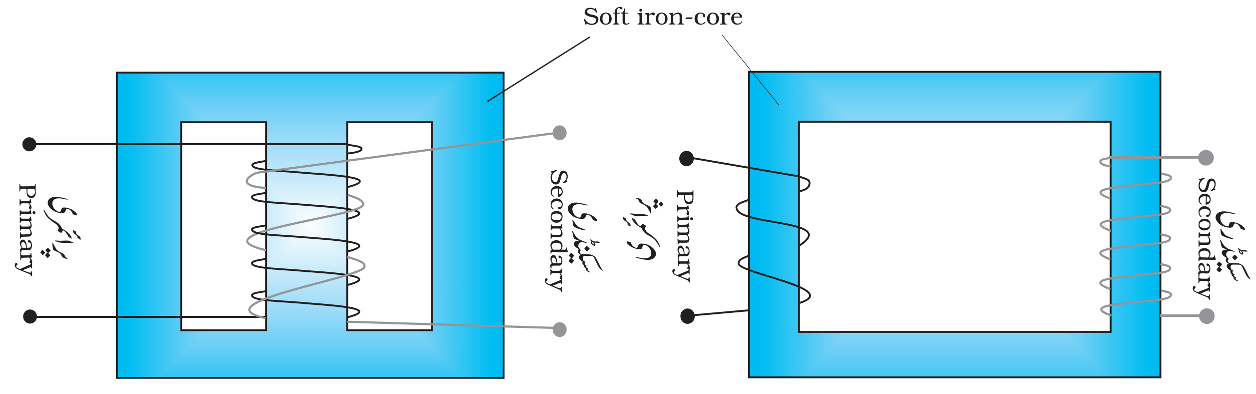
$$=\frac{q_0^2}{2C}$$

حاصلِ جمع، وقت کے ساتھ، مستقلہ رہتا ہے، کیونکہ $q_0$ اور C دونوں وقت کے غیر تابع ہیں۔ نوٹ کریں کہ یہ کپیسٹر کی شروعاتی توانائی کے مساوی ہے۔ ایسا کیوں ہے؟ سوچیے۔

مثال 7.11

## 7.9 ٹرانسفارمرس (Transformers)

کئی مقاصد کے لیے، ایک متبادل وولٹیج کو اس سے کم یا زیادہ مقدار کی وولٹیج میں تبدیل کرنا ضروری ہوتا ہے۔ یہ ایک ایسے آلہ کی مدد سے کیا جاتا ہے، جسے ٹرانسفارمر (Transformer) کہتے ہیں، جو باہم امالہ کے اصول پر مبنی ہے۔




شکل 7.20: ایک ٹرانسفارمر میں پرائمری اور سیکنڈری کوائل لپیٹنے کے دو طریقے
(a) ایک دوسرے کے اوپر دو کوائل (b) قالب کے علاحدہ علاحدہ بازوؤں پر دو کوائل

ایک (Transformer) کوائلوں کے دو سیٹوں پر مشتمل ہوتا ہے۔انھیں ایک نرم-لوہے کے قالب پر لپیٹا جاتا ہے، یا تو ایک کو دوسرے کے اوپر، جیسا شکل (a)7.20 میں دکھایا گیا ہے، یا قالب کے دو الگ الگ بازوؤں پر، جیسا شکل (b)7.20 میں دکھایا گیا ہے۔ان میں سے ایک کوائل میں، جو پرائمری کوائل کہلاتا ہے، $N_P$ چکر ہوتے ہیں۔دوسرا کوائل، سیکنڈری کوائل کہلاتا ہے۔اس میں $N_S$ چکر ہوتے ہیں۔اکثر پرائمری کوائل ٹرانسفارمر کا ان پٹ کوائل ہوتا ہے اور سیکنڈری کوائل ٹرانسفارمر کا آوٹ پٹ کوائل ہوتا ہے۔

جب ایک متبادل وولٹیج، پرائمری پر لگائی جاتی ہے، تو اس سے پیدا ہونے والا کرنٹ ایک متبادل مقناطیسی فلکس پیدا کرتا ہے جو سیکنڈری سے بندھن بناتا ہے اور اس میں ایک emf کا امالہ کرتا ہے۔اس emf کی قدر، سیکنڈری میں چکروں کی تعداد کے تابع ہے۔ہم ایک مثالی ٹرانسفارمر لیتے ہیں، جس میں پرائمری کی مزاحمت قابل نظر انداز ہے۔اور قالب میں پیدا ہوا تمام فلکس پرائمری اور سیکنڈری دونوں لپیٹوں سے بندھا ہوتا ہے۔فرض کیا کہ وقت t، پر پرائمری میں کرنٹ کی وجہ سے، جب کہ اس پر وولٹیج $v_P$ لگائی گئی ہے، قالب میں ہر چکر میں فلکس f ہے۔

تب، سیکنڈری میں، جس میں $N_S$ چکر ہیں، امالہ شدہ emf یا وولٹیج ہے:

$$\varepsilon_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \qquad (7.45)$$

متبادل فلکس $\phi$ بھی پرائمری میں ایک emf کا امالہ کرتا ہے جو الٹی emf کہلاتی ہے۔یہ ہے:

(7.46)

