पाठ 4. दो चरों में रैखिक समीकरण

प्रनावाली 4.1

Q1. एक नोटबुक की कीमत एक कलम की कीमत से दो गुनी है। इस कथन को निरूपित करने के लिए दो चरों वाला एक रैखिक समीकरण लिखिए।

(संकेत मान लीजिए, नोटबुक की कीमत x रु है और कलम की कीमत y रु है)।

हल :

माना पेन की कीमत = y रुपया है

और नोटबुक की कीमत = x रुपया है

प्रश्नानुसार,

नोटबुक की कीमत = 2 (पेन की कीमत)

$x = 2y$

$\Rightarrow \quad x - 2y = 0$

Q2. निम्नलिखित रैखिक समीकरणों को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त कीजिए और प्रत्येक स्थिति में a, b और c के मान बताइए :

(i) $2x + 3y = 9.35$

(ii) $x - 5y - 10 = 0$

(iii) $-2x + 3y = 6$

(iv) $x = 3y$

(v) $2x = -5y$

(vi) $3x + 2 = 0$

(vii) $y - 2 = 0$

(viii) $5 = 2x$

हल:

(i) $2x + 3y = 9.35$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow \; 2x + 3y - 9.35 = 0$

अत: $a = 2, b = 3, c = -9.35$

हल: (ii) $x - 5y - 10 = 0$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

⇒ $x - 5y - 10 = 0$

अत: , a = 1, b = -5, c = -10

हल: (iii) $-2x + 3y = 6$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

⇒ $-2x + 3y - 6 = 0$

अत:, a = – 2, b = 3, c = – 6

हल: (iv) $x = 3y$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

⇒ $x - 3y = 0$

अत:, a = 1, b = −3, c= 0

हल: (v) $2x = -5y$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

⇒ $2x + 5y = 0$

अत:, a = 2, b = 5, c = 0

हल: (vi) $3x + 2 = 0$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

⇒ $3x + 0.y + 2 = 0$

अत:, a = 3, b = 0, c = 2

हल: (vii) $y - 2 = 0$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

⇒ $0.x + y - 2 = 0$

अत:, a = 0, b = 1, c = -2

हल: (Viii) $5 = 2x$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

⇒ $2x - 5 = 0$

अत:, a = 2, b = 0, c = -5

प्रश्नावली 4.2

Q1. निम्नलिखित विकल्पों में से कौन-सा विकल्प सत्य है, और क्यों?

$y = 3x + 5$ का

(i) एक अद्वितीय हल है,

(ii) केवल दो हल है,

(iii) अपरिमित रूप से अनेक हल हैं।

हल : (iii) अपरिमित रूप से अनेक हल हैं।

Q2. निम्नलिखित समीकरणों में से प्रत्येक समीकरण के चार हल लिखिए :

(i) $2x + y = 7$

(ii) $\pi x + y = 9$

(iii) $x = 4y$

हल : (i) $2x + y = 7$

$\Rightarrow 2x + y - 7 = 0$

$\Rightarrow 2x = 7 - y$

$\Rightarrow x = \frac{7-y}{2}$

$y = 1$ रखने पर

तब, $x = \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2}$ $x = 3$

$y = (-1)$ रखने पर

तब, $x = \frac{7-(-1)}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$x = 4$

$y = 3$

तब, $x = \frac{7-3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$y = (-3)$ रखने पर

तब, $x = \frac{7-(-3)}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$x = 5$

अत: x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित है :

x	3	4	2	5
y	1	-1	3	-3

अत: x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित है :

हल : (ii) $\pi x + y = 9$

$\Rightarrow \pi x + y - 9 = 0$

$\Rightarrow \pi x = 9 - y$

$x = \frac{9-y}{\pi}$

y = 1 रखने पर

$x = \frac{9-1}{\pi} = \frac{8}{\pi}, \quad x = \frac{8}{\pi}$

y= 2 रखने पर

$x = \frac{9-2}{\pi} = \frac{7}{\pi}, \quad x = \frac{7}{\pi}$

y = 3 रखने पर

$x = \frac{9-3}{\pi} = \frac{6}{\pi}, x = \frac{6}{\pi}$

y = 4 रखने पर

$x = \frac{9-4}{\pi} = \frac{5}{\pi}, \quad x = \frac{5}{\pi}$

अत: x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित है :

