गैसों का अणुगति सिद्धान्त (KINETIC THEORY OF GASES)

14 CHAPTER

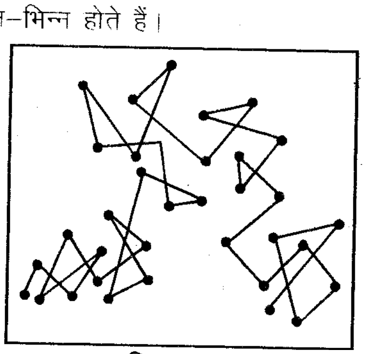
14.1 प्रस्तावना (Introduction)

गैस के अणु अविरत गति में होते हैं तथा यह गति यादृच्छिक (random) होती है। अणुगति में परिवर्तन से गैस के ताप, दाब तथा गैस की ऊर्जा में परिवर्तन होता है। द्रव्य की गैस अवस्था का अध्ययन अन्य अवस्थाओं की तुलना में सबसे सरल है। इसलिए सर्वप्रथम गैसों का अणुगति सिद्धान्त विकसित किया गया।

14.2 द्रव्य की आण्विक प्रकृति (Molecular Nature of Matter)

द्रव्य की विभिन्न अवस्थाएँ ठोस: द्रव, गैस तथा प्लाज्मा होती हैं। विभिन्न पदार्थों के गुण समान नहीं होते हैं। कुछ पदार्थ नरम होते हैं जबकि कुछ कठोर होते हैं। पदार्थों के भिन्न–भिन्न गुणों का होना यह दर्शाता है कि पदार्थों की आन्तरिक रचनाओं में भिन्नता होती है। किसी द्रव्य का वह छोटे से छोटा कण, जिन्हें परस्पर मिलाने पर वह द्रव्य पुनः प्राप्त हो जाये उस द्रव्य का अणु (molecule) कहलाता है। उदाहरण के लिए जल (H_2O) का छोटे से छोटा कण अणु कहलाता है, जिसे उसी प्रकार के कणों से मिलाने पर पुनः जल प्राप्त हो जाता है। यदि इस कण (अणु) का भी छोटा विभाजन किया जाता है तो हाइड्रोजन तथा ऑक्सीजन के परमाणु प्राप्त होंगे जिन्हें भौतिक रूप से मिलाने पर जल प्राप्त नहीं होता है। अतः प्रत्येक द्रव्य अणुओं से मिलकर बना है।

द्रव्य के किन्हीं दो अणुओं के मध्य रिक्त स्थान (empty space) होता है। इस रिक्त स्थान को अन्तराण्विक स्थान (inter molecular space) कहते हैं। यह अन्तराण्विक स्थान ठोस के अणुओं के बीच कम, द्रवों के अणुओं के बीच में ठोस की अपेक्षा अधिक तथा गैस के अणुओं के बीच बहुत अधिक होता है। यही कारण है कि द्रव्य की विभिन्न अवस्थाओं के भौतिक गुण भिन्न–भिन्न होते हैं।



चित्र 14.1

सभी प्रकार के द्रव्यों के अणु सदैव अनियमित रूप में गतिशील रहते हैं, इसे **आण्विक प्रक्षोभ** (molecular agitation) कहते हैं। आण्विक प्रक्षोभ का प्रायोगिक प्रमाण वनस्पति विज्ञान के प्रोफेसर ब्राउन ने दिया था। उन्होंने पुष्प के पराग को जल में डालकर उस पर तेज प्रकाश डाला तथा परागकणों को सूक्ष्मदर्शी से देखा। उन्होंने पाया कि परागकण अनियमित रूप से विभिन्न दिशाओं में गति करते रहते हैं। कणों की इस गति को **ब्राउनी गति** (Brownian motion) कहते हैं। ब्राउनी गति का विस्तृत विवेचन भौतिकविद् आइन्सटीन ने विकसित किया। इसी के दौरान फ्रांसीसी भौतिकविद् जीन पैरिन ने ब्राउनी गति के अनेक मापन किए। उदाहरण के लिए उनके द्वारा चित्र में दर्शाये आरेख प्रयोग में लाये गए तथा आवोगाद्रो संख्या (पदार्थ के एक मोल में अणुओं की संख्या) की गणना की गई थी, जिसका मान 6×10^{23} प्राप्त हुआ था। गैस के अणु (आकार $\sim 10^{-8}$ सेमी.) स्वयं ब्राउनी गति करते हैं।

निश्चित आकार के अणुओं के लिए ब्राउनी गति निश्चित नहीं होती है। गैस का अणु एक बार किसी एक अणु से टकराता है, फिर दूसरे से। किसी भी अणु की न तो चाल और न ही गति की दिशा नियत रहती है। अतः गैस द्वारा घेरे गये सम्पूर्ण आयतन में प्रत्येक अणु अनियमित (random) गति करता है।

14.3 आदर्श गैस की संकल्पना तथा आदर्श गैस का अवस्था समीकरण (Concept of Ideal Gas and State Equation of Ideal Gas)

आदर्श गैस, ताप व दाब की प्रत्येक अवस्था में गैस नियमों (बॉयल तथा चार्ल्स के नियमों) तथा दाब नियमों का पूर्णतः पालन करती है।

आदर्श गैस के अभिलाक्षणिक (characteristics) निम्न प्रकार है–

(i) इसके अणु अनन्त सूक्ष्म (Infinitesimally small) होते हैं।

(ii) इसके अणुओं के मध्य परस्पर आकर्षण बल नहीं होता है। जिससे आदर्श गैस को द्रव अथवा ठोस अवस्था में प्राप्त नहीं किया जा सकता है क्योंकि द्रव अथवा ठोस अवस्थाओं में अणुओं के मध्य आकर्षण बल होना आवश्यक है।

आदर्श गैस काल्पनिक गैस है अतः प्रकृति में कोई भी गैस पूर्णतः आदर्श गैस नहीं है। प्रयोगों से यह पता चलता है कि उच्च ताप व निम्न दाब पर विभिन्न गैसों का व्यवहार आदर्श गैस की भांति होता है।

आदर्श गैस समीकरण को निम्न रूप में लिखा जा सकता है–

1. ***n* मोल आदर्श गैस के लिए गैस समीकरण**–यदि n मोल गैस का दाब P, आयतन V तथा परमताप T हो तो इसके लिए गैस समीकरण $PV = nRT$

जहां n = गैस के द्रव्यमान में मोल की संख्या

$$= \frac{\text{गैस का द्रव्य मान}}{\text{गैस का अणुभार}} = \frac{M}{M_A} = \frac{mN}{mN_A} = \frac{N}{N_A}$$

जहां N गैस में उपस्थित कुल अणुओं की संख्या तथा N_A आवोगाद्रो संख्या है।

2. **एक ग्राम आदर्श गैस के लिए गैस समीकरण**—यदि एक ग्राम गैस का दाब P, आयतन V तथा परमताप T हो तो गैस समीकरण

$$PV = rT$$

जहां
$$r = \frac{R}{\text{अणुभार}} = \frac{R}{M_A}$$

जबकि r एक ग्राम गैस के लिए नियतांक है। इसे विशिष्ट गैस नियतांक (specific gas constant) कहते हैं तथा इसका मान गैस की प्रकृति पर निर्भर करता है।

3. ***M* ग्राम आदर्श गैस के लिए गैस समीकरण**—यदि M ग्राम गैस के लिए आदर्श गैस का दाब P, आयतन V तथा परमताप T हो तो गैस समीकरण

$$PV = MrT = M\frac{R}{M_A}T$$

4. **आदर्श गैस के एक अणु के लिए गैस समीकरण**—यदि किसी आदर्श गैस के एक अणु के कारण दाब P, आयतन V तथा परमताप T हो तो गैस समीकरण

$$PV = \frac{R}{N_A}T = KT \qquad \left(\because \frac{R}{N_A} = K\right)$$

जहां K वोल्ट्जमान नियतांक तथा N_A आवोगाद्रो संख्या है।

सामान्य ताप-दाब (NTP or STP) पर R का मान,

सामान्य ताप = 0°C अथवा 273.15K तथा सामान्य दाब = 1 वायुमण्डलीय दाब (1 वायुमण्डलीय दाब = $1.013 \times 10^5 \frac{\text{न्यूटन}}{\text{मीटर}^2}$ पर किसी भी आदर्श गैस के 1 मोल द्रव्यमान का आयतन 22.4 लीटर (= 22400 घन सेमी.) = 22.4×10^{-3} घनमीटर होता है।

अतः गैस के 1 मोल द्रव्यमान के लिए

$$V = 22.4 \times 10^{-3}\ \text{मीटर}^3,\ P = 1.013 \times 10^5 \frac{\text{न्यूटन}}{\text{मीटर}^2}$$

तथा T = 273.15 K

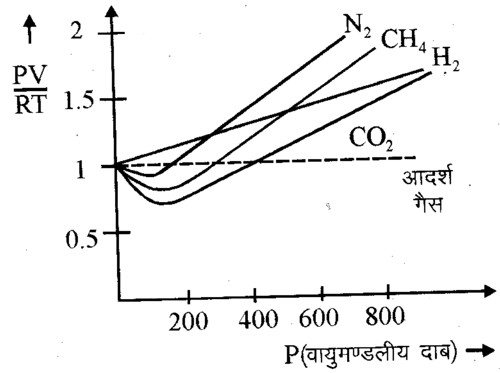
$$\therefore \quad R = \frac{PV}{nT}$$
$$= \frac{1.013 \times 10^5 \times 22.4 \times 10^{-3}}{1 \times 273.15}$$
$$= 8.31 \text{ जूल/मोल–केल्विन}$$

$$K \text{ का मान} = \frac{R}{N_A}$$
$$= \frac{8.31}{6.02 \times 10^{23}}$$
$$= 1.38 \times 10^{-23} \text{ जूल/केल्विन}$$

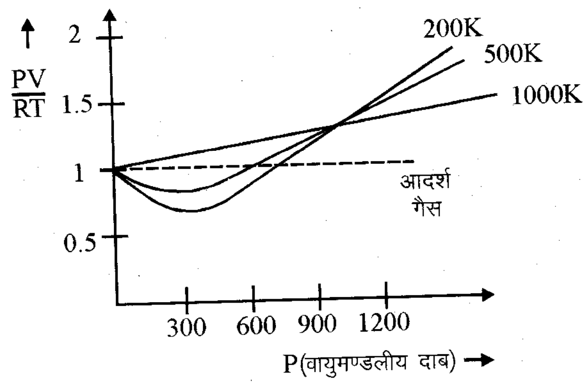
बॉयल के नियमानुसार नियत ताप पर किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान के लिए दाब P तथा आयतन V का गुणनफल एक नियतांक होता है अर्थात्

$$PV = \text{नियतांक}$$

प्रयोगों द्वारा यह पाया जाता है कि कोई भी वास्तविक गैस इस नियम का पूर्णतः पालन नहीं करती है। अति निम्न दाब तथा उच्च ताप पर वास्तविक गैसें इस नियम का एक सीमा तक पालन करती है। परन्तु उच्च दाब तथा निम्न ताप पर वास्तविक गैसों का इस नियम से बहुत अधिक विचलन पाया जाता है।



चित्र 14.2(a)



चित्र 14.2(b)

इस प्रकार जो गैस, गैसों के अणुगति सिद्धान्त तथा उससे त्युत्पन्न गैस नियमों का पूर्णरूपेण पालन करती है, आदर्श गैस (Ideal gas) कहलाती है।

आदर्श गैस का समीकरण

n मोल के लिए–

$$PV = nRT$$

एक मोल के लिए–

$$PV = RT$$

राशि $\frac{PV}{RT}$ संपीड़न गुणांक (compressibility factor) कहलाता है तथा आदर्श गैस के लिए इसका मान 1 होता है।

आदर्श गैस अवस्था समीकरण से

$$PV = \frac{N}{N_A}RT$$

$$\Rightarrow \quad PV = NKT$$

जहाँ $K = \frac{R}{N_A}$ वोल्ट्जमान नियतांक है।

यदि मोलर द्रव्यमान (अणुभार) M_A की किसी गैस का द्रव्यमान M हो तो

$$n = \frac{M}{M_A}$$

$$\therefore \quad PV = \frac{M}{M_A}RT$$

$$\Rightarrow \quad P = \left(\frac{M}{V}\right)\frac{RT}{M_A} = \frac{\rho RT}{M_A} \qquad ...(1)$$

जहाँ $\rho = \frac{M}{V}$ गैस का घनत्व है।

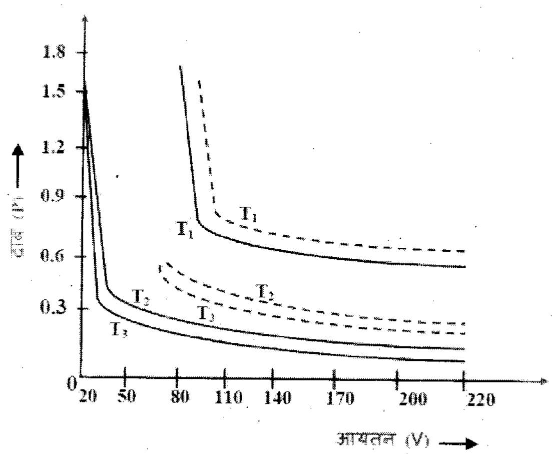
समी. (1) आदर्श गैस के दाब को इसके घनत्व से संबंध को व्यक्त करता है।

आदर्श गैस समीकरण में, यदि मोल संख्या n तथा ताप T को नियत माना जाये तब

$$PV = \text{नियतांक} \quad ...(2)$$

$$\Rightarrow \quad P \propto \frac{1}{V} \text{ या } V \propto \frac{1}{P}$$

अर्थात् नियत ताप पर किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान का दाब (या आयतन) उसके आयतन (या दाब) के व्युत्क्रमानुपाती होता है। यही बॉयल का नियम है। अब यदि समी. (1) के अनुसार नियत ताप पर P–V वक्र खींचा जाये तब वक्र अतिपरवलयिक होना चाहिए। चित्र में भाप के लिए तीन भिन्न-भिन्न तापों T_1, T_2 व T_3 के संगत P – V वक्र खींचे गये हैं। जिनमें सैद्धांतिक वक्र बिन्दुकित रेखाओं द्वारा तथा प्रायोगिक वक्र गहरी रेखाओं द्वारा प्रदर्शित है। वक्रों से स्पष्ट है कि निम्न दाब व उच्च ताप पर प्रायोगिक तथा सैद्धांतिक वक्रों का व्यवहार एक जैसा है।



चित्र 14.3 : तीन भिन्न-भिन्न तापों T_1, T_2 व T_3 पर P-V वक्र

14.4 आवोगाद्रो संख्या (Avogadro's Number)

(i) किसी गैस के 1 ग्राम मोल में उपस्थित अणुओं की संख्या आवोगाद्रो संख्या कहलाती है।

$$N_A = 6.023 \times 10^{23} \text{ प्रति ग्राम मोल}$$
$$= 6.023 \times 10^{26} \text{ प्रति किग्रा मोल}$$

(ii) सामान्य ताप व दाब पर (T = 273 K तथा P = 1 वायुदाब) 22.4 लीटर गैस में 6.023×10^{23} अणु होते हैं।

(iii) सामान्य ताप व दाब पर किसी गैस के 1 मोल का आयतन 22.4 लीटर होता है।

उदाहरण–32 g ऑक्सीजन, 28 g नाइट्रोजन व 2 g हाइड्रोजन के आयतन सामान्य दाब व ताप पर समान होते हैं।

(iv) किसी गैस के लिए 1 मोल = M_A ग्राम

$$= 22.4 \text{ लीटर} = 6.023 \times 10^{23} \text{ अणु}$$

आवोगाद्रो संख्या द्वारा निम्न गणनाएँ की जा सकती है–

(i) किसी एक परमाणु का वास्तविक भार $= \frac{\text{परमाणु भार (ग्राम में)}}{\text{आवोगाद्रो संख्या}}$

(ii) किसी एक अणु का वास्तविक भार $= \frac{\text{अणुभार (ग्राम में)}}{\text{आवोगाद्रो संख्या}}$

(iii) किसी तत्व के M ग्राम में परमाणुओं की संख्या

$$= \frac{\text{आवोगाद्रो संख्या}}{\text{परमाणु भार}} \times M$$

(iv) किसी तत्व के M ग्राम में अणुओं की संख्या

$$= \frac{\text{आवोगाद्रो संख्या}}{\text{अणुभार}} \times M$$

(v) STP पर किसी दिए गए आयतन V (लीटर में) में अणुओं की संख्या $= \frac{\text{आवोगाद्रो संख्या}}{22.4} \times V$

14.5 गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अभिगृहीत (Postulates of Kinetic Theory of Gases)

गैसों का अणुगति सिद्धान्त निम्न दो मूलभूत मान्यताओं पर आधारित है–

(1) प्रत्येक गैस छोटे–छोटे कणों से मिलकर बनी होती है। जिन्हें अणु (Molecules) कहते हैं। एक ही गैस के सभी अणु आकार तथा द्रव्यमान में समान होते हैं परन्तु दूसरे गैस के अणुओं से भिन्न होते हैं।

(2) गैस से सम्बन्धित ऊष्मा को अणुओं की गतिज ऊर्जा के रूप में देखा जा सकता है। यदि किसी गैस के अणुओं की कुल स्थितिज ऊर्जा शून्य है तो उसकी कुल ऊर्जा अणुओं की गतिज ऊर्जा के रूप में विद्यमान होती है।

अणुगति सिद्धान्त के आधार पर गैस के गुणधर्मों की व्याख्या करने के लिये गैसों के सम्बन्ध में निम्न परिकल्पनाएँ की जाती हैं जो कि एक आदर्श गैस के लिए ही सत्य होती है–

(i) गैस के सभी अणु एक जैसे–दृढ़ (rigid) तथा अति सूक्ष्म होते हैं जिससे इनका आयतन गैस के आयतन (या पात्र जिसमें गैस भरी है उसके आयतन) की तुलना में नगण्य होता है। (गैस के अणुओं का आयतन, गैस के आयतन का 0.014% होता है।)

(ii) गैस के अणु परस्पर तथा पात्र की दीवारों से टकराते रहते हैं। ये टक्करें पूर्णतः प्रत्यास्थ होती है अर्थात् अणुओं की टक्कर में गतिज ऊर्जा संरक्षित रहती है तथा अणुओं की टक्कर में लगा समय उनके स्वतंत्र रूप से विचरण में लगे समय की तुलना में नगण्य होता है।

(iii) किन्हीं दो टक्करों के बीच अणु एक सरल रेखा में नियत चाल से गति करते हैं। **दो टक्करों के बीच अणु द्वारा तय की गयी दूरी को मुक्त पथ (free path) कहते हैं।** अणु द्वारा तय किये गये सभी मुक्त पथों के माध्य को माध्य मुक्त पथ (mean free path) कहते हैं।

(iv) गैस के अणुओं का वेग शून्य व अनन्त (अत्यधिक) के मध्य होता है तथा पात्र के भीतर अणु सभी संभव दिशाओं में सभी संभव वेग से यादृच्छिक गति (random motion) करते हैं। अतः पूरे पात्र में अणुओं का वितरण एक समान रहता है।

(v) अणुओं का द्रव्यमान नगण्य तथा वेग अत्यधिक होने से अणुओं की गति पर गुरुत्वाकर्षण का प्रभाव नहीं पड़ता है।

(vi) अणुओं के मध्य किसी भी प्रकार का आकर्षण या प्रतिकर्षण बल कार्य नहीं करता है अर्थात् आदर्श गैस के लिये अन्तराण्विक बल शून्य होता है।

(vii) गतिशील अणुओं द्वारा पात्र की दीवारों पर टकराने से प्रति सेकण्ड उनके संवेग में परिवर्तन हो जाता है। इस परिवर्तित संवेग को वे पात्र की दीवारों को स्थानान्तरित करते हैं। जिससे गैस द्वारा पात्र की दीवारों पर दाब आरोपित होता है।

(viii) गैस के समस्त भागों में गैस का घनत्व लगभग समान होता है अर्थात् न तो अणु किसी एक स्थान पर एकत्रित होते हैं और न ही किसी स्थान पर इनका अभाव होता है।

14.6 अणुगति सिद्धान्त के आधार पर गैस के भौतिक गुणों की संख्या (Explanation of Physical Properties of Gases on the Basis of Kinetic Theory)

गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अभिगृहीतों के आधार पर गैसों के विभिन्न भौतिक गुणों की व्याख्या निम्न प्रकार की जा सकती है:

(1) गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार गैस के अणु एक दूसरे से अधिक दूरी पर होने के कारण इनके मध्य रिक्त स्थान रहता है। जिससे गैसों को आसानी से संपीड़ित किया जा सकता है। यदि दो गैस पात्रों को परस्पर जोड़ें तो दोनों पात्रों में गैसों का घनत्व एक समान हो जाता है।

(2) गैस के अणुओं के मध्य किसी प्रकार का आकर्षण बल नहीं लगता है और इनकी गतिज ऊर्जा अधिक होने के कारण गैस के अणुओं को जहाँ खाली स्थान मिलता है वहाँ चले जाते हैं। जिससे गैस का न तो कोई निश्चित आकार होता है और न ही निश्चित आयतन होता हैं। जिस पात्र में गैस को लिया जाता है गैस तुरन्त पूरे पात्र में फैल जाती है।

उदाहरण – अमोनिया की बोतल का ढक्कन खोलते ही उसकी गन्ध का पूरे कमरे में फैल जाना।

14.7 आदर्श गैस का दाब (Pressure of an Ideal Gas)

एक आदर्श गैस के दाब की व्याख्या के लिए माना कि एक खोखले घनाकार पात्र में आदर्श गैस की निश्चित मात्रा भरी है। घन की प्रत्येक भुजा की लम्बाई L है तथा दीवारें पूर्णतः प्रत्यास्थ हैं। घन के भीतर गैस के प्रत्येक अणु का द्रव्यमान m तथा अणुओं की कुल संख्या N है। गैस के अणु पात्र के सापेक्ष $C_1, C_2, C_3, \ldots\ldots\ldots, C_N$ वेगों से यादृच्छिक गति कर रहे हैं। चित्रानुसार निर्देशांक अक्षों X, Y तथा Z को घन की भुजाओं के समान्तर लिया गया है। X, Y तथा Z अक्षों के अनुदिश वेगों के घटक क्रमशः u, v तथा w है। अतः C_1 के घटक u_1, v_1, w_1 है, C_2 के घटक u_2, v_2, w_2 है। इसी प्रकार $C_3, C_4, \ldots\ldots\ldots, C_N$ के लिए होगा।

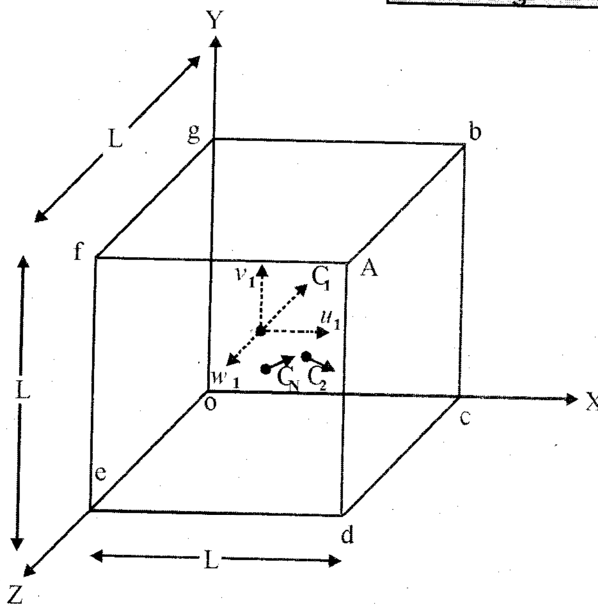
C_1 के लिए– $C_1^2 = u_1^2 + v_1^2 + w_1^2$ ......(1)

C_2 के लिए– $C_2^2 = u_2^2 + v_2^2 + w_2^2$ ......(2)

....

....