لیکن: $\varepsilon_P = v_P$، اگر ایسا نہیں ہوتو پرائمری کرنٹ لامتناہی ہوگا کیونکہ پرائمری کی مزاحمت صفر ہے (جیسا ہم نے فرض کیا ہے)۔اگر سیکنڈری ایک کھلا سرکٹ ہے یا اس سے لیا گیا کرنٹ قلیل (بہت کم) ہے، تب یہ تقریبیت (approximation) بڑی حد تک درست ہوگی:

جہاں $v_s$، سیکنڈری کے سروں کے درمیان وولٹیج ہے۔اس لیے،مساوات(7.45)اور مساوات(7.46) کو لکھا جاسکتا ہے:

$$v_s = -N_s \frac{d\phi}{dt} \qquad [7.45(a)]$$

$$v_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \qquad [7.46(a)]$$

مساوات[7.45(a)]اور مساوات[7.46(a)] سے ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$\frac{v_s}{v_p} = \frac{N_s}{N_p} \qquad (7.47)$$

نوٹ کریں کہ مندرجہ بالا رشتہ تین تقربیتوں (approximations) کو استعمال کرکے حاصل ہوا ہے:(i) پرائمری مزاحمت اور کرنٹ کی قدریں قلیل ہیں۔(ii) پرائمری اور سیکنڈری سے یکساں فلکس بندھا ہے کیونکہ قالب سے بہت کم فلکس باہر جاتا ہے۔(iii) سیکنڈری کرنٹ بھی قلیل ہے۔

اگر ٹرانسفارمر کی استعداد(efficiency) کو100% فرض کرلیا جائے (توانائی کا کوئی زیاں نہیں)،تو پاور ان پٹ(درآمدہ input)، پاور آوٹ پٹ(برآمدہ output) کے مساوی ہے۔اور کیونکہ p = i v

$$i_p v_p = i_s v_s \qquad (7.48)$$

حالانکہ کچھ نہ کچھ توانائی ہمیشہ ضائع ہوتی ہے، یہ تقربیت پھر بھی بڑی حد تک درست ہے۔کیونکہ ایک اچھی طرح سے ڈیزائن کیے گئے ٹرانسفارمر کی استعداد 95% سے زیادہ ہوسکتی ہے۔مساوات(7.47) اور مساوات(7.48) سے:

$$\frac{i_p}{i_s} = \frac{v_s}{v_p} = \frac{N_s}{N_p} \qquad (7.49)$$

کیونکہ $i$ اور $v$ دونوں یکساں تعدد سے اہتزاز کرتے ہیں، جو کہ a c وسیلے کا تعدد ہوتا ہے،اس لیے مساوات(7.49) متطابق مقداروں کی وسعتوں یا rms قدروں کی نسبت بھی دیتی ہے۔

اب ہم سمجھ سکتے ہیں کہ ایک ٹرانسفارمر وولٹیج یا کرنٹ کو کیسے متاثر کرتا ہے۔ہمارے پاس ہے:

$$V_s = \left(\frac{N_s}{N_p}\right) V_p \text{ اور } I_s = \left(\frac{N_p}{N_s}\right) I_p \qquad (7.50)$$

یعنی کہ،اگر سیکنڈری کوائل میں چکروں کی تعداد، پرائمری کوائل میں چکروں کی تعداد سے زیادہ ہے، $(N_s > N_p)$ تو وولٹیج عروج (اسٹیپ اپ step up) ہوجاتی ہے $V_s > V_p$۔اس قسم کی ترتیب، عروجی ٹرانسفارمر کہلاتی ہے۔لیکن،اس ترتیب میں، سیکنڈری میں پرائمری کے مقابلے میں کم کرنٹ ہوتا ہے $I_s < I_p$، $\frac{Np}{Ns} < 1$۔مثلاً، اگر ایک ٹرانسفارمر کے پرائمری کوائل میں 100 چکر ہیں اور سیکنڈری کوائل میں 200 چکر ہیں،

$\frac{N_p}{N_s} = \frac{1}{2}$، اس لیے 10A پر 220V ان پٹ، 5.0A پر 440V آؤٹ پٹ میں عروج ہو جائے گا۔

اگر سیکنڈری کوائل میں پرائمری کوائل سے کم چکر ہوں $N_S < N_P$، تو ہمیں ایک نزولی ٹرانسفارمر (اسٹیپ ڈاؤن ٹرانسفارمر (Step Down Transformer) ملتا ہے۔ اس صورت میں، $V_s < V_p$ اور $I_S > I_P$، یعنی کہ وولٹیج نزولی ہو جاتی ہے یا کم ہو جاتی ہے اور کرنٹ میں اضافہ ہو جاتا ہے۔

اوپر حاصل کی گئی مساواتیں مثالی ٹرانسفارمر کے لیے ہیں (جن میں توانائی بالکل ضائع نہیں ہوتی)۔ لیکن حقیقی ٹرانسفارمر میں، کچھ نہ کچھ (بہت کم) توانائی ضرور ضائع ہوتی ہے۔ اس کی مندرجہ ذیل وجوہات ہیں:

(i) فلکس کا رسنا (Flux Leakage): کچھ نہ کچھ فلکس ہمیشہ رستا ہے، یعنی کہ پرائمری کا پورا فلکس، سیکنڈری سے نہیں گذرتا۔ اس کی وجہ قالب کا خراب ڈیزائن یا قالب میں خالی جگہوں میں بھری ہوا (air gap) ہو سکتی ہے۔ پرائمری اور سیکنڈری کوائل کو ایک دوسرے کے اوپر لپیٹ کر اسے کم کیا جا سکتا ہے۔

