ریاضی

گیارھویں جماعت کی درسی کتاب

© NCERT not to be republished

جامعہ ملیہ اسلامیہ، نئی دہلی

نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ

Riyazi (Mathematics)
Textbook for Class-XI

ISBN 81-7450-589-X

پہلا ایڈیشن

جون 2006 ویشاکھ 1928

دیگر طباعت

جولائی **2009** شراون **1931**

PD 2H SPA

© نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ **2006**

جُملہ حقوق محفوظ

- ناشر کی پہلے سے اجازت حاصل کیے بغیر، اس کتاب کے کسی بھی حصے کو دوبارہ پیش کرنا، یاد داشت کے ذریعے بازیافت کے سسٹم میں اس کو محفوظ کرنا یا برقیاتی، میکانیکی، فوٹو کاپینگ، ریکارڈنگ کے کسی بھی وسیلے سے اس کی ترسیل کرنا منع ہے۔
- اس کتاب کو اس شرط کے ساتھ فروخت کیا جارہا ہے کہ اسے ناشر کی اجازت کے بغیر، اس شکل کے علاوہ جس میں کہ یہ چھاپی گئی ہے یعنی، اس کی موجودہ جلد بندی اور سرورق میں تبدیلی کر کے، تجارت کے طور پر نہ تو مستعار دیا جاسکتا ہے، نہ دوبارہ فروخت کیا جاسکتا ہے، نہ کرایہ پر دیا جاسکتا ہے اور نہ ہی تلف کیا جاسکتا ہے۔
- کتاب کے صفحہ پر جو قیمت درج ہے وہ اس کتاب کی صحیح قیمت ہے۔ کوئی بھی نظر ثانی شدہ قیمت چاہے وہ ربر کی مہر کے ذریعے یا چیپی یا کسی اور ذریعے ظاہر کی جائے تو وہ غلط متصوّر ہوگی اور ناقابل قبول ہوگی۔

این سی ای آر ٹی کے پبلی کیشن ڈپارٹمنٹ کے دفاتر

این سی ای آر ٹی کیمپس
سری اروندو مارگ
نئی دہلی - 110016

108,100 فٹ روڈ ہوسڈے کیرے ہیلی
ایکسٹینشن بناشنکری III اسٹیج
بنگلور - 560085

نوجیون ٹرسٹ بھون
ڈاک گھر، نوجیون
احمد آباد - 380014

سی ڈبلیو سی کیمپس
بمقابل ڈھانکل بس اسٹاپ، پانی ہاٹی
کولکتہ - 700114

سی ڈبلیو سی کامپلیکس
مالی گاؤں
گواہاٹی - 781021

100.00 روپے

این سی ای آر ٹی واٹر مارک 80 جی ایس ایم کاغذ پر شائع شدہ

سکریٹری، نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ، شری اروندو مارگ، نئی دہلی نے
....
....
میں چھپوا کر پبلی کیشن ڈپارٹمنٹ سے شائع کیا۔

اشاعتی ٹیم

ہیڈ، پبلی کیشن ڈپارٹمنٹ	:	پی۔ راجا کمار
چیف پروڈکشن آفیسر	:	شیو کمار
چیف ایڈیٹر	:	شویتا اُپّل
چیف بزنس منیجر	:	گوتم گانگولی
ایڈیٹر	:	ڈاکٹر پرویز شہریار
اسسٹنٹ پروڈکشن آفیسر	:	عبدالنعیم

سرورق اور تزئین
اروندر چاولہ

© NCERT not to be republished

پیش لفظ

قومی درسیات کا خاکہ (NCF)، 2005 اس کی سفارش کرتا ہے کہ بچوں کی اسکول کی زندگی ان کی اسکول کے باہر کی زندگی سے مربوط ہونی چاہئے۔ یہ اصول ورثہ میں چلی آ رہی کتابی پڑھائی کو خیر آباد کرتا ہے جس نے آج تک ہمارے نظام میں اسکول، گھر اور معاشرہ کے درمیان ایک خلا پیدا کیا ہوا ہے۔ اس بنیادی خیال کو پائے تکمیل تک لانے کی کوشش NCF کے ذریعے نصاب اور نصابی کتابوں میں دکھائی دیتی ہے۔ اس میں یہ بھی کوشش کی گئی ہے کہ بغیر سوچے سمجھے یاد کرنا اور مختلف مضمونوں کے علاقوں کے درمیان دیوار کھڑی کرنے کی حوصلہ افزائی نہ کی جائے۔ ہمیں امید ہے کہ یہ پیمانے ہمیں معنی خیز انداز سے بچوں کو تعلیم کے مرکزی نظام کے اور قریب لے آئیں گے جیسا کہ تعلیم کی قومی پالیسی (1986) میں کہا گیا ہے۔