C_N के लिए– $C_N^2 = u_N^2 + v_N^2 + w_N^2$ ......(3)



चित्र 14.4

माना कि कोई एक अणु किसी क्षण C_1 वेग से गति कर रहा है। यह अणु X-दिशा में गति करता हुआ वेग के X-घटक u_1 से पात्र की दीवार abcd से टकराता है। टक्कर प्रत्यास्थ होने से अणु की गतिज ऊर्जा अपरिवर्तित रहती है केवल वेग की दिशा विपरीत हो जाती है। अतः दीवार abcd से टकराने पर अणु का वेग घटक u_1 से परिवर्तित होकर $-u_1$ हो जाता है। दीवार से टकराने से पूर्व अणु का X- दिशा में संवेग $= mu_1$

दीवार से टकराने के पश्चात् अणु का X- दिशा में संवेग

$$= -mu_1$$

अतः एक टक्कर में अणु के X- दिशा में संवेग में परिवर्तन

= अन्तिम संवेग – प्रारंभिक संवेग

$$= -mu_1 - (mu_1)$$

$$= -2mu_1$$

संवेग संरक्षण के नियम से अणु व दीवार का कुल संवेग संरक्षित रहता है। अतः एक टक्कर में दीवार abcd को स्थानान्तरित संवेग $\Delta p = 2mu_1$

अब यह अणु दीवार abcd से टकराकर पुनः लौटता है, फिर सामने वाली दीवार oefg से टकराता हैं तथा फिर पुनः लौटकर दीवार abcd से टकराता है। इस प्रकार दीवार abcd से पुनः टकराने के लिए अणु 2L दूरी तय करता है।

अणु को 2L दूरी तय करने में लगा समय

$$\Delta t = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{2L}{u_1} \text{ सेकण्ड}$$

न्यूटन के द्वितीय नियम से–

दीवार abcd पर इस अणु द्वारा आरोपित बल

$$f = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2mu_1}{2L/u_1} = \frac{mu_1^2}{L}$$

गैस के सभी अणुओं द्वारा दीवार abcd पर आरोपित बल

$$F_x = \frac{mu_1^2}{L} + \frac{mu_2^2}{L} + \frac{mu_3^2}{L} + \ldots + \frac{mu_N^2}{L}$$

$$\Rightarrow \quad F_x = \frac{m}{L}(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \ldots + u_N^2)$$

$$F_x = \frac{m}{L}\sum_{i=1}^{N} u_i^2 \quad ......(4)$$

गैस के सभी अणुओं द्वारा दीवार abcd पर आरोपित दाब

$$P_x = \frac{F_x}{A} = \frac{F_x}{L^2} = \frac{m}{L^3}(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + ...+ u_N^2)$$

$$= \frac{m}{L^3}\sum_{i=1}^{N} u_i^2 \quad .....(5)$$

इसी प्रकार अन्य दीवारों abcd तथा adef पर लगने वाले दाब क्रमशः है–

$$P_y = \frac{F_y}{L^2} = \frac{m}{L^3}(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + ...+ v_N^2)$$

$$= \frac{m}{L^3}\sum_{i=1}^{N} v_i^2 \quad ......(6)$$

$$P_z = \frac{F_z}{L^2} = \frac{m}{L^3}(w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + ...+ w_N^2)$$

$$= \frac{m}{L^3}\sum_{i=1}^{N} w_i^2 \quad ......(7)$$

गैस सभी दिशाओं में समान दाब डालती है अतः गैस के द्वारा उत्पन्न माध्य दाब का मान होगा–

$$P = \frac{P_x + P_y + P_z}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\frac{m}{L^3}\Big[(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + ...+ u_N^2) +$$

$$(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + ...+ v_N^2) + (w_1^2 + w_2^3 + w_3^2 + ...+ w_N^2)\Big]$$

$$= \frac{m}{3L^3}\Big[(u_1^2 + v_1^2 + w_1^2) + (u_2^2 + v_2^2 + w_2^2)$$

$$+ (u_3^2 + v_3^2 + w_3^2) + ...+ (u_N^2 + v_N^2 + w_N^2)\Big]$$

$$= \frac{m}{3L^3}[C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 + ...+ C_N^2]$$

$$= \frac{mN\overline{C}^2}{3L^3}$$

यहाँ $\overline{C}^2 = \frac{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 + ...+ C_N^2}{N}$

वर्ग माध्य वेग (Mean square velocity) कहलाता है।

यदि गैस का द्रव्यमान M हो तो

$M = mN$

$$\therefore \quad P = \frac{1}{3}\frac{M\overline{C}^2}{L^3} = \frac{1}{3}\frac{M}{V}\overline{C}^2 = \frac{1}{3}\rho\overline{C}^2 \quad ......(9)$$

यहाँ $V = L^3$ पात्र का आयतन है तथा

$\rho = \frac{M}{V}$ गैस का घनत्व है।

1 मोल के लिए $M = M_A$ (गैस का अणुभार) तथा

$N = N_A$ (आवोगाद्रो संख्या)

अतः 1 मोल गैस का दाब $P = \frac{1}{3}\frac{M_A}{V}\overline{C}^2$

14.8 अणुगति सिद्धान्त से आदर्श गैस के विभिन्न नियमों का प्रतिपादन (Deduction of Various Laws of Ideal Gas by Kinetic Theory)

14.8.1 ताप की गतिक व्याख्या (Kinetic Explanation of Temperature)

$$\because \quad P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}\overline{C}^2$$

$$\therefore \quad PV = \frac{1}{3}M\overline{C}^2 \quad .....(1)$$

आदर्श गैस अवस्था समीकरण से

$$PV = nRT \quad .....(2)$$

∴ समी. (1) व (2) की तुलना करने पर

$$nRT = \frac{1}{3}M\overline{C}^2$$

$$\Rightarrow \quad RT = \frac{1}{3}\frac{M}{n}\overline{C}^2$$

परन्तु $n = \frac{M}{M_A}$

$$\therefore \quad M_A = \frac{M}{n}$$

$$\therefore \quad RT = \frac{1}{3}M_A\overline{C}^2$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{1}{3}\frac{M_A}{R}\overline{C}^2 \quad ....(3)$$

$$\Rightarrow \quad T \propto \overline{C}^2$$

अर्थात् गैस का परम ताप उसके वर्ग माध्य वेग के समानुपाती होता है।

समी. (3) से

$$T = \frac{1}{3}\frac{M_A}{R}\overline{C}^2$$

$$= \frac{2}{3R}\left(\frac{1}{2}M_A\overline{C}^2\right)$$

यदि $\frac{1}{2}M_A\overline{C}^2 = \overline{E}$ (गतिज ऊर्जा प्रति मोल) हो तो

$$T = \frac{2}{3R}\overline{E}$$

या $$T \propto \overline{E} \quad .....(4)$$

अर्थात् गैस का परम ताप उसकी औसत गतिज ऊर्जा के समानुपाती होता है।

14.8.2 बॉयल का नियम (Boyle's Law)

गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार

$$P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}C_{rms}^2$$

$$\Rightarrow \quad PV = \frac{1}{3}mNC_{rms}^2$$

यदि गैस का ताप स्थिर हो तो अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग (C_{rms}) नियत रहेगा। इस स्थिति में उपरोक्त समीकरण से

$$PV = \text{नियतांक} \quad .....(1)$$

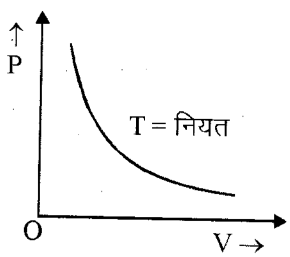
यही बॉयल का नियम है अर्थात् नियत ताप पर किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान का आयतन (या दाब) उसके दाब (या आयतन) के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

$$V \propto \frac{1}{P} \text{ या } P \propto \frac{1}{V} \quad ....(2)$$

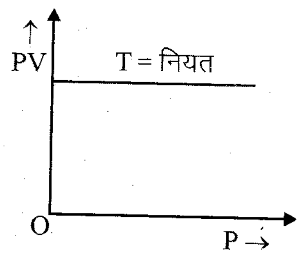
यदि (P_1, V_1) तथा (P_2, V_2) गैस की दो अवस्थाओं में क्रमशः दाब व आयतन हो तो समी. (1) से

$$P_1V_1 = P_2V_2 \quad .....(3)$$

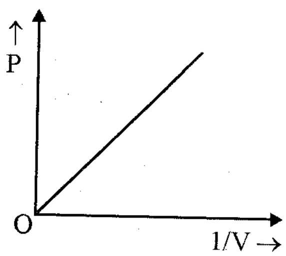
P व V के मध्य वक्र



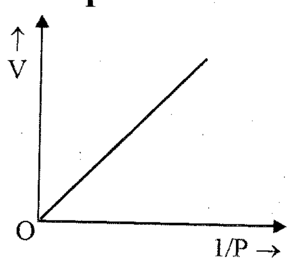
PV व P के मध्य वक्र–



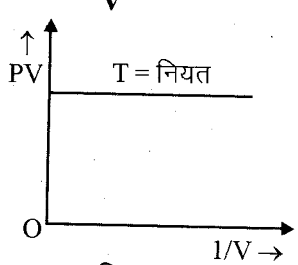
P व $\frac{1}{V}$ के मध्य वक्र



PV व $\frac{1}{P}$ के मध्य वक्र–



P व $\frac{1}{V}$ के मध्य वक्र



चित्र 14.5

14.8.3 चार्ल्स का नियम (Charle's Law)

गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार

$$P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}C_{rms}^2$$

$$\Rightarrow \quad PV = \frac{1}{3}mNC_{rms}^2$$

एक दिये हुये द्रव्यमान की गैस के लिये m व N नियत रहेंगे।

$$\therefore \quad PV \propto C_{rms}^2$$

परन्तु $\quad C_{rms}^2 \propto T$

$\therefore \quad PV \propto T$

यदि दाब P नियत हो, तब एक निश्चित द्रव्यमान की गैस के लिये

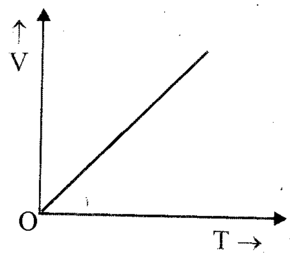
$$V \propto T \quad ....(4)$$

यही चार्ल्स का नियम है अर्थात् नियत दाब पर किसी निश्चित द्रव्यमान की गैस का आयतन उसके परम ताप के समानुपाती होता है।

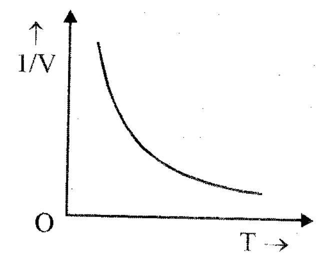
यदि (V_1, T_1) तथा (V_2, T_2) गैस की दो अवस्थाओं में क्रमशः आयतन व ताप हो तो समी. (4) से

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad ....(5)$$

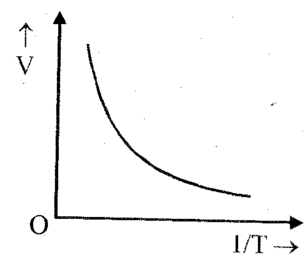
V व T के मध्य वक्र



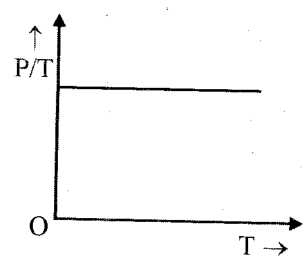
$\frac{1}{V}$ व T के मध्य वक्र



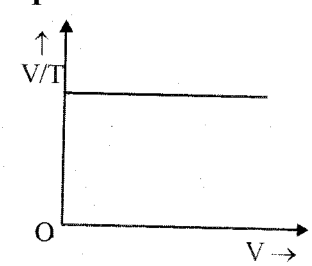
V व $\frac{1}{T}$ के मध्य वक्र



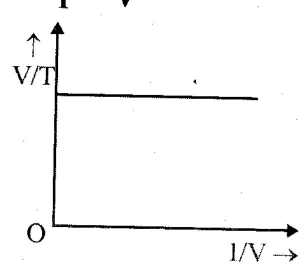
$\frac{V}{T}$ व T के मध्य वक्र



$\frac{V}{T}$ व V के मध्य वक्र



$\frac{V}{T}$ व $\frac{1}{V}$ के मध्य वक्र



चित्र 14.6

आदर्श गैस समीकरण से

$$PV = RT$$

$$\Rightarrow \quad V = \frac{RT}{P}$$

माना नियत दाब P होने पर ताप $T + \Delta T$ हो जाने पर आयतन $V + \Delta V$ हो जाता है।

$$\therefore \quad V + \Delta V = \frac{R(T + \Delta T)}{P}$$

$$\therefore \quad \Delta V = \frac{R\Delta T}{P}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$$

यदि $\Delta T = 1$ तथा $T = 273$ K (0°C) हो तो

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{273}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = \frac{V}{273}$$

अर्थात् चार्ल्स के नियमानुसार नियत दाब पर किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान का आयतन 1°C ताप वृद्धि करने पर अपने 0°C ताप पर आयतन का $\frac{1}{273}$ वाँ भाग बढ़ जाता है।

14.8.4 आदर्श गैस का अवस्था समीकरण (Equation of State of an Ideal Gas)

आदर्श गैस के दाब P, आयतन V तथा परम ताप T के मध्य सम्बन्ध को आदर्श गैस का अवस्था समीकरण कहते हैं।

$\because$ वर्ग माध्य मूल (root mean square : rms) वेग

$$C_{rms} = \sqrt{\overline{C^2}}$$

$$\therefore \quad P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}\overline{C^2} = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}\overline{C^2}$$

$$\therefore \quad P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}C_{rms}^2$$

$$\Rightarrow \quad PV = \frac{1}{3}mNC_{rms}^2 \qquad \text{.... (1)}$$

$$\because \quad C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M_A}}$$

$$\Rightarrow \quad C_{rms}^2 = \frac{3RT}{M_A}$$

$\therefore$ समी. (1) से

$$PV = \frac{1}{3}mN.\frac{3RT}{M_A}$$

$$PV = \frac{mNRT}{mN_A} = \frac{N}{N_A}RT \qquad (\because M_A = mN_A)$$

$$\left(\because n = \frac{N}{N_A}\right)$$

$$\Rightarrow \quad PV = nRT \qquad \text{..... (2)}$$

समीकरण (2) आदर्श गैस का अवस्था समी. कहलाता है।

यहाँ R सार्वत्रिक गैस नियतांक है।

$$R = \frac{PV}{nT} = \frac{\text{दाब} \times \text{आयतन}}{\text{मोलों की संख्या} \times \text{ताप}}$$

$$= \frac{\text{कार्य}}{\text{मोलों की संख्या} \times \text{ताप}}$$

अतः सार्वत्रिक गैस नियतांक, गैस द्वारा (या गैस पर) प्रति मोल प्रति केल्विन ताप पर किये गये कार्य के तुल्य होता है।

विमीय सूत्र : $[ML^2T^{-2}\theta^{-1}]$

S.T.P. पर मान :

$$\frac{8.31 \text{ जूल}}{\text{मोल} \times \text{केल्विन}} = \frac{1.98 \text{ कैलोरी}}{\text{मोल} \times \text{केल्विन}}$$

$$= \frac{0.8221 \text{ लीटर} \times \text{वायु-दाब}}{\text{मोल} \times \text{केल्विन}}$$

यदि गैस का 1 मोल है तो

$$PV = RT \qquad \text{...... (3)}$$

14.8.5 दाब का नियम या गेलूसॉक का नियम (Pressure Law or Gay-Lussac's Law)

गैस के दाब व ताप की अणुगति सिद्धान्त पर आधारित व्याख्या के अनुसार

$$PV \propto C^2_{rms}$$

तथा $\quad C^2_{rms} \propto T$

अतः $\quad PV \propto T$

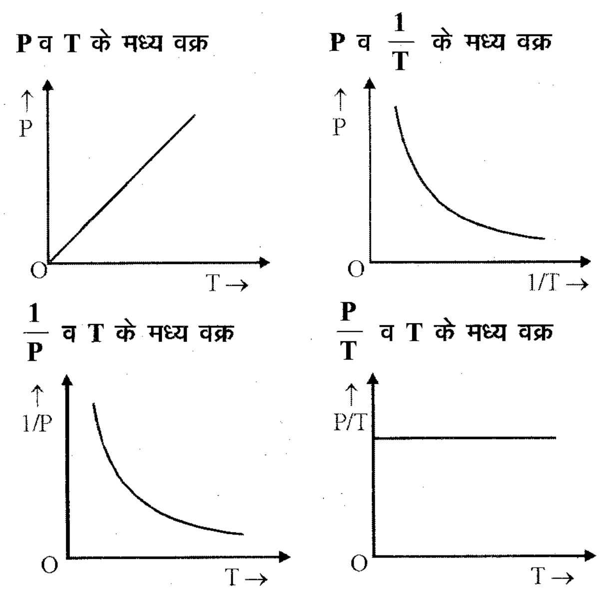
यदि गैस का आयतन V नियत हो तब एक निश्चित द्रव्यमान की गैस के लिए

$$P \propto T \qquad \text{.... (6)}$$

यही गेलूसॉक का नियम है अर्थात् नियत आयतन पर किसी निश्चित द्रव्यमान की गैस का दाब उसके परम ताप के समानुपाती होता है।

यदि (P_1, T_1) व (P_2, T_2) गैस की दो अवस्थाओं के क्रमशः दाब व ताप हैं तो समी. (6) से

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \qquad \text{..... (7)}$$



चित्र 14.7

गेलूसॉक के नियमानुसार नियत आयतन पर किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान का दाब 1°C ताप बढ़ाने पर उसके 0°C के दाब का $\frac{1}{273}$ वाँ भाग बढ़ जाता है।

14.8.6 आवोगाद्रो का नियम (Avogadro's Law)

समान आयतन V, समान दाब P तथा समान ताप T वाली दो गैसों पर विचार करते हैं। माना कि प्रथम गैस के अणु का द्रव्यमान m_1 तथा अणुओं की संख्या N_1 है जबकि दूसरी गैस के अणु का द्रव्यमान m_2 तथा अणुओं की संख्या N_2 है।

गैसों के गत्यात्मक सिद्धान्त के अनुसार

प्रथम गैस के लिये $PV = \frac{1}{2}m_1N_1\overline{C}_1^2$ ....(19)

तथा दूसरी गैस के लिये

$$PV = \frac{1}{2}m_2N_2\overline{C}_2^2 \qquad .....(20)$$

समी. (19) व (20) की तुलना करने पर

$$\frac{1}{2}m_1N_1\overline{C}_1^2 = \frac{1}{2}m_2N_2\overline{C}_2^2$$

परन्तु $$C^2_{rms} = \overline{C}^2 = \frac{3KT}{m}$$

$$\therefore \quad \overline{C}_1^2 = \frac{3KT}{m_1}$$

तथा $$\overline{C}_2^2 = \frac{3KT}{m_2}$$

(∵ यहाँ दोनों गैसों का ताप समान है।)

∴ समी. (21) से

$$\frac{1}{3}m_1N_1.\frac{3KT}{m_1} = \frac{1}{3}m_2N_2.\frac{3KT}{m_2}$$

$$\Rightarrow \quad N_1 = N_2$$

यही आवोगाद्रो का नियम है अर्थात् समान ताप व दाब पर विभिन्न गैसों के समान आयतन में उनके अणुओं की संख्या समान होती है।

14.8.7 ग्राहम का विसरण का नियम (Grahm's Law of Diffusion)

गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार

$$P = \frac{1}{3}\rho C^2_{rms}$$

माना कि दो गैसें समान दाब पर हैं

∴ प्रथम गैस के लिए

$$P = \frac{1}{3}\rho_1 C^2_{1rms} \qquad ....(8)$$

∴ दूसरी गैस के लिए

$$P = \frac{1}{3}\rho_2 C^2_{2rms} \qquad ...(9)$$

∴ समी. (8) व (9) से

$$\frac{1}{3}\rho_1 C^2_{1rms} = \frac{1}{3}\rho_2 C^2_{2rms}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{C^2_{1rms}}{C^2_{2rms}} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{C_{1rms}}{C_{2rms}} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

अर्थात् $$C_{rms} \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}} \qquad .....(10)$$

विसरण की दर गैस के अणुओं के वर्ग माध्य मूल वेग के समानुपाती होती है अतः

विसरण की दर $(\dot{D}) \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$ ...(11)

यही ग्राहम का विसरण का नियम है।

अर्थात् नियत ताप व दाब पर दो गैसों की विसरण की गतियाँ (वर्ग माध्य मूल वेग) उनके घनत्व के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

जिस गैस के लिए घनत्व (ρ) कम होगा (हल्की गैस) उस गैस के अणुओं के वर्ग माध्य मूल वेग (C_{rms}) का मान अधिक होगा।

14.8.8 डाल्टन का आंशिक दाब का नियम (Dalton's Law of Partial Pressure)

माना कि V आयतन के किसी पात्र में दो गैसों का मिश्रण है। गैस A के अणुओं की संख्या N_1 व अणु द्रव्यमान m_1 तथा गैस B के अणुओं की संख्या N_2 व अणु का द्रव्यमान m_2 है। A व B गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग क्रमशः C_{1rms} व C_{2rms} है तो गैसों के गत्यात्मक सिद्धान्त के अनुसार

गैस A के लिए $P_1 = \frac{1}{3}\frac{m_1N_1}{V}C^2_{1rms}$ .....(12)

गैस B के लिए $P_2 = \frac{1}{3}\frac{m_2N_2}{V}C^2_{2rms}$ .....(13)

मिश्रित गैसों A व B के लिए–

$$P_1 + P_2 = \frac{1}{3}\frac{m_1N_1}{V}C^2_{1rms} + \frac{1}{3}\frac{m_2N_2}{V}C^2_{2rms}$$

$$P_1 + P_2 = \frac{1}{3V}(m_1N_1C^2_{1rms} + m_2N_2C^2_{2rms}) \qquad ....(14)$$

मिश्रित गैस के लिए नियत ताप पर दोनों गैसों का ताप समान है अतः प्रति अणु माध्य गतिज ऊर्जायें समान होंगी

अर्थात् $$\frac{1}{2}m_1\overline{C}_1^2 = \frac{1}{2}m_2\overline{C}_2^2$$

समी. (14) से

$$P_1 + P_2 = \frac{1}{3V}(N_1 + N_2)m\overline{C}^2 \qquad ....(15)$$

परन्तु $(N_1 + N_2)$ मिश्रण में कुल अणुओं की संख्या है। गैस के मिश्रण के द्वारा उत्पन्न कुल दाब P होगा–

$$P = \frac{1}{3V}(N_1 + N_2)m\overline{C}^2 \qquad ....(16)$$

समी. (15) व (16) की तुलना से

$$P = P_1 + P_2 \qquad ......(17)$$

यही डॉल्टन का आंशिक दाब का नियम है अर्थात् किसी पात्र में भरी अक्रियाशील गैसों के मिश्रण का कुल दाब प्रत्येक गैस के अलग–अलग आंशिक दाबों के योग के बराबर होता है।

दो से अधिक गैसों के मिश्रण के लिये

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + ... \quad ......(18)$$

उदा.1. साधारण वायुदाबमापी में पारे के ऊपर कुछ वायु के होने के कारण उसका पाठ्यांक 73 सेमी. है जबकि शुद्ध दाबमापी का पाठ्यांक 76 सेमी. है। यदि अशुद्ध दाबमापी की नली को पारे में इतना प्रवेश करा दिया जाये कि उसमें वायु का आयतन पहले का आधा रह जाये तो अशुद्ध दाबमापी का पाठ्यांक कितना रह जायेगा ?

हल–यदि प्रारंभ में पारे के ऊपर की वायु का दाब P_1 व आयतन V_1 हो तथा पारे में प्रवेश कराने पर पारे के ऊपर की वायु का दाब P_2 तथा आयतन V_2 हो तो बॉयल के नियम से

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

माना कि पारे में प्रवेश कराने पर अशुद्ध दाबमापी का पाठ्यांक H सेमी. रह जाता है।

तब $P_1 = 76 - 73 = 3$ सेमी.

