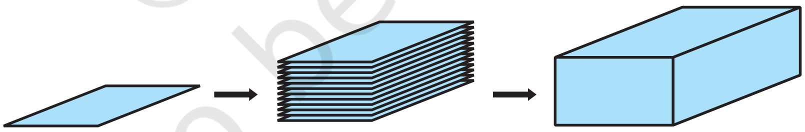
4915CH13

باب 13

سطحی رقبہ اور حجم (SURFACE AREAS AND VOLUMES)

13.1 تعارف (Introduction)

ہم جہاں بھی دیکھتے ہیں ہمیں ٹھوس اشیاء نظر آتی ہیں۔ ابھی تک ہم اپنے مطالعہ میں ان اشکال کا ذکر کر رہے تھے جن کو کاپی یا بلیک بورڈ پر آسانی سے بنایا جا سکتا ہے۔ یہ مستوی اشکال کہلاتی ہیں ہم سمجھ چکے ہیں کہ مستطیل مربع اور دائرہ وغیرہ؟ ان کے احاطہ اور رقبہ سے کیا مراد ہے اور ہم ان کی تحسیب کیسے کرتے ہیں ہم ان کو پچھلی کلاسوں میں بھی پڑھ چکے ہیں۔ بہت دلچسپ ہوگا یہ دیکھنا کہ جب ایک ہی شکل اور سائز کی مستوی اشکال کو گتے کی ایک شیٹ سے کاٹ کر عمودی طور پر ایک دوسرے پر رکھ دیں تو کیا ہوتا ہے۔ اس عمل سے ہمیں کچھ ٹھوس اشکال (مختصراً ان کو ٹھوس کہتے ہیں) حاصل ہوتی ہیں۔ جیسے کعب نما استوانہ وغیرہ۔ پچھلی کلاسوں میں ہم کعب نما، مکعب اور استوانہ وغیرہ کے سطحی رقبہ اور حجم نکالنا سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم کعب نما اور



شکل 13.1

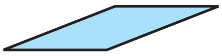
استوانہ کے حجم اور سطحی رقبہ کا تفصیل سے مطالعہ کریں گے اور اس کی توسیع دوسرے ٹھوس جیسے مخروط اور کرّوں تک کریں گے۔

13.2 کعب نما اور مکعب کا سطحی رقبہ (Suface Area of Cuboid and a Cube)

آپ نے بہت سی کاغذ کی شیٹوں کا ایک بنڈل دیکھا ہے؟ یہ کیسا دکھتا ہے؟ کیا یہ ایسا دکھتا ہے جیسا شکل 13.1 میں دکھایا گیا ہے؟ یہ ایک کعب نما کی تشکیل کرتا ہے۔ اس کعب نما کو ڈھکنے کے لئے آپ کو کتنے کاغذ کی ضرورت ہوگی؟

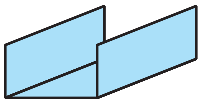
© NCERT not to be republished

آیئے دیکھتے ہیں:



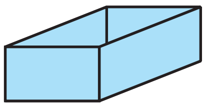
(a)

بنڈل کے نچلے حصہ کو ڈھکنے کے لئے پہلے ہمیں ایک مستطیل نما کاغذ کا ایک ٹکڑا چاہئیے ۔ جو شکل (a) 13. 2 میں دکھایا گیا ہے۔



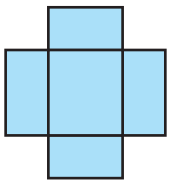
(b)

پھر ہم کو سائڈوں کے سروں کو ڈھکنے کے لئے دو لمبے مستطیل نما کاغذ کے ٹکڑے چاہئیں اب یہ شکل (b) 13.2 کی طرح نظر آئے گی۔



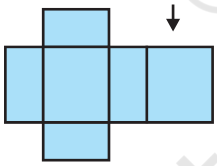
(c)

آگے اور پیچھے کے سروں کو ڈھکنے کے لیے ہمیں مختلف سائز کے دو اور مستطیل نما ٹکڑوں کی ضرورت ہوگیا۔ ان سے ہمیں شکل حاصل ہوگی وہ شکل 13.2 (c) میں دکھائی گئی ہے۔



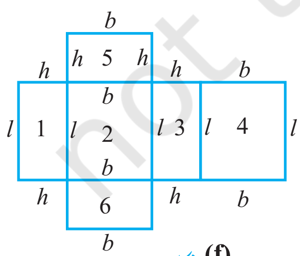
(d)

اس شکل کو جب کھولا جاتا ہے تو یہ شکل (d) 13. کی طرح نظر آتی ہے۔



(e)

