

باب 7



4817CH07

مکعب اور جذر المکعب

7.1 تعارف

یہ کہانی اہلس۔ راما نو جن کی ہے جن کا شمار ہندوستان کے عظیم ریاضی دانوں میں کیا جاتا ہے۔ ایک مرتبہ ریاضی کے مشہور پروفیسر جی۔ ایچ۔ ہارڈی راما نو جن سے ملنے آئے اور وہ جس ٹیکسی سے آئے اس کا نمبر 1729 تھا۔ راما نو جن سے بات کرتے وقت ہارڈی نے اس عدد کو ایک ”بے کار“ (dull) عدد بتایا۔ راما نو جن نے فوراً جواب دیا کہ 1729 ایک دلچسپ عدد ہے۔ یہ ایسا سب سے چھوٹا عدد ہے جسے دو مکعب (Cubes) کے حاصل جمع کی شکل میں دو مختلف طریقوں سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

ہارڈی - راما نو جن عدد
1729 سب سے چھوٹا ہارڈی۔ راما نو جن عدد ہے۔
ایسے بہت سے اعداد ہیں۔ بعض مذکور ہیں۔
(18,20; 2,24), 4104(2,16; 9,15)
13832 ہیں تو سین میں دیے گئے ان اعداد کو لے
کر اس کی جانچ کیجیے۔

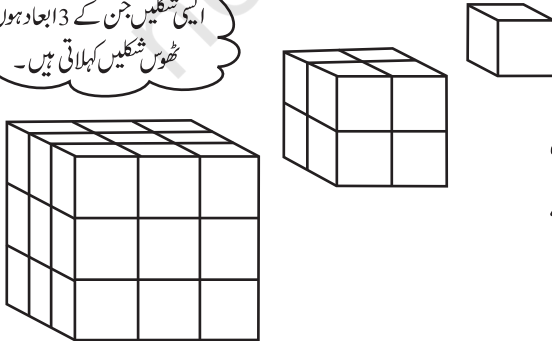
$$1729 = 1728 + 1 = 12^3 + 1^3$$

$$1729 = 1000 + 729 = 10^3 + 9^3$$

اس وقت سے عدد 1729 کو ہارڈی - راما نو جن عدد کہتے ہیں، حالاں کہ 1729 کی یہ خصوصیت راما نو جن سے 300 سال پہلے بھی معلوم تھی۔

راما نو جن کو اس کا علم کیسے تھا؟ ٹھیک ہے، وہ اعداد سے پیار کرتے تھے۔ پوری زندگی وہ اعداد کے ساتھ تجربے کرتے رہے۔ ممکن ہے انھوں نے وہ اعداد معلوم کیے ہوں جنہیں دوسرے لوگوں کا حاصل جمع اور ساتھ ہی دو مکعب کے مکعبوں کا حاصل جمع کے طور پر ظاہر کیا جاسکتا تھا۔ مکعب کے بہت سے دلچسپ نمونے ہیں۔ آئیے ہم مکعب، جذر المکعب اور ان سے متعلق بہت سے دلچسپ حقائق کے بارے میں معلوم کریں۔

ایسی شکلیں جن کے 13 ابعاد ہوں
ٹھوس شکلیں کہلاتی ہیں۔



7.2 مکعب

آپ جانتے ہیں کہ لفظ ’مکعب‘ کا استعمال جیومیٹری میں کیا جاتا ہے۔ مکعب ایک ایسی ٹھوس شکل ہے جس کے سبھی اضلاع برابر ہوتے ہیں۔ 1 سینٹی میٹر ضلع والے کتنے مکعبوں سے 2 سینٹی میٹر ضلع والا ایک مکعب بنے گا؟

جدول 2

عدد	ملعب
11	1331
12	1728
13	2197
14	2744
15	3375
16	4096
17	4913
18	5832
19	6859
20	8000

ہم جفت ہیں اس لیے ہمارے
مکعب بھی جفت ہیں

ہم طاق ہیں اس لیے ہمارے
مکعب بھی طاق ہیں

ایسے کچھ اعداد پر غور کیجیے جن کی اکائی کا ہندسہ '1' ہے دیگر اکائیاں۔ ان میں سے ہر ایک عدد کا مکعب معلوم کیجیے۔ اس عدد کے مکعب کے اکائی ہندسے کے بارے میں آپ کیا کہہ سکتے ہیں جس کی اکائی کا ہندسہ 1 ہو؟