(ii) لپیٹوں کی مزاحمت: لپیٹوں میں استعمال ہوئے تاروں کی کچھ مزاحمت ضرور ہوتی ہے اور اس لیے تاروں میں پیدا ہوئی حرارت $I^2 R$ کی وجہ سے کچھ توانائی ضرور ضائع ہوتی ہے۔ اعلیٰ کرنٹ اور کم وولٹیج کی لپیٹوں میں، موٹے تار کو استعمال کر کے اسے کم کیا جا سکتا ہے۔

(iii) ایڈی کرنٹ: متبادل مقناطیسی فلکس لوہے کے قالب میں ایڈی کرنٹ کا امالہ کرتا ہے اور حرارت پیدا کرتا ہے۔ ایک ورقہ دار قالب استعمال کر کے اس اثر کو کم کیا جا سکتا ہے۔

(iv) پس ماندگی (Hysteresis): قالب کا مقیانا، متبادل مقناطیسی میدان کی وجہ سے بار بار الٹا ہوتا ہے۔ اس کے نتیجے میں قالب میں صرف ہونے والی توانائی حرارت کی شکل میں ظاہر ہوتی ہے اور اسے کم ترین رکھنے کے لیے ایسا مقناطیسی مادہ استعمال کیا جا سکتا ہے جس کا پس ماندگی زیاں کم ہو۔

برقی توانائی کی بڑے پیمانے پر ترسیل اور لمبے فاصلوں پر تقسیم، ٹرانسفارمر کے استعمال کے ذریعے کی جاتی ہے۔ جنریٹر سے حاصل ہوئے وولٹیج آؤٹ پٹ کو اسٹیپ اَپ کیا جاتا ہے (تاکہ کرنٹ کم ہو جائے اور $I^2 R$ زیاں کم ہو جائے)۔ پھر اسے لمبی دوریوں پر، صارفین کے نزدیک، علاقے کے تحت اسٹیشن تک ترسیل کیا جاتا ہے۔ یہاں وولٹیج کو اسٹیپ ڈاؤن کیا جاتا ہے۔ اسے تقسیم کرنے والے تحت اسٹیشنوں اور بجلی کے کھمبوں پر مزید اسٹیپ ڈاؤن کیا جاتا ہے اور اس طرح 240V سپلائی ہمارے گھروں تک پہنچتی ہے۔

## خلاصہ

1۔ مزاحمہ R پر لگائی گئی ایک متبادل وولٹیج: $v = v_m \sin \omega t$، مزاحمہ میں ایک کرنٹ: $i = i_m$ پیدا کرتی ہے، جہاں $i_m = \frac{v_m}{R}$، کرنٹ لگائی گئی وولٹیج کے ساتھ فیز میں ہوتا ہے۔

2۔ ایک مزاحمہ R سے گذر رہے ایک متبادل کرنٹ: $i = i_m \sin\omega t$ کے لیے جول حرارت کی وجہ سے اوسط پاور نقصان P (ایک سائیکل پر اوسط کیا گیا) $\frac{1}{2} i_m^2 R$ ہے۔اسے اسی شکل میں ظاہر کرنے کے لیے، جس میں dc پاور ظاہر کی جاتی ہے $(P = I^2R)$، کرنٹ کی ایک خاص قدر استعمال کی جاتی ہے۔اسے جذر اوسط مربع کرنٹ (root mean square current) کہتے ہیں اور اسے ظاہر کرتے ہیں:

$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, i_m$$

اسی طرح، rms وولٹیج کو معرف کیا جاتا ہے:

$$V = \frac{v_m}{\sqrt{2}} = 0.707\, v_m$$

ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$P = IV = I^2R$$

3۔ ایک خالص امالہ کار L پر لگائی گئی a c وولٹیج: $v = v_m \sin\omega t$، امالہ کار میں ایک کرنٹ: $i = i_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ پیدا کرتی ہے، جہاں $i_m = \frac{v_m}{X_L}$ ، $X_L$ جو مساوی ہے: $X_L = \omega L$، امالیاتی نااہلیت کہلاتی ہے۔امالہ گر میں کرنٹ، وولٹیج سے $\frac{\pi}{2}$ پس قدم ہوتا ہے۔ایک امالہ گر کو ایک مکمل سائیکل میں مہیا کی گئی اوسط پاور صفر ہے۔

4۔ ایک کپیسٹر پر لگائی گئی ایک a c وولٹیج: $v = v_m \sin\omega t$، کپیسٹر میں ایک کرنٹ: $i = i_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ بھیجتی ہے۔ یہاں:

$i_m = \frac{v_m}{X_C}$ ، $X_C = \frac{1}{\omega C}$، $x_c$ ، صلاحیتی نااہلیت کہلاتی ہے۔

کپیسٹر میں سے گذر رہا کرنٹ، لگائی گئی وولٹیج سے $\frac{\pi}{2}$ آگے ہوتا ہے۔ایک کپیسٹر کو ایک مکمل سائیکل میں مہیا کی گئی اوسط پاور صفر ہوتی ہے۔

5۔ وولٹیج: $v = v_m \sin\omega t$ سے چلنے والے L C R سرکٹ کے لیے، کرنٹ i دیا جاتا ہے:

$$i = i_m \sin(\omega t + \phi)$$

جہاں

$$i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

اور

$$\phi = \tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R}$$

$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$، سرکٹ کی مقاومت کہلاتی ہے۔

