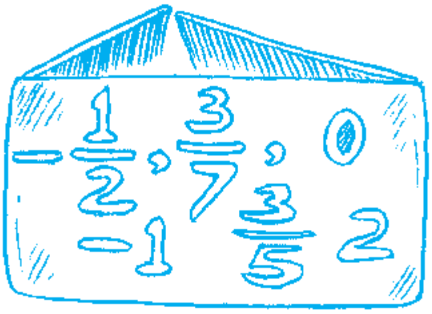
باب 9

ناطق اعداد

9.1 تعارف (Introduction)



آپ نے اپنے گردپیش میں پائی جانے والے اشیا کو گننے کے مدد سے ''اعداد'' کے مطالعے کی ابتدا کی ہے۔ اس مقصد کے لیے استعمال کیے جانے والے اعداد کو گننے والے اعداد (Counting Numbers) یا فطری اعداد (Natural Numbers) کہتے ہیں۔ یہ ہیں. ,4 ,3 ,2 ,1 فطری اعداد میں O کو ملانے سے ہمیں مکمل اعداد (whole numbers) یعنی ... ,3 ,2 ,0,1 حاصل ہوتے ہیں۔ پھر فطری اعداد کے منفی اعداد کو مکمل اعداد کے ساتھ یکجا کرنے سے صحیح اعداد حاصل ہوتے ہیں۔ صحیح اعداد ہیں ,3–, ... ‎-2,–1, 0, 1, 2, 3, ...۔ اس طرح ہم نے فطری اعداد سے مکمل اعداد اور مکمل اعداد سے صحیح اعداد تک اپنے عددی نظام کو بڑھایا۔

آپ کسر سے بھی واقف ہیں۔ یہ اعداد کی شکل کے ہوتے ہیں ہوتی ہے جہاں شمار کنندہ O یا کوئی بھی مثبت صحیح عدد ہو سکتا $\frac{\text{شمار کنندہ}}{\text{نسب نما}}$ ہے۔ اور نسب نما ایک مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔ آپ نے دو کسروں کا موازنہ کیا۔ ان کی معادل کسریں معلوم کیں اور ان کے لیے چاروں ریاضیاتی بنیادی اعمال یعنی جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم وغیرہ کیے ہیں۔

اس سبق میں، ہم عددی نظام کو اور آگے بڑھائیں گے۔ ہم ناطق اعداد کا تصور یہاں پیش کریں گے اور ان پر بنیادی اعمال یعنی جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کریں گے۔

9.2 ناطق اعداد کی ضرورت

ہم نے پہلے دیکھا کہ اعداد سے متعلق متقابل صورت حالوں کے اظہار کے لیے ہم نے صحیح اعداد کو کیسے استعمال کیا تھا۔ مثال کے طور پر کسی مقام کے دائیں طرف کے 3 کلومیٹر فاصلے کو 3+ سے ظاہر کیا ہے تو بائیں طرف کے 5 کلومیٹر فاصلے کو 5– سے ظاہر کیا ہے۔ اگر ₹150 کے نفع کو 150 ₹ سے ظاہر کیا ہے تو 100 ₹ کے نقصان کو 100– سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اوپر جیسی صورت حال جیسی اور بھی بہت سی ایسی صورت حال ہوتی ہیں جہاں کسری اعداد کا استعمال ہوتا ہے۔ کیا ہم سطح سمندر سے 750 میٹر اوپر کے فاصلے کو $\frac{3}{4}$

© NCERT not to be republished

کلومیٹر سے ظاہر کر سکتے ہیں اور سطح سمند سے نیچے $\frac{-3}{4}$ سے؟ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ $\frac{-3}{4}$ نہ تو صحیح عدد ہے۔ اور نہ ہی یہ کسری عدد ہے۔
اب ہم کو ضرورت ہے اپنے عددی نظام کو بڑھانے کی تاکہ اس میں اعداد کی یہ قسم بھی آجائے۔

9.3 ناطق اعداد کیا ہیں؟ (What are Rational Numbers?)

ناطق اعداد کو انگریزی میں rational numbers کہتے ہیں۔ لفظ rational، لفظ ratio سے نکلا ہے۔ یعنی ناطق اعداد کا ناطق، نسبت سے نکلا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ کسی نسبت جیسے 3:2 کو $\frac{3}{2}$ بھی لکھا جا سکتا ہے۔ یہاں 3 اور 2 فطری اعداد ہیں۔

اسی طرح دو صحیح اعداد p اور q $(q \neq 0)$ کی نسبت یعنی p:q کو $\frac{p}{q}$ بھی لکھ سکتے ہیں۔ یہ وہ شکل ہے جس میں ناطق اعداد کو ظاہر کیا جاتا ہے۔

ناطق عدد وہ عدد ہے جس کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ جہاں p اور q صحیح اعداد ہوں اور $q \neq 0$۔

اس لیے، $\frac{4}{5}$ ایک ناطق عدد ہے۔ یہاں p = 4 اور q = 5 ہے۔

کیا $\frac{-3}{4}$ بھی ایک ناطق عدد ہے؟ ہاں کیونکہ p = –3 اور q = 4 ہے اور دونوں صحیح اعداد ہیں۔

- آپ نے بہت سے کسری اعداد دیکھے ہیں۔ جیسے $\frac{3}{8}, \frac{4}{8}, 1\frac{2}{3}$ وغیرہ۔

سبھی کسری اعداد ناطق اعداد ہوتے ہیں۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں؟

اعشاریائی اعداد جیسے 0.5, 2.3, وغیرہ کے بارے میں آپ کیا کہہ سکتے ہیں؟ ان میں سے ہر عدد ایک کسر کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔ اور اس لیے یہ ناطق اعداد بھی ہیں۔ مثال کے طور پر $0.5 = \frac{5}{10}$، $0.333 = \frac{333}{1000}$ وغیرہ۔

کوشش کیجیے:

1۔ کیا عدد $\frac{2}{-3}$ ناطق ہے؟ اس کے بارے میں سوچیے 2۔ دس ناطق اعداد کی فہرست بنائیے۔

شمار کنندہ اور نسب نما

$\frac{p}{q}$ میں صحیح عدد p شمار کنندہ اور صحیح عدد q $(\neq 0)$ نسب نما ہے۔ لہٰذا $\frac{-3}{7}$ میں 3– شمار کنندہ اور 7 نسب نما ہے۔

پانچ ایسے ناطق اعداد بتائیے جن میں ہر ایک کا

(a) شمار کنندہ منفی صحیح عدد اور نسب نما مثبت صحیح عدد ہو

© NCERT not to be republished

(b) شمار کنندہ مثبت صحیح عدد اور نسب نما منفی صحیح عدد ہو۔

(c) شمار کنندہ اور نسب نما دونوں ہی منفی صحیح اعداد ہوں۔

(d) شمار کنندہ اور نسب نما دونوں ہی مثبت صحیح اعداد ہوں۔

- کیا صحیح اعداد ناطق اعداد بھی ہوتے ہیں؟

ہر صحیح عدد ایک ناطق عدد بھی ہے۔ مثال کے طور پر صحیح عدد کو $\frac{-5}{1}$ بھی لکھا جا سکتا ہے۔ صحیح عدد 0 کو بھی لکھا جا سکتا ہے۔ $\frac{0}{7}$ یا

0 وغیرہ لہٰذا یہ بھی ایک ناطق عدد ہے۔

اس لیے ناطق اعداد میں صحیح اعداد اور کسری اعداد دونوں شامل ہیں۔

معاول ناطق اعداد (Equivalent rational numbers)

ایک ہی ناطق عدد کو مختلف شمار کنندہ اور نسب نما کے ساتھ رکھا جا سکتا ہے۔ مثال کے طور پر ناطق عدد کو دیکھیے۔

$$\frac{-2}{3} = \frac{-2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{-4}{6}$$