x	$\frac{8}{\pi}$	$\frac{7}{\pi}$	$\frac{6}{\pi}$	$\frac{5}{\pi}$
y	1	2	3	4

हल : (iii) $x = 4y$

$\Rightarrow x - 4y = 0$

$x = 4y$

समीकरण में $y = 1$ रखने पर

$x = 4(1) = 4, x = 4$

$y = 2$ रखने पर

$x = 4(2) = 8, x = 8$

$y = 3$ रखने पर

$x = 4(3) = 12, x = 12$

$y = 4$ रखने पर

$x = 4(4) = 16 \quad x = 16$

अत: x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित है

x	4	8	12	16
y	1	2	3	4

Q3. बताइए कि निम्नलिखित हलों में कौन-कौन समीकरण $x - 2y = 4$ के हल है और कौन-कौन नहीं है :

(i) (0, 2)

(ii) (2, 0)

(iii) (4, 0)

Q(i) (0,2) समीकरण $x - 2y = 4$ का हल है अथवा नहीं

हल : x = 0 और y = 2 रखने पर

$x - 2y = 4$

LHS = 0 – 2(2)

= - 4

RHS = 4

इसलिए, LHS ≠ RHS

अत: (0, 2) दिए गए समीकरण का हल नहीं है |

Q(ii) (2,0) समीकरण x – 2y = 4 का हल है अथवा नहीं

हल : x – 2y = 4 में x = 2 और y = 0 रखने पर

LHS = 2 – 2(0)

= 2 – 0

= 2

जबकि RHS = 4 है

इसलिए, LHS ≠ RHS

अत: (2, 0) दिए गए समीकरण का हल नहीं है |

Q(iii) (4,0) समीकरण x – 2y = 4 का हल है अथवा नहीं

हल : समीकरण x – 2y = 4 में x = 4 और y = 0 रखने पर

LHS = x – 2y

= 4 - 2(0)

= 4 – 0 = 4

जबकि RHS = 4

यहाँ LHS = RHS है

अत: (4, 0) दिए गए समीकरण का हल है |

Q(iv) $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ समीकरण x - 2y = 4 का हल है अथवा नहीं

हल : समीकरण x - 2y = 4 में $x = \sqrt{2}$ और $y = 4\sqrt{2}$ रखने पर

LHS = x - 2y

$= \sqrt{2} - 2(4\sqrt{2})$

$= \sqrt{2} - 8\sqrt{2}$

$= -7\sqrt{2}$

जबकि RHS = 4 है

अत: $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ दिए गए समीकरण का हल नहीं है |

Q(v) बताइए (1,1) समीकरण x – 2y = 4 का हल है अथवा नहीं

हल : समीकरण x – 2y = 4 में x = 1 और y = 1 रखने पर

LHS = x – 2y

= 1- 2(1)

= 1 – 2

= - 1

जबकि RHS = 4 है

अत: (1,1) समीकरण x – 2y = 4 का हल नहीं है |

Q4. k का मान ज्ञात कीजिए जबकि $x = 2$, $y = 1$ समीकरण $2x + 3y = k$ का एक हल हो |

हल : 2x + 3y = k

x = 2 और y = 1 रखने पर

$\Rightarrow 2x + 3y = k$

$\Rightarrow 2(2) + 3(1) = k$

$\Rightarrow 4 + 3 = k$

$\Rightarrow k = 7$

प्रश्नावली 4.3

Q1. दो चरों वाले निम्नलिखित रैखिक समीकरणों में से प्रत्येक का आलेख खींचिए :

