



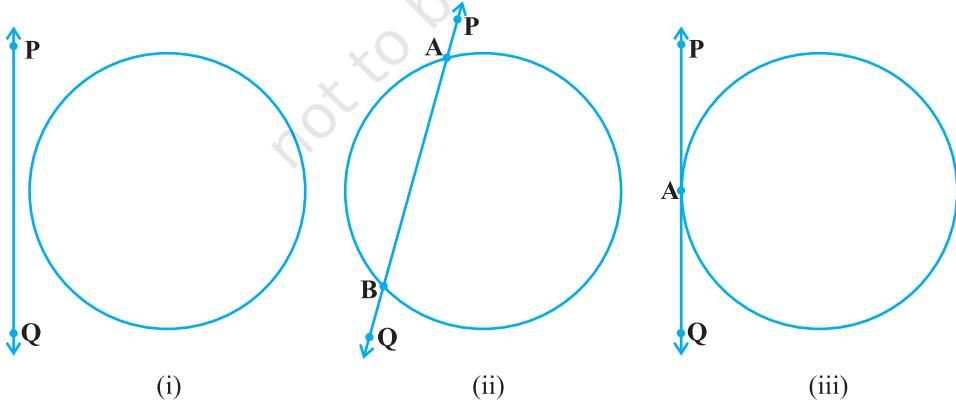
# 10

## دائرے (CIRCLES)

### تاریخ 10.1

نویں کلاس میں آپ پڑھ چکے ہیں کہ دائرہ مستوی میں ایسے نقاط کا مجموعہ ہے جو ایک متعین نقطہ (مرکز) سے مستقل فاصلہ (نصف قطر) پر واقع ہوں۔ آپ نے بہت سے ارکان جو دائیرہ سے متعلق ہیں۔ ان کے بارے میں بھی پڑھا ہے جسے دائیرہ کا وتر، قطع اور سیکٹر وغیرہ۔ آئیے ایسی مختلف صورت حال پر غور کرتے ہیں جو جب پیدا ہوتی ہیں جب مستوی میں ایک دائیرہ اور ایک خط دیا ہوا ہو۔

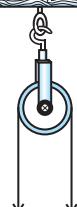
اس لئے آئیے ایک دائیرہ اور ایک خط  $PQ$  پر غور کرتے ہیں۔ شکل 10.1 جو ذیل میں دی گئی ہے، میں تین باتیں ممکن ہیں۔



شکل 10.1

شکل 10.1 میں خط  $PQ$  اور دائیرہ میں کوئی نقطہ مشترک نہیں ہے۔ اس حالت میں  $PQ$  دائیرہ کے تعلق سے غیر قاطع خط کہلاتا ہے۔ شکل 10.1(ii) میں خط  $PQ$  اور دائیرہ میں دو مشترک نقطے A اور B ہیں۔ اس حالت میں ہم خط  $PQ$  کو دائیرہ کا قاطع

کہتے ہیں۔ شکل 10.11(iii) میں صرف ایک نقطہ A ہے جو خط اور دائرہ میں مشترک ہے۔ اس حالت میں خط اور دائرہ کا مماس (tangent) کہلاتا ہے۔



شکل 10.2

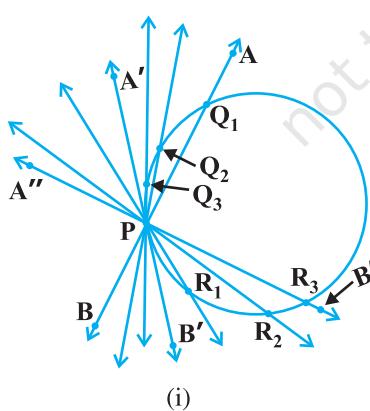
آپ نے کنویں کے اوپر لگی ہوئی ایک پلی ضرور دیکھی ہوگی جس کا استعمال ہم کنویں سے پانی نکالنے میں کرتے ہیں شکل 10.2 کو دیکھئے۔ یہاں رسی جو پلی کے دونوں طرف ہوتی ہے، کو ایک شعاع مانا جائے تو یہ دائرہ کے مماس کی طرح ہے اگر پلی دائرہ کو ظاہر کرتی ہے۔

