# पाठ 6. रेखाएँ और कोण

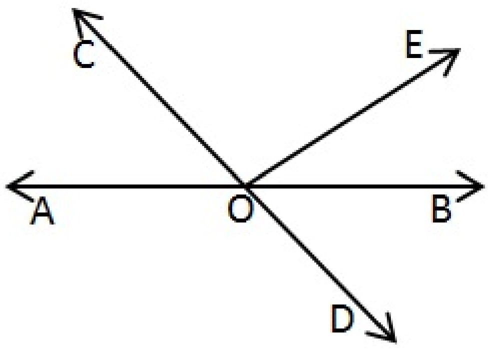
## अभ्यास 6.1

---

**Q1. आकृति. 6.13 में, रेखाएँ AB और CD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं | यदि ∠AOC + ∠ BOE = 70° है और ∠BOD = 40° है तो ∠BOE और प्रतिवर्ती ∠COE ज्ञात कीजिए |**

**हल:**

∠BOD = 40°




∠AOC = ∠BOD (शीर्षाभिमुख कोण)

∠AOC = 40°

∠AOC + ∠ BOE = 70° (दिया है)

∠BOE = 70°

∠BOE = 70° - 40°

∠BOE = 30°

चूँकि, AOB एक सरल रेखा है |

इसलिए, ∠AOC + ∠COE +∠BOE = 180° (रैखिक युग्म)

⇒ 70° + ∠COE = 180°

⇒ ∠COE = 180° - 70°

⇒ ∠COE = 110°

प्रतिवर्ती ∠COE = 360 - 110°

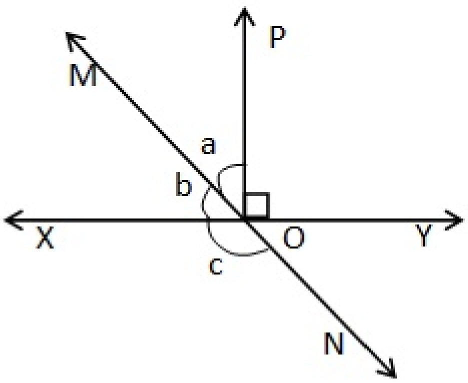
= 250°

**Q2. आकृति 6.14 में, रेखाएँ XY और MN बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं | यदि ∠POY = 90° और *a* : *b* = 2 : 3 है तो *c* ज्ञात कीजिए |**

**हल :**

$\angle POY = 90°$ (दिया है)

माना $\angle a$ और $\angle b = 2x$ और $3x$ है |




चूँकि, XOY एक सरल रेखा है |

इसलिए, $\angle a + \angle b + \angle POY = 180°$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow 2x + 3x + 90° = 180°$

$\Rightarrow 5x = 180° - 90°$

$\Rightarrow 5x = 90°$

$\Rightarrow x = 90°/5$

$\Rightarrow x = 18°$

अब, $\angle a = 2 \times 18°$

$= 36°$

$\angle b = 3 \times 18°$

$= 54°$

यहाँ, MON भी एक सरल रेखा है |

$\angle b + \angle c = 180°$(रैखिक युग्म)

$\angle 54° + \angle c = 180°$

$\Rightarrow \angle c = 180° - 54°$

$= 126°$

**Q3. आकृति 6.15 में, $\angle PQR = \angle PRQ$ है, सिद्ध कीजिए कि $\angle PQS = \angle PRT$ है |**

**हल :**

**दिया है :** $\angle PQR = \angle PRQ$

**सिद्ध करना है :** ∠PQS = ∠PRT

**प्रमाण** :

∠PQS + ∠PQR = 180° .................. (1) रैखिक युग्म

∠PRT + ∠PRQ = 180° .................. (2) रैखिक युग्म

समीकरण (1) तथा (2) से

∠PQS + ∠PQR = ∠PRT + ∠PRQ

Or, ∠PQS + ∠PQR = ∠PRT + ∠PQR (∠PQR = ∠PRQ दिया है)

