



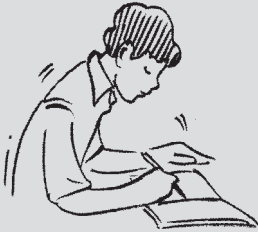
مثلثوں کی مماثلت

7.1 تعارف (Introduction)

اب آپ جیومیٹری کا ایک بہت اہم تصور پڑھنے کے لیے تیار ہیں، مماثلت۔ خاص طور پر آپ مثلثوں کی مماثلت کے بارے میں بہت کچھ پڑھیں گے۔
یہ سمجھنے کے لیے کہ مماثلت ہوتی کیا ہے، ہم کچھ سرگرمیاں کریں گے

خود کریں

ایک ہی اکائی یا قیمت عرفیت کے دو ٹکٹ لیجیے (تصویر 7.1)۔ ایک ٹکٹ کو دوسرے پر رکھ دیجیے۔ آپ نے کیا دیکھا؟



شکل 7.1

ایک ٹکٹ نے دوسرے کو مکمل طور پر صحیح طرح ڈھک لیا۔ اس کا مطلب ہے کہ یہ دونوں ٹکٹ ایک ہی شکل (Shape) اور ایک ہی سائز کے ہیں۔ ایسی چیزیں مماثل کہلاتی ہیں۔ آپ نے جو دو ٹکٹ استعمال کیے ہیں وہ ایک دوسرے کے مماثل ہیں۔ مماثل چیزیں ایک دوسرے کی پوری طرح سے نقل ہوتی ہیں۔

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ مندرجہ ذیل چیزیں مماثل ہیں یا نہیں۔

1۔ ایک ہی کمپنی کے شبنوگ بلیڈ (شکل 7.2(i))

2۔ ایک ہی لیڈ پیڈ کے اوراق (شکل 7.2(ii))

3۔ ایک ہی پیکٹ کے بسکٹ (شکل 7.2(iii))

4۔ ایک ہی سانچے سے بنے کھلونے (شکل 7.2(iv))



شکل 7.2

دو چیزوں کے مماثل ہونے کے رشتے کو مماثلت کہتے ہیں۔ ابھی ہم صرف مستوی اشکال کے لیے دیکھیں گے، حالانکہ مماثلت کا تصور سہ ابعادی اشکال پر بھی لاگو ہوتا ہے۔ ہم صرف ان مستوی اشکال کے لیے مماثلت کے تصور کو سمجھنے کی کوشش کریں گے جن کو ہم جانتے ہیں۔

7.2 مستوی اشکال کی مماثلت Congruence of Plane Figures

یہاں دی گئی دو اشکال کو دیکھیے (تصویر 7.3)۔ کیا یہ مماثل ہیں؟

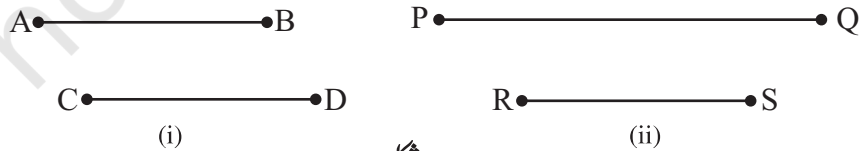


شکل 7.3

آپ انطباق کا طریقہ استعمال کر سکتے ہیں۔ ان میں سے کسی ایک کی نقل اتار لیجیے اور اس کو دوسرے کے اوپر رکھیے۔ اگر اشکال ایک دوسرے کو پوری طرح سے ڈھک لیتی ہیں تو یہ مماثل ہیں۔ یا پھر آپ ان میں سے ایک کو کاٹ لیجیے اور اس کو دوسرے پر رکھ دیجیے۔ دھیان رکھیے کہ آپ کاٹی گئی یا نقل بنائی گئی شکل کو موڑ، مروڑ یا کھینچ نہیں سکتے ہیں۔
تصویر 7.3 میں اگر شکل F_1 شکل F_2 کے مماثل ہے تو اس کو ہم $F_1 \cong F_2$ لکھتے ہیں۔

7.3 قطعہ خطوط کی مماثلت (Congruence Among Line Segments)

دو قطعہ خط کب مماثل ہونگے؟ یہاں دیے گئے قطعہ خطوط کے دو جوڑوں پر دھیان دیجیے۔ (تصویر 7.4)



شکل 7.4

تصویر [7.4 (i)] میں قطعہ خطوط کے جوڑے کے لیے انطباق کا طریقہ استعمال کرنے کے لیے چھاپی ہوئی نقل کا استعمال کیجیے۔
 $\overline{CD}$ کی نقل بنائیے اور اس کو $\overline{AB}$ پر رکھ دیجیے۔ آپ دیکھیں گے کہ $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ کو اس طرح ڈھک لیتی ہے کہ A، C پر اور D،

B پر ہو جاتی ہے۔ لہذا، قطعہ خطوط مماثل ہیں۔ اس کو ہم لکھیں گے $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

تصویر [7.4(ii)] میں دیے گئے قطعہ خطوط کے لیے بھی آپ یہی سرگرمی دہرا سکتے ہیں۔ آپ نے کیا معلوم کیا؟ یہ مماثل نہیں ہیں۔ آپ کو کیسے پتہ چلا؟ ایسا اس لیے ہے کہ جب ان کو ایک دوسرے پر رکھا جاتا ہے تو یہ دونوں منطبق نہیں ہوتے۔

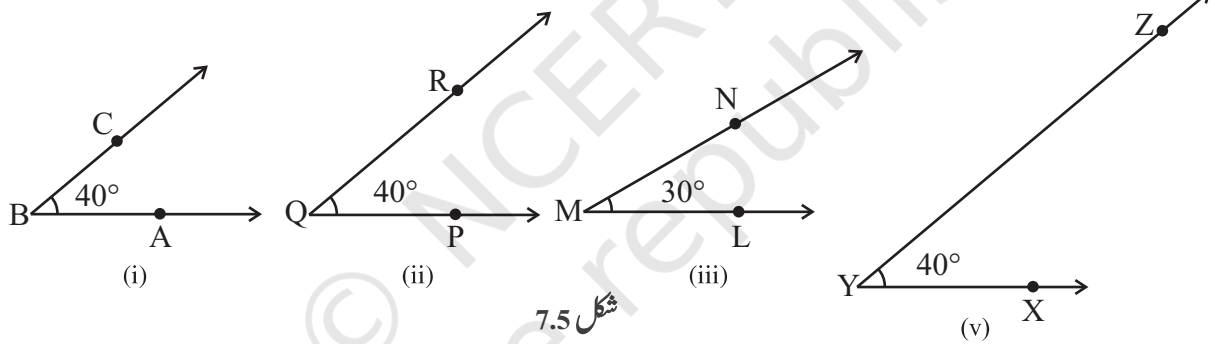
اب آپ یہ بھی دیکھ سکتے ہیں کہ (شکل 7.4(i)) میں دیے گئے قطعات ایک دوسرے سے ملتے جلتے ہیں کیونکہ لمبائی برابر ہے۔ جب کہ (شکل 7.4(ii)) میں ایسا نہیں ہے۔

اگر دو قطعات کی لمبائی ایک جیسی (یعنی برابر) ہے تو وہ مماثل ہیں اور اگر دو قطعات مماثل ہیں تو ان کی لمبائی برابر ہوگی۔

اوپر دی گئی حقیقت کے مطابق جب دو قطعات مماثل ہوتے ہیں تو ہم اکثر کہتے ہیں کہ یہ قطعات برابر ہیں اور اس کو ہم لکھتے ہیں $AB = CD$ ۔ (در اصل اس سے ہمارا مطلب ہوتا ہے $\overline{AB} \cong \overline{CD}$)

7.4 زاویوں کی مماثلت (Congruence of Angles)

یہاں دیے گئے چار زاویوں کو دیکھیے (شکل 7.5)



شکل 7.5

$\angle PQR$ کو چھاپ کر اس کی ایک نقل بنائیے۔ اس کو $\angle ABC$ سے منطبق کرنے کی کوشش کیجیے۔ اس کے لیے پہلے Q کو B اور $\overline{QP}$ کو $\overline{BA}$ پر رکھیے۔ $\overline{QR}$ کہاں پڑے گی؟ یہ $\overline{BC}$ پر پڑے گی اس لیے $\angle ABC$ ، $\angle PQR$ سے پوری طرح سے میل کھا گیا۔ یعنی $\angle ABC$ اور $\angle PQR$ مماثل ہیں۔

(نوٹ کیجیے ان دونوں مماثل زاویوں کی پیمائش بھی برابر ہے)

ہم لکھتے ہیں $\angle ABC \cong \angle PQR$

یا $m\angle ABC = m\angle PQR$ (یہاں پیمائش 40° ہے)

اب آپ $\angle LMN$ کو چھاپ کر ایک نقل بنائیے۔ اس کو $\angle ABC$ پر انطباق کرنے کی کوشش کیجیے۔ M کو B اور $\overline{ML}$ کو $\overline{BA}$ پر رکھیے۔ کیا $\overline{MN}$ ، $\overline{BC}$ پر آ رہا ہے؟ نہیں، یہاں ایسا نہیں ہو رہا ہے۔ آپ نے دیکھا کہ $\angle LMN$ اور $\angle ABC$ ایک دوسرے کو پوری طرح نہیں ڈھک رہے ہیں۔ اس لیے یہ مماثل نہیں ہیں (نوٹ کیجیے کہ یہاں $\angle LMN$ اور $\angle ABC$ کی پیمائش برابر نہیں ہے)۔