اسی طرح ان اعداد کے مکعبوں کی اکائی کے ہندسوں کے بارے میں معلوم کیجیے جن کے اکائی کے ہندسے 2، 3، 4.... وغیرہ ہوں۔

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اعداد میں سے ہر مکعب کے اکائی کا ہندسہ معلوم کیجیے۔

1005	(iv)	149	(iii)	8888	(ii)	3331	(i)
53	(viii)	5022	(vii)	77	(vi)	1024	(v)

7.2.1 کچھ دلچسپ نمونے

1. مسلسل طاق اعداد کو جمع کرنا

طاق اعداد کے حاصل جمع کے مندرجہ ذیل نمونوں کو دیکھیے۔

							1	=	1	=	1 ³	
						3	+	5	=	8	=	2 ³
			7	+	9	+	11	=	27	=	3 ³	
	13	+	15	+	17	+	19	=	64	=	4 ³	
21	+	23	+	25	+	27	+	29	=	125	=	5 ³

کیا یہ دلچسپ نہیں ہے؟ حاصل جمع 10^3 حاصل کرنے کے لیے کتنے مسلسل طاق اعداد کی ضرورت پڑے گی۔

1 سینٹی میٹر والے کتنے مکعبوں سے 3 سینٹی میٹر والا ایک مکعب بنے گا؟

اعداد 1، 8، 27، پر غور کیجیے۔

یہ کامل مکعب (Perfect Cubes) یا مکعب اعداد (Cube Number) کہلاتے ہیں۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ انہیں یہ نام کیوں دیے گئے ہیں؟ ان میں سے ہر ایک عدد اس وقت حاصل ہوتا ہے جب ایک ہی عدد کو لے کر عدد خود اسی عدد سے تین مرتبہ ضرب کیا جاتا ہے۔

ہم دیکھتے ہیں کہ $1 = 1 \times 1 \times 1 = 1^3$; $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$; $27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$ ہے۔

کیوں کہ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ ہے، اس لیے 125 ایک مکعب عدد ہے۔

کیا 9 ایک مکعب عدد ہے؟ نہیں، کیوں کہ $9 = 3 \times 3$ ہے اور ایسا کوئی طبعی عدد نہیں ہے جسے لے کر 3 بار ضرب کرنے پر 9 حاصل ہوتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ $8 = 2 \times 2 \times 2$ اور $27 = 3 \times 3 \times 3$ ہے اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ 9 ایک کامل مکعب نہیں ہے۔

نیچے 1 سے 10 تک اعداد کے مکعب دیے گئے ہیں۔

جدول 1

مکعب	عدد
$1^3 = 1$	1
$2^3 = 8$	2
$3^3 = 27$	3
$4^3 = 64$	4
$5^3 = \underline{\hspace{2cm}}$	5
$6^3 = \underline{\hspace{2cm}}$	6
$7^3 = \underline{\hspace{2cm}}$	7
$8^3 = \underline{\hspace{2cm}}$	8
$9^3 = \underline{\hspace{2cm}}$	9
$10^3 = \underline{\hspace{2cm}}$	10

اسے مکمل کیجیے

اعداد 1000، 729، 1728 بھی مکعب ہیں۔

1 سے 1000 تک صرف دس کامل مکعب ہیں۔ (اس کی جانچ کیجیے)۔ 1 سے 1000 تک کتنے کامل مکعب ہیں؟

جفت اعداد کے مکعبوں پر غور کیجیے کہ کیا یہ سبھی جفت ہیں؟ آپ طاق اعداد کے مکعبوں کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟

11 سے 20 تک اعداد کے مکعب نیچے دیے گئے ہیں۔

مثال 1 : کیا 243 ایک کامل مکعب ہے؟

حل : $243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

اوپر دیے گئے اجزائے ضربی کو فیفا غورثی تلاش کی شکل میں رکھنے کے بعد 3×3 باقی بچتا ہے۔ اس لیے 243 ایک کامل مکعب نہیں ہے۔

کوشش کیجیے



مندرجہ ذیل میں کون سے اعداد کامل مکعب ہیں؟

15625 .4	8000 .3	3375 .2	400 .1
10648 .8	2025 .7	6859 .6	9000 .5

7.2.2 سب سے چھوٹا ضعف جو ایک کامل مکعب ہے

راج نے ایک لونچ دار مادے سے مکعب نما (Cuboid) بنایا۔ مکعب نما کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 15 سینٹی میٹر، 30 سینٹی میٹر اور 15 سینٹی میٹر ہے۔