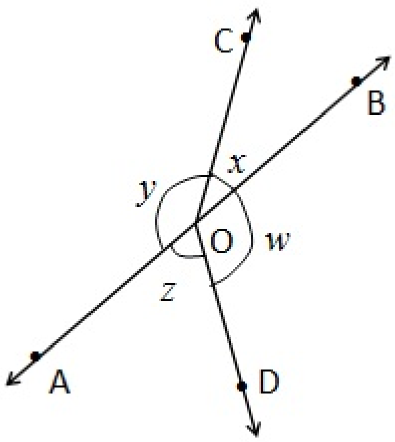
Or, ∠PQS + ∠P~~Q~~R = ∠PRT + ∠P~~Q~~R

Or, ∠PQS = ∠PRT सिद्ध हुआ |

**Q4. आकृति 6.16 में, यदि x + y = w + y है, तो सिद्ध कीजिए कि AOB एक सरल रेखा है|**

**हल:**

**दिया है :** x + y = w + z




**सिद्ध करना है :** AOB एक सरल रेखा है |

**प्रमाण :** x + y + w + z = 360°

अथवा x + y + x + y = 360°

⇒ 2x + 2y = 360°

⇒ 2(x + y) = 360°

⇒ x + y = 180° (रैखिक युग्म)

जब कोई संलग्न दो कोणों का योग 180° होता है तो रेखा सीधी एवं सरल होती है |

अत: AOB एक सरल रेखा है | **Proved**

**Q5. आकृति 6.17 में, POQ एक रेखा है | किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है | किरणों OP और OR के बीच में OS एक अन्य किरण है | सिद्ध कीजिए :**

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

**हल:**

**दिया है :** POQ एक रेखा है और OR ⊥ PQ तथा OS ∠POR के बीच एक किरण है
|

**सिद्ध करना है :**

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

**प्रमाण :** ∠ROQ = 90° ( दिया है )

अब, ∠POR + ∠ROQ = 180° .... रैखिक युग्म

या ∠POR + 90° = 180°

या ∠POR = 180° - 90°

या ∠POR = 90°

∠ROS = ∠POR - ∠POS ............... (1)

और

∠ROS = ∠QOS - ∠ROQ ............... (2)

समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर

∠ROS + ∠ROS = ∠QOS - ∠ROQ + ∠POR - ∠POS

अथवा 2∠ROS = ∠QOS - 90° + 90° - ∠POS

अथवा 2∠ROS = ∠QOS - ∠POS

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

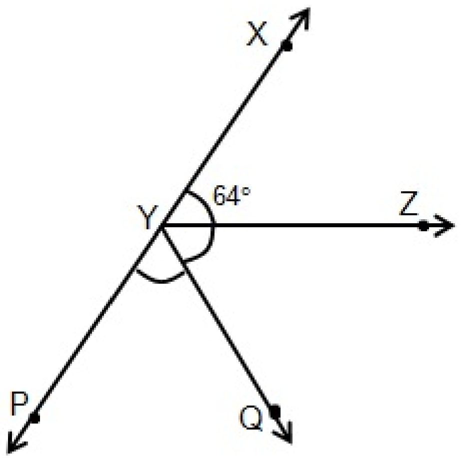
**Proved**

**Q6. यह दिया है कि ∠ XYZ = 64° है और XY को बिंदु P तक बढाया गया है | दी हुई सुचना से एक आकृति खींचिए | यदि किरण YQ, ∠ ZYP को समद्विभाजित करती है, तो ∠ XYQ और प्रतिवर्ती ∠ QYP के मान ज्ञात कीजिए |**

**हल :**

∠ XYZ = 64°

YQ, ∠ ZYP को समद्विभाजित करती है;




इसलिए

∠ QYP = ∠ ZYQ ............ (1)

XY को बिंदु P तक बढाया गया है |

∴ XYP एक सरल रेखा है |

अत: ∠ XYZ + ∠ QYP + ∠ ZYQ = 180°

(रैखिक युग्म)

64° + ∠ QYP + ∠ QYP = 180°

2∠ QYP = 180° - 64°

2∠ QYP = 116°

∠ QYP = 58°

∠ QYP = ∠ ZYQ = 58°

∠ XYQ = ∠XYZ + ∠ ZYQ

= 64° + 58°

= 122°

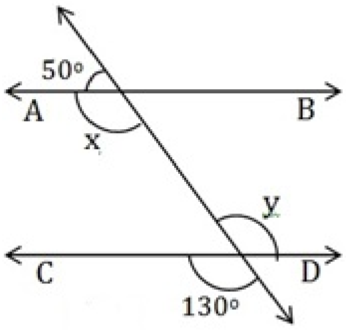
प्रतिवर्ती ∠ QYP = 360° - 58° = 302°

## प्रश्नावली 6.2

---

**Q1. आकृति 6.28 में, x और y के मान ज्ञात कीजिए और फिर दर्शाइए कि AB || CD है।**

**हल :**




x + 50° = 180° (रैखिक युग्म)