$P_2 = (76 - H)$ सेमी.

$$V_1 = V, \quad V_2 = \frac{V}{2}$$

$$\therefore \quad 3 \times V = (76 - H)\frac{V}{2}$$

$$76 - H = 6$$

$$H = 70 \text{ सेमी.}$$

अतः अशुद्ध दाबमापी का पाठ्यांक 70 सेमी. रह जायेगा।

उदा.2. किसी गैस का ताप 37 °C तथा दाब 730 mm पर आयतन 200 ml है तब इसका STP पर आयतन ज्ञात करो। **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.1)**

हल : दिया गया है–

$$P_1 = 730 \text{ mm} = \frac{730}{760} \text{ वायुमण्डलीय दाब}$$

$$T_1 = 37\,^\circ C = 37 + 273 = 310 K$$

$$V_1 = 200 \text{ ml} = 0.2 \text{ लीटर}$$

STP पर दाब

$P_2 = 1$ वायुमण्डलीय दाब तथा

ताप $T_2 = 0\,^\circ C = (0 + 273)K = 273 K$

आदर्श गैस समीकरण से

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} \times \frac{T_2}{T_1}$$

$$V_2 = \frac{730 \times 0.2 \times 273}{760 \times 1 \times 310}$$

या $V_2 = 0.1693$ लीटर $= 169.3$ मिली लीटर

उदा.3. जल का घनत्व 1000 kg m^{-3} है। 100°C और 1 atm दाब पर जलवाष्प का घनत्व 0.6 kg m^{-3} है। एक अणु के आयतन को कुल अणुओं की संख्या से गुणा करने पर हमें आण्विक आयतन प्राप्त होता है। ताप और दाब की उपरोक्त अवस्था में जलवाष्प के कुल आयतन और इसके आण्विक आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल– दिया है–

जल का घनत्व 1000 किग्रा./मी.^{3}, जल वाष्प का घनत्व = 0.6 किग्रा./मी.^{3}

$$\because \quad \text{घनत्व} \propto \frac{1}{\text{आयतन}}$$

अतः जल के दिए गए द्रव्यमान के लिए

$$\frac{\text{जलवाष्प का आयतन}}{\text{जल का आयतन V}} = \frac{\text{जल का घनत्व}}{\text{जलवाष्प का घनत्व}}$$

$$\Rightarrow \quad \text{जलवाष्प का आयतन} = \frac{1000}{0.6}V$$

$$= \frac{1}{6} \times 10^4 \times \text{जल का आयतन } V = 1.67 \times 10^3 \times V$$

पुनः चूंकि अणुओं का आण्विक आयतन = अणुओं की संख्या × अणु का आयतन

अतः वाष्प अवस्था में आण्विक आयतन एवं जल (द्रव) अवस्था में आण्विक आयतन समान होगा।

$$\text{अतः} \quad \frac{\text{जलवाष्प का आयतन}}{\text{आण्विक आयतन}} = \frac{1}{6} \times 10^4$$

(यहां माना गया है कि जल का घनत्व एवं आण्विक घनत्व समान है)

उदा.4. किसी गैस का दाब $1.4 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$ तथा ताप 227 °C पर आयतन $2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ है। तब गैस के अणुओं की संख्या ज्ञात करो यदि वोल्टजमान नियतांक $(K) = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ है। **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.2)**

हल : मानाकि गैस में अणुओं की संख्या N है तब आदर्श गैस समीकरण से $PV = NKT$ से

$$N = \frac{PV}{KT} \quad ....(1)$$

दिया गया हैं $P = 1.4 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$

$T = 227\,^\circ C = 227 + 273 = 500 K$

$V = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3, K_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$

$\therefore$ समी. (1) से

$$N = \frac{1.4 \times 10^7 \times 2 \times 10^{-3}}{1.38 \times 10^{-23} \times 500}$$

या $N = 4.06 \times 10^{24}$

उदा.5. किसी गैस का ताप 127°C है। इस गैस का नियत दाब पर आयतन बढ़ाकर 1.5 गुना कर दिया जाता है। गैस का ताप कितना होगा ?

हल–दिया गया है– $V_1 = V, V_2 = 1.5 V$

$T_1 = 127°C$

$= 127 + 273$

$= 400 K$

$T_2 = ?$

चार्ल्स के नियम से

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = T_1\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = 400\left(\frac{1.5V}{V}\right)$$

$$T_2 = 600\,K$$
$$T_2 = 600 - 273$$
$$= 327°C$$

उदा.6. हवा के एक बुलबुलें का आयतन झील के तल से सतह तक आने पर 10 गुना हो जाता हैं । यदि दाबमापी में पारे की ऊँचाई 70 cm हो तो झील की गहराई की गणना कीजिये। यहाँ पारे का घनत्व 13.6×10^3 kg m⁻³ व जल का घनत्व 1.02×10^3 kg m⁻³ है। **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.3)**

हल : झील की सतह पर दाब = $P_1 = h_1d_1g$

झील के तल पर दाब

$$P_2 = P_1 + h_2d_2g$$

बॉयल के नियम से

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$P_1 \times 10V = (P_1 + h_2d_2g)V$$

$$\Rightarrow \quad h_2d_2g = 9P_1$$

$$\Rightarrow \quad h_2d_2g = 9 \times h_1d_1g$$

$$\Rightarrow \quad h_2 = \frac{9h_1d_1}{d_2} = \frac{9\times0.70\times13.6\times10^3}{1.02\times10^3}$$

h_2 = 84 मीटर

उदा.7. –173°C ताप पर किसी गैस का दाब 1 वायुमण्डलीय दाब है। गैस का आयतन स्थिर रखते हुए उसे किस ताप तक गर्म किया जाये कि उसका दाब 2 वायुमण्डलीय दाब हो जाये ?

हल–दिया गया है–

P_1 = 1 वायु . दाब
P_2 = 2 वायु . दाब
$T_1 = -173°C$
$= -173 + 273$
$= 100\,K$
$T_2 = ?$

गेलूसॉक के नियम से

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$= 100\left(\frac{2}{1}\right) = 200\,K$$

$$= 200 - 273 = -73°C$$

उदा.8. किसी गैस का 27 °C ताप पर आयतन 6 L व दाब 100 N m⁻² है तब (1) गैस को नियत ताप पर 150 N m⁻² दाब पर संपीडित करने पर आयतन में परिवर्तन की गणना करो तथा (2) अब गैस को नियत आयतन पर गर्म करने पर ताप 227°C हो जाता है तो नये दाब की गणना करो। **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.4)**

हल– (1) दिया गया है– $P_1 = 100\ N\,m^{-2}$; $V_1 = 6\,L$

$P_2 = 150\ N\,m^{-2}$ $V_2 = ?$

प्रश्नानुसार ताप नियत है अतः बॉयल के नियम से

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = \frac{100\times6}{150} = 4 \text{ लीटर}$$

आयतन में परिवर्तन = 6 – 4 = 2 लीटर

(2) दिया गया है– $T_1 = 27\,°C = 27+273 = 300\,K$

$T_2 = 227\,°C = 227 + 273 = 500\,K$

$P_1 = 150\ Nm^{-2}$; $P_2 = ?$

प्रश्नानुसार आयतन नियत है अतः गेलूसाक के नियम से

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = \frac{T_2}{T_1}\times P_1$$

$$P_2 = \frac{500}{300}\times150$$

$$P_2 = 250\,Nm^{-2}$$

उदा.9. एक बर्तन में दो अक्रिय गैसें : निऑन (एकपरमाणुक) और ऑक्सीजन (द्विपरमाणुक) भरी हैं। इनके आंशिक दाबों का अनुपात 3 : 2 है। आंकलन कीजिए, (i) उनके अणुओं की संख्या का अनुपात, (ii) बर्तन में निऑन एवं ऑक्सीजन के द्रव्यमान घनत्वों का अनुपात। Ne का परमाणु द्रव्यमान 20.2 u एवं ऑक्सीजन का अणु द्रव्यमान = 32.0 u।

हल– दिया है–

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{3}{2},\ M_{Ne} = M_1 = 20.2 \text{ इकाई}$$

$$M_{O_2} = M_2 = 32 \text{ इकाई}$$

∵ दोनों गैसें मिश्रित अवस्था में हैं अतः इनके ताप व आयतन समान होंगे।

अतः $\quad P_1V = n_1RT$

तथा $\quad P_2V = n_2RT$

जहां n_1 व n_2 क्रमशः निऑन एवं ऑक्सीजन के मोलों की संख्याएँ हैं–

$$\Rightarrow \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{3}{2} \text{ (दिया है)}$$

(i) अणु संख्या का अनुपात–

$\because n = \frac{N}{N_A}$ {N_A = आवोगाद्रो संख्या, N = गैस के अणुओं की संख्या}

$$\Rightarrow \quad \frac{n_1}{n_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{3}{2}$$

(ii) द्रव्यमान घनत्वों का अनुपात–यदि निऑन व ऑक्सीजन गैसों के द्रव्यमान क्रमशः m_1 व m_2 हैं, तब

$$n_1 = \frac{m_1}{M_1}$$

$$n_2 = \frac{m_2}{M_2}$$

$\Rightarrow \qquad \rho_1 = \frac{m_1}{V} = \frac{n_1 M_1}{V}$

तथा $\qquad \rho_2 = \frac{m_2}{V} = \frac{n_2 M_2}{V}$

या $\qquad \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1 M_1}{n_2 M_2} = \frac{3}{2} \times \frac{20.2}{32} = 0.947$

उदा.10. किसी बंद पात्र का आयतन यदि $8.31 \times 10^{-2}\ m^3$ है तथा पात्र में 37°C ताप और $2 \times 10^5\ N\ m^{-2}$ दाब पर हाइड्रोजन व हीलियम गैसो का मिश्रण भरा है तथा मिश्रण का द्रव्यमान 20 g है तो मिश्रण में हाइड्रोजन व हीलियम गैसो के द्रव्यमान की गणना कीजिए।

(R= 8.31 J mol⁻¹ K⁻¹) **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.11)**

हल दिया गया है- $V = 8.31 \times 10^{-2}$ मी³

$T = 37°C = 37 + 273 = 310K,$

$P = 2 \times 10^5\ N/m^2,$

मिश्रण का द्रव्यमान $m = 20\ g = 20 \times 10^{-3}\ kg$

माना कि हाइड्रोजन व हीलियम का द्रव्यमान क्रमशः m_H तथा m_{He} है। यदि उपरोक्त द्रव्यमान किग्रा. में लिये जाये तब

हाइड्रोजन में मोल संख्या $= \frac{m_H}{2 \times 10^{-3}}$

हीलियम में मोल संख्या $= \frac{m_{He}}{4 \times 10^{-3}}$

मिश्रण में कुल मोल संख्या $n = \frac{m_H}{2 \times 10^{-3}} + \frac{m_{He}}{4 \times 10^{-3}}$

आदर्श गैस समीकरण से-

$PV = nRT$

$$2 \times 10^5 \times 8.31 \times 10^{-2} = \left(\frac{m_H}{2 \times 10^{-3}} + \frac{m_{He}}{4 \times 10^{-3}}\right) \times 8.31 \times 310$$

$$\Rightarrow \quad 2 \times 10^3 = \left(\frac{2m_H + m_{He}}{4 \times 10^{-3}}\right) \times 310$$

$$\Rightarrow \quad 2m_H + m_{He} = \frac{8}{310} = 25.8 \times 10^{-3}$$

$\Rightarrow \quad 2m_H + m_{He} = 25.8 \times 10^{-3} \qquad ...(1)$

$\Rightarrow$ प्रश्नानुसार, $m_H + m_{He} = 20 \times 10^{-3} \qquad ...(2)$

समी. (1) में से समी. (2) को घटाने पर

$m_H = 5.8 \times 10^{-3}$ किग्रा

पुनः समीकरण (2) से

$m_{He} = 20 \times 10^{-3} - 5.8 \times 10^{-3}$

$m_{He} = 14.2 \times 10^{-3}$ किग्रा।

14.9 आदर्श गैस की गतिज ऊर्जा एवं ताप (Kinetic Energy and Temperature of Ideal Gas)

(1) गैस के प्रति अणु माध्य गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} m\overline{C}^2 \qquad .....(1)$

(2) यदि गैस में अणुओं की संख्या N है तो गैस के सभी अणुओं की माध्य गतिज ऊर्जा

$$= \frac{1}{2} m\overline{C}^2 \times N = \frac{1}{2} mN\overline{C}^2 = \frac{1}{2} M\overline{C}^2 \quad .... (2)$$

(3) गैस के एकांक आयतन की माध्य गतिज ऊर्जा

$$= \frac{1}{2}\frac{mN}{V}\overline{C}^2 = \frac{1}{2}\rho\overline{C}^2 \quad ..... (3)$$

(4) यदि गैस का द्रव्यमान M तथा अणु भार (Molecular weight) M_A हो तो मोल संख्या

$$n = \frac{M}{M_A} = \frac{mN}{mN_A}$$

यहाँ m गैस के एक अणु का द्रव्यमान, N अणुओं की संख्या तथा N_A आवोगाद्रो संख्या (Avogadro's number) है।

गैस के 1 ग्राम-अणु में अणुओं की संख्या $N_A = 6.023 \times 10^{23}$ होती है। इस संख्या को ही आवोगाद्रो संख्या कहते हैं।

एक मोल गैस के लिए $M = M_A$

अतः एक मोल गैस की माध्य गतिज ऊर्जा

$$= \frac{1}{2} M_A \overline{C}^2 \quad .... (4)$$

(5) दाब व गैस के अणुओं की माध्य गतिज ऊर्जा में सम्बन्ध

$$P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}\overline{C}^2$$

$$\Rightarrow \quad PV = \frac{1}{3} M\overline{C}^2 = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2} M\overline{C}^2\right)$$

$$\Rightarrow \quad PV = \frac{2}{3}\overline{E} \quad .... (5)$$

यहाँ $\overline{E} = \frac{1}{2} M\overline{C}^2$ गैस की माध्य गतिज ऊर्जा है।

समीकरण (5) से $P = \frac{2}{3}\frac{\overline{E}}{V}$

अतः एकांक आयतन वाली गैस की औसत गतिज ऊर्जा का $\frac{2}{3}$ भाग कुल दाब के बराबर होता है।

माध्य गतिज ऊर्जा का मान निम्न स्थितियों के लिए ज्ञात किया जा सकता है–

(i) औसत ऊर्जा (Average energy)–प्रति मोल गैस की माध्य गतिज ऊर्जा के मान को गैस की औसत ऊर्जा या माध्य ऊर्जा कहते हैं।

प्रति मोल माध्य गतिज ऊर्जा

$$\frac{\overline{E}}{n} = \frac{3}{2}\frac{PV}{n} \qquad \text{समी. (5) से}$$

∵ आदर्श गैस समीकरण

$$PV = nRT$$

$$\therefore \quad RT = \frac{PV}{n}$$

∴ प्रति मोल माध्य गतिज ऊर्जा $= \frac{3}{2}RT$ .... (6)

यहाँ R गैस नियतांक है जिसका मान 8.31 जूल/मोल–केल्विन होता है।

(ii) प्रति ग्राम अथवा प्रति किलोग्राम माध्य गतिज ऊर्जा–

$$\because \quad \frac{\bar{E}}{n} = \frac{1}{2}\frac{M\bar{C}^2}{n} = \frac{3}{2}RT$$

$$\because \quad n = \frac{M}{M_A}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\frac{M\bar{C}^2}{n} = \frac{1}{2}\frac{M.M_A}{M}\bar{C}^2 = \frac{3}{2}RT$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}M_A\bar{C}^2 = \frac{3}{2}RT$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\bar{C}^2 = \frac{3}{2}\frac{RT}{M_A}$$

अतः प्रति ग्राम अथवा प्रति किलोग्राम माध्य गतिज ऊर्जा

$$= \frac{3}{2}\frac{RT}{M_A} \quad .... (7)$$

यहाँ M_A गैस का अणुभार है।

(iii) प्रति अणु माध्य गतिज ऊर्जा–प्रति ग्राम अथवा प्रति किलोग्राम माध्य गतिज ऊर्जा

$$\frac{1}{2}\bar{C}^2 = \frac{3}{2}\frac{RT}{M_A}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\bar{C}^2 = \frac{3}{2}\frac{RT}{mN_A}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\bar{C}^2 = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m\bar{C}^2 = \frac{3}{2}KT$$

यहाँ $K = \frac{R}{N_A}$ वोल्ट्जमान नियतांक (Boltazmann constant) कहलाता है जिसका मान $\frac{8.31}{6.023 \times 10^{23}} = 1.38 \times 10^{-23}$ जूल/केल्विन तथा विमीय सूत्र $[ML^2T^{-2}\theta^{-1}]$ होता है।

अतः प्रति अणु माध्य गतिज ऊर्जा $= \frac{3}{2}KT$

अर्थात् एक ही ताप पर भिन्न–भिन्न गैसों के लिए प्रति अणु औसत गतिज ऊर्जा समान होती है तथा यह गैस के परमताप के समानुपाती होती है।

इस प्रकार प्रति अणु माध्य गतिज ऊर्जा ताप का ही मापक है तथा परमशून्य ताप पर प्रति अणु माध्य गतिज ऊर्जा शून्य होती है। $T \to 0$ होने पर प्रति अणु माध्य गतिज ऊर्जा $\to 0$ तथा $\bar{C} \to 0$

उदा.11. किस ताप पर ऑक्सीजन के अणुओं का औसत वेग पृथ्वी से पलायन कर जाने के लिए पर्याप्त हो जायेगा ? पृथ्वी से पलायन वेग 11.0 किमी./से. तथा ऑक्सीजन के एक अणु का द्रव्यमान 2.76×10^{-26} किग्रा. है (वोल्ट्जमान नियतांक $K = 1.38 \times 10^{-23}$ जूल/K)

हल–यदि पृथ्वी से पलायन वेग v_e तथा ऑक्सीजन के एक अणु का द्रव्यमान m हो तो अणु के लिए आवश्यक गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv_e^2$

प्रति अणु औसत गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}m\bar{C}^2 = \frac{3}{2}KT$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{3}{2}KT$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{mv_e^2}{3K}$$

दिया गया है–

$m = 2.76 \times 10^{-26}$ किग्रा.

$v_e = 11 \times 10^3$ मी./से.

$$\therefore \quad T = \frac{2.76 \times 10^{-26} \times (11 \times 10^3)^2}{3 \times 1.38 \times 10^{-23}}$$

$$= 8.07 \times 10^4 K$$

उदा.12. 37 °C ताप पर किसी गैस के एक अणु की माध्य गतिज ऊर्जा की गणना कीजिए।

($K = 1.38 \times 10^{-23}$ J K^{-1}) **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.9)**

हल : दिया गया है– $T = 37\,°C = 37 + 273 = 310 K$

$K = 1.38 \times 10^{-23}$ J K^{-1}

एक अणु की माध्य गतिज ऊर्जा $(\bar{E})$

$$\bar{E} = \frac{3}{2}KT$$

$$\bar{E} = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 310$$

$\bar{E} = 6.42 \times 10^{21}$ जूल

उदा.13. 0°C ताप पर हाइड्रोजन के ग्राम अणु की गतिज ऊर्जा की गणना करो। (R = 8.3 जूल/ग्राम-अणु डिग्री)

हल–दिया गया है–

$$T = 0 + 273 = 273 K$$

प्रति ग्राम अणु गतिज ऊर्जा

$$= \frac{3}{2}RT$$

$$= \frac{3}{2} \times 8.3 \times 273$$

$= 3.4 \times 10^3$ जूल

उदा.14. किस ताप पर हाइड्रोजन व आक्सीजन के वर्ग माध्य मूल चाल उसके अणुओं की पृथ्वी की सतह से पलायन वेग के बराबर हो जायेगा? **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.10)**

हल- प्रश्नानुसार वर्ग माध्य मूल वेग = पलायन वेग

$$\Rightarrow \quad C_{rms} = v_e$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{\frac{3KT}{m}} = \sqrt{2gR}$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{2mgR}{3K} \qquad \text{यहाँ} \quad m = \frac{M}{N_A} = \frac{\text{अणुभार}}{\text{आवोगाद्रो संख्या}}$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{2MgR}{3N_AK}$$

हाइड्रोजन के लिए $T_H = \frac{2\times2\times9.8\times6.4\times10^6}{3\times6\times10^{26}\times1.38\times10^{-23}}$

$T_H = 1.0099\times10^4$ केल्विन

ऑक्सीजन के लिए $T_o = \frac{2\times32\times9.8\times6.4\times10^6}{3\times6\times10^{26}\times1.38\times10^{-23}}$

$T_o = 16.1597\times10^4$ केल्विन

उदा.15. सामान्य ताप व दाब पर एक परमाणुक आदर्श गैस के प्रत्येक अणु की गतिज ऊर्जा की गणना कीजिए। **($K=1.38\times10^{-23}$ J K^{-1}) ।** **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.12)**

हल : दिया गया है $T=273.15$ K, $K=1.38\times10^{-23}$ J K^{-1}

एक परमाणुक आदर्श गैस के प्रत्येक अणु की गतिज ऊर्जा

$$E = \frac{3}{2}kT$$

$$E = \frac{3}{2}\times1.38\times10^{-23}\times273.15$$

$E = 5.65\times10^{-21}$ जूल

14.10 वास्तविक गैस के लिए अवस्था समीकरण: वान्डरवाल समीकरण (Equation of State for real gas: Vander waal's equation)

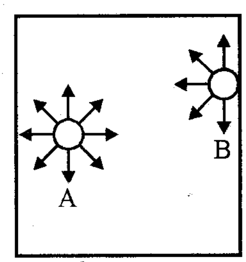
आदर्श गैस एक कल्पना मात्र है। इसे वास्तव में कभी प्राप्त नहीं किया जा सकता है। सभी प्राकृतिक अथवा कृत्रिम गैसें वास्तविक गैसें होती है। वास्तविक गैसों के व्यवहार की व्याख्या करने के लिए वान्डरवाल ने आदर्श गैस मॉडल में निम्न दो संशोधन किए-

(i) अणुओं का अशून्य आकार : आयतन संशोधन (Finite Size of molecules : Volume Correction)

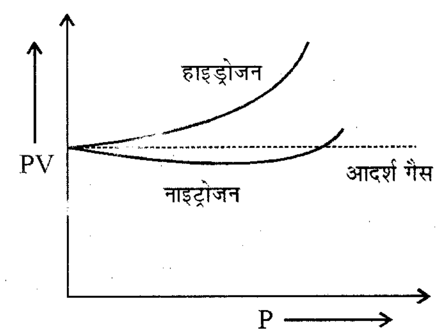
आदर्श गैस के लिए अणुओं का आकार नगण्य माना जाता है जिससे अणुओं द्वारा घेरा गया आयतन गैस के कुल आयतन की तुलना में नगण्य होता है। परन्तु वास्तव में अणुओं का आकर नगण्य नहीं होता है। एक वास्तविक गैस के लिए अणु का व्यास 10^{-10} मीटर की कोटि का तथा दो अणुओं के बीच की औसत दूरी 10^{-9} मीटर की कोटि की होती है। अतः वास्तविक गैस के अणुओं का आयतन गैस के आयतन की तुलना में नगण्य नहीं है। उच्च दाब व निम्न ताप पर गैस का आयतन बहुत कम हो जाता है। अतः अणुओं का स्वयं का आयतन गैस के आयतन की तुलना में नगण्य नहीं होता है। इस कारण से वास्तविक गैस का आदर्श गैस समीकरण से विचलन अधिक हो जाता है। यदि किसी गैस का आयतन V तथा 1 ग्राम मोल गैस के अणुओं का आयतन b है तो गैस का प्रभावी आयतन $(V-b)$ होगा। इस प्रकार आदर्श गैस समीकरण में V के स्थान पर $(V-b)$ रखना होगा।

(ii) अन्तराण्विक अन्योन्य क्रिया : दाब संशोधन (Intermolecular Interaction : Pressure correction)

आदर्श गैस के लिए अणुओं के बीच परस्पर आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल को नगण्य माना जाता है। परन्तु वास्तविक गैस के लिए यह मान्यता सही नहीं है। वास्तविक गैस का प्रत्येक अणु दूसरे अणुओं पर एक बल आरोपित करता है जिसे अन्तराण्विक बल कहते है। साधारण दाब पर गैस के अणु बहुत दूर-दूर होते है जिससे उनके बीच अन्तराण्विक बल नगण्य होता है। उच्च ताप पर अणुओं की गतिज ऊर्जा अधिक होती है। जिससे अन्तराण्विक बल का उनकी गति पर प्रभाव नगण्य होता है। इस प्रकार निम्न दाब तथा उच्च ताप पर अन्तराण्विक बलों को नगण्य माना जा सकता है परन्तु उच्च दाब पर अणु एक दूसरे के समीप आ जाते है तथा वे अणु एक दूसरे को आकर्षित करने लगते हैं अतः उच्च दाब तथा निम्न ताप पर आकर्षण बल की उपेक्षा नही की जा सकती है।



चित्र 14.8



चित्र 14.9

माना कि किसी बन्द पात्र में गैस उपस्थित है। जो अणु पात्र के मध्य में होता है जैसे A, उस पर अन्य अणुओं द्वारा सभी दिशाओं में सममित बल लगता है जिससे उस पर परिणामी बल शून्य होता है। इसके अतिरिक्त जो अणु पात्र की दीवार के अत्यन्त निकट होता है जैसे B, उस पर अन्य अणु पात्र के अन्दर की ओर एक परिणामी बल F लगाते है जिससे अणु के संवेग में कमी आती है। अतः अणु द्वारा दीवार पर आरोपित दाब, आदर्श गैस के दाब की तुलना में कुछ कम हो जाता है। यदि वास्तविक गैस का प्रेक्षित दाब P तथा अन्तराण्विक बलों के कारण दाब में कमी p हो तो आदर्श गैस का दाब $(P+p)$ होगा।

दाब में कमी p = परिणामी अन्तराण्विक बल × प्रति सेकण्ड प्रति एकांक क्षेत्रफल पर टकराने वाले अणुओं की संख्या

परिणामी बल तथा प्रति सेकण्ड टकराने वाले अणुओं की संख्या दोनों गैस के घनत्व के समानुपाती होते हैं अतः

$$p \propto \text{घनत्व} \times \text{घनत्व}$$

$$p \propto (\text{घनत्व})^2$$

$$p \propto \left(\frac{\text{द्रव्य मान}}{\text{आयतन}}\right)^2$$

$$\propto \frac{M^2}{V^2}$$

$$p = \frac{KM^2}{V^2}$$

यहाँ K समानुपाती नियतांक तथा गैस का द्रव्यमान दोनों ही नियतांक है अतः

$$p = \frac{a}{V^2}$$

जहाँ नियतांक $a = KM^2$

आदर्श गैस समीकरण PV = RT में दोनों संशोधन प्रयुक्त करने पर

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT \quad \ldots(1)$$

उपरोक्त समीकरण वान्डरवाल समीकरण कहलाता है इसमें a तथा b छोटे नियतांक है जिनका मान गैस की प्रकृति पर निर्भर करता है।

