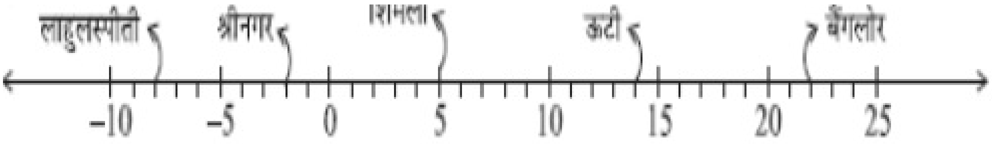
पाठ 1. पूर्णांक

Exercise 1.1

Q1. किसी विशिष्ट दिन विभिन्न स्थानों के तापमानों को डिग्री सेल्सियस (^{o}C) में निम्नलिखित संख्या रेखा द्वारा दर्शाया गया है |



(a) इस संख्या रेखा को देखिए और इस पर अंकित स्थानों के तापमान लिखिए |

हल : इस संख्या रेखा को देखिए और इस पर अंकित स्थानों के तापमान इस प्रकार है :

स्थान: बंगलौर, ऊटी, शिमला, श्रीनगर, लाहुलस्पीती

तापमान : 22^{o} C, 14^{o} C, 5^{o} C, -2^{o} C, -8^{o} C

(b) उपर्युक्तइस संख्या रेखा को देखिए और इस पर अंकित स्थानों के तापमान स्थानों में से सबसे गर्म और सबसे ठंडे स्थानों स्थानों के तापमानों में क्या अंतर है ?

हल : सबसे गरम स्थान बंगलौर का का तापमान = 22^{o} C

सबसे ठंडे स्थान लाहुलस्पीती = - 8^{o} C

अंतर = 22^{o} C - (-8^{o}C) = 22^{o} C + 8^{o} C = 30^{o} C

(c) लाहुलस्पीती एवं श्रीनगर के तापमानों में क्या अंतर है |

हल : श्रीनगर का तापमान = 2^{o} C

लाहुलस्पीती का तापमान = - 8^{o} C

अंतर = - 2^{o} C + (-8^{o} C) = -2^{o} C - 8^{o} C = 6^{o} C

(d) क्या हम कह सकते है कि शिमला और श्रीनगर के तापमानों का योग शिमला के तापमान से कम है ? क्या इन दोनों स्थानों के तापमानों का योग श्रीनगर के तापमान से भी कम है ?

हल : श्रीनगर और शिमला का तापमान = 5^{o}C + (-2^{o}C) = 5^{o}C - 2^{o}C = 3^{o}C

इसलिए, 3^{o}C < 5^{o}C

इस प्रकार, श्रीनगर और शिमला का तापमान दोनों में से शिमला का तापमान कम है |

अब, श्रीनगर का तापमान = -2^{o} C

इसलिए, 3^{o}C < -2^{o}C

नहीं, यह श्रीनगर के तापमान से कम नहीं हैं |

Q2. किसी प्रश्नोत्तरी में सही उत्तर के लिए धनात्मक अंक दिए जाते और गलत उत्तर के लिए ऋणात्मक अंक दिए जाते है | यदि पांच उत्तरोत्तर चक्करों (Rounds) में जैक द्वारा प्राप्त किए गए अंक 25, -5, -10, 15 और 10 थे, तो बताइए अंत में उसके अंकों का कुल योग कितना था |

हल : जैक के पांच चक्करों के अंक इस प्रकार है = 25, -5, -10, 15 और 10

जैक के द्वारा कुल प्राप्त अंक = 25 + (-5) + (-10) + 15 + 10

= 25 - 15 + 25 = 35

इस प्रकार, जैक द्वारा क्विज में 35 अंक प्राप्त किए गए |

Q3. सोमवार को श्रीनगर का तापमान -5^o C था और मंगलवार को तापमान -2^o C कम हो गया | मंगलवार को श्रीनगर का तापमान क्या था ? बुधवार को तापमान 4 ^{o}C बढ़ गया | बुधवार को तापमान कितना था ?