ایک مکمل سائیکل میں اوسط پاور نقصان دیا جاتا ہے:

$$P = V\, I \cos\phi$$

رکن $\cos\phi$، پاور جز ضربی کہلاتا ہے۔

6۔ ایک خالص امالی یا صلاحیتی سرکٹ میں، $\cos\phi = 0$ اور پاور کا کوئی اسراف نہیں ہوتا حالانکہ سرکٹ میں کرنٹ بہہ رہا ہوتا ہے۔ ایسی صورتوں میں کرنٹ کو بغیر واٹ کا کرنٹ کہا جاتا ہے۔

7۔ ایک ac سرکٹ میں کرنٹ اور وولٹیج کے درمیان فیز رشتے کو وولٹیج اور کرنٹ کو، گردش کررہے سمتیوں، جنھیں فیزر کہتے ہیں، کے ذریعے بہ آسانی ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ ایک فیزر ایک سمتیہ ہے جو مبدے کے گرد، زاویائی چال $\omega$ کے ساتھ، گردش کرتا ہے۔ ایک فیزر کی عددی قدر، اس مقدار (وولٹیج یا کرنٹ) کی وسعت یا فراز قدر کو ظاہر کرتی ہے۔ جسے فیزر ظاہر کررہا ہے۔

ایک فیزر ڈائیگرام کے استعمال سے ایک ac سرکٹ کا تجزیہ کرنے میں سہولت ہوتی ہے۔

8۔ ایک سلسلہ وار LCR سرکٹ کی ایک دلچسپ خاصیت گمک کا مظہر ہے۔ سرکٹ گمک ظاہر کرتا ہے، یعنی کہ، کرنٹ کی وسعت گمک دار تعدد $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ پر ازحد ہوتی ہے۔ کیفیت جز ضربی (Quality factor) کی تعریف کی جاتی ہے:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$$

Q گمک کی نکیلے پن کی نشاندہی کرتا ہے، Q کی مقابلتاً زیادہ قدر، کرنٹ میں مقابلتاً زیادہ نکیلے فراز کی نشاندہی کرتی ہے۔

9۔ ایک سرکٹ جو ایک امالہ کار L اور ایک کپیسٹر C (شروع میں چارج کیا ہوا) پر مشتمل ہو اور جس میں کوئی ac وسیلہ اور مزاحمہ نہ ہو، آزاد اہتزازات ظاہر کرتا ہے۔ کپیسٹر کا چارج q، سادہ ہارمونی حرکت کی مساوات:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

کو مطمئن کرتا ہے اور اس لیے، آزاد اہتزاز کا تعدد $\omega$ ہے: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ نظام میں توانائی، کپیسٹر اور امالہ کار کے درمیان اہتزاز کرتی ہے لیکن ان کا حاصل جمع یا کل توانائی، وقت کے ساتھ، مستقلہ ہے۔

10۔ ایک ٹرانسفارمر ایک لوہے کے قالب پر مشتمل ہے جس پر $N_P$ چکروں کا ایک پرائمری کوائل اور $N_S$ چکروں کا ایک سیکنڈری کوائل لپٹے ہوتے ہیں۔ اگر پرائمری کوائل کو ایک ac وسیلے سے جوڑ دیا جائے، تو پرائمری وولٹیج اور سیکنڈری وولٹیج میں رشتہ ہے:

$$V_s = \left(\frac{N_s}{N_p}\right) V_p$$

اور پرائمری کرنٹ اور سیکنڈری کرنٹ میں رشتہ ہے:

$$I_s = \left(\frac{N_p}{N_s}\right) I_p$$

اگر سیکنڈری کوائل میں پرائمری کوائل سے زیادہ چکر ہوں تو وولٹیج عروجی (اسٹیپ اپ) ہو جاتی ہے۔ اس قسم کی ترتیب کو ایک عروجی (اسٹیپ اپ) ٹرانسفارمر کہتے ہیں۔ اگر سیکنڈری کوائل میں پرائمری کوائل سے کم چکر ہوں تو ہمیں نزولی (اسٹیپ ڈاؤن) ٹرانسفارمر ملتا ہے۔

| طبعی مقدار | علامت | ابعاد | اکائی | ریمارک |
|---|---|---|---|---|
| rms وولٹیج | V | $[M L^2 T^{-3} A^{-1}]$ | V | $V = \frac{v_m}{\sqrt{2}}$<br>$v_m$، ac وولٹیج کی وسعت ہے۔ |
| rms کرنٹ | I | [A] | A | $I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$<br>$i_m$، ac کرنٹ کی وسعت ہے |
| نااہلیت: | | | | |
| امالیاتی | $X_L$ | $[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$ | Ω | $X_L = \omega L$ |
| صلاحیتی | $X_C$ | $[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$ | Ω | $X_C = \frac{1}{\omega C}$ |
| مقاومت | Z | $[M L^2 T^{-3} A^{-2}]$ | Ω | سرکٹ میں موجود اجزا پر منحصر ہے |
| گمک دار تعدد | $\omega_0$ | $T^{-1}$ | Hz | $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$<br>ایک سلسلہ وار LCR سرکٹ کے لیے |
| کیفیت جز ضربی | Q | غیر ابعادی | | $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$<br>ایک سلسلہ وار LCR سرکٹ کے لیے |
| پاور جز ضربی | | غیر ابعادی | | $\cos\phi$= لگائی گئی وولٹیج اور سرکٹ میں کرنٹ کے درمیان فیز فرق ہے۔ |