14.10.1 वाण्डरवाल गैस समीकरण से क्रांतिक ताप, क्रांतिक दाब व क्रांतिक आयतन की गणना (Calculations of Critical temperature, crtical pressure and critical volume using vander-waal gas equation)

किसी गैस के लिए निम्न तीन क्रान्तिक नियतांक होते हैं-

(i) क्रान्तिक ताप (T_c)

(ii) क्रान्तिक दाब (P_c)

(iii) क्रान्तिक आयतन (V_c)

क्रान्तिक नियतांकों के सूत्र वाण्डरवाल गैस समीकरण से प्राप्त किये जाते हैं। एक ग्राम मोल गैस के लिए वाण्डरवाल समीकरण से-

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT$$

$$\Rightarrow \quad PV - bP + \frac{a}{V} - \frac{ab}{V^2} = RT$$

उपरोक्त समीकरण को V^2 से गुणा करने पर

$$PV^3 - bPV^2 + aV - ab = RTV^2$$

$$PV^3 - V^2(bP+RT) + aV-ab = 0$$

$$\Rightarrow \quad V^3 - V^2\left(b+\frac{RT}{P}\right)+\frac{a}{P}V-\frac{ab}{P} = 0 \quad \ldots(2)$$

समी. (2) आयतन V में त्रिघाती समीकरण है जिससे इस समीकरण से दिये गये दाब P तथा ताप T पर V के तीन मान प्राप्त होंगे। परन्तु त्रिक बिन्दु पर आयतन के तीनों मान समान होने आवश्यक है क्योंकि इस बिन्दु पर आयतन, दाब तथा ताप के मान एक से अधिक नहीं हो सकते हैं।

माना क्रान्तिक आयतन V_c है

अतः $\quad V = V_c$

$$\Rightarrow \quad V-V_c = 0$$

$$\Rightarrow \quad (V-V_c)^3 = 0$$

$$\Rightarrow \quad V^3-V^2 \times 3V_c + 3V^2_c + V-V_c^3 = 0 \quad \ldots(3)$$

समी. (2) तथा (3) में V^2, V तथा V रहित पदों के गुणांकों की तुलना करने पर

$$3V_c = b+\frac{RT}{P} \quad \ldots(4)$$

$$3V_c^2 = \frac{a}{P} \quad \ldots(5)$$

$$V_c^3 = \frac{ab}{P} \quad \ldots(6)$$

समी. (6) में (5) का भाग देने पर

$$\frac{V_c}{3} = \frac{ab}{P}\times\frac{P}{a} = b$$

∴ $\quad$ क्रान्तिक आयतन $V_c = 3b \quad \ldots(7)$

समी. (5) में V_c का मान रखने पर तथा $P = P_c$ क्रान्तिक दाब के लिए

$$3(3b)^2 = \frac{a}{P_c}$$

$$\Rightarrow \quad P_c = \frac{a}{27b^2}$$

∴ $\quad$ क्रान्तिक दाब $P_c = \frac{a}{27b^2} \quad \ldots(8)$

समी. (4) में V_c तथा P_c का मान रखने पर तथा $T = T_c$ क्रान्तिक ताप के लिए-

$$3(3b) = b+\frac{RT_c\times 27b^2}{a}$$

$$\frac{RT_c\times 27b^2}{a} = 8b$$

$$T_c = \frac{8a}{27Rb}$$

∴ $\quad$ क्रान्तिक ताप $T_c = \frac{8a}{27Rb} \quad \ldots(9)$

नियतांक a व b के मान ज्ञात होने पर उपरोक्त सूत्रों की सहायता से क्रान्तिक आयतन, दाब व ताप के मान प्राप्त किये जा सकते हैं।

उदा.16. किसी गैस के लिए वाण्डरवाल नियंताको के मान **a=0.0072 atm** व **b=0.002 cm³** है। यदि **273.15 K** व **1 atm** पर गैस का आयतन **1 cm³** हो तो क्रान्तिक ताप की गणना कीजिए।

(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.18)

हल : यहाँ दिया है

$P=1$ atm,
$V=1$ cm^3,
$T=273.15$ K
a=0.0072 atm
b=0.002 cm^3

तब वाण्डरवाल गैस समीकरण से

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$$

$$\left(1+\frac{0.0072}{1^2}\right)\times(1-0.002)=R\times 273.15$$

$$R=\frac{1.0072\times 0.998}{273.15}=3.68\times 10^{-3}$$

$\because$ क्रान्तिक ताप $T_C=\dfrac{8a}{27Rb}$

$$T_C=\frac{8\times 0.0072}{27\times 3.68\times 10^{-3}\times 0.002}$$

$$T_C=289.86\,K=16.71^\circ C$$

उदा.17. किसी वास्तविक गैस के लिए वाण्डरवाल a तथा b के मान क्रमशः 10^{-5} तथा 10^{-3} है। यहां P = 1 वायुदाब तथा आयतन V = 1 ग्राम अणुक आयतन, सामान्य ताप पर है। गैस के लिए क्रान्तिक नियतांकों के मान ज्ञात कीजिये।

हल– वाण्डरवाल समीकरण से–

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$$

$$\Rightarrow \left(1+\frac{10^{-5}}{1}\right)(1-10^{-3})=R\times 273$$

$$\Rightarrow (1.00001)(0.999)=R\times 273$$

$$\Rightarrow R=\frac{1.00001\times 0.999}{273}=0.00366$$

क्रान्तिक ताप $T_c=\dfrac{8a}{27Rb}=\dfrac{8\times 10^{-5}}{27\times 0.00366\times 10^{-3}}$

$T_c=0.81$ K
$=0.81-273=-272.19^\circ$C

क्रान्तिक दाब $P_c=\dfrac{a}{27b^2}=\dfrac{10^{-5}}{27\times(10^{-3})^2}$

= 0.37 वायुमण्डलीय दाब

क्रान्तिक आयतन $V_c=3b=3\times 10^{-3}$

= 0.003 ग्राम अणुक आयतन

उदा.18. वाण्डरवाल गैस समीकरण का पालन करने वाली किसी गैस के लिये प्रदर्शित कीजिए।

$$\frac{RT_C}{P_CV_C}=\frac{8}{3}$$

(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.19)

यहाँ T_C, P_C व V_C क्रमशः क्रान्तिक ताप, क्रान्तिक ताप व क्रान्तिक आयतन है।

हल : $\because$ क्रान्तिक ताप $T_c=\dfrac{8a}{27Rb}$ (1

क्रान्तिक दाब $P_c=\dfrac{a}{27b^2}$ (2

व क्रान्तिक आयतन $V_c=3b$ (3

यहाँ a व b वाण्डरवाल नियंताक व R सार्वत्रिक गैस नियतांक

तब समीकरण (1), (2) व (3) से

$$\frac{RT_C}{P_CV_C}=\frac{R\times\left(\frac{8a}{27Rb}\right)}{\left(\frac{a}{27b^2}\right)\times(3b)}$$

$$\frac{RT_C}{P_CV_C}=\frac{27b^2\times R\times 8a}{27Rb\times a\times 3b}$$

$$\frac{RT_C}{P_CV_C}=\frac{8}{3}$$

उदा.19. किसी गैस के लिये क्रान्तिक ताप की गणना कीजिए *a*

0.00874, b=0.0023 व $R=\dfrac{1.0046}{273}$ है ।

(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.20)

हल : दिया गया है $a=0.00874$

$b=0.0023$

$$R=\frac{1.0046}{273}$$

$\because$ क्रान्तिक ताप $T_c=\dfrac{8a}{27Rb}$

$$T_C=\frac{8\times 0.00874}{27\times\left(\frac{1.0046}{273}\right)\times 0.0023}$$

$$T_C=305.5^\circ C$$

14.11 अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग (Root-Mean-Square Velocity of Molecules

किसी गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग, उनके वेगों के वर्गों माध्य का वर्गमूल होता है। यदि गैस के N अणुओं के वेग क्रमशः C_1, C C_3, ..., C_N हो तो

अणुओं के वेगों के वर्ग का माध्य

$$\overline{C}^2=\frac{C_1^2+C_2^2+C_3^2+.....+C_N^2}{N}$$

$\therefore$ वर्ग माध्य मूल वेग

$$\sqrt{\overline{C}^2}=\sqrt{\frac{C_1^2+C_2^2+C_3^2+......+C_N^2}{N}}$$

वर्ग माध्य मूल (root mean square) वेग को C_{rms} से निरूपित करते है

अतः $$C_{rms}=\sqrt{\overline{C}^2}=\sqrt{\frac{C_1^2+C_2^2+C_3^2+.....+C_N^2}{N}}$$

$\Rightarrow \qquad \overline{C}^2 = C_{rms}^2$ .....(1)

अत: आदर्श गैस द्वारा उत्पन्न दाब को निम्न प्रकार लिखा जा सकता है–

$$P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}C_{rms}^2 = \frac{1}{3}\rho C_{rms}^2 \quad .....(2)$$

महत्त्वपूर्ण तथ्य

गैस के अणुओं के विभिन्न वेग

(1) वर्गमाध्य मूल वेग–

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 + ...+C_N^2}{N}}$$

(i) आदर्श गैस के दाब समीकरण

$$P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}C^2_{rms} \text{ से}$$

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3PV}{mN}} = \sqrt{\frac{3PV}{\text{गैस का द्रव्य मान}}}$$

$$= \sqrt{\frac{3P}{\rho}} \qquad \left[\because \rho = \frac{\text{गैस का द्रव्यमान}}{V}\right]$$

अत: नियत दाब पर गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग गैस के घनत्व के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती होता है अर्थात्

$$C_{rms} \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$$

(ii) $C_{rms} = \sqrt{\frac{3PV}{\text{गैस का द्रव्य मान}}}$

$$= \sqrt{\frac{3nRT}{nM_A}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_A}}$$

[जहाँ M_A गैस का अणुभार, $PV = nRT$
तथा गैस का द्रव्यमान $M = nM_A$]

अत: नियत ताप पर गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग गैस के अणुभार के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती होता है अर्थात् $C_{rms} \propto \frac{1}{\sqrt{M_A}}$

(iii) $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M_A}} = \sqrt{\frac{3N_AKT}{N_Am}} = \sqrt{\frac{3KT}{m}}$

जहाँ $M_A = mN_A$

तथा $\frac{R}{N_A} = K$

$\therefore$ वर्ग माध्य मूल वेग $C_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_A}} = \sqrt{\frac{3KT}{m}}$ .....(3)

विशेष–

(a) गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग km/s कोटि का होता है।

(b) गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग, गैस में ध्वनि के वेग का $\sqrt{\frac{3}{\gamma}}$ गुना होता है।

$\therefore \quad C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M_A}}$ व $v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M_A}}$

अत: $C_{rms} = \sqrt{\frac{3}{\gamma}}\, v_S$

(c) गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग गैस के दाब पर (यदि ताप नियत रहे) निर्भर नहीं करती है क्योंकि $P \propto \rho$ (बॉयल का नियम) यदि दाब बढ़े तो घनत्व भी उसी अनुपात में बढ़ता है व C_{rms} नियत रहता है।

(d) चन्द्रमा पर कोई वायुमण्डल नहीं है क्योंकि वहाँ गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग (C_{rms}) पलायन वेग (v_e) से अधिक है किसी ग्रह या उपग्रह पर सिर्फ और सिर्फ तभी वायुमण्डल होगा जबकि $C_{rms} < v_e$

(e) $T = 0K$ पर $C_{rms} = 0$ अर्थात् 0K ताप पर गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग शून्य हो जाता है तथा यह ताप परम शून्य ताप कहलाता है।

(2) सर्वाधिक प्रसम्भाव्य वेग–

गैस के अणुओं का वेग एक परास में होता है।

गैस के सर्वाधिक अणुओं का वेग सर्वाधिक प्रसम्भाव्य वेग कहलाता है।

उदाहरण–यदि गैस के 10 अणुओं का वेग क्रमश: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 6, km/s हो तो सर्वाधिक प्रसम्भाव्य वेग 3 km/s होगा क्योंकि गैस के अधिकतर अणु इसी वेग से गतिमान है।

सर्वाधिक प्रसम्भाव्य वेग

$$C_{mp} = \sqrt{\frac{2P}{\rho}} = \sqrt{\frac{2RT}{M_A}} = \sqrt{\frac{2KT}{m}}$$

(3) औसत वेग–

दिये गये ताप पर गैस के अणुओं के वेगों के अंकगणितीय माध्य को गैस के अणुओं का औसत वेग कहते हैं।

$$C_{av} = \frac{C_1 + C_2 + C_3 + ...+C_N}{N}$$

तथा गैसों के अणुगति सिद्धान्त से

औसत वेग $C_{av} = \sqrt{\frac{8P}{\pi\rho}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_A}} = \sqrt{\frac{8KT}{\pi m}}$

विशेष–

(a) $C_{rms} > C_{av} > C_{mp}$ (याद रखने की विधि RAM)

(b) $C_{rms} : C_{av} : C_{mp} = \sqrt{3} : \sqrt{\frac{8}{\pi}} : \sqrt{2} = \sqrt{3} : \sqrt{2.5} : \sqrt{2}$

वर्ग माध्य मूल वेग तथा परम ताप में सम्बन्ध
(Relation between root mean square velocity and absolute temperature)

समी. (3) से $\qquad T = \frac{1}{3}\frac{M_A}{R}\overline{C}^2$

$\therefore \qquad \overline{C}^2 = \frac{3RT}{M_A}$

$\therefore \qquad C_{rms} = \sqrt{\overline{C}^2}$

$$= \sqrt{\frac{3RT}{M_A}}$$

$$\Rightarrow \quad C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M_A}} \quad ....(6)$$

$$\Rightarrow \quad C_{rms} \propto \sqrt{T} \quad .....(7)$$

($\because$ R तथा M_A नियतांक है।)

अर्थात् **गैस के अणुओं का वर्गमाध्य मूल वेग उसके परम ताप के वर्गमूल के समानुपाती होता है।**

समी. (6) से

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M_A}} \quad (\because M_A = mN_A)$$

$$\therefore \quad C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{mN_A}} \quad (\because K = \frac{R}{N_A})$$

$$\therefore \quad C_{rms} = \sqrt{\frac{3KT}{m}} \quad .....(8)$$

इस प्रकार गैस का वर्गमाध्य मूल वेग गैस के परम ताप पर निर्भर करता है। परम शून्य ताप (0 K) पर $C_{rms} = 0$ अर्थात् वर्गमाध्य मूल वेग शून्य होने से गतिज ऊर्जा का मान भी शून्य होगा। परम शून्य ताप पर गैस में आण्विक गति समाप्त हो जाती है।

महत्त्वपूर्ण तथ्य

$$\because \quad P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}C^2_{rms}$$

या $$P \propto \frac{(mN)T}{V} \quad [\because C^2_{rms} \propto T]$$

(a) यदि गैस का आयतन व ताप नियत हो तो

$$P \propto mN$$

अर्थात् दाब $\propto$ (गैस का द्रव्यमान) अर्थात् यदि गैस का द्रव्यमान बढ़ता है तो अणुओं की संख्या अर्थात् प्रति सेकण्ड टक्करों की संख्या बढ़ती है अतः दाब बढ़ेगा।

(b) यदि गैस का द्रव्यमान व ताप नियत रहता है तो $P \propto \frac{1}{V}$ अर्थात् यदि आयतन घटता है तो प्रति सेकण्ड टक्करों की संख्या घटेगी (क्योंकि दीवारों के मध्य दूरी घटेगी) व दाब बढ़ेगा।

(c) यदि गैस का द्रव्यमान व ताप नियत रहते हैं तो

$$P \propto (C_{rms})^2 \propto T$$

अर्थात् ताप बढ़ाने पर, गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग बढ़ेगा तथा गैस के अणु तीव्र गति करेंगे अर्थात् अणु पात्र की दीवारों से अधिक टकरायेंगे अतः दाब बढ़ेगा।

(d) यदि गैस का दाब व आयतन नियत हो तो

$$MT = \text{नियतांक}$$

$$\Rightarrow \quad M_1T_1 = M_2T_2$$

उदा.20. स्थिर दाब पर 327°C ताप की हाइड्रोजन को किस ताप तक ठण्डा किया जाये कि उसके अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग पहले से आधा रह जाये ?

हल–दिया गया है–

$$T_1 = 327°C = 327 + 273 = 600\,K$$

$$C_{2rms} = \frac{C_{1rms}}{2}, T_2 = ?$$

$$\because \quad C_{rms} \propto \sqrt{T}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{C_{2rms}}{C_{1rms}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{T_2}{600}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{4} = \sqrt{\frac{T_2}{600}}$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = \frac{600}{4} = 150\,K$$

या $$T_2 = 150 - 273 = -123°C$$

उदा.21. NTP पर हाइड्रोजन के एक अणु के वर्ग माध्य मूल चाल की गणना कीजिये। ($K=1.38 \times 10^{-23}$ J K^{-1} तथा $N_A = 6 \times 10^{26}$ (kg-mol)$^{-1}$) **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.5)**

हल : दिया गया है–वोल्ट्जमान

नियतांक $K = 1.38 \times 10^{-23}$ जूल/केल्विन

आवोगाद्रो संख्या $N_A = 6 \times 10^{26}$ प्रति किग्रा मोल

$\therefore$ हाइडोजन के अणु का द्रव्यमान

$$m = \frac{2}{6 \times 10^{26}} \text{ किग्रा}$$

$\therefore$ अणु की वर्ग माध्य मूल चाल

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3KT}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273.15}{\left(\frac{2}{6 \times 10^{26}}\right)}}$$

$$C_{rms} = \sqrt{1.5 \times 1.38 \times 273.15 \times 10^3 \times 6}$$

$$C_{rms} = 1842\,ms^{-1}$$

उदा.22. किसी फ्लास्क में आर्गन एवं क्लोरीन गैस भरी है जिनके द्रव्यमान 2 : 1 के अनुपात में हैं। मिश्रण का ताप 27°C है। दोनों गैसों के (i) प्रति अणु की औसत गतिज ऊर्जा का अनुपात (ii) दोनों गैसों के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चालों v_{rms} का अनुपात ज्ञात कीजिए। आर्गन का परमाणु द्रव्यमान = 39.9 u, क्लोरीन का अणु द्रव्यमान = 70.9u

हल– $\frac{M_{Ar}}{M_{Cl}} = \frac{2}{1}, \frac{m_{Ar}}{m_{Cl}} = \frac{39.9}{70.9},$

मिश्रण का ताप T = 27°C = 300 K

$\because$ गैस की प्रति अणु औसत गतिज ऊर्जा

$$\frac{1}{2}m\bar{C}^2 = \frac{3}{2}kT \quad (\text{जहां } k = \text{वोल्ट्जमान नियतांक है})$$

अतः गैस की प्रति अणु औसत गतिज ऊर्जा केवल ताप पर निर्भर करती है तथा मिश्रण की दोनों गैसों का ताप समान है, अतः

(i) प्रति अणु औसत गतिज ऊर्जाओं का अनुपात
$= 1 : 1$

(ii) ∵ एक ही ताप पर दो भिन्न-भिन्न गैसों के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चालों का अनुपात उनके अणुभारों के वर्गमूलों के व्युत्क्रमानुपाती होता है। अतः ऑर्गन व क्लोरीन के लिए

$$\frac{(C_{rms})_{Ar}}{(C_{rms})_{Cl}} = \sqrt{\frac{m_{Cl}}{m_{Ar}}} = \sqrt{\frac{70.9}{39.9}} = \sqrt{1.776} = 1.33$$

उदा.23. किस ताप पर हाइड्रोजन की वर्ग माध्य मूल चाल (C_{rms}) इसके NTP पर मान का तिगुना हो जायेगा यदि दाब नियत है? **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.6)**

हल : माना कि NTP (ताप 0 °C = 273.15K) पर हाइड्रोजन की वर्ग माध्य मूल चाल C_{rms} है तथा T_2 K पर यह $3C_{rms}$ हो जाती है

$$\because \ C_{rms} = \sqrt{\frac{3KT}{m}} \quad ....(1)$$

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3 \times K \times 273.15}{m}} \quad ....(2)$$

$$3 \times C_{rms} = \sqrt{\frac{3 \times K \times T_2}{m}} \quad ....(3)$$

समीकरण (3) में समीकरण (2) का भाग देने पर

$$3 = \sqrt{\frac{T_2}{273.15}}$$

$$T_2 = 9 \times 273.15 = 2458 K = 2185 ^\circ C$$

उदा.24. 20°C ताप तथा 76 सेमी. (पारे का) दाब पर नाइट्रोजन के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग ज्ञात करो।

हल–दिया गया है–

$$T = 20^\circ C = 20 + 273 = 293 K$$

1 मोल गैस के लिए

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M_A}}$$

नाइट्रोजन का आण्विक भार

M_A = 28 ग्राम

R = 8.3 जूल/ग्राम–मोल-K

= 8.3×10^7 अर्ग/ग्राम–मोल-K

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3 \times 8.3 \times 10^7 \times 293}{28}} = 51 \times 10^3 \text{ सेमी/से}$$

= 5.10×10^2 मी./से.

उदा.25. यदि NTP पर हाइड्रोजन के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल 1.64 kms^{-1} हो तो NTP पर नाइट्रोजन के अणुओं के वर्ग माध्य मूल चाल की गणना कीजिए जब हाइड्रोजन व नाइट्रोजन के अणुभार क्रमशः 2 व 28 है। **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.7)**

हल : माना कि हाइड्रोजन व नाइट्रोजन की वर्ग माध्य मूल चाल क्रमशः $(C_{rms})_H$ व $(C_{rms})_N$ है । जबकि अणुओं के द्रव्यमान क्रमशः m_H व m_N है।

दिया गया है $m_H = 2$ व $m_N = 28$

$(C_{rms})_H = 1.64$ km s^{-1} व $(C_{rms})_N = ?$

$$(C_{rms})_H = \sqrt{\frac{3KT}{m_H}}$$

$$(C_{rms})_N = \sqrt{\frac{3KT}{m_N}}$$

$$\frac{(C_{rms})_N}{(C_{rms})_H} = \sqrt{\frac{m_H}{m_N}}$$

$$(C_{rms})_N = 1.64 \times \sqrt{\frac{2}{28}} = 0.438 \text{ kms}^{-1}$$

उदा.26. यूरेनियम के दो समस्थानिकों के द्रव्यमान 235 u एवं 238 u हैं। यदि यूरेनियम हेक्साफ्लोराइड गैस में ये दोनों समस्थानिक विद्यमान हों, तो किसकी औसत चाल अधिक होगी? यदि फ्लोरीन का परमाणु द्रव्यमान 19 u हो, तो किसी भी ताप पर, इनकी चालों में प्रतिशत अंतर आंकलित कीजिए।

हल– दिया है–U^{235} के हेक्साफ्लोरीन अणु का द्रव्यमान

$$m_1 = 235 + (19 \times 6)$$
= 349 इकाई

U^{238} के हेक्साफ्लोरीन अणु का द्रव्यमान

$$m_2 = 238 + (19 \times 6)$$
= 352 इकाई

∵ किसी निश्चित ताप पर अणु की चाल

$$C \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$$

अतः $\frac{C_1}{C_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{352}{349}} = \sqrt{1.0086}$

या $\frac{C_1}{C_2} = 1.0043$

$\Rightarrow \frac{C_1}{C_2} - 1 = 1.0043 - 1$

चालों में प्रतिशत अन्तर :

$\Rightarrow \frac{C_1 - C_2}{C_2} \times 100 = 0.0043 \times 100 = 0.43\%$

उदा.27. यदि किसी पात्र का आयतन 10^{-5} m^3 है जिसमें किसी गैस के 40×10^{22} अणु है तथा अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल 300 m s^{-1} व अणु का द्रव्यमान 4.3×10^{-26} kg है। तब पात्र में गैस का दाब ज्ञात कीजिए। **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.8)**

हल : दिया गया है– $m = 4.3 \times 10^{-26}$ kg $N = 40 \times 10^{22}$

$C_{rms} = 300$ ms^{-1} $V = 10^{-5}$ m^3

∵ दाब $P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}C_{rms}^2$

$$P = \frac{1}{3} \times \frac{4.3 \times 10^{-26} \times 40 \times 10^{22} \times 300 \times 300}{10^{-5}}$$

$$P = 51.6 \times 10^6 \text{ Nm}^{-2}$$

$$P = 5.16 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$$

उदा.28. (a) जब कोई अणु (या प्रत्यास्थ गेंद) किसी (भारी) दीवार से टकराता है, तो टकराने के पश्चात् यह उसी चाल से विपरीत दिशा में वापस लौटता है। जब कोई गेंद दृढ़तापूर्वक पकड़े गए भारी बल्ले से टकराती है, तो भी ऐसा ही होता है। तथापि, जब गेंद अपनी ओर आते हुए बल्ले से टकराती है, तो यह भिन्न चाल से वापस लौटती है। उस स्थिति में गेंद की चाल अपेक्षाकृत कम होती है या अधिक?

