गणित

कक्षा 11 के लिए पाठ्यपुस्तक

© NCERT not to be republished

© NCERT
not to be republished

गणित

कक्षा 11 के लिए पाठ्यपुस्तक

© NCERT
not to be republished

11078

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

प्रथम संस्करण
फ़रवरी 2006 फाल्गुन 1927

पुनर्मुद्रण
दिसंबर 2009 पौष 1931
दिसंबर 2010 अग्रहायण 1932
जून 2012 ज्येष्ठ 1934
अप्रैल 2013 चैत्र 1935
दिसंबर 2013 पौष 1935
दिसंबर 2014 पौष 1936
दिसंबर 2015 पौष 1937
दिसंबर 2016 पौष 1938
जनवरी 2018 माघ 1939
जनवरी 2019 माघ 1940

PD 10T RSP

© राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, 2006

₹ ???.00

एन.सी.ई.आर.टी. वाटरमार्क 80 जी.एस.एम. पेपर पर मुद्रित।

प्रकाशन प्रभाग में सचिव, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, श्री अरविंद मार्ग, नयी दिल्ली 110 016 द्वारा प्रकाशित तथा ....
....
....

ISBN 81-7450-498-2

सर्वाधिकार सुरक्षित

- प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना इस प्रकाशन के किसी भाग को छापना तथा इलेक्ट्रॉनिकी, मशीनी, फ़ोटोप्रतिलिपि, रिकॉर्डिंग अथवा किसी अन्य विधि से पुन: प्रयोग पद्धति द्वारा उसका संग्रहण अथवा प्रसारण वर्जित है।
- इस पुस्तक की बिक्री इस शर्त के साथ की गई है कि प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना यह पुस्तक अपने मूल आवरण अथवा जिल्द के अलावा किसी अन्य प्रकार से व्यापार द्वारा उधारी पर, पुनर्विक्रय या किराए पर न दी जाएगी, न बेची जाएगी।
- इस प्रकाशन का सही मूल्य इस पृष्ठ पर मुद्रित है। रबड़ की मुहर अथवा चिपकाई गई पर्ची (स्टिकर) या किसी अन्य विधि द्वारा अंकित कोई भी संशोधित मूल्य गलत है तथा मान्य नहीं होगा।

एन.सी.ई.आर.टी. के प्रकाशन प्रभाग के कार्यालय

एन.सी.ई.आर.टी. कैंपस
श्री अरविंद मार्ग
नयी दिल्ली 110 016 फ़ोन : 011-26562708

108, 100 फीट रोड
हेली एक्सटेंशन, होस्डेकेरे
बनाशंकरी III इस्टेज
बैंगलुरु 560 085 फ़ोन : 080-26725740

नवजीवन ट्रस्ट भवन
डाकघर नवजीवन
अहमदाबाद 380 014 फ़ोन : 079-27541446

सी.डब्ल्यू.सी. कैंपस
निकट: धनकल बस स्टॉप
पनिहटी
कोलकाता 700 114 फ़ोन : 033-25530454

सी.डब्ल्यू.सी. कॉम्प्लैक्स
मालीगांव
गुवाहाटी 781021 फ़ोन : 0361-2674869

प्रकाशन सहयोग

अध्यक्ष, प्रकाशन प्रभाग	:	*एम. सिराज अनवर*
मुख्य संपादक	:	*श्वेता उप्पल*
मुख्य व्यापार प्रबंधक	:	*गौतम गांगुली*
मुख्य उत्पादन अधिकारी	:	*अरुण चितकारा*
संपादक	:	*रेखा अग्रवाल*
सहायक उत्पादन अधिकारी	:	*ए.एम.विनोद कुमार*

चित्रांकन
अनघा ईनामदार

आवरण
श्वेता राव

© NCERT not to be republished

आमुख

राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा (2005) सुझाती है कि बच्चों के स्कूली जीवन को बाहर के जीवन से जोड़ा जाना चाहिए। यह सिद्धांत किताबी ज्ञान की उस विरासत के विपरीत है जिसके प्रभाववश हमारी व्यवस्था आज तक स्कूल और घर के बीच अंतराल बनाए हुए है। नई राष्ट्रीय पाठ्यचर्या पर आधारित पाठ्यक्रम और पाठ्य पुस्तकें इस बुनियादी विचार पर अमल करने का प्रयास है। इस प्रयास में हर विषय को एक मज़बूत दीवार से घेर देने और जानकारी को रटा देने की प्रवृत्ति का विरोध शामिल है। आशा है कि ये कदम हमें राष्ट्रीय शिक्षा नीति (1986) में वर्णित बाल-केंद्रित व्यवस्था की दिशा में काफ़ी दूर तक ले जाएँगे।