(i) $x + y = 4$

(ii) $x - y = 2$

(iii) $y = 3x$

(iv) $3 = 2x + y$

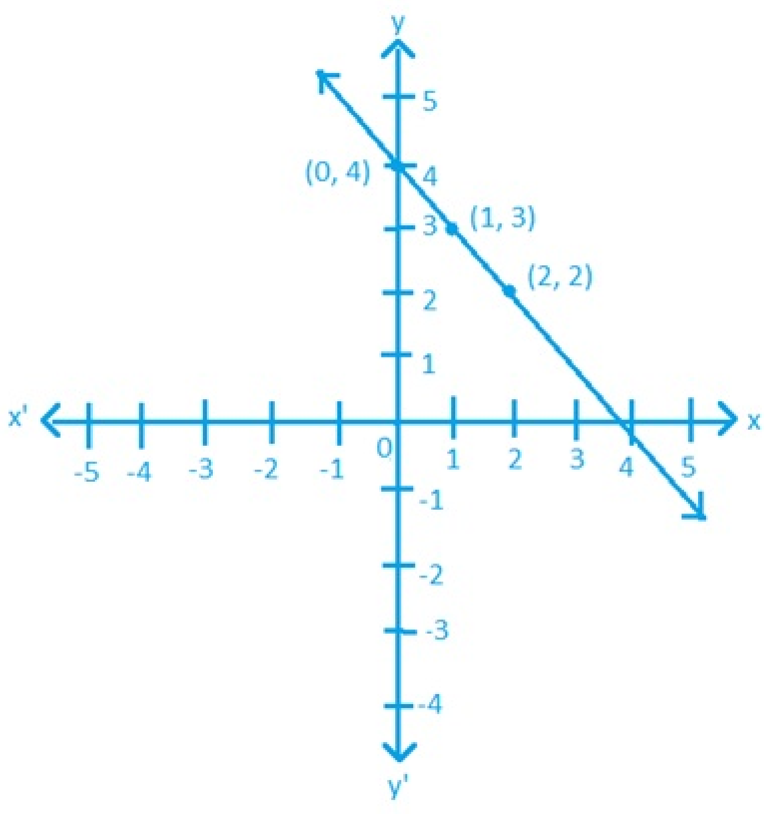
हल : (i) x + y = 4

⇒ y = 4 − x

x का मान क्रमशः 0, 1, तथा 2 रखने पर y का मान क्रमशः 4, 3 और 2 प्राप्त होता है जिसकी सारणी निम्न है |

x	0	1	2
y	4	3	2

बिन्दुओं (0,4), (1,3) और (2,2) का आलेख -



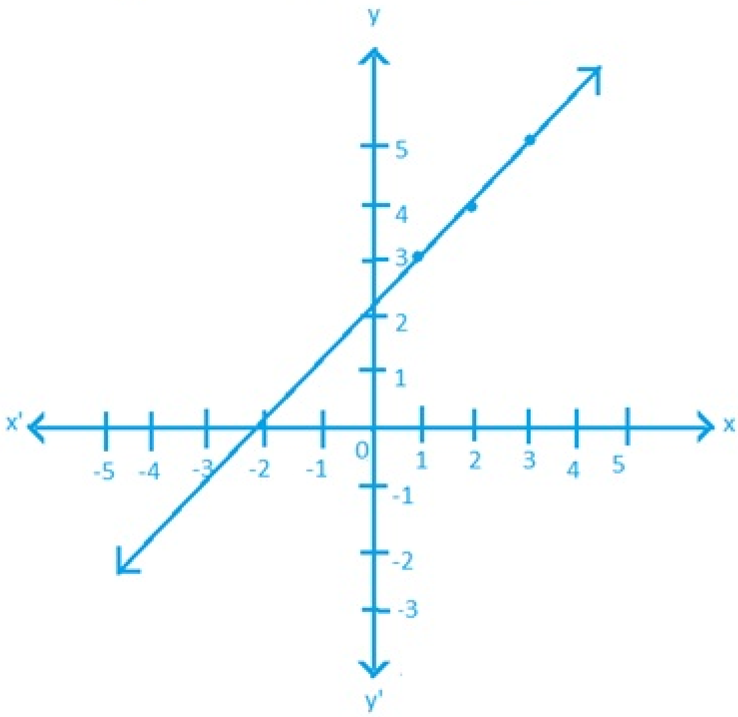
हल : (ii) *x* − *y* = 2

⇒ $x = 2 + y$

समीकरण में y का मान 1, 2 और 3 रखने पर y का मान क्रमशः 3, 4 और 5 प्राप्त होता है जिसकी सारणी निम्न है -

