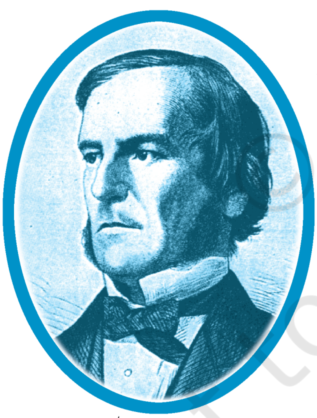
باب 14

ریاضیاتی استدلال
(MATHEMATICAL REASONING)

❖ یہ سمجھنا کہ کچھ اشیاء ریاضیاتی استدلال سے مبرّاہیں اور ان پر ان کا استعمال نہیں کیا جا سکتا اس بات کی نشاندہی کرتا ہے کہ ہمیں ان کے بارے میں بہت قلیل اور متذبذب معلومات ہے ۔ جہاں ریاضیاتی استدلال کیا جاسکتا ہے وہاں کسی دوسرے ذریعہ کا استعمال اتنی بڑی نادانی ہے جس طرح ہاتھ میں چراغ لئے اندھیرے میں کسی شئے کو ٹٹولنا آرتھین بوٹ (ARTHENBOT) ❖

14.1 تعارف



جارج بولے
(1815-1864)

اس سبق میں ہم ریاضیاتی استدلال کے کچھ بنیادی تصورات پر بات چیت کریں گے۔ہم سب جانتے ہیں کہ انسان کی موجودہ صورت حال کا نشونما ہزار ہا سال میں چھوٹی قسم (نوع) سے ہوا ہے۔سب سے اہم اثاثہ جس نے انسان کو دوسری نوع پر برتری حاصل کرائی وہ اس کا تجسس ہے۔ یہ خاصیت کتنے اچھے انداز میں استعمال کی جاسکتی، ہرانسان کے استدلال کرنے کی طاقت پر منحصر ہے۔ اس طاقت کو اس طرح بڑھایا جاسکتا ہے؟ یہاں ہم استدلال کے طریقوں پر بات چیت کریں گے خاص طور پر ریاضی کے حوالے سے۔ریاضیاتی زبان میں توجیہ کی دو قسمیں ہیں استقرائی (Inductive) اور استخراجی (Deductive)۔ہم پہلے ہی ریاضیاتی استقراء کو مدِنظر رکھتے ہوئے استقرائی وجوہات پر بحث و مباحثہ (بات چیت) کر چکے ہیں۔اس سبق میں ہم کچھ بنیادی استخراجی وجوہات پر بات چیت کریں گے۔

14.2 بیانات (Statement)

ریاضیاتی استدلال میں جو ابتدائی اکائی شامل ہے وہ ریاضیاتی بیان ہے۔

© NCERT not to be republished

آ یئے ہمیں دو جملوں سے شروع کرنا چاہیے۔

2003 میں ہندوستان کی صدرجمہوریہ ایک عورت تھی۔

ایک ہاتھی کا وزن ایک انسان سے زیادہ ہوتا ہے۔

جب ہم ان جملوں کو پڑھتے ہیں، ہم ایک دم یہ فیصلہ کر لیتے ہیں کہ پہلا جملہ غلط ہے اور دوسرا صحیح ہے۔ ان کے بارے میں کوئی شک وشبہ نہیں ہے۔ ریاضی میں اس طرح کے جملوں کو بیانات کہا جاتا ہے۔

دوسری طرف اس جملہ پر غور کرو:

عورتیں مردوں سے زیادہ ذہین ہوتی ہیں۔

کچھ لوگوں کی سوچ میں یہ صحیح ہے جب کہ دوسرے اس کے ساتھ اتفاق نہیں کرتے۔ اس جملے کے بارے میں ہم یہ نہیں کہہ سکتے کہ یہ ہمیشہ صحیح ہے یا غلط۔ اس کا مطلب ہے یہ جملہ واضح نہیں ہے۔ اس طرح کا جملہ ریاضی میں ایک بیان کے طور پر منظور نہیں کیا جاسکتا۔

ایک جملہ اس وقت ریاضیاتی بیان کے طور پر منظور کیا جاسکتا ہے جب کہ یہ یا تو صحیح ہو یا غلط ہو لیکن دونوں نہیں۔ ہم جب بھی یہاں ایک بیان کا ذکر کرتے ہیں تو یہ ایک ''ریاضیاتی منظور شدہ'' بیان ہوتا ہے۔ جب ہم ریاضی کا مطالعہ کرتے ہیں تو ہم اس طرح کے بہت سے جملوں سے روشناس ہوتے ہیں۔ کچھ مثالیں یہ ہیں:

دو اور دو مل کر چار ہوتے ہیں۔

دو مثبت اعداد کا جوڑ مثبت ہے۔

تمام مفرد اعداد طاق اعداد ہیں۔

ان جملوں میں پہلے دو صحیح ہیں اور تیسرا غلط ہے۔ ان جملوں کے دو مطلب نکلتے ہیں۔ اس لیے وہ بیانات ہیں۔ کیا آپ ایک جملے کی ایک مثال سوچ سکتے ہیں جو مبہم یا ذو معنی ہے؟ جملے پر غور کیجیے۔

x اور y کا حاصل جمع 0 سے بڑا ہے۔

یہاں ہم اس حالت میں نہیں ہیں کے یہ معلوم کرسکیں کہ آیا یہ صحیح ہے یا غلط جب تک ہمیں یہ معلوم نہ ہو کہ x اور y کیا ہیں۔ مثال کے طور، یہ غلط ہے جہاں $x = 1$ ، $y = 3$ ہو اور صحیح ہے جب $x = 1$ اور $y = 0$ ہے۔ اس لئے یہ جملہ بیان نہیں ہے۔ لیکن بیان:

کن ہی طبعی اعداد x اور y کے لیے، x اور y کا جوڑ 0 سے بڑا ہے ایک بیان ہے۔

اب ذیل جملوں پر غور کیجیے:

کتنا خوبصورت!

دروازہ کھولیے۔

آپ کہاں جارہے ہیں؟

کیا یہ بیانات ہیں؟ نہیں، کیونکہ پہلا ایک استعجاب (حیرت)، دوسرا ایک حکم ہے اور تیسرا ایک سوال۔ ریاضی کی زبان میں ان میں سے کسی کو بھی بیان نہیں مانا جاسکتا۔ وہ جملے جن میں ''آج''، ''کل'' یا ''بیتا ہوا کل'' ہو اس طرح کے مختلف واقعات شامل ہوں، بیانات نہیں ہیں۔ یہ اس لیے ہے کیونکہ یہاں وقت کے بارے میں حوالہ نہیں دیا گیا۔ مثال کے طور پر، یہ جملہ

کل جمعہ ہے

ایک بیان نہیں ہے۔ جملہ صحیح (درست) ہے جمعرات کے لیے لیکن دوسرے دنوں کے لیے نہیں۔ اسی طرح کی دلیل ان جملوں کے لیے بھی لاگو ہوتی جہاں اسم اشارہ (pronouns) موجود ہو جب تک کہ کسی خاص آدمی کا حوالہ نہ دیا گیا ہو اور بہت سے مختلف مقامات کے لیے، جہاں کہ ''یہاں''، ''وہاں'' وغیرہ وغیرہ۔ مثال کے طور پر جملے

وہ ریاضی سے بی اے ہے

کشمیر یہاں سے بہت دور ہے

بیانات نہیں ہیں

یہاں ایک دوسرا جملہ ہے

ایک مہینے میں 40 دن ہوتے ہیں

کیا آپ اسے ایک بیان کہیں گے؟ یہ بات نوٹ کر لیجیے کہ اوپر جملے میں دکھایا گیا وقفہ ایک ''متغیر وقفہ'' وہ یہ کہ 12 مہینوں میں سے کوئی سا۔ لیکن ہم جانتے ہیں کہ جملہ ہمیشہ غلط ہے (مہینے سے بلا لحاظ) کیونکہ ایک مہنے میں زیادہ سے زیادہ دنوں کی تعداد 31 ہوتی ہے۔ اس لیے یہ جملہ ایک بیان ہے۔ اس طرح ایک جملے جو بیان بناتا ہے وہ یہ حقیقت ہے کہ یا تو جملہ صحیح ہو یا غلط لیکن دونوں نہیں۔

جب بھی ہم بیانات پر کام کرتے ہیں، ہم عام طور پر انہیں چھوٹے حروف p، q، r، ... سے ظاہر کرتے ہیں۔ مثال کے طور

پر ہم بیان ''آ گ ہمیشہ گرم ہوتی ہے'' کو p سے ظاہر کرتے ہیں۔ اسے اس طرح بھی لکھا جا سکتا ہے۔

p: آ گ ہمیشہ گرم ہوتی ہے

مثال 1 جانچ کیجیے کہ کیا ذیل جملے بیانات ہیں۔ اپنے جواب کی وجہ بیان کیجیے۔

(i) 8، 6 سے کم ہے (ii) ہر سیٹ ایک محدود سیٹ ہے

(iii) سورج ایک ستارہ ہے (iv) ریاضی ایک کھیل ہے

(v) بغیر بادلوں کے بارش نہیں ہوتی (vi) یہاں سے چنئی کتنی دور ہے

حل (i) یہ جملہ غلط ہے کیونکہ 8، 6 سے زیادہ ہے۔ اس لیے یہ ایک بیان ہے۔

(ii) یہ جملہ بھی غلط ہے کیونکہ کچھ ایسے سیٹ ہیں جو محدود نہیں ہیں۔ اس لیے یہ ایک بیان ہے۔

(iii) یہ سائنس کے ذریعے ثابت کی گئی حقیقت ہے کہ سورج ایک ستارہ ہے اور اس لئے یہ جملہ ہمیشہ صحیح ہے۔ اس لئے یہ ایک بیان ہے۔

(iv) یہ جملہ مشروط ہے اس نظریے سے کہ جو لوگ ریاضی کو پسند کرتے ہیں، ان کے لیے یہ تفریح ہو سکتی ہے لیکن دوسرے کے لیے ایسا نہیں ہوگا۔ اس کا مطلب ہے کہ یہ جملہ ہمیشہ صحیح نہیں ہے۔ اس لیے یہ بیان نہیں ہے۔

(v) یہ سائنس کے ذریعہ ثابت کی گئی قدرتی غیر معمولی حقیقت ہے کہ بارش ہونے سے پہلے یہ بادل بنتا ہے۔ اس لئے یہ جملہ ہمیشہ صحیح ہے۔ اس لیے یہ ایک بیان ہے۔