हल : सोमवार को, श्रीनगर का तापमान = -5^o C

मंगलवार को, तापमान गिरा = 2 ^{o} C

चूँकि मंगलवार को तापमान = -5^o C - 2 ^{o} C = - 7 ^{o} C

बुधवार को, तापमान बढ़ा = 4^o C

चूँकि बुधवार को तापमान = - 7^oC + 4^o C = -3^o C

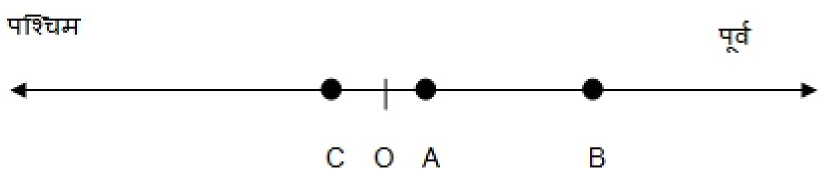
इस प्रकार, तापमान और बुधवार को - 7 ^{o} C और -3^o C

Q4. एक हवाई जहाज समुद्र तल से 5000 मी की ऊँचाई पर उड़ रहा है | एक विशिष्ट बिंदु पर यह हवाई जहाज समुद्र तल से 1200 मी नीचे तैरती हुई पनडुब्बी के ठीक ऊपर है | पनडुब्बी और हवाई जहाज के बीच की उध्वार्धर दूरी कितनी है ?

हल : समुद्र तल से ऊँचाई = 5000 m

Q5. मोहन अपने बैंक खाते में 2000 रुपये जमा करता है और अगले दिन इसमें से 1642 रुपये निकाल लेता है | यदि कहते में से निकाली गई राशि को ऋणात्मक संख्या से निरुपित किया जाता है, तो खाते में शेष राशि ज्ञात कीजिए |

Q6. रीता बिंदु A से पूर्व की ओर बिंदु B तक 20 किलोमीटर की दूरी तय करती है | उसी सड़क के अनुदिश बिंदु B से वह 30 किलोमीटर की दूरी पश्चिम की ओर तय करती है | यदि पूर्व की ओर तय की गई दूरी को धनात्मक पूर्णांक से निरुपित किया जाता है, तो पश्चिम की ओर तय की गई दूरी को आप कैसे निरुपित करोगे ? बिंदु A से उसकी अंतिम स्थिति को किस पूर्णांक से निरुपित करोगे ?



Q7. किसी मायावी वर्ग में प्रत्येक पंक्ति, प्रत्येक स्तंभ एवं प्रत्येक विकर्ण की संख्याओं का योग समान होता है | बताइए निम्नलिखित में से कौन - सा वर्ग एक मायावी वर्ग है |

5	-1	-4
-5	-2	7
0	3	-3

1	-10	-0
-4	-3	-2
-6	4	-7

Q8. a और b के निम्नलिखित मानों के लिए a - (-b) = a + b का सत्यापन कीजिए :

(i) a - 21, b - 18

(ii) a - 118, b - 125

(iii) a = 75, b = 84

(iv) a = 28, b = 11

Q9. निम्नलिखित कथनों को सत्य बनाने के लिए, बॉक्स में संकेत >,< अथवा - का उपयोग कीजिए :

(a)	$(-8)+(-4)$	☐	$(-8)-(-4)$
(b)	$(-3)+7-(19)$	☐	$15-8+(-9)$
(c)	$23-41+11$	☐	$23-41-11$
(d)	$39+(-24)-(15)$	☐	$36+(-52)-(-36)$
(e)	$-231+79+51$	☐	$-399+159+81$

हल :

Q10. पानी के एक तालाब में अंदर की ओर सीढियाँ है | एक बन्दर सबसे ऊपर वाली सीढ़ी (बानी पहली सीढ़ी) पर बैठा हुआ है | पानी नौवीं सीढ़ी पर है |

(i) वह एक छलाँग में तीन सीढियाँ नीचे की ओर और अगली छलाँग में दो सीढियाँ ऊपर की और जाता है | कितनी छलांगों में वह पानी के स्तर तक पहुँच पाएगा |

(ii) पानी पीने के पश्चात् वह वापस जाना चाहता है | इस कार्य के लिए वह एक छलाँग में 4 सीढियाँ ऊपर की ओर और अगली छलाँग में 2 सीढियाँ नीचे की ओर जाता है | कितनी छलांगों में वह वापस सबसे ऊपर वाली सीढ़ी पर पहुँच जाएगा ?