x	3	4	5
y	1	2	3

अब बिन्दुओं (3, 1), (4, 2) और (5, 3) का आलेख -

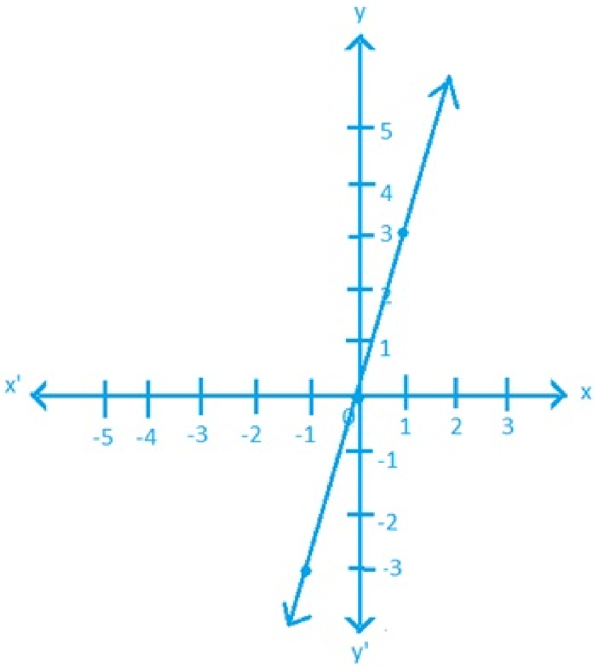


हल : (iii) ***y* = 3*x***

समीकरण में x का मान 0, 1 और – 1 रखने पर क्रमश y का मान 0, 3 और -3 प्राप्त होता है -

x	0	1	-1
y	0	3	-3

बिन्दुओं (0, 0), (1, 3) और (-1, -3) का आलेख -



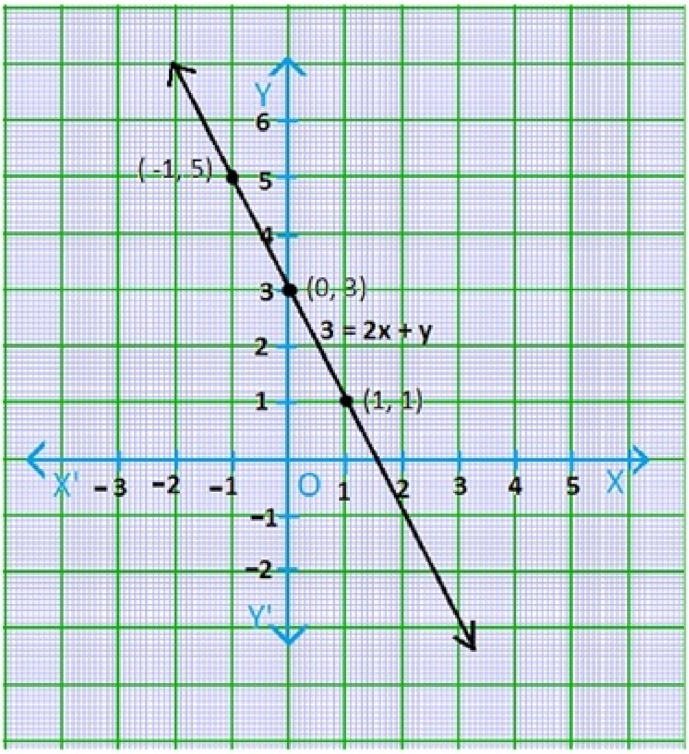
हल : **(iv) $3 = 2x + y$**

$\Rightarrow y = 3 - 2x$

समीकरण में x का मान 0, 1 और -1 रखने पर y का मान क्रमशः 3, 1 और 5 प्राप्त होता है जिसकी सारणी निम्न है -

x	0	1	-1
y	3	1	5

बिन्दुओं (0, 3), (1, 1) और (-1, 5) का आलेख -



Q2. बिंदु (2, 14) से होकर जाने वाली दो रेखाओं के समीकरण लिखिए | इस प्रकार की और कितनी रेखाएँ हो सकती है , और क्यों ?

हल : बिंदु (2, 14) में x = 2 और y = 14 है

अत: इस मान को संतुष्ट करने वाले दो समीकरण निम्न है :

x + y = 16

और x – y = -12

इस प्रकार की अनंत रेखाए हो सकती है क्योंकि ये रेखाएँ एक ही बिंदु (2, 14) से गुजरेंगी |

Q3. यदि बिंदु (3, 4) समीकरण 3*y* = *ax* + 7 के आलेख पर स्थित है, तो a का मान ज्ञात कीजिए |

हल : 3y = ax + 7

बिंदु (3, 4) में x = 3 और y = 4 है |

समीकरण 3y = ax + 7 में x और y का मान रखने पर

3(4) = a(3) +7

12 = 3a + 7

$3a = 12 - 7$

$3a = 5$

$$a = \frac{5}{3}$$

Q4. एक नगर में टैक्सी का किराया निम्नलिखित है: पहले किलोमीटर का किराया 8 रु है और उसके बाद की दूरी के लिए प्रति किलोमीटर का किराया 5 रु है। यदि तय की गई दूरी x किलोमीटर हो, और कुल किराया y रु हो, तो इसका एक रैखिक समीकरण लिखिए और उसका आलेख खींचिए।