کیا دائرہ کے تعلق سے خط کا، اوپر دئے گئے مقاموں کے علاوہ بھی کوئی مقام ہو سکتا ہے؟ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ دائرہ مناسبت سے خط کوئی بھی مقام نہیں ہو سکتا ہے۔ اس باب میں ہم مماس کے وجود اور اس کی کچھ خصوصیات کا مطالعہ کریں گے۔

## 10.2 دائرہ کا مماس

پچھلے سیکشن میں آپ دیکھ چکے ہیں کہ دائیرے کا مماس وہ خط ہے جو دائیرہ کو صرف ایک نقطہ پر قطع (یا چھوتا ہے) کرتا ہے۔ دائیرہ کے کئی نقطہ پر مماس کو تھخنے کے لئے آئینے پر چھر گرمیاں کرتے ہیں۔

**سرگرمی 1:** ایک دائیرہ کی شکل کا تار لیجئے اور اسکے ایک نقطہ P پر ایک سیدھا تار AB اس طرح جوڑیں کہ یہ میستوی میں نقطے P کے ارد گرد گردش کرے۔ اس پورے سٹم کو آہستہ سے میز پر رکھیں اور تار AB کو P کے ارد گرد گھٹائیں۔ اس طرح سے ہمیں سیدھے تار AB کے مختلف مقام حاصل ہوں گے (شکل 10.3(i) دیکھیے)



شکل 10.2

مختلف حالتوں میں تار دائیری تار کو P اور دوسرے نقاط  $Q_1$  یا  $Q_2$  یا  $Q_3$  وغیرہ پر قطع کرتا ہے۔ ان میں سے ایک حالت آپ دیکھیں گے کہ یہ دائیرہ کو صرف ایک جگہ قطع کرتا ہے یعنی P پر (AB کی A'B' حالت دیکھئے)۔ اس سے پتہ چلتا ہے کہ دائیرہ کے ایک نقطہ P پر مماس کا وجود ہے اس کو مزید "R" کے گھمانے پر آپ یہ مشاہدہ کریں گے کہ تمام حالتوں میں AB دائیرہ کو P کے علاوہ اور دوسرے نقطوں پر بھی قطع کرتا ہے جیسے  $R_1$  یا  $R_2$  یا  $R_3$  وغیرہ۔

اس لئے آپ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ دائیرہ کے ایک نقطہ پر ایک ہی مماس ہوتا ہے۔

مندرجہ بالا سرگرمی کرتے وقت آپ نے یہ مشاہدہ کیا ہوگا جیسے جیسے AB, A'B' کی طرف حرکت ہے۔ خط اور دائیرہ کا

مشترک نقطہ  $Q_1$  آہستہ آہستہ مشترک نقطہ  $P$  کے قریب تر ہوتا جاتا ہے اور آخر میں یہ  $P$  پر منطبق ہو جاتا ہے۔ مزید نوٹ کیجیے کہ کیا ہوگا اگر  $AB$  کو  $P$  کے گرد دائیں طرف گھمایا جائے؟ مشترک نقطہ  $R_3$  آہستہ آہستہ  $P$  کے قریب ہوتا رہتا ہے اور آخر میں  $P$  پر منطبق ہو جاتا ہے، اس لئے ہم کیا دیکھتے ہیں۔

دائرہ کا مماس دائیرہ کے قاطع کی ایک مخصوص شکل ہے جب اس کے نظیری وتر کے دوسرے کے نقطے منطبق ہو جاتے ہیں۔

**سرگرمی 2:** ایک پیپر پر ایک دائیرہ اور اس کا ایک قاطع  $PQ$  بنائیے اس کے دونوں صرف اس کے متوازی خطوط بنائیے۔ آپ دیکھیں گے کہ کچھ اقدام کے بعد ان خطوط سے کامل گئے وتروں کی لمبائی آہستہ آہستہ کم ہوتی جاتی ہے یعنی خط کے