(iii) यदि नीचे की ओर पार की गई सीढ़ियों की संख्या को ऋणात्मक पूर्णांक से निरुपित किया जाता है और ऊपर की ओर पार की गई सीढ़ियों की संख्या को धनात्मक पूर्णांक से निरुपित किया जाता है, तो निम्नलिखित को पूरा करते हुए भाग (i) और (ii) में उसकी गति को निरुपित कीजिए :

(a) -3 + 2 + ... - - 8 (b) 4 - 2 + ... - 8

(a) में योग (-8) आठ सीढियाँ नीचे जाने को निरुपित करता है, तो

(b) में योग 8 किसको निरुपित करेगा ?

Excercise : 1.2

Q1. ऐसा पूर्णांक युग्म लिखिए जिसका

(a) योग -7 है

(b) अंतर -10 है

(c) योग 0 है |

Q2. (a) एक ऐसा ऋणात्मक पूर्णांक युग्म लिखिए जिसका अंतर 8 है |

(b) एक ऋणात्मक पूर्णांक और एक धनात्मक पूर्णांक लिखिए जिनका योग -5 है |

(c) एक ऋणात्मक पूर्णांक और एक धनात्मक पूर्णांक लिखिए जिनका अंतर -3 है |

Q3. किसी प्रश्नोत्तरी के तीन उत्तरोत्तर चक्करों (rounds) में टीम A द्वारा प्राप्त किए गए अंक -40, 10, 0 थे और टीम B द्वारा प्राप्त किए गए अंक 10, 0, -40 थे | किस टीम ने अधिक अंक प्राप्त किए ? क्या हम कह सकते हैं कि पूर्णांकों को किसी भी क्रम में जोड़ा जा सकता है ?

Q4. निम्नलिखित कथनों को सत्य बनाने के लिए रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) (-5) + (-8) = (-8) + (..........)

(ii) -53 + ...= -53

(iii) 17 +........ = 0

(iv) [13 + (-12)] + (.........) = 13 + [(-12) + (-7)]

(v) (-4) + [15 + (-3)] - [-4 + 15] + ...

Excercise : 1.3

Q1. निम्नलिखित गुणनफलों को ज्ञात कीजिए :

(a) 3 x (-1)

हल : 3 x (-1) = -3

(b) (-1) x 225

चूँकि : (-1) x 225 = -225

(c) (-21) x (-30)

हल : (-21) x (-30) = 630

(d) (-316) x (-1)

हल : (-316) x (-1) = 316

(e) (-15) x 0 x (-18)

हल : (-15) x 0 x (-18) = 0

(f) (-12) x (-11) x (10)

हल : (-12) x (-11) x (10) = 132 x 10 = 1320

(g) 9 x (-3) x (-6)

हल : 9 x (-3) x (-6) = 9 x 18 = 162

(h) (-18) x (-5) x (-4)

हल : (-18) x (-5) x (-4) = 90 x (-4) = -360

(i) (-1) x (-2) x (-3) x 4

हल : (-1) x (-2) x (-3) x 4 = (-6 x 4) = -24

(j) (-3) x (-6) x (-2) x (-1)

हल : (-3) x (-6) x (2) x (-1) = (-18) x (-2) = 36

Q2. निम्नलिखित को सत्यापित कीजिए :

(a) 18 x [7 + (-3)] - [18 x (-3)]

हल : 18 x [7 + (-3)] = [18 x 7] + [18 x (-3)]

18 x 4 = 126 + (-54)

72 = 72

(b) (-21) x [(-4) + (-6)] - [(-21) x (-4)] + [(-4)] + [(-21) x (-6)]

हल : (-21) x [(-4) + (-6) = [(-21) x (-4) + [(-21) x (-6)]

(-21) x (-10) = 84 + 126

210 = 210

Q3. (i) किसी भी पूर्णांक a के लिए, (-1) x a किसके समान है?

(ii) वह पूर्णांक ज्ञात कीजिए, जिसका,(-1) के साथ गुणनफल है :

(a) -22

(b) 37

(c) 0

Q4. (-1) x 5 से आरम्भ करके विभिन्न गुणनफलों द्वारा कोई पैटर्न दर्शाते हुए (-1) x (-1) = 1 को निरुपित कीजिए |

(-1) x 4 = - 4

(-1) x 3 = - 3

(-1) x 2 = -2

(-1) x 1 = -1

(-1) x 0 = 0

(-1) x (-1) - 1

Q5. उचित गुणों का उपयोग करते हुए, गुणनफल ज्ञात कीजिए :

(a) 26 x (-48) + (-48) x (-36)

