

باب 14



اجزائے ضربی میں تحلیل

14.1 تعارف

14.1.1 طبعی اعداد کے اجزائے ضربی

آپ چھٹی جماعت میں اجزائے ضربی کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ آئیے ایک طبعی عدد لیتے ہیں، مان لیجیے یہ عدد 30 ہے۔ ہم اسے دوسرے طبعی اعداد کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں۔ جیسے

$$2 \times 15 = 30$$

$$= 3 \times 10 = 5 \times 6$$

اس طرح 1، 2، 3، 5، 6، 10، 15 اور 30 عدد 30 کے اجزائے

ضربی ہیں۔ ان میں 2، 3 اور 5 مفرد اجزائے ضربی ہیں (کیوں؟)

جب کوئی عدد مفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھا ہو تو وہ اس کی مفرد اجزائے ضربی شکل کہلاتی ہے۔ مثال کے طور پر 30 کو

مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں $5 \times 3 \times 2$ لکھتے ہیں۔

70 کی مفرد اجزائے ضربی شکل $2 \times 5 \times 7$ ہے۔

90 کی مفرد اجزائے ضربی شکل $2 \times 3 \times 3 \times 5$ ہے، وغیرہ۔

اس طرح ہم الجبری عبارتوں کو بھی ان کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ اس باب میں ہم اسی کا

مطالعہ کریں گے۔

14.1.2 الجبری عبارتوں کے اجزائے ضربی

ساتویں جماعت میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ الجبری عبارتوں کے ارکان اجزائے ضربی کے

حاصل ضرب کی شکل میں بنتے ہیں۔ مثال کے طور پر الجبری عبارت $5xy + 3x$ میں

رکن $5xy$ اجزائے ضربی 5، x اور y سے بنا ہے یعنی $5xy = 5 \times x \times y$

ہم جانتے ہیں کہ 30 کو اس شکل میں بھی لکھا جاسکتا ہے

$$30 = 1 \times 30$$

اس لیے، 1 اور 30 بھی 30 کے اجزائے ضربی ہیں۔

آپ دیکھیں گے کہ 1 ہر عدد کا ایک جز ضربی ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر $101 = 101 \times 1$

لیکن ہم جب بھی کسی عدد کو اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں

لکھیں گے تو ہم 1 کو حاصل ضرب کی شکل میں تب تک نہیں لکھیں گے جب تک خاص

طور پر ضروری نہ ہو۔

غور کیجیے کہ $5xy$ کا ایک جز ضربی ہے کیوں کہ

$$5xy = 1 \times 5 \times x \times y$$

حقیقت میں 1 ہر ایک رکن کا جز ضربی ہوتا ہے۔ طبعی اعداد ہی کی طرح جب

تک کہ خاص طور پر ضروری نہ ہو ہم 1 کو کسی بھی رکن کا الگ سے جز ضربی

نہیں ظاہر کرتے ہیں۔

نوٹ کیجیے کہ جز ضربی 2 دونوں ارکان میں مشترک ہے۔
دیکھیے، تقسیمی اصول کے ذریعے

$$2 \times (x+2) = (2 \times x) + (2 \times 2)$$

اس لیے، ہم لکھ سکتے ہیں

$$2x + 4 = 2 \times (x+2) = 2(x+2)$$

اس طرح عبارت $2x + 4$ وہی ہے جو $2(x+2)$ ہے۔ اب ہم اس کے اجزائے ضربی پڑھ سکتے ہیں: وہ ہیں 2 اور $(x+2)$ ، یہ نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی ہیں۔

اب $5xy + 10x$ کے اجزائے ضربی لکھیے۔

$5xy$ اور 10 کی نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی کی شکل بالترتیب ہے۔

$$5xy = 5 \times x \times y$$

$$10x = 2 \times 5 \times x$$

مشاہدہ کیجیے دو ارکان میں 5 اور x مشترک اجزائے ضربی ہیں۔ اب

$$5xy + 10x = (5 \times x \times y) + (5 \times x \times 2)$$

$$= (5x \times y) + (5x \times 2)$$

تقسیمی اصول کا استعمال کرتے ہوئے ہم دونوں ارکان کو ملاتے ہیں۔

$$(5x \times y) + (5x \times 2) = 5x \times (y+2)$$

اس لیے $5xy + 10x = 5x(y+2)$ (یہ مطلوب جز ضربی کی شکل ہے)

مثال 1: $12a^2b + 15ab^2$ کے اجزائے ضربی لکھیے۔

حل: ہمارے پاس ہے:

$$12a^2b = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b$$

$$15ab^2 = 3 \times 5 \times a \times b \times b$$

دو ارکان میں 3، a اور b مشترک اجزائے ضربی ہیں۔

اس لیے، $12a^2b + 15ab^2 = (3 \times a \times b \times 2 \times 2 \times a) + (3 \times a \times b \times 5 \times b)$

$$= 3 \times a \times b \times [(2 \times 2 \times a) + (5 \times b)]$$

(رُکن کو ملانے پر)

غور کیجیے کہ $5xy$ کے اجزائے ضربی 5، x اور y کو مزید اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں نہیں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ $5xy$ کے مفرد اجزائے ضربی 5، x اور y ہیں۔ الجبری عبارتوں میں ہم مفرد کی جگہ نہ تحلیل ہونے والی استعمال کرتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ $5xy$ کی نہ تحلیل ہونے والی شکل $5 \times x \times y$ ہے۔ غور کیجیے کہ $5 \times (xy)$ رکن $5xy$ نہ تحلیل ہونے والی شکل نہیں ہے۔ کیوں کہ جز ضربی xy کو اور آگے x اور y کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے یعنی

$$xy = x \times y \text{ ہے۔}$$

اب الجبری عبارت $3x(x+2)$ پر غور کیجیے۔ اسے اجزائے ضربی 3، x اور $(x+2)$ کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے یعنی

$$3x(x+2) = 3 \times x \times (x+2)$$

الجبری عبارت $3x(x+2)$ کے نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی 3، x اور $(x+2)$ ہیں۔ اسی طرح الجبری عبارت $10x(x+2)(y+3)$ کو نہ تحلیل ہونے والی شکل میں اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے

$$10x(x+2)(y+3) = 2 \times 5 \times x \times (x+2) \times (y+3)$$

14.2 اجزائے ضربی میں تحلیل کیا ہے؟

جب ہم کسی الجبری عبارت کے اجزائے ضربی بناتے ہیں تو ہم انہیں اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں۔ یہ اجزائے ضربی اعداد الجبری متغیر یا الجبری عبارتیں ہو سکتی ہیں۔