اس کوشش کی کامیابی اس بات پر مبنی ہے کہ اسکول کے پرنسپل صاحبان اور اساتذہ کس طرح کے قدم اٹھاتے ہیں بچوں کی حوصلہ افزائی کرنے کے لئے تا کہ بچوں کی خیالی سوچ اور سوالوں کو عملی جامہ پہنایا جا سکے۔ ہمیں یہ پہچاننا چاہئے کہ دی ہوئی جگہ، وقت اور آزادی سے اپنے آپ کو بڑوں سے ملی جانکاری کا استعمال کر کے بچے کس طرح نئی معلومات پیدا کرتے ہیں۔ کیونکہ امتحان کے لئے نصابی کتابیں ہی پڑھائی کا واحد ذریعہ ہیں یہی وجہ ہے کہ دوسرے جانکاری کے ذرائع کو بالائے طاق رکھ دیا جاتا ہے۔ تخلیق کاری کی تلقین کرنا نصیحت کرنا اور پیش قدمی کرنا اسی وقت ممکن ہے جب ہم بچوں کو معلومات حاصل کرنے والا ایک ساکن سامع سمجھنے کے بجائے ہم اُنھیں سرگرمی سے شرکت کرنے والا سمجھیں گے۔

ان کا مقصد ہے اسکول کے روزمرّہ کے کاموں میں قابل غور بدلاؤ اور ان کے کام کرنے کے طریقوں میں نیا پن۔ روزانہ کے ٹائم ٹیبل میں لچیلا پن اتنا ہی ضروری ہے جتنا کہ پورے سال کے کلینڈر کا لاگو کرنا تا کہ مطلوبہ پڑھائی کے دن اصلیت میں پڑھائی پر خرچ ہوں۔ پڑھائی اور بچّوں کی کارکردگی کے لئے استعمال کئے گئے طریقے یہ بھی بتائیں گے کہ یہ کتاب ایک ذہن بیزاری ہونے کے بجائے بچوں کی زندگی کو اسکول میں ایک خوشگوار آزمائش کرنے میں کتنی اثر دار ہے۔ نصابی خاکہ تیار کرنے والوں نے یہ کوشش کی ہے کہ مسئلہ کو پیش کرنے میں معلومات کو مختلف مرحلوں پر دوبارہ سوچا جائے اور دوسرے انداز میں پیش کیا جائے تا کہ بچے کی نفسیاتی کیفیت اور پڑھائی کے لیے ملنے والے وقت کو بھی ذہن میں رکھا جا سکے۔ نصابی کتاب

© NCERT not to be republished

میں یہ کوشش کی گئی ہے اور بڑھاوا دیا گیا ہے اور بہت زیادہ اہمیت دی گئی ہے اور مواقع کے لئے جگہ دی گئی ہے اور غور وفکر کیا گیا ہے کہ چھوٹے چھوٹے گروپ ہوں اور بچے خود کر کے تجربہ حاصل کریں۔

نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اور ٹریننگ (NCERT) نصابی کتاب کو بڑھاوا دینے والی کمیٹی کے محنت سے کئے گئے کام کی قدر کرتی ہے جو لوگ اس کتاب میں ذمہ دار ہیں یہ سائنس اور ریاضی کے صلاح کار گروپ کے چیئر پرسن پروفیسر جے۔وی۔نارلیکر اور اس کتاب کے چیف صلاح کار پروفیسر پی۔کے۔جین کا شکر یہ ادا کرتے ہیں اس کمیٹی کے کام کی رہنمائی کرنے کے لئے۔ بہت سے اساتذہ نے اس کتاب کو بڑھاوا دینے میں اہم رول ادا کیا ہے، ہم ان کے پرنسپل صاحبان کا بھی شکر یہ ادا کرتے ہیں جنھوں نے اسے پائے تکمیل تک پہنچایا۔