انوں نے پوچھا کہ ایک کامل مکعب بنانے کے لیے اسے ایسے کتنے مکعب نما درکار ہوں گے؟ کیا آپ بتا سکتے ہیں؟

راج نے جواب دیا، مکعب نما کا حجم ہے $15 \times 30 \times 15 = 3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5$

$$= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

چوں کہ مفرد اجزائے ضربی میں 2 صرف ایک مرتبہ ہے۔ اس لیے ہمیں اسے کامل مکعب بنانے کے لیے $2 \times 2 = 4$ ضرورت پڑے گی۔ لہذا ہمیں کامل مکعب بنانے کے لیے ایسے 4 مکعب نماؤں کی ضرورت پڑے گی۔

مثال 2 : کیا 392 ایک کامل مکعب ہے؟ اگر نہیں، تو وہ چھوٹے سے چھوٹا طبعی عدد معلوم کیجیے جس سے 392 کو ضرب کرنے پر حاصل ضرب ایک کامل مکعب بن جائے۔

حل : $392 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7$

جز ضربی گروپ میں 7 تین مرتبہ نہیں آتا اس لیے 392 ایک کامل مکعب نہیں ہے۔ اس کو مکعب بنانے کے لیے ہمیں ایک اور 7 عدد کی ضرورت ہے، ایسی صورت میں

$$392 \times 7 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 = 2744$$

لہذا وہ سب سے چھوٹا طبعی عدد 7 ہے جس سے 392 کو ضرب کرنے پر ایک کامل مکعب حاصل ہوتا ہے۔

مثال 3 : کیا 53240 ایک کامل مکعب ہے؟ اگر نہیں، تو کس چھوٹے سے چھوٹے طبعی عدد سے 53240 کو تقسیم کیا جائے کہ حاصل تقسیم ایک کامل مکعب بن جائے؟

حل : $53240 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11 \times 5$

کوشش کیجیے

درج بالا نمونے کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل اعداد کو طاق اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

$$7^3 \quad (c)$$

$$8^3 \quad (b)$$

$$6^3 \quad (a)$$

مندرجہ ذیل نمونے کو دیکھیے۔

$$2^3 - 1^3 = 1 + 2 \times 1 \times 3$$

$$3^3 - 2^3 = 1 + 3 \times 2 \times 3$$

$$4^3 - 3^3 = 1 + 4 \times 3 \times 3$$

درج بالا نمونے کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل کی قدر معلوم کیجیے۔

$$51^3 - 50^3 \quad (iv)$$

$$20^3 - 19^3 \quad (iii)$$

$$12^3 - 11^3 \quad (ii)$$

$$7^3 - 6^3 \quad (i)$$



2. مکعب اور ان کے مفرد اجزائے ضربی

کچھ اعداد اور ان کے مکعبوں کے مندرجہ ذیل مفرد اجزائے ضربی پر غور کیجیے۔

خود کے مکعب میں ہر ایک مفرد جز ضربی تین مرتبہ آتا ہے۔

اس کے مکعبوں کے مفرد اجزائے ضربی

اعداد کے مفرد اعداد اجزائے ضربی

$$4^3 = 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 2^3$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$6^3 = 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^3$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$15^3 = 3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 5^3$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$12^3 = 1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$= 2^3 \times 2^3 \times 3^3$$

مشاہدہ کیجیے کہ ایک عدد کا ہر ایک مفرد جز ضربی اس کے مکعب میں 3 مرتبہ ظاہر ہوتا ہے۔

کیا آپ کو یاد ہے کہ

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m \text{ ہوتا ہے؟}$$

کسی عدد کے مفرد اجزائے ضربی میں اگر ہر جز ضربی تین مرتبہ آتا ہے تب کیا یہ عدد کامل

مکعب عدد ہے؟ اس کے بارے میں سوچیے! کیا 216 ایک کامل مکعب ہے؟

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \text{ مفرد اجزائے ضربی کے مطابق}$$

$$216 = 2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3 = 6^3 \text{ ہے مرتبہ آتا ہے}$$

جو ایک کامل مکعب ہے۔

$$729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \text{ کیا 729 ایک کامل مکعب ہے؟}$$