$\angle XYZ$ اور $\angle ABC$ کے بارے میں کیا خیال ہے؟ (شکل (i) 7.5) میں شعاع $\overrightarrow{YX}$ اور $\overrightarrow{YZ}$ بالترتیب $\overline{BA}$ اور $\overline{BC}$ سے لمبی ہیں۔ آپ یہ بھی سوچ سکتے ہیں کہ $\angle XYZ$ ، $\angle ABC$ سے چھوٹا ہے۔ لیکن یاد کیجیے کہ شکل میں شعاع صرف سمت کو ظاہر کرتی ہے لمبائی کو نہیں۔ انطباق کرنے پر آپ کو پتہ چلے گا کہ یہ دونوں زاویے مماثل ہیں۔

$$(ii) \quad \angle ABC \cong \angle XYZ \quad \text{اس کو ہم لکھیں گے}$$

$$m\angle ABC = m\angle XYZ \quad \text{یا}$$

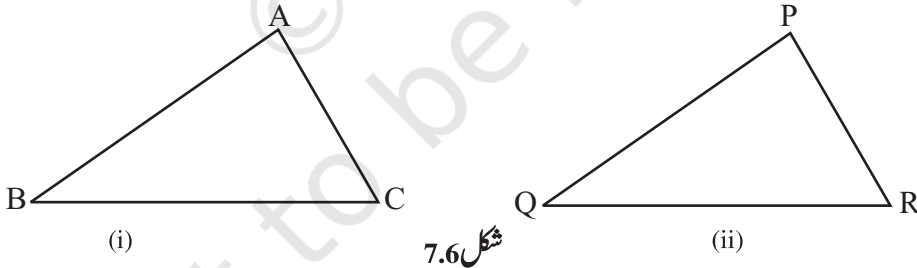
(i) اور (ii) کو دیکھنے کے بعد ہم لکھ سکتے ہیں کہ

$$\angle ABC \cong \angle PQR \cong \angle XYZ$$

اگر دوزاووں کی پیمائش ایک جیسی ہے تو وہ مماثل ہونگے۔ اگر دوزاوے مماثل ہونگے تو ان کی پیمائش برابر ہوگی۔
 قطعہ خط کی طرح ہی زاویوں کی مماثلت بھی پوری طرح ان کی پیمائش کی برابری پر منحصر ہے۔ اس لیے، یہ کہنے کے لیے دو زاویے مماثل ہیں، ہم اکثر کہتے ہیں کہ زاویے برابر ہیں اور اس کو ہم لکھتے ہیں
 $\angle ABC = \angle PQR$ (یعنی $\angle ABC \cong \angle PQR$)

7.5 مثلثوں کی مماثلت (Congruence of Triangles)

ہم نے دیکھا کہ جب دو قطعہ خط مماثل ہوتے ہیں تو ان میں سے ایک، دوسرے کی پوری طرح نقل ہوتا ہے۔ اسی طرح دوزاوے مماثل ہوتے ہیں اگر ان میں سے ایک دوسرے کی پوری طرح نقل ہو۔ ہم اس خیال کو اب مثلث تک لے کر جاتے ہیں۔
 دو مثلث مماثل ہیں اگر وہ ایک دوسرے کی نقل ہوں اور جب ان کو انطباق کیا جائے تو وہ ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لیں۔



$\triangle ABC$ اور $\triangle PQR$ کی شکل (Shape) اور سائز ایک جیسا ہے۔ یہ مماثل ہیں۔ اس لیے اس کو ہم ایسے ظاہر کر سکتے ہیں:

$$\triangle ABC \cong \triangle PQR$$

اس کا مطلب ہے کہ جب آپ $\triangle PQR$ کو $\triangle ABC$ پر رکھیں گے تو A پر P ، B پر Q ، C پر R کے اوپر آئے گا اور ساتھ ہی ساتھ $\overline{AB}$ پر $\overline{PQ}$ ، $\overline{BC}$ پر $\overline{QR}$ ، $\overline{AC}$ پر $\overline{PR}$ پڑے گا۔ اگر ایک دی گئی مطابقت کے تحت مثلث مماثل ہیں تو ان کے متناظر حصے (یعنی زاویے اور اضلاع) جو ایک دوسرے کے ثانی ہیں وہ برابر ہوں گے۔ لہذا، ان دونوں مثلثوں میں:

$$\text{متناظر راسیں} : A \text{ اور } P, B \text{ اور } Q, C \text{ اور } R$$

متناظر اضلاع : $\overline{AB}$ اور $\overline{PQ}$ ، $\overline{BC}$ اور $\overline{QR}$ ، $\overline{AC}$ اور

متناظر زاویے : $\angle A$ اور $\angle P$ ، $\angle B$ اور $\angle Q$ ، $\angle C$ اور

اگر آپ ΔPQR کو ΔABC پر اس طرح رکھیں گے کہ B, P پر آئے تو دوسرے راس بھی صحیح طریقے سے متناظر ہوں گے؟ یہ ضروری نہیں ہے! مثلث کی چھاپے سے کی گئی نقل لیجیے اور اس کو معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔

یہ ظاہر کرتا ہے کہ جب مثلثوں کی مماثلت کی جاتی ہے تو صرف زاویوں اور اضلاع کی پیمائش ہی کافی نہیں ہوتی ہے بلکہ راسوں کا

ملنا بھی ضروری ہے۔ مندرجہ بالا صورت میں مطابقت ہے

$$A \leftrightarrow P, B \leftrightarrow Q, C \leftrightarrow R$$

$$ABC \leftrightarrow PQR$$

اس کو ہم ایسے بھی لکھ سکتے ہیں

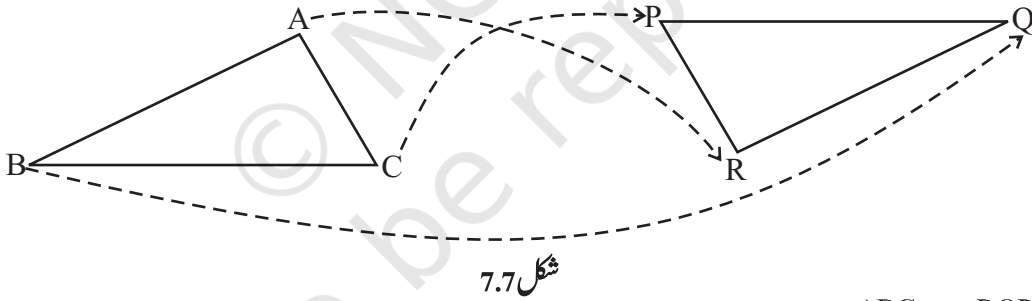
مثال 1 ΔABC اور ΔPQR مندرجہ ذیل مطابقت کے تحت مماثل ہیں:

$$ABC \leftrightarrow RQP$$

ΔABC کے وہ حصے لکھیے جو مطابقت رکھتے ہوں:

$$\angle P \text{ سے } \angle Q \text{ (ii) سے } \overline{RP} \text{ (iii)}$$

مطابقت کو بہتر طور پر سمجھنے کے لیے آئیے ایک ڈائیگرام (شکل 7.7) کا استعمال کرتے ہیں۔



مطابقت ہے $ABC \leftrightarrow RQP$ ۔ اس کا مطلب ہے

$$A \leftrightarrow R, B \leftrightarrow Q \text{ اور}$$

$$\overline{PQ} \leftrightarrow \overline{BC} \text{ (i) } \angle Q \leftrightarrow \angle B \text{ (ii) اور } \overline{RP} \leftrightarrow \overline{AC} \text{ (iii)}$$

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے:

جب دو مثلث، جیسے ABC اور PQR دیے گئے ہوں تو اس میں کل ملا کر چھ ممکنہ مطابقتیں ہیں۔ ان میں سے دو ہیں

$$ABC \leftrightarrow PQR \text{ (i) اور } ABC \leftrightarrow QRP \text{ (ii)}$$

کاغذ کے دو مثلث کاٹ لیجیے اور ان کی مدد سے باقی چاروں کی مطابقت لکھیے۔ کیا تمام مطابقتیں مماثلت کی طرف لے جاتی ہیں؟

اس کے بارے میں سوچیے۔



مشق 7.1

- 1- مندرجہ ذیل بیانات مکمل کیجیے:
 - (a) دو قطعات مماثل ہیں اگر.....
 - (b) دو مماثل زاویوں میں سے ایک کی پیمائش 70° ہے تو دوسرے زاویے کی پیمائش کیا ہوگی.....
 - (c) جب ہم $\angle A = \angle B$ لکھتے ہیں، دراصل ہمارا مطلب ہوتا ہے.....
- 2- مماثل اشکال کے لیے روزمرہ کی زندگی سے کوئی دو مثالیں دیجیے۔
- 3- اگر مطابقت $ABC \leftrightarrow FED$ کے تحت $\triangle ABC \cong \triangle FED$ ہیں تو مثلث کے تمام متناظر حصے لکھیے۔
- 4- اگر $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ تو $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ کے وہ حصے لکھیے جو مطابقت رکھتے ہوں:
 - (i) $\angle E$ سے (ii) $\overline{EF}$ سے (iii) $\angle F$ سے (iv) $\overline{DF}$ سے

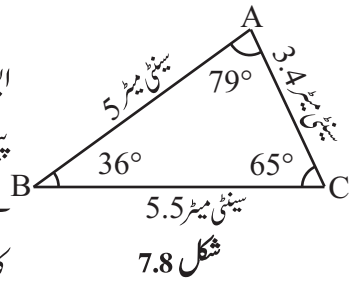


7.6 مثلث کی مماثلت کے معیار (Criteria for Congruence of Triangles)

ہم روزمرہ کی زندگی میں اگر مثلث نما ساخت اور مثلث کے پیڑن کا استعمال کرتے ہیں، اس لیے یہ جاننا فائدہ مند ہوگا کہ کب دو مثلث مماثل ہوتے ہیں۔ اگر آپ کی کاپی میں دو مثلث بنے ہیں اور آپ یہ جاننا چاہتے ہیں کہ کیا وہ مماثل ہیں تو آپ ان میں سے ایک کو ہمیشہ یا ہر بار کاٹ کر انطباق کا طریقہ استعمال نہیں کر سکتے ہیں۔ اس کے بجائے اگر ہم مماثلت کو مناسب پیمائش کی مدد سے دیکھیں تو یہ زیادہ کارآمد ہوگا۔ آئیے اس کو کر کے دیکھتے ہیں۔

کھیل:

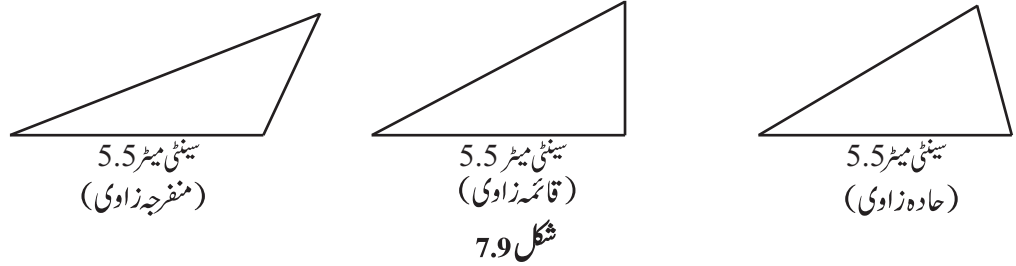
اپو اور ٹیپو ایک کھیل کھیل رہے ہیں۔ اپو نے ایک مثلث ABC بنایا (شکل 7.8) اور اس کے ہر ضلع اور زاویہ کی پیمائش پیمائش کو اس کے اوپر لکھ لیا۔ ٹیپو نے یہ نہیں دیکھا تھا۔ اپو نے ٹیپو کو چیلنج کیا کہ کیا وہ اس کے مثلث کی ایک نقل بنا سکتا ہے اگر اپو اس کو کچھ تھوڑی بہت معلومات دے دے۔ ٹیپو نے اپو کے ذریعے دی گئی معلومات کی مدد سے $\triangle ABC$ کا مماثل مثلث بنانے کی کوشش کی۔ کھیل شروع ہوتا ہے۔ دھیان سے ان کی باتیں اور کھیل کو دیکھیے۔



SSS کھیل

اپو: $\triangle ABC$ کا ایک ضلع 5.5 سینٹی میٹر ہے۔

ٹیپو: اس معلومات سے تو میں بہت سارے مثلث بنا سکتا ہوں (شکل 7.9)۔ لیکن یہ ضروری نہیں ہے کہ وہ اپو کے $\triangle ABC$ کی نقل ہی ہوں۔ جو مثلث میں بنا سکتا ہوں وہ منفرجہ زاوی یا قائمہ زاوی یا حادہ زاوی مثلث ہو سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر یہاں پر کچھ بناتا ہوں۔

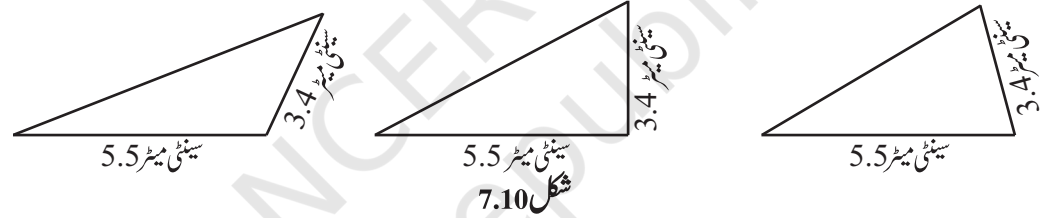


دوسرے اضلاع کے لیے میں کچھ من چاہی لمبائیاں لے لیتا ہوں۔ اس سے مجھے ایسے بہت سارے مثلث مل جائیں گے جن کے قاعدہ کی لمبائی 5.5 میٹر ہو۔

اس لیے صرف ایک ضلع کی لمبائی سے میں ΔABC کی نقل نہیں بنا سکتا ہوں۔

اپو: ٹھیک ہے، میں تم کو ایک اور ضلع کی لمبائی بھی بتا دیتا ہوں۔ ΔABC کی دو اضلاع کی لمبائیاں 5.5 میٹر اور 3.4 میٹر ہیں۔

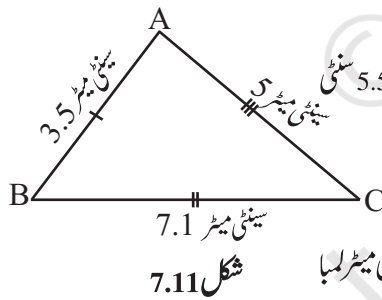
پتو: یہ جانکاری بھی اس مقصد کو پورا کرنے کے لیے ناکافی ہے۔ میں اس جانکاری کی مدد سے بھی بہت سارے مثلث بنا سکتا ہوں جو ΔABC کی نقل نہیں بھی ہو سکتے ہیں۔ اس کے لیے میں چند مثالیں یہاں بناتا ہوں۔



اگر صرف دو اضلاع کی لمبائیاں دی جائیں تو کوئی تمہارے مثلث کی صحیح نقل نہیں بنا سکتا ہے۔

اپو: ٹھیک ہے چلو میں تمہیں تینوں اضلاع کی لمبائیاں بتا دیتا ہوں ΔABC میں $AB = 5$ میٹر، $BC = 5.5$ میٹر، $AC = 3.4$ میٹر ہے۔

پتو: میرے خیال میں اب ممکن ہے۔ میں کوشش کرتا ہوں۔



پہلے میں ایک رف تصویر بناتا ہوں جس سے مجھے یہ لمبائیاں یاد رکھنے میں آسانی ہوگی۔ میں $\overline{BC}$ کو 5.5 میٹر لمبا بناتا ہوں۔

B کو مرکز مان کر میں 5 میٹر نصف قطر کی ایک قوس لگاتا ہوں۔ نقطہ A اسی قوس پر کہیں ہونا چاہیے۔ C کو مرکز مان کر 3.4

نصف قطر کی قوس لگاتا ہوں۔ نقطہ A کو اس قوس پر بھی ہونا چاہیے۔

اس لیے، A دونوں قوس پر ہوگا۔ اس کا مطلب ہوا A دونوں قوسوں کا نقطہ تقاطع ہوگا۔ اب مجھے A، B، اور C تینوں نقطوں کی جگہ

معلوم ہوگئی ہے۔ ارے واہ! اب میں ان کو ملاؤں گا اور مجھے ΔABC مل گیا۔ (شکل 7.11)

اپو: بہت اچھے، اس لیے کسی دیے گئے ΔABC کی نقل بنانے کے لیے (یعنی ΔABC کا مماثل مثلث بنانے کے لیے)، ہم کو

تینوں اضلاع کی لمبائیوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ کیا ہم اس شرط کو ضلع، ضلع، ضلع معیار کہہ سکتے ہیں؟

ٹپو: کیوں نہیں، ہم اس کو چھوٹا کر کے SSS معیار ہی کہیں گے۔

SSS مماثلت کا معیار

اگر دی گئی مطابقت کے تحت ایک مثلث کے تین اضلاع دوسرے مثلث کے متناظر اضلاع کے برابر ہوں گے تو وہ مثلث مماثل کہلائیں گے۔

مثال 2 مثلث ABC اور مثلث PQR میں $AB=3.5$ سنٹی میٹر، $BC=7.1$ سنٹی میٹر، $AC=5$ سنٹی میٹر، $PQ=7.1$ سنٹی میٹر، $QR=5$ سنٹی میٹر اور $PR=3.5$ سنٹی میٹر ہے۔ جانچ کیجیے کیا یہ دونوں مثلث مماثل ہیں یا نہیں۔ اگر ہاں، تو مماثلت کے اس تعلق کو علامتی شکل میں لکھیے۔

$$AB=PR \quad (\text{سنٹی میٹر } 3.5=)$$

یہاں

$$BC=PQ \quad (\text{سنٹی میٹر } 7.1=)$$

$$AC=QR \quad (\text{سنٹی میٹر } 5=)$$

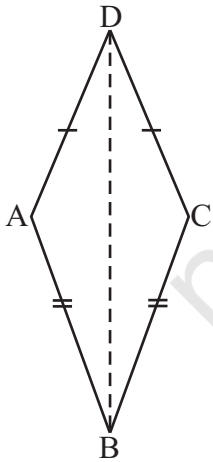
اور

یہ دکھارہا ہے کہ ایک مثلث کے تین اضلاع دوسرے مثلث کے تین ضلعوں کے برابر ہیں۔ اس لیے، SSS مماثلت کے اصول کے ذریعے یہ دونوں مثلث مماثل ہیں۔ اوپر دیے گئے تین برابری کے تعلق سے یہ آسانی سے دیکھا جاسکتا ہے کہ $B \leftrightarrow P$ ، $A \leftrightarrow R$ اور

$$\triangle ABC \cong \triangle RPQ$$

اس لیے

ضروری نوٹ: مماثل مثلث کے ناموں میں استعمال ہونے والے حروف کی ترتیب ان کے مطابقت کے رشتے کو ظاہر کرتی ہے۔ لہذا جب آپ لکھیں گے $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$ تو آپ جانیں گے کہ A، R، B، P، C، Q پر آئے گا، اور ساتھ ہی ساتھ $\overline{AB}$ ، $\overline{RP}$ پر، $\overline{BC}$ ، $\overline{PQ}$ پر اور $\overline{AC}$ ، $\overline{RQ}$ پر آئے گا۔



شکل 7.13

مثال 3 شکل 7.13 میں $AB=CB$ اور $AD=CD$ ہے۔

(i) $\triangle ABD$ اور $\triangle CBD$ کے برابر حصوں کے جوڑوں کو لکھیے۔

(ii) کیا $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ ؟ کیوں اور کیوں نہیں؟

(iii) کیا $\angle ABC$ کا نصف ہے۔ وجہ بتائیے۔

(i) $\triangle ABD$ اور $\triangle CBD$ میں برابر حصوں کے تین جوڑے نیچے دیے گئے ہیں۔

(دیا گیا ہے)

$$AB=CB$$

(دیا گیا ہے)