دائیرہ ہر دو نقطے تقاطع، نزدیک اور نزدیک آتے جا رہے ہیں  
(شکل 10.3(ii) دیکھئے) ایک حالت میں یہ قاطع کے ایک طرف صفر ہو جاتی ہے  
ہے اور دوسری حالت میں قاطع کے دوسری طرف یہ صفر ہو جاتی ہے  
شکل 10.3 (ii) میں قاطع  $'Q'P$  اور  $Q''P'$  حالتوں کو دیکھئے  
شکل 10.3(ii) یہ دائیرہ کے مماس ہیں جو قاطع  $PQ$  کے متوازی ہیں۔ اس سے آپ کو یہ بھی پتہ چلتا ہے کہ ایک دئے ہوئے قاطع کے دوسرے زیادہ متوازی مماس نہیں ہو سکتے۔

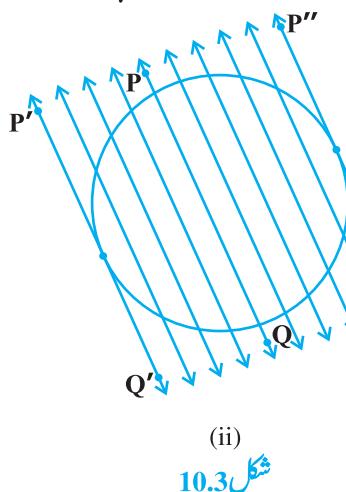
اس مشغله سے بھی یہی پتہ چلتا ہے کہ مماس وہ قاطع ہے

جب اس کے نظیری وتر کے دوسرے کے نقطے منطبق ہو جائیں جیسا کہ پہلی سرگرمی میں ہوا تھا۔

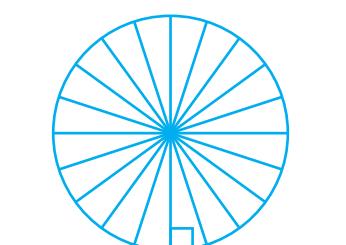
دائیرہ اور مماس کا مشترک نقطہ مماس کہلاتا ہے (شکل 10.3(iii)) میں نقطہ  $A$ ) اور مماس دائیرہ کو اس مشترک نقطے پر چھوتا ہے۔

اب اپنے اردو گردنواح میں دیکھئے۔ کیا آپ نے ایک سائیکل اور یہ گاڑی کے پہیہ کو گھومتے ہوئے دیکھا ہے اب آپ اس پہیہ کو دیکھئے جب یہ زمین پر حرکت کرتا ہے۔ کیا آپ کو کہیں کوئی مماس نظر آتا ہے؟ (شکل 10.4 دیکھئے) اور حقیقت پہیہ ایک خط کے ہمراہ حرکت کرتا ہے جو کے اس دائیرہ کا مماس جس کو پہیہ ظاہر کرتا ہے۔ یہ بھی نوٹ کیجئے کہ تمام حالتوں میں نصف قطر گراڈنڈ کے نقطہ مماس (tangent) پر عود ہوتا ہے۔ اب ہم مماس

\* لفظ tangent ایک لاطینی لفظ tangere سے اخذ کیا گیا ہے جس کا مطلب ہوتا ہے چھونا اور جس کا تعارف ایک ڈنیش ریاضی دال Thomas Fineke نے 1583 میں دیا۔



شکل 10.3



شکل 10.4

کی اس خصوصیت کو ثابت کریں گے۔

**مسئلہ 10.1:** دائرہ کا نصف قطر اس کے مماس کے نقطہ مماس پر عمود ہوتا ہے۔

**ثبوت:** ہمیں O مرکز کا ایک دائرہ اور اس کے نقطہ P پر ایک مماس XY دیا ہوا ہے۔ ہمیں یہ ثابت کرنا ہے کہ OP، XY پر عمود ہے۔

XY پر P کے علاوہ کوئی نقطہ Q بھی اور OQ کو ملا دیجئے (شکل 10.5، کیھیے)

نقطہ Q دائرہ کے باہر میں ہونا چاہیے (کیوں؟) نوٹ کیجئے کہ

اگر Q دائرہ کے اندر ہوگا تو XY ایک قاطع بن جائے گا دائرہ کا مماس نہیں رہے گا۔ اس لئے OR، نصف قطر OP سے بڑا ہے،

$$OQ > OP$$

کیونکہ یہ XY پر موجود ہر ایک نقطہ سوائے P، کے لئے درست ہے۔ اس لئے XY، OP سے XY پر کھینچ جانے والے تمام قطع میں سب سے چھوٹا ہے۔ اس لئے XY، OP پر عمود ہے (جیسا مسئلہ A1.7 میں دکھایا گیا ہے)