اجزائے ضربی کو نمائندگی

شکل میں رکھ سکتے ہیں۔

ہاں، 729 ایک کامل مکعب ہے۔

آئیے اب 500 کے لیے اس کی جانچ کریں۔

$$500 \text{ کے مفرد اجزائے ضربی ہیں } 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

یہاں حاصل ضرب میں 5 تین مرتبہ

ہے لیکن 2 صرف دو مرتبہ ہے۔

اس لیے 500 ایک کامل مکعب نہیں ہے۔

2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

مشق 7.1

1. مندرجہ ذیل میں کون سے اعداد کامل مکعب نہیں ہیں؟

- 216 (i) 128 (ii) 1000 (iii) 100 (iv) 46656 (v)

2. وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جس سے مندرجہ ذیل اعداد کو ضرب کرنے پر ایک کامل مکعب حاصل ہوگا۔

- 243 (i) 256 (ii) 72 (iii) 675 (iv) 100 (v)

3. وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جس سے مندرجہ ذیل اعداد کو تقسیم کرنے پر ایک کامل مکعب حاصل ہو۔

- 81 (i) 128 (ii) 135 (iii) 192 (iv) 704 (v)

4. پریکٹس نے ایک لوچ دار مادے سے مکعب نما بنایا ہے جس کے اضلاع 5 سینٹی میٹر، 2 سینٹی میٹر، 5 سینٹی میٹر ہیں۔ ایک مکعب بنانے کے لیے اسے ایسے کتنے مکعب نما کی ضرورت پڑے گی؟

7.3 جذر المکعب

اگر ایک مکعب کا حجم 125 مکعب سینٹی میٹر ہے تو اس کے ضلع کی لمبائی کیا ہوگی؟ مکعب کے ضلع کی لمبائی حاصل کرنے کے لیے ہمیں اس عدد کی ضرورت ہے جس کا مکعب 125 ہے۔

جیسا کہ آپ جانتے ہیں کہ جذر المربع، مربع کا معکوس عمل ہے اسی طرح سے جذر المکعب، مکعب کے عمل کا معکوس ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ $2^3 = 8$ ہے؛ اس لیے ہم کہتے ہیں کہ 8 کا جذر المکعب 2 ہے۔

ہم لکھتے ہیں $2 = \sqrt[3]{8}$ ۔ علامت $\sqrt[3]{}$ 'جذر المکعب' کو ظاہر کرتی ہے۔

مندرجہ ذیل پر غور کیجیے:

نتیجہ	بیان	نتیجہ	بیان
$\sqrt[3]{216} = 6$	$6^3 = 216$	$\sqrt[3]{1} = 1$	$1^3 = 1$
$\sqrt[3]{343} = 7$	$7^3 = 343$	$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$	$2^3 = 8$
$\sqrt[3]{512} = 8$	$8^3 = 512$	$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$	$3^3 = 27$
$\sqrt[3]{729} = 9$	$9^3 = 729$	$\sqrt[3]{64} = 4$	$4^3 = 64$
$\sqrt[3]{1000} = 10$	$10^3 = 1000$	$\sqrt[3]{125} = 5$	$5^3 = 125$

مفرد اجزائے ضربی میں 5 صرف ایک مرتبہ آتا ہے اس لیے 53240 ایک کامل مکعب نہیں ہے۔ اگر ہم دیے ہوئے عدد کو 5 سے تقسیم کریں تب خارج قسمت کے مفرد اجزائے ضربی میں 5 نہیں آئے گا۔

$$53240 \div 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11$$

لہذا وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد 5 ہے جس سے 53240 کو تقسیم کرنے پر ایک کامل مکعب بن جاتا ہے۔

$$10648 = \text{اس حالت میں کامل مکعب ہے}$$

مثال 4 : کیا 1188 کامل مکعب ہے؟ اگر نہیں تو کس چھوٹے سے چھوٹے عدد سے اس کو تقسیم کیا جائے کہ وہ ایک کامل مکعب بن جائے۔

$$1188 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 11$$

مفرد اعداد 2 اور 11 گروپ میں تین تین مرتبہ نہیں آئے ہیں، اس لیے 1188 کامل مکعب نہیں ہے۔ مفرد اجزائے ضربی میں 2 دو مرتبہ اور 11 ایک مرتبہ آیا ہے۔ اس لیے اگر ہم 1188 کو $2 \times 2 \times 11 = 44$ سے تقسیم کریں تو مفرد اجزائے ضربی میں 2 اور 11 نہیں آئیں گے۔