ہم نے دیکھا کہ $\frac{-2}{3}$ اور $\frac{-4}{6}$ دونوں ایک جیسے ہیں۔

اسی طرح

$$\frac{-2}{3} = \frac{(-2) \times (-5)}{3 \times (-5)} = \frac{10}{-15}$$

اس لیے، $\frac{-2}{3}$ اور $\frac{10}{15}$ ایک جیسے ہیں۔

لہٰذا $\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6} = \frac{10}{-15}$ ایسے ناطق اعداد جو ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں ان کو ایک دوسرے کا معادل کہتے ہیں۔

پھر سے $\frac{10}{-15} - \frac{-10}{15}$ (کیسے؟)

کسی ناطق عدد کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی صحیح عدد سے ضرب کرنے پر، ہم کو ایک اور ناطق عدد ملتا ہے جو کہ دیے گئے ناطق عدد کا معادل ہے۔ یہ بالکل اسی طرح جس طرح معادل کسریں حاصل کی جاتی ہیں۔

بالکل ضرب کی طرح ہی، کسی ناطق عدد کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی صحیح عدد (0 نہ ہو) سے تقسیم کرنے پر بھی معادل ناطق عدد حاصل ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر

$$\frac{10}{-15} = \frac{10 \div (-5)}{-15 \div (-5)} = \frac{-2}{3} \quad ، \quad \frac{-12}{24} = \frac{-12 \div 12}{24 \div 12} = \frac{-1}{2}$$

کوشش کیجیے:

خالی باکسوں میں بھریں۔

(i) $\frac{5}{4} = \frac{\square}{16} = \frac{25}{\square} = \frac{-15}{\square}$

(ii) $\frac{-3}{7} = \frac{\square}{14} = \frac{9}{\square} = \frac{-6}{\square}$

© NCERT not to be republished

ہم لکھ سکتے ہیں $\frac{-2}{3}$ کو، $\frac{-10}{3}$ کو $\frac{10}{-3}$ وغیرہ

9.4 مثبت اور منفی ناطق اعداد (Positive and Negative Rational Numbers):

ناطق عدد $\frac{2}{3}$ کو دیکھیے۔ اس ناطق عدد کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں مثبت صحیح اعداد ہیں۔ ایسے ناطق اعداد کو مثبت ناطق اعداد کہتے ہیں۔ اس لیے $\frac{3}{8}$، $\frac{5}{7}$، $\frac{2}{9}$ وغیرہ مثبت ہیں۔ ناطق عدد $\frac{-3}{5}$ کا شمار کنندہ منفی صحیح عدد ہے جہاں نسب نما مثبت صحیح عدد ہے۔ ایسے ناطق اعداد کو منفی ناطق اعداد کہتے ہیں۔ اس لیے $\frac{-5}{7}$، $\frac{-3}{8}$، $\frac{-9}{5}$ وغیرہ ناطق اعداد ہیں۔

کوشش کیجیے:

1۔ کیا 5 ایک مثبت ناطق عدد ہے؟

2۔ پانچ اور مثبت ناطق اعداد کی فہرست بنائیے۔

- کیا $\frac{8}{-3}$ ایک منفی ناطق عدد ہے؟ ہم جانتے ہیں کہ $\frac{8}{3} = \frac{8\times -1}{3\times\ 1} = \frac{-8}{3}$ اور $\frac{-8}{3}$ ایک منفی ناطق عدد ہے۔ اس لیے $\frac{8}{3}$ بھی ایک منفی ناطق عدد ہے۔ اسی طرح $\frac{5}{7}$، $\frac{6}{5}$، $\frac{2}{9}$ وغیرہ منفی ناطق اعداد ہیں۔ نوٹ کیجیے ان کے شمار کنندہ مثبت اور نسب نما منفی صحیح اعداد ہیں۔
- 0 نا تو مثبت ناطق عدد ہے اور نہ ہی منفی۔
- $\frac{-3}{5}$ کے بارے میں کیا خیال ہے؟

کوشش کیجیے:

1۔ کیا 8– ایک منفی ناطق عدد ہے؟

2۔ پانچ اور مثبت ناطق اعداد کی فہرست بنائیے۔

آپ دیکھیں گے کہ

اس لیے $\frac{-3}{-5} = \frac{-3\times(-1)}{-5\times(-1)} = \frac{3}{5}$

اس لئے $\frac{-3}{5}$ ایک مثبت ناطق عدد ہے۔ اس طرح $\frac{-5}{3}$, $\frac{-2}{5}$ وغیرہ مثبت ناطق اعداد ہیں۔

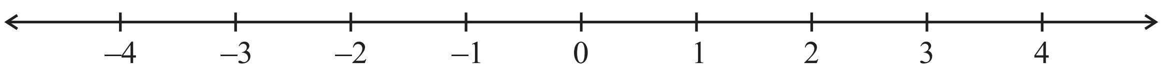
کوشش کیجیے:

1۔ مندرجہ ذیل میں سے کون سے منفی ناطق اعداد ہیں۔

(i) $\frac{-2}{3}$ (ii) $\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{3}{5}$ (iv) 0 (v) $\frac{6}{11}$ (vi) $\frac{-2}{9}$

9.5 عددی خط پر ناطق اعداد (Rational Numbers on a Number Line)

آپ جانتے ہیں کہ عددی خط پر صحیح اعداد کو کیسے ظاہر کیا جاتا ہے۔ آیئے ہم ایک ایسا عددی خط بنائیں۔



© NCERT not to be republished

0 کے دائیں طرف دکھائے جانے والے نقطوں کو علامت + سے ظاہر کرتے ہیں اور یہ مثبت صحیح اعداد ہیں۔ 0 کے بائیں طرف دکھائے جانے والے نقطوں کو علامت – سے ظاہر کرتے ہیں اور وہ منفی صحیح اعداد ہیں۔

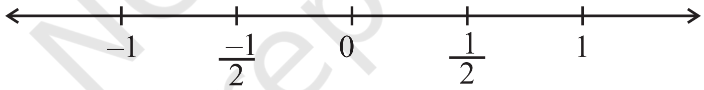
کسری اعداد کے عددی خط پر اظہار کے بارے میں بھی آپ جانتے ہیں۔ آیئے اب ہم دیکھتے ہیں کہ عددی خط پر ناطق اعداد کیسے ظاہر کیے جاتے ہیں۔

آیئے ذرا عدد $-\frac{1}{2}$ کو عددی خط پر ظاہر کرتے ہیں۔

مثبت صحیح اعداد کی طرح ہی، مثبت ناطق اعداد کو بھی 0 سے دائیں طرف ظاہر کرتے ہیں۔ اور منفی ناطق اعداد کو 0 کے بائیں طرف۔ آپ 0 کے کون طرف $-\frac{1}{2}$ کا نشان لگائیں گے؟ منفی ناطق عدد ہونے کی وجہ سے یہ 0 کے بائیں طرف ہونا چاہیے۔

آپ جانتے ہیں کہ جب صحیح اعداد کو عددی خط پر ظاہر کرتے ہیں تو لگاتار آنے والے صحیح اعداد کو برابر دوری کے وقفہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اور 0 سے جوڑا 1 اور –1 برابری دوری پر ہوتا ہے۔ اسی طرح جوڑے 2 اور –2 و 3 اور –3 وغیرہ۔

بالکل اسی طرح ناطق اعداد $\frac{1}{2}$ اور $-\frac{1}{2}$ بھی 0 سے برابر دوری پر ہوں گے۔ ہم جانتے ہیں کہ ناطق عدد $\frac{1}{2}$ کو کیسے دکھاتے ہیں۔ یہ ایک ایسے نقطے کو ظاہر کرتا ہے جو 0 اور 1 سے برابر دوری پر ہو۔ اس لیے $\frac{-1}{2}$ ایک ایسے نقطہ پر ہوگا جو 0 اور –1 سے برابر دوری پر ہو۔