(vi) یہ ایک سوال ہے جس میں لفظ ''یہاں'' بھی موجود ہے۔ اس لیے یہ ایک بیان نہیں ہے۔

اوپر کی مثال یہ دکھاتی ہے کہ ہم جب بھی یہ کہتے ہیں کہ یہ جملہ ایک بیان ہے، ہمیں ہمیشہ یہ کہنا چاہیے کہ ایسا کیوں ہے۔ اس کا یہ کیوں اس کے جواب سے زیادہ اہم ہے۔

مشق 14.1

1. نیچے دیے گئے کون سے جملے بیانات ہیں؟ اپنے جواب کی وجوہات بیان کیجیے۔

(i) ایک مہینے میں 35 دن ہوتے ہیں۔

(ii) ریاضی مشکل ہے۔

© NCERT not to be republished

(iii) 5 اور 7 کا مجموعہ 10 سے زیادہ ہے۔

(iv) ایک عدد کا مربع ایک جفت عدد ہے۔

(v) چار ضلعی کے ضلعے برابر لمبائی رکھتے ہیں۔

(vi) اس سوال کا جواب دو۔

(vii) (1–) اور 8 کا حاصل ضرب 8 ہے۔

(viii) ایک مثلث کے تمام اندرونی زاویوں کا جوڑ $180°$ ہے۔

(ix) آج آندھی بھرا دن ہے۔

(x) تمام حقیقی اعداد پیچیدہ اعداد ہیں۔

2. تین ایسے جملوں کی مثالیں دیجئے جو بیانات نہ ہوں جوابات کی وجہ بھی دیجئے۔

14.3 نئے بیانات پرانوں سے (New Statement from Old)

اب ہم اس طرح کے طریقوں پر غور کریں گے تا کہ ہمارے پاس موجود بیانات سے نئے بیانات بنائے جاسکیں۔ایک انگریزی ریاضی داں ''جورج بولے'' (George Boole) نے اپنی کتاب ''قوانین تفکر'' (The Laws of Thought) میں 1854 میں ان طریقوں پر بات چیت کی تھی۔ یہاں ہم دو طریقوں پر بات چیت کریں گے۔

اپنے بیانات کے مطالعہ میں پہلے قدم کے طور پر ہم ایک بہت اہم ٹیکنک پر غور کرتے ہیں جس کا استعمال ہم اپنی ریاضیاتی بیانات کو اور گہرائی سے سمجھنے میں کریں گے۔ یہ ٹیکنک نہ صرف یہ معلوم کرتی ہے کہ دئے ہوئے بیان کے کیا معنی ہیں جس کی وجہ سے اسے درست کہا جاسکتا ہے بلکہ یہ بھی کہ اس بیان کے کیا معنی ہوتے کہ اسکو درست نہیں کیا جا سکتا۔

14.3.1 ایک بیان کا نفی (Negation of a Statement)

کسی بیان سے انکار اس بیان کا نفی کہلاتا ہے۔

ہم ذیل بیان پر غور کرتے ہیں:

p: نئی دہلی ایک شہر ہے

اس بیان کا منفی ہے

© NCERT not to be republished

یہ کیس نہیں ہے کہ نئی دہلی ایک شہر ہے

اسے اس طرح بھی لکھا جا سکتا ہے

یہ غلط ہے کہ نئی دہلی ایک شہر ہے

اسے سادہ طور اس طرح بھی بیان کیا جا سکتا ہے

نئی دہلی ایک شہر نہیں ہے

تعریف 1 اگر p ایک بیان ہے، تب p کا منفی بھی ایک بیان ہے اور اسے $\sim p$ سے ظاہر کیا جاتا ہے، اور اسے اس طرح پڑھا جاتا ہے 'p نہیں'

نوٹ ایک بیان کا منفی بناتے وقت اس طرح کے جز و جملہ ''یہ کیس نہیں ہے'' یا ''یہ غلط ہے کہ'' کا بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

یہاں ایک مثال ہے جو تشریح کرتی ہے کہ کس طرح، بیان کے منفی پر غور کرنے پر ہم اس کو سمجھنے کے لیے اپنی سوچ میں بہتری کر سکتے ہیں۔

p: جرمنی میں ہر شخص جرمن بولتا ہے۔

اس جملے سے انکار کرنا ہمیں یہ بتاتا ہے کہ ہر کوئی جرمنی میں جرمن نہیں بولتا۔ اس کا یہ مطلب نہیں ہے کہ کوئی آدمی جرمنی میں جرمن نہیں بولتا۔ اس کا مطلب صرف یہ ہے کہ کم سے کم ایک آدمی جرمن میں جرمنی نہیں بولتا۔

ہم اور زیادہ مثالوں پر غور کریں گے۔

مثال 2 ذیل بیانات کا منفی لکھئے۔

(i) مستطیل کے دونوں وتروں کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔

(ii) $\sqrt{7}$ ایک ناطق عدد ہے۔

حل (i) یہ بیان کہتا ہے کہ ایک مستطیل میں دونوں وتروں کی لمبائی برابر ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اگر آپ کوئی بھی مستطیل لیں، تب دونوں وتروں کی لمبائی برابر ہوگی۔ اس بیان کا منفی ہے۔

یہ غلط ہے کہ مستطیل میں دونوں وتروں کی لمبائی برابر ہے۔

اس کا مطلب ہے بیان

© NCERT not to be republished

کم سے کم ایک مستطیل ایسا ہے جن کے دونوں وتروں کی لمبائی برابرنہیں ہے۔

(ii) بیان (ii) کا منفی اس طرح بھی لکھا جاسکتا ہے۔

یہ کیس نہیں ہے کہ $\sqrt{7}$ ناطق ہے

اسے اس طرح بھی لکھا جاسکتا ہے

$\sqrt{7}$ ناطق نہیں ہے۔

مثال 3 ذیل بیانات کا منفی لکھئے اور جانچ کیجیے کہ کیا نتیجتاً بیانات صحیح ہیں،

(i) آسٹریلیا ایک براعظم ہے۔

(ii) ایسا کوئی چار ضلعی وجود میں نہیں ہے جس کے چاروں ضلع برابر ہوں۔

(iii) ہر ایک طبعی عدد 0 سے بڑا ہے۔

(iv) 3 اور 4 کا مجموعہ 9 ہے۔

حل (i) بیان کا منفی ہے

یہ غلط ہے کہ آسٹریلیا ایک بِراعظم ہے

اسے دوبارہ اس طرح بھی لکھا جاتا ہے

آسٹریلیا ایک بِراعظم نہیں ہے

ہم جانتے ہیں کہ یہ بیان غلط ہے۔

(ii) بیان کا منفی ہے

یہ کیس نہیں ہے کہ ایک ایسا چار ضلعی موجود نہیں ہے جس کے چاروں ضلعے برابر ہیں۔

اس کا مطلب ذیل بھی ہے:

ایک ایسا چار ضلعی موجود ہے جس کے چاروں ضلعے برابر ہیں۔

یہ بیان درست ہے کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ مربع ایک چار ضلعی ہے جس کے چاروں ضلع برابر ہیں۔

(iii) بیان کا منفی ہے

© NCERT not to be republished

یہ غلط ہے کہ ہر ایک طبعی عدد 0 سے بڑا ہے۔

اسے دوبارہ اس طرح لکھا جاسکتا ہے

ایک ایسا طبعی عدد موجود ہے جو 0 سے بڑا نہیں ہے۔

یہ ایک غلط بیان ہے

(iv) منفی یہ ہے

یہ غلط ہے کہ 3 اور 4 کا مجموعہ 9 ہے

اسے اس طرح بھی لکھا جاسکتا ہے

3 اور 4 کا مجموعہ 9 نہیں ہے

یہ بیان صحیح ہے۔

14.3.2 مرکب بیانات (*Compound statements*) بہت سے ریاضیاتی بیانات دو یا زیادہ بیانات کو جوڑنے سے حاصل کیے جاتے ہیں، کچھ جوڑنے والے الفاظ ''اور''، ''یا'' وغیرہ کا استعمال کر کے۔

p: بلب یا تار باندھنے میں کچھ غلطی ہے۔

یہ بیان ہمیں بتاتا ہے کہ بلب کے ساتھ کچھ غلط ہے یا تار باندھنے میں کچھ غلطی ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ دیا ہوا بیان حقیقت میں دو چھوٹے بیانات سے مل کر بنا ہے۔

q: بلب کے ساتھ کچھ غلط ہے

r: تار باندھنے میں کچھ غلطی ہے۔

'یا' سے جوڑ کر

اب مان لیجیے کہ دو بیانات ذیل کی طرح ہیں:

p: 7 منفی عدد ہے

q: 7 مفرد عدد ہے

یہ دونوں بیانات اس طرح جوڑے جاسکتے ہیں ''اور''

© NCERT not to be republished

r: 7 منفی اور مفرد عدد دونوں ہے۔

یہ ایک مرکب بیان ہے
یہ ہمیں ذیل تعریف کی طرف لے جاتا ہے:

تعریف 2 ایک مرکب بیان وہ بیان ہے جو 2 یا اس سے زیادہ بیانات سے مل کر بنا ہے۔اس کیس میں ہر ایک بیان ایک جزء ترکیبی بیان کہلاتا ہے۔

ہم ذیل مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

مثال 4 ذیل مرکب بیانات کے اجزائے ترکیبی بیانات معلوم کیجیے۔

(i) آسمان نیلا ہے اور گھاس ہری ہے۔
(ii) بارش ہورہی ہے اور ٹھنڈک ہے۔
(iii) تمام ناطق اعداد حقیقی ہیں اور تمام حقیقی اعداد پیچیدہ اعداد ہیں۔
(iv) 0 ایک مثبت عدد ہے یا ایک منفی عدد ہے۔