لہذا اس طرح سے وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد 44 ہے جس سے تقسیم کرنے پر 1188 ایک کامل مکعب بن جائے گا اور اس طرح سے حاصل کامل مکعب ہے $(=3^3) 1188 \div 44 = 27$

مثال 5 : کیا 68600 ایک کامل مکعب ہے؟ اگر نہیں تو وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جس سے 68600 کو ضرب کرنے پر یہ ایک کامل مکعب بن جائے۔

حل : ہمارے پاس $68600 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$ ہے۔ ان مفرد اجزائے ضربی میں ہم دیکھتے ہیں کہ 5 ثلاثہ کی شکل میں نہیں ہے۔

اس لیے 68600 ایک کامل مکعب نہیں ہے۔ کامل مکعب بنانے کے لیے ہم اس کو 5 سے ضرب کرتے ہیں۔

$$68600 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$343000 = \text{جو ایک کامل مکعب ہے۔}$$

غور کیجیے کہ 343 ایک کامل مکعب ہے۔ مثال 5 سے ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ 343000 بھی ایک کامل مکعب ہے۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

جانچ کیجیے کہ مندرجہ ذیل میں سے کون کونسا مکعب ہیں۔ (i) 2700 (ii) 16000 (iii) 64000 (iv) 900

(v) 125000 (vi) 36000 (vii) 21600 (viii) 10000 (ix) 27000000 (x) 1000

ان کامل مکعب میں آپ کس نمونے کا مشاہدہ کرتے ہیں؟



ہمارے پاس 3 ہندسوں کے دو گروپ 375 اور 857 ہیں۔

قدم 2 پہلا گروپ یعنی 375 ہمیں مطلوبہ جذر المکعب کا اکائی کا ہندسہ دے گا۔

عدد 375، 5 پر ختم ہوتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ 5 کسی عدد کے اکائی کے مقام پر تبا آتا ہے جب اس کے جذر المکعب میں اکائی کا ہندسہ 5 ہے۔

اس طرح ہمیں جذر المکعب کے اکائی کا ہندسہ 5 حاصل ہوتا ہے۔

قدم 3 اب دوسرا گروپ یعنی 857 لیجیے

ہم جانتے ہیں کہ $9^3 = 729$ اور $10^3 = 1000$ ہے۔ مزید $729 < 857 < 1000$

ہم چھوٹے عدد 729 کے اکائی کے ہندسے کو مطلوبہ جذر المکعب کے دہائی کے طور پر لیتے ہیں۔ اس طرح سے ہمیں حاصل

$$\sqrt[3]{857375} = 95$$

مثال 8: تخمینہ کی مدد سے 17576 کا جذر المکعب معلوم کیجیے۔

حل: دیا گیا عدد 17576 ہے۔

قدم 1 17576 کے سب سے دائیں طرف کے ہندسے سے شروع کرتے ہوئے تین ہندسوں کے گروپ بنائیے۔ یہ گروپ

17 576 ہیں۔ اس صورت میں ایک گروپ یعنی 576 میں 3 ہندسے ہیں جب کہ 17 میں صرف دو ہندسے ہیں۔

قدم 2 576 لیجیے۔

اس میں اکائی کا ہندسہ 6 ہے۔

ہم مطلوبہ جذر المکعب کی اکائی کی جگہ 6 لیتے ہیں۔

قدم 3 دوسرے گروپ یعنی 17 کو لیتے ہیں۔

2 کا مکعب 8 ہے اور 3 کا مکعب 27 ہے۔ 17، 8 اور 27 کے درمیان میں کہیں ہے۔

2 اور 3 میں چھوٹا عدد 2 ہے۔

2 میں اکائی کے ہندسہ کی جگہ 2 ہی ہے۔ اب 2 کو 17576 کے جذر المکعب کے دہائی کے ہندسے کی جگہ لیجیے۔

$$\sqrt[3]{17576} = 26 \text{ (اس کی جانچ کیجیے!)}$$

7.2 مشق

1. مندرجہ ذیل ہر ایک عدد کا جذر المکعب مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے معلوم کیجیے۔

7.3.1 مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے جذور المکعب معلوم کرنا