جیسی عبارتیں پہلے سے ہی اجزائے ضربی کی شکل میں ہیں۔ $5(y+1)(x+2)$ ، $2x(y+2)$ ، $5x^2y$ ، $3xy$

جیسا کہ ہم پہلے سے ہی جانتے ہیں ہم مذکورہ بالا عبارتوں کے اجزائے ضربی انہیں دیکھ کر ہی پڑھ سکتے ہیں۔

اس کے برخلاف $2x+4$ ، $3x+3y$ ، x^2+5x ، x^2+5x+6 جیسی عبارتوں پر غور کیجیے۔ یہ معلوم نہیں کہ اس کے

اجزائے ضربی کیا ہیں۔ اس طرح کی عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے ہمیں ایک منظم طریقہ استعمال کرنے کی ضرورت ہے۔ اسی طریقے کا استعمال ہم یہاں کریں گے۔

14.2.1 مشترک اجزائے ضربی کا طریقہ

• ہم ایک آسان مثال سے شروع کرتے ہیں۔ $2x+4$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

ہم اس کے ہر رکن کو اجزائے ضربی میں نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھیں گے۔

$$2x = 2 \times x$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$2x+4 = (2 \times x) + (2 \times 2) \quad \text{اس لیے}$$

عبارت $2xy + 2y + 3x + 3$ اب اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ہے۔ اس کے اجزائے ضربی ہیں $(x+1)$ اور $(2y+3)$ ، نوٹ کیجیے کہ یہ اجزائے ضربی نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی ہیں۔

دوبارہ گروپ بنانا کیا ہے؟

مان لیجیے اوپر دی گئی عبارت $2xy + 2y + 3x + 3$ کی شکل میں دی ہوئی ہے، تب اس کے اجزائے ضربی بنانا آسان نہیں ہیں۔ اسی عبارت کو $2xy + 2y + 3x + 3$ کی شکل میں دوبارہ ترتیب دینے پر اس کے $(2xy+2y)$ اور $(3x+3)$ گروپ بنا کر اجزائے ضربی بنائے جاسکتے ہیں۔ یہی دوبارہ گروپ بنانا ہے۔

دوبارہ گروپ بنانا ایک سے زیادہ طریقوں کے ذریعے ممکن ہو سکتا ہے۔ مان لیجیے ہم اوپر دی گئی عبارت کا $2xy + 3x + 2y + 3$ کی شکل میں دوبارہ گروپ بناتے ہیں اس سے بھی ہم اجزائے ضربی معلوم کر سکتے ہیں۔ آئیے کوشش کریں:

$$\begin{aligned} 2xy + 3x + 2y + 3 &= 2 \times x \times y + 3 \times x + 2y + 3 \\ &= x \times (2y + 3) + 1 \times (2y + 3) \\ &= (2y + 3)(x + 1) \end{aligned}$$

اجزائے ضربی وہی ہیں (جیسا کہ انھیں ہونا چاہیے)، بھلے ہی وہ مختلف ترتیب میں لکھے ہوئے ہوں۔

مثال 3: $6xy - 4y + 6 - 9x$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل:

قدم 1 جانچ کیجیے کہ کیا سبھی ارکان میں کوئی مشترک جز ضربی ہے۔ یہاں کوئی نہیں ہے۔

قدم 2 گروپ کے بارے میں سوچیے، غور کیجیے کہ پہلے دو ارکانوں میں مشترک جز ضربی $2y$ ہے۔

$$6xy - 4y = 2y(3x - 2) \quad (a)$$

آخری دو ارکان کے بارے میں کیا کہا جاسکتا ہے؟ انھیں دیکھیے۔ اگر آپ ان کی ترتیب بدل کر $6 - 9x$ لکھ لیں تو

جز ضربی $(3x - 2)$ آجائے گا؛

$$-9x + 6 = -3(3x) + 3(2) \quad \text{اس لیے}$$

$$= -3(3x - 2) \quad (b)$$

قدم 3 (a) اور (b) کو ایک ساتھ رکھنے پر

$$6xy - 4y + 6 - 9x = 2y(3x - 2) - 3(3x - 2)$$

$$= 2y(3x - 2) - 3(3x - 2)$$

$$= (3x - 2)(2y - 3)$$

$$(3ab \times (4a + 5b)) \text{ (مطلوبہ جز ضربی شکل)}$$

$$= 3ab(4a + 5b)$$

مثال 2: $10x^2 - 18x^3 + 14x^4$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل:

$$10x^2 = 2 \times 5 \times x \times x$$

$$18x^3 = 2 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x$$

$$14x^4 = 2 \times 7 \times x \times x \times x \times x$$

تین ارکان کے مشترک اجزائے ضربی 2، x اور x ہیں

$$(2 \times x \times x \times 5) - (2 \times x \times x \times 3 \times 3 \times x) = 10x^2 - 18x^3 + 14x^4$$

اس لیے،

$$+ (2 \times x \times x \times 7 \times x \times x)$$

(تینوں ارکان کو ملانے پر)

$$= 2 \times x \times x \times [(5 - (3 \times 3 \times x) + (7 \times x \times x))]$$

$$= 2x^2 \times (5 - 9x + 7x^2) = \underline{2x^2(7x^2 - 9x + 5)}$$

کیا آپ نے غور کیا کہ کسی عبارت کے جز ضربی شکل میں صرف ایک رکن ہوتا ہے؟

کوشش کیجیے

اجزائے ضربی بنائیے (i) $12x + 36$ (ii) $22y - 33z$ (iii) $14pq + 35pqr$

14.2.2 ارکان کے گروپ بنا کر اجزائے ضربی میں تحلیل

عبارت $2xy + 2y + 3x + 3$ کو دیکھیے۔ آپ نوٹ کریں گے کہ پہلے دو ارکان میں 2 اور y مشترک جز ضربی ہیں اور آخری دو ارکان میں 3 مشترک جز ضربی ہے۔ لیکن تمام ارکان میں کوئی ایک مشترک جز ضربی نہیں ہے۔ ہم کس طرح آگے بڑھیں گے؟ آئیے $(2xy + 2y)$ کو جز ضربی کی شکل میں لکھیں:

$$2xy + 2y = (2 \times x \times y) + (2 \times y)$$

$$= (2 \times y \times x) + (2 \times y \times 1)$$

$$= (2y \times x) + (2y \times 1) = 2y(x + 1)$$

$$3x + 3 = (3 \times x) + (3 \times 1)$$

$$= 3 \times (x + 1) = 3(x + 1)$$

$$2xy + 2y + 3x + 3 = 2y(x + 1) + 3(x + 1)$$

لہذا

مشاہدہ کیجیے اب R.H.S کے دونوں ارکان میں مشترک اجزائے ضربی $(x + 1)$ ہے دونوں ارکان کو ملانے پر