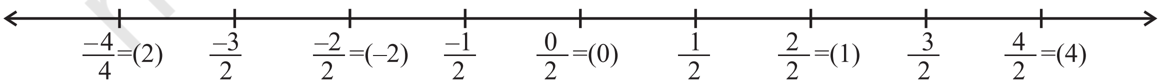


ہم نے دیکھا کہ عددی خط پر $\frac{3}{2}$ کی نشاندہی کیسے ہوتی ہے۔ یہ 0 کے دائیں جانب اور 1 اور 2 کے درمیان ہے۔ آیئے اب ہم عددی خط پر $\frac{-3}{2}$ کی نشاندہی کرتے ہیں یہ 0 کے بائیں طرف ہوگا اور اور اتنی ہی دوری پر ہوگا جتنا 0 سے $\frac{3}{2}$۔

گھٹتی ترتیب میں، ہمارے پاس ہے۔

$$\frac{-1}{2}, \frac{-2}{2} (= -1), \frac{-3}{2}, \frac{-4}{2} (= -2)$$

یہ ظاہر کرتا ہے کہ $\frac{-3}{2}$، –1 اور –2 کے درمیان میں ہے۔ اس لیے –1 اور –2 کے بالکل نصف بیچ میں ہے۔



$\frac{-5}{2}$ اور $\frac{-7}{2}$ کو بھی اسی طریقے سے ظاہر کیجیے۔

اسی طرح، $-\frac{1}{3}$ صفر کے بائیں جانب ہوگا اور اتنی ہی دوری پر ہوگا جتنی پر دائیں جانب $\frac{1}{3}$ ہے۔ اس لیے جیسا کہ اوپر کیا ہے۔

© NCERT not to be republished

$-\frac{1}{3}$ کو بھی عددی خط پر ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ ایک بار اگر ہم سمجھ جائیں کہ $-\frac{1}{3}$ کو عددی خط پر کیسے ظاہر کیا جائے تو پھر ہم آسانی سے $\frac{-2}{3}$ ، $\frac{-5}{3}$ وغیرہ کو بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔

تمام دوسرے ناطق اعداد جن کے نسب نما مختلف ہوتے ہیں۔ کو بھی اسی طرح ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

9.6 ناطق اعداد کی معیاری شکل (Rational Numbers In Standard Form)

$\frac{-7}{11}, \frac{2}{7}, \frac{-5}{8}, \frac{3}{5}$ ناطق اعداد کا مشاہدہ کیجیے۔

ان ناطق اعداد کے نسب نما مثبت صحیح اعداد ہیں۔ اور شمار کنندہ اور نسب نما کا مشترک جزو ضربی 1 ہے۔ اور منفی نشانات صرف شمار کنندہ میں ہیں۔ ایسے ناطق اعداد معیاری شکل میں کہلاتے ہیں۔

ایک ناطق عدد، معیاری شکل میں کہلاتا ہے اگر اس کا نسب نما مثبت صحیح عدد ہو اور شمار کنندہ اور نسب نما کے درمیان 1 کے علاوہ کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہو۔

اگر ایک ناطق عدد معیاری شکل میں نہیں ہے تو اس کو مشترک جزو ضربی سے تقسیم کر کے معیاری شکل میں بدلا جا سکتا ہے۔

یاد کیجیے کہ کسری اعداد کو کمترین شکل میں لانے کے لئے، ہم شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی مثبت صحیح عدد (0 کے علاوہ) تقسیم کرتے ہیں۔ یہی طریقہ ہم ناطق اعداد کی معیاری شکل حاصل کرنے کے لیے اختیار کرتے ہیں۔

مثال 1. $\frac{-45}{30}$ کو معیاری شکل میں تبدیل کیجیے۔

حل ہمارے پاس ہے
$$\frac{-45}{30} = \frac{-45 \div 3}{30 \div 3} = \frac{-15}{10} = \frac{-15 \div 5}{10 \div 5} = \frac{-3}{2}$$

ہم نے دو بار تقسیم کیا ہے۔ پہلے 3 سے اور پھر 5 سے۔ اس کو ایسے بھی کیا جا سکتا ہے۔
$$\frac{-45}{30} = \frac{-45 \div 15}{30 \div 15} = \frac{-3}{2}$$

اس مثال میں، نوٹ کیجیے کہ 45 اور 30 کا HCF 15 ہے۔

لہٰذا، ناطق عدد کو معیاری شکل میں تبدیل کرنے کے لیے، ہم نسب نما اور شمار کنندہ کو ان کے HCF سے تقسیم کرتے ہیں، HCF معلوم کرتے وقت منفی علامت، اگر کوئی ہے تو، کوئی دھیان نہیں دیتے ہیں، (منفی علامت پر دھیان نہ دینے کی وجہ آپ بڑی کلاسوں میں پڑھیں گے۔)

اگر نسب نما میں منفی علامت ہے تو ہم '–HCF' سے تقسیم کرتے ہیں۔

مثال 2 معیاری شکل میں لائیے۔

© NCERT not to be republished

(i) $\frac{36}{-24}$ (ii) $\frac{-3}{-5}$

حل

(i) 36اور 24 کا HCF 12 ہے۔

اس لیے، –12 سے تقسیم کرنے سے معیاری شکل حاصل ہوگی۔

(ii) 3اور 15 کا HCF 3 ہے۔

اس لیے $\frac{-3}{-15} = \frac{-3 \div (-3)}{-15 \div (-3)} = \frac{1}{5}$

کوشش کیجیے:

مندرجہ ذیل کی معیاری شکل معلوم کیجیے۔

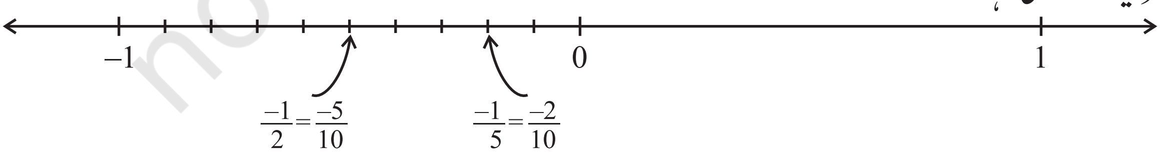
(i) $\frac{-18}{45}$ (ii) $\frac{-12}{18}$

9.7 ناطق اعداد کا موازنہ (Comparison of Rational Numbers)

ہم دو صحیح اعداد یا دو کسری اعداد کا موازنہ کرنا جانتے ہیں اور بتا سکتے ہیں کہ ان میں کون چھوٹا ہے یا کون بڑا ہے۔ آیئے اب ہم دیکھتے ہیں کہ ہم دو ناطق اعداد کا موازنہ کیسے کر سکتے ہیں۔

- دو ناطق اعداد جیسے $\frac{2}{3}$ اور $\frac{5}{7}$ کا موازنہ ہم پہلے سیکھے گئے کسری اعداد کے موازنے کی طرح کرتے ہیں۔
- میری نے دو منفی ناطق اعداد $\frac{-1}{2}$ اور $\frac{-1}{5}$ کا موازنہ عددی خط کا استعمال کر کے کیا ہے۔ وہ جانتی تھی کہ وہ صحیح عدد جو دوسرے صحیح عدد کے دائیں جانب ہوتا ہے بڑا ہوتا ہے۔

مثلاً 5 عددی خط پر 2 کے دائیں جانب ہے اور 5>2 عددی خط پر صحیح عدد –2 کے دائیں جانب ہے اور 5>–2۔ وہ اس طریقہ کو ناطق اعداد کے لیے بھی استعمال کر سکتی ہے۔ وہ جانتی ہے کہ عددی خط پر ناطق اعداد کو کیسے دکھایا جاتا ہے۔ وہ $\frac{-1}{2}$ اور $\frac{1}{5}$ کو مندرجہ ذیل طریقے سے دکھاتی ہے۔



