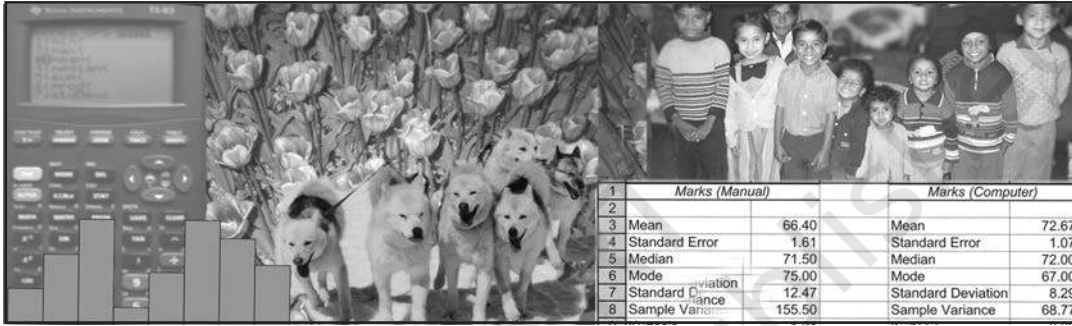


باب 5



5173CH05

مرکزی میلان کی پیمائش



1. تعارف

پچھلے باب میں آپ نے ڈیٹا کی جدولی اور گرافنی پیش کش کے بارے میں پڑھا۔ اس باب میں آپ ان مرکزی میلان کی پیمائشوں کا مطالعہ کریں گے جو ڈیٹا کی مختصراً وضاحت کرنے کا ہندی طریقہ ہے۔ آپ روزمرہ زندگی میں ڈیٹا کے کافی بڑے مجموعے کے خلاصہ کرنے کی مثالیں دیکھ سکتے ہیں۔ امتحان میں کسی کلاس کے طلباء کے ذریعہ حاصل کیے گئے نمبروں کی اوسط، علاقے میں ہونے والی بارش کی اوسط، فیکٹری کی اوسط پیداوار، کسی مقام میں رہنے یا فرم میں کام کرنے والے افراد کی اوسط آمدنی وغیرہ۔

بجوا یک کسان ہے۔ وہ گاؤں میں اپنی زمین پر اناج اگاتا

اس باب کا مطالعہ کرنے کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ:

- ایک واحد عدد کے ذریعہ ڈیٹا کے سیٹ کی تلخیص کی ضرورت سمجھ سکیں؛
- مختلف قسم کی اوسطوں کی شناخت اور ان کے درمیان امتیاز کر سکیں؛
- مختلف قسم کی اوسطوں کا شمار کرنا سیکھ سکیں؛
- ڈیٹا کے ایک مجموعے سے بامعنی نتائج نکال سکیں؛
- کسی صورتحال میں کون سا اوسط زیادہ کارآمد ثابت ہوگا یہ سمجھنے کے اہل ہو سکیں۔

مرکزی میلان یا 'اوسطوں' کی متعدد شماراتی پیمائشیں ہیں۔
عام طور پر جو اوسط زیادہ استعمال کیے جاتے ہیں وہ تین ہیں:

- حسابی اوسط (Arithmetic mean)
- وسطانیہ یا وسطی (Median)
- بہتاتیہ (Mode)

آپ نوٹ کریں کہ اوسطوں کی دو مزید قسمیں ہوتی ہیں۔
جیومیٹر یا فی درمیانہ اور ہارمونک درمیانہ جو کہ بعض حالات میں
موزوں ہوتے ہیں تاہم فی الحال اوپر بیان کیے گئے تین قسموں
کے بارے میں ہماری بحث محدود رہے گی۔

2. حسابی اوسط یا حسابی درمیانہ

مان لیجئے چھ فیملیوں کی ماہانہ آمدنی (روپیوں میں) درج ذیل دی
گئی ہے۔

1630، 1625، 1525، 1400، 1500، 1600

اوسط فیملی آمدنی کو آمدنیوں میں جمع کرنے اور فیملیوں کی
تعداد سے تقسیم کرنے کے ذریعہ حاصل کی جاتی ہے۔

$$Rs = \frac{1600 + 1500 + 1400 + 1525 + 1625 + 1630}{6} = Rs 1,547$$

یہ اشارہ کرتا ہے کہ اوسطاً ایک فیملی 1,547 روپے
کماتی ہے۔

حسابی اوسط کا استعمال مرکزی میلان کی پیمائش کے لئے
عام طور پر کیا جاتا ہے اس کی تعریف کل مشاہدات کی قدروں کی
جمع کو مشاہدات کی تعداد سے تقسیم کرنے کے طور پر کی جاتی ہے

ہے اس گاؤں کا نام بالا پور ہے جو کہ بہار کے بکسر ضلع میں ہے یہ
گاؤں 50 چھوٹے کسانوں پر مشتمل ہے۔ بیجو کے پاس 1 ایکڑ
زمین ہے آپ کو بالا پور کے چھوٹے کسانوں کی معاشی صورتحال
جاننے میں دلچسپی ہے۔ آپ بالا پور گاؤں میں بیجو کی معاشی
حالت کا موازنہ کرنا چاہتے ہیں۔ اس کے لئے آپ اس کی
ملکیت کی اراضی کے رقبہ کا موازنہ بالا پور کے دیگر کسانوں کی
ملکیت کی اراضی کے رقبہ سے کرنے کے ذریعہ تشخیص کر سکتے
ہیں۔ آپ یہ دیکھنا چاہیں گے کہ آیا بیجو کی ملکیت کی زمین:

1. عام مفہوم میں اوسط سے زیادہ ہے

(ذیل میں حسابی اوسط دیکھیں)

2. آدھے کسانوں کی ملکیت کے زمینوں کے رقبہ سے

زیادہ ہے۔ (وسطانیہ [Median] دیکھیں)

3. اکثر کسانوں کی ملکیت کی زمینوں کے رقبہ سے زیادہ ہے۔

(بہتاتیہ (Mode) دیکھیں)

بیجو کی نسبتی معاشی حالت کی تشخیص کے سلسلے میں آپ کو
بالا پور کے کسانوں کی ملکیت کی اراضی کے ڈیٹا کے پورے
مجموعے کی تلخیص کرنی ہوگی۔ اسے مرکزی میلان (Central
tendency) کا استعمال کرنے کے ذریعہ انجام دیا جاسکتا
ہے۔ جو کہ ڈیٹا کو واحد قدر میں اس طرح خلاصہ کرتا ہے کہ یہ
واحد قدر پورے ڈیٹا کی نمائندگی کر سکتی ہے مرکزی میلان کی
پیمائش ڈیٹا کو ایک مثالی یا نمونہ قدر میں ڈیٹا کا خلاصہ کرنے کا
ایک طریقہ ہے۔

58, 78, 55, 50, 40

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{40 + 50 + 55 + 78 + 58}{5} = 56.2$$