$$2xy + 2y + 3x + 3 = 2y(x + 1) + 3(x + 1) = (x + 1)(2y + 3)$$

نوٹ: یہاں ہمیں 1 کو جز ضربی کی شکل میں ظاہر کرنے کی ضرورت ہے۔ کیوں؟

اسی طرح

کے بائیں طرف کے نظیری عبارت سے مطلوبہ اجزائے ضربی حاصل ہو جاتے ہیں۔

مثال 4 : $x^2 + 8x + 16$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل : عبارت پر غور کیجیے۔ اس میں تین ارکان ہیں۔ اس لیے اس میں تین اہمیتوں کا استعمال نہیں ہو سکتا۔ اس عبارت کا پہلا اور تیسرا رکن کامل مربع ہے اور وسطی رکن سے پہلے جمع کی علامت ہے۔ اس لیے یہ $a^2 + 2ab + b^2$ کی شکل ہے۔ جہاں $a = x$ اور $b = 4$ ہے۔

$$a^2 + 2ab + b^2 = x^2 + 2(x)(4) + 4^2 \quad \text{اس لیے}$$

$$= x^2 + 8x + 16 \quad \text{اس لیے}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \quad \text{اس لیے}$$

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2 \quad \text{موازنہ کرنے پر (مطلوبہ اجزائے ضربی)}$$

مشاہدہ کیجیے کہ یہاں دی ہوئی عبارت

$$a^2 - 2ab + b^2 \text{ کی شکل کی ہے،}$$

$$\text{جہاں } a = 2y \text{ اور } b = 3 \text{ اور}$$

$$2ab = 2 \times 2y \times 3 = 12y$$

(مطلوبہ اجزائے ضربی)

مثال 5 : $4y^2 - 12y + 9$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل : غور کیجیے $4y^2 = (2y)^2$, $9 = 3^2$ اور $12y = 2 \times 3 \times (2y)$

$$4y^2 - 12y + 9 = (2y)^2 - 2 \times 3 \times (2y) + (3)^2 \quad \text{اس لیے}$$

$$= (2y - 3)^2$$

مثال 6 : $49p^2 - 36$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل : اس سوال میں دو ارکان ہیں۔ دونوں کامل مربع ہیں اور دوسرا منفی ہے۔ یہ عبارت $(a^2 - b^2)$ کی شکل کی ہے۔ تین اہمیتوں کا استعمال ہو سکتا ہے؛

$$49p^2 - 36 = (7p)^2 - (6)^2$$

$$= (7p - 6)(7p + 6) \quad \text{(مطلوبہ اجزائے ضربی)}$$

مثال 7 : $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

حل : دی ہوئی عبارت کے پہلے تین ارکان $(a - b)^2$ کی شکل کے ہیں۔ چوتھا رکن ایک مربع ہے۔ اس لیے عبارت کو دو مربعوں کے فرق میں تحلیل کر سکتے ہیں۔

$$a^2 - 2ab + b^2 - c^2 = (a - b)^2 - c^2 \quad \text{اس طرح سے (تین اہمیتوں کا استعمال کرنے پر)}$$

اس طرح $(6xy - 4y + 6 - 9x)$ کے اجزائے ضربی $(3x - 2)$ اور $(2y - 3)$ ہیں۔

14.1 مشق

1. دیے گئے ارکانوں کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$$14pq, 28p^2q^2 \quad (iii) \quad 2y, 22xy \quad (ii) \quad 12x, 36 \quad (i)$$

$$6abc, 24ab^2, 12a^2b \quad (v) \quad 2x, 3x^2, 4 \quad (iv)$$

$$10pq, 20qr, 30rp \quad (vii) \quad 16x^3, -4x^2, 32x \quad (vi)$$

$$3x^2y^3, 10x^3y^2, 6x^2y^2z \quad (viii)$$

2. مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$$7a^2 + 14a \quad (iii) \quad 6p - 12q \quad (ii) \quad 7x - 42 \quad (i)$$

$$20lm + 30alm \quad (v) \quad -16z + 20z^3 \quad (iv)$$

$$10a^2 - 15b^2 + 20c^2 \quad (vii) \quad 5x^2y - 15xy^2 \quad (vi)$$

$$x^2yz + xy^2z + xyz^2 \quad (ix) \quad -4a^2 + 4ab - 4ca \quad (viii)$$

$$ax^2y + bxy^2 + cxyz \quad (x)$$

3. اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

$$15xy - 6x + 5y - 2 \quad (ii)$$

$$x^2 + xy + px + 8y \quad (i)$$

$$15pq + 15 + 9q + 25p \quad (iv)$$

$$ax + bx - ay - by \quad (iii)$$

$$z - 7 + 7xy - xyz \quad (v)$$

14.2.3 تماثلات کے استعمال سے اجزائے ضربی میں تحلیل کرنا

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (I) \quad \text{ہم جانتے ہیں کہ}$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (II)$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad (III)$$

مندرجہ ذیل حل کی گئی مثالوں سے یہ ظاہر ہو جائے گا کہ اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے ان تماثلات کا کس طرح استعمال کیا جاسکتا ہے۔ پہلے ہم دی ہوئی عبارت کو دیکھتے ہیں۔ اگر یہ اوپر دی گئی تماثلات میں سے کسی ایک کے دائیں طرف کی شکل کا ہے تو اس تماثل

حل : اگر ہم تماشل (IV) کے RHS کا $x^2 + 5x + 6$ سے موازنہ کریں تو ہم پائیں گے کہ $ab = 6$ اور $a + b = 5$ ہے۔ اس سے ہمیں a اور b معلوم کرنا چاہیے، تب $(x + a)$ اور $(x + b)$ اجزائے ضربی ہوں گے۔

اگر $b = 6$ ہے تو اس کا مطلب ہے کہ a اور b عدد 6 کے اجزائے ضربی ہیں۔ آئیے $a = 6$ اور $b = 1$ لے کر کوشش کرتے ہیں۔ ان قدروں کے لیے $a + b = 7$ اور 5 نہیں ہے۔ اس لیے یہ انتخاب صحیح نہیں ہے۔

آئیے $a = 2$ اور $b = 3$ لے کر کوشش کریں۔ اس کے لیے $a + b = 5$ ہے جو ٹھیک ہے اور یہ وہی ہے جو ہم چاہتے ہیں۔ اس لیے اس دی ہوئی عبارت کے اجزائے ضربی $(x + 2)(x + 3)$ ہوں گے