इस प्रयत्न की सफलता अब इस बात पर निर्भर है कि स्कूलों के प्राचार्य और अध्यापक बच्चों को कल्पनाशील गतिविधियों और सवालों की मदद से सीखने और सीखने के दौरान अपने अनुभव पर विचार करने का अवसर देते हैं। हमें यह मानना होगा कि यदि जगह, समय और आज़ादी दी जाए तो बच्चे बड़ों द्वारा सौंपी गई सूचना-सामग्री से जुड़कर और जूझकर नए ज्ञान का सृजन कर सकते हैं। शिक्षा के विविध साधनों एवं स्रोतों की अनदेखी किए जाने का प्रमुख कारण पाठ्य पुस्तक को परीक्षा का एकमात्र आधार बनाने की प्रवृत्ति है। सर्जना और पहल को विकसित करने के लिए ज़रूरी है कि हम बच्चों को सीखने की प्रक्रिया में पूरा भागीदार मानें और बनाएँ, उन्हें ज्ञान की निर्धारित खुराक का ग्राहक मानना छोड़ दें।

ये उद्देश्य स्कूल की दैनिक ज़िंदगी और कार्यशैली में काफ़ी फेरबदल की माँग करते हैं। दैनिक समय-सारणी में लचीलापन उतना ही ज़रूरी है, जितना वार्षिक कैलेंडर के अमल में चुस्ती, जिससे शिक्षण के लिए नियत दिनों की संख्या हकीकत बन सके। शिक्षण और मूल्यांकन की विधियाँ भी इस बात को तय करेंगी कि यह पाठ्य पुस्तक स्कूल में बच्चों के जीवन को मानसिक दबाव तथा बोरियत की जगह खुशी का अनुभव बनाने में कितनी प्रभावी सिद्ध होती है। बोझ की समस्या से निपटने के लिए उपलब्ध समय का ध्यान रखने की पहले से अधिक सचेत कोशिश की है। इस कोशिश को और गहराने के यत्न में यह पाठ्य पुस्तक सोच-विचार और विस्मय, छोटे समूहों में बातचीत एवं बहस और हाथ से की जाने वाली गतिविधियों को प्राथमिकता देती है।

एन.सी.ई.आर.टी. इस पुस्तक की रचना के लिए बनाई गई पाठ्य पुस्तक निर्माण समिति के परिश्रम के लिए कृतज्ञता व्यक्त करती है। परिषद् इस पाठ्य पुस्तक के सलाहकार समूह के अध्यक्ष प्रोफ़ेसर जयंत विष्णु नारलीकर और इस पुस्तक के सलाहकार प्रोफ़ेसर पवन कुमार जैन की विशेष आभारी है। इस पाठ्य पुस्तक के विकास में कई शिक्षकों ने योगदान दिया; इस योगदान को संभव बनाने

© NCERT not to be republished

के लिए हम उनके प्राचार्यों के आभारी हैं। हम उन सभी संस्थाओं और संगठनों के प्रति कृतज्ञ हैं जिन्होंने अपने संसाधनों, सामग्री तथा सहयोगियों की मदद लेने में हमें उदारतापूर्वक सहयोग दिया। हम, विशेष रूप से माध्यमिक एवं उच्चतर शिक्षा विभाग, मानव संसाधन विकास मंत्रालय द्वारा, प्रो. मृणाल मिरी और प्रो. जी.पी. देशपांडे की अध्यक्षता में गठित, राष्ट्रीय मानीटरिंग समिति द्वारा प्रदत्त बहुमूल्य समय एवं योगदान के लिए कृतज्ञ हैं। व्यवस्थागत सुधारों और अपने प्रकाशनों में निरंतर निखार लाने के प्रति समर्पित एन.सी.ई.आर.टी. टिप्पणियों एवं सुझावों का स्वागत करेगी जिनसे भावी संशोधनों में मदद ली जा सके।

निदेशक
राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान
और प्रशिक्षण परिषद्

नई दिल्ली
20 दिसंबर 2006

© NCERT not to be republished

पाठ्यपुस्तक विकास समिति

अध्यक्ष, विज्ञान और गणित सलाहकार समिति

एस.वी. नारलीकर, *प्रोफ़ेसर,* इंटर युनिवर्सिटी सेंटर फॉर ॲस्ट्रॉनॉमि एंड ॲस्ट्रोफिजिक्स, (IUCCA), गणेशखिंड, पुणे युनिवर्सिटी, पुणे