آخر میں جب ہمیں بنڈل کی اوپری سطح کو ڈھکنا ہو جو بالکل ایسی ہے جیسے کہ نچلی سطح ہے، تو ہمیں ایک اور مستطیل نما ٹکڑے کی ضرورت ہوگی۔ جب ہم اس کو سیدھی طرف لگائیں گے تو یہ شکل (e) 13.2 کی طرح نظر آئے گی۔



(f)
شکل 13.2

اس طرح سے کعب نما کی باہری سطحوں کو پوری طرح سے ڈھکنے کے لئے ہم نے چھ مستطیل نما ٹکڑے استعمال کئے۔

© NCERT not to be republished

اس سے پتا چلتا ہے کہ کعب نما کی باہری سطح چھ مستطیلوں سے (درحقیقت مستطیل خطہ) سے ملکر بنتی ہے۔ جن کا رقبہ ہم ہر ایک کی لمبائی اور چوڑائی کو جذب کر کے اور حاصل چھ رقبوں کو ایک ساتھ جمع کر کے حاصل کر سکتے ہیں۔

اب اگر ہم کعب نما کی لمبائی l ' چوڑائی b اور اونچائی h لیں تب ان ابھار والی شکلیں ایسی ہی ہوں گی جیسی آپ شکل 13.2 (f) میں دیکھتے ہیں۔

اس لئے چھ مستطیلوں کے رقبہ کا حاصل جمع ہے:

مستطیل کا رقبہ $1\ (=l\times h)$

+

مستطیل کا رقبہ $2\ (=l\times b)$

+

مستطیل کا رقبہ $3\ (=l\times h)$

+

مستطیل کا رقبہ $4\ (=l\times b)$

+

مستطیل کا رقبہ $5\ (=b\times h)$

+

مستطیل کا رقبہ $6\ (=b\times h)$

$=2\ (l\times b)\ +2\ (b\times h)\ +2\ (l\times h)$

$=2\ (lb+bh+hl)$

اس سے حاصل ہوتا ہے

کعب نما کا کل سطحی رقبہ = 2(lb+bh+hl)

جہاں l' b اور h بالترتیب کعب نما کے تین کنارے ہیں۔

نوٹ: رقبہ کی اکائی ہم مربع اکائی لیتے ہیں کیوں کہ ہم اس خطہ کی قدر کی پیائش اس میں اکائی لمبائی کے مربع بھر کر کرتے ہیں۔

© NCERT not to be republished

مثال کے طور پر اگر ہمارے پاس ایک مربع نما ہے جس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 15cm، 10cm اور 20cm ہے تب اس کا سطحی رقبہ ہوگا۔

$$2\ [(15\times10) + (20\times15)\{(10\times20)]\ cm^2$$

$$= 2(150 + 200 + 300)\ cm^2$$

$$== 2\times650 cm^2$$

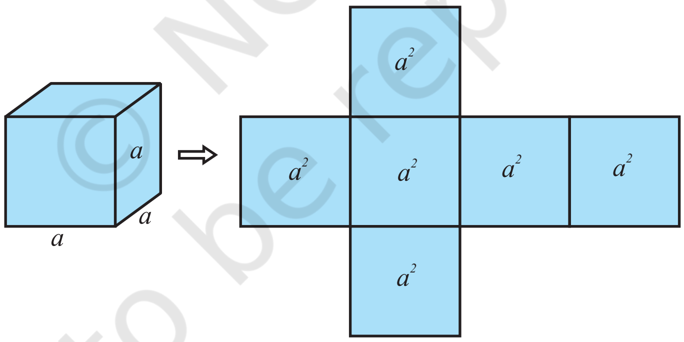
$$= 1300\ \ cm^2$$

یاد کیجیے کہ ایسا کعب نما جس کی لمبائی چوڑائی اور اونچائی برابر ہو مکعب کہلاتا ہے۔ اگر مکعب کا ہر ایک کنارہ a ہے تب مکعب کا سطحی رقبہ ہوگا:

(شکل 13.3 دیکھیے) $6a^2$ یعنی $2(a\times a + a\times a + a\times a)$ اس لئے ہمیں ملتا ہے۔