معاشیات کے ٹیسٹ میں طلباء کے ذریعہ حاصل کئے گئے

اوسط نمبر 56.2

مفروضات اوسط طریقہ

اگر ڈیٹا میں مشاہدات کی تعداد زیادہ ہے اور / یا اعداد بڑے ہیں تب راست طریقے حسابی اوسط شمار کرنا مشکل ہے۔ مفروضاتی اوسط طریقے کا استعمال کرنے کے ذریعہ شمار کو آسان بنایا جاسکتا ہے۔ ڈیٹا کے مجموعے جو کہ مشاہدات کے بڑی تعداد کے ساتھ ساتھ بڑی ہندسی شکلوں پر مشتمل ہوتا ہے۔ اس سے وقت بچانے کے خیال سے آپ مفروضہ اوسط طریقے کا استعمال کر سکتے ہیں۔ یہاں ڈیٹا میں کسی مخصوص ہندسہ کو منطق یا تجربے کی بنیاد پر حسابی اوسط کے طور پر فرض کرتے ہیں۔ تب آپ ہر مشاہدہ سے مذکورہ مفروضاتی اوسط کے انحراف (deviation) (اوسط سے گریز) اختیار کر سکتے ہیں۔ آپ اس کے بعد ان انحراف کی جمع سازی کر سکتے ہیں اور ڈیٹا میں موجود مشاہدات کی تعداد کے ذریعہ تقسیم کر سکتے ہیں مفروضہ اوسط کی جمع اور مشاہدات کی تعداد سے انحراف کی جمع کے متناسب اختیار کرنے کے ذریعہ حقیقی حسابی اوسط یا درمیانہ کا تخمینہ لگایا جاتا ہے۔ علامتی طور پر۔

$$A = \text{مفروضہ اوسط}$$

$$N = \text{مشاہدات کی کل تعداد}$$

اور عام طور پر $\bar{X}$ کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے بالعموم، اگر مشاہدات $X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N$ کے طور پر ہیں تب حسابی اوسط اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N} \\ &= \frac{\sum X}{N} \end{aligned}$$

جہاں $\sum X$ = یہ سبھی مشاہدات کی جمع اور N یہ مشاہدات کی کل تعداد ظاہر کرتے ہیں۔

حسابی اوسط کا شمار کیسے کیا جاتا ہے؟

حسابی اوسط کے شمار کا مطالعہ دو عام زمروں کے تحت کیا جاسکتا ہے۔

1. غیر گروپ بند ڈیٹا کے لئے حسابی اوسط
2. گروپ بند ڈیٹا کے لئے حسابی اوسط

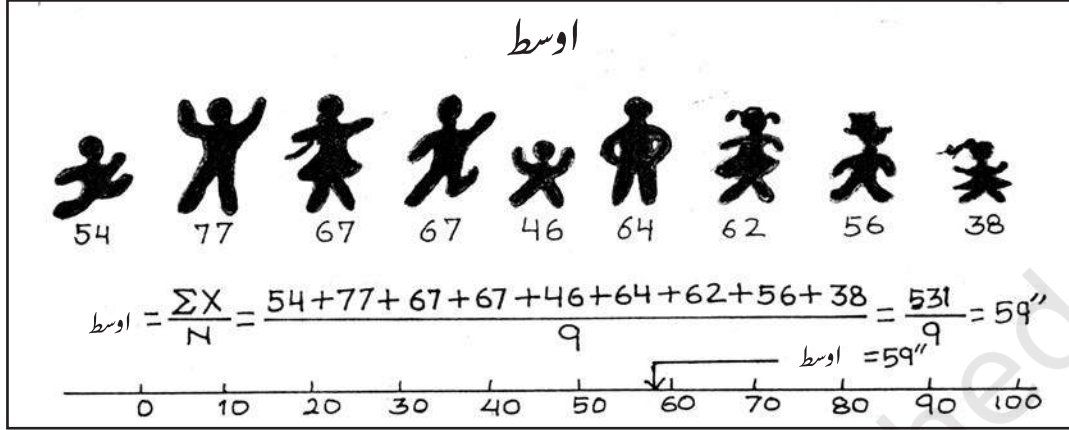
غیر گروپ بند ڈیٹا کے لئے حسابی اوسط

راست طریقہ

راست طریقہ کے ذریعہ حسابی اوسط، سلسلے میں تمام مشاہدات کی جمع کو مشاہدات کی کل تعداد کے ذریعہ تقسیم کرنا ہے۔

مثال 1

اس ڈیٹا سے حسابی اوسط کا شمار کیجئے جو کہ معاشیات کے ٹیسٹ میں کلاس کے طلباء کے مارکس ظاہر کرتا ہو یہ مارکس ہیں:



فیملی A B C D E F G H I J

ہفتہ وار آمدنی 360 400 2500 420 80 5000 750 100 700

آمدنی 850

(روپے میں)

فیملی اوسط آمدنی کا شمار کیجئے۔

جدول 5.1

مفروضہ اوسط طریقے کے ذریعہ حسابی اوسط کا شمار

فیملیاں	آمدنی (x)	d=x-850	d' = (x-850)/10
A	850	0	0
B	700	-150	-15
C	100	-750	-75
D	750	-100	-10
E	5000	+4150	+415
F	80	-770	-77
G	420	-430	-43
H	2500	+1650	+165
I	400	-450	-45
J	360	-490	-49
	11160	+2660	+266

D = انفرادی مشاہدہ سے مفروضہ اوسط کا انحراف

یعنی $d = X - A$

اس کے بعد سبھی انحرافات کا جوڑ اسی طرح لیا جاتا ہے۔

$$\sum d = \sum (X - A)$$

تب پاتے ہیں

$$\frac{\sum d}{N}$$

تب A شامل کریں اور $\frac{\sum d}{N}$ حاصل کرنے کے لئے

$$\bar{X} = A + \frac{\sum d}{N}$$

آپ کو یاد ہونا چاہیے کہ کوئی بھی قدر چاہے ڈیٹا میں موجود

ہو یا نہیں، مفروضہ اوسط کے طور پر اختیار کی جاسکتی ہے شمار کو

آسان کرنے کے خیال سے ڈیٹا میں مرکزی طور پر واقع قدر کو

مفروضہ اوسط کے طور پر منتخب کیا جاسکتا ہے۔

مثال 2

درج ذیل ڈیٹا 10 فیملیوں کی ہفتہ وار آمدنی دکھاتا ہے۔

مفروضاتی اوسط طریقے کا استعمال کرتے ہوئے حسابی

اوسط

$$\bar{X} = A + \frac{\sum d}{N} = 850 + \frac{(2,660)}{10} = \text{Rs}1,116$$

اس طرح دونوں طریقوں کے ذریعہ فیملی کی اوسط ہفتہ وار آمدنی 1,116 روپے اسے آپ راست طریقہ استعمال کرتے ہوئے جانچ کر سکتے ہیں۔