मुख्य सलाहकार

पी.के जैन, *प्रोफ़ेसर,* दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली

मुख्य समन्वयक

हुकुम सिंह, *प्रोफ़ेसर,* डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी, नई दिल्ली

सदस्य

आशुतोष के. वझलवार, *प्रोफ़ेसर,* डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली

ए.के.राजपूत, *प्रोफ़ेसर,* क्षे.शि.स. एन.सी.ई.आर.टी., भोपाल

उदय सिंह, *लेक्चरर,* डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली।

एस.के.एस. गौतम, *प्रोफ़ेसर,* डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली

एस.बी. त्रिपाठी, *लेक्चरर,* राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय, सूरजमल विहार, दिल्ली

प्रदिप्तो होरे, *वरिष्ठ गणित अध्यापक,* सरला बिड़ला अकादमी बंगलौर, कर्नाटक

बी.एस.पी. राजू, *प्रोफ़ेसर,* क्षे.शि.स. एन.सी.ई.आर.टी., मैसूर, कर्नाटक।

संजय कुमार सिन्हा, *पी.जी.टी,* संस्कृति स्कूल, चाणक्यापुरी, नई दिल्ली

संजय मुदगल, *लेक्चरर,* सी.आई.ई.टी., एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली

सी.आर.प्रदीप, *सहायक प्रोफ़ेसर,* गणित विभाग, भारतीय विज्ञान संस्थान, बंगलौर, कर्नाटक

सुजाथा वर्मा, *रीडर,* इ.गा.मु.वि.वि., नई दिल्ली

स्नेहा टाइट्स, *गणित अध्यापक,* आदिति माल्या स्कूल एलहारिका, बंगलौर, कर्नाटक

© NCERT not to be republished

सदस्य-समन्वयक

वी.पी. सिंह, *प्रोफ़ेसर,* डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली

हिंदी रूपांतरणकर्ता

आर.पी. गिहारे, *विकास खंड स्रोत समन्वयक,* जनपद शिक्षा केंद्र चिचोली, जनपद-बेतूल, मध्य प्रदेश

ए. के. राजपूत, *प्रोफ़ेसर,* क्षे.शि.स. एन.सी.ई.आर.टी., भोपाल, मध्य प्रदेश

एस.बी.त्रिपाठी, *लेक्चरर,* राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय, सूरजमल विहार, दिल्ली

पी.एन.मल्होत्रा, *सह शिक्षा निदेशक* (विज्ञान केंद्र-3), शिक्षा निदेशालय, राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार, नई दिल्ली

पी.के. तिवारी, *सहायक आयुक्त* (अ.प्रा.), केंद्रीय विद्यालय संगठन

सुमत कुमार जैन, *लेक्चरर,* के.एल.जैन इंटर कालेज, सासनी जनपद-हाथरस, उ.प्र.

हिंदी समन्वयक

हुकुम सिंह, *प्रोफ़ेसर,* डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली

© NCERT not to be republished

आभार

पुस्तक के अंतिम स्वरूप के लिए आयोजित कार्यशाला में भाग लेने वाले निम्नलिखित भागियों की बहुमूल्य टिप्पणियों के बारे में परिषद् आभार व्यक्त करती है। पी.भास्कर कुमार, पी.जी.टी., जवाहर नवोदय विद्यालय, अनंतपुर, आंध्र प्रदेश; विनायक बुजाडे, लेक्चरर, विदर्भ बुनयादी जूनियर कालेज, सक्करदारा चौक, नागपुर, महाराष्ट्र; वंदिता कालरा, लेक्चरर, सर्वोदय कन्या विद्यालय, विकासपुरी जनपद केंद्र, नई दिल्ली; पी.एल.सचदेवा, गणित विभाग, भारतीय विज्ञान संस्थान, बंगलौर, कर्नाटक; पी.के.तिवारी, *सहायक आयुक्त* (अ.प्रा.), केंद्रीय विद्यालय संगठन; जगदीश सरण, सांख्यिकी विभाग, दिल्ली विश्वविद्यालय; कुद्दूस खान, *लेक्चरर,* शिबली नेशनल पी.जी. कॉलेज आजमगढ, (उ.प्र.); सुमत कुमार जैन, *लेक्चरर* (गणित); के.एल. जैन इंटर कालेज, सासनी, जनपद–हाथरस (उ.प्र.); आर.पी. गिहारे लेक्चरर, (बी.आर.सी), जनपद शिक्षा केंद्र, चिचोली, जनपद–बैतूल (म.प्र.); संगीता अरोड़ा, पी.जी.टी., ए.पी.जे. स्कूल, साकेत, नई दिल्ली; पी.एन.मल्होत्रा, सह–शिक्षा निदेशक (विज्ञान केंद्र), शिक्षा निदेशालय राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार, दिल्ली; डी.आर.शर्मा, पी.जी.टी., जवाहर नवोदय विद्यालय मुंगेशपुर, दिल्ली; सरोज, पी.जी.टी. राजकीय कन्या माध्यमिक विद्यालय, रूप नगर, दिल्ली; मनोज कुमार ठाकुर, *पी.जी.टी.*, डी.ए.वी. पब्लिक स्कूल, राजेन्दर नगर, शाहिबाबाद, गाजियाबाद (उ.प्र.); आर.पी.मौर्य, *प्रोफ़ेसर*, एन.सी.ई.आर.टी., नई दिल्ली।