## قابل غور نکات

1۔ جب ایک ac وولٹیج یا کرنٹ کی ایک قدر دی جاتی ہے تو عام طور سے یہ rms قدر ہوتی ہے۔ آپ کے کمرے میں نکاس کے سروں کے درمیان وولٹیج عام طور سے 240V ہوتی ہے۔ یہ وولٹیج کی rms قدر ہے۔ اس وولٹیج کی وسعت ہے: $v_m = \sqrt{2}V = \sqrt{2}(240) = 340\,\text{V}$

2۔ ایک ac سرکٹ میں ایک جز کی درج شدہ پاور اس کی اوسط درج شدہ پاور ہوتی ہے۔

3۔ ایک سرکٹ میں صرف ہوئی پاور کبھی بھی منفی نہیں ہوتی۔

4۔ متبادل کرنٹ اور راست کرنٹ دونوں ایمپیر میں ناپے جاتے ہیں۔ لیکن ایک متبادل کرنٹ کے لیے ایمپیر کی تعریف کیسے کی جائے گی؟ ac ایمپیر کی تعریف، دو ac کرنٹ بردار متوازی تاروں کی باہمی کشش سے نہیں اخذ کی جاسکتی، جیسا کہ dc ایمپیر کی تعریف اخذ کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔ کیونکہ ac کرنٹ وسیلے کے تعدد کے ساتھ اپنی سمت تبدیل کرتا رہتا ہے اور کششی قوت کا اوسط صفر ہوگا۔ اس لیے ac ایمپیر کو کسی ایسی خاصیت کی شکل میں معرف کرنا ضروری ہے جو کرنٹ کی سمت کے غیر تابع ہو۔ جول حرارت ایک ایسی خاصیت ہے، اور سرکٹ میں 1 ایمپیر rms قدر کا متبادل کرنٹ ہوگا اگر کرنٹ اتنا ہی اوسط حرارتی اثر پیدا کرے جتنا dc کرنٹ کا ایک ایمپیر، یکساں شرائط کے ساتھ، پیدا کرتا ہے۔

5۔ ایک ac سرکٹ میں، مختلف اجزا کے سروں کے درمیان وولٹیج کو جوڑتے وقت ہمیں ان کے فیزوں کا مناسب طور پر خیال رکھنا چاہیے۔ مثلاً اگر $V_R$ اور $V_C$، بالترتیب R اور C کے سروں کے درمیان وولٹیج ہیں تو RC اجتماع کے سروں کے درمیان کل وولٹیج ہے: $V_{RC} = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$ اور $(V_R + V_C)$ نہیں ہے کیونکہ $V_C$، $V_R$ سے $\frac{\pi}{2}$ سے فیز کے باہر ہے۔

6۔ حالانکہ ایک فیزر ڈائیگرام میں، وولٹیج اور کرنٹ کو سمتیوں کے ذریعے ظاہر کیا جاتا ہے، یہ مقداریں دراصل خود، سمتیہ مقداریں نہیں ہیں۔ یہ عددی مقداریں ہیں۔ ہوتا یہ ہے کہ ہارمونی طور پر تبدیل ہورہی عددیہ مقداروں کی وسعتیں اور ان کے فیز ریاضیاتی طور پر اسی طرح جمع ہوتے ہیں، جس طرح متطابق عددی قدر اور سمتوں والے گردش کرتے ہوئے سمتیوں کے ظل جڑتے ہیں۔ یہ گردش کرتے ہوئے سمتیے جو ہارمونی طور پر تبدیل ہورہی عددیہ مقداروں کو ظاہر کرتے ہیں، صرف اس لیے معرف کیے جاتے ہیں، کیونکہ یہ ہمیں ان مقداروں کو جمع کرنے کا ایک آسان طریقہ مہیا کرتے ہیں۔ اس طریقے میں ہم اس قاعدہ کا استعمال کرسکتے ہیں جسے ہم پہلے سے جانتے ہیں، یعنی کہ، سمتیوں کی جمع کا قانون۔

7۔ ایک ac سرکٹ میں، خالص امالہ کار اور خالص کپیسٹر سے کوئی توانائی کا زیاں منسلک نہیں ہوتا۔ ایک ac سرکٹ میں، توانائی کا اسراف کرنے والا واحد جز، مزاحمتی جز ہے۔

8۔ ایک RLC سرکٹ میں، گمک مظہر اس وقت ظاہر ہوتا ہے، جب $X_L = X_C$ یا $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ گمک ظاہر ہونے کے لیے سرکٹ میں L اور C دونوں کا موجود ہونا لازمی ہے۔ ان میں سے اگر صرف ایک (L یا C) جز سرکٹ میں ہو تو وولٹیج کی تنسیخ کا کوئی امکان نہیں ہے اور اس لیے کوئی گمک ممکن نہیں ہے۔

9۔ ایک RLC سرکٹ میں پاور جز ضربی اس کا ناپ ہے کہ سرکٹ از حد پاور سرف کرنے کے کتنا نزدیک ہے۔

10۔ جنریٹر اور موٹر میں ان پٹ اور آؤٹ پٹ کے کردار ایک دوسرے کے مخالف ہوتے ہیں۔ ایک موٹر میں برقی توانائی ان پٹ ہوتی ہے اور میکانیکی توانائی آؤٹ پٹ کے کردار ایک دوسرے کے مخالف ہوتے ہیں۔ ایک موٹر میں برقی توانائی ان پٹ ہوتی ہے اور میکانیکی توانائی آؤٹ پٹ ہوتی ہے۔ ایک جنریٹر میں، میکانیکی توانائی ان پٹ ہوتی ہے اور برقی توانائی آؤٹ پٹ ہوتی ہے۔ دونوں آلے صرف توانائی کو ایک شکل سے دوسری شکل میں تبدیل کرتے ہیں۔