عام طور پر $x^2 + px + q$ قسم کی عبارت کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے ہم q (مستقل رکن) کے دو اجزائے ضربی a اور b معلوم کرتے ہیں جب کہ

$$a + b = p \text{ اور } ab = q$$

$$x^2 + (a + b)x + ab$$

$$x^2 + ax + bx + ab$$

$$x(x + a) + b(x + a)$$

$$(x + a)(x + b) \text{ جو مطلوبہ اجزائے ضربی ہیں۔}$$

تب یہ عبارت بنتی ہے

یا

یا

یا

مثال 10 : $y^2 - 7y + 12$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل : ہم دیکھتے ہیں کہ $12 = 3 \times 4$ اور $3 + 4 = 7$ ہے۔ اس لیے،

$$y^2 - 7y + 12 = y^2 - 3y - 4y + 12$$

$$= y(y - 3) - 4(y - 3) = (y - 3)(y - 4)$$

غور کیجیے کہ اس بار ہم نے a اور b معلوم کرنے کے لیے دی ہوئی عبارت کا موازنہ تماشل IV سے نہیں کیا۔ خاصی مشق کے بعد آپ کو دی ہوئی عبارت کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے اس کا موازنہ تماثلات کی عبارتوں سے کرنے کی ضرورت نہیں ہوگی۔ آپ سیدھے ہی اجزائے ضربی معلوم کر سکتے ہیں جیسا کہ ہم نے اوپر کوشش کی۔

مثال 11 : $z^2 - 4z - 12$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل : یہاں $ab = -12$ ہے، اس کا مطلب ہے a اور b میں سے ایک منفی ہے۔ ساتھ ہی $a + b = -4$ ہے۔ اس کا مطلب

$$(تمثل III استعمال کرنے پر) \quad = [(a - b) - c] [(a - b) + c]$$

$$(مطلوبہ اجزائے ضربی) \quad = (a - b - c) (a - b + c)$$

غور کیجیے کہ مطلوبہ اجزائے ضربی حاصل کرنے کے لیے ہم ایک کے بعد دوسرے تمثال کو کیسے استعمال کرتے ہیں۔

مثال 8 : $m^4 - 256$ کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے۔

$$\text{حل : ہم لکھتے ہیں} \quad m^4 = (m^2)^2 \quad \text{اور} \quad 256 = (16)^2$$

اس طرح سے، دی ہوئی عبارت میں تمثال III کا استعمال ہوگا۔

$$\text{اس لیے} \quad m^4 - 256 = (m^2)^2 - (16)^2$$

$$= (m^2 - 16)(m^2 + 16) \quad [\text{تمثال III استعمال کرنے پر}]$$

اب $(m^2 + 16)$ کے مزید اجزائے ضربی نہیں بنائے جاسکتے لیکن $(m^2 - 16)$ کے اجزائے ضربی بنائے جاسکتے ہیں۔ تمثال III کے استعمال سے

$$m^2 - 16 = m^2 - 4^2$$

$$= (m - 4)(m + 4)$$

$$\text{اس لیے} \quad m^2 - 256 = (m - 4)(m + 4)(m^2 + 16)$$

14.2.4 $(x + a)(x + b)$ کی شکل کے اجزائے ضربی

آئیے اب ہم بحث کرتے ہیں کہ کس طرح ایک متغیر والی عبارتوں کو اجزائے ضربی میں تحلیل کیا جاتا ہے جیسے $y^2, x^2 + 5x + 6$ ۔
 $3m^2 + 9m + 6, z^2 - 4z - 12, -7y + 12$ وغیرہ۔ مشاہدہ کیجیے کہ یہ عبارتیں $(a + b)^2$ یا $(a - b)^2$ قسم کی نہیں ہیں یعنی یہ کامل مربع نہیں ہیں۔ مثال کے طور پر $x^2 + 5x + 6$ میں رکن 6 کامل مربع نہیں ہے۔ یہ عبارتیں یقیناً $(a^2 - b^2)$ کے استعمال سے اجزائے ضربی میں تحلیل نہیں ہو سکتی۔

جب کہ یہ بظاہر $x^2 + (a + b)x + ab$ قسم کی لگتی ہیں۔ اس لیے ہم ان عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے

پچھلے باب میں دیے گئے تمثال IV کو استعمال کرتے ہیں:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \quad (IV)$$

اس کے لیے ہمیں x کے ضریب اور مستقل رکن کو دیکھنا ہوگا۔ مندرجہ ذیل مثال کو دیکھیے کہ اس کا حل کس طرح کیا جاتا ہے۔

مثال 9 : $x^2 + 5x + 6$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$$(x^2 - 2xy + y^2) - z^2 \quad \text{(viii)} \quad 9x^2y^2 - 16 \quad \text{(vi)}$$

$$25a^2 - 4b^2 + 28bc - 49c^2 \quad \text{(viii)}$$

3. مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$$2x^3 + 2xy^2 + 2xz^2 \quad \text{(iii)} \quad 7p^2 + 21q^2 \quad \text{(ii)} \quad ax^2 + bx \quad \text{(i)}$$

$$(lm + l) + m + l \quad \text{(v)} \quad am^2 + bm^2 + bx^2 + ax^2 \quad \text{(iv)}$$

$$5y^2 - 20y - 8z + 2yz \quad \text{(vii)} \quad y(y + z) + 9(y + z) \quad \text{(vi)}$$

$$6xy - 4y + 6 - 9x \quad \text{(ix)} \quad 10ab + 4a + 5b + 2 \quad \text{(viii)}$$

4. اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$$x^4 - (y + z)^4 \quad \text{(iii)} \quad p^4 - 81 \quad \text{(ii)} \quad a^4 - b^4 \quad \text{(i)}$$

$$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 \quad \text{(v)} \quad x^4 - (x - z)^4 \quad \text{(iv)}$$

5. مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$$p^2 + 6p - 16 \quad \text{(iii)} \quad q^2 - 10q + 21 \quad \text{(ii)} \quad p^2 + 6p + 8 \quad \text{(i)}$$

14.3 الجبری عبارتوں کی تقسیم

ہم پڑھ چکے ہیں کہ الجبری عبارتوں کو کس طرح جمع کیا جاتا ہے اور کس طرح گھٹایا جاتا ہے۔ ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ دو عبارتوں کو کس طرح ضرب کیا جاتا ہے لیکن ہم نے ایک الجبری عبارت کو دوسری الجبری عبارت سے تقسیم کرنے پر ابھی تک بحث نہیں کی ہے۔ اس حصے میں ہم یہی کوشش کریں گے۔