हल : तय की गई दुरी = x km

कुल किराया = y रु

प्रश्नानुसार,

पहले किलोमीटर का किराया + 5(तय की गई दुरी - 1) = y

$8 + 5(x - 1) = y$

$\Rightarrow 8 + 5x - 5 = y$

$\Rightarrow 3 + 5x = y$

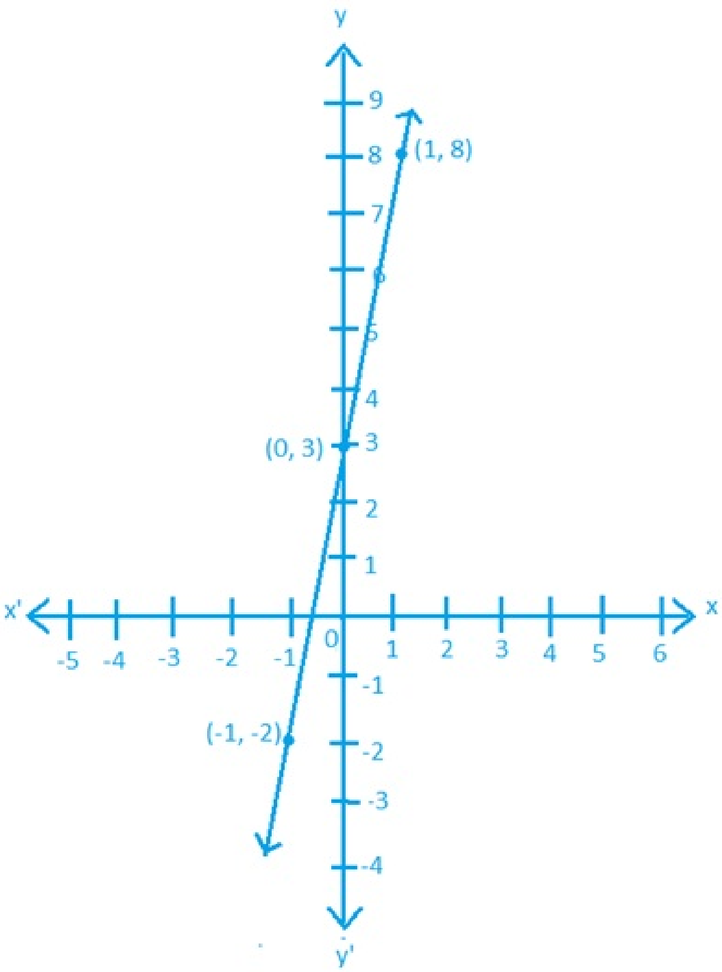
$\Rightarrow 5x - y + 3 = 0$

$\Rightarrow y = 5x + 3$

समीकरण में x का मान 0, -1 तथा 1 रखने पर y का मान क्रमश: 3, -2 और 8 प्राप्त होता है |

x	0	-1	1
y	3	-2	8

बिन्दुओं (0,3), (-1, -2) और (1, 8) के लिए ग्राफ



Q5. **निम्नलिखित आलेखों में से प्रत्येक के लिए दिए गए विकल्पों से सही समीकरण का चयन कीजिए:**

आकृति 4. 6 के लिए	**आकृति 4.7 के लिए**
(i) $y = x$ (ii) $x + y = 0$ (iii) $y = 2x$ (iv) $2 + 3y = 7x$	(i) $y = x + 2$ (ii) $y = x - 2$ (iii) $y = -x + 2$ (iv) $x + 2y = 6$