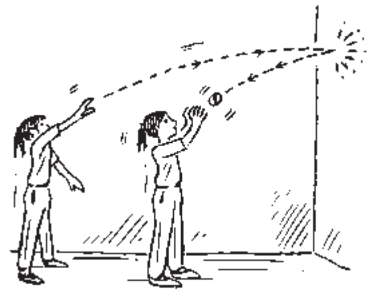
کیا اس نے دونوں نقطے صحیح دکھائے ہیں؟ کیسے اور کیوں اس نے $\frac{-1}{2}$ کو $\frac{-5}{10}$ اور $\frac{-1}{5}$ کو $\frac{-2}{10}$ میں بدلا ہے؟ اس نے معلوم کیا کہ $-\frac{1}{5}$ ، $-\frac{1}{2}$ کی دائیں جانب ہے۔ اس طرح

© NCERT not to be republished

$-\frac{1}{5} > -\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2} > -\frac{1}{5}$

کیا آپ موازنہ کر سکتے ہیں $-\frac{2}{3}$ اور $-\frac{3}{4}$ ؟ $-\frac{1}{3}$ اور $-\frac{1}{5}$ ؟

ہم نے کسری اعداد کے لیے بھی سیکھا تھا کہ $\frac{1}{2} < \frac{1}{5}$ = اور میری کو $-\frac{1}{2}$ اور



$-\frac{1}{5}$ کے لیے کیا ملا؟ کیا یہ ایک دم الٹا نہیں ہے؟

آپ نے معلوم کیا کہ، $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$

لیکن $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{5}$

کیا آپ یہی بات $-\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}$ اور $-\frac{1}{5}, -\frac{1}{3}$ کے لیے بھی دیکھتے ہیں؟ میری کو یاد ہے کہ اس نے صحیح اعداد کے لیے پڑھا تھا کہ

4>3 لیکن 3–>4–، 5>2 لیکن 2–>5– وغیرہ۔

- منفی ناطق اعداد کے جوڑوں میں بھی بالکل ایسے ہی ہوتا ہے دو منفی ناطق اعداد موازنہ کرنے کے لیے، ہم پہلے ان کی منفی علامت کو بنا ہی ان کا موازنہ کرتے ہیں اور پھر اس ترتیب کو الٹا کر دیتے ہیں۔

مثال کے طور پر، $-\frac{7}{5}$ اور $-\frac{5}{3}$ کا موازنہ کرنے کے لیے پہلے $\frac{7}{5}$ اور $\frac{5}{3}$ کا موازنہ کرتے ہیں۔

ہم کو حاصل ہوا ہے، $\frac{5}{3} < \frac{7}{5}$ اور ہم نے نتیجہ نکالا $\frac{-5}{3} > \frac{-7}{3}$ – ایسے ہی پانچ اور جوڑ لیجیے اور ان کا موازنہ کیجیے۔

کون بڑا ہے۔ $-\frac{3}{8}$ یا $-\frac{2}{7}$ ؟ $-\frac{4}{3}$ یا $-\frac{3}{2}$ ؟

- ایک منفی ناطق عدد اور مثبت ناطق عدد کا موازنہ بہت واضح ہے۔ عددی خط پر ایک منفی ناطق عدد صفر کے بائیں جانب ہوتا ہے جب کہ ایک مثبت ناطق عدد صرف کے دائیں جانب ہوتا ہے۔ اس لیے ایک منفی ناطق عدد ہمیشہ ہی ایک مثبت ناطق عدد سے چھوٹا ہوگا۔

اس لیے $\frac{2}{7} < \frac{1}{2}$

- ناطق اعداد $\frac{-3}{-5}$ اور $\frac{-2}{-7}$ کا موازنہ کرنے کے لیے پہلے ان کو اس کی معیاری شکل میں بدلیے۔ اور پھر ان کا موازنہ کیجیے۔

مثال کیا $\frac{4}{-9}$ اور $\frac{-16}{36}$ ایک ہی ناطق عدد کو ظاہر کر رہے ہیں؟

حل ہاں، کیونکہ

$$\frac{4}{-9} = \frac{4 \times (-4)}{-9 \times (-4)} = \frac{-16}{36}$$ یا

© NCERT not to be republished

$$\frac{-16}{36} = \frac{-16 \div -4}{36 \div 4} = \frac{4}{9}$$

9.8 دو ناطق اعداد کے درمیان کے ناطق اعداد
(Rational Numbers Between Two Rational Numbers)

ریشماں 3 اور 10 کے درمیان پائے جانے والے مکمل اعداد گننا چاہتی تھی۔ اپنی پچھلی کلاسوں سے وہ جانتی تھی کہ 3 اور 10 کے درمیان کل 6 مکمل اعداد ہیں۔ اسی طرح وہ 3– اور 3 کے درمیان پائے جانے والے صحیح اعداد گننا چاہتی تھی۔ 3– اور 3 کے درمیان صحیح اعداد ہیں $-2, -1, 0, 1, 2$ لہٰذا 3– اور 3 کے درمیان کل 5 صحیح اعداد ہیں۔

کیا 3– اور 2– کے درمیان کوئی صحیح عدد ہے؟ نہیں، 3– اور 2– کے درمیان کوئی صحیح عدد نہیں پایا جاتا ہے۔ دو لگاتار صحیح اعداد کے درمیان کوئی صحیح عدد نہیں ہوتا ہے۔

اس طرح دو صحیح اعداد کے درمیان پائے جانے والے صحیح اعداد محدود ہیں۔

کیا ایسا ہی ناطق اعداد کے لیے بھی ہے؟

ریشماں نے دو ناطق اعداد $-\frac{3}{5}$ اور $-\frac{1}{3}$ لیے

اس نے ان کو یکساں نسب نما والے ناطق اعداد میں تبدیل کر لیا

اس لیے $-\frac{3}{5} = -\frac{9}{15}$ اور $-\frac{1}{3} = \frac{-5}{15}$

ہمارے پاس ہے

$\frac{-9}{15} < \frac{-8}{15} < \frac{-7}{15} < \frac{-6}{15} < \frac{-5}{15}$ یا $\frac{-3}{5} < \frac{-8}{15} < \frac{-7}{15} < \frac{-6}{15} < \frac{-1}{3}$

اس نے $\frac{-3}{5}$ اور $\frac{-1}{3}$ کے درمیان ناطق اعداد $\frac{-8}{15}, \frac{-7}{15}, \frac{-6}{15}$ حاصل کیے۔

کیا $\frac{-3}{5}$ اور $-\frac{1}{3}$ کے درمیان صرف $\frac{-8}{15}, \frac{-7}{15}, \frac{-6}{15}$ – اعداد ہی ہیں؟

ہمارے پاس ہے $\frac{-3}{5} = \frac{-18}{30}$ اور $\frac{-8}{15} = \frac{-16}{30}$

اور $\frac{-3}{5} < \frac{-17}{30} < \frac{-8}{15}$ یعنی $\frac{-18}{30} < \frac{-17}{30} < \frac{-16}{30}$

لہٰذا $\frac{-3}{5} < \frac{-17}{30} < \frac{-8}{15} < \frac{-7}{15} < \frac{-6}{15} < \frac{-1}{3}$

تو ہم نے $\frac{-3}{5}$ اور $\frac{-1}{3}$ کے درمیان ایک اور ناطق عدد معلوم کر لیا۔

اس طریقے کا استعمال کر کے آپ دو مختلف ناطق اعداد کے درمیان جتنے دل چاہے اتنے ناطق اعداد معلوم کر سکتے ہیں۔

© NCERT not to be republished

مثال کے طور پر $\frac{-50}{150} = \frac{-1\times 50}{3\times 50} = \frac{-1}{3}$ اور $\frac{-90}{150} = \frac{-3\times 30}{5\times 30} = \frac{-3}{5}$