حل ہم ایک کے بعد ایک پر غور کریں گے۔

(i) جزء ترکیبی بیانات ہیں

p: آسمان نیلا ہے۔
q: گھاس ہری ہے۔

جوڑنے والا لفظ ''اور'' ہے۔

(ii) جزء ترکیبی بیانات ہیں

p: بارش ہورہی ہے
q: اب ٹھنڈک ہے۔

(iii) جزء ترکیبی بیانات ہیں

p: تمام ناطق اعداد حقیقی ہیں

© NCERT not to be republished

q: تمام حقیقی اعداد پیچیدہ ہیں

جوڑنے والا لفظ ''اور'' ہے

(iv) جزء ترکیبی بیانات ہیں

p: 0 ایک مثبت عدد ہے

q: 0 ایک منفی عدد ہے

جوڑنے والا لفظ ''یا'' ہے۔

مثال 5 ذیل کے جزء ترکیبی بیانات معلوم کیجیے اور جانچ کیجیے کہ وہ صحیح ہیں یا غلط

(i) ایک مربع ایک چار ضلعی ہے اور اس کے چاروں ضلعے برابر ہیں۔

(ii) تمام مفرد اعداد یا تو جفت ہیں یا طاق۔

(iii) ایک انسان جس نے ریاضی یا کمپیوٹر سائنس لی وہ MCA کر سکتا ہے۔

(iv) چنڈی گڑھ، ہریانہ اور یو پی کا دارالحکومت ہے۔

(v) $\sqrt{2}$ ایک ناطق عدد ہے یا ایک غیر ناطق عدد ہے۔

(vi) 24، 2، 4 اور 8 کا ضعف (multiple) ہے۔

حل (i) جزء ترکیبی بیانات ہیں

p: ایک مربع ایک چار ضلعی ہے۔

q: ایک مربع میں چاروں ضلعے برابر ہوتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ یہ دونوں بیانات صحیح ہیں۔ یہاں جوڑنے والا لفظ ''اور'' ہے۔

(ii) جزء ترکیبی بیانات ہیں۔

p: تمام مفرد اعداد طاق عدد ہیں۔

q: تمام مفرد اعداد جفت عدد ہیں۔

یہ دونوں بیانات غلط ہیں اور انہیں جوڑنے والا لفظ ''یا'' ہے۔

© NCERT not to be republished

(iii) جزءترکیبی بیانات ہیں

p: ایک انسان جو ریاضی لیتا ہے وہ MCA کرسکتا ہے

q: ایک انسان جو کمپیوٹرسائنس لیتا ہے وہ MCA کرسکتا ہے۔

یہ دونوں بیانات درست ہیں۔ یہاں جوڑنے والا لفظ ''یا'' ہے۔

(iv) جزءترکیبی بیانات ہیں۔

p: چنڈی گڑھ ہریانہ کا دارالحکومت ہے۔

q: چنڈی گڑھ یوپی کا دارالحکومت ہے۔

پہلا بیان درست ہے لیکن دوسرا غلط ہے۔ یہاں جوڑنے والا لفظ ''اور'' ہے۔

(v) جزءترکیبی بیانات ہیں

p: $\sqrt{2}$ ایک ناطق عدد ہے

q: $\sqrt{2}$ ایک غیرناطق عدد ہے۔

پہلا بیان غلط ہے اور دوسرا صحیح ہے۔ یہاں جوڑنے والا لفظ ''یا'' ہے۔

(vi) جزءترکیبی بیانات ہیں

p: 24، 2 کا ضعف ہے

q: 24، 4 کا ضعف ہے

r: 24 ، 8 کا ضعف ہے

تینوں بیانات درست ہیں۔ یہاں جوڑنے والے لفظ ''اور'' ہے۔

اس طرح ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ مرکب بیانات حقیقت میں دو یا زیادہ بیانات سے مل کر بنتے ہیں جو کہ الفاظ ''اور''، ''یا'' وغیرہ سے جڑ کر بنتے ہیں۔ ان الفاظ کا ریاضی میں ایک اہم مطلب ہے۔ ہم اس مسئلہ پر ذیل سیکشن میں بات چیت کریں گے۔

مشق 14.2

1. ذیل بیانات کے منفی لکھیے:

(i) چنئی تامل ناڈو کا دارالخلافہ ہے۔

(ii) $\sqrt{2}$ ایک پیچیدہ عدد نہیں ہے۔

(iii) تمام مثلث مساوی ضلعی مثلث نہیں ہیں۔

(iv) عدد 2، 7 سے بڑا ہے۔

(v) ہر ایک طبعی عدد ایک صحیح عدد ہے۔

.2 کیا بنایات کے ذیل جوڑے ایک دوسرے کے منفی ہیں۔

(i) عدد x ایک ناطق عدد نہیں ہے

عدد x ایک غیر ناطق عدد نہیں ہے

(ii) عدد x ایک ناطق عدد ہے

عدد x ایک غیر ناطق عدد ہے

.3 ذیل مرکب بیانات کے جز ترکیبی بیانات دریافت کیجیے اور جانچ کیجیے کہ آیا وہ صحیح ہیں یا غلط۔

(i) عدد 3 مفرد ہے یا یہ طاق ہے

(ii) تمام صحیح اعداد مثبت ہیں یا منفی

(iii) 100، 3، 11 اور 5 سے قابل تقسیم ہے۔

14.4 خاص الفاظ/ جز و جملہ (Special Words/Phrases)

کچھ جوڑنے والے الفاظ جو مرکب بیانات میں پائے جاتے ہیں مثال کے طور پر ''اور''، ''یا'' وغیرہ وغیرہ عام طور پر ریاضیاتی بیانات میں استعمال کیے جاتے ہیں۔ انہیں ہم جوڑنے والا کہتے ہیں۔ جب ہم ان مرکب بیانات کا استعمال کرتے ہیں، ان الفاظ کا کردار سمجھنا ضروری ہے۔ نیچے ہم اس پر بات چیت کریں گے۔

14.4.1 لفظ ''اور'' (*The word "And"*)

ہمیں ایک مرکب بیان پر غور کرنا چاہیے جس میں ''اور'' شامل ہو۔

p: ایک نقطہ ایک پوزیشن حاصل کرتا ہے اور اس کی جگہ معلوم کی جاسکتی ہے۔

دیا ہوا بیان دو جزء ترکیبی بیانات میں توڑا جاسکتا ہے جیسے

q: ایک نقطہ ایک پوزیشن حاصل کرتا ہے۔

© NCERT not to be republished

r: اس کی جگہ معلوم کی جاسکتی ہے۔

یہاں، ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ دونوں بیانات صحیح ہیں۔

ہمیں ایک دوسرے بیان کو دیکھنا چاہیے۔

p: 42، 5، 6 اور 7 سے قابل تقسیم ہے۔

اس بیان میں ذیل جزءترکیبی بیانات شامل ہیں

q: 42، 5 سے قابل تقسیم ہے

r: 42، 6 سے قابل تقسیم ہے

s: 42، 7 سے قابل تقسیم ہے

یہاں ہم جانتے ہیں کہ پہلا غلط ہے جب کہ دوسرے دو صحیح ہیں۔

ہمارے پاس جوڑنے والے ''اور'' کے لیے ذیل اصول موجود ہیں۔

1. مرکب بیان جس میں 'اور' شامل ہے صحیح ہے اگر اس کے تمام جز ترکیبی بیانات درست ہیں۔
2. جز ترکیبی بیان جس میں 'اور' شامل ہے غلط ہے اگر اس کا کوئی بھی جز ترکیبی بیان غلط ہے (اس میں یہ کیس شامل ہے کہ اس کے کچھ جز ترکیبی بیانات غلط ہے یا اس کے تمام جز ترکیبی بیانات غلط ہے)۔

مثال 6 ذیل مرکب بیانات کے جزءترکیبی بیانات لکھیے اور جانچ کیجیے کہ مرکب بیان صحیح ہے یا غلط۔

(i) ایک خط سیدھا ہے اور دونوں طرف لامحدود طریقے سے بڑھ رہا ہے۔

(ii) 0 ہر ایک مثبت صحیح عدد اور منفی صحیح عدد سے کم ہے

(iii) تمام زندہ اجسام دو ٹانگیں اور دو آنکھیں رکھتے ہیں۔

حل (i) جزءترکیبی بیانات ہیں۔

p: ایک خط سیدھا ہے

q: ایک خط دونوں طرف لامحدود طریقے سے بڑھتا ہے۔

یہ دونوں بیانات درست ہیں، اس لیے مرکب بیان درست ہے۔

© NCERT not to be republished

(ii) جزء ترکیبی بیانات ہیں

p: 0 ہر ایک مثبت صحیح عدد سے کم ہے

q: 0 ہر ایک منفی صحیح عدد سے کم ہے۔

دوسرا بیان غلط ہے اس لئے مرکب بیان غلط ہے۔

(iii) دوجزء ترکیبی بیانات ہیں

p: تمام زندہ اشیاء کے دو ٹانگیں ہوتی ہیں۔

q: تمام زندہ اشیاء کے دو آنکھیں ہوتی ہیں۔

یہ دونوں بیانات غلط ہیں۔اس لئے مرکب بیان غلط ہے۔

اب، ذیل بیان پر غور کیجیے

p: شراب اور پانی کے آمیزہ کو کیمیاوی طریقوں سے الگ کیا جاسکتا ہے۔

اس جملے پر ''اور'' کے ساتھ مرکب بیان کے طور پر غور نہیں کیا جاسکتا ہے۔ یہاں لفظ ''اور'' دو اشیاء کا حوالہ دیتا ہے۔ شراب اور پانی۔

یہ ہمیں ایک ضروری نوٹ کی طرف لے جاتا ہے۔

> **نوٹ** یہ نہیں سوچئے کہ ایک بیان ''اور'' کے ساتھ ایک مرکب بیان ہے جیسا کہ اوپر مثال میں دکھایا گیا ہے۔اس لئے لفظ ''اور'' ایک جوڑنے والے کے طور پر استعمال نہیں کیا جاتا ہے۔

14.4.2 لفظ ''یا'' (*The word "Or"*) ہم ذیل بیان کو دیکھتے ہیں۔

p: دو خطوط ایک مستوی میں ایک دوسرے کو ایک نقطے پر کاٹتے ہیں یا وہ متوازی ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ یہ بیان درست ہے۔اس کا مطلب ہے کہ اگر دو خطوط ایک مستوی میں ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں، تب وہ متوازی نہیں ہیں۔اس کے برعکس، اگر دو خطوط متوازی نہیں ہیں، تب وہ ایک دوسرے کو ایک نقطے پر کاٹتے ہیں۔ وہ یہ ہے کہ دونوں حالتوں میں یہ بیان درست ہے۔

''یا'' کے ساتھ بیان کو سمجھنے کی ترتیب میں ہم پہلے یہ اطلاع دیتے ہیں کہ ''یا'' انگریزی زبان میں دو طریقوں سے استعمال

© NCERT not to be republished

ہوتا ہے۔ ہمیں پہلے مندرجہ ذیل بیان کو دیکھنا چاہیے۔

p: ایک ہوٹل میں ایک تھالی کے ساتھ آئس کریم یا پیپسی دستیاب ہے (ملتی ہے)