**رجہارک:**

1۔ مذکورہ بالا مسئلہ مسئلے آپ یہ نتیجہ بھی انداز کر سکتے ہیں کہ دائرہ کے کسی نقطہ پر صرف ایک ہی خط مماس ہوتا ہے۔

2۔ نقطہ مماس سے گذرتا ہوا خط جس میں نصف قطر شامل ہوتا ہے، کبھی کبھی دائرہ کا اس نقطہ پر 'نماد' (sign) کا تاثر نہیں۔

### مشق 10.1

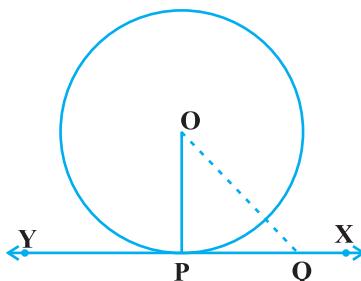
1۔ ایک دائرہ کے کتنے مماس ہوتے ہیں؟

2۔ خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) دائرہ کا مماس دائرہ کو \_\_\_\_\_ نقطہ پر قطع کرتا ہے۔

(ii) ایک خط جو دائرہ کو دونوں نقطوں پر قطع کرتا ہے \_\_\_\_\_ کہلاتا ہے۔

(iii) ایک دائرہ میں زیادہ سے زیادہ \_\_\_\_\_ متوازی مماس ہو سکتے ہیں۔



شکل 10.5

(iv) دائرہ کے مماس اور دائیرہ کا مشترک نقطہ ————— کہلاتا ہے۔

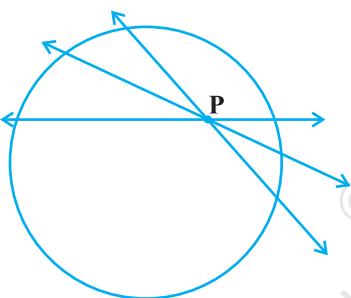
3۔ 5 سینٹی میٹر نصف قطر والے دائیرہ کے نقطہ P پر مماس PQ، مرکز O سے گذرتے ہوئے ایک خط سے نقطہ P پر ملتا ہے جبکہ 12 سینٹی میٹر = PQ، OQ کی لمبائی ہے۔

(A) 12 سینٹی میٹر (B) 13 سینٹی میٹر (C) 8.5 سینٹی میٹر (D)  $\sqrt{119}$  سینٹی میٹر

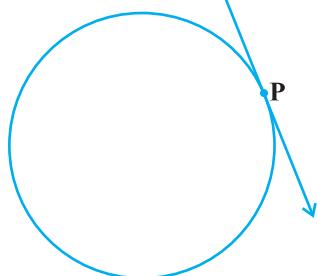
4۔ ایک دائیرہ اور دو خطوط بنائیں جو ایک دنے ہوئے نظر کے متوازی ہوں جن میں ایک مماس اور دوسرا دائیرہ کا قاطع ہو۔

### 10.3 دائیرہ پر ایک نقطہ سے مماسوں کی تعداد

دائیرہ کے ایک نقطے سے کھینچنے جانے والے مماسوں کی تعداد کے بارے میں جانے کے لئے آئیے مندرجہ ذیل سرگرمی کرتے ہیں۔



(i)



(ii)

شکل 10.6

**سرگرمی 3:** پہپہ پر ایک دائیرہ بنائیں۔ اس کے اندر وون میں ایک نقطہ P لیجئے۔ کیا آپ اس نقطے سے دائیرہ کا مماس کھینچ سکتے ہیں؟ آپ دیکھیں گے کہ اس نقطے سے گذرنے والا ہر خط دائیرہ کو دونوں قطع کرے گا۔ اس لئے یہ ممکن نہیں کہ دائیرہ کے اندر وون میں کسی نقطے سے دائیرہ پر مماس کھینچا جاسکے۔ [شکل 10.6(i)]

آگے اب دائیرہ پر ایک نقطہ لیجئے۔ آپ پہلے ہی مشاہدہ کر چکے ہیں کہ ایسے نقطے سے صرف اور صرف ایک مماس دائیرہ پر کھینچا جاستا ہے [شکل 10.6(ii) دیکھیے]