ہم نے $\frac{-90}{150}$ اور $\frac{-50}{150}$ یعنی $\frac{-5}{3}$ اور $\frac{-1}{3}$ کے درمیان 39 ناطق اعداد $\left(\frac{-89}{150},\ldots,\frac{-51}{150}\right)$ معلوم کر لیے۔ آپ دیکھیں گے کہ فہرست کا کوئی اختتام نہیں ہے۔

کوشش کیجیے:

$\frac{-5}{7}$ اور $\frac{-3}{8}$ کے درمیان پانچ ناطق اعداد معلوم کیجیے۔

کیا آپ $\frac{-5}{3}$ اور $\frac{-8}{7}$ کے درمیان پانچ ناطق اعداد کی ایک فہرست تیار کر سکتے ہیں؟

ہم کسی بھی دو ناطق اعداد کے درمیان لامحدود ناطق اعداد معلوم کر سکتے ہیں۔

مثال 4 2– اور 1– کے درمیان تین ناطق اعداد کی فہرست بنائیے۔

حل 1– اور 2– کو نسب نما 5 کے ناطق اعداد میں لکھیے۔ (کیوں؟)

ہمارے پاس ہے $-2 = \frac{-10}{5}$ اور $-1 = \frac{-15}{5}$

اس لیے $-2 < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < -1$ یا $\frac{-10}{5} < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < \frac{-5}{5}$

2– اور 1– کے درمیان تین ناطق اعداد ہوں گے۔ $\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}$

ہم $\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}, \frac{-6}{5}$ میں سے کوئی سے تین لے سکتے ہیں۔

مثال 5 مندرجہ ذیل پیٹرن میں 4 اور اعداد لکھیے۔

$$\frac{-1}{3}, \frac{-2}{6}, \frac{-3}{9}, \frac{-4}{12}, \ldots$$

حل ہمارے پاس ہے

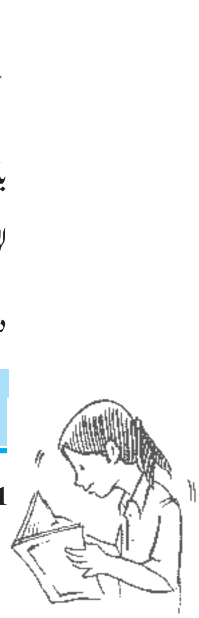
$$\frac{-2}{6} = \frac{-1\times 2}{3\times 2}, \frac{-3}{9} = \frac{-1\times 3}{3\times 3}, \frac{-4}{12} = \frac{-1\times 4}{3\times 4}$$

یا $\frac{-1\times 1}{3\times 1} = \frac{-1}{3}, \frac{-1\times 2}{3\times 2} = \frac{-2}{6}, \frac{-1\times 3}{3\times 3} = \frac{-3}{9}, \frac{-1\times 4}{3\times 4} = \frac{-4}{12}$

لہٰذا ہم نے ان اعداد میں پیٹرن دیکھا۔

دوسری اعداد ہونگے $\frac{-1\times 5}{3\times 5} = \frac{-5}{15}, \frac{-1\times 6}{3\times 6} = \frac{-6}{18}, \frac{-1\times 7}{3\times 7} = \frac{-7}{21}$

مشق 9.1



1۔ مندرجہ ذیل کے درمیان پانچ ناطق اعداد کی فہرست بنائیے۔

(i) 1– اور 0 (ii) 2– اور 1– (iii) $\frac{-2}{3}$ اور $\frac{-4}{5}$ (vi) $\frac{2}{3}$ اور $\frac{1}{2}$

© NCERT not to be republished

2۔ مندرجہ ذیل پیٹرن میں ہر ایک کے لیے چار اور ناطق اعداد لکھیے۔

(i) $\frac{-3}{5}, \frac{-6}{10}, \frac{-9}{15}, \frac{-12}{20}, ...$ (ii) $\frac{-1}{4}, \frac{-2}{8}, \frac{-3}{12}, ...$

(iii) $\frac{-1}{6}, \frac{2}{-12}, \frac{3}{-18}, \frac{4}{-24}, ...$ (iv) $\frac{-2}{3}, \frac{2}{-3}, \frac{4}{-6}, \frac{6}{-9}, ...$

3۔ مندرجہ ذیل اعداد کے 4 معاول ناطق اعداد لکھیے۔

(i) $\frac{-2}{7}$ (ii) $\frac{5}{-3}$ (iii) $\frac{4}{9}$

4۔ عددی خط بنایئے اور مندرجہ ذیل اعداد ان پر دکھایئے۔

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{-5}{8}$ (iii) $\frac{-7}{4}$ (iv) $\frac{7}{8}$

5۔ عددی خط پر نقطے P, Q, R, S, T, U, A اور B اس طرح دکھایئے کہ TR = RS = SU اور AP = PQ = QB ۔ P, Q, R اور S کے ذریعے دکھائے گئے ناطق اعداد بتایئے۔

6۔ مندرجہ ذیل میں کون سے جوڑے ایک ہی ناطق عدد کو ظاہر کر رہے ہیں۔

(i) $\frac{-7}{21}$ اور $\frac{3}{9}$ (ii) $\frac{-16}{20}$ اور $\frac{20}{-25}$ (iii) $\frac{-2}{-3}$ اور $\frac{2}{3}$

(iv) $\frac{-3}{5}$ اور $\frac{-12}{20}$ (v) $\frac{8}{-5}$ اور $\frac{-24}{15}$ (vi) $\frac{1}{3}$ اور $\frac{-1}{9}$

(vii) $\frac{-5}{-9}$ اور $\frac{5}{-9}$

7۔ مندرجہ ذیل ناطق اعداد کو آسان ترین شکل میں دوبارہ لکھیے۔

(i) $\frac{-8}{6}$ (ii) $\frac{25}{45}$ (iii) $\frac{-44}{72}$ (iv) $\frac{-8}{10}$

8۔ باکس میں دوبارہ لکھیے >, <, اور = میں صحیح علامت بھریے۔

(i) $\frac{-5}{7} \square \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{-4}{5} \square \frac{-5}{7}$ (iii) $\frac{-7}{8} \square \frac{14}{-16}$

(iv) $\frac{-8}{5} \square \frac{-7}{4}$ (v) $\frac{1}{-3} \square \frac{-1}{4}$ (vi) $\frac{5}{-11} \square \frac{-5}{11}$

(vii) $0 \square \frac{-7}{6}$

9۔ مندرجہ ذیل ہر ایک میں بڑا کون ہے۔

© NCERT not to be republished

(i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-5}{6}, \frac{-4}{3}$ (iii) $\frac{-3}{4}, \frac{2}{-3}$

(iv) $\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}$ (v) $-3\frac{2}{7}, -3\frac{4}{5}$

10۔ مندرجہ ذیل ناطق اعداد کو بڑھتی ترتیب میں لکھیے ۔

(i) $\frac{-3}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{5}$ (ii) $\frac{-1}{3}, \frac{-2}{9}, \frac{-4}{3}$ (iii) $\frac{-3}{7}, \frac{-3}{2}, \frac{-3}{4}$

9.9 ناطق اعداد پر اعمال (Operations on Rational Numbers)

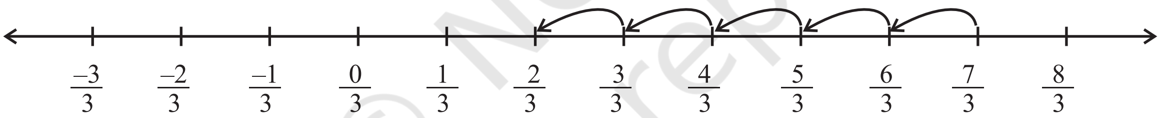
آپ جانتے ہیں کہ صحیح اعداد اور کسری اعداد پر بھی جمع تفریق، ضرب اور تقسیم کیسے کیا جاتا ہے۔