⇒ x = 180° - 50°

⇒ x = 130°

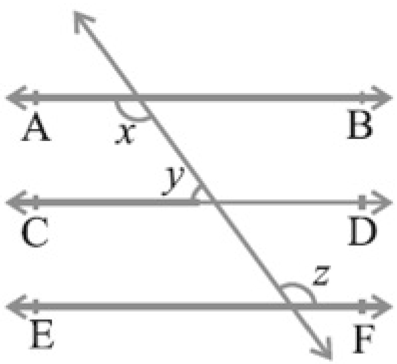
y = 130°

x = y = 130° (एकांतर कोण गुणधर्म से )

AB || CD

**Q2. आकृति 6.29 में, यदि AB || CD, CD || EF और y : z = 3 : 7 है, तो x का मान ज्ञात कीजिए |**

**हल :**




AB || CD ........ (1) दिया है ;

CD || EF ......... (2) दिया है ;

समीकरण (1) तथा (2) से हम पाते है कि

AB || EF ..........(3)

∴ x = z ........ (4) एकांतर कोण

अब, $y = 3k$ तथा $z = 7k$ माना

AB || CD दिया है;

$\therefore \quad x + y = 180°$ (एक ही ओर के अंत: कोणों का योग )

अथवा $z + y = 180°$

$\Rightarrow \quad 7k + 3k = 180°$

$\Rightarrow \quad 10k = 180°$

$\Rightarrow \quad k = 18°$

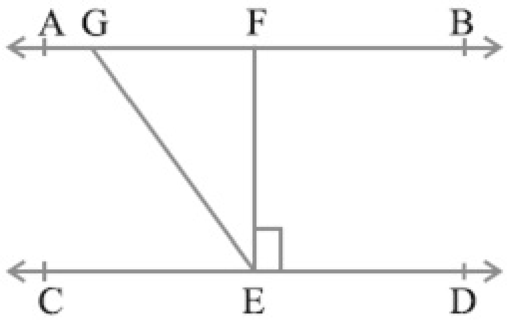
चूँकि $x = z$ समी० (4) से

$\therefore \quad x = 7k = 7 \times 18° = 126°$ **उत्तर**

**Q3. आकृति 6.30 में, यदि AB || CD, EF ⊥ CD और ∠ GED = 126° है,तो ∠ AGE, ∠GEF और ∠ FGE ज्ञात कीजिए |**

**हल :** $\angle GED = 126°$

AB || CD दिया है |




$\therefore \angle AGE = \angle GED$ (एकांतर कोण)

अत : $\angle AGE = 126°$

$\angle GED = 126°$

$\angle GED = \angle GEF + \angle FED = 126°$

$\angle GEF + \angle FED = 126°$

$\angle GEF + 90° = 126°$ ($\because EF \perp CD \therefore \angle FED = 90°$)

$\angle GEF = 126° - 90°$

$\angle GEF = 36°$

अब,

∠AGE + ∠FGE = 180°   ( रैखिक युग्म )

126° + ∠FGE = 180°

∠FGE = 180° - 126°

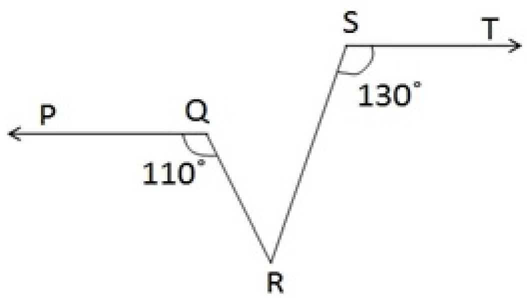
∠FGE = 54°

∠AGE = 126°, ∠GEF = 36° और ∠FGE = 54°

**Q4.आकृति 6.31 में, यदिPQ || ST, ∠ PQR = 110° और ∠ RST = 130° है, तो ∠QRS ज्ञात कीजिए |**

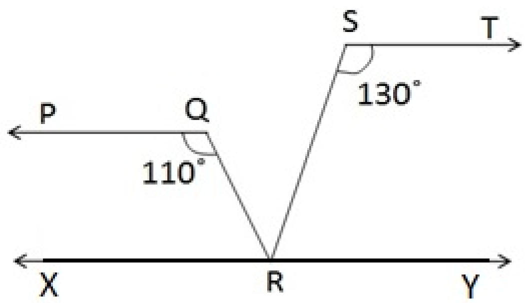
**[संकेत : बिंदु R से होकर ST के समांतर एक रेखा  खिचिए |**