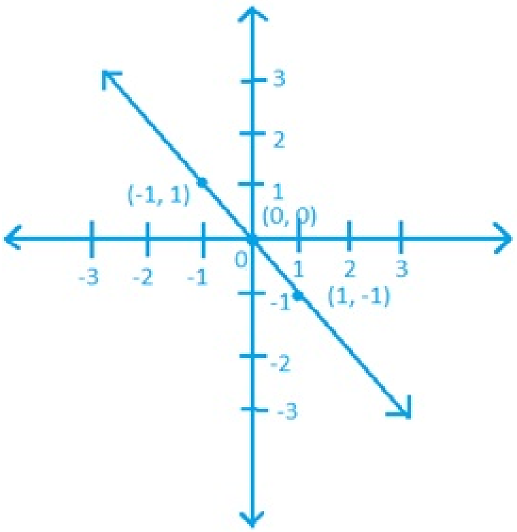


fig 4.6

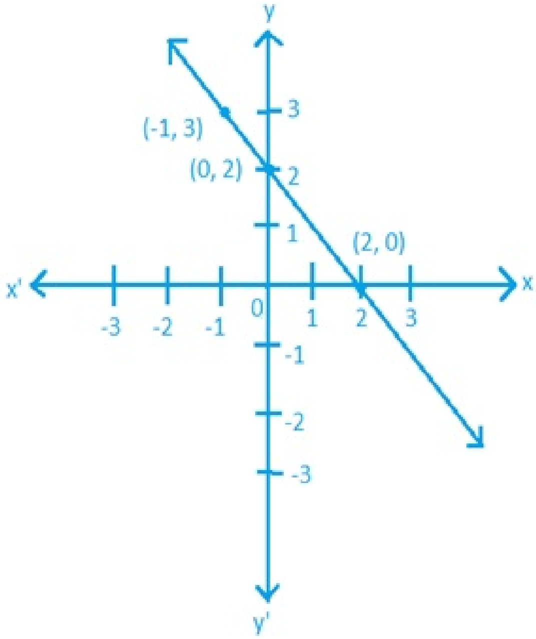


fig 4.7

हल : आकृति 4.6 के लिए

(ii) x + y = 0

आकृति 4.7 के लिए

(iii) y = -x + 2

Q6. एक अचर बल लगाने पर एक पिंड द्वारा किया गया कार्य पिंड द्वारा तय की गई दूरी के अनुक्रमानुपाती होता है। इस कथन को दो चरों वाले एक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए और अचर बल 5 मात्रक लेकर इसका आलेख खींचिए। यदि पिंड द्वारा तय की गई दूरी

(i) 2 मात्रक (ii) 0 मात्रक

हो, तो आलेख से किया हुआ कार्य ज्ञात कीजिए।

हल :

माना किया गया कार्य = y

पिंड द्वारा विस्थापन = x मीटर

अचर बल = 5 इकाई

किया गया कार्य = बल × विस्थापन

W = F × S

इसलिए, y = 5x

(i) जब तय दुरी 2 मात्रक है तब

x = 2 रखने पर

अत: y = 5x

⇒ y = 5(2)

⇒ y = 10

किया गया कार्य 10 मात्रक

(ii) जब तय की गई दुरी 0 मात्रक है तब

x = 0 रखने पर

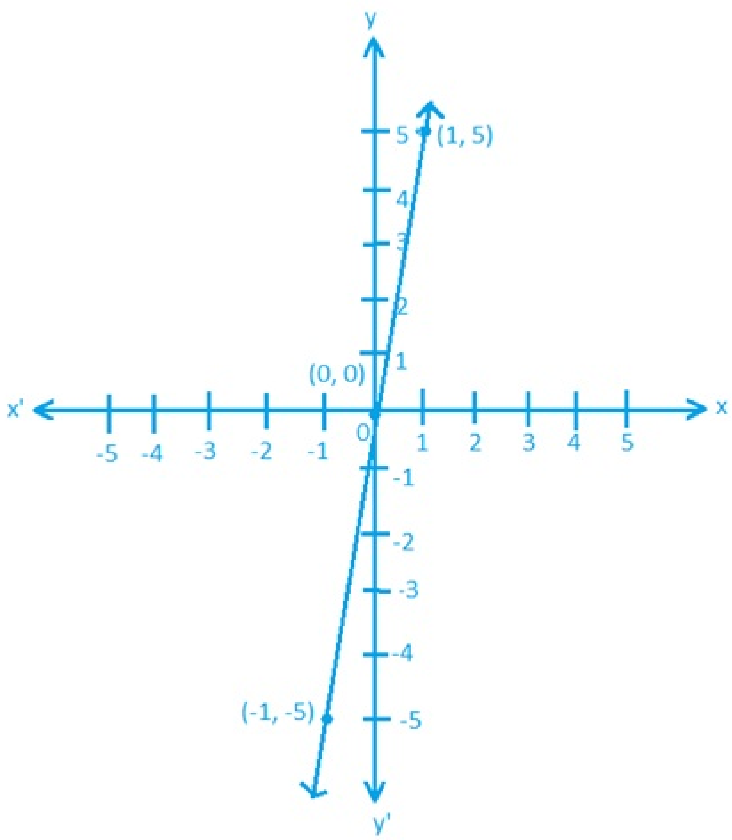
⇒ y = 5(0)