اور آخر میں دائیرہ کے باہر ایک نقطہ P لیجئے اور یہاں سے دائیرہ پر مماس بنائیے آپ مشاہدہ کریں گے کہ دائیرہ پر صرف دو مماس کھینچے جاسکتے ہیں [شکل 10.6(iii) دیکھیے]

ان حقیقوں کا خلاصہ ہم ذیل میں کرتے ہیں۔

**حالت 1:** دائیرہ کے اندر موجود کسی نقطے سے دائیرہ پر کوئی مماس نہیں

کھینچ جا سکتا ہے۔

**حالت 2:** دائرہ پر موجود کسی نقطے سے ایک اور صرف ایک مماس کھینچا جا سکتا ہے۔

**حالت 3:** دائرہ کے باہر کسی نقطے سے دائرہ پر 2 اور صرف 2 مماس کھینچ جا سکتے ہیں۔

شکل (iii) 10.6 میں  $T_1$  اور  $T_2$  مماس  $PT_1$  اور  $PT_2$  کے بالترتیب نقطہ مماس ہیں۔

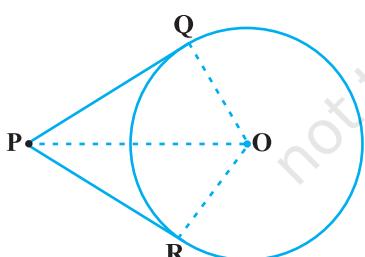
شکل 10.6

دائرہ کے کسی باہری نقطے P سے مماس کی لمبائی، نقطے P سے نقطہ مماس کے فاصلہ کو مماس کی لمبائی کہتے ہیں۔

نوٹ کیجئے کہ شکل 10.6(iii)  $PT_1$  اور  $PT_2$  دائرہ پر نقطہ P سے کھینچ گئے مماسوں کی لمبائی ہے۔ لمبائیوں  $PT_1$  اور

کی ایک مشترک خصوصیت ہے۔ کیا آپ اس کو معلوم کر سکتے ہیں؟  $PT_1$  اور  $PT_2$  کی پیمائش کیجئے، کیا یہ مساوی ہیں؟ درحقیقت یہ ہمیشہ برابر ہوتی ہیں۔ آئیے اس حقیقت کا ثبوت ہم مندرجہ ذیل مسئلے میں دیتے ہیں۔

**مسئلہ 10.2:** دائرہ کرے کسی باہری نقطے سے کھینچے جانے والے مماسوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔



شکل 10.7

**ثبوت:** ہمیں مرکز O کا ایک دائرہ دیا ہوا ہے۔ نقطہ P دائرہ کے باہر ہے اور P سے دائرہ پر دو مماس PQ اور PR ہیں۔ (شکل 10.7 دیکھیے) ہمیں

ثابت کرنا ہے کہ  $PQ = PR$

اس کے لئے ہم  $OQ = OR$  اور  $OP = OP$  کو ملاتے ہیں تب  $\angle OQP = \angle ORP$  اور  $\angle QOP = \angle POR$  قائم مثلث ہیں کیونکہ یہ نصف قطر اور مماسوں کے درمیان کے زاویہ ہیں، اور مسئلہ 10.1 کی رو سے یہ قائم زاویہ ہیں اب قائم مثلثوں  $\triangle OQP$  اور  $\triangle POR$  میں

(ایک ہی دائرہ کے نصف قطر)

$$OQ = OR$$

(مشترک)

$$OP = OP$$

اس لئے (RHS)  $\Delta OQP \cong \Delta ORP$

اس سے حاصل ہوتا ہے  $PQ = PR$

**ریمارک:**

1۔ اس مسئلہ کو ہم فیٹا غورت کے مسئلہ کا استعمال کر کے بھی ثابت کر سکتے ہیں، جو مندرجہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

$$PQ^2 = OP^2 - OQ^2 = OP^2 - OR^2 = PR^2 (OQ = OR)$$

جس سے ہمیں ملتا ہے  $PQ = PR$

2۔ یہ بھی نوٹ کیجیے کہ  $OP = \angle PQR$  اس لئے  $OPQ = \angle OPR$  کا زاویائی ناصف ہے یعنی مرکز دومماسوں کے درمیان بنے زاویے کے ناصف پر واقع ہے۔  
آئیے کچھ مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