مکعب کا سطحی رقبہ = $6a^2$

جہاں a مکعب کا کنارا ہے



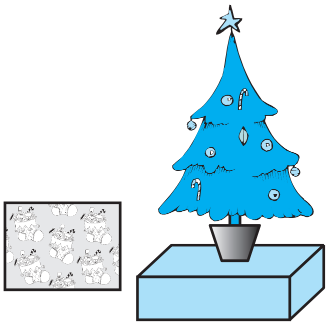
شکل 13.3

فرض کیجیے مکعب نما کے چھ رخوں میں سے ہم صرف چار رخوں، اوپر اور نیچے کے رخوں کو چھوڑ کر، کا رقبہ معلوم کریں۔ ایسی حالت میں ان چار رُخوں کا رقبہ کعب نما کا خمیدہ سطح (یا کرول سطح) کا رقبہ کہلاتا ہے۔ اس لئے لمبائی l، چوڑائی b اور اونچائی h والے کعب کا خمیدہ سطح کا رقبہ $2\ lh + 2b\ h$ یا $2(l + b)\ h$ کے برابر ہے۔ اسی طرح سے مکعب (cube) کی خمیدہ سطح کا رقبہ $4a^2$ ہے۔

اوپر کی باتوں کو نظر میں رکھتے ہوئے کبھی کبھی ہم کعب نما (یا مکعب) کے سطحی رقبہ کو ہم کل سطحی رقبہ بھی کہتے ہیں۔ آیئے کچھ مثالوں

© NCERT not to be republished

کو حل کرتے ہیں۔



شکل 13.4

مثال 1: میری اپنے کرسمس کے درخت کو سجانا چاہتی ہے وہ اس درخت کو رنگین کاغذ سے ڈھکے ہوئے لکڑی ایک بلاک پر رکھتی ہے جس پر سانتا کلوس کی تصویر بنی ہوتی ہے۔ شکل (13.4 دیکھیے) وہ جاننا چاہتی ہے کہ اس مقصد کو پورا کرنے کے لئے اسے کتنا کاغذ خریدنا ہے۔ اگر بلاک کی لمبائی چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 80cm، 40cm اور 20cm ہے تو اُسے 40cm ضلع والے کتنے مربع شیٹ کاغذ کی ضرورت ہوگی؟

حل: کیوں کہ میری کاغذ کو بکس کی باہری سطح پر چپکانا چاہتی ہے۔ اس لئے اسے اتنے کاغذ کی ضرورت ہے جتنا اس بکس کا سطحی رقبہ جو ایک کعب نما کی شکل کا ہے، بکس کی ابعاد ہیں:

لمبائی = 80cm، چوڑائی = 40cm اونچائی = 20cm

بکس کا سطحی رقبہ = 2(lb+bh+hl)

$$= 2\,[(80 \times 40) + 40 \times 20)\ (20 \times 80)]\ \text{cm}^2$$

$$= 2[3200 + 800 + 1600]\ \text{cm}^2$$

$$= 2 \times 5600\ \text{cm}^2 = 11200\text{cm}^2$$

کاغذ کی ہر ایک شیٹ کا رقبہ = $40 \times 40\ \text{cm}^2 = 1600\ \text{cm}^2$

اس لئے درکار شیٹ کی تعداد = بکس کا سطحی رقبہ / کاغذ کی ایک شیٹ کا رقبہ

$$= \frac{11200}{1600} = 7$$

اس لیے، اسے 7 شیٹوں کی ضرورت ہوگی۔

مثال 2: حامد نے اپنے گھر کے لئے مکعب کی شکل کی ایک ڈھکن سمیت پانی کی ٹنکی بنوائی جس کا ہر کنارہ 1.50m لمبا ہے اس نے ٹنکی کی باہری سطح، قاعدہ کو چھوڑ کر (ہر) کو 25cm ضلع والے مربع ٹائلوں سے ڈھکا۔ (شکل 13.5 دیکھیے) اگر ٹائیلوں کا

© NCERT not to be republished

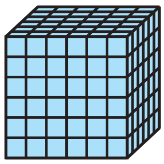
فی درجن خرچ 360 روپے ہو تو بتایئے اس نے ٹائلوں پر کل کتنا خرچ کیا۔

حل: کیوں کہ حامد ٹنکی کے پانچ رُخوں کو ٹائلوں سے ڈھکنا چاہتا ہے اس لئے اُسے ٹائلوں کی تعداد معلوم کرنے کے لئے ٹنکی کا سطحی رقبہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

مکعبی ٹنکی کا کنارہ $=1.5\text{m} = 150\text{cm}\ (=a)$

اس لئے، ٹنکی کا سطحی رقبہ $= 5\times150\times150\ \text{cm}^2$

ہر ایک مربع ٹائل کا رقبہ = ضلع × ضلع $= 25\times25\ \text{cm}^2$



شکل 13.5

اس لیے مطلوبہ ٹائلوں کی تعداد = ٹنکی کا سطحی رقبہ / ہر ایک ٹائل کا رقبہ

$$= \frac{5\times150\times150}{25\times25} = 180$$

12 ٹائلوں کی قیمت یعنی ایک درجن ٹائلوں کی قیمت = 360 روپے

اس لئے ایک ٹائل کی قیمت = $\frac{360}{12}$ روپے = 30 روپے

اس لئے 180 ٹائلوں کی قیمت = 180 × 30 روپے = 5400

مشق 13.1

1. 1.5cm لمبا، 1.25cm چوڑا اور 65cm گہرا پلاسٹک کا ایک بکس بنانا ہے جو اوپر سے کھلا ہوا ہے۔ پلاسٹک شیٹ کی موٹائی کو نظر انداز کرتے ہوئے معلوم کیجیے:

(i) بکس بنانے کے لئے درکار شیٹ کا رقبہ (ii) اگر 1m^2 شیٹ کی قیمت 20 روپیہ ہو تو شیٹ پر کل خرچ

2. ایک کمرہ کی لمبائی چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 5m، 4m اور 3m ہے۔ 7.50 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے کمرہ کی دیواروں اور چھتوں پر سفیدی کرانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

3. ایک مستطیل نما ہال کا احاطہ 250m ہے۔ ہال کی اونچائی معلوم کیجیے اگر 10 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے اس کی چار دیواروں کو پینٹ کرنے کا کل خرچ 15000 روپے ہے۔

© NCERT not to be republished

4. ایک ڈبّے میں اتنا پینٹ ہے کہ جس سے 9.375m رقبہ والے علاقہ کو پوری طرح پینٹ کیا جاسکتا ہے۔ 22.5cm×10cm×7.5cm2.2ابعادوالی کتنی اینٹیں اس پینٹ سے رنگی جاسکتی ہی؟

5. ایک مکعبی بکس کا کنارہ 10 cm ہے اور ایک دوسرا کعب نما بکس 12.5cm لمبا، 10cm چوڑا اور 8cm اونچا ہے
(i) کون سے بکس کی خمیدہ سطح کا رقبہ زیادہ ہوگا اور کتنا؟ (ii) کون سے بکس کا کل سطحی رقبہ کم ہوگا اور کتنا؟

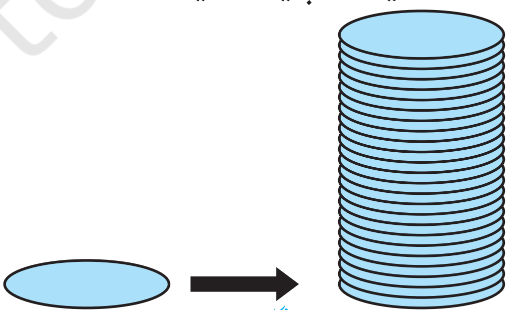
6. ایک چھوٹا گرین ہاؤس (ہربیرئسم herbarism) پورا کا پورا گلاس پن (glass panes) کا بنا ہوا ہے (قاعدہ سمیت) جس کو ٹیپ سے چپکایا ہوا ہے۔ یہ 30cm لمبا، 25cm چوڑا اور 25cm اونچا ہے
(i) گلاس کا رقبہ کیا ہے؟ (ii) تمام 12 کناروں کے لئے کتنے ٹیپ کی ضرورت ہوگی؟

7. شانتی مٹائی والا اپنی مٹھائی کو پیک کرنے کے لئے گتے کے ڈبّوں کا ایک (order) دیتا ہے۔ اسے دو سائز کے ڈبّے درکار ہیں۔ بڑے ڈبّے کی ابعاد 25cm×20cm×5cm اور چھوٹے ڈبّے کی ابعاد 15cm × 12cm ×5cm ہیں۔ کل سطحی رقبہ کا 5% زائد ڈبّہ بند کرنے کے لئے چاہئے۔ ہر ایک قسم کے 250 ڈبّوں کے لئے مطلوبہ گتے کا خرچ معلوم کیجئے۔

8. پروین اپنی کار کے لیے ایک عارضی سائبان Shelter بنانا چاہتی ہے۔ وہ اپنی اس چاہت کو تارپولین کا سلہ نما مک ڈھانچہ جو کار کے چاروں طرف اور اس کے چھت (جس کا اگلا حصّہ ایک فلیٹ کی شکل کا ہے۔ جس کو موڑا جاسکے) کو پوری طرح ڈھک سکے۔ بنا کر پورا کرنا چاہتی ہے۔ یہ فرض کرتے ہوئے کہ سلائی کا مارجن بہت کم ہے اس لیے اس کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ سائبان بنانے کے لیے اسے کتنی تارپولین درکار ہے جب کہ اس کی اونچائی 2.5m, اور قاعدہ کے ابعاد 4m×3m تھیں۔