مرحلہ وار انحراف طریقہ

ایک مشترکہ جز و ضربی کے ذریعہ مفروضہ یا مفروضاتی اوسط سے لیے گئے سبھی انحرافات کو تقسیم کرنے کے ذریعہ شمار کو اور بھی آسان بنایا جاسکتا ہے۔ اس کا مقصد یہ ہے کہ بڑے عددی آنکڑوں سے بچا جائے۔ جیسے، اگر $d = X - A$ بہت بڑا ہے تب d دریافت کریں اسے درج ذیل طور پر انجام دیا جاسکتا ہے۔

$$\frac{d}{c} = \frac{X - A}{C}$$

فارمولا ذیل میں دیا گیا ہے۔

$$\bar{X} = A + \frac{\sum fd'}{\sum f} \times c$$

$$d' = \frac{(X - A)}{c} \text{ جہاں}$$

$C =$ مشترک جز و ضربی،

$N =$ مشاہدات کی تعداد، $A =$ مفروضہ اوسط۔

اس طرح آپ مرحلہ وار طریقے کے ذریعہ مثال

2 میں حسابی اوسط کا شمار کر سکتے ہیں۔

$$X = 850 + \frac{(266)}{10} \times 10 = \text{Rs}1,116$$

گروپ بند ڈیٹا کے لئے حسابی اوسط کا شمار

مجرد سلسلہ راست طریقہ

مجرد سلسلوں کے معاملے میں ہر مشاہدے کے مقابل توازن مشاہدے قدر کے ذریعہ ضرب دیا جاتا ہے۔ اس طرح حاصل کی گئی قدروں کا خلاصہ کیا جاتا ہے اور توازنات کی کل تعداد کے ذریعہ تقسیم کیا جاتا ہے۔ علامتی طور پر

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f}$$

جہاں، $\sum fX$ متغیرات اور توازنات کے حاصل کی جمع

ہے۔ $\sum fX =$ توازنات کی جمع

مثال 3

درج ذیل ڈیٹا کے لئے کسی گاؤں میں کاشتکاری والے خاندانوں کے فارم سائز کا اوسط شمار کیجئے۔

فارم کا رقبہ (ایکڑ میں): 59 60 61 62 63 64
کاشتکاری کرنے والے خاندان کی تعداد 6 7 9 12 18 8

جدول 5.2

راست طریقے کے ذریعہ حسابی اوسط کا شمار

fd	d	X	کاشتکاری کرنے والے خاندانوں کی تعداد	فارم کا رقبہ (X)
(2×4)	(X-62)	(1×2)	(f)	(1)
(5)	(4)	(3)	(2)	
+16	+2	512	8	64
+18	+1	1134	18	63
0	0	744	12	62
-9	-1	549	9	61
-14	-2	420	7	60
-18	-3	354	6	59
-7	-3	3713	60	

راست طریقہ استعمال کرتے ہوئے حسابی اوسط

$$\bar{X} = A + \frac{\sum fd'}{\sum f} \times c$$

سرگرمیاں

- مثال میں دیے گئے ڈیٹا کے اوسط فارم سائز زینہ وار انحراف اور مفروضاتی اوسط طریقوں کا استعمال کرتے ہوئے دریافت کریں۔

یہاں کلاس وقفے دیے گئے ہیں۔ حسابی اوسط کا شمار کرنے کا عمل مسلسل سیریز معاملے میں اسی طرح ہے جیسا کہ غیر مسلسل یا مجرد سلسلوں میں ہے۔ صرف ایک فرق یہ ہے کہ مختلف کلاس وقفوں کے وسطی نقاط لیے جاتے ہیں آپ کو یہاں نوٹ کرنا چاہئے کہ کلاس وقفے غیر شمولی (باہم غیر شامل) یا شمولی یا غیر مساوی سائز کا ہو سکتا ہے۔ غیر شمولی کلاس وقفہ کی مثال بالفرض 10-20, 0-10 وغیرہ ہے۔ شمولی کلاس وقفے کی مثال بالفرض 10-9/0-9 وغیرہ ہے۔ غیر مساوی کلاس وقفے کی مثال بالفرض 20-50, 0-20 وغیرہ ہے ان سبھی معاملوں میں حسابی اوسط کا شمار اسی طریقے سے انجام دیا جاتا ہے۔

مثال 4

درج ذیل طلباء کے اوسط مارکس (a) راست طریقہ (b) زینہ وار انحراف طریقے کا استعمال کرتے ہوئے شمار کیجئے۔

راست طریقہ

0-10	10-20	20-30	مارکس (حاصل)
30-40	40-50	50-60	کے گئے نمبر)
5	12	15	25
8	3	2	

$$\bar{X} = \frac{\sum fd'}{\sum f} = \frac{3717}{60} = 61.88 \text{ acres ایکڑ}$$

لہذا، گاؤں میں اوسط فارم رقبہ 61.88 ایکڑ ہے۔

مفروضاتی اوسط طریقہ

انفرادی سلسلوں کے معاملے میں جیسا کہ شمار یا حساب کو مفروضاتی اوسط طریقے کا استعمال کرنے کے ذریعہ مادہ ترمیم کے ساتھ آسان بنایا جاسکتا ہے جیسا کہ پہلے بیان کیا گیا ہے۔ چونکہ ہر مد کا تواتر (f) یہاں دیا گیا ہے۔ ہم ہر انحراف (d) تواتر سے ضرب دیتے ہیں اور $\sum fd$ حاصل کرتے ہیں۔ اس کے بعد ہم $\sum fd$ حاصل کرتے ہیں۔ اگلا مرحلہ سبھی تواترات کی جمع یعنی $\sum f$ حاصل کرنا ہے۔ اس کے بعد $\frac{\sum fd}{\sum f}$ حاصل کریں۔ آخر میں حسابی اوسط کا شمار $\bar{X} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$ کے ذریعہ مفروضہ اوسط کا طریقہ استعمال کرتے ہوئے کیا جاتا ہے۔

زینہ وار انحراف طریقہ

اس معاملے میں انحرافات کو مشترکہ جزو ضربی (Common factor) 'C' کے ذریعہ تقسیم کیا گیا ہے۔ جو کہ شمار کی تسہیل کرتا ہے یہاں ہم قیاس کرتے ہیں کہ $d' = \frac{d}{c} = \frac{X - A}{C}$ تاکہ آسان حساب کے لئے عددی آنکڑوں کی سائز (جسامت) کم کی جاسکے۔ اس کے بعد d' اور $\sum fd$ حاصل کرتے ہیں۔ آخر میں زینہ وار یا مرحلہ انحراف طریقہ درج ذیل طور پر دیا گیا ہے۔

$$\bar{X} = \frac{\sum fm}{\sum f} = \frac{2110}{70} = 30.14 \text{ marks}$$

حسابی اوسط (A.M.) کی ایک دلچسپ خصوصیت

آپ کے حساب کی جانچ کرنے کے لئے یہ جاننا دلچسپ اور مفید ثابت ہوگا کہ حسابی اوسط کے سلسلے میں مدوں کے انحرافات کی جمع ہمیشہ صفر کے مساوی ہوتی ہے۔ بطور علامت

$$\sum (X - \bar{X}) = 0$$

تاہم حسابی اوسط انتہائی قدروں (extreme values) کے ذریعہ اثر انداز ہوتا ہے۔ کوئی بھی بڑی قدر خواہ کسی بھی سرے پر ہو اس میں اتار چڑھاؤ پیدا کر سکتی ہے۔

وزنیاتی حسابی اوسط:

جب آپ حسابی اوسط کا شمار کرتے ہیں تب کبھی کبھی مختلف مدوں کو ان کی اہمیت کے لحاظ سے وزن دینا اہم ہو جاتا ہے۔ مثال کے لئے دو اشیاء ہیں آم اور آلو، آپ آم (p_1) اور آلو (p_2) کی اوسط قیمت جاننے میں دلچسپی رکھتے ہیں۔ حسابی اوسط $\frac{p_1 + p_2}{2}$ ہوگی تاہم آپ آلو (p_2) کی قیمت میں اضافے کو زیادہ اہمیت دینا چاہتے ہیں اسے انجام دینے کے لئے آپ آم کی مقدار (q_1) اور آلو کی مقدار (q_2) کو ”وزن“ (Weight) کے طور پر استعمال کر سکتے ہیں۔ اب مقداروں کے ذریعہ حسابی اوسط کی وزنیت ہوگی۔

جدول 5.3

راست طریقے سے غیر شمولی کلاس وقفے کے لئے اوسط مارکس کا شمار

مارکس	طلباء کی تعداد	وسطی قدر	fm	$d' = \frac{(m-35)}{10}$	fd'
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0-10	5	5	25	-3	-15
10-20	12	15	180	-2	-24
20-30	15	25	375	-1	-15
30-40	25	35	875	0	0
40-50	8	45	360	1	8
50-60	3	55	165	2	6
60-70	2	65	130	3	6
	70		2110		-34

مرحلے:

1. m سے ظاہر کرتے ہوئے ہر کلاس کے لئے وسطی قدریں حاصل کیجئے۔

2. $\sum fm$ حاصل کریں اور راست طریقے کے فارمولے کا اطلاق کریں۔

$$\bar{X} = \frac{\sum fm}{\sum f} = \frac{2110}{70} = 30.14 \text{ marks}$$

مارکس

زینہ وار انحرافات طریقہ

$$d' = \frac{(m-A)}{c}$$

A=35 لیں (کوئی بھی اختیاری عدد)

C = مشترکہ جز و ضربی

وسطی مقام (Position) پر مبنی ہے تب یہ انتہائی مدوں کے ذریعہ متاثر نہیں ہوتی۔ وسطانیہ متغیرہ کی یہ وہ لحاظ مقام قدر ہے جو دو مساوی حصوں میں بٹاؤ (distribution) کو تقسیم کرتی ہے۔ ایک حصہ ان تمام قدروں پر مشتمل ہوتا ہے جو وسطانیہ قدر سے بڑا یا مساوی ہوتا ہے اور دوسرا اس سے کم یا مساوی قدروں پر مشتمل ہوتا ہے۔ جب ڈیٹا کا مجموعہ مقدار (Magnitude) کی ترتیب میں مرتب ہوتا ہے۔ وسطانیہ، وسطی درمیانی عنصر ہوتا ہے۔

وسطانیہ کا شمار

وسطانیہ کا حساب سب سے چھوٹے سے سب سے بڑے ڈیٹا کو مرتب کرنے اور وسطی قدر کو شنا کرنے کے ذریعہ آسانی سے کیا جاسکتا ہے۔

مثال 5

فرض کیجئے کہ ڈیٹا مجموعے میں ہمارے پاس درج ذیل مشاہدات ہیں: 4, 12, 10, 8, 1, 6, 7, 5 اور 3۔
ڈیٹا کو معددی یا چڑھتی ترتیب میں مرتب کرنے پر آپ کے پاس ہوگا:

1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12



’وسطی اسکور‘ 6 ہے۔ لہذا وسطانیہ 6 ہے، نصف تعداد 6 سے بڑی ہے۔ اور نصف اعداد اس سے چھوٹے ہیں۔

اگر ڈیٹا میں جفت (Even) اعداد ہیں تو دو مشاہدات ایسے ہوں گے جو وسطی میں ہونگے اس معاملے میں وسطانیہ کا شمار دو

$$\frac{q_1P_1 + q_2P_2}{q_1 + q_2}$$

بالعموم وزنیاتی حسابی اوسط درج ذیل کے ذریعہ دی جاتی ہے۔

$$\frac{w_1X_1 + w_2X_2 + \dots + w_nX_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} = \frac{\sum wX}{\sum w}$$

جب قیمتیں بڑھتی ہیں تو آپ کو ان اشیاء کی قیمت کے اضافے میں دلچسپی ہو سکتی ہے جو کہ آپ کے لئے زیادہ اہم ہیں آپ باب 8 میں اشاریہ (Index number) کی بحث میں اس کے بارے میں مزید مطالعہ کریں گے۔

سرگرمیاں

- درج ذیل مثال کے لئے حسابی اوسط کی اس خصوصیت کی جانچ کیجئے۔ $X : 4, 6, 8, 10, 12$
- اوپر کی مثال میں اگر اوسط 2 سے بڑھ جاتا ہے تب انفرادی مشاہدات کے لئے کیا ہوگا اگر سبھی پر مساوی طور پر اثر پڑتا ہے۔
- اگر پہلے تین مدوں میں 2 کا اضافہ ہوتا ہے تب آخری دو مدوں کی قدریں کیا ہونی چاہئے تاکہ اوسط یکساں رہ سکے۔
- 96 کے ذریعہ قدر 12 کو بدلیں۔ حسابی اوسط کے ساتھ کیا ہوگا۔ تبصرہ کیجئے۔

3. وسطانیہ

حسابی اوسط ڈیٹا میں انتہائی قدر کی موجودگی سے اثر پڑتا ہے اگر آپ مرکزی میلان کی پیمائش کرنا چاہتے ہیں جو کہ ڈیٹا کی

$$\text{وسطانیہ} = \frac{(N+1)^{\text{th}}}{2} \text{ مد کی سائز}$$

قدروں کے درمیانے کی حسابی اوسط کے طور پر شمار کیا جاتا ہے۔

مثال 6

درج ذیل ڈیٹا 20 طلباء کے مارکس فراہم کرتا ہے۔ آپ کو وسطانیہ مارکس کا شمار کرنا ہے۔

25, 72, 28, 65, 29, 60, 30, 54, 32, 53, 33, 52, 35, 51, 42, 48, 45, 47, 46, 33.

چڑھتی ترتیب میں ڈیٹا کو مرتب کرنے پر آپ پاتے ہیں۔

25, 28, 29, 30, 32, 33, 33, 35, 42, 45, 46, 47, 48, 51, 52, 53, 54, 60,

↑ ↑
65 72

آپ دیکھ سکتے ہیں وسطی میں دو مشاہدات ہیں یعنی 45 اور 46۔ وسطانیہ دو مشاہدات کی اوسط لینے کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{مارکس} = \frac{45 + 46}{2} = 45.5 = \text{وسطانیہ}$$

وسطانیہ شمار کرنے کے لحاظ سے یہ ضروری ہے کہ وسطانیہ کے مقام کا علم ہو یعنی مد جس پر وسطانیہ واقع ہے کو سمجھیں۔ وسطانیہ کے مقام کو درج ذیل فارمولے کے ذریعہ شمار کیا جاسکتا ہے:

$$\text{وسطانیہ کا مقام} = \frac{(N+1)^{\text{th}}}{2}$$

جہاں N = مدوں کی تعداد ہے۔

آپ غور کر سکتے ہیں کہ درج بالا فارمولا ایک مرتب صف میں آپ کو وسطانیہ کا مقام عطا کرتا ہے نہ کہ خود وسطانیہ۔ وسطانیہ کا شمار درج ذیل فارمولے سے کیا جاسکتا ہے۔