**مثال 1:** دو ہم مرکز دائرے میں ثابت کیجیے کہ بڑے دائرہ کا وتر جو چھوٹے دائرہ کو ایک نقطہ پر چھوتا ہے اس نقطہ پر اس کی تصییف ہوتی ہے۔

**حل:** ہمیں دو ہم مرکزی زاویہ دئے ہوئے ہیں جو  $C_1$  اور  $C_2$  ہیں اور جن کا مرکز  $O$  ہے بڑے دائرہ  $C_1$  کا وتر  $AB$  جو چھوٹے دائرہ  $C_2$  کو نقطہ  $P$  پر چھوتا ہے (شکل 10.8 دیکھیے) ہمیں ثابت کرنا ہے کہ  $AP = BP$ ۔

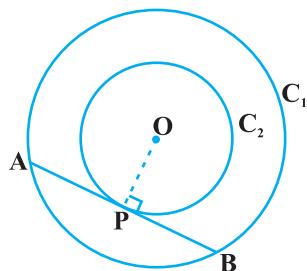
آئیے  $OP$  کو ملائیں تب  $A, B, C_2$  کے نقطہ  $P$  پر مماس ہے اور  $OP$  اس کا نصف قطر اس لئے مسئلہ 10.1 کی رو سے

$$OP \perp AB$$

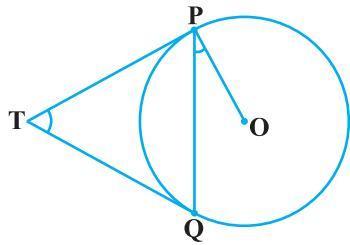
اب  $AB$  دائرہ  $C_1$  کا وتر ہے اور  $AB \perp OP$ ، اس لئے  $OP$ ، وتر  $AB$  کا ناصف ہے، کیونکہ دائرہ کے مرکز سے وتر پر ڈالا جانے والا عمود وتر کی تصییف کرتا ہے۔

$$AP = BP \quad \text{یعنی}$$

**مثال 2:** ایک باہری نقطہ  $T$  سے مرکز  $O$  والے ایک دائرہ پر دومماں  $TP$  اور  $TQ$  کھینچنے گئے ہیں تب کیجیے کہ  $\angle PTQ = 2\angle OPQ$ ۔



شکل 10.8



شکل 10.9

**حل:** ہمیں ایک دائرہ دیا ہوا ہے جس کا مرکز O ہے ایک باہری نقطے T اور دائیرہ پر اس نقطے سے کھینچے گئے دو ماس TP اور TQ جہاں اور Q نظرے ماس ہیں (شکل 10.9 دیکھیے) ہمیں ثابت کرنا ہے کہ

$$\angle PTQ = 2 \angle OPQ$$

مان لیجئے

$$\angle PTQ = \theta$$

اب مسئلہ 10.2 کے مطابق  $TP = TQ$

اس لئے  $\triangle TPQ$  ایک مساوی الساقین مثلث ہے۔

$$\angle TPQ = \angle TQP = \frac{1}{2} (180^\circ - \theta) = 90^\circ - \frac{1}{2} \theta \quad \text{اس لئے}$$

$$\angle OPT = 90^\circ \quad \text{مزید مسئلہ 10.1 کی رو سے}$$

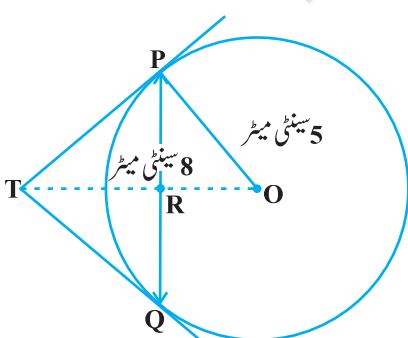
$$\angle OPQ = \angle OPT - \angle TPQ = 90^\circ - \left( 90^\circ - \frac{1}{2} \theta \right) \quad \text{اس لئے}$$

$$= \frac{1}{2} \theta = \frac{1}{2} \angle PTQ$$

$$\angle PTQ = 2 \angle OPQ$$

**مثال 3:** 5 سینٹی میٹر نصف قطر والے ایک دائیرہ کے ایک وتر PQ کی لمبائی 8 cm ہے P اور Q پر بنے ماس نقطے T پر قطع کرتے ہیں۔ (شکل 10.10 دیکھیے)  $TP$  کی لمبائی معلوم کیجیے۔