9.9.1 جمع (Addition)

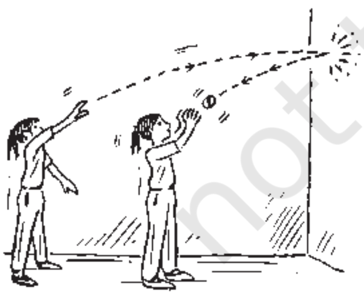
- دو ناطق اعداد جن کے نسب نما ایک جیسے ہوں، کو جمع کیجیے۔ $\frac{7}{3}$ اور $\frac{5}{3}$ ۔

ہم نے پایا $\frac{7}{3} + \left(\frac{-5}{3}\right)$

عمودی خط پر، ہم نے دیکھا



دو سلسلہ وار نقطوں کے درمیان کا فاصلہ $\frac{1}{3}$ ہے۔اس لیے $\frac{5}{3}-$ کو جمع کرنے کا مطلب ہے $\frac{7}{3}$ کے بائیں جانب 5 بار کود کر جانا۔ہم کہاں پہنچیں گے؟ ہم $\frac{2}{5}$ پر پہنچیں گے۔



اس لیے $\frac{7}{3} + \left(\frac{-5}{3}\right) = \frac{2}{3}$

آیئے اس کو اس طرح کرکے دیکھتے ہیں

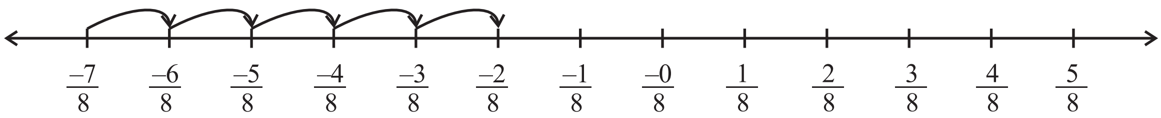
$$\frac{7}{3} + \frac{(-5)}{3} = \frac{7+(-5)}{3} = \frac{2}{3}$$

ہم کو وہی جواب حاصل ہوا۔

معلوم کیجیے۔ $\frac{6}{5} + \frac{(-2)}{5}$, $\frac{3}{7} + \frac{(-5)}{7}$ دونوں طریقوں سے اور جانچ کیجئے کہ کیا آپ کے جواب ایک سے آئے۔

اسی طرح $\frac{-7}{8} + \frac{5}{8}$ ہوگا

© NCERT not to be republished



آپ کو کیا حاصل ہوا؟ $\frac{-7}{8}+\frac{5}{8}=\frac{-7+5}{8}=?$ کیا دونوں جوابات ایک سے ہیں؟

کوشش کیجیے:

معلوم کیجیے $\frac{-13}{7}-\frac{6}{7}$، $\frac{19}{5}+\left(\frac{-7}{5}\right)$

اس لیے، ہم نے معلوم کیا کہ ایک سے نسب نما والے ناطق اعداد کو جوڑنے کے لیے ہم شمار کنندہ کو جوڑ دیتے ہیں اور نسب نما وہی رکھتے ہیں۔

لہٰذا $\frac{-11}{5}+\frac{7}{5}=\frac{-11+7}{5}=\frac{-4}{5}$

- ہم مختلف نسب نما والے ناطق اعداد کو کیسے جوڑیں گے؟ کسری اعداد کی طرح ہم، پہلے دونوں نسب نماؤں کا عاد اعظم مشترک معلوم کریں گے اور پھر ان دونوں ناطق اعداد کے ایسے متبادل ناطق اعداد معلوم کرتے ہیں جن کے نسب نما اس عاد اعظم مشترک کے برابر ہوں اور دونوں ناطق اعداد کو جوڑ دیتے ہیں۔

مثال کے طور پر $\frac{-7}{5}$ اور $\frac{-2}{5}$ کو جمع کیجیے۔

3 اور 5 کا عاد اعظم مشترک 15 ہے

اس لیے $\frac{-7}{5}=\frac{-21}{15}$، $\frac{-2}{3}=\frac{-10}{15}$

لہٰذا $\frac{-7}{5}+\frac{(-2)}{3}=\frac{-21}{15}+\frac{(-10)}{15}=\frac{-31}{15}$

کوشش کیجیے:

(i) $\frac{-3}{7}+\frac{2}{3}$

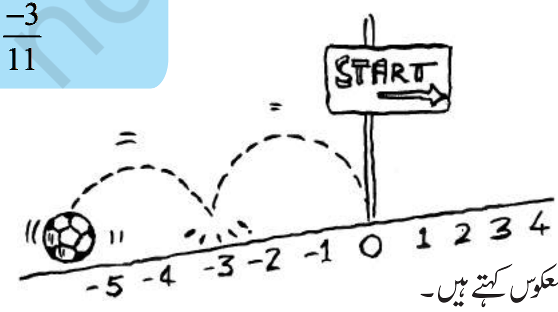
(ii) $\frac{-5}{6}+\frac{-3}{11}$

جمعی معکوس (Additive Inverse)

کیا ہوگا $\frac{-4}{7}+\frac{4}{7}=?$

$\frac{-4}{7}+\frac{4}{7}=\frac{-4+4}{7}=0$ اور $\frac{4}{7}+\left(\frac{-4}{7}\right)=0$

اسی طرح $\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}=0=\frac{2}{3}+\left(\frac{-2}{3}\right)$



صحیح اعداد کے کیس میں 2– کو 2 کا جمعی معکوس اور 2 کو 2– کا جمعی معکوس کہتے ہیں۔

© NCERT not to be republished

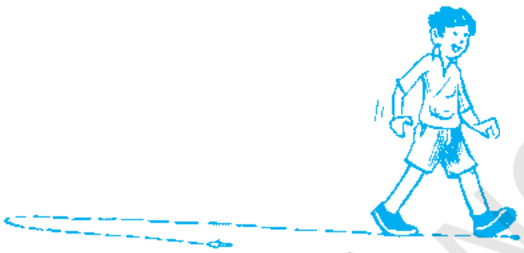
ناطق اعداد کے لیے بھی، ہم $\frac{-4}{7}$ کو $\frac{4}{7}$ کا جمعی معکوس کہتے ہیں اور $\frac{4}{7}$ کو $\frac{-4}{7}$ کا جمعی معکوس کہتے ہیں۔ اسی طرح، $\frac{-2}{3}$، $\frac{2}{3}$ کا جمعی معکوس ہے اور $\frac{2}{3}$، $\frac{-2}{3}$ کا جمعی معکوس ہے۔

کوشش کیجیے:

$\frac{-3}{9}$، $\frac{-9}{11}$، $\frac{5}{7}$ کے جمعی معکوس کیا ہوں گے؟

مثال 6 ست پال ایک مقام P سے $\frac{2}{3}$ کلومیٹر مشرق کی جانب گیا اور پھر وہاں سے مغرب کی جانب $1\frac{5}{7}$ کلومیٹر گیا۔ اب وہ P سے کہاں ہوگا؟

حل مشرق کی جانب طے کیے گئے فاصلے کو مثبت علامت سے ظاہر کریں گے۔ اس لیے مغرب کی جانب طے کیے جانے والے فاصلے کو منفی علامت سے ظاہر کریں گے۔



لہٰذا، ست پال کی مقام P سے دوری ہوگی۔

$$=\frac{2}{3}+\frac{(-12)}{7}=\frac{2\times 7}{3\times 7}+\frac{(-12)\times 3}{7\times 3}$$

$$=\frac{14-36}{21}=\frac{-22}{21}$$

کیونکہ یہ منفی ہے۔ اس لیے اس کا مطلب ہے کہ ست پال مقام P سے مغرب کی جانب $1\frac{1}{21}$ کلومیٹر کی دوری پر ہے۔

9.9.2 تفریق (Subtraction)