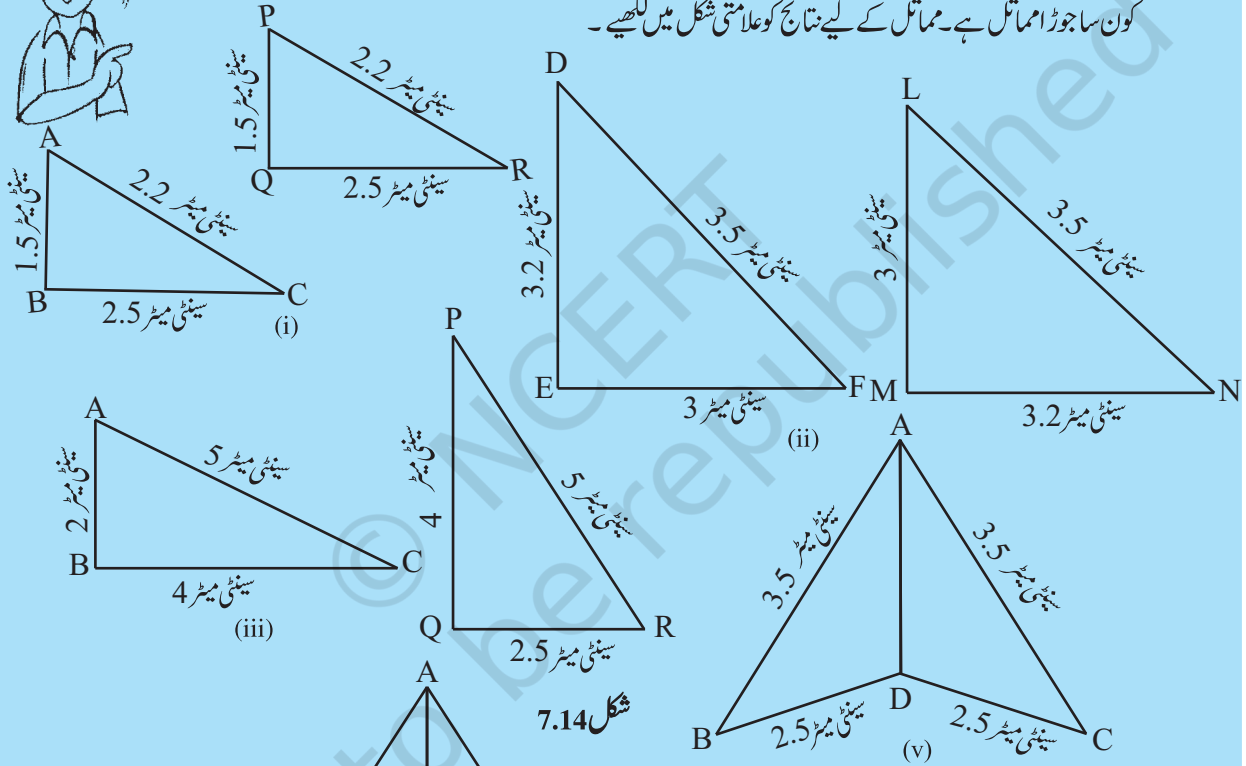
$$AD=CD$$

- (دونوں میں مشترک ہے) $BD=BD$ اور
- (ii) اوپر (i) کی مدد سے، $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (SSS مماثلت کا اصول)
- (iii) $\angle ABD = \angle CBD$ (مماثل مثلث کے متناظر حصے)
- اس لیے، $\angle ABC$ ، BD کا نصف ہے

کوشش کیجیے:



- 1- شکل 7.14 میں مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں دی گئی ہیں۔ SSS-مماثلت کے اصول کا استعمال کر کے بتائیے کہ مثلثوں کا کون سا جوڑا مماثل ہے۔ مماثل کے لیے نتائج کو علامتی شکل میں لکھیے۔



شکل 7.14

- 2- شکل 7.15 میں $AB=AC$ ہے اور $\overline{BC}$ کا وسطی نقطہ D ہے۔

(i) $\triangle ADB$ اور $\triangle ADC$ کے برابر حصوں کے تین جوڑے لکھیے۔

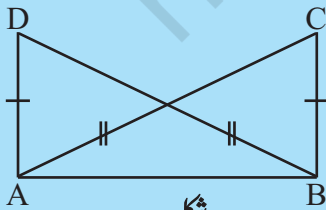
(ii) کیا $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ ؟ وجہ بتائیے۔

(iii) کیا $\angle B = \angle C$ ؟ کیوں؟

- 3- شکل 7.16 میں $AD = BC$ اور $AC = BD$ ہے۔ مندرجہ ذیل

بیانات میں سے کون سا بیان صحیح مطلب کے ساتھ لکھا گیا ہے۔

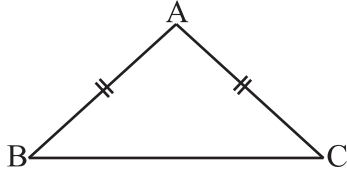
(i) $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ (ii) $\triangle ABC \cong \triangle BAD$



شکل 7.16

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے:

ABC ایک مساوی الساقین مثلث ہے جس میں $AB=AC$ ہے۔ (تصویر 7.17)۔ $\triangle ABC$ کو چھاپ کر ایک نقل بنائیے اور اس کا نام بھی $\triangle ABC$ لکھیے۔



شکل 7.17

(i) $\triangle ABC$ اور $\triangle ACB$ کے برابر حصوں کے تین جوڑے لکھیے۔

(ii) کیا $\triangle ABC \cong \triangle ACB$ ؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

(iii) کیا $\angle B = \angle C$ ؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

اپو اور ٹیپو نے اپنے کھیل کو پھر تھوڑے بدلاؤ کے ساتھ دوبارہ شروع کیا۔

SAS کھیل



اپو: آؤ اب مثلث کی نقل بنانے کے اصولوں کو تھوڑا بدل لیتے ہیں۔

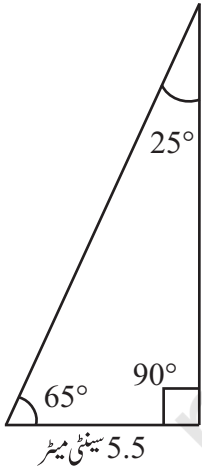
ٹیپو: ٹھیک ہے! چلو شروع کرو۔

اپو: تم یہ تو پہلے ہی دیکھ چکے ہو کہ خالی ایک ضلع کی لمبائی معلوم ہونا بیکار ہے۔

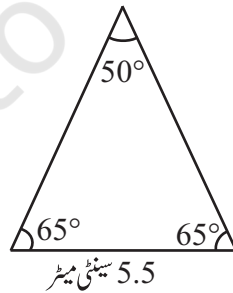
ٹیپو: یقیناً! ہاں۔

اپو: اس صورت حال میں، میں تم کو بتاتا ہوں کہ $\triangle ABC$ کے ایک ضلع کی لمبائی 5.5 سینٹی میٹر ہے اور ایک زاویہ 65° کا ہے۔

ٹیپو: یہ پھر نامکمل جانکاری دی ہے۔ تمہاری دی گئی جانکاری کی مدد سے میں بہت سارے مثلث بنا سکتا ہوں لیکن وہ $\triangle ABC$ کی نقل نہیں ہوں گے۔ یہاں میں ان میں سے کچھ مثلث بنادیتا ہوں۔

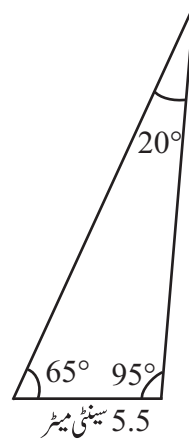


5.5 سینٹی میٹر



5.5 سینٹی میٹر

شکل 7.18



5.5 سینٹی میٹر

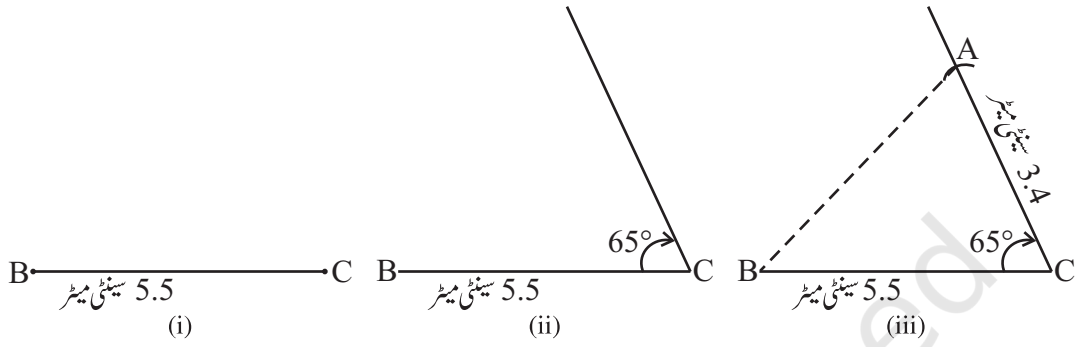
اپو: تو، اب ہم کیا کریں؟

ٹیپو: کچھ اور جانکاری کی ضرورت ہوگی۔

اپو: تو پھر مجھے اپنے اس بیان کو مزید درست کرنا ہوگا۔ $\triangle ABC$ میں دو اضلاع کی لمبائی 5.5 سینٹی میٹر اور 3.4 سینٹی میٹر ہے اور ان

کے درمیان کا زاویہ 65° ہے۔

ٹیپو: اس جانکاری سے مجھے مدد ملے گی۔ میں کوشش کرتا ہوں۔ سب سے پہلے میں 5.5 سینٹی میٹر لمبی $\overline{BC}$ بناتا ہوں۔ (شکل (7.19(i)۔ اب میں C پر 65° کا زاویہ بناتا ہوں۔ (شکل (7.19(ii)۔



شکل 7.19

ہاں، اب میں کر سکتا ہوں، A کو C سے 3.4 سینٹی میٹر کی دوری پر ہونا چاہیے۔ اسی زاویہ بنانے والے خط پر C کو مرکز مان کر 3.4 سینٹی میٹر سے میں ایک قوس لگاتا ہوں۔ یہ 65° کے خط کو A پر کاٹے گی۔

اب میں AB کو ملاتا ہوں اور مجھے $\triangle ABC$ مل گیا۔ (شکل (7.19(iii)

اپو: آپ نے ضلع-زاویہ-ضلع (side-angle-side) کا استعمال کیا، جس میں زاویہ دونوں اضلاع کے درمیان کا ہے۔

ٹیپو: ہاں! ہم اس معیار کا کیا نام رکھیں گے۔

اپو: SAS اصول۔ کیا تمہاری سمجھ میں آیا؟

ٹیپو: ہاں! یقیناً۔

SAS مماثلت کا اصول

اگر ایک مطابقت کے تحت، ایک مثلث کے دو اضلاع اور ان کے درمیان کا زاویہ دوسرے مثلث کے متناظر اضلاع اور ان کے درمیان کا زاویہ برابر ہو تو یہ مثلث مماثل ہوں گے۔

مثال 4 نیچے دو مثلثوں کے کچھ حصوں کی پیمائش دی گئی ہے۔ SAS مماثلت کے اصول سے جانچ کیجیے کہ دونوں مثلث مماثل ہیں یا نہیں۔ اگر مثلث مماثل ہیں تو ان کو علامتی شکل میں لکھیے۔