ہم ان اداروں اور تنظیموں کے بھی بے حد شکر گزار ہیں جنھوں نے اپنے فنڈ،ضروریات کے حساب سے سامان اور صلاحیت سے بھر پور لوگوں کا استعمال کرنے دیا۔ خاص طور پر ہم نیشنل مانیٹرنگ کمیٹی کے ممبران کے بے حد شکر گزار ہیں جو کہ ڈپارٹمنٹ آف سیکنڈری اینڈ ہائیر ایجوکیشن منسٹری آف ہیومن ریسورس ڈیولپمنٹ، پروفیسر مری نال میری اور پروفیسر جی۔پی۔دیش پانڈے کے چیئر پرسن شپ کے زیرِ اہتمام بنائی گئی ان کی بیش قیمتی صلاح اور وقت کے لئے۔ایک تنظیمی کمیٹی کے طور پر جو کہ انتظامی طور پر لگاتار بہتری اور اچھائی کی طرف بڑھ رہی ہے اپنی پروڈکشن کی طرف (NCERT) صلاح ومشورے کے لئے خوش آمدید کرتی ہے تا کہ ہم آگے بہتری اور نفاست کی طرف گامزن ہو سکیں۔

ہم اس نصابی کتاب کے اردو ترجمے کی ذمہ داری بخوبی انجام دینے کے لیے جامعہ ملیہ اسلامیہ، نئی دہلی کے شکر گزار ہیں، خاص طور پر جامعہ ملیہ اسلامیہ کے وائس چانسلر پروفیسر مشیر الحسن اور محترمہ رخشندہ جلیل کے ممنون وشکر گزار ہیں جنھوں نے مرکز برائے جواہر لعل نہرو اسٹڈیز، جامعہ ملیہ اسلامیہ کے آوٹ ریچ پروگرام کے ذریعہ اس عمل میں رابطہ کار کے فرائض بخوبی انجام دیئے۔اس کتاب کے ترجمہ کے لئے ہم اطہر پرویز کے شکر گزار ہیں۔ بحیثیت ایک تنظیم کے ہم مجموعی اصلاحات اور اپنے یہاں تیار مواد کے معیار کو بہتر بنانے کے لئے پابند ہیں۔این سی ای آر ٹی، اس سلسلہ میں آپ کی رائے اور مشوروں کا خیر مقدم کرے گی۔

نئی دہلی	ڈائریکٹر
20 دسمبر 2006	نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ

© NCERT not to be republished

درسی کتاب تیار کرنے والی کمیٹی

سائنس اور ریاضی کا صلاح کار گروپ کے چیئر پرسن

جے۔وی۔نارلیکار، امریٹس پروفیسر ایڈوائزری کمیٹی کے چیئر پرسن، انٹر یونیورسٹی سینٹر فار ایسٹرونومی اینڈ ایسٹروفزکس (IUCCA)، گنیش بھنڈ، پونہ یونیورسٹی، پونے

خصوصی صلاح کار

پی۔کے۔جین پروفیسر، شعبۂ ریاضی، دہلی یونیورسٹی، دہلی

خصوصی کوآرڈی نیٹر

حکم سنگھ پروفیسر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

ممبران

اے۔کے۔راجپوت، ریڈر، آر آئی ای بھوپال، مدھیہ پردیش

اے۔کے۔وازلوار، ریڈر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

بی۔ایس۔پی۔راجو، پروفیسر، آر آئی ای میسور، کرناٹک

سی۔آر۔پردیپ، اسسٹینٹ پروفیسر، شعبۂ ریاضی، انڈین انسٹی ٹیوٹ آف سائنس۔بنگلور، کرناٹک