سویتا نے دو ناطق اعداد کے $\frac{5}{7}$ اور $\frac{3}{8}$ کے درمیان کا فرق اس طریقہ سے حاصل کیا۔

$$\frac{5}{7}-\frac{3}{8}=\frac{40-21}{56}=\frac{19}{56}$$

فریدہ جانتی ہے کہ دو صحیح اعداد a اور b کے لیے وہ لکھ سکتی ہے $a - b = a + (-b)$

اس نے اس کو ناطق اعداد کے لیے بھی آزمایا۔ اور اس نے پایا

$$\frac{5}{7}-\frac{3}{8}=\frac{5}{7}+\frac{(-3)}{8}=\frac{19}{56}$$

دونوں کا جواب ایک ہی آیا۔

$\frac{8}{7}-\frac{3}{11}$، $\frac{5}{9}-\frac{7}{8}$ کو دونوں طریقوں سے معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔

کیا آپ کو ایک ہی جواب ملا؟

© NCERT not to be republished

اس لیے، ہم کہتے ہیں کہ جب دو ناطق اعداد کو گھٹاتے ہیں تو جس ناطق عدد کو گھٹانا ہے، اس کے جمعی معکوس کو دوسرے ناطق عدد میں جوڑ دیتے ہیں۔

لہٰذا $1\frac{2}{3} - 2\frac{4}{5} = \frac{5}{3} - \frac{14}{5} = \frac{5}{3} +$ $\frac{14}{5}$ کا جمعی معکوس $= \frac{5}{3} + \frac{(-14)}{5}$

$$= \frac{-17}{15} = -1\frac{2}{15}$$

کوشش کیجیے:

(i) $\frac{7}{9} - \frac{2}{5}$ (ii) $2\frac{1}{5} - \frac{(-1)}{3}$

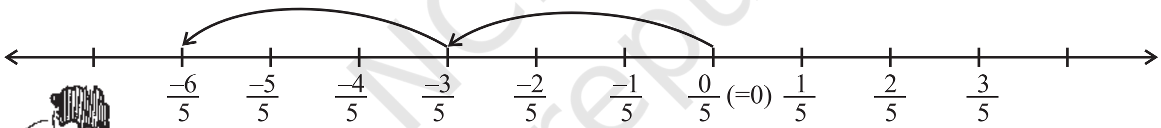
$\frac{2}{7} - \left(\frac{-5}{6}\right)$؟ کیا ہوگا؟

$\frac{2}{7} - \left(\frac{-5}{6}\right) = \frac{2}{7} +$ $\left(\frac{-5}{6}\right)$ کا جمعی معکوس $= \frac{2}{7} + \frac{5}{6} = \frac{47}{42} = 1\frac{5}{42}$

9.9.3 ضرب (Multiplication)

ناطق عدد $\frac{-3}{5}$ کو 2 سے ضرب کیجیے یعنی ہم کو معلوم کرنا ہے $\frac{-3}{5} \times 2$۔

عددی خط پر، اس کا مطلب ہے۔ $\frac{3}{5}$ کی بائیں جانب دو جست۔



ہم کہاں پہنچے؟ ہم پہنچے $\frac{-6}{5}$ پر۔ اب ہم اس کو اسی طریقہ سے معلوم کرتے ہیں جیسا کہ ہم نے کسری اعداد میں کیا تھا۔

$$\frac{-3}{5} \times 2 = \frac{-3 \times 2}{5} = \frac{-6}{5}$$

ہم اسی ناطق عدد پر پہنچ گئے۔

$\frac{-4}{7} \times 3, \frac{-6}{5} \times 4$ کو دونوں طریقوں سے معلوم کیجیے۔ آپ کا کیا مشاہدہ رہا؟

اس لیے ہم نے معلوم کیا کہ جب ہم ایک ناطق عدد کو کسی مثبت صحیح عدد سے ضرب کرتے ہیں تو ہم شمار کنندہ کو اس صحیح عدد سے ضرب کرتے ہیں اور نسب نما کو بنا بدلے رکھتے ہیں۔

آیئے اب ایک ناطق عدد کو ایک منفی صحیح عدد سے ضرب کرتے ہیں۔

$$\frac{-2}{9} \times (-5) = \frac{-2 \times (-5)}{9} = \frac{10}{9}$$

یاد رکھیے -5 کو $\frac{-5}{1}$ بھی لکھ سکتے ہیں۔

© NCERT not to be republished

اس لیے $\frac{-2}{9}\times\frac{-5}{1}=\frac{10}{9}=\frac{-2\times(-5)}{9\times1}$

اسی طرح $\frac{3}{11}\times(-2)==\frac{3\times(-2)}{11\times1}=\frac{-6}{11}$

کوشش کیجیے:

(i) $\frac{-3}{5}\times 7?$ (ii) $\frac{-6}{5}\times(-2)?$

ان مشاہدات کی بنیاد پر، ہم نے معلوم کیا کہ

$$\frac{-3}{8}\times\frac{5}{7}=\frac{-3\times5}{8\times7}=\frac{-15}{56}$$

اس لیے جیسا کہ ہم نے کسری اعداد کے لیے کیا تھا، ہم دو ناطق اعداد کو مندرجہ ذیل طریقے سے ضرب کریں گے۔

قدم 1 دو ناطق اعداد کے شمار کنندوں کو ضرب کیجیے۔

قدم 2 دونوں ناطق اعداد کے نسب نماؤں کو ضرب کیجیے۔

قدم 3 حاصل ضرب کو اس طرح لکھیے۔ $\frac{\text{قدم 1 کا نتیجہ}}{\text{قدم 2 کا نتیجہ}}$

کوشش کیجیے:

(i) $\frac{-3}{4}\times\frac{1}{7}$

(i) $\frac{2}{3}\times\frac{-5}{9}$

اس لیے $\frac{-3}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{-3\times2}{5\times7}=\frac{-6}{35}$

اور $\frac{-5}{8}\times\frac{-9}{7}=\frac{-5\times(-9)}{8\times7}=\frac{45}{56}$

9.9.4 تقسیم (Division)

ہم نے کسری اعداد کے مقلوب کے بارے میں پہلے ہی پڑھ رکھا ہے۔ $\frac{2}{7}$ کا مقلوب کیا ہے؟ یہ $\frac{7}{2}$ ہوگا۔ ہم مقلوب کے اس تصور کو ناطق اعداد تک بڑھاتے ہیں۔

$\frac{-7}{2}$ کا مقلوب $\frac{7}{2}$ ہوگا یعنی $\frac{-7}{2}$ ، $\frac{-3}{5}$ کا ہوگا $\frac{-5}{3}$ ۔

کوشش کیجیے:

$\frac{-6}{11}$ کا مقلوب کیا ہوگا؟ اور $\frac{-8}{5}$ کا؟

مقلوب کی ضرب

ایک ناطق عدد اور اس کے مقلوب کا حاصل ضرب ہمیشہ 1 ہوتا ہے۔

مثال کے طور پر ($\frac{-4}{9}$ کا مقلوب) $\times -\frac{4}{9}$

© NCERT not to be republished

$$= \frac{-4}{9} \times \frac{-9}{4} = 1$$

اسی طرح $\frac{-6}{13} \times \frac{-13}{6} = 1$

کچھ اور مثالوں کے لیے کوشش کیجیے اور اس مشاہدہ کی تصدیق کیجیے

سویتا ایک ناطق عدد $\frac{4}{9}$ کو ایک دوسرے ناطق عدد $\frac{-5}{7}$ سے تقسیم کرتی ہے۔ تقسیم کرتی ہے اس طرح

$$\frac{4}{9} \div \frac{-5}{7} = \frac{4}{9} \times \frac{7}{-5} = \frac{-28}{45}$$