हल : 26 x (-48) + (-48) x (-36)

= (-48) x [26 + (-36)]

(-48) x (-10)

480

(b) 8 x 53 x (-125)

हल : 8 x 53 x (-125)

= 53 x [8 x (-125)]

= 53 x (-1000)

= -53000

(c) 15 x (-25) x (-4) x (-10)

हल : 15 x (-25) x (-4) x (-10)

= 15 x [(-25) x (-4) x (-10)]

15 x (-1000)

-15000

(d) (-41) x 102

हल : (-41) x 102

- 41 x [100 + 2]

= [(-41) x 100] + [(-41) x 2]

=-4100 + (-82)

= - 4182

(e) 625 x (-35) + (-625) x 65

हल : 625 x (-35) + (-625) x 65

= 625 x (-100)

= -62500

(f) 7 x (50 - 2)

हल : 7 x (50 - 2)

= 7 x 50 - 7 x 2

= 350 - 14 - 336

(g) (-17) x (-29)

हल : (-17) x (-29)

(-17) x [(-30) + 1]

= (-17) x (30) + (-17) x 1

510 + (-17)

493

(h) (-57) x (-19) + 57

हल :(-57) x (-19) + 57

(-57) x (-19) + 57 x 1

= 57 x 19 + 57 x 1

= 57 x (19 + 1)

= 57 x 20 = 114

Q6. किसी हिमीकरण (ठंडा) प्रक्रिया में, कमरे के तापमान को 40^o C से, 5^o C प्रति घंटे की दर से कम करने की आवश्यकता है | इस प्रकार के शुरू होने के 10 घंटे बाद, कमरे का तापमान क्या होगा ?

हल : कमरे का तापमान = 40^o C

तापमान कम होने का दर = 5^o C

10 घंटे के बाद कमरे का तापमान में कमी = 10 x (-5^o C) = - 50 ^{o}C

10 घंटे के बाद कमरे का तापमान = 40^o C - 50^o C

= - 10^o C

10 घंटे बाद कमरे का तापमान - 10^o C हो जायेगा |

Q7. दस प्रश्नों वाले एक कक्षा टेस्ट में प्रत्येक सही उत्तर के लिए **5** अंक दिए जाते है और प्रत्येक गलत उत्तर के लिए **(-2)** अंक दिए जाते है एंव प्रयत्न नहीं किए गए प्रश्नों के लिए शुन्य दिया जाता है |

(i) मोहन चार प्रश्नों का सही और छः प्रश्नों का गलत उत्तर देता है | उसके द्वारा प्राप्त अंक कितने है ?

(ii) रेशमा के पांच उत्तर सही है और पांच उत्तर गलत है | उसके द्वारा प्राप्त अंक कितने है ?

(iii) हीना ने कुल सात प्रश्न किए है उनमें से **d** का उत्तर सही है और पांच का उत्तर गलत है | तो उसे कितने अंक प्राप्त होते है ?

हल : 5 x (-7) = - 35

(c) .... x (-8) = -56

हल : 7 x (-8) = - 56

(d) ....x (-12) = 132

हल : (-11) x (-12) = 132

Q8. एक सीमेंट कंपनी को सफ़ेद सीमेंट बेचने पर **8** रूपए प्रति बोरी की दर से लाभ होता है और स्लेटी **(Grey)** रंग की सीमेंट बेचने पर **5** रूपए प्रति बोरी की दर से हानि होती है |

(a) किसी महीने में वह कंपनी **3000** बोरियाँ सफ़ेद सीमेंट की और **5000** बोरियाँ स्लेटी सीमेंट की बेचती है | उसका लाभ अथवा हानि क्या है ?

(b) यदि बेचीं गई स्लेटी सीमेंट की बोरियों की संख्या **6400** है, तो कंपनी को स्लेटी सीमेंट की कितनी बोरियाँ बेचनी चाहिए, ताकि उसे न तो लाभ हो और ना ही हानि ?