13.3 ایک قائم دائری استوانہ کا سطحی رقبہ (Surface Area of a Right Circular Cylinder)

اگر ہم کاغذ کی کچھ دائری شیٹ لیں اور ان کو ایک کے اوپر ایک رکھ کر ایک بنڈل بنائیں جیسا کہ مستطیل شیٹ کے ساتھ کیا تھا، تو

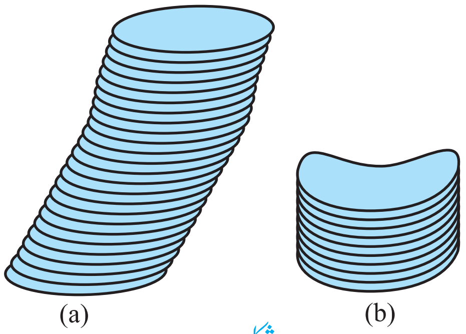


شکل 13.6

© NCERT not to be republished

آپ کو کیا حاصل ہوتا ہے۔(شکل 13.6 دیکھیے)

اگر اس بنڈل کو عمودی طور پر رکھیں تو ہمیں ایک قائم دائری استوانہ حاصل ہوتا ہے۔ کیونکہ اس کو زاویہ قائمہ پر رکھا گیا ہے اور اس کا قاعدہ دائری شکل کا ہے۔ آئیے دیکھیں کہ کس قسم کا استوانہ قائم دائری نہیں ہوتا۔



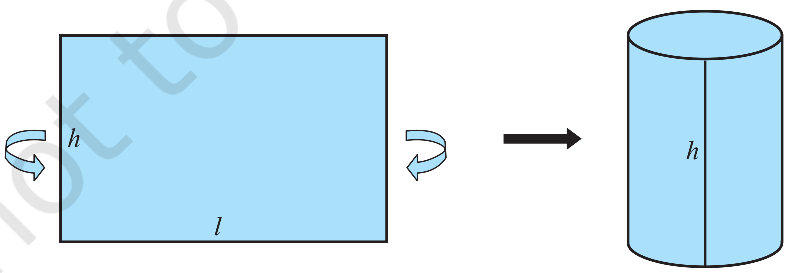
شکل 13.7

شکل (a)13.7 میں آپ ایک استوانہ دیکھ رہے ہیں جو یقیناً دائری ہے لیکن یہ قاعدہ پر قائم زاوی نہیں ہے اس لیے ہم یہ نہیں کہہ سکتے کہ یہ قائم دائری استوانہ ہے۔

اور اسی طرح سے اگر قاعدہ دائری نہ ہو جیسا کہ آپ شکل (b)13.7 میں دیکھ رہے ہیں تب ہم اس کو قائم دائری استوانہ نہیں کہہ سکتے۔

ریمارک: یہاں ہم صرف قائم دائری استوانہ کا تذکرہ کریں گے اس لیے جب تک کہ وضاحت نہ کی جائے' لفظ استوانہ سے مراد قائم دائری استوانہ ہی ہوگا اب اگر ایک استوانہ کو رنگین کاغذ سے ڈھکا جائے ایسا ہم کم سے کم کاغذ سے کیسے کر سکتے ہیں؟ پہلے کاغذ کی ایک مستطیل نما کاغذ کی شیٹ لیتے ہیں جس کی لمبائی استوانہ کے چاروں طرف سے ڈھک لے اور اس کی چوڑائی استوانہ کی اونچائی کے برابر ہو جیسا کہ شکل 13.8 میں دکھایا گیا ہے۔

شیٹ کا رقبہ ہمیں استوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ دیتا ہے۔ نوٹ کیجیے کہ شیٹ کی لمبائی استوانہ کے دائرہ قاعدہ کے محیط کے برابر ہے جو $2\pi r$ کے برابر ہے۔



شکل 13.8

© NCERT not to be republished

اس لیے، استوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ ہے

= مستطیل شیٹ کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

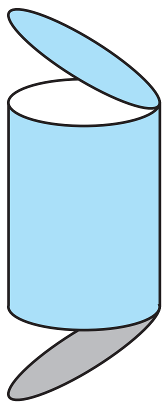
= استوانہ کے قاعدہ کا محیط × h

= $2\pi r \times h$

اس لیے،

استوانہ کا کل سطحی رقبہ = $2\pi r(r+h)$

جہاں r استوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ہے اور h استوانہ کی اونچائی ہے۔



شکل 13.9

ریمارک: استوانہ کے لیے، جب تک وضاحت نہ کی جائے: استوانہ کا نصف قطر سے مراد استوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ہے۔