آپ کو یاد ہوگا کہ تقسیم ضرب کا معکوس عمل ہے۔ اس طرح $7 \times 8 = 56$ سے $56 \div 8 = 7$ یا $56 \div 7 = 8$ حاصل ہوتا ہے۔

یہی عمل ہم الجبری عبارتوں کی تقسیم (یا تقسیم کرنے) کے لیے بھی کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر

$$2x \times 3x = 6x^2 \quad \text{(i)}$$

$$6x^2 \div 2x = 3x \quad \text{اس لیے}$$

$$6x^2 \div 3x = 2x \quad \text{اور ساتھ ہی}$$

$$5x(x + 4) = 5x^2 + 20x \quad \text{(ii)}$$

$$(5x^2 + 20x) \div 5x = x + 4 \quad \text{اس لیے}$$

ہے کہ بڑی قدر والا عدد منفی ہے۔ ہم $a = -4$ اور $b = 3$ لے کر کوشش کرتے ہیں، لیکن اس سے بھی بات نہیں بنے گی کیوں کہ $a + b = -1$ ہے۔ اب دوسری ممکن قدریں $a = -6$ اور $b = 2$ لیتے ہیں تب $a + b = -4$ ہے جو ہمیں چاہیے۔

$$z^2 - 4z - 12 = z^2 - 6z + 2z - 12$$

$$= z(z - 6) + 2(z - 6)$$

$$= (z - 6)(z + 2)$$

مثال 12 : $3m^2 + 9m + 6$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل : ہم دیکھتے ہیں کہ 3 سبھی ارکان میں ایک مشترک جز ضربی ہے۔

$$3m^2 + 9m + 6 = 3(m^2 + 3m + 2) \quad \text{اس لیے}$$

$$(2 = 1 \times 2 \text{ کیوں کہ}) \quad m^2 + 3m + 2 = m^2 + m + 2m + 2 \quad \text{اب}$$

$$= m(m + 1) + 2(m + 1)$$

$$= (m + 1)(m + 2)$$

$$3m^2 + 9m + 6 = 3(m + 1)(m + 2) \quad \text{اس لیے}$$

مشق 14.2

1. مندرجہ ذیل عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$$25m^2 + 30m + 9 \quad \text{(iii)} \quad p^2 - 10p + 25 \quad \text{(ii)} \quad a^2 + 8a + 16 \quad \text{(i)}$$

$$4x^2 - 8x + 4 \quad \text{(v)} \quad 49y^2 + 84yz + 36z^2 \quad \text{(iv)}$$

$$121b^2 - 88bc + 16c^2 \quad \text{(vi)}$$

$$(l + m)^2 - 4lm \quad \text{(vii)} \quad \text{(اشارہ: پہلے } (l + m)^2 \text{ کو پھیلائیے)}$$

$$a^4 + 2a^2b^2 + b^4 \quad \text{(viii)}$$

2. اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$$49x^2 - 36 \quad \text{(iii)} \quad 63a^2 - 112b^2 \quad \text{(ii)} \quad 4p^2 - 9q^2 \quad \text{(i)}$$

$$(l + m)^2 - (l - m)^2 \quad \text{(v)} \quad 16x^5 - 144x^3 \quad \text{(iv)}$$



$$7x^2y^2z^2 \div 14xyz = \frac{7 \times x \times x \times y \times y \times z \times z}{2 \times 7 \times x \times y \times z} \quad (ii)$$

$$= \frac{x \times y \times z}{2} = \frac{1}{2}xyz$$



کوشش کیجیے

تقسیم کیجیے۔

$$24x^2y^2z^3 \div 6yz^2 \quad (i) \quad 63a^2b^4c^6 \div 7a^2b^2c^3 \quad (ii)$$

14.3.2 ایک کثیررُکنی کی ایک رُکنی سے تقسیم

آئیے ایک سررُکنی $4y^3 + 5y^2 + 6y$ کی ایک رُکنی $2y$ سے تقسیم پر غور کریں۔

$$4y^3 + 5y^2 + 6y = (2 \times 2 \times y \times y \times y) + (5 \times y \times y) + (2 \times 3 \times y)$$

(یہاں ہم کثیررُکنی کے ہر ایک رُکن کو اجزائے ضربی کی شکل میں لکھتے ہیں) ہم دیکھتے ہیں کہ $2 \times y$ ہر ایک رُکن میں ایک مشترک جز ضربی ہے۔ اس لیے ہر ایک رُکن سے $2 \times y$ علاحدہ کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$4y^3 + 5y^2 + 6y = 2 \times y \times (2 \times y \times y) + 2 \times y \times \left(\frac{5}{2} \times y\right) + 2 \times y \times 3$$

$$= 2y(2y^2) + 2y\left(\frac{5}{2}y\right) + 2y(3)$$

$$(مشترک جز ضربی $2y$ کو الگ دکھایا گیا ہے) $= 2y\left(2y^2 + \frac{5}{2}y + 3\right)$$$

اس لیے $(4y^3 + 5y^2 + 6y) \div 2y$

$$= \frac{4y^3 + 5y^2 + 6y}{2y} = \frac{2y(2y^2 + \frac{5}{2}y + 3)}{2y} = 2y^2 + \frac{5}{2}y + 3$$

متبادل شکل میں ہم سررُکنی کے ہر ایک رُکن کو خارج کرنے کے طریقہ کا استعمال کرتے ہوئے اسے ایک رُکنی سے تقسیم کر سکتے ہیں۔

$$(4y^3 + 5y^2 + 6y) \div 2y = \frac{4y^3 + 5y^2 + 6y}{2y}$$

$$= \frac{4y^3}{2y} + \frac{5y^2}{2y} + \frac{6y}{2y} = 2y^2 + \frac{5}{2}y + 3$$

یہاں ہم شمار کنندہ میں کثیررُکنی کے ہر ایک رُکن کو نسب نما میں ایک رُکنی سے تقسیم دیتے ہیں۔

$$(5x^2 + 20x) \div (x + 4) = 5x \quad \text{اور ساتھ ہی}$$

اب ہم غور سے دیکھیں کہ ایک عبارت کو دوسری عبارت سے کس طرح تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ شروع کرنے کے لیے ہم ایک ایک رکنی کو دوسری ایک رکنی سے تقسیم کرنے پر غور کریں گے۔