**حل:** OT کو ملا یے۔ مان لیجیے یہ PQ کو نقطے R پر قطع کرتا ہے تب  $\triangle TPQ$  مساوی الساقین ہے اور  $\angle TQP = \angle PTQ$  کا ناصف ہے۔ اس لئے  $O \perp PQ$  اور اس لئے  $OT \perp PQ$  کی تصنیف کرے گا جس سے



شکل 10.10

4 سینٹی میٹر = PR حاصل ہوگا۔

$$OR = \sqrt{OP^2 - PR^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \text{سینٹی میٹر } 3$$

$$\angle TPR + \angle RPO = 90^\circ = \angle TPR + \angle PTR$$

$$\text{اس لئے } \angle RPO = \angle PTR$$

اس لئے قائم مثلث TRP قائم مثلث AA شرط کے مطابق۔

$$\frac{TP}{PO} = \frac{RP}{RO}, \text{i.e., } \frac{TP}{5} = \frac{4}{3} \text{ یا } TP = \frac{20}{3} \text{ سینٹی میٹر اس سے ہمیں ملتا ہے۔}$$

نوت: TP کو ہم فیشا غورت کرے مسئلہ کو استعمال کر کرے بھی معلوم کرسکتے ہیں، جو ذیل میں۔

مان لیجے

$$(1) \quad (\text{قائم } \Delta PRT \text{ لینے پر}) \quad x^2 = y^2 + 16$$

$$(2) \quad (\text{قائم مثلث OPT میں}) \quad x^2 = 5^2 = (y+3)^2$$

(2) کو (1) میں سے گھٹانے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$25 = 6y - 7 \text{ یا } y = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$$

$$x^2 = \left(\frac{16}{3}\right)^2 + 16 = \frac{16}{9}(16 + 9) = \frac{16 \times 25}{9} \quad \text{اس لئے}$$

$$x = \frac{20}{3} \quad \text{یا}$$

## مشتق 10.2

سوال نمبر 1 سے 3 میں صحیح جواب چننے اور جواز پیش کیجیے۔

1- ایک نقطہ Q سے، دائرة کے مماس کی لمبائی 24 سینٹی میٹر ہے۔ اور مرکز سے Q کا فاصلہ 25 سینٹی میٹر ہے دائرة کا نصف قطر ہے۔

7 سینٹی میٹر

12 (B)

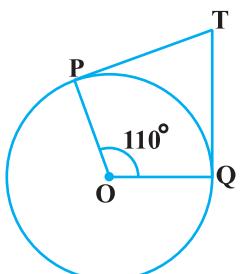
7 سینٹی میٹر

(A)

24.5 (D)

15 سینٹی میٹر

- 2- شکل 10.11 میں اگر  $\angle TQ$  اور  $\angle POQ$  دائرہ جس مرکزو ہے، کے جزو مماس ہیں، جب کہ  $\angle PTQ = 110^\circ$  تب  $\angle POQ$  برابر ہے۔



## شكل 10.11

- (A)  $60^\circ$       (B)  $70^\circ$   
(C)  $80^\circ$       (D)  $90^\circ$

- 3- اگر ایک نقطہ P سے دائرة جس کا مرکز O ہے، پر دو مماس PA اور PB اس طرح ہیں کہ ایک دوسرے کے ساتھ  $80^{\circ}$  کا زاویہ بناتے ہیں تب  $\angle POA$  برابر ہے

- (A)  $50^\circ$       (B)  $60^\circ$   
(C)  $70^\circ$       (D)  $80^\circ$

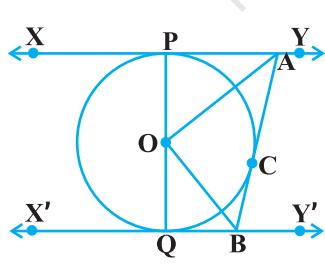
- 4۔ ثابت کیجئے کہ دائرہ کے قطر کے سرے کے نقطوں پر بنے دو مماس متوازی ہیں۔