اس کا مطلب ہے ایک شخص جو تھالی کے ساتھ آئس کریم نہیں چاہتا پیپسی لے سکتا ہے یا اگر پیپسی نہیں چاہتا تو آئس کریم لے سکتا ہے۔ ایک شخص پیپسی اور آئس کریم دونوں نہیں لے سکتا۔ اسے غیر شمولی ''یا'' کہتے ہیں۔

یہاں ایک دوسرا بیان ہے۔

ایک طالب علم جس نے بائیلوجی یا کیمسٹری لے رکھی ہے M.Sc مائیکروبائیولوجی پروگرام کے لیے درخواست دے سکتا ہے۔

یہاں ہمارا مطلب ہے کہ طلبا جنھوں نے بائیلوجی اور کیمسٹری دونوں مضمون لے رکھے ہیں مائیکروبائیلوجی پروگرام کے لیے درخواست دے سکتے ہیں، اسی طرح وہ طلباء جنھوں نے ان دونوں مضمونوں میں سے ایک لے رکھا ہے۔ اس کیس میں ہم **داخلی ''یا''** کا استعمال کر رہے ہیں۔ ان دونوں طریقوں کے درمیان فرق نوٹ کرنا اہم ہے کیونکہ ہمیں اس کی ضرورت اس وقت ہوتی ہے جب ہم یہ جانچ کرتے ہیں کہ آیا یہ بیان درست ہے یا غلط۔

ہمیں ایک مثال کو دیکھنا چاہیے

مثال 7 ہر ایک ذیل بیانات کے لیے، معلوم کیجیے کہ کیا ایک **داخلی ''یا''** یا **غیر شمولی ''یا''** کا استعمال کیا گیا ہے۔ اپنے جواب کی وجوہات بیان کیجیے۔

(i) ایک ملک میں داخل ہونے کے لیے آپ کو پاسپورٹ کی ضرورت ہوگی یا ایک ووٹر رجسٹریشن کارڈ کی۔

(ii) اسکول بند ہے اگر یہ ایک چھٹی (تعطیل) ہے یا اتوار

(iii) دو خطوط ایک دوسرے کو ایک نقطے پر کاٹتے ہیں یا متوازی ہیں۔

(iv) طلباء فرنچ یا سنسکرت تیسری زبان کے طور پر لے سکتے ہیں۔

حل (i) یہاں ''یا'' داخلی ہے کیونکہ ایک انسان ایک ملک میں داخلے کے لیے دونوں پاسپورٹ اور ووٹر رجسٹریشن کارڈ رکھ سکتا ہے۔

(ii) یہاں بھی ''یا'' داخلی ہے کیونکہ اسکول چھٹی کے دن اور اسی طرح اتوار کے دن بند ہوتا ہے۔

© NCERT not to be republished

(iii) یہاں ''یا'' غیر شمولی ہے کیونکہ دو خطوط کے لیے یہ ممکن نہیں ہے وہ ایک دوسرے کو کاٹیں اور ساتھ ہی متوازی ہوں

(iv) یہاں بھی ''یا'' غیر شمولی ہے کیونکہ ایک طلبا دونوں فرنچ اور سنسکرت ایک ساتھ نہیں لے سکتا۔

مرکب بیان کے لیے اصول ''یا'' کے ساتھ

1. ایک مرکب بیان ایک ''یا'' کے ساتھ صحیح ہے جب کہ ایک جزء ترکیبی بیان درست ہے یا دونوں جزء ترکیبی بیانات درست ہیں۔
2. ایک مرکب بیان ایک ''یا'' کے ساتھ غلط ہے جب دونوں جزء ترکیبی بیانات غلط ہیں۔

مثال کے طور پر ذیل بیان پر غور کیجیے۔

p: دو خطوط ایک دوسرے کو ایک نقطے پر کاٹتے ہیں یا متوازی ہیں۔

جزء ترکیبی بیانات ہیں

q: دو خطوط ایک نقطے پر کاٹتے ہیں۔

r: دو خطوط متوازی ہیں۔

تب، جب q صحیح ہے r غلط ہے اور جب r صحیح ہے q غلط ہے۔ اس لیے، مرکب بیان p صحیح ہے۔

ایک دوسرے بیان پر غور کیجیے۔

p: 125، 7 یا 8 کا ضعف ہے۔

اس کے جزء ترکیبی بیانات ہیں

q: 125، 7 کا ضعف ہے

r: 125، 8 کا ضعف ہے

دونوں q اور r غلط ہیں۔ اس لیے مرکب بیان p غلط ہے۔

دوبارہ ذیل بیان پر غور کیجیے۔

p: اسکول بند ہے، اگر وہاں ایک چھٹی ہے یا اتوار ہے۔

جزء ترکیبی بیانات ہیں

q: اسکول بند ہے اگر وہاں ایک چھٹی ہے

© NCERT not to be republished

r: اسکول بند ہے اگر وہاں اتوار ہے

دونوں q اور r صحیح ہیں، اس لیے مرکب بیان صحیح ہے۔

ایک دوسرے بیان پر غور کیجیے۔

p: ممبئی کولکاتہ یا کرناٹک کا دارالحکومت ہے۔

جزء ترکیبی بیانات ہیں

q: ممبئی کولکاتہ کا دارالحکومت ہے۔

r: ممبئی کرناٹک کا دارالحکومت ہے۔

یہ دونوں بیانات غلط ہیں۔ اس لیے مرکب بیان غلط ہے۔

ہمیں کچھ مثالوں پر غور کرنا چاہیے

مثال 8 ذیل بیانات میں استعمال کیے گئے ''یا'' کی قسم کی نشاندہی کیجیے، اور جانچ کیجیے کہ آیا بیانات درست ہیں یا غلط:

(i) $\sqrt{2}$ ایک ناطق عدد ہے یا غیر ناطق عدد ہے۔

(ii) ایک عوامی لائبریری میں داخلے کے لیے بچوں کو اسکول سے ایک شناختی کارڈ کی ضرورت یا اسکول کے اختیاری لوگوں سے ایک خط کی۔

(iii) ایک مستطیل ایک چار ضلعی ہے یا پانچ ضلعوں والا کثیر ضلعی۔

حل (i) جزء ترکیبی بیانات ہیں

p: $\sqrt{2}$ ایک ناطق عدد ہے۔

q: $\sqrt{2}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

یہاں ہم جانتے ہیں کہ پہلا بیان غلط ہے اور دوسرا صحیح ہے اور ''یا'' غیر شمولی ہے۔ اس لیے، مرکب بیان صحیح ہے۔

(ii) جزء و ترکیبی بیانات ہیں۔

p: ایک عوامی لائبریری میں داخل ہونے کے لیے بچوں کو شناختی کارڈ کی ضرورت ہو گی۔

q: ایک عوامی لائبریری میں داخل ہونے کے لیے بچوں کو اسکول کے اختیاری لوگوں

© NCERT not to be republished

سے ایک خط کی ضرورت ہو گی۔

بچے لائبریری میں اسی وقت داخل ہو سکتے ہیں اگر ان کے پاس دونوں میں سے کوئی بھی ہے، شناختی کارڈ یا خط، اسی طرح اگر ان کے پاس دونوں ہیں۔ اس لیے یہ داخلی ہے۔ ''یا'' مرکب بیان بھی صحیح ہے جب بچوں کے پاس دونوں کارڈ اور خط دونوں موجود ہیں۔

(iii) یہاں ''یا'' غیر شمولی ہے۔ جب ہم جزء ترکیبی بیانات کو دیکھتے ہیں، ہمیں حاصل ہوتا ہے کہ بیان صحیح ہے۔

14.4.3 مقداریہ (Quantifiers) مقداریہ جزو جملہ کی طرح ہے جیسے ''کچھ وجود میں ہے'' اور ''سب کے لیے''۔ ایک دوسرا جزو جملہ جو ریاضیاتی بیانات میں نمایاں ہے ''کچھ وجود میں ہے''۔ مثال کے طور پر بیان پر غور کیجیے۔ p: ایسا مستطیل وجود میں ہے جس کے تمام اضلاع برابر ہیں۔ اس کا مطلب ہے کہ کم سے کم ایک ایسا مستطیل ہے جس کے تمام اضلاع برابر ہیں۔

ایک لفظ جو ''کچھ وجود میں ہے'' سے قریب سے جڑا ہوا ہے ''ہر ایک کے لیے'' (یا سب کے لیے) ہے۔ ایک بیان پر غور کیجیے۔

p: ہر ایک مفرد عدد p کے لیے $\sqrt{p}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

اس کا مطلب ہے کہ اگر S تمام مفرد اعداد کے سیٹ کو ظاہر کرتا ہے، تب سیٹ S کے تمام اعداد p کے لیے $\sqrt{p}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

عام طور پر ایک ریاضیاتی بیان جو کہتا ہے کہ ''ہر ایک'' اس کو دوبارہ اس طرح لکھا جا سکتا ہے کہ دیے ہوئے سیٹ S کے تمام اعداد جہاں خاصیت کو استعمال کر سکتے ہیں اس خاصل کو ہر حال میں مطمئن کر لے۔

ہمیں اس کا بھی مشاہدہ کرنا چاہیے کہ خاص طور پر اس بات کا جاننا ضروری ہے کہ دیے ہوئے جملے میں جوڑنے والے لفظ کا کہاں تعارف ہوا ہے۔ مثال کے طور پر ذیل دو جملوں کا موازنہ کیجیے۔

1. ہر ایک مثبت عدد x کے لیے ایک مثبت عدد y وجود میں ہے تا کہ $y < x$

2. ایک مثبت عدد y وجود میں ہے تا کہ ہر ایک مثبت عدد x کے لیے ہمارے پاس ہے $y < x$

حالانکہ یہ دونوں بیانات یکساں دکھائی دیتے ہیں، یہ دونوں ایک بات نہیں کہہ رہے ہیں۔ اصلیت میں (1) صحیح ہے اور

© NCERT not to be republished

(2) غلط ہے۔اس طرح ایک ریاضیاتی ٹکڑے کو لکھنے کی ترتیب میں تاکہ ایک مطلب نکل سکے، تمام علامتوں کا بہت احتیاط سے تعارف کرانا چاہیے اور ہر علامت کا بالکل صحیح جگہ استعمال ہونا چاہیے۔ بہت جلدی نہیں اور بہت دیر سے نہیں۔