14.3.1 ایک ایک رکنی کی دوسری ایک رکنی سے تقسیم

$$6x^3 \div 2x \quad \text{پر غور کیجیے}$$

ہم $2x$ اور $6x^3$ کو نہ تحلیل ہونے والے جز ضربی میں لکھ سکتے ہیں۔

$$2x = 2 \times x$$

$$6x^3 = 2 \times 3 \times x \times x \times x$$

اب ہم $2x$ کو الگ کرنے کے لیے $6x^3$ کے اجزائے ضربی کا گروپ بناتے ہیں۔

$$6x^3 = 2 \times x \times (3 \times x \times x) = (2x) \times (3x^2)$$

$$6x^3 \div 2x = 3x^2 \quad \text{اس طرح}$$

متحرک اجزائے ضربی کو خارج کرنے کا ایک مختصر طریقہ یہ ہے جو ہم اعداد کی تقسیم میں کرتے ہیں۔

$$77 \div 7 = \frac{77}{7} = \frac{7 \times 11}{7} = 11$$

$$6x^3 \div 2x = \frac{6x^3}{2x} \quad \text{اسی طرح}$$

$$= \frac{2 \times 3 \times x \times x \times x}{2 \times x} = 3 \times x \times x = 3x^2$$

مثال 13 : مندرجہ ذیل کو تقسیم کیجیے

$$7x^2y^2z^2 \div 14xyz \quad \text{(ii)} \quad -20x^4 \div 10x^2 \quad \text{(i)}$$

حل :

$$-20x^4 = -2 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times x \quad \text{(i)}$$

$$10x^2 = 2 \times 5 \times x \times x$$

$$(-20x^4) \div 10x^2 = \frac{-2 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times x}{2 \times 5 \times x \times x} = -2 \times x \times x = -2x^2 \quad \text{اس لیے}$$

$$= 2 \times 2 \times 11 \times x^2 (x-8) (x+3)$$

$$44 (x^4 - 5x^3 - 24x^2) \div 11x (x-8) \text{ اس لیے،}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 11 \times x \times x \times (x+3) \times (x-8)}{11 \times x \times (x-8)}$$

$$= 2 \times 2 \times x \times (x+3) = 4x(x+3)$$

مثال 16 : $z(5z^2 - 80)$ کو $5z(z+4)$ سے تقسیم دیجیے۔

حل : مقسوم $z(5z^2 - 80)$

ہم شمار کنندہ اور نسب نما میں موجود مشترک اجزائے ضربی 11، x اور $(x-8)$ کو خارج کرتے ہیں

$$= z[(5 \times z^2) - (5 \times 16)]$$

$$= z \times 5 \times (z^2 - 16)$$

$$= 5z \times (z+4)(z-4)$$

(تمثال $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ کا استعمال کرنے پر)

$$z(5z^2 - 80) \div 5z(z+4) = \frac{5z(z-4)(z+4)}{5z(z+4)} = (z-4)$$

اس طرح

14.3 مشق



1. مندرجہ ذیل تقسیم کیجیے۔

$$28x^4 \div 56x \quad (i) \quad -36y^3 \div 9y^2 \quad (ii) \quad 66pq^2r^3 \div 11qr^2 \quad (iii)$$

$$34x^3y^3z^3 \div 51xy^2z^3 \quad (iv) \quad 12a^8b^8 \div (-6a^6b^4) \quad (v)$$

2. دی ہوئی کثیر رکنی کو دی ہوئی یک رکنی سے تقسیم کیجیے۔

$$(5x^2 - 6x) \div 3x \quad (i) \quad (3y^8 - 4y^6 + 5y^4) \div y^4 \quad (ii)$$

$$8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 4x^2y^2z^2 \quad (iii) \quad (x^3 + 2x^2 + 3x) \div 2x \quad (iv)$$

$$(p^3q^6 - p^6q^3) \div p^3q^3 \quad (v)$$

3. مندرجہ ذیل تقسیم کیجیے۔

$$(10x - 25) \div 5 \quad (i) \quad (10x - 25) \div (2x - 5) \quad (ii)$$

مثال 14 : مندرجہ بالا دونوں طریقوں کا استعمال کرتے ہوئے $24(x^2yz + xy^2z + xyz^2)$ کو $8xyz$ سے تقسیم دیجیے۔

حل : $24(x^2yz + xy^2z + xyz^2)$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times [(x \times x \times y \times z) + (x \times y \times y \times z) + (x \times y \times z \times z)]$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times x \times y \times z \times (x + y + z) = 8 \times 3 \times xyz \times (x + y + z)$$

$$\text{اس لیے، } 24(x^2yz + xy^2z + xyz^2) \div 8xyz$$

$$= \frac{(8 \times 3 \times xyz \times (x + y + z))}{8 \times xyz} = 3 \times (x + y + z) = 3(x + y + z)$$

$$24(x^2yz + xy^2z + xyz^2) \div 8xyz = \frac{24x^2yz}{8xyz} + \frac{24xy^2z}{8xyz} + \frac{24xyz^2}{8xyz} \quad \text{متبادل شکل میں}$$

$$= 3x + 3y + 3z = 3(x + y + z)$$

14.4 کثیررکنی کی کثیررکنی سے تقسیم

● $(7x^2 + 14x) \div (x + 2)$ پر غور کیجیے۔

نسب نما کے ساتھ $(7x^2 + 14x)$ کے اجزائے ضربی کی جانچ اور میلان کرنے کے لیے پہلے اس کے اجزائے ضربی معلوم کریں گے:

$$7x^2 + 14x = (7 \times x \times x) + (2 \times 7 \times x)$$

$$= 7 \times x \times (x + 2) = 7x(x + 2)$$

$$(7x^2 + 14x) \div (x + 2) = \frac{(7x^2 + 14x)}{x + 2}$$

اب

$$(7x^2 + 14x) \div (x + 2) = \frac{7x(x + 2)}{x + 2} = 7x$$

(اجزائے ضربی $(x + 2)$ کو خارج کرنے پر)

مثال 15 : $44(x^4 - 5x^3 - 24x^2)$ کو $11x(x - 8)$ سے تقسیم کیجیے۔

حل : $44(x^4 - 5x^3 - 24x^2)$ کے اجزائے ضربی نکالنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$4(x^4 - 5x^3 - 24x^2) = 2 \times 2 \times 11 \times x^2(x^2 - 5x - 24)$$

(مشترک اجزائے ضربی x^2 کو بریکٹ سے باہر لانے پر)

$$= 2 \times 2 \times 11 \times x^2(x^2 - 8x + 3x - 24)$$

$$= 2 \times 2 \times 11 \times x^2[x(x - 8) + 3(x - 8)]$$

کیا شمار کنندہ کے ہر رکن کو نسب نما کے دوررکنی سے تقسیم دینا فائدہ مند ہوگا؟

یاد رکھیے جب آپ کسی ایک
رکنی کا مربع کرتے ہیں تو
عددی ضربیب اور ہر ایک جز ضربی
کا مربع کیا جاتا ہے۔