3375 پر غور کیجیے۔ ہم اس کا جذور المکعب مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے معلوم کرتے ہیں:

$$3375 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{5 \times 5 \times 5} = 3^3 \times 5^3 = (3 \times 5)^3$$

$$\sqrt[3]{3375} = 3 \times 5 = 15 = \text{3375 کا جذور المکعب}$$

اسی طرح سے $\sqrt[3]{74088}$ حاصل کرنے کے لیے ہمارے پاس ہے

$$74088 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{7 \times 7 \times 7} = 2^3 \times 3^3 \times 7^3 = (2 \times 3 \times 7)^3$$

$$\sqrt[3]{74088} = 2 \times 3 \times 7 = 42 \quad \text{اس لیے}$$

مثال 6: 8000 کا جذور المکعب معلوم کیجیے۔

حل: 8000 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں $\underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{5 \times 5 \times 5}$

$$\sqrt[3]{8000} = 2 \times 2 \times 5 = 20 \quad \text{اس لیے}$$

مثال 7: 13824 کا مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے جذور المکعب معلوم کیجیے۔

حل:

$$13824 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^3$$

$$\sqrt[3]{13824} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24 \quad \text{اس لیے}$$

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

بتائیے صحیح ہے یا غلط: کسی بھی صحیح عدد m کے لیے $m^2 < m^3$ ہے۔ کیوں؟



7.3.2 ایک مکعب عدد کا جذور المکعب

اگر آپ جانتے ہیں کہ دیا گیا عدد مکعب عدد ہے تو اس کا جذور المکعب معلوم کرنے کے لیے مندرجہ ذیل طریقہ استعمال کیا جاسکتا ہے۔

قدم 1 کوئی بھی ایک مکعب عدد جیسے 857375 لیجیے اور عدد کے سب سے دائیں طرف کے ہندسے سے شروع کرتے ہوئے

تین ہندسوں کے گروپ بنائیے۔

$$\begin{array}{r} 375 \\ \hline \downarrow \end{array}$$

پہلا گروپ

$$\begin{array}{r} 857 \\ \hline \downarrow \end{array}$$

دوسرا گروپ

ہم سلسلے وار دیے ہوئے مکعب عدد کے جذور المکعب کا اندازہ لگا سکتے ہیں۔

27000 (iv)	10648 (iii)	512 (ii)	64 (i)
46656 (viii)	110592 (vii)	13824 (vi)	15625 (v)
		91125 (x)	175616 (ix)

2. بتائیے کہ مندرجہ ذیل بیانات صحیح ہیں یا غلط۔

- (i) کسی بھی طاق عدد کا مکعب، جفت ہوتا ہے۔
- (ii) کامل مکعب دو صفر پر ختم نہیں ہوتا۔
- (iii) اگر کسی عدد کا مربع 5 پر ختم ہوتا ہے تو اس کا مکعب 25 پر ختم ہوگا۔
- (iv) کوئی ایسا کامل مکعب نہیں ہے جو 8 پر ختم ہوتا ہو۔
- (v) دو ہندسوں کے عدد کا مکعب ایک تین ہندسی عدد ہو سکتا ہے۔
- (vi) دو ہندسوں کے عدد کے مکعب میں سات یا اس سے زیادہ ہندسے ہو سکتے ہیں۔
- (vii) ایک ہندسی کے عدد کا مکعب بھی ایک ہندسی عدد ہو سکتا ہے۔

3. آپ کو معلوم ہے کہ 1331 ایک کامل مربع ہے۔ کیا آپ اس کے اجزائے ضربی کیے بغیر اس کے جذرالمکعب کا اندازہ لگا سکتے ہیں؟ اسی طرح 12167، 4913 اور 32768 کے جذرالمکعب کا اندازہ لگائیے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1. اعداد جیسے 1729، 4104، 13832 ہارڈی۔ رامانوجن اعداد کہلاتے ہیں۔ ہم ان کو دو مختلف طریقوں سے دو مکعب کے حاصل جمع کے طور پر لکھ سکتے ہیں۔
2. کسی عدد کو خود سے تین مرتبہ ضرب کرنے پر حاصل ہونے والے اعداد مکعب اعداد کہلاتے ہیں۔ مثال کے طور پر 1، 8، 27، وغیرہ۔
3. اگر کسی عدد کے مفرد اجزائے ضربی میں ہر جز ضربی تین مرتبہ ظاہر ہوتا ہے تو وہ عدد ایک کامل مکعب ہوتا ہے۔
4. علامت $\sqrt[3]{\quad}$ جذرالمکعب کو ظاہر کرتی ہے۔ مثال کے طور پر $\sqrt[3]{27} = 3$ ۔