(b) पिस्टन लगे सिलिंडर में पिस्टन को अंदर की ओर धकेल कर जब किसी गैस को संपीडित किया जाता है, तो उस गैस का ताप बढ़ जाता है। ऊपर (a) में प्रयुक्त अणुगति सिद्धांत के आधार पर इस प्रेक्षण की व्याख्या कीजिए। (c) पिस्टन लगे सिलिंडर में संपीडित गैस जब पिस्टन को बाहर धकेलकर फैलती है तो क्या होता है? तब आप क्या प्रेक्षण करेंगे? (d) खेलते समय सचिन तेंदुलकर एक भारी बल्ले का उपयोग करते हैं। इससे क्या उनको किसी प्रकार की कोई सहायता मिलती है?

उत्तर– **(a)** माना एक स्थिर प्रेक्षक के सापेक्ष गेंद की चाल v तथा बल्ले की गेंद की ओर चाल V है तब परस्पर विपरीत दिशा में गतिशील होने के कारण,

बल्ले के सापेक्ष गेंद की चाल = V + v

भारी बल्ले से प्रत्यास्थ टक्कर करने के पश्चात् बल्ले के सापेक्ष, दूर जाती गेंद की चाल = V + v

अतः स्थिर प्रेक्षक के सापेक्ष बल्ले से दूर जाती गेंद की चाल

$$= V + (V + v) = 2V + v$$

अतः गेंद की चाल बढ़ जाती है।

(b) उत्तर (a) की भांति पिस्टन से गैस के अणुओं को संपीड़ित करने पर सिलिण्डर की दीवार के सापेक्ष अणुओं की चाल बढ़ जाती है तथा अणुओं की चाल, परम ताप के वर्गमूल के समानुपाती होती है अतः हम कह सकते हैं कि गैस का तापमान बढ़ जाता है।

(c) गैस के अणु जब पिस्टन को बाहर की ओर धकेलेंगे तो उनकी चाल में कमी आयेगी अर्थात् गैस का तापमान कम हो जायेगा।

(d) सचिन तेंदुलकर के द्वारा भारी बल्ले के उपयोग से शॉट खेलने के पश्चात् दूर जाती गेंद की स्थिर प्रेक्षक के सापेक्ष चाल अधिक होती हे, अपेक्षाकृत हल्के बल्ले से खेलने के। अतः भारी बल्ले के उपयोग से लम्बे शॉट खेलना आसान हो जाता है।

14.12 स्वतंत्रता की कोटियाँ (Degrees of Freedom)

(i) कोई अणु या परमाणु जितने प्रकार से स्वतन्त्र गति कर सकता है उसे उसकी स्वतन्त्रता की कोटि कहते हैं।

(ii) कोई अणु जितनी दिशाओं में स्वतन्त्रतापूर्वक गति कर सकता है की संख्या इसकी स्वतन्त्रता की कोटियों के तुल्य होती है।

(iii) किसी गतिक निकाय की स्थिति तथा विन्यास को पूर्णतः वर्णित करने के लिए आवश्यक स्वतंत्र निर्देशांकों की संख्या को निकाय की स्वतंत्रता की कोटियाँ कहते हैं।

स्वतन्त्रता की कोटियाँ तीन प्रकार की होती हैं–

(a) स्थानान्तरण की स्वतन्त्रता की कोटियाँ

(b) घूर्णन की स्वतन्त्रता की कोटियाँ

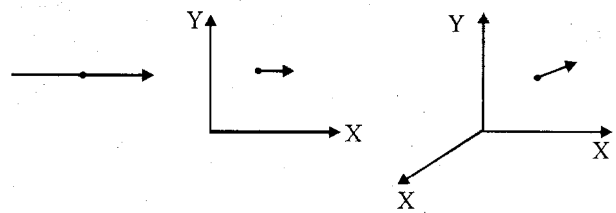
(c) कम्पन की स्वतन्त्रता की कोटियाँ

(a) स्थानान्तरण की स्वतन्त्रता की कोटियाँ (Degrees of freedom of translational motion)—स्थानान्तरण की स्वतन्त्रता की कोटियाँ अणु की स्थानान्तरीय या रेखीय गति के कारण उत्पन्न होती है। इनकी अधिकतम संख्या तीन होती है। ये सामान्य ताप पर उपस्थित होती है। उदाहरण के लिये जब कोई कण आकाश में रेखीय गति करता है तब यह गति X, Y तथा Z तीनों अक्षों के अनुदिश हो सकती है। इस प्रकार स्वतन्त्रता की कोटियाँ 3 (तीन) होती है।

एक परमाणुक गैस (जैसे–He, Ne, Ar, Kr व Xe के अणु) का अणु तीनों अक्षों अनुदिश किसी भी दिशा में रेखीय गति कर सकता है। अतः स्वतन्त्रता की कोटि 3 होगी।

द्विपरमाणुक गैस (जैसे–O_2, N_2, H_2 के अणु) में दोनों परमाणुओं का द्रव्यमान केन्द्र तीनों अक्षों के अनुदिश स्थानान्तरीय गति कर सकता है। अतः स्वतन्त्रता की कोटि 3 होगी।

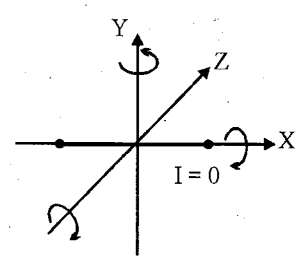
किसी कण की एक विमीय, द्विविमीय तथा त्रिविमीय गति के लिए स्वतन्त्रता की कोटि क्रमशः एक, दो व तीन होती है।



चित्र 14.10

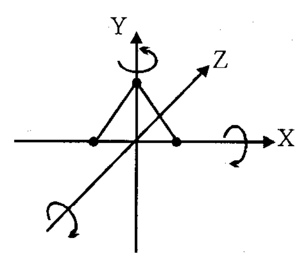
(b) घूर्णन की स्वतन्त्रता की कोटि (Degrees of freedom of rotational motion)—घूर्णन की स्वतन्त्रता की कोटि अणु के द्रव्यमान केन्द्र से पारित अक्ष के सापेक्ष घूर्णन गति के कारण होती है। इनकी संख्या अणु की संरचना पर निर्भर करती है। यह सामान्य ताप पर उपस्थित होती है।

द्विपरमाणुक अणु के लिये घूर्णन की केवल दो स्वतन्त्रता की कोटियाँ होती है। चित्रानुसार जब अणु X अक्ष के सापेक्ष घूर्णन करता है तब उसका जड़त्व आघूर्ण I = 0 होगा इस प्रकार घूर्णन गतिज ऊर्जा $E = \frac{1}{2} I\omega^2$ शून्य होगी अतः घूर्णन के संगत स्वतन्त्रता की कोटि 2 होगी।



चित्र 14.11

अरेखीय बहु परमाणुक अणु के लिये घूर्णन की तीन स्वतन्त्रता की कोटियाँ होती है। चित्रानुसार अणु का तीनों अक्षों के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण परिमित प्राप्त होता है अतः घूर्णन गतिज ऊर्जा भी परिमित होगी तथा स्वतन्त्रता की कोटि 3 होगी।



चित्र 14.12

(c) कम्पन की स्वतन्त्रता की कोटि (Degrees of freedom of vibrational motion)—कम्पन की स्वतन्त्रता की कोटि अणुओं के कम्पनों के कारण होती है। यह उच्च ताप पर ही प्रदर्शित होती है। प्रत्येक कम्पन तरीके के लिए कम्पन की स्वतन्त्रता की कोटि (दो) होती है। इसमें से एक स्थितिज ऊर्जा व एक गतिज ऊर्जा के संगत।

सारणी 1 : कुछ अणुओं की स्वतन्त्रता की कोटियाँ

क्र.स.	अणु	स्वतन्त्रता की कोटि	व्याख्या
1.	आदर्श गैस	3	स्थानान्तरण के संगत
2.	एक परमाणुक गैस (He, Ne, Ar, Kr, व Xe)	3	स्थानान्तरण के संगत
3.	द्विपरमाणुक गैस (N_2, O_2, H_2) आदि	5	3 स्थानान्तरण के संगत +2 घूर्णन के संगत
4.	रेखीय अणु (CO_2, $BeCl_2$) — त्रिपरमाणुक गैस	7	3 स्थानान्तरण के संगत +2 घूर्णन संगत +2 कम्पन के संगत
5.	अरेखीय अणु (H_2O, NH_3) — त्रिपरमाणुक गैस	6	3 स्थानान्तरण के संगत +3 घूर्णन के संगत

महत्त्वपूर्ण तथ्य

(i) उपरोक्त स्वतन्त्रता की कोटियाँ कमरे के ताप पर प्रदर्शित है जबकि उच्च ताप पर, द्विपरमाण्विक या बहुपरमाण्विक गैसों के अणु एक दूसरे के सापेक्ष कम्पन भी करते हैं। इस स्थिति में अणुओं में कम्पन के कारण एक अतिरिक्त स्वतन्त्रता की कोटि होगी।

(ii) ठोसों के अणुओं में स्थानान्तरीय व घूर्णी गति नहीं होती परन्तु तीन अक्षों के सापेक्ष कम्पन के कारण $3 \times 2 = 6$ स्वतन्त्रता की कोटि होती है। (जो आदर्श गैस के अणुओं के समान नहीं है) जब एक द्विपरमाण्विक या बहुपरमाण्विक गैस के अणु परमाणुओं में विभक्त हो जाते हैं तो यह एक परमाण्विक गैस की तरह व्यवहार करते हैं व स्वतंत्रता की कोटि भी उसी अनुसार परिवर्तित हो सकती है।

14.13 ऊर्जा समविभाजन का नियम (Law of Equipartition of Energy)

यह नियम **मैक्सवेल (Maxwell)** ने दिया था। इसे मैक्सवेल का ऊर्जा समविभाजन (समवितरण) नियम भी कहते हैं। इस नियम के अनुसार "उष्मीय साम्यावस्था की स्थिति में गैस के एक अणु की औसत ऊर्जा, स्वतन्त्रता की सभी कोटियों में समान रूप से विभाजित होती है तथा प्रत्येक स्वतन्त्रता की कोटि में औसत ऊर्जा $\frac{1}{2}$KT होती है, जहाँ K वोल्ट्जमान नियतांक तथा T गैस का परम ताप है।"

यदि परम ताप T पर किसी अणु की स्वतन्त्रता की कोटियाँ f हो तो उसकी कुल औसत ऊर्जा

$$E = U = \frac{f}{2}KT$$

1 ग्राम मोल गैस के अणुओं की कुल ऊर्जा

$$E = U = f \cdot N_A \cdot \frac{1}{2}KT$$

$\because \quad R = KN_A$

$$\therefore \quad E = U = \frac{fRT}{2}$$

n मोल गैस के अणुओं की कुल ऊर्जा $E = U = \frac{fnRT}{2}$

14.14 एक परमाणुक, द्वि-परमाणुक तथा बहु-परमाणुक गैसों की विशिष्ट ऊष्माएँ (Specific heat of Mono-atomic, Di-atomic and poly-atomic Gases)

किसी गैस की ग्राम अणुक विशिष्ट ऊष्मा की परिभाषा दो विभिन्न परिस्थितियों में की जाती है।

1. स्थिर आयतन पर ग्राम अणुक विशिष्ट ऊष्मा
2. स्थिर दाब पर ग्राम अणुक विशिष्ट ऊष्मा

1. स्थिर आयतन पर ग्राम अणुक (मोलर) विशिष्ट ऊष्मा (Molar Specific heat at constat volume)—स्थिर आयतन पर किसी गैस के 1 ग्राम अणु (1 मोल) का ताप 1°C (1K) बढ़ाने के लिये आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को उस गैस की स्थिर आयतन पर ग्राम अणुक विशिष्ट ऊष्मा C_V कहते हैं।

2. स्थिर दाब पर ग्राम अणुक (मोलर) विशिष्ट ऊष्मा (Molar specific heat at constant pressure)—स्थिर दाब पर किसी गैस के 1 ग्राम अणु (1 मोल) का ताप 1°C (1K) बढ़ाने के लिये आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को उस गैस की स्थिर दाब पर ग्राम अणुक विशिष्ट ऊष्मा कहते हैं। स्थिर दाब पर ग्राम अणुक विशिष्ट ऊष्मा C_P कहते हैं।

स्थिर दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा (C_P) तथा स्थिर आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा (C_V) में सम्बन्ध प्रदर्शित करने वाला मेयर का सम्बन्ध निम्न होता है–

$$C_P - C_V = R \qquad \text{...... (1)}$$

गैस की मोलर विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात निम्न प्रकार परिभाषित किया जाता है–

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \qquad \text{...... (2)}$$

C_V व C_P का मान ज्ञात करना–

$$C_V = \frac{Q}{n\Delta T}$$

परन्तु $$Q = \Delta E = \frac{fnR\Delta T}{2}$$

$$\therefore \quad C_V = \frac{fnR\Delta T}{2n\Delta T} = \frac{fR}{2}$$

$$C_V = \frac{fR}{2} \qquad \text{....... (3)}$$

$$\because \quad C_P = C_V + R = \frac{fR}{2} + R$$

$$= \left(\frac{f}{2} + 1\right)R = \left(\frac{f+2}{2}\right)R$$

$$C_P = \left(\frac{f+2}{2}\right)R \qquad \text{..... (4)}$$

$$\therefore\ \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\left(\frac{f+2}{2}\right)R}{\frac{fR}{2}} = \frac{f+2}{f} = 1+\frac{2}{f} \quad ...(5)$$

14.14.1 एक परमाणुक गैस की विशिष्ट ऊष्मा (Specific Heats of a Monoatomic Gas)

एक परमाणुक गैस के लिए–

स्वतंत्रता की कोटियाँ $f = 3$

$\therefore$ 1 ग्राम मोल गैस के अणुओं की कुल ऊर्जा

$$E = \frac{fRT}{2} \text{ से } E = \frac{3}{2}RT$$

नियत आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा

$$C_V = \frac{dE}{dT} = \frac{d}{dT}\left(\frac{3}{2}RT\right)$$

$$C_V = \frac{3}{2}R \text{ जूल} \quad ...(1)$$

$$C_V = \frac{3}{2}\frac{R}{J} \text{ कैलोरी} \quad ...(2)$$

यहां J ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक है इसका मान 4.18 जूल/कैलोरी होता है।

नियत दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा

मेयर सम्बन्ध से

$$C_P = C_V + R$$

$$= \frac{3}{2}R + R$$

$$C_P = \frac{5}{2}R \text{ जूल} \quad ...(3)$$

$$C_P = \frac{5}{2}\frac{R}{J} \text{ कैलोरी} \quad ...(4)$$

एक परमाणुक गैस की मोलर विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R}$$

$$= \frac{5}{3} = 1.67$$

14.14.2 द्विपरमाणुक गैस की विशिष्ट ऊष्मा (Specific Heat of a Diatomic Gas)

द्विपरमाणुक गैस के लिए–

स्वतंत्रता की कोटियाँ $f = 5$

$\therefore$ 1 ग्राम मोल गैस के अणुओं की कुल ऊर्जा

$$E = \frac{fRT}{2} \text{ से } E = \frac{5}{2}RT$$

नियत आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा

$$C_V = \frac{dE}{dT} = \frac{d}{dT}\left(\frac{5}{2}RT\right)$$

$$C_V = \frac{5}{2}R \text{ जूल} \quad ...(1)$$

$$C_V = \frac{5}{2}\frac{R}{J} \text{ कैलोरी} \quad ...(2)$$

नियत दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा

मेयर सम्बन्ध से $C_P = C_V + R$

$$= \frac{5}{2}R + R$$

$$C_P = \frac{7}{2}R \text{ जूल} \quad ...(3)$$

$$C_P = \frac{7}{2}\frac{R}{J} \text{ कैलोरी} \quad ...(4)$$

द्विपरमाणुक गैस की मोलर विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R}$$

$$= \frac{7}{5} = 1.4$$

त्रिपरमाणुक गैस की विशिष्ट ऊष्मा (Specific heat of a triatomic gas)

अरेखीय अणुओं वाली त्रिपरमाणुक गैस के लिए–

स्वतंत्रता की कोटियाँ = 6

1 ग्राम मोल गैस के अणुओं की कुल ऊर्जा

$$E = \frac{fRT}{2} \text{ से } E = \frac{6}{2}RT = 3RT$$

नियत आतयन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा

$$C_V = \frac{dE}{dT} = \frac{d}{dT}(3RT)$$

$$C_V = 3R \text{ जूल} \quad ...(1)$$

$$C_V = \frac{3R}{J} \text{ कैलोरी} \quad ...(2)$$

नियत दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा

मेयर सम्बन्ध से $C_P = C_V + R$

$$= 3R + R$$

$$C_P = 4R \text{ जूल} \quad ...(3)$$

$$C_P = \frac{4R}{J} \text{ कैलोरी} \quad ...(4)$$

अरेखीय अणुओं वाली त्रिपरमाणुक गैस की मोलर विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{4R}{3R} = \frac{4}{3} = 1.33$$

रेखीय अणुओं वाली त्रिपरमाणुक गैस के लिए (f = 7)–

$$C_V = \frac{7}{2}R \text{ जूल} \quad ....(5)$$

$$C_P = \frac{9}{2}R \text{ जूल} \quad ...(6)$$

$$\gamma = \frac{9}{7} = 1.28$$

14.14.3 बहुपरमाणुक गैस की विशिष्ट ऊष्मा (Specific Heat of Poly-atomic Gas)

बहुपरमाणुक गैसीय अणु की 3 स्थानान्तरण की, 3 घूर्णन की स्वतंत्रता की कोटियों के साथ कुछ निश्चित संख्या में कम्पन की स्वतंत्रता की कोटि f_v होती है। इस प्रकार प्रति अणु कुल स्वतंत्रता की कोटि

$$f = 3 + 3 + f_v = 6 + f_v$$

∴ 1 ग्राम मोल गैस के अणुओं की कुल ऊर्जा

$$E = \frac{fRT}{2}$$

$$E = \frac{(6+f_v)RT}{2}$$

नियत आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा

$$C_v = \frac{dE}{dT} = \frac{(6+f_v)R}{2} \quad ...(1)$$

नियत दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा
मेयर संबंध से

$$C_p = C_v + R$$

$$C_p = \frac{(6+f_v)R}{2} + R$$

$$C_p = \frac{(8+f_v)R}{2} \quad ...(2)$$

∴ बहुपरमाणुक गैस की मोलर विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात

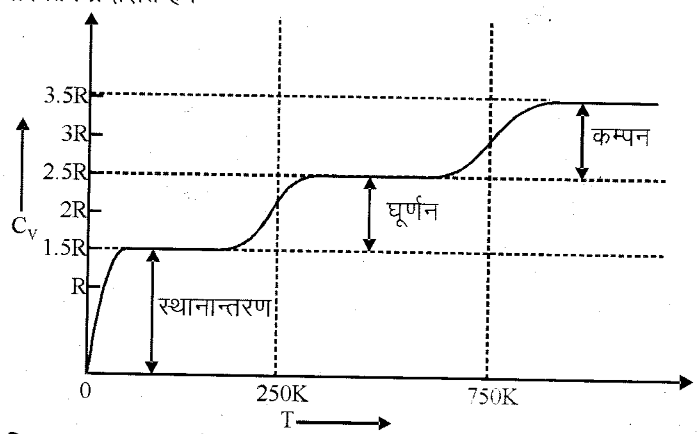
$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{8+f_v}{6+f_v} \quad ...(3)$$

यदि $f_v = 0$ हो तो $C_v = 3R$

तथा $C_p = 4R$

जिससे $\gamma = \frac{4}{3} = 1.33$

गैसों की विशिष्ट ऊष्मा का ताप के साथ परिवर्तन (Variation of Specific Heat of Gases with Temperature) : सभी एक परमाणुक गैसों के लिए C_v, C_p तथा γ के प्रायोगिक मान गैस के ताप पर निर्भर नहीं करते हैं जबकि द्विपरमाणुक तथा बहुपरमाणुक गैसों के C_v, C_p तथा γ के प्रायोगिक मान ताप पर निर्भर करते हैं। चित्र में हाइड्रोजन गैस के लिए नियत आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा C_v का मान का ताप के साथ परिवर्तन प्रदर्शित है।



चित्र 14.13 : हाइड्रोजन गैस के लिए C_v का ताप के साथ परिवर्तन

ग्राफ से स्पष्ट है कि निम्न ताप पर द्विपरमाणुक गैस के अणु की केवल स्थानान्तरण गति होती है जबकि साधारण ताप पर स्थानान्तरण के साथ-साथ घूर्णन गति भी होती है एवं उच्च ताप पर स्थानान्तरण, घूर्णन व कम्पन गति होती है।

सारणी 2 : गैसों की आन्तरिक ऊर्जा

गैस	स्वतंत्रता की कोटि	एक अणु की औसत ऊर्जा	एक मोल की औसत ऊर्जा	C_V	C_P	$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$
आदर्श गैस	3	$\frac{3}{2}KT$	$\frac{3}{2}RT$	$\frac{3R}{2}$	$\frac{5R}{2}$	$\frac{5}{3} = 1.67$
द्विपरमाणुक गैस	5	$\frac{5}{2}KT$	$\frac{5}{2}RT$	$\frac{5R}{2}$	$\frac{7R}{2}$	$\frac{7}{5} = 1.40$
त्रिपरमाणुक गैस (i) रेखीय अणु	7	$\frac{7}{2}KT$	$\frac{7}{2}RT$	$\frac{7R}{2}$	$\frac{9R}{2}$	$\frac{9}{7} = 1.28$
(ii) अरेखीय अणु	6	$\frac{6}{2}KT$	$\frac{6}{2}RT$	$\frac{6R}{2}$	$\frac{8R}{2}$	$\frac{4}{3} = 1.33$

सारणी 14.1: विभिन्न गैसों की विशिष्ट ऊष्मा

गैस	C_V ($Jmol^{-1}K^{-1}$)	C_P ($Jmol^{-1}K^{-1}$)	$C_P - C_V$ ($Jmol^{-1}K^{-1}$)	$\gamma = C_P/C_V$
हीलियम	12.5	20.8	8.3	1.66
नियोन	12.7	20.8	8.1	1.64
आर्गन	12.5	20.8	8.3	1.67
हाइड्रोजन	20.4	28.8	8.4	1.41
ऑक्सीजन	21.0	29.3	8.3	1.40
नाइट्रोजन	20.8	29.1	8.3	1.40
मीथेन	27.1	35.4	8.3	1.31

महत्त्वपूर्ण तथ्य

1. **औसत मुक्त पथ**-वह औसत दूरी जो कोई अणु बिना संघट्ट किए चल सकता है उसकी औसत मुक्त पथ कहलाती है।
2. गैसों में औसत मुक्त पथ हजारों एंगस्ट्राम (Å) की कोटि का होता है अत: गैसों में परमाणु अत्यधिक स्वतंत्र होते हैं और बड़ी-बड़ी दूरियों तक बिना संघट्ट किये जा सकते हैं।
3. आदर्श गैस के अणु गति सिद्धान्त से-

$$P = \frac{1}{3} m \frac{N}{V} \bar{C}^2$$

$$P = \frac{1}{3} m n_0 \bar{C}^2$$

जहाँ $n_0 = \frac{N}{V}$ एकांक आयतन में अणुओं की संख्या

m = अणु का द्रव्यमान

$\bar{C}^2$ = अणुओं की माध्य वर्ग चाल

4. आदर्श गैस समीकरण

$$PV = nRT$$

$$PV = \frac{N}{N_A} RT \quad \text{जहाँ } n = \frac{N}{N_A} \text{ मोलों की संख्या}$$

या $PV = NKT$ जहाँ $\frac{R}{N_A} = K$ वोल्ट्ज़मान नियतांक

या $P = \frac{N}{V} KT$

$P = n_0 KT$

5. आदर्श गैस समीकरण

$$PV = nRT$$

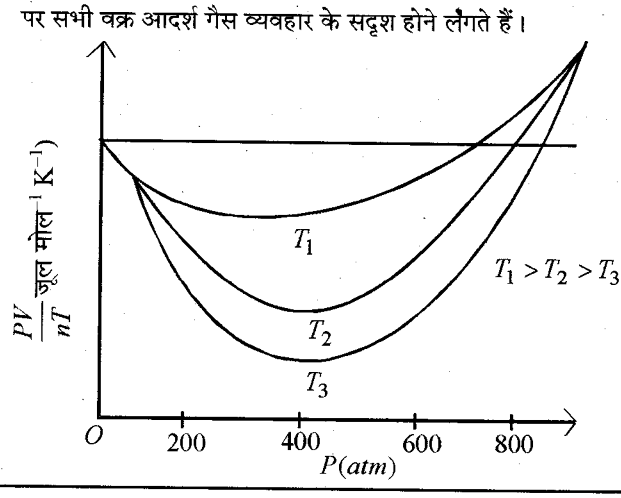
$$PV = \frac{M}{M_A} RT \quad \text{जहाँ } n = \frac{M}{M_A}$$

$$P = \frac{M}{V} \frac{R}{M_A} T$$

या $P = \frac{\rho RT}{M_A}$ जहाँ $\rho = \frac{M}{V}$ = गैस का द्रव्यमान घनत्व

6. PV =nRT कोई गैस जो इस समीकरण का सभी तापों और दाबों पर पूर्णतः पालन करती है आदर्श गैस कहलाती है। कोई भी वास्तविक गैस सही अर्थों में आदर्श गैस नहीं होती है, वास्तविक गैसें, आदर्श गैस समीकरण का पालन केवल उच्च ताप व निम्न दाब पर ही करती हैं क्योंकि उच्च ताप व निम्न दाब पर अणु दूर-दूर होते हैं और उनके बीच अन्योन्य क्रिया नगण्य होती है। अन्योन्य क्रिया की अनुपस्थिति में गैस एक आदर्श गैस की तरह व्यवहार करती है।