مجرد سلسلے

$$\text{مجرد سلسلوں کے معاملے میں وسطانیہ کا مقام یعنی} \frac{(N+1)^{\text{th}}}{2}$$

مد کو مجموعی تواتر کے ذریعہ شناخت کیا جاتا ہے۔ اس مقام پر مطابق قدر وسطانیہ کی قدر ہے۔

مثال 7

افراد کی تعداد کا تواتری بٹاؤ اور ان کی متعلقہ آمدنیاں (روپے میں) ذیل میں دی گئی ہیں وسطانیہ آمدنی کا شمار کیجئے۔

آمدنی (روپے میں) 10, 20, 30, 40

افراد کی تعداد 2, 4, 10, 4

وسطانیہ آمدنی کے شمار کے سلسلے میں آپ تواتری بٹاؤ یا تواتری تقسیم تیار کر سکتے ہیں جیسا کہ نیچے دی گئی ہے۔

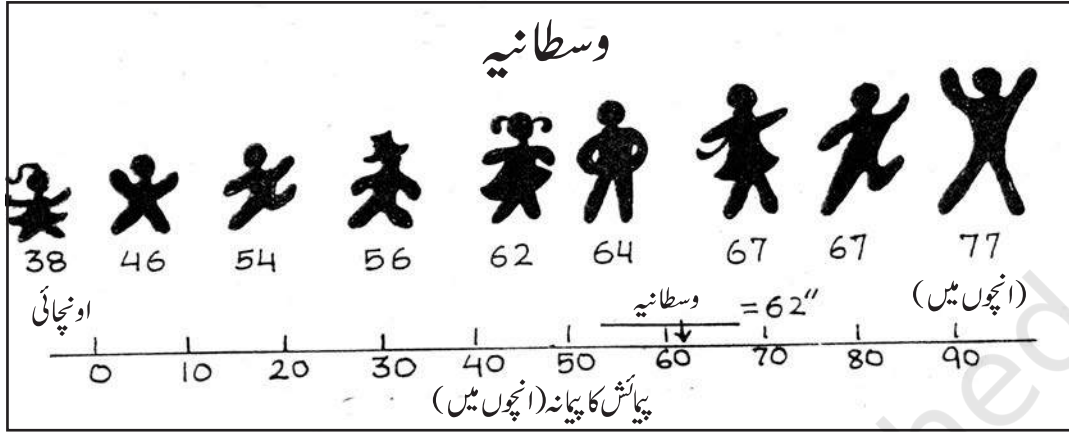
جدول 5.4

مجرد سلسلوں کے لئے وسطانیہ کا شمار

آمدنی (روپے میں)	افراد کی تعداد (f)	مجموعی تواتر (cf)
10	2	2
20	4	6
30	10	16
40	4	20

$$\text{وسطانیہ} = \frac{20+1}{2} = 10.5^{\text{th}} \text{ دیں}$$

مشاہدے میں واقع ہے۔ اسے مجموعی تواتر کے ذریعہ آسانی سے



مثال 8

شناخت کیا جاسکتا ہے۔ 10.5 داں مشاہدہ 16 کے C.f. میں

درج ذیل ڈیٹا کسی فیکٹری میں دہاڑی کام کرنے والے

واقع ہے۔ اس کے مطابق آمدنی 30 روپے ہے، اس لیے

افراد سے متعلق ہے وسطانیہ دہاڑی (یومیہ اجرت) کا شمار کیجئے۔

وسطانیہ آمدنی 30 روپے ہیں۔

یومیہ اجرت 35-40 40-45 45-50 50-55 55-60
 (روپے) 20-25 25-30 30-35

مستعمل سیریز

(میں)

مستعمل سیریز کے معاملے میں آپ وسطانیہ کلاس کا وہاں

درکس

پتہ کر سکتے ہیں جہاں $\frac{N}{2}$ ویں مد نہ کہ $\frac{(N+1)}{2}$ ویں مد

7 13 15 20 30
 33 28 14

کی تعداد

واقع ہے۔ تب وسطانیہ جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے، حاصل

6 کیا جاسکتا ہے۔

یہاں ڈیٹا کو صعودی یا چڑھتی ترتیب میں مرتب کیا جاتا ہے۔

درج بالا مثال میں وسطانیہ کلاس سلسلے کی $(N/2)$ ویں مدجو $\frac{160}{2} = 80$ یعنی جو 80 ویں مد کی قدر ہے جو کہ

35-40 کلاس وقفے میں واقع ہے۔

وسطانیہ کا فارمولا اطلاق کرنے پر

جدول 5.5

مستعمل سیریز کے لئے وسطانیہ کا شمار

یومیہ اجرت (روپے میں) درکس کی تعداد (f) مجموعی تواتر

14

14

20-25

$$\text{وسطانیہ} = L + \frac{\left(\frac{N}{2} - c.f\right)}{f} \times h$$

جہاں L = وسطانیہ کلاس کی نچلی حدجہاں $c.f$ = وسطانیہ کلاس کے پیش رو کلاس کا مجموعی تواتر f = وسطانیہ کلاس کا تواتر h = وسطانیہ کلاس وقفے کی قدر

اگر تواتر غیر مساوی سائز یا قدر کا ہے تو کسی تطابق

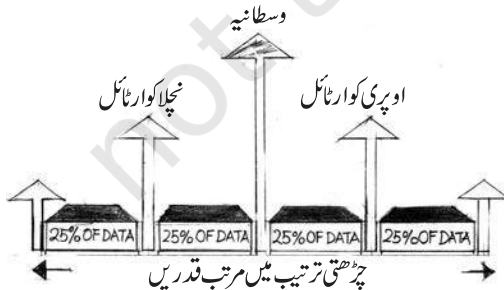
(adjustment) کی ضرورت نہیں ہے۔

?	?	1,2,30	B
?	?	1,2,300	C
?	?	1,2,3000	D

• کیا وسطانیہ انتہائی قدروں سے متاثر ہوتا ہے؟
 • کیا اوسط مرکز سے دور واقع ہے؟
 • کیا وسطانیہ اوسط کے مقابلے میں زیادہ بہتر طریقہ ہے؟

کوارٹائل

کوارٹائل وہ پیمائش ہے جو کہ ڈیٹا کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ ہر حصہ مشاہدات کے مساوی عدد پر مشتمل ہوتا ہے۔ اس طرح تین کوارٹائل ہوتے ہیں۔ پہلا کوارٹائل (Q1) کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے (یا نیچے کوارٹائل میں اس کے نیچے تقسیم) مدوں کا 25% اس سے بڑا ہوتا ہے۔ دوسرا کوارٹائل (Q2) کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے یا وسطانیہ میں اس کے نیچے مدوں کا 50% ہے اور اس کے اوپر مشاہدات کا 50% ہے۔ تیسرا کوارٹائل (Q3) کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے (یا اوپری کوارٹائل میں اس کے نیچے تقسیم کی مدوں کا 75% ہے اور اس کے اوپر کا 25% ہے اس طرح Q1 اور Q2 اور Q3 دو حدوں کو ظاہر کرتا