اگر استوانہ کی اوپری اور نچلی سطح کو بھی ڈھکنا ہو تب ہمیں دو دائروں کی ضرورت ہوتی ہے (درحقیقت دائری خطوں کی) جس میں ہر ایک کا نصف قطر r ہو اور اس طرح سے ہر ایک کا رقبہ πr^2 (شکل 13.9 دیکھیے) اس سے ہمیں کل سطحی رقبہ حاصل ہوتا ہے

$$2\pi rh + 2\pi r^2 + 2\pi r(r+h)$$

جہاں h استوانہ کی اونچائی اور اس کا نصف قطر ہے۔

اس لیے، استوانہ کا کل سطحی رقبہ = $2\pi r(r+h)$

ریمارک: باب 1 میں آپ نے پڑھا تھا کہ π ایک غیر ناطق عدد ہے تو π کی قدر ایک غیر مختتم اور غیر π اعشاریہ ہے۔ جب تحسیب میں ہم اس کی قدر کو استعمال کرتے ہیں تو ہم اکثر اس کو تقریباً $\frac{22}{7}$ یا 3.14 لیتے ہیں اور اس کو لکھتے $\pi = \frac{22}{7}$ یا $\pi=3.14$

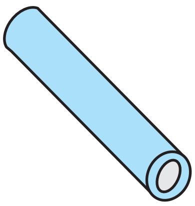
مثال کے طور پر اگر ہمیں استوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ معلوم کرنا ہو جس کا نصف قطر 2.1m اور اونچائی 3m ہو تب $\pi=\frac{22}{7}$ لینے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

© NCERT not to be republished

$$2\pi rh = 2\times\frac{22}{7}\times 2.1\times 3m^2 = 39.6m^2$$

مثال 3: ساوتری اپنے سائنس کے پروجیکٹ کے لئے استوانہ شکل کے کیلیڈ واسکوپ (Kaeleidoscope) کا موڈل بنانا چاہتی ہے وہ کیلنڈر اسکوپ کی خمیدہ سطح کے لئے چارٹ پیپر کا استعمال کرنا چاہتی ہے۔

شکل 13.10 دیکھیے۔ اگر وہ 25cm لمبا اور 3.5cm نصف قطر والا لیکیڈ واسکوپ بنانا چاہتی ہو تو اسے درکار چارٹ پیپر کا رقبہ کیا ہوگا؟ آپ $\pi = \frac{22}{7}$ لے سکتے ہیں۔



شکل 13.10

حل: استوانہ کیلیڈ واسکوپ کے قاعدہ کا نصف قطر r = 3.5m

کیلیڈ واسکوپ کی اونچائی h=25m

مطلوبہ چارٹ پیپر کا رقبہ = کیلیڈ واسکوپ کی خمیدہ سطح کا رقبہ

$=2\pi rh$

$=2\times\frac{22}{7}\times 3.5\times 25cm^2$

$=550cm^2$

مشق 13.2

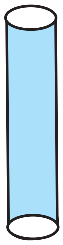
جب تک کچھ اور نہ دیا ہوا ہو $\pi=\frac{22}{7}$ لیجیے۔

1. 14cm اونچائی والے ایک قائم دائروں استوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ $88cm^2$ ہے۔ استوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

2. دھات کی شیٹ کی 1m اونچائی والی ایک بند استوانہ شکل کی ٹنکی بنانا مطلوب ہے اگر اس کے قاعدہ کا قطر 140cm ہو۔ اس کے لئے کتنے مربع میٹر شیٹ درکار ہوگی؟

3. دھات کا ایک پائپ 77cm لمبا ہے۔ اس کا اندرونی قطر 4cm اور باہری قطر 4.4cm ہے (شکل 13.11 دیکھیے)
اسکی (i) اندرونی خمیدہ سطح کا رقبہ
(ii) باہری خمیدہ سطح کا رقبہ
(iii) کل سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔

© NCERT not to be republished



شکل 13.11

.4 ایک رولر کا قطر 84cm ہے اور اسکی لمبائی 120cm، ایک کھیل کے میدان کو ایک مرتبہ ہموار کرنے کے لیے پورے 500 چکر لگانے پڑتے ہیں کھیل کے میدان کا m^2 میں رقبہ معلوم کیجیے۔

.5 استوانہ شکل کا پلر کا قطر 1.5cm اور اونچائی 3.5cm ہے۔ 12.50 روپیہ فی مربع میٹر کی شرح سے اس کی خمیدہ سطح کو پینٹ کرانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

.6 ایک قائم دائری استوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ $4.4\ m^2$ ہے اگر استوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر 0.7m ہے تو اس کی اونچائی معلوم کیجیے۔