7. तीन भिन्न तापों पर किसी वास्तविक गैस का आदर्श गैस से विचलन निम्न चित्र में दर्शाया गया है। इस चित्र से स्पष्ट है कि निम्न दाबों व उच्च तापों पर सभी वक्र आदर्श गैस व्यवहार के सदृश होने लगते हैं।



8. गैस का दाब $P = \frac{1}{3} \frac{M}{V} \bar{C}^2$

$$PV = \frac{1}{3} M \bar{C}^2$$

$$PV = \frac{2}{3} \bar{E} \quad .....(1)$$

जहाँ $\bar{E} = \frac{1}{2} m \bar{C}^2$ गैस की माध्य गतिज ऊर्जा

आदर्श गैस समीकरण से-

$$PV = nRT$$

$$PV = \frac{N}{N_A} RT \quad \left(\frac{R}{N_A} = K \text{ वोल्ट्ज़मान नियतांक}\right)$$

$$PV = NKT \quad ....(2)$$

अतः $\bar{E} = \frac{3}{2} NKT$

एक अणु की औसत गतिज ऊर्जा $\frac{\bar{E}}{N} = \frac{1}{2} m \bar{C}^2 = \frac{3}{2} KT$

9. गैस का दाब $P = \frac{1}{3} \frac{M}{V} \bar{C}^2$

1 मोल के लिए $P = \frac{1}{3} \frac{M_A}{V} \bar{C}^2$

(1 मोल के लिए $M = M_1, N = N_A$)

10. 1 मोल या 1 ग्राम अणु गैस का अर्थ है कि गैस का द्रव्यमान उसके अणु भार के बराबर है एवं गैस के अणुओं की संख्या आवोगाद्रो संख्या के बराबर होता है।

11. मिश्रण की स्थिर आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा

$$c_v \text{ मिश्रण} = \frac{c_{v(\text{एक परमाणुक})} + c_{v(\text{द्विपरमाणुक})}}{2} = \frac{n_1 c_{v_1} + n_2 c_{v_2}}{n_1 + n_2}$$

12. मिश्रण की स्थिर दाब पर विशिष्ट ऊष्मा

$$c_P \text{ मिश्रण} = \frac{c_{P(\text{एक परमाणुक})} + c_{P(\text{द्विपरमाणुक})}}{2} = \frac{n_1 c_{P_1} + n_2 c_{P_2}}{n_1 + n_2}$$

13. $\gamma_{\text{मिश्रण}} = \frac{c_{P\,\text{मिश्रण}}}{c_{v\,\text{मिश्रण}}} = \frac{n_1 c_{P_1} + n_2 c_{P_2}}{n_1 c_{v_1} + n_2 c_{v_2}} = \frac{n_1 \gamma_1 (\gamma_2 - 1) + n_2 \gamma_2 (\gamma_1 - 1)}{n_1 (\gamma_2 - 1) + n_2 (\gamma_1 - 1)}$

14. $\frac{c_v}{c_P} = \frac{1}{\gamma}$

15. $c_P = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$

16. $c_v = \frac{R}{\gamma - 1}$

17. $\gamma = 1 + \frac{2}{f}$

जहाँ f = स्वतंत्रता की कोटियों की संख्या।

18. एक परमाणु गैस की आन्तरिक ऊर्जा केवल स्थानान्तरीय (रेखीय) गति के कारण जबकि द्विपरमाणुक गैस की आन्तरिक ऊर्जा लोटनी गति

(रेखीय+घूर्णन) के कारण होती है।

19. किसी अणु की स्थानान्तरीय एवं घूर्णी स्वातंत्र्य कोटियों में प्रत्येक $\frac{1}{2}KT$ ऊर्जा का योगदान देती है जबकि प्रत्येक कम्पन आवृत्ति $2\times\frac{1}{2}KT = KT$ ऊर्जा का योगदान देती है क्योंकि कम्पन रूप में गतिज व स्थितिज दोनों प्रकार की ऊर्जाओं का योगदान होता है।

20. यदि द्विपरमाणुक अणु दृढ़ है तो स्वातंत्र्य कोटि 5 होगी तीन स्थानान्तरीय व दो घूर्णी। जैसे O_2, N_2, H_2 तथा वायु आदि।

21. यदि द्विपरमाणुक अणु दृढ़ नहीं है तो इसमें एक अतिरिक्त कम्पन्न रूप भी सम्मिलित हैं तब स्वातंत्र्य कोटि 7 होगी। तीन स्थानान्तरीय, दो घूर्णी तथा दो कम्पन आवृत्ति।
जैसे- Cl_2 व Br_2 आदि।

अतः $U = E = \frac{fRT}{2}$ (f = 7)

$$U = \frac{7RT}{2}$$

$c_V = \frac{7}{2}R,\ c_P = \frac{9}{2}R$ तब $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{9}{7} = 1.28$

22. **ठोसों की विशिष्ट ऊष्माधारिता-**
कोई ठोस जो N परमाणुओं से बना है प्रत्येक परमाणु अपनी माध्य स्थिति के इधर-उधर कम्पन कर रहा है। किसी एक विमीय कम्पन की औसत ऊर्जा $2\times\frac{1}{2}KT = KT$ है। त्रिविमीय कम्पनों के लिए औसत ऊर्जा 3KT है।
ठोस के 1 मोल के लिए $N = N_A$ और इसकी कुल आंतरिक ऊर्जा

$$U = 3KT \times N_A$$
$$= 3RT$$

नियत दाब पर $\Delta Q = dU + P\Delta V$
$= dU$ (ठोस के लिए ΔV उपेक्षणीय है।)

अतः $c = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{dU}{dT} = 3R \approx 24.9$ जूल/मोल × K

23. **जल की विशिष्ट ऊष्माधारिता**-जल को ठोसों की तरह लेते हैं प्रत्येक परमाणु के लिए औसत ऊर्जा 3KT है। जल के अणुओं में 3 परमाणु, दो हाइड्रोजन के व एक ऑक्सीजन के होते हैं अतः इसके 1 मोल की आंतरिक ऊर्जा

$$U = 3 \times 3\,KT \times N_A = 9RT$$

$$c = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{dU}{dT} = 9R \approx 75 \text{ जूल/मोल} \times K$$

24. एक मोल गैस का द्रव्यमान ही आण्विक द्रव्यमान या मोलर द्रव्यमान कहलाता है जो एक अणु के द्रव्यमान व एक मोल गैस में अणुओं की संख्या के गुणनफल के बराबर होता है
अर्थात् $M_A = mN_A$

उदा.29. 2 ग्राम हीलियम के साथ सम्बद्ध स्वतंत्रता की कोटियों की संख्या ज्ञात कीजिए। हीलियम की इस मात्रा का ताप 27°C से 127°C तक बढ़ाने के लिए कितनी ऊष्मीय ऊर्जा की आवश्यकता होगी? (वोल्ट्जमान नियतांक $K = 1.38 \times 10^{-23}$ जूल/केल्विन तथा आवोगाद्रो संख्या $N = 6.02 \times 10^{23}$ प्रति मोल)

हल–हीलियम का अणुभार = 4
अतः 4 ग्राम हीलियम में NTP पर अणुओं की संख्या
$= 6.02 \times 10^{23}$
2 ग्राम हीलियम में NTP पर अणुओं की संख्या होगी

$$= \frac{6.02\times10^{23}}{4}\times 2$$
$$= 3.01 \times 10^{23}$$

हीलियम एक परमाणुक गैस है अतः इसके प्रति अणु स्वतंत्रता की कोटियों की संख्या = 3
अतः 2 ग्राम हीलियम से सम्बद्ध स्वतंत्रता की कोटियों की संख्या
$= 3 \times 3.01 \times 10^{23}$
$= 9.03 \times 10^{23}$

प्रति स्वतंत्रता की कोटि से बद्ध ऊर्जा $= \frac{1}{2}KT$

$T_1 = 27°C = 27 + 273$
$= 300\,K$ पर

ऊर्जा $E_1 = 9.03 \times 10^{23} \times \frac{1}{2}KT_1$

$$= 9.03\times10^{23}\times\frac{1}{2}\times1.38\times10^{-23}\times300$$

= 1869.2 जूल

$T_2 = 127°C = 127 + 273$
$= 400\,K$ पर

ऊर्जा $E_2 = 9.03 \times 10^{23} \times \frac{1}{2}KT_2$

$$= 9.03\times10^{23}\times\frac{1}{2}\times1.38\times10^{-23}\times400$$

= 2492.3 जूल

अतः 27°C से 127°C तक ताप बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मीय ऊर्जा
$= E_2 - E_1 = 2492.3 - 1869.2$
= 623.1 जूल

उदा.30. किसी त्रिपरमाणुक गैस के लिये C_P, C_V व γ की गणना कीजिए यदि स्वतत्रंता की कोटि 6 व 7 है। दोनो स्थितियों में γ में अन्तर की गणना भी कीजिए।

(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.13)

हल : (1) यदि स्वतत्रंता की कोटि (f) = 6 है तब

$$C_V = \frac{f}{2}R = \frac{6}{2}R = 3R$$

$$C_P = \left(\frac{f}{2}+1\right)R = \left(\frac{6}{2}+1\right)R = 4R$$

तथा $\gamma = \left(1+\frac{2}{f}\right) = \left(1+\frac{2}{6}\right) = \frac{4}{3} = 1.33$ (1)

(2) यदि स्वतत्रंता की कोटि (f) = 7 है तब

$$C_V = \frac{f}{2}R = \frac{7}{2}R = 3.5R$$

$$C_P = \left(\frac{f}{2}+1\right)R = \left(\frac{7}{2}+1\right)R = 4.5R$$

तथा $$\gamma = \left(1+\frac{2}{f}\right) = \left(1+\frac{2}{7}\right) = \frac{9}{7} = 1.28 \qquad (2)$$

तब दोनों स्थितियों में γ में अन्तर = 1.33–1.28=0.05

उदा.31. 44.8 लीटर नियत धारिता के एक बेलनाकार बर्तन में STP पर हीलियम गैस भरी है। इस गैस के ताप में 15.0°C वृद्धि करने के लिए कितनी ऊष्मा की आवश्यकता होगी? ($R = 8.31\ J\ mol^{-1}K^{-1}$)

हल– दिया है–STP (मानक ताप व दाब) पर

आयतन $V_1 = 44.8$ लीटर,

तापवृद्धि $\Delta T = 15°C = 15K$

गैस नियतांक R = 8.31 जूल/मोल/केल्विन

∵ STP पर 1 मोल गैस का आयतन = 22.4 लीटर

अतः गैस के दिए आयतन 44.8 लीटर में मोलों की संख्या

$n = 2$

चूंकि आयतन नियत है अतः यदि स्थिर आयतन मोलीय विशिष्ट ऊष्मा C_V है तो तापवृद्धि के लिए आवश्यक ऊष्मा

$$\Delta Q = nC_V \Delta T$$

होगी, एक परमाणुक गैस हीलियम के लिए

$$C_V = \frac{3}{2}R$$

अतः $$\Delta Q = 2 \times \frac{3}{2} \times 8.31 \times 15$$

= 373.95 जूल ≈ 374 जूल

उदा.32. 4 g हीलियम के साथ सम्बद्ध स्वतंत्रता की कोटि की गणना कीजिए। हीलियम की इस मात्रा का ताप 127° से 227°C तक बढाने के लिए कितनी उष्मा की आवश्यकता होगी (यहाँ $K=1.38\times10^{-23}\ J\ K^{-1}$ तथा $N=6.02\times10^{23}\ mol^{-1}$)।

(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.14)

हल– दिया गया है- वोल्ट्ज़मान नियतांक

$K = 1.38 \times 10^{-23}$ जूल/केल्विन,

NTP पर अणुओं की संख्या $N = 6.02 \times 10^{23}$ मोल$^{-1}$

∴ 1 ग्राम हीलियम में NTP पर अणुओं की संख्या

$$= \frac{6.02\times10^{23}}{4}\times 4 = 6.02\times10^{23}$$

∵ हीलियम एक परमाणुक गैस है अत: स्वतन्त्रता की कोटि f = 3

$T_1 = 127°C = 127 + 273 = 400K$

$T_2 = 227°C = 227 + 273 = 500K$

∴ $T_1 = 127°C$ ताप पर ऊर्जा $E_1 = fN_A \times \frac{1}{2}KT_1$

$$E_1 = 3 \times 6.02 \times 10^{23} \times \frac{1}{2}\times1.38\times10^{-23}\times400$$

$E_1 = 4992.84$ जूल

$T_2 = 227°C$ ताप पर ऊर्जा

$$E_2 = fN_A \times \frac{1}{2}KT_2$$

$$E_2 = 3 \times 6.02 \times 10^{23} \times \frac{1}{2}\times1.38 \times 10^{-23} \times 500$$

$E_2 = 6241.05$ जूल

∴ आवश्यक ऊष्मा की मात्रा = $E_2 - E_1$

= 6241.05 – 4992.84

= 1248.21 जूल

उदा.33. किसी गैस के अणु का द्रव्यमान उसकी नियत आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा से परिकलित किया जा सकता है। यदि आर्गन के लिए $C_V = 0.075$ किलो कैलोरी/किग्रा.–K हो तो-
(i) आर्गन परमाणु का द्रव्यमान तथा
(ii) आर्गन का परमाणु भार ज्ञात कीजिए।

हल–(i) यदि आर्गन का परमाणु भार A हो तो आर्गन के एक मोल में A ग्राम गैस होगी।

दिया गया है–आर्गन के लिए–

$C_V = 0.075$ किलो कैलोरी/किग्रा.K

⇒ $C_V = 0.075$ कैलोरी/ग्राम K

आर्गन एक परमाणुक गैस है जिसके लिये

$C_V = 3$ कैलोरी/मोल K

$= \frac{3}{A}$ कैलोरी/ग्राम K

∴ $\frac{3}{A} = 0.075$

⇒ परमाणु भार $A = \frac{3}{0.075} = 40$

(ii) 1 मोल में परमाणुओं की संख्या = आवागाद्रो संख्या

$= 6.02 \times 10^{23}$

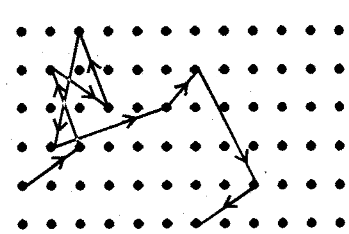
∴ आर्गन परमाणु का द्रव्यमान = परमाणु भार/आवागाद्रो संख्या

$$= \frac{40}{6.02\times10^{23}} = 6.64\times10^{-23} \text{ ग्राम}$$

14.15 माध्य मुक्त पथ (Mean Free Path)

किसी गैस के अणु दिए गए ताप पर तीव्र वेग से गति करते हैं। परन्तु अणुओं की परस्पर टक्कर होने के कारण अणु को पात्र में एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक जाने में समय लगता है। अणुओं की टक्कर होने से गैस के अणु का पथ चित्रानुसार टेढ़ा-मेढ़ा (zig-zag) होता है।

दो क्रमागत टक्करों के मध्य गैस के अणु सरल रेखा में नियत वेग से गति करता है।



चित्र 14.13 (a)

दो क्रमागत टक्करों के मध्य गैस के अणु द्वारा तय की गई दूरी मुक्त पथ कहलाती है।

$$\text{मुक्त पथ } \lambda = \frac{\text{दो क्रमागत टक्करों के मध्य गैस अणु द्वारा तय की गई कुल दूरी}}{\text{कुल टक्करों की संख्या}}$$

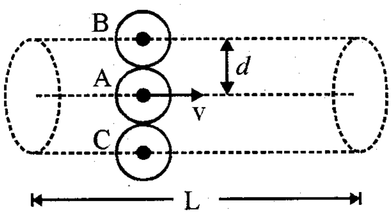
दो क्रमागत टक्करों के मध्य अणु सरल रेखा में नियत चाल से गति करता है।

यदि गैस के अणु द्वारा n टक्करों में तय की गई दूरियाँ क्रमशः $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$ हैं तब अणु का माध्य मुक्त पथ

$$\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \ldots + \lambda_n}{n}$$

14.15.1 औसत मुक्त पथ के लिए व्यंजक (Expression for Mean free path)

अब माना कि गैस के अणु d व्यास के गोले के रूप में हैं। किसी पात्र में स्थित गैस पर विचार करते हैं जिसके एकांक आयतन में अणुओं की संख्या n_0 है। अब किसी एक अणु A पर विचार करते हैं जो अन्य अणुओं B तथा C से टकराता है जबकि B व C के केन्द्र, A के केन्द्र से d दूरी पर स्थित हैं। (चित्र)



चित्र 14.14

अब यदि यह अणु L दूरी तक गतिशील होता है तब यह $\pi d^2 L$ आयतन के बेलन में स्थित सभी अणुओं से टकरायेगा।

अतः बेलन में उपस्थित अणुओं की संख्या

$$= n_0 \times \pi d^2 L = \pi n_0 d^2 L$$

अणु A द्वारा की गई टक्करों की संख्या

= बेलन में उपस्थित अणुओं की संख्या

$$= \pi n_0 d^2 L$$

इस प्रकार अणु का माध्य मुक्त पथ

$$\lambda = \frac{\text{कुल तय दूरी}}{\text{टक्करों की संख्या}}$$

$$= \frac{L}{\pi n_0 d^2 L} = \frac{1}{\pi n_0 d^2}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{1}{\pi n_0 d^2} \quad \ldots(1)$$

समी. (1) की व्युत्पत्ति में यह माना गया है कि विचरित अणु के अतिरिक्त गैस के सभी अणु स्थिर हैं परन्तु वास्तव में गैस के सभी अणु गतिशील होते हैं। इस स्थिति में टक्करों की संख्या अधिक होने से माध्य मुक्त पथ समी.(1) की तुलना में कम होगा। ऐसा अनुमान है कि माध्य मुक्त पथ

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n_0 d^2} \quad \ldots(2)$$

यदि अणु का औसत वेग v हो तो

$$\lambda = v \times \frac{t}{N} = v \times \tau \quad \ldots(3)$$

जहां N = t समय में टक्करों की संख्या तथा

τ = दो क्रमागत टक्करों के मध्य लगा औसत समयान्तराल

समी. (1) व (3) से

$$\tau = \frac{1}{\pi n_0 d^2 v} \quad \ldots(4)$$

$\because$ एकांक आयतन में अणुओं की संख्या अर्थात् संख्या घनत्व

$$n_0 = \frac{N}{V}$$

$\therefore$ समी. (2) से

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\left(\frac{N}{V}\right)d^2}$$

परन्तु आदर्श गैस अवस्था समीकरण से

$$PV = NKT$$

$$\Rightarrow \quad \frac{N}{V} = \frac{P}{KT}$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{KT}{\sqrt{2}\pi d^2 P} \quad \ldots(5)$$

समी. (5) से स्पष्ट होता है कि गैस अणु का माध्यमुक्त पथ

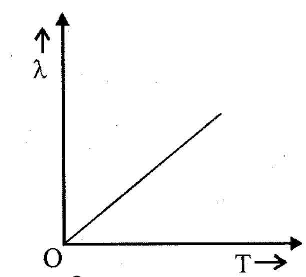
$$\lambda \propto T, \quad \ldots(6)$$

$$\lambda \propto \frac{1}{P} \quad \ldots(7)$$

तथा

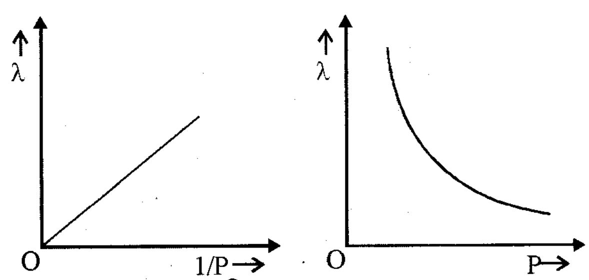
$$\lambda \propto \frac{1}{d^2} \quad \ldots(8)$$

समी. (6) के अनुसार गैस के अणुओं का माध्य मुक्त पथ गैस के परम ताप के समानुपाती होता है।



चित्र 14.15

समी. (7) के अनुसार गैस के अणुओं का माध्य मुक्त पथ गैस के दाब (P) के व्युत्क्रमानुपाती होता है।



चित्र 14.16

14.16 गैसों का आयतन प्रसार गुणांक (Volume Expansion Coefficient of Gases)

अणुगति सिद्धान्त के अनुसार ताप बढ़ाने पर गैसों का प्रसार ठोस व

द्रव की तुलना में अधिक होता है तथा गैसों का वास्तविक एवं आभासी प्रसार समान होता है। गैस का ताप बढ़ाने पर गैस का आयतन तथा दाब दोनों बढ़ते हैं। गैसों का आयतन नियत दाब पर ताप बढ़ाने पर बढ़ता है।

(i) गैस का नियत दाब पर आयतन प्रसार गुणांक

$$\alpha_p = \frac{\text{नियत दाब पर ताप बढ़ाने पर आयतन में वृद्धि}}{\text{प्रारंभिकआयतन} \times \text{ताप वृद्धि}}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_p = \frac{\Delta V}{V\Delta T} \qquad ...(1)$$

यहाँ V = गैस का प्रारंभिक आयतन, ΔT = ताप में वृद्धि तथा ΔV = ताप बढ़ाने पर गैस के आयतन में वृद्धि

आदर्श गैस अवस्था समीकरण से

$$PV = nRT \qquad ...(2)$$

नियत दाब पर अवकलन करने पर

$$P\Delta V = nR\Delta T \qquad ...(3)$$

समी. (3) में समी. (2) का भाग देने पर

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$$

$\therefore$ समी. (1) से

$$\alpha_p = \frac{1}{T} \qquad ...(4)$$

(ii) गैस का नियत आयतन पर दाब प्रसार गुणांक

$$\alpha_v = \frac{\text{नियत आयतन पर ताप बढ़ाने पर गैस के दाब में वृद्धि}}{\text{प्रारंभिकदाब} \times \text{ताप वृद्धि}}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_v = \frac{\Delta P}{P\Delta T} \qquad ...(5)$$

यहाँ P = गैस का प्रारंभिक दाब, ΔT = ताप में वृद्धि तथा ΔP = ताप बढ़ाने पर गैस के दाब में वृद्धि

आदर्श गैस अवस्था समीकरण से

$$PV = nRT \qquad ...(6)$$

नियत आयतन पर अवकलन करने पर

$$V\Delta P = nR\Delta T \qquad ...(7)$$

समी. (7) में समी. (6) का भाग देने पर

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta T}{T}$$

$\therefore$ समी. (5) से

$$\alpha_v = \frac{1}{T} \qquad ...(8)$$

$\therefore$ समी. (4) व (8) से

$$\alpha_p = \alpha_v = \frac{1}{T} \qquad ...(9)$$

इस प्रकार आदर्श गैस का स्थिर दाब पर आयतन प्रसार गुणांक तथा स्थिर आयतन पर दाब प्रसार गुणांक का मान ताप में वृद्धि करने पर कम हो जाता है। ठोस तथा द्रव का आयतन प्रसार गुणांक ताप पर निर्भर नहीं करता है जबकि गैस में यह ताप पर निर्भर करता है।

उदा.34. $0^\circ C$ ताप व **1 atm** दाब पर किसी गैस के अणुओं का माध्य मुक्त पथ $\mathbf{0.80 \times 10^{-5}}$ **cm** है। इस ताप व दाब पर प्रति एकांक आयतन अणु 2.7×10^{19} **cm^{-3}** हैं तब आण्विक व्यास का मान ज्ञात करो। **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.15)**

हल: दिया गया है $n_0 = 2.7\times10^{19}$, $\lambda = 0.80 \times 10^{-5}$ cm

$\because$ माध्य मुक्त पथ

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi n_0 d^2}$$

$$\Rightarrow d^2 = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi n_0 \lambda}$$

$$d^2 = \frac{1}{\sqrt{2}\times3.14\times2.7\times10^{19}\times0.80\times10^{-5}}$$

$$d^2 = 10.427\times10^{-16}\ \text{cm}^2$$

$$d = 3.3\times10^{-8}\ \text{cm}$$

उदा.35. नाइट्रोजन का आण्विक व्यास $\mathbf{3.5\times10^{-8}}$ **cm** हैं तब $27\,^\circ C$ ताप व 1 **atm** वायुमण्डल दाब पर माध्य मुक्त पथ की गणना करो। **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.16)**