- 5۔ ثابت کیجئے کہ دائرہ کے مماس کے نقطہ مماس روڈ الاحانے والا عمود مرکز سے گذرتا ہے۔

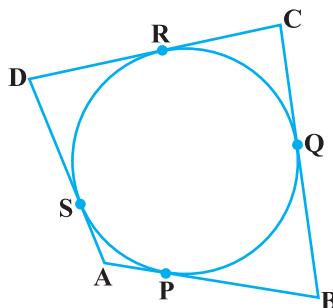
- 6۔ دائرہ کے مرکز سے 5 سینٹی میٹر فاصلہ پر موجود نقطہ A سے مماس کی لسانی 4 سینٹی میٹر ہے۔ دائرة کا نصف قطر معلوم کیجئے۔

- 7- دو ہم مرکزی دائرہ ہیں جن کے نصف قطر 5 سینٹی میٹر اور 3 سینٹی میٹر ہیں بڑے دائرة کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے جو چھوٹے دائرة کو چھوتا ہے۔

- 8- ایک چارضلعی ABCD اس طرح بنیا گیا ہے کہ اس کا ہر ضلع اس کے اندر موجود دائرہ کو چھو کر گزرتا ہے (شکل 10.12)۔  
دیکھئے کہ  $AB + CD = AD + BC$



شکل ۱۰.۱۳



شکل ۱۰، ۱۲

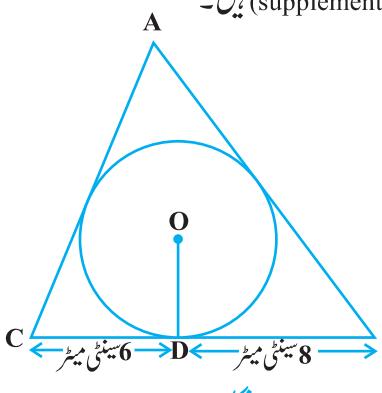
- 9۔ شکل 10.13 میں XY اور YY'، مركز O والے ایک دائرہ کے دو متوازی مماس ہیں ایک دوسرے مماس AB جس کا نقطہ

مماں ہے  $XY$  کو  $A$  اور  $Y$  کو  $B$  پر قطع کرتا ہے۔ ثابت کیجیے کہ  $\angle AOB = 90^\circ$

- 10۔ ثابت کیجیے کہ دائرة کے باہری نقطے سے اس پر کھینچنے والے مماں کے درمیان بنا زاویہ اور ان کے نقطے مماں کو مرکز سے ملانے والے قطع خط کے ذریعے مرکز پر بنے زاویے تکمیل (supplementary) ہیں۔

- 11۔ ثابت کیجیے کہ متوازی الاضلاع جس کے اندر ایک دائرة اس طرح ہے کہ اس کا چارضلع اس کو چھوڑنے والا ہے، متعین ہے۔

- 12۔ 4 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک داخلی دائرة جو ایک  $\triangle ABC$  کے اندر اس طرح ہے کہ قطعات خط  $DC$  اور  $BD$  جو نقطے مماں کے ذریعے  $BC$  پر اس طرح بنے ہیں کہ ان کی لمبائیاں بالترتیب 8 سینٹی میٹر اور 6 سینٹی میٹر ہیں (شکل 10.19 دیکھیے) اضلاع  $AB$  اور  $AC$  معلوم کیجیے۔



شکل 10.14

- 13۔ ثابت کیجیے کہ ایک چارضلعی کے مقابل اضلاع، اس کے اندر موجود دائرة کے مرکز پر تکمیل زاویہ بناتے ہیں۔

#### خلاصہ 10.4

اس باب میں آپ نے مندرجہ ذیل باتیں سیکھیں۔

- 1۔ دائرة کے مماں کے معنی اور مفہوم
- 2۔ دائرة کا نصف قطر دائرة کے مماں کے نقطے مماں پر عمود ہوتا ہے۔
- 3۔ دائرة کے باہری نقطے سے اس پر کھینچنے والے مماں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