$\triangle DEF$

$\triangle ABC$

$\angle E = 50^\circ$ ، $DE = 5$ سینٹی میٹر، $EF = 7$ سینٹی میٹر

$\angle B = 50^\circ$ ، $BC = 5$ سینٹی میٹر، $AB = 7$ سینٹی میٹر

(a)

$\angle D = 55^\circ$ ، $DE = 4$ سینٹی میٹر، $FD = 4.5$ سینٹی میٹر

$\angle A = 60^\circ$ ، $AC = 4$ سینٹی میٹر، $AB = 4.5$ سینٹی میٹر

(b)

$\angle E = 35^\circ$ ، $EF = 6$ سینٹی میٹر، $DF = 4$ سینٹی میٹر

$\angle B = 35^\circ$ ، $AC = 4$ سینٹی میٹر، $BC = 6$ سینٹی میٹر

(c)

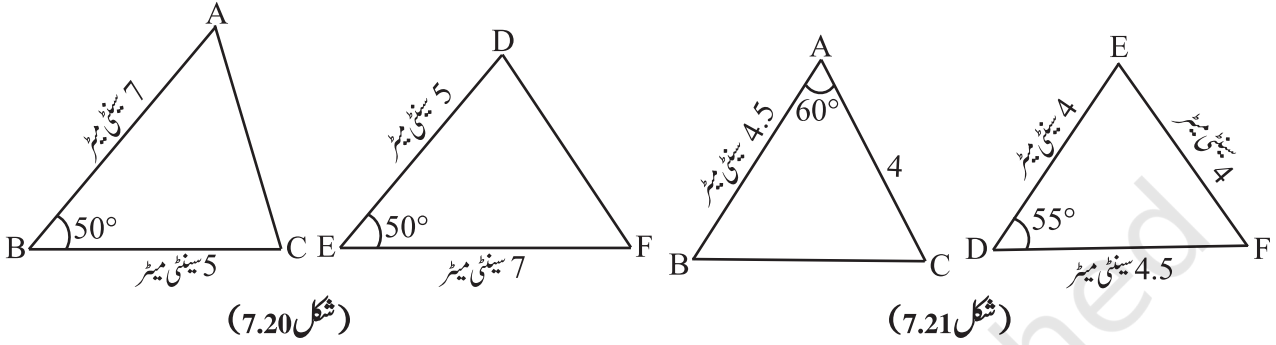
(رف شکل بنانا ہمیشہ ہی مددگار ہوتا ہے، پیمائش کو لکھنے اور پھر سوال کو پورا کیجیے)

حل

(a) یہاں $AB=EF$ ($7=$ سینٹی میٹر)، $BC=DE$ ($5=$ سینٹی میٹر)

اور $\angle B = \angle F$ (ملفوف 50°)، اور $A \leftrightarrow F$ ، $B \leftrightarrow C$ ، $C \leftrightarrow D$

اس لیے $\triangle ABC \cong \triangle FED$ (SAS مماثلت کا اصول) (شکل 7.20)



(b) یہاں $AB=FD$ اور $AC=DE$ (شکل 7.21)

لیکن ملفوف $\angle A \neq \angle D$ ۔ اس لیے ہم یہ نہیں کہہ سکتے کہ دونوں مثلث مماثل ہیں۔

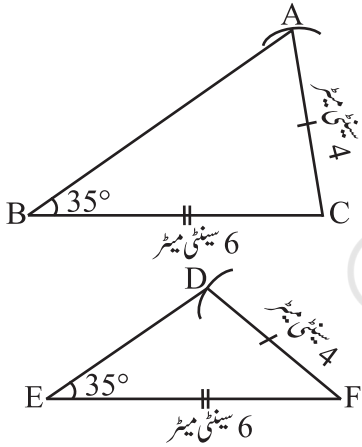
(c) یہاں $AC=DF$ ، $BC=EF$ اور $\angle B = \angle E$ (شکل 7.22)

لیکن $\angle B$ ، اضلاع AC اور BC کے بیچ کا زاویہ نہیں ہے۔

اسی طرح $\angle E$ ، اضلاع EF اور DF کے بیچ کا زاویہ نہیں ہے۔

اس لیے SAS مماثلت کا اصول کو لاگو نہیں کیا جاسکتا ہے اور ہم یہ نتیجہ اخذ نہیں

کر سکتے کہ دونوں مثلث مماثل ہیں۔



شکل 7.22

مثال 5 شکل 7.23 میں $AB=AC$ اور AD ، $\angle BAC$ کا ناصف ہے۔

(i) مثلث ADB اور مثلث ADC کے برابر حصوں کے تین جوڑوں کے نام لکھیے۔

(ii) کیا $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ ؟ وجہ بتائیے۔

(iii) کیا $\angle B = \angle C$ ہے؟ وجہ بتائیے۔

حل

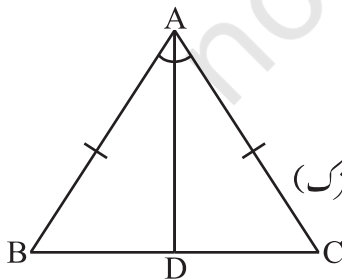
(i) برابر حصوں کے تین جوڑے ہیں۔

$AB=AC$ (دیا گیا ہے)

$\angle BAD = \angle CAD$ ($\angle BAC$ کا ناصف AD ہے) اور $AD=AD$ (مشترک)

(ii) ہاں، $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ (SAS مماثلت کا اصول)

(iii) $\angle B = \angle C$ (مماثل مثلثوں کے متناظر حصے)

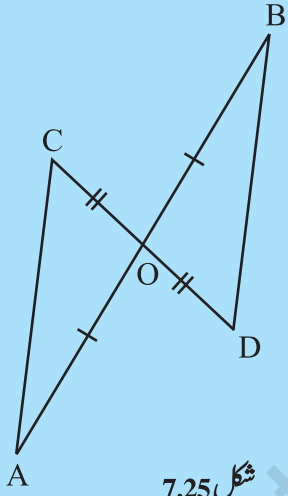
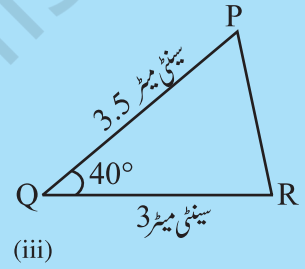
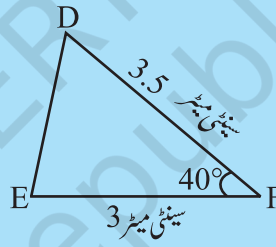
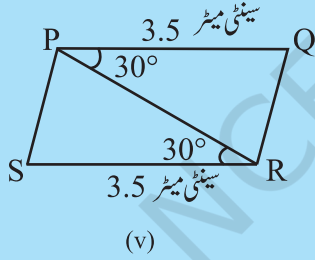
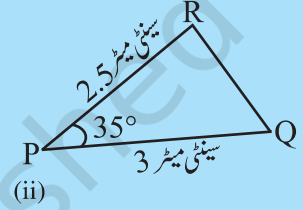
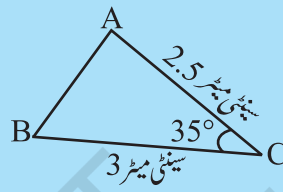
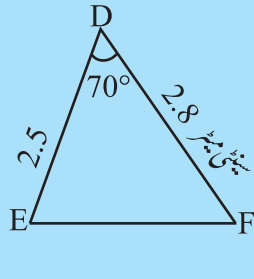
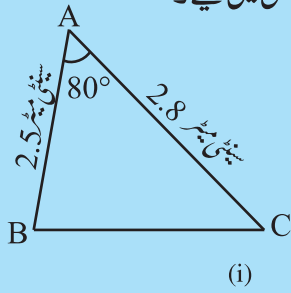


شکل 7.23



کوشش کیجیے:

- 1- $\triangle DEF$ کے اضلاع $\overline{DE}$ اور $\overline{EF}$ کے درمیان میں کون سا زاویہ ہے؟
- 2- SAS مماثلت کے اصول کی مدد سے آپ کو یہ ثابت کرنا ہے کہ $\triangle PQR \cong \triangle FED$ ۔ یہ دیا گیا ہے کہ $PQ=FE$ اور $RP=DF$ ۔ مماثلت کو ثابت کرنے کے لیے اور کس جانکاری کی ضرورت ہوگی؟
- 3- شکل 7.24 میں مثلثوں کے کچھ حصوں کی پیمائش دی گئی ہے۔ SAS مماثلت کے اصول کی مدد سے دیکھیے کہ ہر ایک صورت حال میں اگر کوئی مثلثوں کا جوڑا مماثل ہے تو ان کے متناظر جوڑے لکھیے۔ مماثل مثلثوں کی صورت حال میں ان کو علامتی شکل میں لکھیے۔



شکل 7.24

- 4- شکل 7.25 میں $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ ایک دوسرے کو O پر تقصیف کر رہی ہیں۔
- (i) دو مثلثوں AOC اور BOD میں برابر حصوں کے تین جوڑے لکھیے۔

(ii) مندرجہ ذیل بیانات میں سے کون سے درست ہیں؟

(a) $\triangle AOC \cong \triangle DOB$

(b) $\triangle AOC \cong \triangle BOD$

شکل 7.25

ASA کھیل:

کیا آپ اپوکا مثلث بنا سکتے ہیں، اگر آپ کو معلوم ہو

- (i) اس کا صرف ایک زاویہ؟
 - (ii) اس کے زاویوں میں سے صرف دو؟
 - (iii) دو زاویے اور کوئی بھی ایک ضلع؟
 - (iv) دو زاویے اور ان کے درمیان کا ضلع؟
- اوپر دیے گئے سوالات کو حل کرنے کی کوشش کیجیے۔ یہ ہمیں مندرجہ ذیل معیار تک پہنچائیں گے:

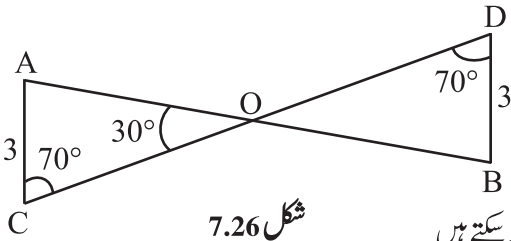
ASA مماثلت کا اصول (ASA Congruence criterion)