परिषद् एन.सी.ई.आर.टी, हिंदी रूपातंरण के पुनरावलोकन हेतु आयोजित कार्यशाला में निम्नलिखित भागियों की बहुमूल्य टिप्पणियों के लिए आभारी है: जी.डी. ढल, *रीडर* (अ.प्रा.) एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली। सुनील बजाज, *विभागाध्यक्ष,* गणित विभाग, एस.सी.ई.आर.टी., गुडगांव, हरियाणा। पी. के. जैन (सलाहकार), *प्रोफ़ेसर* (गणित विभाग), दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली।

शैक्षिक व प्रशासनिक सहयोग के लिए परिषद् प्रोफेसर एम.चन्द्रा, विभागाध्यक्षा डी.ई.एस.एम, एन.सी.ई.आर.टी. की आभारी है। इसके साथ ही परिषद् राकेश कुमार एवं सज्जाद हैदर अंसारी, *डी.टी.पी. ऑपरेटर*; श्री कुशल पाल सिंह यादव, *कॉपी एडिटर*; मुख्तार हुसैन, *प्रूफ़ रीडर*, एन.सी.ई.आर.टी., दीपक कपूर, *कंप्यूटर स्टेशन प्रभारी,* डी.ई.एस.एम., ए.पी.सी. ऑफिस, डी.ई.एस. एम., एन.सी.ई.आर.टी, प्रशासन और प्रकाशन प्रभाग के सहयोग हेतु हार्दिक आभार ज्ञापित करती है।

© NCERT not to be republished

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक [1][**संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य**] बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक **न्याय,**

विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म

और उपासना की **स्वतंत्रता,**

प्रतिष्ठा और अवसर की **समता**

प्राप्त कराने के लिए,

तथा उन **सब में**

व्यक्ति की गरिमा और [2][**राष्ट्र की एकता**

और अखंडता] सुनिश्चित करने वाली **बंधुता**

बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर **अपनी इस संविधान सभा में** आज तारीख 26 नवंबर, 1949 ई. को **एतद्‌द्वारा इस संविधान को अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं।**

---

1. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) ''प्रभुत्व-संपन्न लोकतंत्रात्मक गणराज्य'' के स्थान पर प्रतिस्थापित।
2. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) ''राष्ट्र की एकता'' के स्थान पर प्रतिस्थापित।

© NCERT not to be republished

विषय-सूची

	आमुख		*v*
1.	**समुच्चय**		**1**
	1.1	भूमिका	1
	1.2	समुच्चय और उनका निरूपण	1
	1.3	रिक्त समुच्चय	6
	1.4	परिमित और अपरिमित समुच्चय	7
	1.5	समान समुच्चय	8
	1.6	उपसमुच्चय	10
	1.7	घात समुच्चय	14
	1.8	सार्वत्रिक समुच्चय	14
	1.9	वेन आरेख	16
	1.10	समुच्चयों पर संक्रियाएँ	16
	1.11	समुच्चय का पूरक	22
	1.12	दो समुच्चयों के सम्मिलन और सर्वनिष्ठ पर आधारित व्यावहारिक प्रश्न	25
2.	**संबंध एवं फलन**		**35**
	2.1	भूमिका	35
	2.2	समुच्चयों का कार्तीय गुणन	35
	2.3	संबंध	39
	2.4	फलन	42
3.	**त्रिकोणमितीय फलन**		**56**
	3.1	भूमिका	56
	3.2	कोण	56
	3.3	त्रिकोणमितीय फलन	63
	3.4	दो कोणों के योग और अंतर का त्रिकोणमितीय फलन	71
	3.5	त्रिकोणमितीय समीकरण	82