اس نے مقلوب کے تصور کا استعمال کیا جیسا کہ کسروں میں ارپت نے پہلے تقسیم کیا $\frac{4}{9}$ کو $\frac{5}{7}$ سے اور حاصل کیا $\frac{28}{45}$ اور آخر میں کہا $\frac{4}{9} \div \frac{-5}{7} = \frac{-28}{45}$۔ اسے یہ کیسے حاصل ہوا؟

اس نے کسری اعداد کی طرح تقسیم کی منفی علامت کو نظر انداز کرتے ہوئے پھر حاصل کردہ قیمت میں منفی علامت شامل کر دی۔

ان دونوں کا جواب ایک ہی تھا $\frac{-28}{45}$ ۔ $\frac{2}{3}$ کو $\frac{-5}{7}$ سے دونوں طریقوں سے تقسیم کرنے کی کوشش کیجیے اور دیکھیے، کیا آپ کو ایک ہی جواب حاصل ہوتا ہے۔

اس سے ظاہر ہوتا ہے: ایک ناطق عدد کو دوسرے ناطق عدد سے تقسیم کرنے کے لیے ہم ناطق عدد کو دوسرے ناطق عدد کے مقلوب سے ضرب کر دیتے ہیں۔

لہٰذا $\left(\frac{-2}{3}\right)$ کا مقلوب $\times \frac{6}{5} = \frac{6}{-5} \div \frac{-2}{3}$

$$\left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{6}{-5} \times \frac{3}{-2} = \frac{18}{10}$$

کوشش کیجیے:

معلوم کیجیے۔

(i) $\frac{2}{3} \times \frac{-7}{8}$ (ii) $\frac{-6}{7} \times \frac{5}{7}$

مشق 9.2

1۔ حاصل جمع معلوم کیجیے۔

(i) $\frac{5}{4} + \left(\frac{-11}{4}\right)$ (ii) $\frac{5}{3} + \frac{3}{5}$ (iii) $\frac{-9}{10} + \frac{22}{15}$

(iv) $\frac{-3}{-11} + \frac{5}{9}$ (v) $\frac{-8}{19} + \frac{(-2)}{57}$ (vi) $\frac{-2}{3} + 0$

© NCERT not to be republished

(vii) $-2\frac{1}{3}+4\frac{3}{5}$

2۔ معلوم کیجیے۔

(i) $\frac{7}{24}-\frac{17}{36}$ (ii) $\frac{5}{63}-\left(\frac{-6}{21}\right)$ (iii) $\frac{-6}{13}-\left(\frac{-7}{15}\right)$

(iv) $\frac{-3}{8}-\frac{7}{11}$ (v) $-2\frac{1}{9}-6$

3۔ حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $\frac{9}{2}\times\left(\frac{-7}{4}\right)$ (ii) $\frac{3}{10}\times(-9)$ (iii) $\frac{-6}{5}\times\frac{9}{11}$

(iv) $\frac{3}{7}\times\left(\frac{-2}{5}\right)$ (v) $\frac{3}{11}\times\frac{2}{5}$ (vi) $\frac{3}{-5}\times\frac{-5}{3}$

4۔ درج ذیل کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $(-4)\div\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{-3}{5}\div 2$ (iii) $\frac{-4}{5}\div(-3)$

(iv) $\frac{-1}{8}\div\frac{3}{4}$ (v) $\frac{-2}{13}\div\frac{1}{7}$ (vi) $\frac{-7}{12}\div\left(\frac{-2}{13}\right)$

(vii) $\frac{3}{13}\div\left(\frac{-4}{65}\right)$

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ ایک عدد جو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے جہاں p اور q صحیح اعداد ہیں اور $q \neq 0$ ناطق عدد کہلاتا ہے، اعداد $\frac{-2}{7}$ ، $\frac{3}{8}$ ، 3 وغیرہ ناطق اعداد ہیں۔

2۔ تمام صحیح اعداد اور کسری اعداد ناطق اعداد ہیں۔

3۔ اگر کسی ناطق عدد کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی صحیح عدد (0 نہ ہو) سے ضرب یا تقسیم کیا جاتا ہے۔ تو ہمیں ایک ایسا ناطق عدد حاصل ہوتا ہے جو دیے گئے ناطق عدد کا معادل ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر $\frac{-3}{7}=\frac{-3\times 2}{7\times 2}=\frac{-6}{14}$ اس لیے ہم کہتے کہ $\frac{-6}{14}$ ، $\frac{-3}{7}$ کی معادل شکل ہے۔

نوٹ کیجیے $\frac{-6}{14}=\frac{-6\div 2}{14\div 2}=\frac{-3}{7}$

4۔ ناطق اعداد کی درجہ بندی مثبت اور منفی ناطق اعداد کے طور پر کی گئی ہے۔ جب شمار کنندہ اور نسب نما دونوں مثبت صحیح اعداد ہوتے

© NCERT not to be republished

ہیں تو یہ مثبت ناطق عدد ہوتا ہے۔ جب شمار کنندہ یا نسب نما دونوں میں سے کوئی ایک منفی صحیح عدد ہو تو یہ منفی ناطق عدد ہوگا۔
مثال کے طور پر $\frac{3}{8}$ ایک مثبت ناطق عدد ہے جب کہ $\frac{-8}{9}$ ایک منفی ناطق عدد ہے۔

5۔ عدد 0 نہ تو مثبت ناطق عدد ہے نہ ہی منفی۔

6۔ ایک ناطق عدد معیاری شکل میں کہا جائے گا اگر اس کا نسب نما مثبت صحیح عدد ہو اور شمار کنندہ اور نسب نما میں 1 کے علاوہ کوئی مشترک جز وضربی نہ ہو۔ اعداد $-\frac{1}{3}, -\frac{2}{7}$ وغیرہ معیاری شکل میں ہیں۔

7۔ دو ناطق اعداد کے درمیان لامتناہی اعداد ہوتے ہیں۔

8۔ دو ناطق اعداد جن کے نسب نما ایک سے ہوں کو جوڑا جاتا ہے ان کے شمار کنندہ کو جوڑ کر اور ان کے نسب نما ویسے ہی رکھ کر۔ دو ناطق اعداد جن کے نسب نما مختلف ہوں کو جوڑنے کے لیے پہلے دونوں کے نسب نماؤں کا LCM لیا جاتا ہے۔ اور پھر دونوں ناطق اعداد کو ایسے معادل ناطق اعداد میں بدلا جاتا ہے جن کے نسب نما LCM کے برابر ہوں، مثلاً $\frac{-2}{3}+\frac{3}{8}=\frac{-16}{24}+\frac{9}{24}=\frac{-16+9}{24}=\frac{-7}{24}$ یہاں 3 اور 8 کا LCM 24 ہے۔

9۔ دو ناطق اعداد کا فرق نکالتے وقت جس عدد کو گھٹانا ہوتا ہے اس کے جمعی معکوس کو دوسرے عدد میں جوڑ دیتے ہیں۔
اس لئے $\frac{7}{8}-\frac{2}{3}=\frac{7}{8}$ کا معکوس $\frac{2}{3}=\frac{7}{8}\ \frac{7}{8}+\frac{(-2)}{3}=\frac{21+(-16)}{24}=\frac{5}{24}$

10۔ دو ناطق اعداد کو ضرب دینے کے لیے ہم ان کے شمار کنندہ کو شمار کنندہ سے اور نسب نما کو نسب نما سے ضرب دیتے ہیں اور حاصل ضرب کو $\frac{\text{شمار کنندوں کی حاصل ضرب}}{\text{نسب نماؤں کی حاصل ضرب}}$ کی طرح لکھتے ہیں

11۔ ایک ناطق عدد کو کسی دوسرے غیر صفری ناطق عدد سے تقسیم کرنے کے لئے قاسم کے مقلوب سے مقسوم کو ضرب کرتے ہیں جیسے
$\frac{-7}{2}\div\frac{4}{3}=\frac{-7}{2}\times$ کا مقلوب $\frac{4}{3}=\frac{-7}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{-21}{8}$۔