Q9. निम्नलिखित को सत्य कथन में परिवर्तित करने के लिए, रिक्त स्थान को एक पूर्णांक से, प्रतिस्थापित कीजिए :

(a) (-3) x .... = 27

(b) 5 x .... = - 35

(c) .... x (-8) = - 56

(d) .... x (-12) = 132

Exercise : 1.4

Q1. निम्नलिखित में से प्रत्येक का मान ज्ञात कीजिए

(a) (-30) ÷ 10

(b) 50 ÷ (-5)

(c) (-36) ÷ (-12)

(d) (-49) ÷ (49)

(e) 13 ÷ [(-2) + 1]

(f) 0 ÷ (-12)

(g) (-13) ÷ 12] ÷ 3

(h) [(-6) + 5)] ÷ [(-2) + 1]

हल :

(a) $(-30) \div 10 = (-30) \times \frac{1}{10} = \frac{-36 \times 1}{10} = -3$

(b) $50 \div (-5) = 50 \times \left(\frac{-1}{5}\right) = \frac{50 \times (-1)}{5} = -10$

(c) $(-36) \div (-9) = (-36) \times \frac{-1}{9} = \frac{(-36) \times (-1)}{9} = \frac{36}{9} - 4$

(d) $(-49) \div 49 = (-49) \times \frac{1}{49} = \frac{-49}{49} = -1$

(e) $13 \div [(-2) + 1] = 13 \div (-1) = 13 \times \left(\frac{-1}{1}\right) = -13$

(f) $0 \div (-12)] = 0 \times \left(\frac{-1}{12}\right) - \frac{0}{12} - 0$

(g) $(-31) \div [(-30) \div (-1)] = (-31) \div (-30 - 1) = (-31) \div (-31) = (-31) \times \left(\frac{-1}{31}\right) = \frac{31}{31}$

$= 1$

(h) $[(-36) \div 12] \div 3 = [(-36) \times \frac{1}{12}] \times \frac{1}{3} - \left(\frac{-36}{12}\right) \times \frac{1}{3} - (-3) \times \frac{1}{3} - \frac{-3}{3} = \frac{31}{31} = 1$

(i) $[(-6) + 5] \div [(-2) + 1] = (-6 + 5) \div (-2 + 1) = (-1) \div (-1) -(-1) \times \frac{(-1)}{1} = 1$

Q2. a, b और c के निम्नलिखित मानों में से प्रत्येक के लिए, a ÷ (b + c) = (a ÷ b) + (a + c) को सत्यापित कीजिए

(a) a = 12, b = -4, c = 2

हल :

दिया है : $a \div (b + c) \neq (a \div c)$

$a = 12, b = -4, c = 2$

बाएँ ओर रखने पर $= 12 \div (-4 + 2)$

$= 12 \div (-2) = 12 \div \left(\frac{-1}{2}\right) = \left(\frac{-12}{2}\right) = -6$

° = [12 (-4)] + (12 + 2)

बाएँ ओर रखने पर = 12 ÷ (-4 + 2)

$= 12 \div (-2) = 12 \div \left(\frac{-1}{2}\right) = \left(\frac{-12}{2}\right) = -6$

$\left(12 \times \frac{-1}{4}\right) \div 6 = -3 + 6 = 3$

=

(b) a = (-10), b = 1, c = 1

Q3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(a) 369 ÷ .... = 369

हल : (a) 369 ÷ 1 = 369

(b) (-75) ÷ .... = - 1

हल : (-75) ÷ 75 = (-1)

(c) (-206) ÷ .... = 1

हल : (-206) ÷ (-206) = 1

(d) -87 ÷ .... = 87

हल : (-87) ÷ (-1) = 87

(e) .... ÷ 1 = -87

हल : (-87) ÷ 1 = -87

(f) .... ÷ 48 = - 1

हल : (-48) ÷ 48 = -1

(g) 20 ÷ .... = -2

हल : 20 ÷ (-10) = -2

(h) .... ÷ (4) = - 3

हल : (-12) ÷ (4) = -3

Q4. पांच ऐसे पूर्णांक युग्म (a, b) लिखिए, ताकि a = b = -3 हो | ऐसा एक युग्म (6, -2) है , क्योंकि 6 ÷ (-2) = (-3) है |