الفاظ ''اور''اور ''یا'' کو جوڑنے والا کہا جاتا ہے اور '' کچھ وجود میں ہے'' اور ''سب کے لیے'' کو مقداریہ کہا جاتا ہے۔

اس طرح ہم نے دیکھا کہ بہت سے ریاضیاتی بیانات میں کچھ خاص الفاظ ہوتے ہیں اور یہ جاننا خاص ہے کہ ان کے ساتھ کیا معنی جڑا ہوا ہے، خاص طور پر جب ہم مختلف بیانات کی معتبری کی جانچ کرنی ہو۔

مشق 14.3

1. ذیل ہر ایک مرکب بیانات کے لیے پہلے جوڑنے والے الفاظ کی پہچان کیجیے اور پھر اسے جزء ترکیبی بیانات میں توڑیے۔
   (i) تمام ناطق اعداد حقیقی ہیں اور تمام اعداد پیچیدہ نہیں ہیں۔
   (ii) ایک صحیح عدد کا مربع مثبت ہے یا منفی۔
   (iii) ریت سورج کی موجودگی میں جلدی گرم ہو جاتا ہے اور رات میں تیزی سے ٹھنڈا نہیں ہوتا۔
   (iv) $x = 2$ اور $x = 3$ مساوات $3x^2 - x - 10 = 0$ کے جزر ہیں۔
2. ذیل بیانات میں مقداریہ کی شناخت کیجیے اور بیانات کا منفی لکھئے۔
   (i) ایک نمبر ایسا موجود ہے جو اپنے مربع کے برابر ہیں۔
   (ii) ہر ایک حقیقی عدد x کے لیے، x، $x + 1$ سے کم ہے۔
   (iii) ہندوستان میں ہر ایک صوبے کے لیے ایک دارالحکومت موجود ہے۔
3. جانچ کیجیے کہ کیا بیانات کے جوڑے ایک دوسرے کے منفی ہیں۔اپنے جواب کی وجہ بیان کیجیے۔
   (i) $x + y = y + x$ صحیح ہے ہر ایک حقیقی اعداد x اور y کے لیے
   (ii) x اور y حقیقی اعداد وجود میں ہیں جن کے لیے $x + y = y + x$
4. دکھائیے کہ کیا ذیل بیانات میں استعمال کیا گیا ''یا'' غیر شمولی ہے''یا'' داخلی۔اپنے جواب کی وجوہات بیان کیجیے۔
   (i) سورج طلوع ہے یا چاند غروب ہوتا ہے۔
   (ii) ایک ڈرائیونگ لائسنس کی درخواست کے لیے آپ کے پاس ایک راشن کارڈ یا ایک پاسپورٹ ہونا چاہیے۔
   (iii) تمام صحیح اعداد مثبت ہیں یا منفی۔

© NCERT not to be republished

14.5 مفہوم (Implications)

اس سیکشن میں ہم ''اگر تب''، ''اگر صرف'' اور ''صرف اور صرف'' کے مفہوم پر بات چیت کریں گے۔ مثال کے طور پر بیان پر غور کیجیے۔

r: اگر آپ کی پیدائش کسی ملک میں ہے تو آپ اس ملک کے باشندے ہیں۔

جب ہم اس بیان کو دیکھتے ہیں، ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ یہ دیے گئے دو بیانات p اور q کے مطابق ہے

p: آپ کسی ملک میں پیدا ہوئے ہیں۔

q: آپ اس ملک کے باشندے ہیں۔

تب جملہ ''اگر p تو q'' کہتا ہے کہ وقوعہ میں اگر p صحیح ہے، تب q بھی صحیح ہونا چاہیے۔

ایک سب سے اہم حقیقت جملے کے لیے ''اگر p تب q'' یہ ہے کہ یہ کچھ نہیں کہتا (یا کوئی خواہش نہیں بتاتا)۔ q پر جب کہ p غلط ہے۔ مثال کے طور پر، اگر آپ کسی ملک میں پیدا نہیں ہوئے، تب آپ q کے بارے میں کچھ نہیں کہہ سکتے۔ اسے دوسرے الفاظ میں اس طرح رکھا جاتا ہے p کا نہ ہونا q کے ہونے پر کوئی اثر نہیں ڈالتا۔

بیان کے لیے ایک اور نقطہ جس کو قلم بند کرنا ضروری ہے ''اگر p تو q'' یہ ہے کہ بیان کا مطلب نہیں ہے کہ p ہوگا۔

یہاں بیانات سمجھنے کے بہت سے طریقے ہیں ''اگر p تو q'' ہم ان طریقوں کی ذیل بیانات کے ساتھ تشریح کریں گے۔

r: اگر ایک عدد 9 کا ضعف ہے، تب یہ 3 کا ضعف ہے۔

مان لیجیے p اور q بیانات کو ظاہر کرتے ہیں۔

p: ایک عدد 9 کا ضعف ہے۔

q: ایک عدد 3 کا ضعف ہے۔

تب، اگر p تو q ذیل ہی جیسا ہے۔

.1 p، q کی طرف نشاندہی کرتا ہے کو $p \Rightarrow q$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ علامت $\Rightarrow$ نشاندہی کو ظاہر کرتی ہے۔
اس کا مطلب ہے کہ اگر ایک عدد 9 کا ضعف ہے کا معنی ہے کہ یہ 3 کا بھی ضعف ہے۔

.2 p، q کے لیے حسب ضرورت شرط ہے
اس کا مطلب ہے کہ یہ جاننا کہ ایک عدد 9 کا ضعف ہے کافی ہے اس نتیجے پر پہنچنے کے لیے کہ یہ 3 کا ضعف ہے۔

© NCERT not to be republished

.3 p اگر صرف q

اس کا مطلب ہے کہ ایک عدد اس وقت 9 کا ضعف ہوگا اگر یہ 3 کا ضعف ہے۔

.4 p، q کے لیے ضروری شرط ہے

اس کا مطلب ہے کہ جب ایک عدد 9 کا ضعف ہے، یہ لازمی طور پر 3 کا بھی ضعف ہے۔

.5 $\sim q$ نشاندہی کرتا $\sim p$

یہ کہتا ہے کہ اگر ایک نمبر 3 کا ضعف نہیں ہے، تب یہ 9 کا ضعف نہیں ہے۔

14.5.1 مخالف اور برعکس (Contrapositive and converse)

مخالف اور برعکس کچھ دوسرے بیانات ہیں جو دیے ہوئے بیانات ''اگر تب'' کے ساتھ بنتے ہیں۔

مثال کے طور پر ہم ذیل ''اگر تب'' بیان پر غور کرتے ہیں۔

اگر طبعی ماحول بدلتا ہے تب حیاتیاتی ماحول بھی بدلتا ہے ۔

تب اس کا تردیدی بیان ہے۔

اگر حیاتیاتی ماحول نہیں بدلتا ہے تب طبعی ماحول بھی نہیں بدلے گا۔

یہ بات ذہن نشین کر لیجیے کہ دونوں بیانات ایک ہی معنی پیش کرتے ہیں۔

مثال 9 ذیل بیانات کے مخالف لکھیے:

(i) اگر ایک عدد 9 سے تقسیم ہوتا ہے، تب یہ 3 سے بھی تقسیم ہوتا ہے۔

(ii) اگر آپ ہندوستان میں پیدا ہوئے ہیں، تب آپ ہندوستانی شہری ہیں۔

(iii) اگر ایک مثلث مساوی الساقین نہیں ہے، تب یہ مساوی ضلعی نہیں ہے ۔

حل ان بیانات کے مخالف ہے

(i) اگر کوئی عدد 3 سے تقسیم نہیں ہوتا ہے، یہ 9 سے بھی تقسیم نہیں ہوگا۔

(ii) اگر آپ ہندوستان کے شہری نہیں ہیں، تب آپ کی پیدائش ہندوستان میں نہیں ہوئی ہے۔

(iii) اگر ایک مثلث مساوی الساقین نہیں ہے، تب یہ مساوی اضلعی نہیں ہے۔

© NCERT not to be republished

اوپر دی ہوئی مثالیں بیان کا مخالف دکھاتی ہیں اگر p، تو q ہے، اگر $\sim q$ تب $\sim p$

آگے ہم دوسرے رکن برعکس پر غور کریں گے۔

دیے ہوئے بیان "اگر p تو q" کا برعکس اگر q تو p ہے۔

مثال کے طور پر دیے ہوئے بیان کا برعکس

p: اگر ایک عدد 10 سے تقسیم ہوتا ہے تب یہ 5 سے بھی تقسیم ہوتا ہے۔

q: اگر ایک عدد 5 سے تقسیم ہوتا ہے، تب یہ 10 سے تقسیم ہوتا ہے۔

مثال 10 ذیل بیانات کے برعکس لکھئے

(i) اگر ایک جفت عدد n ہے تب n^2 بھی جفت ہے۔

(ii) اگر آپ کتاب میں موجود تمام مشقیں کرتے ہیں، تو آپ کو جماعت میں A گریڈ حاصل ہوتا ہے۔

(iii) اگر دو صحیح اعداد a اور b اس طرح ہیں کہ $a > b$، تب $a - b$ ہمیشہ ایک مثبت صحیح عدد ہے۔

حل ان بیانات کے برعکس ہیں

(i) اگر ایک عدد n^2 جفت ہے، تب n جفت ہے

(ii) اگر آپ جماعت میں A گریڈ حاصل کرتے ہیں، تب آپ نے کتاب کی تمام مشقیں کی ہیں۔

(iii) اگر دو صحیح اعداد a اور b اس طرح ہیں کہ $a - b$ ہمیشہ مثبت صحیح عدد ہے، تب $a > b$

ہم کچھ اور مثالوں پر غور کرتے ہیں

مثال 11 ذیل میں ہر ایک مرکب بیانات کے لیے، پہلے نظیری جز ترکیبی بیانات کی شناخت کیجیے۔ تب یہ جانچ کیجیے کہ کیا بیانات درست ہیں یا نہیں۔

(i) اگر ایک مثلث ABC مساوی اضلعی ہے، تب یہ مساوی الساقین ہے۔

(ii) اگر a اور b صحیح اعداد ہیں، تب ab ایک ناطق عدد ہے۔

حل (i) جزء ترکیبی بیانات اس سے دیے گئے ہیں

p: مثلث ABC ایک مساوی اضلعی ہے۔

© NCERT not to be republished

q: مثلث ABC ایک مساوی الساقین ہے۔

کیونکہ ایک مساوی اضلعی مثلث، مساوی الساقین ہے۔ہم کہتے ہیں کہ دیا ہوا مرکب بیان درست ہے۔