11۔ ایک ٹرانسفارمر وولٹیج کی کم قدر کو وولٹیج کی زیادہ قدر (اسٹیپ اپ ٹرانسفارمر) میں تبدیل کرتا ہے۔ یہ توانائی کی بقا کے قانون کی خلاف ورزی نہیں ہے۔ اسی مناسبت سے کرنٹ کم ہو جاتا ہے۔

12۔ ایک اہتزازی حرکت کو سائن تفاعل یا کوسائن تفاعل یا ان دونوں کے کسی اجتماع سے بیان کرنے کا انتخاب غیر اہم ہے کیونکہ صفر۔وقت مقام کو تبدیل کر کے ایک کو دوسرے میں بدلا جا سکتا ہے۔

## مشق

**7.1** ایک $100\Omega$ کا مزاحمہ، ایک ac، 50Hz، 220V سپلائی سے جوڑا گیا ہے۔

(a) سرکٹ میں کرنٹ کی rms قدر کیا ہے؟

(b) ایک مکمل سائیکل میں صرف ہوئی کل پاور کتنی ہے؟

**7.2** (a) ایک ac سپلائی کی فراز وولٹیج 300V ہے۔ rms وولٹیج کیا ہے؟

(b) ایک ac سرکٹ میں کرنٹ کی rms قدر 10A ہے۔ فراز کرنٹ کیا ہے؟

**7.3** (a) ایک ac سپلائی کی فراز وولٹیج 300V ہے rms وولٹیج کیا ہے؟

(b) ایک 44mH کے امالہ کار کو، ac، 50Hz، 220V سپلائی سے جوڑا گیا ہے۔ سرکٹ میں کرنٹ کی rms قدر معلوم کیجیے۔

**7.4** ایک $60\mu F$ کے کپیسٹر کو ac، 60Hz، 110V سپلائی سے جوڑا گیا ہے۔ سرکٹ میں کرنٹ کی rms قدر معلوم کیجیے۔

**7.5** مشق 7.3 اور مشق 7.4 میں ہر سرکٹ کے ذریعے ایک مکمل سائیکل میں جذب کی گئی کل پاور کتنی ہے؟ اپنے جواب کی وضاحت کیجیے۔



2019-20

**7.6** ایک سلسلہ وار LCR سرکٹ کا گمک دار تعدد $\omega_0$ معلوم کیجیے، جبکہ: $L=2.0H$، $C=32\mu F$، $R=10\Omega$۔ اس سرکٹ کی Q قدر کیا ہے؟

**7.7** ایک چارج کیا ہوا $30\mu F$ کپیسٹر ایک 27mH امالہ کار سے جوڑا گیا۔ سرکٹ کے آزاد اہتزازات کا زاویائی تعدد کیا ہے؟

**7.8** فرض کیجیے کہ مشق 7.7 میں کپیسٹر کا شروعاتی چارج 6mc ہے۔ تو شروعات میں سرکٹ میں ذخیرہ شدہ توانائی کیا ہے؟ بعد میں کسی وقت کل توانائی کیا ہے؟

**7.9** ایک $LCR$ سرکٹ کو، جس میں: $R = 20\Omega$، $L = 1.5H$، $C = 35\mu F$، کو ایک متغیرہ۔تعدد، 200V، ac سپلائی سے جوڑا گیا ہے۔ جب سپلائی کا تعدد، سرکٹ کے قدرتی تعدد کے مساوی ہو تو ایک مکمل سائیکل میں سرکٹ کو مہیا کی گئی اوسط پاور کیا ہوگی؟

**7.10** ایک ریڈیو کو MW نشریہ بینڈ کی تعدد سعت کے ایک حصہ (800KHz سے 1200KHz) پر ٹیون کیا جاسکتا ہے۔ اگر اس کے LC سرکٹ کی موثر امالیت $200\mu H$ ہے تو اس کے متغیرہ کپیسٹر کی سعت کیا ہونی چاہیے۔

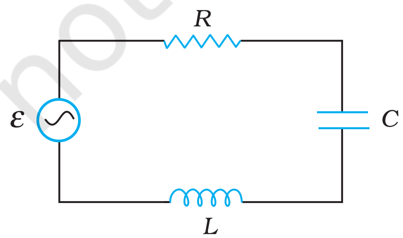
[اشارہ: ٹیون کرنے کے لیے، قدرتی تعدد، یعنی کہ سرکٹ کے آزاد اہتزازات کا تعدد، ریڈیو لہر کے تعدد کے مساوی ہونا چاہیے]

**7.11** شکل 7.21 میں ایک سلسلہ وار LCR سرکٹ، 230V، متغیرہ تعدد کے وسیلے سے جڑا ہوا دکھایا گیا ہے۔ $L=5.0H$، $C=80\mu F$، $R=40\Omega$

(a) وسیلہ کا وہ تعدد معلوم کیجیے جو سرکٹ کو گمک میں چلاتا ہے۔

(b) گمک دار تعدد پر کرنٹ کی وسعت اور سرکٹ کی مقاومت معلوم کیجیے۔

(c) سرکٹ کے تینوں اجزا کے سروں کے درمیان مضمر ڈراپ معلوم کیجیے۔ دکھایئے کہ گمک دار تعدد پر LC اجتماع کے سروں کے درمیان مضمر ڈراپ صفر ہے۔