**हल :**




**रचना :** बिंदु R से  होकर XY || ST खिंचा |

PQ || ST   ............. (1)  दिया है |




XY || ST   ................(2) रचना से

समी० (1) तथा (2) से

PQ || XY   ................ (3)

XY || ST  रचना से

∠RST + ∠SRY = 180°  (एक ही ओर के अंत:कोणों का योग )

$\Rightarrow$ $130° + \angle SRY = 180°$

$\Rightarrow$ $\angle SRY = 180° - 130°$

$\Rightarrow$ $\angle SRY = 50°$

PQ || XY ................. (3) से

$\therefore$ $\angle PQR = \angle QRY$ (एकांतर कोण)

$110° = \angle QRS + \angle SRY$

$110° = \angle QRS + 50°$

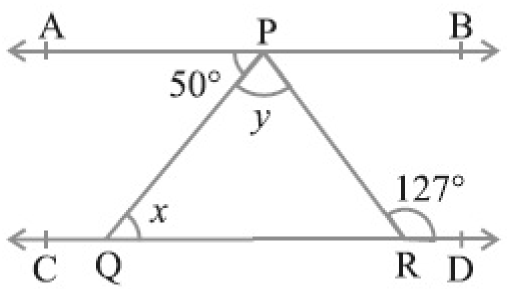
$\angle QRS = 110° - 50°$

$\angle QRS = 60°$

**Q5 आकृति6.32 में, यदि AB || CD, ∠ APQ = 50° और ∠ PRD = 127° है ,तो x और Y ज्ञात कीजिए |**

**हल:** $\angle APQ = 50°$ और $\angle PRD = 127°$

AB || CD दिया है |




$\therefore$ $\angle APQ = \angle PQR$ ( एकांतर कोण )

या $x = 50°$

पुन: $\angle APR = \angle PRD$ ( एकांतर कोण )

या $y + 50° = 127°$

या $y = 127° - 50°$

या $y = 77°$

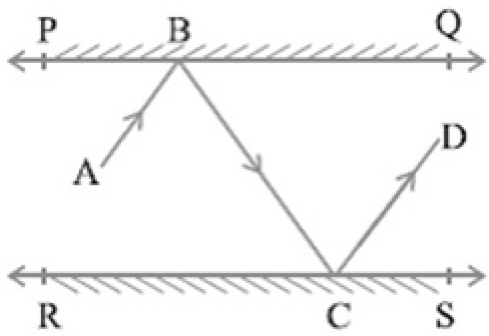
$x = 50°$ और $y = 77°$

Q6.आकृति6.33 में ,PQ और RS दो है जो एक दूसरे के सामान्तर रखे गए है | या आपतन किरण (incident ray )AB,दर्पण PQ से B पर टकराती है और प्रवार्तित किरण (reflected ray ) पथ BC पर टकराती है तथा पुनः CDके अनुदिश प्रवार्तित हो जाती है | सिद्ध कीजिए कि AB||CD है |

**हल:**

**दिया है:** PQ || RS और AB एक आपतन कोण है, CD एक परावर्तित किरण है |

**सिद्ध करना है :** AB || CD

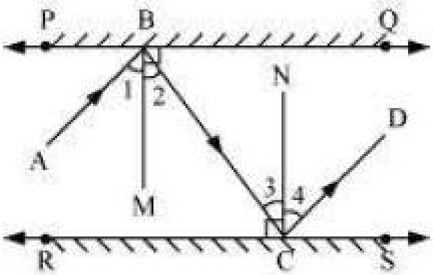



**रचना :**

BM ⊥ PQ और CN ⊥ RS खिंचा |

**प्रमाण :**

BM ⊥ PQ and CN ⊥ RS




∴ BM || CM और BC एक तिर्यक रेखा है |

∴ ∠2 = ∠ 3 ............ (1) (एकांतर अंत:कोण )

जबकि हम जानते है कि -

आपतन कोण = परावर्तन कोण, जहाँ BM और CN अभिलंब हैं |

∴ ∠1 = ∠ 2 .............. (2)