(i) (-6) ÷ 2 = -3

हल : (-6) ÷ 2 = -3

(ii) 9 ÷ (-3) = -3

हल : 9 ÷ (-3) = -3

(iii) 12 ÷ (-4) = -3

हल : 12 ÷ (-4) = -3

(iv) (-9) ÷ 3 = -3

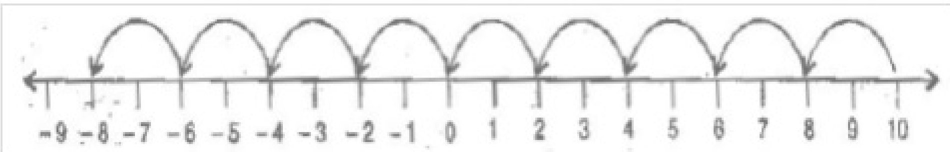
हल : (-9) ÷ 3 = -3

(iv) (-15) ÷ 5 = -3

हल : (-15) ÷ 5 = -3

Q5. दोपहर 12 बजे तापमान शुन्य से 10° C ऊपर था | यदि yh आधी रात तक 2° C प्रति घंटे की दर से कम होता है, टॉप किस समय तापमान शुन्य से 8° C नीचे होगा ? आधी रात को तापमान क्या होगा ?

हल :



हल :

तापमान घटा 2° C = 1 घंटा

तापमान घटा 1° C = $\frac{1}{2}$ घंटा

तापमान घटा 18° C = $\frac{1}{2}$ x 18 = 9 घंटा

कुल समय = 12 + 9 घंटे = 21 घंटे = 9 pm

Q6. एक कक्षा टेस्ट में प्रत्येक सही उत्तर के लिए (+3) अंक दिए जाते है और प्रत्येक गलत उत्तर के लिए (-2) अंक दिए जाते है और किसी प्रश्न को हल करने का प्रयत्न नहीं करने पर कोई नहीं दिया जाता है | (i) राधिका ने 20 अंक प्राप्त किए | यदि उसके 12 उत्तर सही पाए जाते है, तो उसने कितने प्रश्नों का उत्तर गलत दिया है ?

हल :

सही हल के लिए दिए गए अंक = 3

12 सही हल के लिए दिए गए अंक = 3 x 12 = 36

राधिका को प्राप्त अंक = 20

इसलिए, गलत हल के लिए प्राप्त अंक = 20 - 36 = -16

अब, एक गलत हल के लिए प्राप्त अंक = -2

इसलिए, गलत हल की संख्या = (-16) ÷ (-2) - 8

इस प्रकार, राधिका ने 8 गलत प्रश्न किए |

(ii) 7 सही हल के लिए प्राप्त अंक = 3 x 7 = 21

मोहिनी ने अंक प्राप्त किए = -5

गलत हल के लिए प्राप्त अंक = -5 -21 = -26

अब, एक गलत हल के लिए प्राप्त अंक = -2

इसलिए, गलत हल की संख्या = (-26) ÷ (-2) -13

इस प्रकार, मोहिनी ने 13 गलत प्रश्न हल किए |

सही हल के लिए दिए गए अंक = 3

12 सही हल के लिए दिए गए अंक = 3 x 12 = 36

राधिका को प्राप्त अंक = 20

इसलिए, गलत हल के लिए प्राप्त अंक = 20 - 36 = -16

अब, एक गलत हल के लिए प्राप्त अंक = -2

इसलिए, गलत हल की संख्या = (-16) ÷ (-2) - 8

इस प्रकार, राधिका ने 8 गलत प्रश्न किए |

(ii) 7 सही हल के लिए प्राप्त अंक = 3 x 7 = 21

मोहिनी ने अंक प्राप्त किए = -5

गलत हल के लिए प्राप्त अंक = -5 -21 = -26

अब, एक गलत हल के लिए प्राप्त अंक = -2

इसलिए, गलत हल की संख्या = (-26) ÷ (-2) -13

इस प्रकार, मोहिनी ने 13 गलत प्रश्न हल किए |

Q7. एक उत्थापक किसी खान कूपक में 6 m प्रति मिनट की दर से नीचे जाता है | यदि नीचे जाना भूमि ताल से 10 m ऊपर से शुरू होता है, तो -1350 m पहुँचने में कितना समय लगेगा ?

हल : नीचे जाना भूमि तल से ऊपर से शुरू होता = 10 m

कूपक द्वारा तय की गई दूरी = 10 - (-350) m = 10 ÷ 350 = 360 m

अब, 6 मी तय की गई दूरी में लगा समय = 1 मिनट

इसलिए, 1 m की दूरी तय करने में लगा समय = $\frac{1}{6}$ मिनट

इसलिए, 360 मी की दूरी तय करने में लगा समय = $\frac{1}{6} \times 360$

= 60 मिनट = 1 घंटा

(60 मिनट = 1 घंटा)

इस प्रकार, 1 घंटा में तय की गई दूरी - 350