شکل 7.21

## اضافی مشق

**7.12** ایک LC سرکٹ ایک 20mH کے امالہ کار اور $50\mu F$ کے کپیسٹر ،جس کا شروعاتی چارج 10mc ہے ، پر مشتمل ہے۔سرکٹ کی مزاحمت نظرانداز کی جاسکتی ہے۔فرض کیجیے جس لمحے سرکٹ بند کیا جاتا ہے، t=0 ہے۔

(a) شروع میں ذخیرہ شدہ توانائی کیا ہے؟ کیا LC اہترازات کے دوران اس کی بقا ہوتی ہے؟

(b) سرکٹ کا قدرتی تعدد کیا ہے؟

(c) کس وقت پر، ذخیرہ شدہ توانائی

(i) مکمل طور پر برقی ہے (یعنی کہ کپیسٹر میں ذخیرہ ہے ) (ii) مکمل طور پر مقناطیسی ہے (یعنی کہ امالہ کار میں ذخیرہ ہے )۔

(d) کس وقت پر کل توانائی امالہ کار اور کپیسٹر کے درمیان مساوی تقسیم ہوتی ہے؟

(e) اگر سرکٹ میں ایک مزاحمہ داخل کر دیا جائے تو کتنی توانائی کا بطور حرارت اسراف ہوگا۔

**7.13** 0.50H امالیت اور $100\Omega$ مزاحمت کا ایک کوائل، 240V، 50Hz، ac سپلائی سے جوڑا گیا ہے۔

(a) کوائل میں کرنٹ کی اعظم قدر کیا ہے؟

(b) وولٹیج کی اعظم قدر اور کرنٹ کی اعظم قدر میں کتنا پس وقت (Time laq) ہے۔

**7.14** اگر مشق 7.13 کے سرکٹ کو ایک اعلیٰ تعدد سپلائی (240V, 10Hz) کی سپلائی سے جوڑ دیا جائے تو (a) اور (b) کے جواب حاصل کیجیے۔ اس بیان کی وضاحت کیجیے کہ بہت اعلیٰ تعدد پر ایک سرکٹ میں ایک امالہ کار کا ہونا کھلے سرکٹ جیسا ہے۔ایک امالہ کار ایک dc سرکٹ میں، قائم حالت کے بعد کیسے برتاؤ کرتا ہے؟

**7.15** ایک $100\mu F$ کا کپیسٹر جو $40\Omega$ مزاحمت کے ساتھ سلسلہ وار ہے، ایک 110V، 60Hz سپلائی سے جوڑا گیا ہے۔

(a) سرکٹ میں کرنٹ کی اعظم قدر کیا ہے؟

(b) کرنٹ کی اعظم قدر وولٹیج کی اعظم قدر کے کتنی دیر بعد حاصل ہوتی ہے۔

**7.16** اگر مشق 7.15 کے سرکٹ کو 110V، 12KHz سپلائی سے جوڑ دیا جائے تو (a) اور (b) کے جواب حاصل کیجیے۔ پھر اس بیان کی وضاحت کیجیے کہ بہت اعلیٰ تعدد پر، ایک کپیسٹر ایک موصل ہوتا ہے۔اس برتاؤ کا مقابلہ، ایک کپیسٹر کے dc سرکٹ میں، قائم حالت کے بعد کے برتاؤ سے کیجیے۔

**7.17** وسیلہ تعدد کو ایک سلسلہ وار LCR سرکٹ کے گمک دار تعدد کے مساوی رکھتے ہوئے اگر تینوں اجزا

C،L اور R کو متوازی طرز میں جوڑ دیا جائے، تو دکھائیے کہ متوازی LCR سرکٹ میں، اس تعدد پر کرنٹ کی قدر اقل ترین ہوتی ہے۔ اس تعدد کے لیے، سرکٹ کی ہر شاخ میں مشق 7.11 میں متعین کیے گئے اجزا اور وسیلہ کے لیے کرنٹ کی rms قدر معلوم کیجیے۔

**7.18** ایک سرکٹ کو، جس میں 80mH کا امالہ کار اور 60$\mu$F کپیسٹر سلسلہ وار ہیں، 230V، 50Hz سپلائی سے جوڑا گیا ہے۔ سرکٹ کی مزاحمت نظر انداز کی جاسکتی ہے۔

(a) کرنٹ وسعت اور rms قدریں حاصل کیجیے۔

(b) ہر جز کے سروں کے درمیان مضمر ڈراپ معلوم کیجیے۔

(c) امالہ کار کو منتقل ہوئی اوسط پاور کیا ہے؟

(d) سرکٹ کے ذریعے جذب کی گئی کل اوسط پاور کیا ہے؟ (اوسط کا مطلب ہے ایک سائیکل پر کیا گیا اوسط)۔

**7.19** فرض کیجیے کہ مشق 7.19 کے سرکٹ کی 15Ω مزاحمت ہے۔ سرکٹ کے ہر جز کو منتقل ہوئی اوسط پاور اور جذب ہوئی کل پاور معلوم کیجیے۔