پرادیپتو ہورے، سینیئر ریاضی ماسٹر، سرلا برلا اکیڈمی، بنگلور، کرناٹک

ایس۔بی۔ترپاٹھی، لیکچرر، راجکیئے پرتبھا وِکاس ودھالیہ، سورج مل دہار، دہلی

ایس۔کے۔ایس۔گوتم، پروفیسر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

سنجے کمار سنہا، پی جی ٹی، سنسکرتی اسکول چانکیہ پوری، نئی دہلی

سنجے مُوگل، لیکچرر، سی آئی ای ٹی، نئی دہلی

اِسنیہا ٹیٹوس، ریاضی ٹیچر، ادیتی مالیہ اسکول، ایلا ہریکا، بنگلور، کرناٹک

سُجا تا ورما، ریڈر (ریاضی)، اگنو، (IGNOU) نئی دہلی

اُدے سنگھ، لیکچرر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

ممبر کوآرڈی نیٹر

وی۔پی۔سنگھ، ریڈر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

© NCERT not to be republished

اظہارِ تشکر

کونسل ذیل شرکت کرنے والوں اور بیش قیمتی حصّہ لینے والوں کی نصابی کتاب ورکشاپ میں محنت کو پُر جوش طریقے سے قبول کرتی ہے۔ پی۔ بھاسکر کمار، پی جی ٹی، جواہر نوودے ودیالہ، اننتھ پور، مدھیہ پردیش؛ ونایک بوجاڈے، لیکچرر، وی در بھا بنیادی جونیئر کالج، سکاردرا چوک / ناگ پور، مہاراشٹر؛ ندیتا کالرا، لیکچرر، سروودیہ کنیا ودیالہ، وکاس پوری ڈسٹرک سینٹر، نئی دہلی؛ پی۔ ایل۔ سچدیوا ڈیپارٹمنٹ ریاضی، انڈین انسٹی ٹیوٹ آف سائنس، بنگلور: کرناٹک۔ پی۔ کے۔ تیواری، اسسٹینٹ کمشنر (ریٹائرڈ)، کیندریہ ودیالیہ سنگھٹن، جگدیش سرن، ڈیپارٹمنٹ آف اسٹیٹسٹک، یونیورسٹی آف دہلی؛ قدوس خاں، لیکچرر، شبلی نیشنل پی۔ جی۔ کالج اعظم گڑھ، اتر پردیش؛ سمت کمار جین، لیکچرر، کے۔ ایل۔ جین انٹر کالج سائنسی ہاتھرس، اتر پردیش۔

آر۔ پی۔ گیھارے، لیکچرر (بی۔ آر۔ سی)، جن پرشکشا کیندر چی چومی ڈسٹرکٹ، بتیل، مدھیہ پردیش؛ سنگیتا اروڑا، پی جی ٹی، اے۔ پی۔ جے۔ اسکول ساکیت۔ نئی دہلی؛ پی۔ این۔ ملہوترا، اے۔ ڈی۔ ای۔ (سائنس)، ڈائیریکٹوریٹ آف ایجوکیشن، دہلی؛ ڈی۔ آر۔ شرما، پی جی ٹی، جے۔ این۔ وی۔ منگیس پور، دہلی؛ سروج، پی جی ٹی، گورنمنٹ گرلس سینئر سیکنڈری اسکول، نمبر 1، روپ نگر، دہلی اور آر۔ پی۔ موریہ، ریڈر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی۔