हल : दिया गया है

$T = 27^\circ C = 27+273 = 300\,K$

$P = 1\ \text{atm} = 76\times13.6\times981$ dyne cm^{-2}

$P = 1.01\times10^6$ dyne cm^{-2}

$d = 3.5\times10^{-8}$ cm

$K = 1.38\times10^{-16}$ erg K^{-1}

$\because$ माध्य मुक्त पथ $\lambda = \dfrac{KT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$

$$\lambda = \frac{1.38\times10^{-16}\times300}{\sqrt{2}\times3.14\times(3.5\times10^{-8})^2\times1.01\times10^6}$$

$$\lambda = 7.6\times10^{-6}\ \text{cm}$$

उदा.36. बेंजीन के अणु के आण्विक व्यास की गणना कीजिए। यदि प्रति एकांक आयतन अणुओं की संख्या (n_0) का मान $\mathbf{2.79\times10^{19}}$ **cm^{-3}** व माध्य मुक्त पथ λ = $\mathbf{2.2\times10^{-6}}$ **cm** है। **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 14.17)**

हल : दिया गया है

$n_0 = 2.79 \times 10^{19}\,cm^{-3}$

$\lambda = 2.2\times10^{-6}\,cm$

$\because$ माध्य मुक्त पथ

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi n_0 d^2}$$

$$d^2 = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi n_0 \lambda}$$

$$\Rightarrow \quad d^2 = \frac{1}{\sqrt{2}\times3.14\times2.79\times10^{19}\times2.2\times10^{-6}}$$

$$d^2 = \frac{10^{-13}}{\sqrt{2}\times3.14\times2.79\times2.2}$$

$$d = 6.02\times10^{-8}\,cm$$

विविध उदाहरण

उदा.37. 0°C ताप तथा 1.0×10^5 न्यूटन/मी.^{2} दाब पर कार्बन डाइ ऑक्साइड गैस का घनत्व 1.98 किग्रा./मी.^{3} है। 0°C तथा 30°C पर इसके अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल ज्ञात कीजिए।

हल–गैसों के गत्यात्मक सिद्धान्त के अनुसार गैस का दाब

$$P = \frac{1}{3}\rho C_{rms}^2$$

$\therefore$ वर्ग माध्य मूल चाल

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

दिया गया है– $P = 1.0 \times 10^5$ न्यूटन/मी.^{2}

$\rho = 1.98$ किग्रा./मी.^{3}

0°C ताप पर वर्ग माध्य मूल चाल

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3\times1.0\times10^5}{1.98}} = 389 \text{ मी./से.}$$

गैसों के गत्यात्मक सिद्धान्त के अनुसार

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M_A}} \propto \sqrt{T}$$

$$\therefore \quad \frac{(C_{rms})_{30°C}}{(C_{rms})_{0°C}} = \sqrt{\frac{30+273}{0+273}}$$

$$= \sqrt{\frac{303}{273}} = 1.053$$

$\therefore$ 30°C ताप पर वर्ग माध्य मूल चाल

$$(C_{rms})_{30°C} = 1.053 \times (C_{rms})_{0°C}$$

$$= 1.053 \times 389 = 410 \text{ मी./से.}$$

उदा.38. किसी गैस का ताप 0°C है। प्रत्येक स्थिति में उसे किस ताप तक गर्म किया जाये कि-

(i) गैस के अणुओं की मध्यमान गतिज ऊर्जा पहले से दुगुनी हो जाये।

(ii) गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग पहले से दुगुना हो जाये।

हल–(i) गैस के अणुओं की मध्यमान गतिज ऊर्जा परम ताप के समानुपाती होती है अर्थात् $\overline{E} \propto T$

जिससे $\dfrac{\overline{E}_2}{\overline{E}_1} = \dfrac{T_2}{T_1}$

दिया गया है– $\dfrac{\overline{E}_2}{\overline{E}_1} = 2$

$T_1 = 0°C = 0 + 273 = 273K$

$$\therefore \quad T_2 = T_1\left(\frac{\overline{E}_2}{\overline{E}_1}\right)$$

$$T_2 = 273 \times 2 = 546K$$

$$= 546 - 273 = 273°C$$

(ii) वर्ग माध्य मूल चाल ताप के वर्गमूल के समानुपाती होती है

अर्थात् $C_{rms} \propto \sqrt{T}$

जिससे $\dfrac{C_{2rms}}{C_{1rms}} = \sqrt{\dfrac{T_2}{T_1}}$

$$\Rightarrow \quad T_2 = T_1\left(\frac{C_{2rms}}{C_{1rms}}\right)^2$$

दिया गया है–

$$\frac{C_{2rms}}{C_{1rms}} = 2$$

$T_1 = 0°C = 0 + 273 = 273K$

$$\therefore \quad T_2 = 273\,(2)^2 = 273 \times 4$$

$$= 1092K$$

$$= 1092 - 273 = 819°C$$

उदा.39. किस ताप पर हीलियम के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग सामान्य ताप व दाब पर हाइड्रोजन के अणुओं के वर्ग माध्य मूल वेग के बराबर होगा?

हल–माना कि परम ताप T पर हीलियम के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग $(C_{rms})_{He}$ तथा सामान्य ताप व दाब पर हाइड्रोजन के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग $(C_{rms})_{H_2}$ है।

$\because$ दिया गया है–

$$(C_{rms})_{He} = (C_{rms})_{H_2}$$

$$\sqrt{\frac{3RT}{M_{He}}} = \sqrt{\frac{3R\times273}{M_{H_2}}}$$

$$\frac{T}{M_{He}} = \frac{273}{M_{H_2}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T}{4} = \frac{273}{2}$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{273\times4}{2} = 546K$$

$$= 546 - 273 = 273°C$$

उदा.40. हाइड्रोजन अणु का द्रव्यमान 3.32×10^{-24} ग्राम है। 10^5 सेमी./से. के वेग से गतिमान यदि 10^{23} हाइड्रोजन अणु प्रति सेकण्ड 2 वर्ग सेमी. क्षेत्र वाली दीवार पर लम्ब से 45° कोण पर टकराते हैं, तो दीवार पर अणुओं द्वारा आरोपित दाब की गणना करो।

हल–दिया गया है–

$$m = 3.32 \times 10^{-24} \text{ ग्राम}$$
$$n = 10^{23} \text{ अणु/से.}$$
$$C_{rms} = 10^5 \text{ सेमी./से.}$$
$$A = 2 \text{ वर्ग सेमी.}$$

अणुओं के वेग का दीवार के लम्ब दिशा में घटक

$$= n\, C_{rms} \cos\theta$$

∴ प्रति सेकण्ड दीवार को स्थानान्तरित संवेग $= 2mnC_{rms}\cos\theta$

प्रति सेकण्ड दीवार को स्थानान्तरित संवेग दीवार पर आरोपित बल के बराबर होगा।

$$\therefore \quad F = 2mnC_{rms}\cos\theta$$

∴ आरोपित दाब $P = \dfrac{F}{A} = \dfrac{2mnC_{rms}\cos\theta}{A}$

$$P = \frac{2\times 3.32\times 10^{-24}\times 10^{23}\times 10^5\times \cos 45^\circ}{2}$$

$$= \frac{2\times 3.32\times 10^{-24}\times 10^{23}\times 10^5\times 1}{2\times\sqrt{2}} \text{ डाइन/सेमी.}^2$$

$= 2347$ न्यूटन/मी.^{2}

उदा.41. 10 सेमी.^{3} आयतन का एक बुलबला एक झील में 40 मीटर की गहराई पर बनता है। यदि बुलबुले का ताप इसके ऊपर उठते समय नियत रहे तो जब यह झील की सतह पर पहुंचेगा, इसका आयतन क्या होगा?

हल–दिया गया परिवर्तन समतापी है।

यदि P_1, V_1 झील की गहराई में बुलबुले का दाब व आयतन हो तथा P_2, V_2 झील की सतह पर दाब व आयतन हों तो

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$\Rightarrow \quad V_2 = V_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

दिया गया है–

$P_2 = P_0$ (वायुमण्डलीय दाब) $= 10^5$ न्यूटन/मी.^{2}

$P_1 = P_0 + h\rho g$

यहां $h = 40$ मी.

$V_1 = 10$ सेमी.$^3 = 10\times 10^{-6}$ मी.^{3}

पानी का घनत्व

$\rho = 10^3$ किग्रा./मी.^{3}

$$V_2 = V_1\left[\frac{P_0 + h\rho g}{P_0}\right]$$

$$= 10\times 10^{-6}\left[\frac{10^5 + 40\times 10^3\times 10}{10^5}\right]$$

$$= 10^{-5}\times 10^5\,\frac{[1+4]}{10^5}$$

$= 5\times 10^{-5}$ मी.^{3}

$= 50$ सेमी.^{3}

उदा.42. 1.2×10^7 न्यूटन/मी.^{2} दाब तथा 400 K ताप पर एक गैस का आयतन 1 लीटर है। गैस में अणुओं की संख्या ज्ञात कीजिए। ($K = 1.38\times 10^{-23}$ जूल/केल्विन)

हल–1 ग्राम अणु गैस के लिए आदर्श गैस समीकरण

$$PV = RT$$

$$\because \quad K = \frac{R}{N_A}$$

$$\therefore \quad PV = KN_AT$$

∵ 1 ग्राम अणु गैस में N_A अणु होते हैं जहां N_A आवोगाद्रो संख्या है। अतः उपरोक्त समीकरण N_A अणुओं के लिए है। अब यदि गैस के किसी द्रव्यमान में N अणु हों तो गैस के इस द्रव्यमान के लिए समीकरण निम्न होगा–

$$PV = NKT$$

$$\Rightarrow \quad N = \frac{PV}{KT}$$

दिया गया है–

$P = 1.2\times 10^7$ न्यूटन/मी.^{2}

$V = 1$ लीटर $= 1000$ सेमी.$^3 = 10^{-3}$ मी.^{3}

$T = 400K$

$$\therefore \quad N = \frac{1.2\times 10^7\times 10^{-3}}{1.38\times 10^{-23}\times 400}$$

$= 2.17\times 10^{24}$ अणु

उदा.43. यदि 1 ग्राम जल के अणु पृथ्वी की सतह पर एक समान रूप से वितरित कर दिये जायें तो पृथ्वी की सतह के 1 सेमी.^{2} क्षेत्रफल पर कितने अणु होंगे?

हल–1 ग्राम जल में मोल संख्या $= \dfrac{\text{द्रव्यमान}}{\text{अणुभार}}$

$$= \frac{1\text{ ग्राम}}{18\text{ ग्राम/मोल}}$$

$$= \frac{1}{18} \text{ मोल}$$

1 ग्राम मोल में अणुओं की संख्या $= 6.02\times 10^{23}$

∴ 1 ग्राम जल में अणुओं की संख्या

$$N = 6.02\times 10^{23}\times \frac{1}{18}$$

$$= 3.346\times 10^{22}$$

पृथ्वी की सतह का क्षेत्रफल $A = 4\pi R^2$

$$= 4\times 3.14\times (6.4\times 10^6)^2$$

अतः पृथ्वी की सतह के 1 सेमी.$^2 = 10^{-4}$ मी.^{2} क्षेत्रफल पर अणुओं की

संख्या $= \dfrac{N}{A} = \dfrac{3.346\times 10^{22}\times 10^{-4}}{4\times 3.14\times (6.4\times 10^6)^2} = 6504$

उदा.44. एक ग्राम अणु गैस की गतिज ऊर्जा सामान्य ताप तथा दाब पर ज्ञात कीजिए। 273°C पर गैस की गतिज ऊर्जा कितनी होगी? (R = 8.31 जूल/ग्राम अणु K)

हल–1 ग्राम अणु गैस की गतिज ऊर्जा

$$E = \frac{3}{2}RT$$

दिया गया है–

सामान्य ताप $T = 273\,K$

$$\therefore \quad E = \frac{3}{2}\times 8.31\times 273$$

$= 3.403 \times 10^3$ जूल

$T = 273°C = 273 + 273$

$= 546$ K ताप पर गैस की गतिज ऊर्जा

$$E = \frac{3}{2} \times 8.31 \times 546$$

$= 6.805 \times 10^3$ जूल

उदा.45. एक हीलियम परमाणु का द्रव्यमान 6.66×10^{-27} किग्रा. हो तो हीलियम गैस की नियत आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा ज्ञात करो।

हल–हीलियम एक परमाणुक गैस है जिसके लिए नियत आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा

$C_V = 3$ कैलोरी/मोल K

1 मोल हीलियम गैस का द्रव्यमान = हीलियम परमाणु का द्रव्यमान × 1 मोल में परमाणुओं की संख्या

$= 6.66 \times 10^{-27} \times 6.02 \times 10^{23}$

$= 4 \times 10^{-3}$ किग्रा.

$$\therefore \quad C_V = \frac{3}{4 \times 10^{-3}} = 750 \text{ कैलोरी/किग्रा.K}$$

$$= \frac{750}{4.186} = 3140 \text{ जूल/किग्रा. K}$$

पाठ्य पुस्तक के प्रश्न

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. किसी ताप T पर आदर्श गैस के लिये वर्ग माध्य मूल चाल क्या होता हैं?

उत्तर- आदर्श गैस के लिये वर्ग माध्य मूल चाल $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M_A}}$

यहाँ M_A = गैस का अणु भार,

T = गैस का परम ताप,

व R = सार्वत्रिक गैस नियतांक है।

प्र.2 गैस नियतांक **(R)** का मात्रक क्या होता है?

उत्तर- गैस नियतांक R का मात्रक जूल प्रति मोल प्रति केल्विन ($J\ mol^{-1}\ K^{-1}$)

प्र.3. किसी गैस का परम ताप 16 गुना बढा दिया जाये तो उसकी वर्ग माध्य मूल चाल कितनी गुना हो जायेगी?

उत्तर- $C_{rms} \propto \sqrt{T}$

अत: गैस का परम ताप 16 गुना बढ़ा देने पर उसकी वर्ग माध्य मूल चाल चार गुनी हो जायेगी।

प्र.4. वाण्डरवाल समीकरण लिखिये।

उत्तर- वाण्डरवाल समीकरण

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = nRT$$

यहाँ P, V व T वास्तविक गैस के क्रमश: दाब, आयतन व परम ताप हैं। n अणुओं का संख्या घनत्व (गैस के मोलों की संख्या), R सार्वत्रिक गैस नियतांक तथा a व b वाण्डरवाल नियतांक है।

प्र.5. गैस के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार परम शून्य ताप पर गैस के अणु की चाल क्या होती है?

उत्तर- परमशून्य ताप पर गैस के अणु की चाल **शून्य** होगी।

प्र.6. स्वतंत्रता की कोटि (*f*) व रूद्धोष्म निष्पति (γ) में सम्बन्ध बताइये।

उत्तर- $\gamma = \left(1 + \frac{2}{f}\right)$

जहाँ γ रुद्धोष्म निष्पति तथा f स्वतंत्रता की कोटि है।

प्र.7. एक वायुयान आकाश में उड़ रहा है तो उसकी स्वतंत्रता की कोटियाँ क्या होगी?

उत्तर- 3

प्र.8. किसी द्विपरमाणुक गैस के लिए C_P का मान बताइये।.

उत्तर- द्वि परमाणु गैस के लिये $C_p = \frac{7}{2}R$

जहाँ R = सार्वत्रिक गैस नियतांक

प्र.9. गैस के अणुगति सिद्धान्त द्वारा दाब का सूत्र लिखिये।

उत्तर- $P = \frac{1}{3}\frac{mn\bar{C}^2}{V}$

जहाँ P गैस का दाब, m अणु का द्रव्यमान, n अणुओं का संख्या घनत्व, $\overline{C^2}$ माध्य वर्ग वेग, V गैस का आयतन है।

प्र.10. आवोंगाद्रों संख्या का मान क्या होता है?

उत्तर- आवोगाद्रो संख्या = 6.023×10^{23} प्रति ग्राम मोल

लघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. गैसो के अणुगति सिद्धान्त के अभिगृहितों की व्याख्या कीजिये।

उत्तर- **गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अभिगृहीत**

(i) प्रत्येक गैस अनेक सूक्ष्म कणों से मिलकर बनी होती है, जिन्हें अणु कहते हैं। इन अणुओं के गुण गैस के गुणों को व्यक्त करते हैं।

(ii) ये अणु दृढ़, पूर्ण प्रत्यास्थ, गोल एवं समरूप होते हैं। केवल समस्थानिकों के अणुओं का भार भिन्न-भिन्न होता है।

(iii) अणुओं का आयतन गैस के आयतन की तुलना में नगण्य होता है।

(iv) अणु सतत् अनियमित गति करते रहते हैं। निश्चित ताप पर गैस के इकाई आयतन में अणुओं की संख्या अपरिवर्तित रहती है। ये अणु सर्वसम्भव दिशाओं में सर्व सम्भव वेग से गतिशील रहते हैं। संक्षेप में गैस के अणु आणुविक उथल पुथल में रहते हैं।

(v) अणु चलते हुये दूसरे अणु से अथवा पात्र की दीवारों से टक्कर करते हैं। ये टक्कर पूर्णत: प्रत्यास्थ होती हैं। अर्थात् अणुओं की गतिज ऊर्जा में कोई हानि नहीं होती है।

(vi) टक्कर से पूर्व अणु द्वारा सीधी रेखा में तय की गई दूरी उसका मुक्त पथ कहलाती है। निश्चित टक्करों के बीच तय की गई दूरियों का माध्य औसत मुक्त पथ कहलाता है, जो गैस के दाब पर निर्भर करता है।

(vii) गैस में दो अणुओं के बीच की दूरी ठोस व द्रव के अणुओं के बीच की दूरी की अपेक्षा बहुत अधिक होती है। इसलिये अन्तराणुविक बल नगण्य होता है।

(viii) दो टक्करों के बीच के समय की तुलना में टक्कर का स्पर्शकाल नगण्य होता है।

(ix) अणु पूर्ण स्वतंत्र होते हैं अर्थात् इनके बीच कोई आकर्षण या प्रतिकर्षण का बल नहीं होता है। इनकी सम्पूर्ण ऊर्जा गतिज ऊर्जा के रूप में ही होती है।

(x) गैस में सब स्थानों पर घनत्व एकसा रहता है। अर्थात् न तो अणु किसी स्थान पर एकत्रित होते हैं, न किसी स्थान पर इनका अभाव होता है।

(xi) अणुओं का द्रव्यमान नगण्य व वेग अधिक होने के कारण गैस के अणुओं पर गुरुत्वाकर्षण बल का प्रभाव नहीं पड़ता।

(xii) जब गैस के अणु पात्र की दीवारों से टकराते हैं तो उनके संवेग में परिवर्तन होता है। उनके द्वारा संवेग पात्र की दीवारों को स्थानान्तरित किया जाता है, जिससे गैस पात्र की दीवारों पर दाब डालती है।

प्र.2. गैस के अणुगति सिद्धान्त के अभिगृहितों के अनुसार गैस के भौतिक गुणों की विवेचना कीजिये।

उत्तर- गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अभिगृहीतों के अनुसार प्रत्येक गैस अणुओं या परमाणुओं का एक ऐसा समूह होती है, जिसके अणु सतत्, यादृच्छिक गति करते रहते हैं। उनकी आणुविक गति से ही गैस के भौतिक गुण निम्न बिन्दुओं के अन्तर्गत निर्धारित होते हैं-

(i) गतिशील अणुओं की गतिज ऊर्जा, गैस की आंतरिक ऊर्जा होती है तथा इस गतिज ऊर्जा के द्वारा ही गैस का ताप निर्धारित होता है।

(ii) गैस के अणुओं का वेग शून्य से लेकर अनन्त के बीच संभव होता है तथा उसके भिन्न-भिन्न वेगों का वितरण ताप पर निर्भर करता है।

(iii) तापवृद्धि के साथ अणुओं के संवेग एवं गतिज ऊर्जा में वृद्धि होती है।

(iv) अणुओं की दो क्रमागत टक्करों के बीच उनका पथ सरल रेखीय एवं गति त्वरण रहित होती है। यह पथ मुक्त पथ कहलाता है।

(v) गैस के अणु पात्र के सम्पूर्ण आयतन में निरन्तर गतिशील रहते हैं और आपस में एवं बर्तन की दीवारों से टक्कर करते रहते है। टक्कर के साथ संवेग स्थानान्तरण से पात्र की दीवारों पर बल लगता है। इस बल के द्वारा गैस के दाब की गणना करना सुगम होता है।

(vi) अणु गति सिद्धान्त के अनुसार गैस के अणुओं के द्वारा गति के दौरान भौतिकी तथा सांख्यिकी के नियमों का पालन होता है।

(vii) अणुगति सिद्धान्त के तथ्यों से बायल के नियम, चार्ल्स के नियम, गैलुसॉक के नियम, आदर्श गैस अवस्था समीकरण आदि की सरलता से व्याख्या की जा सकती है।

प्र.3. गैस के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार ताप की व्याख्या कीजिये।

उत्तर- अणुगति सिद्धान्त के अनुसार ताप की व्याख्या:

अणुगति सिद्धान्त से प्राप्त दाब का व्यंजक $P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}\overline{C}^2$

$$\therefore \quad P.V. = \frac{1}{3}M\overline{C}^2 \quad ...(1)$$

परन्तु प्रयोग द्वारा गैस समीकरण से,

$$P.V. = R.T \quad ...(2)$$

जहाँ R, एक किग्रा अणु गैस के लिये सार्वत्रिक गैस नियतांक है।

समी. (1) व (2) की तुलना से,

$$R.T = \frac{1}{3}M\overline{C}^2$$

$$\therefore \quad T = \frac{1}{3}\frac{M\cdot\overline{C}^2}{R}$$

या

$$T \propto \overline{C}^2 \quad ...(3)$$

अतः किसी एक ही गैस के लिये परम ताप वर्ग माध्य वेग के अनुक्रमानुपाती होता है। यदि $\frac{1}{2}M\overline{C}^2 = \overline{E}$, माध्य गतिज ऊर्जा है तो

$$T = \frac{2}{3R}\times\frac{1}{2}M\overline{C}^2$$

या

$$T = \frac{2}{3R}\overline{E}$$

या

$$T \propto \overline{E} \quad ...(4)$$

अतः ताप माध्य गतिज ऊर्जा का समानुपाती होता है।

यदि $T = 0$ हो तो $\overline{E} = 0, \overline{C}^2 = 0$

अतः परम शून्य ताप वह ताप है, जहाँ सम्पूर्ण अणु गति शून्य हो जाती है, अतः अणुओं की गतिज ऊर्जा भी शून्य हो जाती है।

प्र.4. वास्तविक गैसों के लिये वाण्डरवाल गैस समीकरण की व्याख्या कीजिये।

उत्तर- वास्तविक गैसों के लिये वाण्डरवाल समीकरण

वाण्डरवाल ने आदर्श गैस समीकरण PV = RT में दो संशोधन किये क्यों कि अणुगति सिद्धान्त के दो अभिग्रहीतों (यथा गैसों के अणुओं के मध्य अन्तराणुविक बल का नगण्य माना जाना एवं अणुओं के द्वारा घेरा गया आयतन का नगण्य होना) में विसंगति पायी गई।

(i) अणुओं में पारस्परिक आकर्षण बल के कारण वास्तविक गैस का

दाब $\left(P+\frac{a}{V^2}\right)$ होता है, यहाँ a एक मोल गैस के लिये एक नियतांक है, जिसका मान भिन्न-भिन्न गैसों के लिए भिन्न-भिन्न होता है।

(ii) अणुओं में परिमित आकार के कारण उनके विचरण के लिए उपलब्ध प्रभावी आयतन घट जाता है। अत: यदि पात्र का आयतन V हो तो गैस के लिये आयतन (V – b) ही होगा। यहाँ b भी एक मोल गैस के लिये एक नियतांक है। इसका मान गैस के अणुओं के आकार पर निर्भर करता है।

अत: वाण्डरवाल के अनुसार वास्तविक गैसों के लिये अवस्था समीकरण निम्न रूप में लिया जाना चाहिए।

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b) = R\cdot T$$

प्र.5. स्वतंत्रता की कोटि से क्या अभिप्राय है?