کوئی بھی فارمولہ استعمال کرنے
سے پہلے یہ یقین کر لیں کہ کیا وہ
فارمولہ صحیح معنوں میں استعمال
کیا جاسکتا ہے۔

ایک کثیر رکنی کو ایک رکنی سے تقسیم
کرتے وقت ہم شمار کنندہ کے ہر رکن کو
سب نمایاں دی گئی ایک رکنی سے تقسیم
کرتے ہیں۔

سلمہ

نمرتا

$$3(x-4) = 3x - 12$$

$$3(x-4) = 3x - 4 \quad (a)$$

$$(2x)^2 = 4x^2$$

$$(2x)^2 = 2x^2 \quad (b)$$

$$(2a-3)(a+2) = (2a-3)(a+2) \quad (c)$$

$$= 2a^2 + a - 6 = 2a^2 - 6$$

$$(x+8)^2 (x+8)^2 = x^2 + 64 \quad (d)$$

$$= x^2 + 16x + 64$$

$$(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$(x-5)^2 = x^2 - 25 \quad (e)$$

کیا نمرتا اور سلمہ کے ذریعے کی گئی ضرب صحیح ہے؟ اپنے جواب کی وجوہات بتائیے۔

کام 4 جوزف نے تقسیم کے سوال کو اس طرح حل کیا: $\frac{a+5}{5} = a+1$

اُس کے دوست سریش نے اسے اس طرح کیا: $\frac{a+5}{5} = a$

اس کے دوسرے دوست سمن نے اسے اس طرح کیا: $\frac{a+5}{5} = \frac{a}{5} + 1$

کس کا طریقہ صحیح ہے اور کس کا غلط؟ اور کیوں؟

کچھ تفریح !

اتل کے سوچنے کا انداز ہمیشہ الگ ہوتا ہے۔ اس نے سوماتھی ٹیچر سے پوچھا ”آپ جو کچھ کہتی ہیں اگر وہ صحیح ہے تو مجھے
صحیح جواب کیوں معلوم ہو رہا ہے؟ ٹیچر نے اسے سمجھایا ”ایسا اس لیے ہے کیوں کہ $64 = 16 \times 4$ ہوتا ہے اور
حقیقت میں، ہم مشترک جز ضربی 16 کو خارج کرتے ہیں، 6 کو نہیں، جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں۔
در اصل 6 نہ تو 64 اور نہ ہی 16 کا جز ضربی ہے، ”ٹیچر نے گفتگو جاری رکھتے ہوئے کہا ”ساتھ ہی $\frac{664}{166} = \frac{4}{1}$
، وغیرہ بھی ہوتا ہے۔“ کیا یہ دلچسپ نہیں ہے؟ کیا آپ $\frac{64}{16}$ جیسی کچھ اور مثالوں میں اتل کی مدد کر سکتے ہیں۔

$$9x^2y^2(3z-24) \div 27xy(z-8) \quad (\text{iv})$$

$$10y(6y+21) \div 5(2y+7) \quad (\text{iii})$$

$$96abc(3a-12)(5b-30) \div 144(a-4)(b-6) \quad (\text{v})$$

4. ہدایت کے مطابق تقسیم کیجیے۔

$$26xy(x+5)(y-4) \div 13x(y-4) \quad (\text{ii})$$

$$5(2x+1)(3x+5) \div (2x+1) \quad (\text{i})$$

$$52pqr(p+q)(q+r)(r+p) \div 104pq(q+r)(r+p) \quad (\text{iii})$$

$$x(x+1)(x+2)(x+3) \div x(x+1) \quad (\text{v}) \quad 20(y+4)(y^2+5y+3) \div 5(y+4) \quad (\text{iv})$$

5. عبارتوں کے اجزائے ضربی بنائیے اور ہدایت کے مطابق تقسیم کیجیے۔

$$(m^2 - 14m - 32) \div (m+2) \quad (\text{ii})$$

$$(y^2 + 7y + 10) \div (y+5) \quad (\text{i})$$

$$4yz(z^2 + 6z - 16) \div 2y(z+8) \quad (\text{iv})$$

$$(5p^2 - 25p + 20) \div (p-1) \quad (\text{iii})$$

$$5pq(p^2 - q^2) \div 2p(p+q) \quad (\text{v})$$

$$39y^3(50y^2 - 98) \div 26y^2(5y+7) \quad (\text{vii}) \quad 12xy(9x^2 - 16y^2) \div 4xy(3x+4y) \quad (\text{vi})$$

14.5 کیا آپ غلطی تلاش کر سکتے ہیں؟

کسی رکن کے ضربی 1 کو عام طور سے ظاہر نہیں کیا جاتا۔ لیکن یکساں ارکان کو جمع کرتے وقت ہم اسے جمع میں شامل کرتے ہیں۔

کام 1 ایک مساوات کو حل کرتے وقت سریتانے مندرجہ ذیل طریقہ اختیار کیا۔

$$3x + x + 5x = 72$$

$$8x = 72 \quad \text{اس لیے}$$

$$x = \frac{72}{8} = 9 \quad \text{اور اس لیے}$$

اس نے کہاں غلطی کی ہے؟ صحیح جواب معلوم کیجیے۔

کام 2 اپونے اس طرح حل کیا:

$$5x = 5 - 3 = 2, x = -3$$

کیا یہ طریقہ صحیح ہے؟ اگر نہیں تو اسے صحیح کیجیے۔

کام 3 نمزتا اور سلمہ نے الجبری عبارتوں کی ضرب کے لیے مندرجہ ذیل طریقہ اختیار کیا۔

ایک منفی قدر رکھتے وقت بریکٹوں کا استعمال کرنا یاد رکھیں۔

یاد رکھیے جب آپ بریکٹوں میں بند کسی عبارت کو اس کے باہر لکھے متعلقہ (یا متغیر) سے ضرب کرتے ہیں تو عبارت کے ہر ایک رکن سے اس مستقلہ (یا متغیر) کو ضرب کیا جاتا ہے۔