⇒ y = 0

किया गया कार्य 0 मात्रक

आलेख के लिए x का मान -1, 0 और 1 रखने पर y का मान क्रमश: - 5, 0 और 5 प्राप्त होता है |

x	-1	0	1
y	-5	0	5



Q7. एक विद्यालय की कक्षा IX की छात्राएं यामिनी और फातिमा ने मिलकर भूकंप पीड़ित व्यक्तियों की सहायता के लिए प्रधानमंत्री राहत कोष में 100 रु अंशदान दिया। एक रैखिक समीकरण लिखिए जो इन आंकड़ों को संतुष्ट करती हो। (आप

उनका अंशदान x रु और y रु मान सकते हैं)। इस समीकरण का आलेख खींचिए।

हल : माना यामिनी द्वारा योगदान = x रु

और फातिमा द्वारा योगदान = y रु

दोनों के द्वारा दिया गया अंशदान = 100 रु

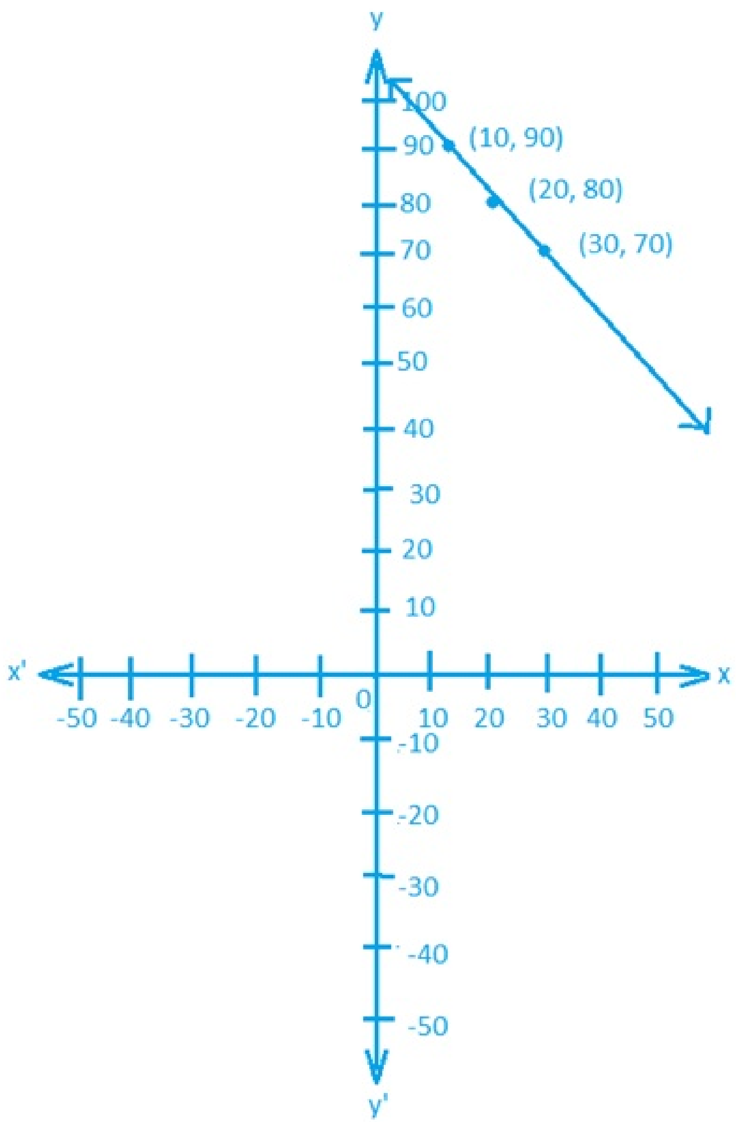
अत: प्रश्नानुसार,

$x + y = 10$

$y = 100 - x$

समीकरण में x का मान 10, 20 और 30 रखने पर y का मान क्रमश: 90, 80 और 70 प्राप्त होता है |

x	10	20	30
y	90	80	70



Q8. अमरीका और कनाडा जैसे देशों में तापमान फारेनहाइट में मापा जाता है, जबकि भारत जैसे देशों में तापमान सेल्सियस में मापा जाता है। यहाँ फारेनहाइट को सेल्सियस में रूपांतरित करने वाला एक रैखिक समीकरण दिया गया है:

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

(i) सेल्सियस को x-अक्ष और फारेनहाइट को y-अक्ष मानकर ऊपर दिए गए रैखिक

समीकरण का आलेख खींचिए।

(ii) यदि तापमान 30°C है, तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?

(iii) यदि तापमान 95°F है, तो सेल्सियस में तापमान क्या होगा?