اگر کسی مطابقت کے تحت ایک مثلث کے دو زاویے اور ان کے درمیان کا ضلع دوسرے مثلث کے متناظر دو زاویوں اور ان کے درمیان کے ضلع کے برابر ہیں تو مثلث مماثل ہوں گے۔

مثال 6 ASA مماثلت کے اصول کی مدد سے، ہم کو یہ ثابت کرنا ہے کہ $\triangle ABC \cong \triangle QRP$ اور یہ دیا گیا ہے کہ $BC=RP$ ۔

مماثلت قائم کرنے کے لیے اس کے علاوہ اور کون سی جانکاری کی ضرورت ہوگی؟

حل ASA مماثلت کے اصول کے لیے ہمیں ایسے دو دو زاویے جن کے درمیان اضلاع BC اور RP ملفوف ہیں، اس لیے باقی جانکاری جس کی ہمیں ضرورت ہے، درج ذیل دی گئی ہے۔



شکل 7.26

$$\angle B = \angle R$$

$$\angle C = \angle P$$

اور

مثال 7 شکل 7.26 میں کیا آپ ASA مماثلت کا اصول استعمال کر سکتے ہیں

اور نتیجتاً کہہ سکتے ہیں کہ $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ ؟

حل دو مثلثوں AOC اور BOD میں، $\angle C = \angle D$ (دونوں 70° ہیں)

اور $\angle AOC = \angle BOD = 30^\circ$ (متقابل راسی زاویے)

اس لیے $\triangle AOC$ کا $\angle A$ برابر ہوگا۔

$$\angle A = 180^\circ - (70^\circ + 30^\circ) = 80^\circ \quad (\text{مثلث کے زاویوں کے جوڑ کے اصول سے})$$

اسی طرح $\triangle BOD$ کا $\angle B$ برابر ہوگا۔

$$\angle B = 180^\circ - (70^\circ + 30^\circ) = 80^\circ$$

لہذا $\angle C = \angle D$ اور $AC = BD$ ، $\angle A = \angle B$

اب، $\angle C$ اور $\angle A$ کے درمیان میں ضلع AC ہے اور $\angle D$ اور $\angle B$ کے درمیان میں ضلع BD ہے۔

اس لیے، ASA مماثلت اصول کے تحت $\triangle AOC \cong \triangle BOD$

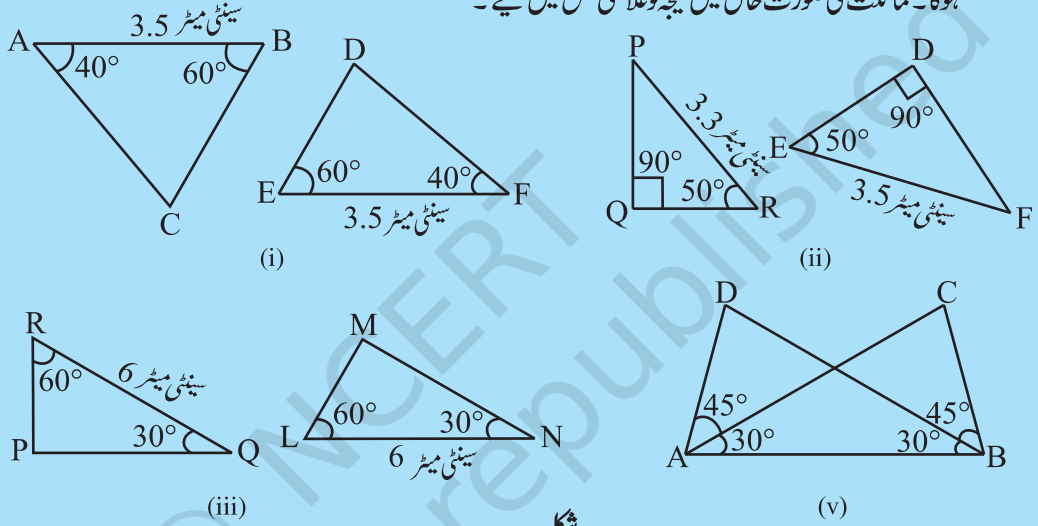
ریمارک

ایک مثلث میں اگر دو زاویے، دیے گئے ہوں تو آپ ہمیشہ تیسرا زاویہ معلوم کر سکتے ہیں۔ اس لیے جب کبھی بھی ایک مثلث کے دو زاویے اور ایک ضلع دوسرے مثلث کے متناظر دو زاویوں اور ایک ضلع کے برابر ہو تو آپ اس کو دو زاویوں اور ملفوف ضلع میں بدل سکتے ہیں اور پھر اس میں ASA مماثلت کا اصول لاگو کر سکتے ہیں۔

کوشش کیجیے:



- 1- $\triangle MNP$ کے زاویے M اور N کے درمیان کا ضلع کون سا ہے؟
- 2- آپ ASA مماثلت کے اصول کے تحت $\triangle DEF \cong \triangle MNP$ کو ثابت کرنا چاہتے ہیں۔ آپ کو دیا گیا ہے کہ $\angle D = \angle M$ اور $\angle F = \angle P$ مماثلت ثابت کرنے کے لیے اور کون سی جانکاری کی ضرورت ہے؟ (ایک رف شکل بنائیے اور پھر کوشش کیجیے)
- 3- شکل 7.27 میں کچھ حصوں کی پیمائش دی گئی ہے۔ ASA مماثلت کا اصول لاگو کر کے بتائیے کہ مثلثوں کا کون سا جوڑا مماثل ہوگا۔ مماثلت کی صورت حال میں نتیجہ کو علامتی شکل میں لکھیے۔



شکل 7.27

- 4- دو مثلثوں کے کچھ حصوں کی پیمائش درج ذیل ہے۔ جانچ کیجیے کیا دونوں مثلث ASA مماثلت کے اصول کے تحت مماثل ہیں یا نہیں۔ مماثلت کی صورت حال میں اس کو علامتی شکل میں لکھیے۔

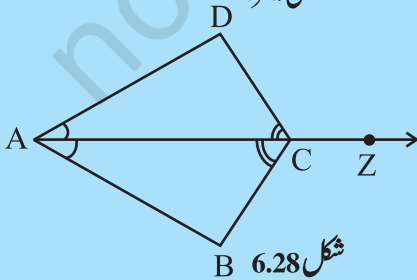
 $\triangle PQR$ $\triangle DEF$

$$\angle R = 80^\circ, \angle Q = 60^\circ, QR = 5 \text{ سینٹی میٹر} \quad \angle F = 80^\circ, \angle D = 60^\circ, DF = 5 \text{ سینٹی میٹر} \quad (i)$$

$$\angle R = 80^\circ, \angle Q = 60^\circ, QP = 6 \text{ سینٹی میٹر} \quad \angle F = 80^\circ, \angle D = 60^\circ, DF = 6 \text{ سینٹی میٹر} \quad (ii)$$

$$\angle R = 30^\circ, \angle P = 80^\circ, PQ = 5 \text{ سینٹی میٹر} \quad \angle F = 30^\circ, \angle E = 80^\circ, EF = 6 \text{ سینٹی میٹر} \quad (iii)$$

- 5- شکل 7.28 میں شعاع AZ، $\angle DAB$ اور $\angle DCB$ کی ناصف ہے۔



شکل 7.28

- (i) مثلث BAC اور DAC میں برابر حصوں کے تین جوڑے لکھیے۔

$$\triangle BAC \cong \triangle DAC \text{ کی وجہ بتائیے۔} \quad (ii)$$

$$\text{کیا } AB = AD \text{؟ اپنے جواب کی وضاحت کیجیے۔} \quad (iii)$$

$$\text{کیا } CD = CB \text{؟ وجہ بتائیے۔} \quad (iv)$$

7.7 قائمہ زاویہ مثلثوں کے درمیان مماثلت

(Congruence Among Right-angled Triangles)

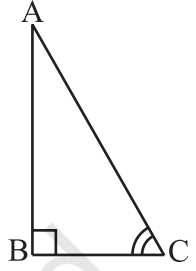
دو قائمہ زاویہ مثلثوں کی مماثلت کے لیے مخصوص توجہ کی ضرورت ہے۔ اس طرح کے مثلثوں میں یقیناً زاویہ قائمہ تو برابر ہوتے ہی ہیں۔ اس لیے مماثلت کا معیار آسان ہو جاتا ہے۔

کیا آپ $\triangle ABC$ بنا سکتے ہیں۔ (شکل 7.29 میں دکھایا گیا ہے) جس میں $\angle B = 90^\circ$ ہے۔ اگر

(i) صرف BC دیا گیا ہو؟ (ii) صرف $\angle C$ دیا گیا ہو؟

(iii) $\angle A$ اور $\angle C$ دیے گئے ہوں؟ (iv) AB اور BC دیے گئے ہوں؟

(v) AC اور AB یا BC میں سے کوئی ایک دیا گیا ہو؟



شکل 6.29

ان کے رُف اسکیچ بنا کر کرنے کی کوشش کیجیے۔ آپ کو معلوم ہوگا کہ (iv) اور (v) کی مدد سے آپ مثلث بنا سکتے ہیں۔ لیکن (i) میں سیدھے سیدھے SAS اصول لگتا ہے۔ جب کہ (v) میں کچھ نیا ہے۔ یہ ہم کو مندرجہ ذیل معیار تک لے جاتا ہے۔

RHS مماثلت کا معیار (RHS Congruence criterion)

اگر ایک مطابقت کے تحت قائمہ زاویہ مثلث کا وتر اور اس کا ایک ضلع بالترتیب دوسرے قائمہ زاویہ مثلث کا وتر اور اس کا ایک ضلع برابر ہوں تو وہ مثلث مماثل ہوں گے۔

اس کو ہم RHS مماثلت کا اصول کیوں کہتے ہیں؟ اس کے بارے میں سوچیے۔

مثال 8 دو مثلثوں کے کچھ حصوں کی پیمائش درج ذیل ہے RHS مماثلت کے اصول سے جانچ کیجیے کہ کیا دو مثلث مماثل ہیں یا نہیں۔ مماثل مثلثوں کی صورت حال میں نتیجہ کو علامتی شکل میں لکھئے۔