42	28	25-30
75	33	30-35
105	30	35-40
125	20	40-45
140	15	45-50
153	13	50-55
160	7	55-60

$$\text{وسطانیہ} = L + \frac{\left(\frac{N}{2} - \text{c.f.}\right)}{f} \times h$$

$$= \frac{35 + (80 - 75)}{30} \times (40 - 35)$$

Rs35.83

اس طرح وسطانیہ یومیہ اجرت 35.83 روپے ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ 50% ورکر اس 35.83 سے کم یا مساوی پارہے ہیں اور 50% ورکر اس اجرت سے زیادہ یا مساوی پارہے ہیں۔ آپ کو یاد رکھنا چاہئے کہ مرکزی میلان کی پیمائش کے طور پر وسطانیہ سلسلے میں بھی قدروں کے لئے حساس نہیں ہے۔ یہ ڈیٹا کے مرکزی مدوں کی قدروں پر ارتکاز کرتا ہے۔

سرگرمیاں

- سلسلے کی بھی چار قدروں کی اوسط اور وسطانیہ دریافت کیجئے۔

آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

جدول 5.6

مختلف سلسلوں کا اوسط اور وسطانیہ

سلسلہ	X (متغیر قدریں)	اوسط	وسطانیہ
A	1,2,3	?	?

ہے جس کے اندر ڈیٹا کا مرکزی 50% واقع ہوتا ہے۔

چڑھتی ترتیب ڈیٹا کو مرتب کرنے پر

11, 12, 14, 18, 22, 26, 30, 32, 35, 41.

صدیہ (پرسنٹائل)

$$Q_1 = \frac{(N+1)}{4} \text{ ویں مد کی سائز}$$

$$= \frac{(10+1)}{4} \text{ ویں " "}$$

$$Q_1 = (2.75) \text{ ویں مد کی سائز}$$

$$= (\text{مد دوسرا} - \text{تیسرا مد}) \cdot 0.75 + \text{دوسرا مد}$$

$$= 12 + 0.75(14-12)$$

$$= 13.5 \text{ مارکس}$$

سرگرمی

• آپ خود Q_3 دریافت کریں

5. بہتاتیہ (Mode)

کبھی کبھی آپ کو سیریز کی نہایت مثالی قدر یا وہ قدر جس کے گرد مدوں کا پیش ترین ارتکاز واقع ہوتا ہے، جاننے میں دلچسپی ہو سکتی ہے۔ مثال کے لیے ایک اشیاء ساز کو جو توں کی سائز جاننے میں دلچسپی ہو سکتی ہے کس ناپ کی زیادہ سے زیادہ مانگ ہے۔ یا شرٹ کی قسم جاننے کی خواہش ہو سکتی ہے جس کی مانگ اکثر و بیشتر ہو۔ لفظ Mode فرانسس، لفظ "La Mode" سے اخذ کیا گیا ہے جو تقسیم کی نہایت مروجہ قدروں کی نشاندہی کرتا ہے کیونکہ اسے سیریز میں بہت زیادہ بار دہرایا جاتا ہے۔ بہتاتیہ نہایت کثیر الوقوع مشاہدہ کی گئی ڈیٹا قدر ہے۔ یہ M_0 کے ذریعہ ظاہر کی جاتی ہے۔

بہتاتیہ کا شمار

مجرد سیریز

ڈیٹا سیٹ 1, 2, 3, 4, 4, 4, 5 پر غور کریں اور اس ڈیٹا کے

صدیہ بناؤ کو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے، لہذا آپ

99 تقسیمی مقامات حاصل کر سکتے ہیں، اسے $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}, P_{100}$

کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے P_{50} وسطانیہ قدر ہے اگر آپ نے

مینجمنٹ کے داخلہ امتحان میں 82 پرسنٹائل حاصل کیا ہے۔ تو

اس کا مطلب ہے کہ آپ کا مقام امتحان میں شامل ہونے والے

کل امیدواروں کے 18 فی صد سے نیچے ہے۔ اگر کل ایک لاکھ

طلباء شامل ہوئے تو آپ کا مقام کیا ہوگا۔

کوارٹائل کا شمار

کوارٹائل کی شناخت کا طریقہ انفرادی اور مجرد سیریز کے معاملے

میں وسطانیہ کی طرح ہے مرتب سیریز کی Q_2 اور Q_3 کی قدر

درج ذیل فارمولے کے ذریعہ حاصل کی جاسکتی ہے۔

$$Q_1 = \text{size} \frac{(N+1)^{th}}{2}$$

$$Q_3 = \text{size} \frac{3(N+1)^{th}}{4}$$

$$(N+1) = Q_1 \text{ ویں مد کی سائز}$$

$$(N+1) = Q_2 \text{ ویں مد کی سائز}$$

یہاں N مشاہدات کی تعداد ہے۔

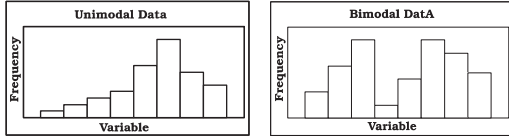
مثال 9

کسی امتحان میں دس طلباء کے ذریعہ حاصل کیے گئے مارکس

کے ڈیٹا سے کوارٹائل کی قدر شمار کیجئے۔

22, 26, 14, 30, 18, 11, 35, 41, 12, 32.

بہتاتیہ نہیں ہے۔



مستطیل سیریز (Continuous Series)

مستطیل تواتری تقسیم کے معاملے میں بہتاتیہ کلاس وہ کلاس ہے جس کا تواتر سب سے زیادہ بہتاتیہ کو درج ذیل فارمولے کا استعمال کرنے کے ذریعہ شمار کیا جاسکتا ہے۔

$$M_o = L + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times h$$

یہاں L = بہتاتیہ کلاس کی نچلی حد ہے۔

وقفے مساوی ہونے چاہئیں اور سیریز شمار کرنے کے لئے غیر شمولی ہونا چاہئے۔ اگر وسطی نقاط دیے گئے ہیں تب کلاس وقفے حاصل ہوتے ہیں۔

مثال 11

آمدنی ماہانہ (روپے میں)

50 سے کم 45 سے کم 40 سے کم 35 سے کم 30 سے کم
25 سے کم 20 سے کم 15 سے کم
بہتاتیہ ورکر فیملی کی ماہانہ آمدنی درج ذیل ڈیٹا سے شمار کیجئے