3. کسی عبارت کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کا ایک منظم طریقہ مشترک جز ضربی طریقہ ہے۔ اس طریقہ کے 3 اقدام ہوتے ہیں۔ (i) عبارت کے ہر ایک رکن کو مزید اجزائے ضربی میں نہ تحلیل ہونے والے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھیے۔ (ii) مشترک اجزائے ضربی کا پتہ لگائیے اور انھیں الگ کیجیے۔ (iii) ہر ایک رکن میں باقی اجزائے ضربی کو تقسیمی اصول کے مطابق ملائیے۔
4. کبھی کبھی ایک دی ہوئی عبارت کے سبھی ارکان میں ایک مشترک جز ضربی نہیں ہوتا لیکن ان ارکان کے کچھ گروپ اس طرح بنائے جاسکتے ہیں کہ ہر ایک گروپ کے سبھی ارکان میں ایک مشترک جز ضربی ہوتا ہے۔ جب ہم ایسا کرتے ہیں تو سبھی گروپ میں ایک مشترک جز ضربی ظاہر ہو جاتا ہے۔ جس سے ہم عبارت کے اجزائے ضربی حاصل کر لیتے ہیں۔ یہ طریقہ گروپ بنانے کا طریقہ کہلاتا ہے۔
5. گروپ کے ذریعے اجزائے ضربی میں یہ یاد رکھنا چاہیے کہ عبارت کے ارکان کے دوسرے گروپ یا دوسری ترتیب بنانے سے اجزائے ضربی حاصل نہیں ہوتے ہیں۔ ہمیں عبارت کا مشاہدہ کرنا چاہیے اور سعی اور خطا کے طریقہ سے مطلوبہ گروپ حاصل کرنا چاہیے۔
6. اجزائے ضربی میں تبدیل ہونے والی عبارتوں میں سے بہت سی $a^2 + 2ab + b^2$ ، $a^2 - 2ab + b^2$ ، $a^2 - b^2$ اور $x^2 + (a+b)x + ab$ کی شکل کے ہوتے ہیں یا انھیں اس شکل میں بدلا جاسکتا ہے۔ ان عبارتوں کے اجزائے ضربی باب 9 میں دی ہوئی مندرجہ ذیل تماثلات سے حاصل کیے جاسکتے ہیں۔

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

7. ان عبارتوں میں جن کے اجزائے ضربی $(x + a)(x + b)$ کی شکل کے ہیں یہ یاد رکھنا چاہیے کہ عددی رکن سے ab حاصل ہوتا ہے۔ اس کے اجزائے ضربی a اور b کو اس طرح منتخب کرنا چاہیے کہ علامت کا خیال رکھتے ہوئے ان کا حاصل جمع x کے ضریب کے برابر ہو۔
8. ہم جانتے ہیں کہ اعداد میں تقسیم ضرب کا معکوس عمل ہوتا ہے۔ یہی بات الجبری عبارتوں کی تقسیم کے لیے بھی مناسب ہوتی ہے۔
9. ایک کثیر رکنی کو ایک رکنی سے تقسیم کی حالت میں ہم تقسیم کرنے کے لیے کثیر رکنی کے ہر ایک رکن کو اس یک رکنی سے تقسیم کر کے کر سکتے ہیں یا مشترک اجزائے ضربی کا طریقہ استعمال کر سکتے ہیں۔
10. ایک کثیر رکنی کی ایک کثیر رکنی سے تقسیم کی حالت میں ہم مقسوم کثیر رکنی کے ہر ایک رکن کو قاسم کثیر رکنی سے تقسیم کر کے آگے نہیں بڑھتے اس کے بجائے ایک جگہ ہم ہر ایک کثیر رکنی کے اجزائے ضربی معلوم کرتے ہیں اور مشترک اجزائے ضربی کو خارج کر دیتے ہیں۔

مشق 14.4

مندرجہ ذیل ریاضیاتی عبارت میں غلطی تلاش کر کے اُسے صحیح کیجیے۔



$$2x + 3y = 5xy \quad .3 \quad x(3x + 2) = 3x^2 + 2 \quad .2 \quad 4(x - 5) = 4x - 5 \quad .1$$

$$3x + 2x = 5x^2 \quad .6 \quad 5y + 2y + y - 7y = 0 \quad .5 \quad x + 2x + 3x = 5x \quad .4$$

$$(2x)^2 + 5x = 4x + 5x = 9x \quad .8 \quad (2x)^2 + 4(2x) + 7 = 2x^2 + 8x + 7 \quad .7$$

$$(3x + 2)^2 = 3x^2 + 6x + 4 \quad .9$$

$$x = -3 \text{ رکھنے پر} \quad .10$$

$$(a) \quad x^2 + 5x + 4 \text{ سے } (-3)^2 + 5(-3) + 4 = 9 + 2 + 4 = 15 \text{ حاصل ہوتا ہے۔}$$

$$(b) \quad x^2 - 5x + 4 \text{ سے } (-3)^2 - 5(-3) + 4 = 9 - 15 + 4 = -2 \text{ حاصل ہوتا ہے۔}$$

$$(c) \quad x^2 + 5x \text{ سے } (-3)^2 + 5(-3) = -9 - 15 = -24 \text{ حاصل ہوتا ہے۔}$$

$$(z + 5)^2 = z^2 + 25 \quad .12 \quad (y - 3)^2 = y^2 - 9 \quad .11$$

$$(a + 4)(a + 2) = a^2 + 8 \quad .14 \quad (2a + 3b)(a - b) = 2a^2 - 3b^2 \quad .13$$

$$\frac{3x^2}{3x^2} = 0 \quad .16 \quad (a - 4)(a - 2) = a^2 - 8 \quad .15$$

$$\frac{3}{4x+3} = \frac{1}{4x} \quad .19 \quad \frac{3x}{3x+2} = \frac{1}{2} \quad .18 \quad \frac{3x^2+1}{3x^2} = 1+1=2 \quad .17$$

$$\frac{7x+5}{5} = 7x \quad .21 \quad \frac{4x+5}{4x} = 5 \quad .20$$

ہم نے کیا سیکھا؟

1. جب ہم کسی عبارت کے اجزائے ضربی نکالتے ہیں تو ہم اسے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں۔ یہ اجزائے ضربی اعداد، الجبری متغیر یا الجبری عبارت ہو سکتے ہیں۔

2. ایک اجزائے ضربی میں نہ تحلیل ہونے والا اجز ضربی ایسا جز ضربی ہے جسے اور آگے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر نہیں کیا جاسکتا۔

11. اس باب میں پڑھے گئے الجبری عبارت کی تقسیم کی حالت سے ہمیں مقسوم = (خارج قسمت) $\times$ قاسم حاصل ہوگا۔

عمومی طور پر یہ رشتہ اس طرح ہوتا ہے:

$$\text{مقسوم} = \text{باقی} + \text{خارج قسمت} \times \text{قاسم}$$

اس طرح اس باب میں ہم نے صرف ان تقسیموں کے بارے میں پڑھا ہے جن میں صفر باقی ہے۔

12. الجبری سوالوں کو حل کرتے ہوئے طلباء مختلف قسم کی غلطیاں کرتے ہیں آپ کو ایسی غلطیوں سے بچنا چاہیے۔