$\triangle PQR$

$\triangle ABC$

(i) $\angle B = 90^\circ$ ، $AC = 8$ سینٹی میٹر، $AB = 3$ سینٹی میٹر $\angle P = 90^\circ$ ، $PR = 3$ سینٹی میٹر، $QR = 8$ سینٹی میٹر

(ii) $\angle A = 90^\circ$ ، $AC = 5$ سینٹی میٹر، $BC = 9$ سینٹی میٹر $\angle Q = 90^\circ$ ، $PR = 8$ سینٹی میٹر، $PQ = 5$ سینٹی میٹر

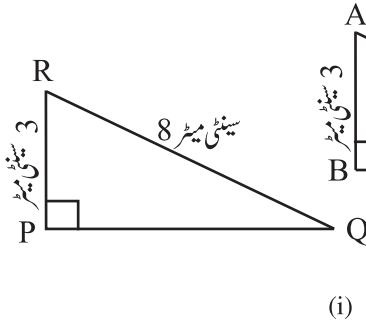
حل

(i) یہاں، $\angle B = \angle P = 90^\circ$

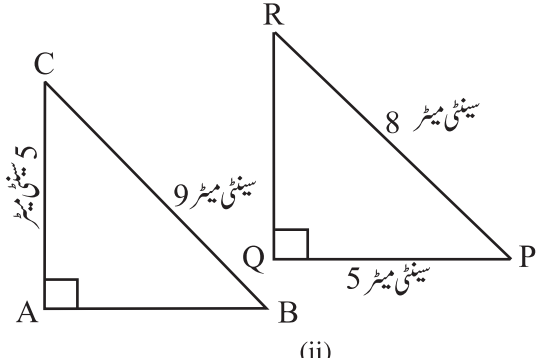
وتر، $AB = RQ$ (8 سینٹی میٹر) اور

ضلع $AC = RP$ (3 سینٹی میٹر)

اس لیے، $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$ (RHS مماثلت کے اصول سے)۔ (شکل 7.30(i))



(i)



(ii)

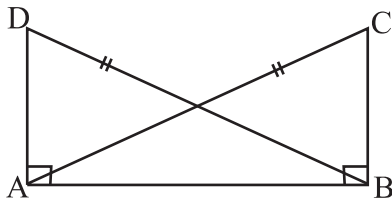
شکل 7.30

(ii) یہاں، $\angle A = \angle Q (= 90^\circ)$ اور

ضلع AC = ضلع PQ (= 5 سنی میٹر)

لیکن وتر $BC \neq PR$ (تصویر 7.30(ii))

اس لیے، یہ مثلث مماثل نہیں ہیں۔



شکل 7.31

مثال 9 شکل 7.31 میں، $DA \perp AB$ ، $CB \perp AB$ اور $AC = BD$ اور $\triangle ABC$ اور $\triangle DAB$

کے برابر حصوں کے تین جوڑے لکھیے۔ مندرجہ ذیل بیانات میں سے کون سے درست ہیں؟

$$\triangle ABC \cong \triangle ABD \quad (ii)$$

$$\triangle ABC \cong \triangle BAD \quad (i)$$

حل برابر حصوں کے تین جوڑے ہیں:

$$(\angle = 90^\circ)$$

$$\angle ABC = \angle BAD$$

(دیا گیا ہے)

$$AC = BD$$

(مشترک ضلع)

$$AB = BA$$

$$(\text{RHS مماثلت کے اصول سے}) \triangle ABC \cong \triangle BAD$$

اوپر سے،

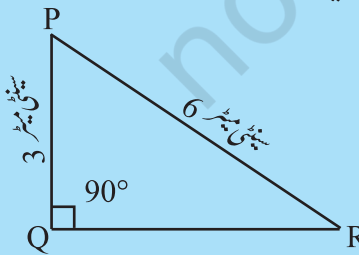
اس لیے، بیان (i) درست ہے۔

بیان (ii) بامعنی نہیں ہے۔ کیونکہ راسوں کے درمیان مطابقت نہیں ہے۔

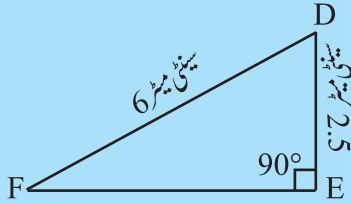
کوشش کیجیے:

1- شکل 7.32 میں مثلثوں کے کچھ حصوں کی پیمائش دی گئی ہے۔ RHS مماثلت کے اصول کی مدد سے بتائیے کہ مثلثوں کے کون

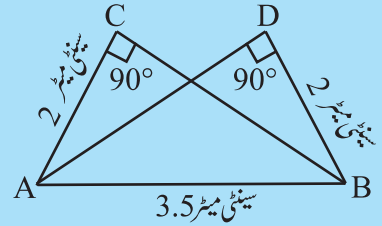
سے جوڑے مماثل ہیں۔ مماثل مثلثوں کی صورت میں نتیجہ کو علامتی شکل میں لکھئے۔



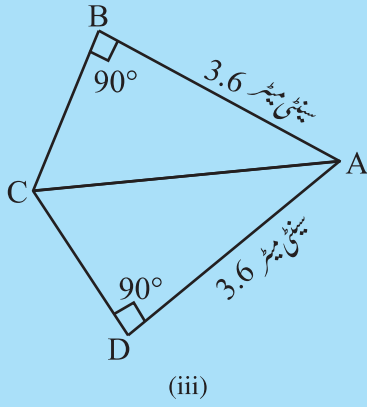
(i)



شکل 7.32

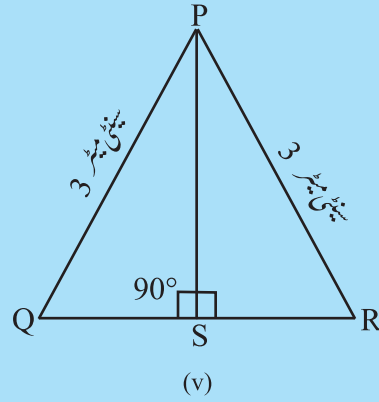


(ii)



(iii)

شکل 7.32



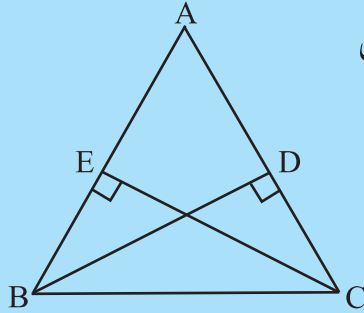
(v)



2- RHS مماثلت کے اصول کے تحت ہم کو یہ ثابت کرنا ہے کہ
 $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$ ۔ اگر ہمیں مندرجہ ذیل جانکاریاں دی گئی ہیں تو ہمیں
 اور کون کون سی جانکاری کی ضرورت ہوگی؟

$$AB = RP \text{ اور } \angle B = \angle P = 90^\circ$$

3- شکل 7.33 میں BD اور CE، $\triangle ABC$ کے ارتفاع ہیں جب کہ
 $BD = CE$



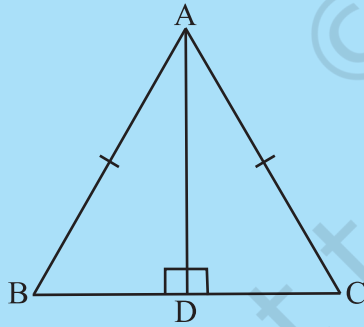
شکل 7.33

(i) $\triangle ABC$ اور $\triangle CBD$ میں برابر حصوں کے تین جوڑے لکھیے۔

(ii) کیا $\triangle CBD \cong \triangle BCE$ ؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

(iii) کیا $\angle DCB = \angle ECB$ ؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

4- ABC ایک مساوی الساقین مثلث ہے جس میں $AB = AC$ ہے اور
 AD اس کا ارتفاع ہے۔ (شکل 7.34)



شکل 7.34

(i) $\triangle ADC$ اور $\triangle ADB$ کے برابر حصوں کے تین جوڑے لکھیے۔

(ii) کیا $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ ؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

(iii) کیا $\angle B = \angle C$ ؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

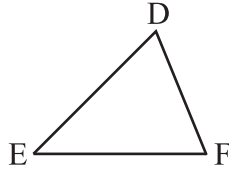
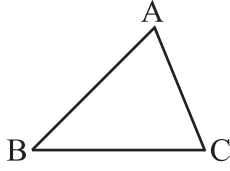
(iv) کیا $BD = CD$ ؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

آئیے اب ہم ایسی مثالوں اور سوالوں کو دیکھتے ہیں جو اب تک دیکھے گئے معیاروں پر منحصر ہیں۔

مشق 7.2

1- مندرجہ ذیل میں آپ مماثلت کے کون سے اصول کا استعمال کریں گے؟





(a) دیا گیا ہے: $AC = DF$

$$AB = DE$$

$$BC = EF$$

اس لیے، $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

(b) دیا گیا ہے: $ZX = RP$

$$RQ = ZY$$

$$\angle PRQ = \angle XZY$$

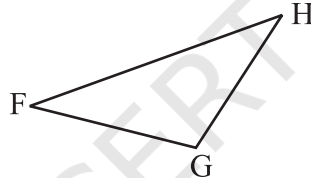
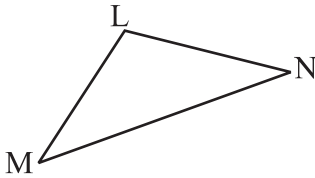
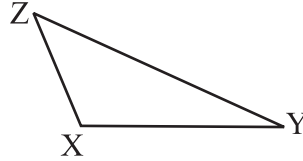
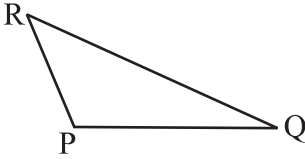
اس لیے، $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$