لئے بہتاتیہ 4 ہے کیونکہ یہ ڈیٹا میں 4 انتہائی کثیر الوقوع (دوبار) ہے۔

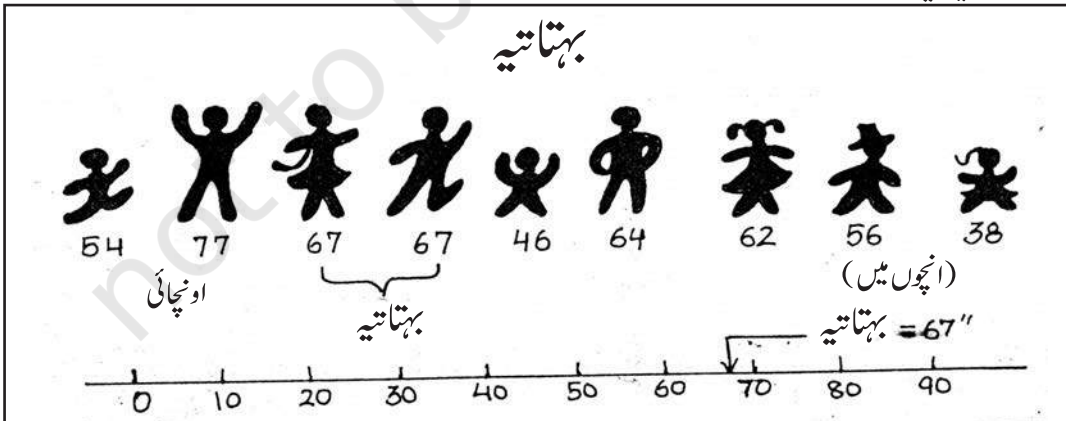
مثال 10

درج ذیل محدود سیریز پر ایک نظر ڈالیں:

10	20	30	40	50
2	8	20	10	5

یہاں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ زیادہ سے زیادہ تواتر 20 ہے، بہتاتیہ کی قدر 30 ہے اس معاملے میں، چونکہ بہتاتیہ کی قدر منفرد ہے لہذا ڈیٹا ایک بہتاتیہ (Unimodal) ہے لیکن حسابی اوسط اور وسطانیہ کے برعکس کوئی ضروری نہیں کہ بہتاتیہ منفرد ہو۔ آپ کے پاس ڈیٹا دو بہتاتیہ (Bimodal) یا دو بہتاتیہ سے زیادہ کثیر بہتاتیہ (Multi model) بھی ہو سکتا ہے۔ یہ ممکن ہے کہ کوئی بھی بہتاتیہ نہ ہو اگر تقسیم (Distribution) میں کسی D_1 = بہتاتیہ کلاس کے تواتر اور بہتاتیہ کلاس کے پیش رو کلاس کے تواتر (علامت نظر انداز کر کے) کے درمیان فرق ہے۔ D_2 = بہتاتیہ کلاس کے تواتر اور بہتاتیہ کلاس کے پس رو کلاس (قابل نظر انداز علامت) کے تواتر کے درمیان فرق ہے۔ آپ غور کر سکتے ہیں کہ مسلسل سیریز کے معاملے میں کلاس دیگر قدر کی نسبت کوئی قدر زیادہ بار بار نہ ظاہر ہوتی ہو۔ مثال کے لیے ایک سلسلہ 4, 4, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1 میں کوئی

بہتاتیہ



جدول 5.7
گروپ کاری جدول

گروپ ٹواٹر						آمدنی (000 روپے میں)
VI	V	IV	III	II	I	
		17		7	97-95=2	45-50
					95-90=5	40-45
			15		90-80=10	35-40
	35			30	80-60=20	30-35
60			50		60-30=30	25-30
		68		48	30-12=18	20-25
	56		26		12-4=8	15-20

جدول 5.8

تجزیہ جدول

کلاس وقتے								کالم
10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	
			X					I
		X	X					II
			X	X				III
		X	X	X				IV
	X	X	X					V
			X	X	X			VI
-	1	3	6	3	1	-	-	کل

فیملیوں کی تعداد

97,95,90,80,60,30,12,4

جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ مجموعی توازنی تقسیم کا معاملہ ہیں۔ بہتاتیہ شمار کرنے کے سلسلے میں آپ کو اسے غیر شمولی سیریز میں رکھنا ہوگا۔ اس مثال میں یہ سیریز نزولی یا گھٹتی ترتیب میں ہے۔ گروپ کاری اور تجزیہ جدول بہتاتیہ کلاس کے تعین کے لئے بنانا ہوگا۔

بہتاتیہ کی قدر 25-30 کلاس وقفے میں واقع ہوتی ہے۔ معائنہ کے ذریعہ بھی اسے دیکھا جاسکتا ہے یہ ایک بہتاتیہ کلاس ہے۔

$$L = 25, D_1 = (30 - 18) = 12, D_2 =$$

$$(30 - 20) = 10, h = 5$$

فارمولے کا استعمال کرتے ہوئے آپ بہتاتیہ کی قدر حاصل کر سکتے ہیں جو کہ درج ذیل ہے۔

$$M_0 \text{ (000 روپے میں)}$$

$$M_0 = L + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times h$$

$$25 + \frac{12}{10 + 12} \times 5 =$$

$$= 27,273$$

اس طرح بہتاتیہ ورکر فیملی کی ماہانہ آمدنی 27,273،

روپے ہے۔

سرگرمیاں

- جو کمپنی درج ذیل اشیاء بناتی ہے اُس کے لئے کون سی اوسط زیادہ مناسب ہوگی۔

(i) ڈائریاں اور نوٹ بک

(ii) اسکول بیگ

(iii) جینز اور ٹی شرٹ

- مرکزی میلان کی موزوں پیمائش کا استعمال کرتے ہوئے چینی غذا کے لئے طالب علم کی پسند جانے کے لئے کلاس میں ایک مختصر سروے انجام دیجئے۔
- کیا بہتاتیہ (mode) کا گرافنی طور پر تعین کیا جاسکتا ہے؟

6. حسابی اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ کا اضافی یا نسبتی

مقام بالغرض ہم ظاہر کرتے ہیں۔

$$M_e = \text{حسابی اوسط}$$

$$M_1 = \text{وسطانیہ}$$

$$M_0 = \text{بہتاتیہ}$$

اس طرح ہے O^e اور i لاحقے ہیں۔ تبصروں کی اضافی

قدر ہیں $Me < M_1 < M_0$ یا $Me > M_1 > M_0$ (لاحقے

ابجدی ترتیب میں واقع ہوتے ہیں) وسطانیہ ہمیشہ حسابی اوسط اور

بہتاتیہ کے درمیان ہوتا ہے۔

7. اختتام

مرکزی میلان یا اوسطوں کی پیمائشوں کا استعمال ڈیٹا کے خلاصے

کے لئے کیا جاتا ہے۔ یہ ڈیٹا سیٹ کو بیان کرنے میں انتہائی واحد

نمائندہ قدر کی صراحت کرتا ہے۔ حسابی اوسط بہت زیادہ عمومی طور

پر استعمال کیا جانے والا اوسط ہے۔ اسے شمار کرنا آسان ہے اور

اور یہ سبھی مشاہدات پر مبنی ہوتا ہے۔ لیکن یہ انتہائی مدوں کی موجودگی کے ذریعہ غیر مناسب طور پر اثر انداز ہوتا ہے۔ اس طرح کے ڈیٹا کے لئے وسطانیہ بہتر خاصہ ہے۔ بہتاتیہ کا استعمال عام طور پر مقداری ڈیٹا بیان کرنے کے لئے کیا جاتا ہے۔