(ii) جزء ترکیبی بیانات اس سے دیے گئے ہیں

p: a اور b صحیح اعداد ہیں

q: ab ایک ناطق عدد ہے۔

کیونکہ دو صحیح اعداد کا حاصل ضرب ایک صحیح عدد ہے اور اس لئے ایک ناطق عدد، مرکب بیان درست ہے۔**'اگر اور صرف اگر'، علامت '** $\Leftrightarrow$ ' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔اس کا مطلب ہے ذیل برابر کی شرطیں دیے بیانات p اور q کے لیے۔

(i) p اگر اور صرف اگر q

(ii) q اگر اور صرف اگر p

(iii) p ضروری اور مکمل شرط ہے q کے لیے اور اس کے برعکس

(iv) $p \Leftrightarrow q$

ایک مثال پر غور کیجیے۔

مثال 12 نیچے دو بیانات کے جوڑے دیے گئے ہیں۔ان دونوں بیانات کو ''اگر اور صرف اگر'' کا استعمال کر کے جوڑیے۔

(i) p: اگر ایک مستطیل ایک مربع ہے، تب اس کے تمام اضلاع برابر ہیں

q: اگر ایک مستطیل کے چاروں ضلعے برابر ہیں، تب مستطیل مربع ہے

(ii) p: اگر ایک عدد کے ہندسوں کا جوڑ 3 سے تقسیم ہوتا ہے، تب عدد 3 سے تقسیم ہوتا ہے

q: اگر ایک عدد 3 سے تقسیم ہوتا ہے، تب اس کے ہندسوں کا جوڑ بھی 3 سے تقسیم ہوتا ہے۔

حل (i) ایک مستطیل ایک مربع ہے اگر اور صرف اگر اس کے چاروں ضلعے برابر ہیں۔

(ii) ایک عدد 3 سے تقسیم ہوتا ہے اگر اور صرف اگر اس کے ہندسوں کا جوڑ 3 سے تقسیم ہوتا ہے۔

مشق 14.4

1. ذیل بیان کو ''اگر-تب'' کا استعمال کر کے پانچ مختلف طریقوں میں وہی مطلب رکھتے ہوئے دوبارہ لکھئے۔

© NCERT not to be republished

اگر ایک طبعی عدد طاق ہے، تب اس کا مربع بھی طاق ہے

.2 ذیل بیانات کے مخالف اور برعکس لکھئے

(i) اگر x ایک مفرد عدد ہے، تب x ایک طاق ہے۔

(ii) اگر دو خطوط متوامی ہیں، تب وہ ایک ہی مستوی میں نہیں کاٹیں گے۔

(iii) کوئی شئے ٹھنڈی ہے اس کا مطلب ہے اس کا درجہ حرارت کم ہے۔

(iv) آپ جیومیٹری کو پوری طرح سے نہیں سمجھتے اگر استخراجی استدلال نہیں جانتے۔

(v) x ایک جفت عدد ہے نشاندہی کرتا ہے کہ x 4 سے تقسیم ہوتا ہے۔

.3 ذیل بیانات کو ''اگر–تب'' کی شکل میں لکھئے۔

(i) آپ کو ملازمت مل جاتی ہے اس کا مطلب ہے کہ آپ کی دستاویز اچھی ہیں۔

(ii) کیلے کے پیڑ پوری طرح پھل دار ہو جائیں گے اگر وہ انہیں ایک مہینہ گرمی ملے۔

(iii) ایک چار ضلعی ایک متوازی الاضلاع ہے اگر اس کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کریں۔

(iv) کلا A^+ حاصل کرنے کے لیے یہ ضروری ہے کہ آپ کتاب کی ساری مشقیں مکمل کریں۔

.4 (a) اور (b) بیانات دیے گئے ہیں۔ نیچے دیے گئے بیانات کی مخالف یا ایک دوسرے کے برعکس طور پر شناخت کیجیے۔

(a) اگر آپ دہلی میں رہتے ہیں، تب آپ کے پاس سردی کے کپڑے ہونے چاہیے۔

(i) اگر آپ کے پاس سردی کے کپڑے نہیں ہیں، تب آپ دہلی میں نہیں رہیں۔

(ii) اگر آپ کے پاس سردیوں کے کپڑے ہیں، تب آپ دہلی میں رہیں۔

(b) اگر ایک چار ضلعی ایک متوازی اضلاع ہے، تب اس کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

(i) اگر ایک چار ضلعی کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف نہیں کرتے ہیں، تب چار ضلعی ایک متوازی اضلاع نہیں ہے۔

(ii) اگر ایک چار ضلعی کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں، تب یہ متوازی اضلاع ہے۔

14.6 معتبری بیانات (Validating Statements)

اس حصہ میں ہم بات چیت کریں گے جب کہ ایک بیان درست ہے۔ اس سوال کا جواب دینے کے لیے تمام ذیل سوالوں کا جواب دینا ہوگا۔

© NCERT not to be republished

اس بیان کا کیا مطلب ہے؟اس کا کیا مطلب ہوگا کہ یہ بیان درست ہے اور جب یہ بیان درست نہیں ہے؟

ان سوالات کے جواب اس بات پر منحصر ہیں کہ کون سے خاص الفاظ اور جز و جملہ ''اور''، ''یا'' اور کون سا اشارہ ''اگر اور صرف اگر''، ''اگر تب'' اور کون سا مقدار یہ ''ہر ایک کے لیے''، ''یہ وجود میں ہے'' دیے ہوئے بیان میں ظاہر ہوتا ہے۔

یہاں ہم کچھ طریقوں پر بات چیت کریں گے یہ معلوم کرنے کے لیے جب کہ ایک بیان معتبر ہے۔ہم کچھ عام اصولوں کی فہرست بنائیں گے یہ جانچ کرنے کے لیے کہ کیا بیان درست ہے یا غلط

اصول 1 اگر p اور q ریاضیاتی بیانات ہیں، تب ترتیب میں یہ دکھانے کے لیے کہ بیان ''p اور q'' صحیح ہے، ذیل اقدام اٹھائے جائیں گے۔

قدم 1 دکھایئے کہ بیان p صحیح ہے۔

قدم 2 دکھایئے کہ بیان q صحیح ہے۔

اصول 2 ''یا'' کے ساتھ بیانات

اگر p اور q ریاضیاتی بیانات ہیں، تب یہ دکھانے کے لیے کہ بیان ''p یا q'' صحیح ہے، ذیل پر غور کرنا چاہیے۔

کیس 1 یہ مانتے ہوئے کہ p غلط ہے، دکھایئے کہ q صحیح ہو۔

کیس 2 یہ مانتے ہوئے کہ q غلط ہے، دکھایئے کہ p صحیح ہو۔

اصول 3 بیانات ''اگر-تب'' کے ساتھ

یہ بیان ثابت کرنے کے لیے ''اگر p تب q''، ہمیں یہ دکھانے کی ضرورت ہے کہ ذیل کیس میں کوئی ایک صحیح ہے۔

کیس 1 یہ مانتے ہوئے کہ p صحیح ہے، ثابت کیجیے کہ q صحیح ہونا چاہیے۔(سیدھا طریقہ)

کیس 2 یہ مانتے ہوئے کہ q غلط ہے، ثابت کیجیے کہ p صحیح ہونا چاہیے۔(مخالف طریقہ)

اصول 4 ''اگر اور صرف اگر'' کے ساتھ بیانات۔

یہ ثابت کرنے کے لیے کہ ''p اگر اور صرف اگر q''، ہمیں دکھانے کی ضرورت ہے

© NCERT not to be republished

(i) اگر p صحیح ہے، تب q صحیح ہے اور (ii) اگر q صحیح ہے، تب p صحیح ہے۔

اب ہم کچھ مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

مثال 13 جانچ کیجیے کہ کیا ذیل بیان صحیح ہے یا غلط۔

اگر $x, y \in \mathbf{Z}$ اس طرح ہیں کہ x اور y طاق عدد ہے، تب xy طاق عدد ہے

حل مان لیجیے $p : x, y \in \mathbf{Z}$ اس طرح ہیں کہ x اور y طاق ہیں

$q : xy$ طاق ہے

دیے ہوئے بیان کی معتبری کی جانچ کرنے کے لیے، ہم اصول 3 کا کیس 1 پر عمل کرتے ہیں۔ وہ یہ ماننا ہوگا کہ اگر p صحیح ہے تو q صحیح ہے۔

p صحیح ہے کا مطلب ہے کہ x اور y طاق صحیح اعداد ہیں۔ تب

$x = 2m+1$، کچھ صحیح عدد m کے لیے۔ $y = 2n+1$ کچھ صحیح عدد n کے لیے۔ اس طرح

$$xy = (2m+1)\ (2n+1)$$

$$= 2(2mn+m+n)+1$$

یہ دکھاتا ہے کہ xy طاق ہے۔ اس لیے، دیا ہوا بیان صحیح ہے۔

مان لیجیے ہم اس کی جانچ اصول 3 کا کیس 2 استعمال کر کے کرنا چاہتے ہیں، تب یہ ذیل طریقہ کے حساب سے آگے بڑھیں گے۔

ہم یہ مان لیتے ہیں کہ q صحیح نہیں ہے۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ہمیں بیان q کے منفی پر غور کرنے کی ضرورت ہے۔ یہ بیان دیتا ہے۔

$\sim q$: حاصل ضرب xy مثبت ہے

یہ اس وقت ممکن ہے اگر صرف x جفت ہے یا y۔ اس سے ثابت ہوتا ہے کہ p صحیح نہیں ہے۔ اس طرح ہم نے دکھایا ہے کہ

$$\sim q \Rightarrow \sim p$$

> **نوٹ** اوپر کی مثال یہ صورت حال بیان کرتی ہے کہ $p \Rightarrow q$ کو ثابت کرنے کے لیے، یہ دکھانا کافی ہے کہ $\sim q \Rightarrow \sim p$ جو کہ بیان $p \Rightarrow q$ کا مخالف ہے۔

© NCERT not to be republished

مثال 14 جانچ کیجئے کہ کیا ذیل بیان صحیح ہے یا غلط اس کا مخالف مہیا کرانے کے بعد۔ اگر $x, y \in \mathbf{Z}$ تا کہ xy طاق ہے، تب دونوں x اور y طاق ہیں۔