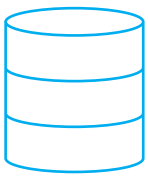
.7 ایک کنویں (دائری) کا اندرونی قطر 3.5m ہے ۔ یہ 10m گہرا ہے۔(i) اس کی خمیدہ سطح کا رقبہ معلوم کیجیے ۔ (ii) 40 روپیہ فی مربع کی شرح سے اسکی خمیدہ سطح کا پلاسٹر کروانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

.8 ایک گرم پانی کے حرارتی نظام (Hoting System) 28m لمبا ایک استوانہ پائپ ہے۔ جس کا قطر 5cm ہے اس نظام کی کل (Radiating) سطح معلوم کیجیے۔

.9 معلوم کیجیے

(i) ایک ٹنکی میں پڑول جمع کیا جاتا ہے کی خمیدہ سطح کا رقبہ جب کہ اسکا قطر 4.2m اور اونچائی 4.5m

(ii) اس میں درحقیقت کتنی اسٹیل استعمال ہوئی اور اگر بند ٹنکی بنانے میں استعمال اسٹیل کا $\frac{1}{2}$ برباد ہوگیا ہو۔



شکل 13.12

.10 شکل 13.2 میں لیمپ شیڈ کا فریم دیکھ رہے ہیں۔ اس کو ہمیں ایک سجاوٹی کپڑے سے ڈھکنا ہے۔ فریم کے قاعدہ کا قطر 20cm اور اونچائی 30cm ہے ۔ کپڑے میں 2.5m کا مارجن دیا جائے تا کہ اسکی فریم کے اوپری اور نچلے حصہ پر موڑ سکیں ۔ لیمپ شیڈ کو ڈھکنے کے لیے کتنا کپڑا درکار ہے۔

11 اسکول کے کچھ طلبا نے گتے کو استعمال کر کے استوانہ شکل کے سجاوٹی پن ہولڈر (Pen Holder) بنانے کے ایک مقابلہ میں حصہ لینے والوں کے لیے گتہ مہیا کرنا اسکول کی ذمہ داری ہے۔ اگر مقابلہ میں حصہ لینے والوں کی تعداد 35 ہو تو مقابلہ کے لیے کتنا گتہ خریدنا پڑے گا۔

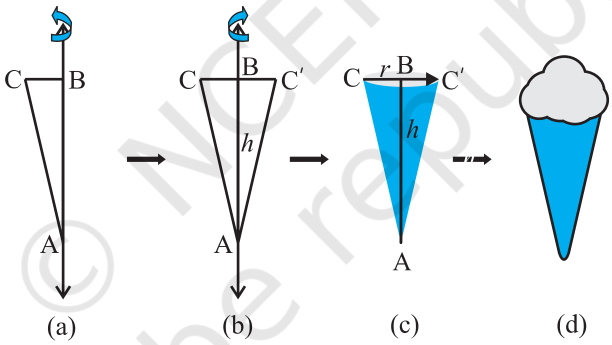
© NCERT not to be republished

13.4 ایک قائم دائری مخروط کا سطحی رقبہ (Surface area of a Right Circular Cone)

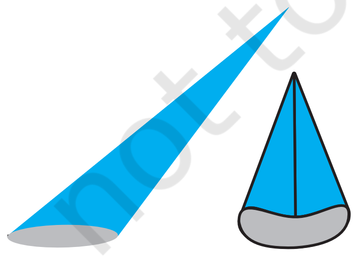
اب تک ہم متماثل اشکال کو اکٹھا کر کر ٹھوس اشیاء بنا رہے تھے۔ یہ تمام اشکال منشور کہلاتی ہیں۔

آیئے اب ایک اور قسم کے ٹھوس پر غور کرتے ہیں۔ جو منشور نہ ہو۔ (اس قسم کے ٹھوس احرام Pyramids کہلاتے ہیں) آیئے ہم دیکھتے ہیں کہ ان کی تشکیل کیسے ہوتی ہے۔

سرگرمی : ایک قائم زاوی مثلث ABC جو B پر قائم ہے۔ کاٹیے، مثلث کے عمودی ضلعوں میں سے ایک کے ساتھ (AB کے) ایک موٹا سا دھاگا پیسٹ Paste کیجیے شکل 13.13(a) دیکھیے۔ دھاگا کو اپنے دونوں ہاتھوں سے مثلث کے دونوں طرف سے پکڑ کر مثلث کو دھاگے کے ساتھ کئی مرتبہ گھمائیے۔ ایسا کرنے سے کیا ہوتا ہے۔؟ کیا آپ اس شکل کو پہچان سکتے ہیں جو مثلث دھاگے کے اردگرد سے بناتا ہے۔ (شکل 13.13(b) دیکھیے)؟ کیا یہ عمل آپ کو اس وقت کی یاد نہیں دلاتا جب آپ نے اس میں شکل کے ایک برتن میں آئس کریم کھائی تھی (شکل (c) اور (d) 13.13 دیکھیے)؟