(c) دیا گیا ہے: $\angle MLN = \angle FGH$

$$\angle NML = \angle GFH$$

$$ML = FG$$

اس لیے، $\triangle LMN \cong \triangle GFH$

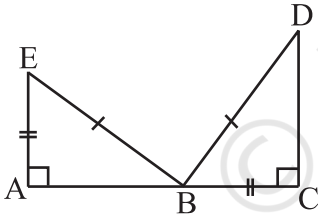


(d) دیا گیا ہے: $EB = DB$

$$AE = BC$$

$$\angle A = \angle C = 90^\circ$$

اس لیے، $\triangle ABE \cong \triangle CDB$



2- آپ ثابت کرنا چاہتے ہیں کہ $\triangle ART \cong \triangle PEN$

(a) اگر آپ SSS مماثلت کا اصول لگانا چاہتے ہیں تو آپ کو یہ دکھانا ہوگا

$$AT = \text{(iii)}$$

$$RT = \text{(ii)}$$

$$AR = \text{(i)}$$

(b) اگر یہ دیا گیا ہے کہ $\angle T = \angle N$ اور آپ کو SAS اصول کا استعمال کرنا ہے، تو آپ کو یہ دکھائیں گے

$$PN = \text{(ii)}$$

اور

$$RT = \text{(i)}$$

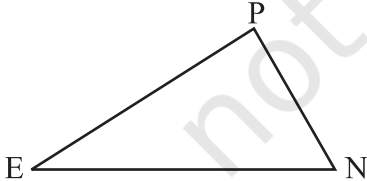
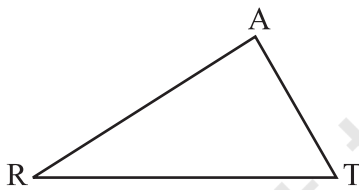
(c) اگر یہ دیا گیا ہے کہ $AT = PN$ اور آپ کو ASA اصول کا استعمال کرنا ہے تو آپ کو ضرورت ہے

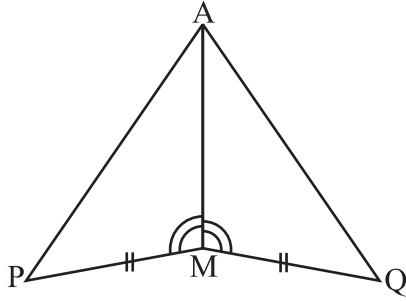
$$\text{? (ii)}$$

$$\text{? (i)}$$

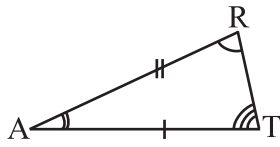
3- آپ کو دکھانا ہے $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$

مندرجہ ذیل شبوتوں میں چھوٹ گئے جوابات لکھیے۔





اقدام	وجوہات
PM = QM (i)	... (i)
$\angle PMA = \angle QMA$ (ii)	... (ii)
AM = AM (iii)	... (iii)
$\triangle AMP \cong \triangle AMQ$ (iv)	... (iv)

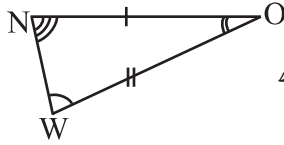


4- $\triangle ABC$ میں $\angle A = 30^\circ$ ، $\angle B = 40^\circ$ اور $\angle C = 110^\circ$

$\triangle PQR$ میں $\angle P = 30^\circ$ ، $\angle Q = 40^\circ$ اور $\angle R = 110^\circ$

ایک طالب علم نے کہا کہ $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ ، AAA مماثلت کے

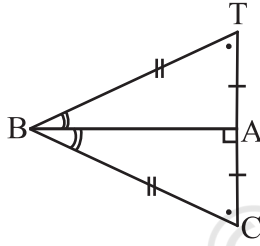
اصول کے تحت ہوگا۔ کیا یہ مناسب ہے؟ کیوں یا کیوں نہیں؟



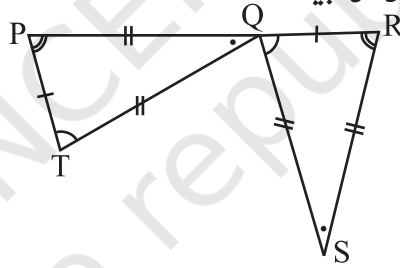
5- شکل میں دو مثلث مماثل ہیں۔ متناظر حصوں پر نشان لگے ہیں۔ ہم کیا لکھ

سکتے ہیں۔ $\triangle RAT \cong ?$

6- مماثلت کا بیان مکمل کیجیے:



$\triangle QRS \cong ?$



$\triangle BCA \cong ?$

7- چوکور خانے والے کاغذ پر، برابر قبوں والے دو مثلث بنائیے۔ جب کہ

(i) دونوں مثلث مماثل ہوں

(ii) دونوں مثلث مماثل نہ ہوں

آپ ان کے احاطوں کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟

8- دو مثلثوں کے رفاں کیجیے بنائیے۔ جب کہ ان کے حصوں کے پانچ

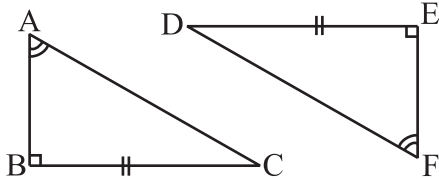
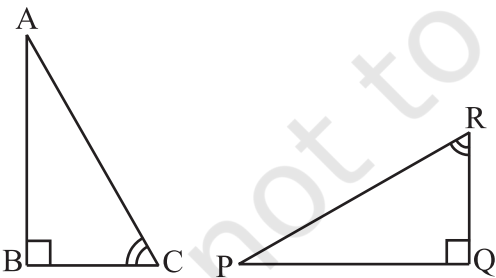
جوڑے مماثل ہوں لیکن پھر بھی یہ مثلث مماثل نہ ہوں۔

9- $\triangle ABC$ اور $\triangle PQR$ مماثل مثلث ہیں۔ متناظر حصوں کا ایک اور

جوڑا بتائیے۔ آپ اس میں کون سا اصول استعمال کریں گے؟

10- وضاحت کیجیے، کیوں

$\triangle ABC \cong \triangle FED$



سرگرمی

ہم نے دیکھا کہ مستوی اشکال کی مماثل کی جانچ کرنے کے لیے انطباق کا عمل بہت کارآمد ہے۔ ہم نے قطعات، زاویے اور مثلثوں کے لیے مماثلت کی شرائط پر بحث کی۔ اب آپ اسی تصور کو دوسری مستوی اشکال کے لیے بڑھانے کی کوشش کیجیے۔

1- مختلف سائزوں کے مربع کاٹ لیجیے۔ انطباق کے طریقے کا استعمال کر کے مربعوں کے مماثلت کی شرائط معلوم کیجیے۔

مماثلت کے تحت متناظر حصوں کے تصور کو کیسے استعمال کرتے ہیں؟ کیا ان میں متناظر اضلاع ہوتے ہیں؟ کیا ان میں متناظر وتر ہوتے ہیں؟

2- اگر آپ دائرے لیں تو کیا ہوگا؟ دو دائروں کی مماثلت کی کیا شرائط ہیں؟ ایک بار پھر آپ انطباق کا طریقہ استعمال کر سکتے ہیں۔ جانچ کیجیے۔

3- دوسری مستوی اشکال جیسے منتظم چھ ضلعی وغیرہ میں اس تصور کو بڑھانے کی کوشش کیجیے۔

4- ایک مثلث کی دو مماثل نقلیں لیجیے۔ کاغذ کو موڑ کر، جانچ کیجیے کہ کیا ان کے ارتفاع برابر ہیں؟ کیا ان کے وسطانیہ برابر ہیں؟ آپ ان کے احاطوں اور رقبوں کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟

ہم نے کیا سیکھا؟

1- مماثل چیزیں ایک دوسرے کی ہو بہو نقل ہوتی ہیں۔

2- مستوی اشکال کی مماثلت کو انطباق کے طریقے سے جانچ بھی سکتے ہیں۔

3- دوسادہ اشکال جیسے F_1 اور F_2 مماثل ہوتی ہیں اگر F_1 کو چھاپ کر بنائی گئی نقل F_2 کو پوری طرح ڈھک لے۔ اس کو ہم $F_1 \cong F_2$ لکھتے ہیں۔

4- دو قطعات جیسے $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ مماثل ہوتے ہیں اگر ان کی لمبائی برابر ہو۔ اس کو ہم $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ لکھتے ہیں۔ جب کہ اس کو ہم عام طور پر $\overline{AB} = \overline{CD}$ لکھتے ہیں۔

5- دو زاویے $\angle ABC$ اور $\angle PQR$ مماثل ہیں اگر ان کی پیمائش برابر ہو۔ اس کو ہم $m\angle ABC = m\angle PQR$ لکھتے ہیں۔ جب کہ عام طور پر اس کو $\angle ABC = \angle PQR$ لکھتے ہیں۔

6- دو مثلثوں کی مماثلت کے لیے SSS کا اصول:

دی گئی مطابقت کے تحت دو مثلث مماثل ہوتے ہیں اگر ایک کے تین اضلاع دوسرے کے تین متناظر اضلاع کے برابر ہیں۔

7- دو مثلثوں کی مماثلت کے لیے SAS کا اصول:

دی گئی مطابقت کے تحت، دو مثلث مماثل ہوتے ہیں اگر ایک مثلث کے دو اضلاع اور ان کے درمیان کا ایک زاویہ دوسرے

مثلث کے دو متناظر اضلاع اور ان کے درمیان کے زاویہ کے برابر ہو۔

- 8- دو مثلثوں کی مماثلت کے لیے ASA اصول:
دی گئی مطابقت کے تحت، دو مثلث مماثل ہیں اگر ایک مثلث کے دو زاویے اور ان کے درمیان کا ضلع دوسرے مثلث کے متناظر زاویوں اور ان کے درمیان کے ضلع کے برابر ہیں۔
- 9- دو مثلثوں کی مماثلت کے لیے RHS اصول:
دی گئی مطابقت کے تحت دو قائمہ زاوی مثلث مماثل ہیں اگر ایک مثلث کا وتر اور کوئی ایک ضلع دوسرے مثلث کے وتر اور متناظر ضلع کے برابر ہوں۔
- 10- دو مثلثوں کی مماثلت کے لیے AAA جیسا کوئی اصول نہیں ہے:
دو مثلث جن کے متناظر زاویے برابر ہوں ضروری نہیں ہے کہ وہ مماثل ہوں۔ اسی مطابقت میں ایک مثلث کی بڑی نقل ہو سکتے ہیں۔ وہ صرف اسی وقت مماثل ہوتے ہیں جب ایک دوسرے کی ہو بہو نقل ہوں۔