उत्तर- **स्वतंत्रता की कोटि**–कोई कण का अणु या परमाणु जितनी दिशाओं में स्वतंत्रतापूर्वक गति कर सकता है, दिशाओं की उस संख्या को कण की स्वातंत्र्य कोटि कहते है।

अन्य शब्दों में किसी निकाय की सम्पूर्ण अवस्था या उसकी स्थिति तथा विन्यास को प्रदर्शित करने के लिये जितने स्वतंत्र निर्देशांकों या चरों की आवश्यकता होती है, उनकी संख्या स्वतंत्रता की कोटि कहलाती है।

प्र.6. गैस के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार बॉयल के नियम की व्याख्या कीजिये।

उत्तर- **गैस के अणुगति सिद्धान्त से बॉयल के नियम की व्याख्या**

अणुगति सिद्धान्त के अनुसार गैस का दाब $P=\frac{1}{3}\frac{M}{V}\bar{C}^2$

यदि ताप स्थिर रहे तो $\frac{M\bar{C}^2}{3}$ स्थिर रहेगी।

$$\therefore \quad P = K\times\frac{1}{V} \qquad \text{जहाँ } K=\frac{1}{3}M\bar{C}^2$$

$$\therefore \quad P \propto \frac{1}{V} \text{ या } P\times V = K$$

अत: यदि गैस का ताप स्थिर रहे तो P × V का मान स्थिर रहेगा, जबकि गैस का द्रव्यमान भी निश्चित रहता हो। यही बॉयल का नियम है। दूसरे शब्दों में नियत ताप पर किसी गैस की निश्चित मात्रा का दाब P, उसके आयतन V के व्युत्क्रमानुपाती होता है। अर्थात्

$$P\propto\frac{1}{V}$$

प्र.7. ऊर्जा के सम विभाजन नियम पर टिप्पणी लिखिये।

उत्तर- **ऊर्जा का सम विभाजन नियम**–"तापीय साम्य की अवस्था में किसी गतिकीय निकाय की कुल ऊर्जा उसकी समस्त स्वतंत्रता की कोटियों में समान रूप से बँट जाती है और इसका मान प्रत्येक स्वतंत्रता की कोटि के लिये $\frac{1}{2}K_B\cdot T$ होता है।" इसे बोल्ट्जमान का ऊर्जा सम विभाजन का नियम कहते हैं।

$K_B = 1.38\times10^{-23}$ जूल/(अणु K), बोल्ट्जमान का नियतांक कहलाता है तथा T परम ताप है।

यदि किसी अणु की स्वतंत्रता की कोटि f हो तो उसकी ताप T पर माध्य गतिज ऊर्जा

$$E_m = f\times\frac{1}{2}K_B\cdot T = \frac{1}{2}f\,K_B\cdot T \text{ होगी।}$$

प्र.8. एक–परमाणुक, द्वि–परमाणुक व बहु–परमाणुक गैस के लिये C_P, C_V व γ के मान ज्ञात कीजिये।

उत्तर- **विभिन्न गैसों की विशिष्ट ऊष्मा धारिताएँ (C_p, C_v) तथा उनकी निष्पत्ति (γ)**

एक परमाणुक गैस के लिये:

एक परमाणुक एक ग्राम मोल गैस के अणुओं की कुल ऊर्जा

$$E = N_A\times E_m = N_A\times\frac{1}{2}f\,K_B\cdot T$$

$$=\frac{1}{2}\times3\,N_A\cdot K_B\cdot T \qquad (\because f=3)$$

या $$E=\frac{3}{2}RT \quad \text{जहाँ } R=N_A\cdot K_B$$

$$\therefore \quad \frac{dE}{dT} = \frac{d}{dT}\left(\frac{3}{2}RT\right)=\frac{3}{2}R$$

किन्तु $$\frac{dE}{dT} = C_v \quad \therefore\ C_v=\frac{3}{2}R$$

परन्तु मेयर के संबंध से, $C_p - C_v = R$

$$\therefore \quad C_p = C_v + R = \frac{3}{2}R+R=\frac{5}{2}R$$

$$\therefore \quad \gamma=\frac{C_p}{C_v}=\frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R}$$

या $$\gamma=\frac{5}{3}=1.67$$

(ii) द्विपरमाणुक गैस के लिये

द्विपरमाणुक एक ग्राम मोल गैस के अणुओं की कुल ऊर्जा

$$E = N_A\times E_m = N_A\times f\times\frac{1}{2}K_B\cdot T$$

$$= N_A\cdot K_B\times5\times\frac{1}{2}T \qquad \{\because f=5\}$$

या $$E=\frac{5}{2}N_AK_B\cdot T$$

या $$E = \frac{5}{2}RT \qquad \{\because R = N_A \cdot K_B\}$$

$\therefore$ $$C_v = \frac{dE}{dT} = \frac{d}{dT}\left(\frac{5}{2}RT\right)$$

या $$C_v = \frac{5}{2}R$$

परन्तु मेयर के संबंध से,

$$C_p - C_v = R$$

$\therefore$ $$C_p = C_v + R = \frac{5}{2}R + R$$

या $$C_p = \frac{7}{2}R$$

$\therefore$ $$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R} = \frac{7}{5}$$

$\therefore$ $$\gamma = \frac{7}{5} = 1.40$$

(iii) बहुपरमाणुक गैस के लिये

बहुपरमाणुक एक ग्राम मोल गैस की स्वतंत्रता की कोटि f हो तो उसके अणुओं की कुल ऊर्जा,

$$E = N_A \times E_m = N_A \times f \times \frac{1}{2}K_B \cdot T$$

या $$E = \frac{f}{2}N_A \cdot K_B \cdot T$$

या $$E = \frac{f}{2}RT \qquad (\because R = N_A \cdot K_B)$$

$\therefore$ $$C_v = \frac{dE}{dT} = \frac{d}{dT}\left(\frac{f}{2}RT\right) = \frac{f}{2}R$$

परन्तु मेयर के संबंध में, $C_p - C_v = R$

या $$C_p = C_v + R = \frac{f}{2}R + R = \left(\frac{f}{2}+1\right)R$$

$\therefore$ $$C_p = \left(\frac{f}{2}+1\right)R$$

$\therefore$ $$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\left(\frac{f}{2}+1\right)R}{\frac{f}{2}R} = \frac{\left(\frac{f}{2}+1\right)}{\frac{f}{2}} = \left(1+\frac{2}{f}\right)$$

प्र.9. किसी गैस के कणों के माध्य मुक्त पथ की व्याख्या कीजिये।

उत्तर- **माध्य मुक्त पथ**

गैसों के अणुगति सिद्धान्त के अनुसार गैस के अणु अपनी निरन्तर अनियमित गति के कारण परस्पर तथा पात्र की दीवारों से टक्कर करते रहते हैं जिनसे उनके वेग के परिमाण व दिशा बदलते रहते हैं। दो क्रमागत टक्करों के बीच अणु एक सरल रेखा में समान वेग से गति करते है तथा इन क्रमागत टक्करों के बीच अणु द्वारा तय की गई दूरी मुक्त पथ कहलाती है। उत्तरोत्तर टक्करों के मध्य अणुओं द्वारा तय की गई दूरियाँ भिन्न-भिन्न होती हैं। अतः इन सभी ऐसी दूरियों का औसत माध्य मुक्त पथ कहलाता है।

$$\text{माध्य मुक्त पथ } \lambda = \frac{\text{क्रमागत टक्करों के बीच अणुओं के सभी मुक्त पथों की दूरी का योग}}{\text{कुल टक्करों की संख्या}}$$

यदि माध्य चाल $\overline{v}$ से t समय में अणु द्वारा n टक्करों में तय की गई दूरियाँ क्रमशः $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots\ldots \lambda_n$ हो, तब अणु का माध्य मुक्त पथ

$$\lambda = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \ldots + \lambda_n)}{n} = \frac{\overline{v} \cdot t}{n}$$

यदि पात्र में प्रति एकांक आयतन में गैस के n_0 अणु विद्यमान है। और प्रत्येक अणु का व्यास d हो तो मैक्सवैली वितरण के उपयोग की सहायता से माध्य मुक्त पथ का निम्न सूत्र प्राप्त होता है।

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2 \cdot n_0}$$

प्र.10. यदि किसी पात्र में अणुओं की संख्या का मान दुगुना कर दिया जाये तो उसके दाब में क्या परिवर्तन होगा?

उत्तर- अणु गति सिद्धान्त से,

$$\text{दाब } P = \frac{1}{3}\frac{mn}{V}\overline{C}^2$$

तथा $$\frac{1}{2}m\overline{C}^2 = \frac{3}{2}KT$$

$\therefore$ $$P \cdot V = n \cdot KT$$

या $$P \propto n, \text{ (जब V व T नियत हो)}$$

अतः यदि आयतन V एवं ताप T नियत रखते हुये अणुओं की संख्या n दुगुनी कर दी जायेगी तो दाब भी दुगुना हो जायेगा।

निबन्धात्मक प्रश्न

प्र.1. गैस के अणुगति सिद्धान्त के अभिगृहितों को लिखते हुए उससे बॉयल, चार्ल्स, गैलुसाक व डाल्टन के नियमों की व्याख्या कीजिये।

उत्तर- अनुच्छेद 14.5, 14.8.2, 14.8.3, 14.8.5 तथा 14.8.8 पर देखें।

प्र.2. अणुगति सिद्धान्त के अनुसार किसी पात्र में भरी गैस द्वारा पात्र की दीवारों पर आरोपित दाब की गणना कीजिये।

उत्तर- अनुच्छेद 14.7 पर देखें।

प्र.3. स्वतंत्रता की कोटि से क्या अभिप्राय है? एक परमाणुक, द्विपरमाणुक व बहुपरमाणुक गैस की विशिष्ट ऊष्माओं की व्याख्या कीजिये।

उत्तर- अनुच्छेद 14.12 तथा 14.14 पर देखें।

प्र.4. आदर्श गैसों व वास्तविक गैसों में अन्तर स्पष्ट कीजिए।

उत्तर- अनुच्छेद 14.10 पर देखें।

प्र.5. आदर्श गैस की गतिज ऊर्जा व ताप के मध्य सम्बन्ध की व्युत्पति कीजिए।

उत्तर- अनुच्छेद 14.9 पर देखें।

आंकिक प्रश्न

प्र.1. 300 **K** ताप पर किसी गैस के लिये वर्ग माध्य मूल वेग की गणना कीजिये यदि गैस का अणुभार 221 व **R=8.3 J mol^{-1}K^{-1}** है।

हल- गैस का ताप $T = 300$ K

अणु भार $M_A = 221 g = 221 \times 10^{-3} kg$

$R = 8.3 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$

∴ वर्ग माध्य मूल वेग

$$C_{rms} = ?$$

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M_A}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.3 \times 300}{221 \times 10^{-3}}} = \sqrt{33800}$$

या $$C_{rms} = 183.9 \text{ ms}^{-1}$$

∴ $$C_{rms} = 184 \text{ ms}^{-1}$$

प्र.2. यदि **NTP** पर नाइट्रोजन का घनत्व **1.25 g L^{-1}** हो तो **0** तथा 20 **°C** ताप पर इस गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग ज्ञात करो।

हल- NTP पर नाइट्रोजन का घनत्व $\rho = 1.25 \text{ gL}^{-1} = 1.25 \text{ kg m}^{-3}$

NTP पर दाब $P = 0.76$ m पारे के स्तम्भ पर दाब

$$P = h.d.g = 0.76 \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8$$
$$= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

∴ 0°C या $T_0 = 273$ K पर

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5}{1.25}}$$

या $$C_{rms} = \sqrt{24.312} \times 10^2 = 4.93 \times 10^2$$

$$C_{rms} = 493 \text{ m/s}$$

$t = 20°C$ या $T = 20+273 = 293K$ ताप पर वर्ग माध्य मूल वेग C'_{rms} हो तो

$$\frac{C'_{rms}}{C_{rms}} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} \text{ या } C'_{rms} = C_{rms}\sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

या $$C'_{rms} = 493 \times \sqrt{\frac{293}{273}} = 493 \times \sqrt{1.0732}$$

या $$C'_{rms} = 493 \times 1.036$$

∴ $$C'_{rms} = 510.7 \text{ m/s}$$

प्र.3. किस ताप पर एक अणु की गतिज ऊर्जा **1.0 eV** होगी? ($k_B = 1.38 \times 10^{-23}$**J K^{-1}**)

हल- एक अणु की गतिज ऊर्जा $E = 1.0eV = 1.0 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J

$K_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$

ताप T = ?

$$E = \frac{3}{2} K_B \cdot T$$

∴ $$T = \frac{2E}{3K_B}$$

$$T = \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19}}{3 \times 1.38 \times 10^{-23}}$$

$$T = 7729.5 \text{ K} = 7730 \text{ K}$$

प्र.4. किसी गैस के लिये वाण्डरवाल नियंताक **a=1.32** व **b=3.12 $\times 10^{-2}$** है तब वह ताप ज्ञात करो जिस पर 5 **atm** दाब व 5 **mol** गैस का आयतन **20 L** हो । पुनः गैस दाब ज्ञात करो जब आयतन 2 L हो जाये।($R = 8.314$ **J mol^{-1} K^{-1}**)।

हल- दी हुई गैस के लिये वान्डर वाल नियतांक

$$a = 1.32$$
$$b = 3.12 \times 10^{-2}$$
$$T = ?$$
$$P_1 = 5 \text{ atm} = 5 \times 1.013 \times 10^5$$
$$= 5.065 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$= 5.065 \times 10^6 \text{ dyne/cm}^2$$
$$V_1 = 20L = 20 \times 10^{+3} \text{ cm}^3$$
$$= 2 \times 10^4 \text{ cm}^3$$

जब $V_2 = 2L = 2 \times 10^3 \text{ cm}^3, P_2 = ?$

$$R = 8.314 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$$
$$= 8.314 \times 10^7 \text{ erg mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$
$$n = 5$$

वाण्डरवाल समीकरण (प्रथम स्थिति के लिये)

$$\left(P_1 + \frac{a}{V_1^2}\right)(V_1 - b) = nRT$$

$$\left[5.065 \times 10^6 + \frac{1.32}{(2 \times 10^4)^2}\right](2 \times 10^4 - 3.12 \times 10^{-2})$$
$$= 5 \times 8.314 \times 10^7 \times T$$

$$\left[5.065 \times 10^6 + \underbrace{0.33 \times 10^{-8}}_{\text{उपेक्षणीय}}\right](20000 - 0.0312)$$
$$= 41.57 \times 10^7 \times T$$

∴ $5.065 \times 10^6 \times 19999.9688$
$$= 41.57 \times 10^7 \times T$$

∴ $$T = \frac{5.065 \times 10^6 \times 19999.9688}{41.57 \times 10^7}$$
$$= 2436.85 \times 10^{-1} \text{ K}$$

$$T = 243.685\ K = 244\ K$$

अब दूसरी स्थिति के लिये वाण्डर वाल समीकरण, जबकि ताप नियत मान जावे,

$$\left(P_2 + \frac{a}{V_2^2}\right)(V_2 - b) = nRT$$

$$\left[P_2 + \frac{1.32}{(2\times10^3)^2}\right](2\times10^3 - 3.12\times10^{-2})$$

$$= 5 \times 8.314 \times 10^7 \times 244$$

या $[P_2 + 0.33 \times 10^{-6}] \times (2000 - 0.0312)$

$$= 41.57 \times 10^7 \times 244$$

या $\left[P_2 + \underset{\text{उपेक्षणीय}}{0.33\times10^{-6}}\right](1999.9688)$

$$= 41.57 \times 244 \times 10^7$$

या $P_2 = \dfrac{41.57\times244\times10^7}{1999.9688}$

या $P_2 = 5.07 \times 10^7$ dyne/cm^2

या $P_2 = \dfrac{5.07\times10^7}{1.013\times10^6}$ atm

$\therefore$ $P_2 = 50.05$ atm

या $P_2 = 50$ atm

प्र.5. ऑक्सीजन गैस के लिए वाण्डरवाल नियंताक **a=1.32** व **b=3.12**$\times$**10**$^{-2}$ है। यदि गैस का ताप 300 **K** है तब इसका आयतन 1.2 **L mol**$^{-1}$ हो तो गैस के दाब की गणना करो। ($R = 8.314$ **J mol**$^{-1}$ **K**$^{-1}$)।

हल- a= 1.32

$b = 3.12 \times 10^{-2}$

$T = 300$ K

$V = 1.2$ L mol^{-1}

$= 1.2 \times 10^3$ cm^3 mol^{-1}

$P = ?$

$R = 8.314$ J mol^{-1} K^{-1}

$= 8.314 \times 10^7$ erg mol^{-1}K^{-1}

वाण्डरवाल समीकरण

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = nRT$$

$$\left[P + \frac{1.32}{(1.2\times10^3)^2}\right](1.2\times10^3 - 3.12\times10^{-2})$$

$$= 8.314 \times 10^7 \times 300$$

या $\left[P + \underset{\text{उपेक्षणीय}}{0.91\times10^{-6}}\right](1200 - 0.0312)$

$$= 8.314 \times 300 \times 10^7$$

$$P \times (1199.9688) = 8.314 \times 300 \times 10^7$$

$$P = \frac{8.314\times300\times10^7}{1199.9688}$$

$= 20.78 \times 10^6$ dyne/cm^2

$$P = \frac{20.78\times10^6}{1.013\times10^6}\ \text{atm} = 20.5\ \text{atm}$$

$\therefore$ $P = 20.5$ atm

प्र.6. किसी फ्लास्क में आर्गन व क्लोरीन गैस भरी हुई हैं। जिनके द्रव्यमान के अनुपात 2:1 व मिश्रण का ताप **27 °C** है । दोनों गैसों के लिये निम्न की गणना कीजिये–

(i) प्रति अणु की औसत गतिज ऊर्जा।

(ii) अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल का अनुपात। यहाँ आर्गन का परमाणु द्रव्यमान 39.94 व क्लोरीन अणु का द्रव्यमान 70.94 है।

हल- प्रश्नानुसार,

$T = 27°C = (27+273)$ K $= 300$K

$m_{Ar} = 39.94$ u

$m_{Cl} = 70.94$ u

(i) $\because$ किसी गैस की प्रति अणु औसत गतिज ऊर्जा $= \frac{3}{2}K_B \cdot T$

दोनों गैसें एक ही फ्लास्क में भरी है अतः उनका ताप T समान है, अतः उनकी प्रति अणु औसत गतिज ऊर्जा समान होगी।

$\therefore$ $(\overline{E_m})_{Ar} = (\overline{E_m})_{Cl}$

$\therefore$ $(\overline{E_m})_{Ar} : (\overline{E_m})_{Cl} = 1 : 1$

(ii) प्रति अणु औसत गतिज ऊर्जा, $\frac{1}{2}mC_{rms}^2 = \frac{3}{2}K_B \cdot T =$ स्थिरांक

या $m \cdot C_{rms}^2 =$ स्थिरांक

$\therefore$ $C_{rms} \propto \dfrac{1}{\sqrt{m}}$

$\therefore$ $\dfrac{C_{rms_{Ar}}}{C_{rms_{Cl}}} = \sqrt{\dfrac{m_{Cl}}{m_{Ar}}} = \sqrt{\dfrac{70.94}{39.94}}$

$$\frac{C_{rms_{Ar}}}{C_{rms_{Cl}}} = \sqrt{1.77} = 1.33$$

प्र.7. 373 **K** ताप पर जलवाष्प में जल के अणु के माध्य मुक्त पथ की गणना करो यदि जल के अणुओं का व्यास 2×10^{-10} **m** है।

हल- जल वाष्प का ताप T = 373K

अणु का व्यास $d = 2 \times 10^{-10}$m

मानक ताप दाब पर जल अणु का संख्या घनत्व $= 2.7\times10^{25}$ m^{-3}

$\therefore$ दिये हुये ताप T पर जल अणु का संख्या घनत्व

$$n_0 = \frac{2.7\times10^{25}\times273}{373}$$

($\because$ = n $\times$ T = स्थिरांक)

$$n_0 = 2 \times 10^{25}\ m^{-3}$$

∴ जल वाष्प में जल के अणु का माध्य मुक्त पथ

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\, n_0 \pi d^2}$$

$$\lambda = \frac{1}{1.414 \times 2 \times 10^{25} \times \frac{22}{7} \times 2 \times 10^{-10} \times 2 \times 10^{-10}}$$

या $$\lambda = \frac{7}{1.414 \times 2 \times 22 \times 2 \times 2} \times 10^{-5} = \frac{3125}{1111} \times 10^{-7}$$

∴ $$\lambda = 2.81 \times 10^{-7}\ m$$

प्र.8. यदि वायु का ताप **127°** से **227°C** हो जाये तो उसके अणुओं की गतिज ऊर्जा किस अनुपात में बढ़ जायेगी?

हल- वायु का प्रारंभिक ताप $T_1 = 127°C = (127 + 273)K = 400K$

वायु का अंतिम ताप $T_2 = 227°C = (227 + 273)K = 500K$

वायु के अणु की प्रारंभिक गतिज ऊर्जा $E_{m_1} = \frac{3}{2} K_B \cdot T_1$

वायु के अणु की अंतिम गतिज ऊर्जा $E_{m_2} = \frac{3}{2} K_B \cdot T_2$

∴ $$\frac{E_{m_2}}{E_{m_1}} = \frac{\frac{3}{2} K_B \cdot T_2}{\frac{3}{2} K_B \cdot T_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

या $$\frac{E_{m_2}}{E_{m_1}} = \frac{500}{400} = \frac{5}{4}$$

∴ $$E_{m_2} : E_{m_1} = 5 : 4$$

प्र.9. यदि **1 mol** एक परमाणुक गैस $\left(\gamma = 5/3\right)$ को **1 mol** द्विपरमाणुक गैस $\left(\gamma = 7/5\right)$ में मिश्रित किया जाये तो मिश्रण के γ की गणना कीजिए। जहॉं $\gamma = C_P/C_V$

हल- एक परमाणुक गैस के लिये, $n_1 = 1$ मोल

$$\gamma_1 = \frac{5}{3}$$

द्विपरमाणुक गैस के लिये, $n_2 = 1$ मोल

$$\gamma_2 = \frac{7}{5}$$

गैसों के मिश्रण के लिये $\gamma = \frac{n_1 \cdot \gamma_1 + n_2 \cdot \gamma_2}{(n_1 + n_2)}$

$$\gamma = \frac{1 \times \frac{5}{3} + 1 \times \frac{7}{5}}{(1+1)} = \frac{\frac{25+21}{15}}{2}$$

$$\gamma = \frac{46}{15 \times 2} = \frac{23}{15}$$

$$\gamma = 1.53$$

प्र.10. एक पात्र में **16 g** हीलियम व **16 g** आक्सीजन का मिश्रण है तब मिश्रण के γ की गणना करो।

हल- 16 g हीलियम के मोलों की संख्या $n_{He} = \frac{16}{4} = 4$

16 g ऑक्सीजन के मोलों की संख्या $n_{o_2} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

एक परमाणुक हीलियम गैस के लिये $\gamma_{He} = \frac{5}{3}$

द्विपरमाणुक ऑक्सीजन गैस के लिये $\gamma_{o_2} = \frac{7}{5}$

∴ हीलियम व ऑक्सीजन गैसों के मिश्रण के लिये,

$$\gamma = \frac{n_{He} \cdot \gamma_{He} + n_{o_2} \cdot \gamma_{o_2}}{(n_{He} + n_{o_2})}$$

या $$\gamma = \frac{\left(4 \times \frac{5}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{5}\right)}{\left(4 + \frac{1}{2}\right)}$$

या $$\gamma = \frac{\left(\frac{200+21}{300}\right)}{\left(\frac{8+1}{2}\right)} = \frac{221}{30} \times \frac{2}{9}$$

या $$\gamma = \frac{221}{135} = 1.63$$

∴ $$\gamma = 1.63$$

प्र.11. किसी बर्तन में **27°C** पर **0.014 kg** नाइट्रोजन भरी है। इसके अणुओं का वर्ग–माध्य मूल चाल दुगुना करने के लिए गैस को कितनी ऊष्मा देनी होगी?

($k_B = 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$ तथा $N = 6 \times 10^{26}\ (kg\text{-}mol)^{-1}$)

हल- नाइट्रोजन गैस का ताप $T_1 = 27°C = (27 + 273)K = 300K$

नाइट्रोजन गैस का द्रव्यमान $M = 0.014\ kg = 14\ g$

नाइट्रोजन गैस का अणु भार $M_0 = 28\ g$

∴ गैस के मोलों की संख्या $n = \frac{M}{M_A} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}$

$$K_B = 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$$
$$N = 6 \times 10^{26} (kg\ mol)^{-1}$$
$$= 6 \times 10^{23}\ (gm\ mol)^{-1}$$

गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल दुगुना करने पर ताप T_1 से T_2 हो जाता हो तो

$$\frac{C_{rms}}{2C_{rms}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

या $$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{300}{T_2}}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{300}{T_2}$$

$\therefore$ $T_2 = 1200$ K

$\therefore$ तापान्तर $dT = (T_2 - T_1)$

$= (1200 - 300) = 900$K

नाइट्रोजन द्विपरमाणुक गैस है, इसके लिये स्थिर आयतन पर मोलर

विशिष्ट ऊष्मा $C_v = \frac{5}{2}R = \frac{5}{2}NK_B$

$$C_v = \frac{5}{2} \times 6 \times 10^{23} \times 1.38 \times 10^{-23}$$

$$C_v = 20.70 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

अत: गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल दुगुना करने के लिए गैस को दी गई ऊष्मा

$$Q = n \cdot C_v \cdot dT$$

$$Q = \frac{1}{2} \times 20.70 \times 900$$

$$Q = 9315 \text{ J}$$