इसीप्रकार,

∴ ∠3 = ∠ 4 .............. (3)

समी०(1) (2) और (3) से हम पाते है |

∠1 = ∠ 4 ................ (4)

समी० (1) तथा (4) को जोड़ने पर

∠1 + ∠2 = ∠ 3 + ∠ 4

∠ABC = ∠ BCD (एकांतर अत: कोण)

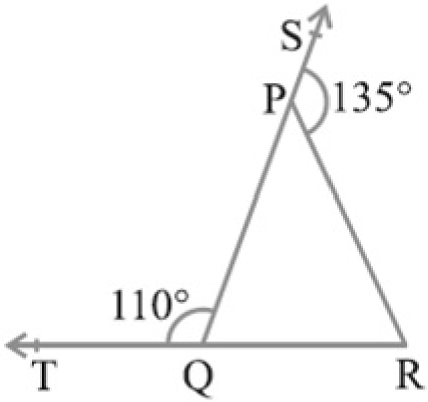
इसलिए, AB || CD **Proved**

## प्रश्नावली 6.3

---

**Q1. आकृति 6.39 में, Δ PQR की भुजाओं QP और RQ को क्रमशः बिन्दुओं S और T तक बढाया गया है | यदि ∠SPR = 135° है और ∠ PQT = 110° है, तो ∠ PRQ ज्ञात कीजिए |**

**हल :**




∠QPR + ∠SPR = 180° ( रैखिक युग्म )

⇒ ∠QPR + 135° = 180°

⇒ ∠QPR = 180° - 135°

⇒ ∠QPR = 45°

इसीप्रकार,

∠PQR + ∠TQP = 180° ( रैखिक युग्म )

⇒ ∠PQR + 110° = 180°

⇒ ∠PQR = 180° - 110°

⇒ ∠PQR = 70°

अब त्रिभुज PQR में,

∠QPR + ∠PQR + ∠PRQ = 180°

45° + 70° + ∠PRQ = 180°

115° + ∠PRQ = 180°

∠PRQ = 180° - 115°

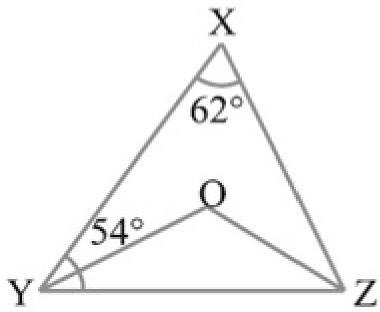
$\angle PRQ = 65^\circ$

**Q2. आकृत 6.40 में, $\angle$ X = 62° और XYZ = 54° है | यदि YO और ZO क्रमश: Δ XYZ के $\angle$ XYZ और $\angle$ XZY के समद्विभाजक है, तो $\angle$ OZY और $\angle$ YOZ ज्ञात कीजिए |**

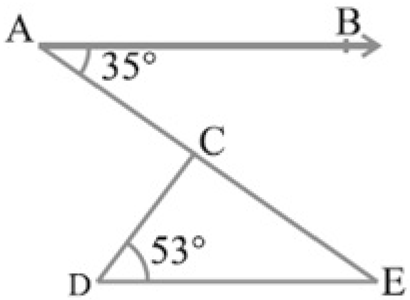
हल :

**Q3. आकृति 6.41में, यदि AB || DE, $\angle$ BAC = 35° और $\angle$ CDE = 53° है तो $\angle$ DCE ज्ञात कीजिए |**

**हल :**




**Q4. आकृति, 6.42 में, यदि रेखाएँ PQ और RS बिंदु T पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती है कि $\angle$PRT = 40°, $\angle$ RPT = 95° और $\angle$ TSQ = 75° है तो $\angle$ SQT ज्ञात कीजिए |**




**Q5. आकृति 6.43 में यदि PQ ⊥ PS, PQ || SR, $\angle$ SQR = 28° और $\angle$ QRT = 65° है तो x और y के मान ज्ञात कीजिए |**

**Q6. आकृति 6.44 में, Δ PQR कि भुजा QR को बिंदु S तक बढाया गया है | यदि $\angle$PQR और**

**$\angle$ PRS के समद्विभाजक बिंदु T पर मिलते है, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle$ QTR = ½ $\angle$ QPR है |**