**7.20** ایک سلسلہ وار *LCR* سرکٹ (L = 0.12 H, C = 480 *n*F, R = 23 Ω) کو ایک 230V متغیرہ تعدد سپلائی سے جوڑا جاتا ہے۔

(a) وسیلہ کا وہ تعدد کیا ہوگا جس کے لیے کرنٹ سعت از حد ہو؟ یہ از حد قدر معلوم کیجیے

(b) وہ وسیلہ تعدد کیا ہوگا، جس کے لیے سرکٹ میں جذب ہوئی پاور از حد ہو؟ اس از حد پاور کی قدر معلوم کیجیے۔

(c) وسیلہ کے کن تعدد کے لیے سرکٹ کو منتقل ہوئی پاور، گمک دار تعدد پر پاور کی نصف ہوگی، ان تعددوں پر کرنٹ سعت کیا ہوگی؟

(d) دیے ہوئے سرکٹ کا Q- جز ضربی کیا ہے؟

**7.21** ایک *LCR* سرکٹ کا گمک دار تعدد اور Q- جز ضربی معلوم کیجیے، جس میں: L = 3.0 H, C = 27 $\mu$F, R = 7.4 Ω سرکٹ کی گمک کے نوکیلےپن کو، اس کی ''پوری چوڑائی، نصف اعظم قدر پر'' کو کم کرکے، 2 کے جز ضربی سے بہتر بنانا چاہتے ہیں۔ ایک مناسب طریقہ تجویز کیجیے۔

**7.22** مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے:

(a) کسی بھی ac سرکٹ میں کیا لگائی گئی لمحاتی وولٹیج، سرکٹ کے سلسلہ وار اجزا کے سروں کے درمیان لمحاتی وولٹیجوں کے الجبرائی حاصل جمع کے مساوی ہوتی ہے؟ کیا یہی بات rms وولٹیج کے لیے درست ہے؟

(b) کیا ایک کپیسٹر کو ایک امالی لچھے کے پرائمر سرکٹ میں استعمال کیا جاتا ہے؟

(c) ایک لگایا گیا وولٹیج سگنل، ایک dc وولٹیج اور ایک اعلیٰ تعدد کی ac وولٹیج کا انطباق ہے۔ سرکٹ سلسلہ

وار طرز میں جڑے ہوئے امالہ کار اور کپیسٹر پر مشتمل ہے۔دکھائیے کہ dc سگنل C کے سروں پر اور ac سگنل L کے سروں پر ظاہر ہوگا۔

(d) ایک لیمپ سے سلسلہ وار طرز میں جڑا ہوا ایک چوک کوائل dc لائن سے لیمپ کی روشنی میں کوئی فرق نہیں پڑتا۔ایک ac لائن کے لیے متطابق مشاہدات کی پیشن گوئی کیجیے۔

(e) ac مین کے ساتھ ثانوی درخشاں ٹیوب استعمال کرنے میں چوک کوائل کی ضرورت کیوں ہوتی ہے؟ ہم چوک کوائل کی جگہ ایک عام مزاحمہ کیوں نہیں استعمال کر سکتے؟

**7.23** ایک پاور ترسیل لائن ایک اسٹیپ ڈاؤن ٹرانسفارمر کو 2300V پر ان پٹ پاور مہیا کرتی ہے۔ٹرانسفارمر کے پرائمر کوائل میں 4000 چکر ہیں۔اس کے سیکنڈری کوائل میں کتنے چکر ہونے چاہئیں کہ ہمیں 230V پر آؤٹ پٹ پاور مل سکے۔

**7.24** ایک آبی-برقی پاور پلانٹ پر پانی دباؤ ہیڈ 300m کی اونچائی پر ہے اور پانی کا بہاؤ $100\,m^3 s^{-1}$ ہے۔اگر ٹربائن جنریٹر کی استعداد 60% ہے تو پلانٹ سے مہیا کی جانے والی برقی پاور کا تخمینہ لگائیے۔ $\left(g = 9.8\,ms^{-2}\right)$

**7.25** ایک چھوٹا قصبہ میں 220V پر 800kW برقی پاور درکار ہے۔یہ قصبہ 440V پر پاور پیدا کرنے والے برقی پلانٹ سے 15km فاصلے پر ہے۔پاور لے جانے والی دوتار کی لائنوں کی مزاحمت 0.5Ω فی کلومیٹر ہے۔قصبہ لائن سے پاور ایک 4000-220V اسٹیپ ڈاؤن ٹرانسفارمر تحت اسٹیشن کے ذریعے حاصل کرتا ہے۔

(a) حرارت کی شکل میں لائن پاور زیاں کا تخمینہ لگائیے۔

(b) یہ فرض کرتے ہوئے کہ رساؤ کی وجہ سے کوئی پاور زیاں نہیں ہو رہا ہے، پلانٹ کو کتنی پاور سپلائی کرنا چاہیے؟

(c) پلانٹ پر نصب اسٹیپ-اپ ٹرانسفارمر کی خاصیتیں بتائیے۔

**7.26** مندرجہ بالا مشق کو پچھلے ٹرانسفارمر کو ایک 40,000-220V اسٹیپ ڈاؤن ٹرانسفارمر سے تبدیل کر کے دہرائیے۔[پہلے کی طرح رسائی-زیاں کو نظرانداز کردیجیے، حالانکہ یہ مفروضہ اب مناسب نہیں ہے کیونکہ بہت اعلیٰ وولٹیج ترسیل شامل ہے۔]۔سمجھائیے کہ اعلیٰ وولٹیج ترسیل کو کیوں ترجیح دی جاتی ہے؟