(iv) यदि तापमान 0°C है, तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा? और यदि तापमान 0°F है, तो सेल्सियस में तापमान क्या होगा?

(v) क्या ऐसा भी कोई तापमान है जो फारेनहाइट और सेल्सियस दोनों के लिए संख्यात्मकत: समान है? यदि हाँ, तो उसे ज्ञात कीजिए।

हल :

(i) $F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$

⇒ माना फारेनहाईट (F) = y

और सेल्सियस C = x

तब रैखिक समीकरण $y = \left(\frac{9}{5}\right)x + 32$ होगा |

x = 10 रखने पर

$y = \left(\frac{9}{5}\right) \times 10 + 32$

$= 9 \times 2 + 32$

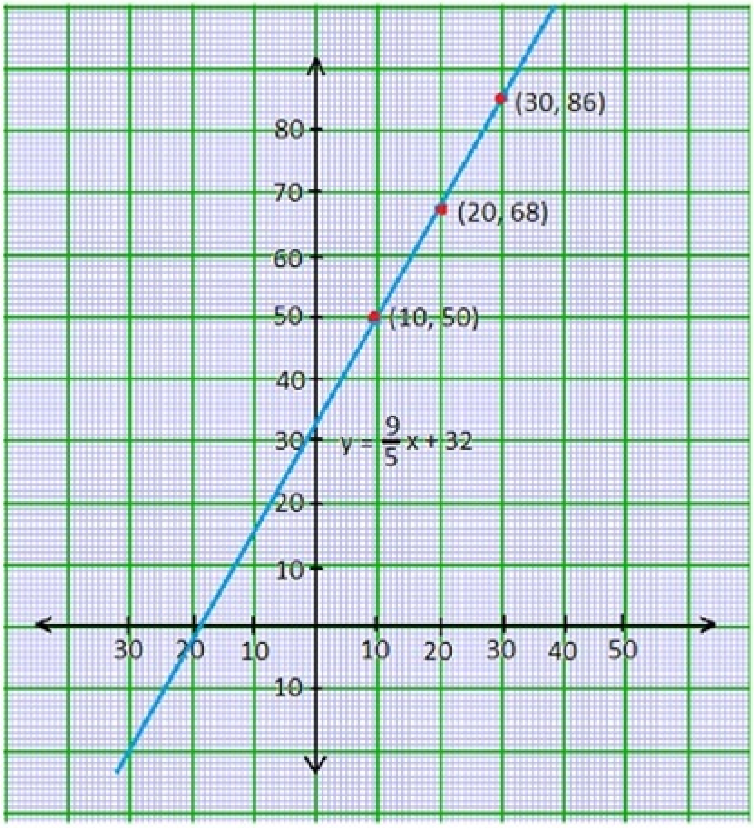
$= 18 + 32$

$= 50$

इसीप्रकार x का मान 20 और 30 रखने पर y का मान 68 और 86 प्राप्त होगा जिसकी तालिका निम्न है |

x	10	20	30
y	50	68	86

आलेख -



(ii) C का मान 30° रखने पर

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)30 + 32$$

$\Rightarrow \quad F = 54 + 32$

$\Rightarrow \quad F = 86$

फारेनहाइट में तापमान = 86 है।

(iii) F का मान 95° रखने पर

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

$\Rightarrow \quad 95 = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$

$\Rightarrow \quad \left(\frac{9}{5}\right)C = 95 - 32$

$\Rightarrow \quad \left(\frac{9}{5}\right)C = 63$

$\Rightarrow \quad C = \frac{5}{9} \times 63$

$\Rightarrow \quad C = 5\times7 = 35$

सेल्सियस में तापमान 35°C है।

(iv) सेल्सियस में तापमान 0°C रखने पर

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)0 + 32$$

$\Rightarrow \quad F = 9\times0 + 32$

$\Rightarrow \quad F = 32$

फारेनहाइट में तापमान = 32 है।

हल : (v) माना t वह तापमान है जो सेल्सियस और फारेनहाईट दोनों में संख्यात्मक रूप से समान है।

अत: $F = C = t$

$\Rightarrow \quad F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$

$\Rightarrow \quad t = \left(\frac{9}{5}\right)t + 32$

$\Rightarrow \quad 5t = 9t + 160$

$\Rightarrow \quad 5t - 9t = 160$

$\Rightarrow \quad -4t = 160$

$\Rightarrow \quad t = \frac{160}{-4}$

$\Rightarrow \quad t = -\ 40$