© NCERT not to be republished

فہرست

ناشر کی طرف سے نوٹ

1۔ سیٹس **1**

1.1 تعارف 1

1.2 سیٹ اور اُن کے اظہار 1

1.3 خالی سیٹ 5

1.4 متناہی اور لامتناہی سیٹ 8

1.5 مساوی سیٹس 10

1.6 ذیلی سیٹس 13

1.7 قوت سیٹس 17

1.8 آفاقی سیٹ 17

1.9 وین ڈائیگرام 19

1.10 سیٹوں پر عملیات 20

1.11 سیٹ کا تکملہ 27

1.12 دو سیٹوں کے اتحاد اور تقاطع پر عملی مسئلہ 30

2۔ رشتہ اور تفاعلات **43**

2.1 تعارف 43

2.2 سیٹوں کا کارتیزی حاصل ضرب 43

2.3 رشتے 48

2.4 تفاعلات 51

© NCERT not to be republished

3۔	**تر گنو میٹر یائی تفاعلات**	**67**
3.1	تعارف	67
3.2	زاویے	67
3.3	تر گنو میٹر یائی تفاعلات	74
3.4	دو زاویوں کے مجموعے اور تفریق کے تر گنو میٹر یائی تفاعلات	83
3.5	تر گنو میٹر یائی مساوات	95
4۔	**ریاضی کے امالی اصول**	**108**
4.1	تعارف	108
4.2	دلچسپی پیدا کرنا	109
4.3	ریاضی کے امالی اصول	110
5۔	**پیچیدہ اعداد اور دو درجی مساواتیں**	**122**
5.1	تعارف	122
5.2	پیچیدہ اعداد	122
5.3	نامساواتیں	123
5.4	پیچیدہ اعداد کا الجبرا	128
5.5	پیچیدہ اعداد کا مقیاس اور زوجی	130
5.6	آرگنڈ مستوی اور قطبی اظہار	134
5.7	دورکنی مساواتیں	137
6۔	**خطی نامساواتیں**	**145**
6.1	تعارف	143
6.2	نامساواتیں	143
6.3	ایک متغیر والی خطی نامساواتوں کے الجبری حل اور اُنہیں گراف کے ذریعے ظاہر کرنا	145
6.4	دو متغیروں میں خطی نامساواتوں کے گرافی حل	152
6.5	دو متغیروں میں خطی نامساواتوں کے نظام کا حل	158

© NCERT not to be republished

7۔ مبادلے اور اجتماع **166**

7.1 تعارف 166

7.2 گنتی کے بنیادی اصول 166

7.3 مبادلے 171

7.4 اجتماع 182

8۔ دورکنی مسئلہ **195**

8.1 تعارف 195

8.2 مثبت صحیح قوت نما کیلئے دورکنی مسئلہ 195

8.3 عام اور درمیانی ارکان 204

9۔ تواترات اور سلسلئے **215**

9.1 تعارف 215

9.2 تواترات 216

9.3 سلسلئے 217

9.4 حسابی بہ تصاعد (A.P) 220

9.5 جیومیٹر بہ تصاعد (G.P) 225

9.6 A.M اور G.M میں تعلق 231

9.7 خاص سلسلئے کے 'n' ارکان کا مجموعہ 236

10۔ سیدھے خطوط **246**

10.1 تعارف 246

10.2 ایک خط کا سلوپ 248

10.3 ایک خط کی مساوات کی مختلف قسمیں 257

10.4 ایک خط کی عام مساوات 267

10.5 ایک خط سے ایک نقطے کا فاصلہ 271

.10 مخروطی تراشے 285

© NCERT not to be republished

11.1 تعارف 285

11.2 ایک مخروط کے تراشے 286

11.3 دائرہ 289

11.4 مکافی 291

11.5 ناقص 298

11.6 زائد 307

12۔ تین ابعاد والی جیومیٹری کا تعارف 321

12.1 تعارف 321

12.2 تین ابعادی خلاء میں مختص محور اور مختص مستوئیں 322

12.3 خلاء میں ایک نقطے کے محق 322

12.4 دو نقاط کے درمیان فاصلہ 325

12.5 سیکشن فارمولہ 328

13۔ حدود اور مشتقات 337

13.1 تعارف 337

13.2 مشتق کا وجدانی تصور 337

13.3 انتہا 340

13.4 ٹرگنومیٹریائی فنکشن کی انتہا 355

13.5 مشتق 361

14۔ ریاضیاتی استدلال 380

14.1 تعارف 380

14.2 بیانات 380

14.3 قدیم سے جدید بیانات 384

14.4 خاص الفاظ/جز جملہ 391

14.5 نشاندہی 399

14.6 معتبری بیانات 400

© NCERT not to be republished

15۔ شماریات	415
15.1 تعارف	415
15.2 انتشار کے پیمانے	417
15.3 وسعت	417
15.4 درمیانہ فرق	418
15.5 تبدیلی اور معیاری فرق	432
15.6 تعدادِ تقسیم کی تحلیل	444
16۔ احتمال	457
16.1 تعارف	457
16.2 بلامنصوبہ تجربات	458
16.3 وقوعہ	463
16.4 احتمال کیلئے با اُصول سفارش	472
ضمیمہ 1: لامتناہی سلسلئی	496
A. 1.1 تعارف	496
A. 1.2 کسی بھی قوت کیلئے دورکنی مسئلہ	496
A. 1.3 لامتناہی جیومیٹریائی سلسلئی	497
A. 1.4 قوت نما	500
A. 1.5 لوگارتھیمک سلسلئی	503
ضمیمہ 2 : ریاضیاتی ماڈلنگ	506
A. 2.1 تعارف	506
A. 2.2 ابتدائی	506
A. 2.3 ریاضیاتی ماڈلنگ کیا ہے؟	511
جوابات	**521**

© NCERT not to be republished