© NCERT not to be republished

4.	**गणितीय आगमन का सिद्धांत**		**94**
	4.1	भूमिका	94
	4.2	प्रेरणा	95
	4.3	गणितीय आगमन का सिद्धांत	96
5.	**सम्मिश्र संख्याएँ और द्विघातीय समीकरण**		**105**
	5.1	भूमिका	105
	5.2	सम्मिश्र संख्याएँ	105
	5.3	सम्मिश्र संख्याओं का बीजगणित	106
	5.4	सम्मिश्र संख्या का मापांक और संयुग्मी	110
	5.5	आर्गंड तल और ध्रुवीय निरूपण	112
	5.6	द्विघातीय समीकरण	116
6.	**रैखिक असमिकाएँ**		**124**
	6.1	भूमिका	124
	6.2	असमिकाएँ	124
	6.3	एक चर राशि के रैखिक असमिकाओं का बीजगणितीय हल और उनका आलेखीय निरूपण	126
	6.4	दो चर राशियों के रैखिक असमिकाओं का आलेखीय हल	132
	6.5	दो चर राशियों की असमिका निकाय का हल	137
7.	**क्रमचय और संचय**		**146**
	7.1	भूमिका	146
	7.2	गणना का आधारभूत सिद्धांत	146
	7.3	क्रमचय	150
	7.4	संचय	161
8.	**द्विपद प्रमेय**		**173**
	8.1	भूमिका	173
	8.2	धन पूर्णांकों के लिए द्विपद प्रमेय	173
	8.3	व्यापक एवं मध्य पद	180
9.	**अनुक्रम तथा श्रेणी**		**190**
	9.1	भूमिका	190

© NCERT not to be republished

9.2 अनुक्रम 190
9.3 श्रेणी 192
9.4 समांतर श्रेढ़ी 194
9.5 गुणोत्तर श्रेढ़ी 199
9.6 समांतर माध्य तथा गुणोत्तर माध्य के बीच संबंध 205
9.7 विशेष अनुक्रमों के n पदों का योगफल 208

10. सरल रेखाएँ 217

10.1 भूमिका 217
10.2 रेखा की ढाल 219
10.3 रेखा के समीकरण के विविध रूप 227
10.4 रेखा का व्यापक समीकरण 235
10.5 एक बिंदु की रेखा से दूरी 239

11. शंकु परिच्छेद 251

11.1 भूमिका 251
11.2 शंकु के परिच्छेद 251
11.3 वृत्त 255
11.4 परवलय 257
11.5 दीर्घवृत्त 262
11.6 अतिपरवलय 271

12. त्रिविमीय ज्यामिति का परिचय 284

12.1 भूमिका 284
12.2 त्रिविमीय अंतरिक्ष में निर्देशांक्ष और निर्देशांक-तल 285
12.3 अंतरिक्ष में एक बिंदु के निर्देशांक 285
12.4 दो बिंदुओं के बीच की दूरी 287
12.5 विभाजन सूत्र 290

13. सीमा और अवकलज 298

13.1 भूमिका 298
13.2 अवकलजों का सहजानुभूत बोध 298
13.3 सीमाएँ 301
13.4 त्रिकोणमितीय फलनों की सीमाएँ 315
13.5 अवकलज 321

© NCERT not to be republished

14. गणितीय विवेचन **339**

14.1 भूमिका 339
14.2 कथन 339
14.3 पुराने ज्ञात कथनों से नए कथन बनाना 342
14.4 विशेष शब्द/वाक्यांश 347
14.5 अंतर्भाव 353
14.6 कथनों की वैधता को प्रमाणित करना 357

15. सांख्यिकी **367**

15.1 भूमिका 367
15.2 प्रकीर्णन की माप 369
15.3 परिसर 369
15.4 माध्य विचलन 369
15.5 प्रसरण और मानक विचलन 382
15.6 बारंबारता बंटनों का विश्लेषण 393

16. प्रायिकता **404**

16.1 भूमिका 404
16.2 यादृच्छिक परीक्षण 405
16.3 घटना 409
16.4 प्रायिकता की अभिगृहीतीय दृष्टिकोण 416

परिशिष्ट 1: अनंत श्रेणी **435**

A.1.1 भूमिका 435
A.1.2 किसी घातांक के लिए द्विपद प्रमेय 435
A.1.3 अनंत गुणोत्तर श्रेणी 437
A.1.4 चरघातांकी श्रेणी 439
A.1.5 लघुगणकीय श्रेणी 442

परिशिष्ट 2: गणितीय निदर्शन **444**

A.2.1 भूमिका 444
A.2.2 प्रारंभिक प्रबंध 444
A.2.3 गणितीय निदर्शन क्या है? 455

उत्तरमाला **456**

पूरक पाठ्य सामग्री **491**

© NCERT not to be republished