وسطانیہ اور بہتاتیہ کو آسانی سے گرافنی طور پر شمار کیا جاسکتا ہے۔ غیر محدود کی تقسیم کے معاملے میں بھی انہیں آسانی سے شمار کیا جاسکتا ہے۔ اس طرح یہ اہم ہے کہ ایک موزوں اوسط کا انتخاب کیا جائے جو کہ تقسیم کے تجزیے اور نوعیت کے مقصد پر مبنی ہو۔

خلاصہ

- مرکزی میلان کی پیمائش کی واحد قدر کے ساتھ ڈیٹا خلاصہ کرتا ہے جو کہ پورے ڈیٹا کی نمائندگی کر سکتا ہے۔
- حسابی اوسط مشاہدات کی تعداد کے ذریعہ مشاہدات کی قدروں کی جمع کو تقسیم کرنے کے طور پر معین کیا جاتا ہے۔
- حسابی اوسط سے مدوں کے انحراف کے جمع ہمیشہ صفر کے مساوی ہوتی ہے۔
- کبھی کبھی مختلف مدوں کو ان کی اہمیت کے لحاظ سے وزن دینا اہم ہو جاتا ہے۔
- وسطانیہ اس معنی میں تقسیم کی مرکزی قدر ہے کہ وسطانیہ کی قیمت اقدار کی تعداد وسطانیہ سے زیادہ اقدار کی تعداد کے مساوی ہوتی ہے۔
- کواریٹائل چار مساوی حصوں میں قدروں کے کل سیٹ کو تقسیم کرتے ہیں۔
- بہتاتیہ وہ قدر ہے جو نہایت توازن کے ساتھ واقع ہوتی ہے۔

مشقیں

1. درج ذیل معاملوں میں کون سی اوسط مناسب ہوگی؟

(i) تیار ملبوس کی اوسط سائز

(ii) کلاس میں طلباء کی اوسط ذہانت

(iii) ایک فیکٹری میں فی شفٹ اوسط پیداوار

(iv) صنعتی ادارے میں اوسط اجرتیں

(v) مطلق انحرافات کی جمع کب اوسط سے کم ہوتی ہے؟

(vi) متغیرہ کی مقداریں کب تناسب میں ہوتی ہیں؟

(vii) غیر محدود تواتری تقسیم کے معاملے میں۔

2. ہر سوال میں دیئے گئے متبادل میں سے صحیح جواب چنیے۔

(i) کیفیتی پیمائش کے لیے نہایت موزوں ہے

(a) حسابی اوسط (Arithmetic mean)

(b) وسطانیہ (Median)

(c) بہتاتیہ (Mode)

(c) جیومیٹریہ اوسط

(d) ان میں سے کوئی نہیں

(ii) انتہائی مدوں کی موجودگی کے ذریعہ کون سی اوسط زیادہ متاثر ہوتی ہے؟

(a) وسطانیہ

(b) بہتاتیہ

(c) حسابی اوسط

(d) جیومیٹریہ اوسط

(e) ہارمونی اوسط

(iii) حسابی اوسط (A.M.) سے n قدروں کے انحراف کی الجبری جمع ہے۔

(a) n

(b) o

(c) 1

(d) ان میں سے کوئی نہیں

جواب [(i) b (ii) c (iii) d]

3. بتائیے کہ آیا درج ذیل بیانات صحیح ہیں یا غلط

- (i) وسطانیہ سے مدوں کے انحراف کی جمع صفر ہے۔
(ii) محض اکیلے اوسط ہی سیریز والے موازنے کے لئے کافی نہیں ہے۔
(iii) حسابی اوسط بہ لحاظ مقام قدر ہے۔
(iv) اوپری کو ارنائل مدوں کے اوپر 25% کی چٹائی قدر ہے۔
(iv) وسطانیہ انتہائی مشاہدات کے ذریعہ غیر مناسب طور پر متاثر ہوتا ہے۔

جواب [(i) غلط (ii) صحیح (iii) غلط (iv) صحیح (v) غلط]

4. درج ذیل میں دیئے گئے ڈیٹا کی حسابی اوسط اگر 28 ہے تو دریافت کیجئے

الف) غائب تو اتر سیریز (ب) سیریز کا وسطانیہ

منافع فی خردہ فروش دکان (روپے میں)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
خردہ فروش دکانوں کی تعداد	12	18	27	-	17	6

[جواب: غائب تو اتر 20 ہے اور وسطانیہ کی قدر 27.5 ہے]

5. درج ذیل جدول فیکٹری میں دس ورکرس کی یومیہ آمدنی ہے حسابی اوسط دریافت کیجئے۔

ورکرس کی تعداد	A	B	C	D	E	F	G	H	I	G
یومیہ آمدنی (روپے میں)	120	150	180	200	250	300	220	350	370	260

(جواب: 240 روپے)

6. درج ذیل معلومات 150 فیملیوں کی یومیہ آمدنی 5 پر مشتمل ہے حسابی اوسط کا شمار کیجئے۔

آمدنی (روپے میں)	فیملیوں کی تعداد
75 سے زیادہ	150
85 سے زیادہ	140
95 سے زیادہ	115
105 سے زیادہ	95
115 سے زیادہ	70
125 سے زیادہ	60
135 سے زیادہ	40
145 سے زیادہ	25

(جواب 116.3 روپے)

7. کسی گاؤں میں 350 فیملیوں کی آراضی کا رقبہ نیچے دیا گیا ہے آراضی کی وسطانیہ سائز بتائیے۔

آراضی کی سائز (ایکڑ میں)	100 سے کم	100-200	200-300	300-400	400 سے زیادہ
فیملیوں کی تعداد	40	89	148	64	39

(جواب 241.22 ایکڑ)

8. درج ذیل سیریز کسی فرم میں برسر روزگار ورکرز کی یومیہ آمدنی سے متعلق ہے۔ شمار کیجئے (a) نچلے 50% ورکرز کی زیادہ سے زیادہ آمدنی (b) سب سے اوپر 25% ورکرز کے ذریعہ کمائی جانے والی آمدنی (c) نچلے 25% ورکرز کے ذریعہ کمائی جانے والی آمدنی

یومیہ آمدنی	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
ورکرز کی تعداد	5	10	15	20	10	5

(اشارہ: وسطانیہ شمار کیجئے، نچلا اور اوپری کوارٹائل)

(جواب: (الف) 25.11 روپے (ب) 19.92 روپے (ج) 29.13 روپے)

9. درج ذیل جدول کسی گاؤں میں 150 کھیتوں کی کلوگرام فی ہیکٹر میں حاصل پیداوار فراہم کرتا ہے۔ اوسط، وسطانیہ، بہتاتیہ، حاصل پیداوار کا شمار کیجئے۔

حاصل پیداوار	50-53	53-56	56-59	59-62	62-65	65-68	68-71	71-74	74-77
(فی ہیکٹر کلوگرام)	3	8	14	30	36	28	16	10	5
کھیتوں کی تعداد	3	8	14	30	36	28	16	10	5
(جواب: اوسط 63.82 کلوگرام فی ہیکٹر، وسطانیہ 63.67 کلوگرام فی ہیکٹر، بہتاتیہ 63.29 کلوگرام فی ہیکٹر)									