حل ہم بیانات کو ایک نام دیتے ہیں جیسا کہ نیچے دیا گیا ہے۔

p : xy طاق ہے

q: دونوں x اور y طاق ہیں۔

ہمیں یہ جانچ کرنی ہے کہ کیا بیان $p \Rightarrow q$ صحیح ہے یا نہیں اس کے مخالف بیان کی جانچ کرنے سے یعنی $\sim p \Rightarrow \sim q$

اب $\sim q$: یہ غلط ہے کہ دونوں x اور y طاق ہے۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ x (یا y) جفت ہے تب $x = 2n$ کچھ صحیح عدد n کے لیے

اس لیے $xy = 2ny$ کچھ صحیح عدد n کے لیے یہ ثابت کرتا ہیت کہ xy مثبت ہے وہ یہ کہ $\sim p$ صحیح ہے اس طرح، ہم نے دکھا دیا ہے کہ $\sim q \Rightarrow \sim p$ اور اس لیے دیا ہوا بیان صحیح ہے۔

اب کیا ہوگا جب ہم ایک مخالف اور اس کے برعکس کو ساتھ ملائیں گے؟ آپ، ہم اس پر بات چیت کریں گے۔

ہمیں ذیل بیانات پر غور کرنا چاہیے۔

p: ایک پانی کا برتن آدھا خالی ہے۔

q: ایک پانی کا برتن آدھا بھرا ہوا ہے۔

ہم یہ جانتے ہیں کہ اگر پہلا بیان ہوا، تو دوسرا بیان ہوگا اور ساتھ ہی اگر دوسرا بیان ہوگا، تب پہلا بیان ہوگا۔ ہم اس طرح اس حقیقت کو سمجھا سکتے ہیں۔

اگر ایک برتن آدھا خالی ہے، تب یہ آدھا بھرا ہوا ہے۔

اگر ایک برتن آدھا بھرا وہا ہے، تب یہ آدھا خالی ہے۔

ہم ان دو بیانات کو جوڑتے ہیں اور ذیل حاصل ہے:

ایک برتن آدھا خالی ہے اگر اور صرف اگر آدھا بھرا ہوا ہے۔

© NCERT not to be republished

اب ہم اسے دوسرے طریقے پر غور کرتے ہیں۔

14.5.1 تضاد (الٹ) کے ذریعے (By Contradiction) یہاں یہ جانچ کرنی ہے کہ کیا بیان p درست ہے، ہم یہ مانتے ہیں کہ p صحیح نہیں ہے یعنی $\sim p$ صحیح ہے۔ تب ہم ایک نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ ہماری سوچ کے الٹ ہے۔ اس لیے ہم اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ p صحیح ہے۔

مثال 15 تضاد (الٹ) کے طریقے سے تصدیق کیجیے

p: $\sqrt{7}$ ایک غیر ناطق عدد ہے۔

حل اس طریقے میں ہم یہ مانتے ہیں کہ دیا ہوا بیان غلط ہے۔ اس کا مطلب ہم یہ مانتے ہیں کہ $\sqrt{7}$ ایک ناطق عدد ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ کچھ مثبت صحیح اعداد a اور b موجود ہیں تاکہ $\sqrt{7} = \frac{a}{b}$ جہاں a اور b میں کوئی مشترکہ جزوضربی نہیں ہے۔ مساوات کا مربع کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے $7 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 7b^2 \Rightarrow 7$، a کو تقسیم کرتا ہے۔ اس لیے ایک صحیح عدد ہے c وجود میں ہے تاکہ $a = 7c$ تب $a^2 = 49c^2$ اور $a^2 = 7b^2$۔

اس لیے $7b^2 = 49c^2 \Rightarrow b^2 = 7c^2 \Rightarrow 7$، b کو تقسیم کرتا ہے۔ لیکن ہم پہلے ہی یہ ثابت کر چکے ہیں کہ 7، a کو تقسیم کرتا ہے۔ اس سے یہ ملتا ہے کہ 7، a اور b کا مشترکہ جزوضربی ہے۔ جو ہمارے پہلے ماننے کے برعکس ہے کہ a اور b میں کوئی مشترکہ جزوضربی نہیں ہے۔ اس سے یہ دکھائی دیتا ہے کہ ہمارا ماننا $\sqrt{7}$ ایک ناطق عدد ہے غلط ہے۔ اس لیے $\sqrt{7}$ ایک غیر ناطق عدد ہے صحیح ہے۔

آگے، ہم ایک طریقے پر بات چیت کریں گے جس سے ہم ثابت کر سکیں کہ ایک بیان غلط ہے۔ اس طریقے میں ایک مثال اس طرح کی شامل ہے جہاں بیان معتبر نہیں ہے۔ اس طرح کی مثال کو جوابی مثال کہا جاتا ہے۔ یہ نام بخود اس بات کی صلاح دیتا ہے کہ یہ مثال دیے ہوئے بیان کے برعکس ہے۔

مثال 15 ایک برعکس مثال دے کر، ثابت کیجیے کہ ذیل بیان غلط ہے۔ اگر n ایک طاق عدد ہے، تب n ایک مفرد عدد ہے۔

حل دیا ہوا بیان اس شکل کا ہے ''اگر p تب q''، ہمیں یہ ثابت کرنا ہے کہ یہ غلط ہے۔ اس عمل کے لیے ہمیں یہ دکھانے

کی ضرورت ہے کہ اگر p تب $\sim q$ اسے ثابت کرنے کے لیے ہم ایک طاق صحیح عدد 'n' کو دیکھتے ہیں جو کہ ایک مفرد عدد نہیں ہے۔ 9 اسی طرح کا ایک عدد ہے۔ اس لیے $n = 9$ ایک برعکس مثال ہے۔ اس لیے، ہم اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ دیا ہوا بیان غلط ہے۔

> **نوٹ** ریاضی میں، تردیدی مثالوں کا استعمال بیان کو نا ثابت کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔ حالانکہ بیان کے مواقف پیدا کی گئی مثالیں بیان کو معتبر حاصل نہیں کرا سکتیں۔

مشق 14.5

1. دکھائیے کہ بیان

p: اگر x ایک حقیقی عدد ہے تا کہ $x^3 + 4x = 0$، تب x '0' ہے صحیح ہے بذریعہ

(i) سیدھا طریقے سے (ii) تضاد (پلٹ) کے طریقے سے (iii) مخالف کے طریقے سے

2. دکھائیے کہ بیان ''کہیں بھی حقیقی اعداد a اور b لکھئے $a^2 = b^2$ کا مطلب ہے کہ $a = b$ '' دی ہوئی ایک پلٹ مثال سے صحیح نہیں ہے۔

3. مخالف طریقے کے ذریعے دکھائیے کہ ذیل بیان درست ہے۔

p: اگر x ایک صحیح عدد ہے اور x^2 ایک جفت، تب x بھی جفت ہے۔

4. ایک مخالف مثال کے ذریعے، دکھائیے کہ ذیل بیانات صحیح نہیں ہیں۔

(i) p: اگر ایک مثلث کے تمام زاویے برابر ہیں، تب مثلث ایک منفرجہ زاویہ مثلث ہے۔

(ii) q: مساوات $x^2 - 1 = 0$ کے جذر 0 اور 2 کے بیچ میں نہیں ہیں۔

5. ذیل میں کون سے بیانات صحیح ہیں اور کون سے غلط؟ ہر حالت میں ایک معتبر وجہ بتائیے کہ ایسا کیوں ہے؟

(i) p: دائرے کا ہر ایک نصف قطر دائرے کا قوسی وتر ہے۔

(ii) q: دائرے کا مرکز ادائرے کے ہر قوسی وتر کی تنصیف کرتا ہے۔

(iii) r: دائرہ، ناقص کا ایک خاص کیس ہے۔

(iv) s: اگر x اور y صحیح اعداد ہیں جبکہ $x > y$ تب $-x < -y$۔

(v) t: $\sqrt{11}$ ایک ناطق عدد ہے۔

© NCERT not to be republished

متفرق مثالیں

مثال 17 جانچ کیجیے کہ کیا مرکب بیان میں استعمال کیا گیا ہے ''یا'' غیر شمولی ہے یا داخلی؟ مرکب بیانات کے جز وضربی بیانات کے لیے اور ان کا استعمال یہ جانچ کرنے کے لیے کیجیے کہ کیا مرکب بیان صحیح ہے یا نہیں۔ اپنے جواب کی وضاحت کیجیے۔

t: آپ گیلے ہوتے ہیں جب بارش ہوتی ہے یا آپ دریا میں ہوتے ہیں۔

حل دیئے ہوئے بیان میں ''یا'' کا استعمال داخلی ہے کیونکہ یہ ممکن ہے کہ جب بارش ہو آپ دریا میں ہوں۔

دیئے ہوئے بیان کے جز ترکیبی بیانات ہیں:

p: آپ گیلے ہوں جب بارش ہو۔

q: آپ گیلے ہوں جب آپ دریا میں ہوں۔

یہاں دونوں جزء ترکیبی بیانات صحیح ہیں اور اس لیے، مرکب بیان صحیح ہے۔

مثال 18 ذیل بیانات کے منفی لکھئے:

(i) p: اگر ایک حقیقی عدد 'x' کے لیے $x^2 > x$ ۔

(ii) q: ایک ناطق عدد x موجود ہے تا کہ $x^2 = 2$ ۔

(iii) r: تمام پرندوں کے پر ہوتے ہیں۔

(iv) s: بنیادی طور پر تمام طلباء ریاضی پڑھتے ہی۔

حل (i) p کا منفی ہے ''یہ غلط ہے کہ p ہے'' جس کا مطلب ہے کہ شرط $x^2 > x$ تمام حقیقی اعداد کے لیے صحیح نہیں ہے۔

اسے اس طرح دکھایا جائے سکتا ہے۔

$\sim p$: ایک حقیقی عدد x موجود ہے تا کہ $x^2 < x$ ۔

(ii) q ایک منفی ہے ''یہ غلط ہے کہ q''، اس طرح $\sim q$ بیان ہے۔

$\sim q$: ایک ایسا ناطق عدد x موجود نہیں ہے تا کہ $x^2 < x$ ۔

اس بیان کو دوبارہ اس طرح بھی لکھا جاسکتا ہے۔

© NCERT not to be republished

$\sim q$: تمام حقیقی اعداد x کے لیے $x^2 \neq 2$

(iii) بیان کا منفی ہے۔

$\sim r$: ایک ایسا پرندہ موجود ہے جس کے کوئی پر نہیں ہوتا

(iv) دیئے ہوئے بیان منفی $\sim s$: ہے۔ ایک ایسا طالب علم وجود میں ہے جو بنیادی سطح پر ریاضی نہیں پڑھتا۔

مثال 19 لفظ ''ضروری اور کافی'' کا استعمال کر کے بیان ''صحیح عدد n طاق ہے اگر اور صرف اگر n^2 طاق ہے'' کو دوبارہ لکھئے۔ ساتھ ہی جانچ کیجئے کہ کیا بیان صحیح ہے۔

حل ضروری اور کافی شرط کہ صحیح عدد n طاق ہو یہ کہ n^2 طاق ہونا لازمی ہے۔ مان لیجئے p اور q بیانات کو ظاہر کرتے ہیں۔

p: صحیح عدد n طاق ہے۔

q: n^2 طاق ہے۔

''p اگر q'' کی معتبری کی جانچ کرنے کے لیے، ہمیں یہ جانچ کرنی ہوگی کہ کیا ''اگر p تو q'' اور ''اگر q تو p'' صحیح ہے۔

کیس 1 اگر p تب q

اگر p، تب q بیان ہے۔

اگر صحیح عدد n طاق ہے، تب n^2 طاق ہے۔ ہم یہ جانچ کرنی ہے کہ کیا یہ بیان صحیح ہے۔ ہمیں مان لینا چاہیے کہ n طاق ہے۔ تب $n = 2k+1$ جہاں k ایک صحیح عدد ہے۔ اس طرح

$$n^2 = (2k+1)^2$$

$$= 4k^2 + 4k + 1$$

اس لیے، n^2 ایک جفت عدد سے ایک زیادہ ہے اور اس لیے طاق ہے۔

کیس 2 اگر q، تب p

اگر q، تب p ایک بیان ہے۔

اگر n ایک صحیح عدد ہے اور n^2 طاق ہے، تب n طاق ہے۔

© NCERT not to be republished

ہمیں یہ جانچ کرنی ہے کہ کیا یہ بیان درست ہے۔ہم اس کی جانچ مخالف طریقے سے کرتے ہیں۔اس کا مخالف بیان ہے۔
اگر n ایک جفت صحیح عدد ہے،تب n^2 ایک جفت صحیح عدد ہے۔
n جفت ہونے کا مطلب ہے کہ $n = 2k$ کسی k کے لیے۔تب $n^2 = 4k^2$ ،اس لیے، n^2 جفت ہے۔

مثال 20 دیئے ہوئے بیانات کی شناخت کے لیے ضروری اور مکمل شرطیں
t: اگر آپ 80 کلومیٹر فی گھنٹے سے زیادہ رفتار سے گاڑی چلاتے ہیں،تب آپ پر جرمانہ ہوگا۔

حل مان لیجئے p اور q بیانات کو ظاہر کرتے ہیں

p: آپ 80 کلومیٹر فی گھنٹے کی رفتار سے زیادہ گاڑی چلاتے ہیں۔

q: آپ کو جرمانہ دینا ہوگا۔

نتیجہ یہ ہے کہ اگر p،تب q اشارہ دیتا ہے کہ p،q کے لیے کافی ہے۔اس کا مطلب ہے 80 کلومیٹر فی گھنٹے سے زیادہ چلانا جرمانہ دینے کے لیے کافی ہے۔
یہاں ضروری شرط یہ ہے کہ ''80 کلومیٹر فی گھنٹے سے زیادہ چلانا''۔
اسی طرح،اگر p،تب q بھی ظاہر کرتا ہے کہ q ضروری ہے p کے لیے۔وہ یہ
جب آپ 80 کلومیٹر فی گھنٹے سے اوپر چلائیں گے،لازمی طور پر آپ پر جرمانہ ہوگا۔یہاں ضروری شرط یہ ہے کہ ''جرمانہ ہونا''

متفرق مشق باب 14 پر مشتمل

.1 ذیل بیانات کے منفی لکھئے:

(i) p: ہر ایک مثبت حقیقی عدد x کے لیے،عدد $x - 1$ بھی مثبت ہے۔

(ii) q: بلی کے ذریعے کیے گئے تمام خراشیں۔

(iii) r: ہر ایک حقیقی عدد x کے لیے $x > 1$ یا $x < 1$ ۔

(iv) s: ایک عدد 'x' موجود ہے اس طرح کہ $0 < x < 1$

.2 ہر ایک ذیل بیانات کے لیے برعکس اور مخالف بتائیے۔

(i) p: ایک مثبت صحیح عدد مفرد ہے اگر اس کا مقسوم علیہ صرف '1' اور اس کے اپنے علاوہ وکوئی نہ۔

© NCERT not to be republished

(ii) q: جب کبھی بھی گرم دن ہوتا میں سمندر کے کنارے جاتا ہوں۔

(iii) r: اگر باہر گرمی ہے، تب آپ کو پیاس محسوس ہوگی۔

.3 ہر ایک بیانات کو ''اگر p، تب q'' کی شکل میں لکھئے۔

(i) p: پاس ورڈ رکھنا ضروری ہے جب آپ سرور (sever) پر لاگ آن کریں۔

(ii) q: جب کبھی بھی بارش ہوتی ہے، ٹریفک جام ہو جاتا ہے۔

(iii) r: آپ ویب سائٹ (Web site) کا اسی وقت استعمال کر سکتے ہیں اگر آپ اس کے استعمال کرنے کی فیس دیتے ہیں۔

.4 ہر ایک ذیل بیانات کو ''p اگر اور صرف اگر q'' کی شکل میں دوبارہ لکھئے۔

(i) p: اگر آپ ٹیلی ویژن دیکھتے ہیں، تب آپ کا دماغ آزاد ہے اور اگر آپ کا دماغ آزاد ہے، تب آپ ٹیلی ویژن دیکھتے ہیں۔

(ii) q: آپ کے لیے 'A' گریڈ حاصل کرنے کے لئے ، یہ ضروری اور کافی ہے کہ آپ اپنا گھر کا کام باقاعدگی سے کریں۔

(iii) r: اگر ایک چارضلعی مساوی الزاویہ ہے، تب یہ ایک مستطیل ہے اور اگر ایک چارضلعی ایک مستطیل ہے۔ تب یہ مساوی الزاویہ ہے۔

.5 نیچے دو بیانات دیئے گئے ہیں۔

p: 25، 5 کا ضعف ہے۔

q:25، 8 کا ضعف ہے۔

ان دونوں بیانات کو ''اور'' اور ''یا'' سے جوڑ کر مرکب بیانات کی شکل میں لکھئے۔ دونوں حالتوں میں مرکب بیان کی معتبری کی جانچ کیجئے۔

.6 نیچے دیئے گئے بیانات کی ان کے سامنے دئے گئے طریقے سے معتبری کی جانچ کیجئے۔

(i) p: ایک غیر ناطق عدد اور ایک ناطق عدد کا مجموعہ غیر ناطق ہے (تضاد طریقے کے ذریعے)

© NCERT not to be republished

(ii) q: اگر n حقیقی عدد ہے $x > 3$ کے ساتھ، تب $n^2 > 9$ (تضاد طریقے کے ذریعے)

7. ذیل بیانات کو پانچ مختلف طریقوں سے لکھئے، وہی مطلب برقرار رکھتے ہوئے

p: اگر ایک مثلث مساوی الزاویہ ہے، تب یہ ایک منفرجہ زاویہ مثلث ہے۔

خلاصہ (Summary)

- ریاضیاتی طور پر منظور شدہ بیان ایک جملہ ہے جو کہ یا تو صحیح ہے یا غلط۔

- ارکان کی وضاحت کیجئے۔

— ایک بیان p کا منفی: اگر p ایک بیان کو ظاہر کرتا ہے، تب p کا منفی $\sim p$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

— مرکب بیانات اور ان سے متعلق اجزائے ترکیبی بیانات:

ایک بیان ایک مرکب بیان ہے اگر یہ دو یا دو سے زیادہ چھوٹے بیانات سے مل کر بنا ہے۔

چھوٹے بیانات کو مرکب بیان کے اجزائے ترکیبی بیانات کہا جاتا ہے۔

— ''اور''، ''یا''، ''وجود میں ہے'' اور ''ہر ایک کے لیے'' کا کردار مرکب بیانات بنانا ہے۔

— اشاروں کے معنی ''اگر''، ''اگر صرف''، ''اگر اور صرف اگر''

— ایک جملہ اگر p، تب q کے ساتھ ذیل طریقوں سے لکھا جا سکتا ہے۔

— p مطلب q ($p \Rightarrow q$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔)

— q کے لیے p ایک حسب ضرورت کافی شرط ہے۔

— p کے لیے q ایک ضروری شرط ہے۔

— p اگر صرف q

— $\sim q$ نشاندہی کرتا ہے $\sim p$

ایک بیان $p \Rightarrow q$ کا مخالف بیان $\sim q \Rightarrow \sim p$ ہے۔ ایک بیان $p \Rightarrow q$ کا برعکس $q \Rightarrow p$ ہے

$p \Rightarrow q$ اپنے برعکس کے ساتھ p اگر اور صرف اگر q دیتا ہے۔

© NCERT not to be republished

- ذیل طریقے بیانات کی معتبری کی جانچ کرنے کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں۔
  (i) سیدھا طریقہ
  (ii) مخالف طریقہ
  (iii) تضاد کا طریقہ
  (iv) پلٹ مثال استعمال کر کے

تاریخ کے اوراق سے

منطق (Logic) پر پہلا مقالہ ارسٹوٹل Aristotle (384 B.C.-3228 B.C.) نے لکھا تھا کہ یہ اصولوں کا مجموعہ استخراجی استدلال کے لیے تھا جس نے بنیادی طور پر ہر شعبہ کی معلومات کے مطالعہ میں ساتھ دیا۔ بعد میں سترہویں صدی میں جرمنی ریاضی داں جی۔ڈبلو۔لیبنیز (1646-1716)(G.W. Leibnitz) نے علامتوں کا استعمال کے اس سوچ کو منطق میں استخراجی توجیہ کے عمل کو اور تیز کر دیا۔ جارج بولے (George Boole (1815-1864 A.D انگریزی ریاضی داں اور آگسٹس ڈی۔ مارگن Augutus De Morgan (1806-1871 A.D.) نے انیسویں صدی میں اس کے تصور کو پہچانا، جس نے جدید مضمون ''علامتی منطق'' کی بنیاد ڈالی۔

© NCERT not to be republished