شکل 13.13



شکل 13.14

یہ ایک قائم دائری مخروط کہلاتا ہے۔ (شکل 13.13(c) میں دکھائی گئی شکل ایک قائم دائری استوانہ ہے جس میں نقطہ A راس کہلاتا ہے۔ اور AB اس کی اونچائی BC نصف قطر اور AC مخروط کی ترچھی اونچائی یہاں B مخروط کے دائرہ قاعدہ کا مرکز ہے۔ مخروط کی اونچائی نصف قطر اور اونچائی کو بالترتیب؟ اور l سے ظاہر کرتے ہیں۔ آیئے ایک بار پھر دیکھتے ہیں کہ کونسا مخروط دائرہ مخروط نہیں ہے۔ کیونکہ (a) میں راس کو قاعدہ کے مرکز سے ملانے والا خط، قاعدہ پر

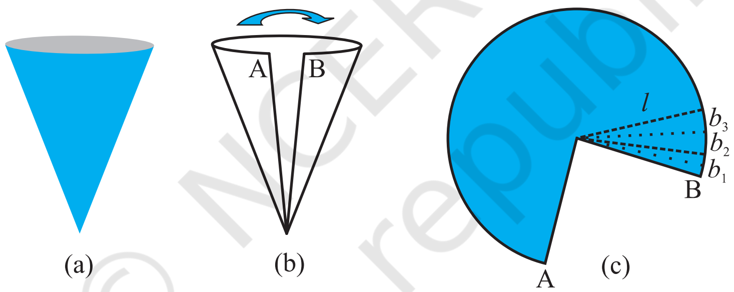
© NCERT not to be republished

قائم زاویہ نہیں بناتا اور شکل (b) میں قاعدہ دائرہ نہیں ہے۔

استوانہ ہی کی طرح، کیونکہ ہر صرف قائم دائری مخروط کے بارے میں پڑھیں گے۔ یادرکھیے اس باب میں مخروط سے ہماری مراد قائم دائری مخروط ہے۔

سرگرمی :(i) ایک صاف ستھرے پیپر کے ایک مخروط کو اس کے ایک ضلع کے ساتھ اس طرح کاٹتے ہیں کہ پیپر تہہ وبالا (Overlap) نہ ہو۔ اس کے کھولنے پر آپ پیپر کی وہ شکل دیکھتے ہیں جو مخروط کی سطح کو ظاہر کرتی ہے۔ وہ خط جن پر سے آپ مخروط کو کاٹتے ہیں مخروط کی ترچھی اونچائی کہلاتی ہے اور اس کو ہم l سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہ ایک گول کیک کے حصہ جیسے نظر آتا ہے۔

(ii) اگر آپ A اور B پارک گئے اضلاع کی ٹیپ کو ایک ساتھ رکھیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ شکل (13.15(c کی خمیدہ سطح مخروط کے دائرہ قاعدہ کی تشکیل کرتا ہے۔



شکل 13.15

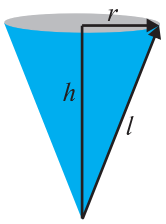
(iii) اگر شکل ((13.15(c)) کی شکل والے پیپر کو نقطہ O سے کھینچے جانے والے خطوں کے ساتھ سیکڑوں چھوٹے چھوٹے ٹکروں میں کاٹا جائے تو ایسا ہر حصہ ایک چھوٹا مثلث ہوگا۔ جس کی اونچائی مخروط کی ترچھی اونچائی l ہوگی۔

(iv) اب ہر ایک مثلث کا رقبہ $\frac{1}{2}$ ہر ایک مثلث کا قاعدہ $\times l$ ۔

اس لیے، پورے پیپر کا رقبہ

= تمام مثلثوں کے رقبہ کا حاصل جمع

$$=\frac{1}{2}b_1l+\frac{1}{2}b_2l+\frac{1}{2}b_3l+....=\frac{1}{2}l\left(b_1+b_2+b_3+....\right)=$$



شکل 13.16

$= (13.15(c))$ کی پوری خمیدہ باؤنڈری کی لمبائی $\times l \times \frac{1}{2} =$

= کیونکہ $b_1 + b_2 + b_3 + \ldots$ شکل کی خمیدہ کی سطح کی تشکیل کرتے ہیں۔

لیکن شکل کا خمیدہ مخروط کے قاعدہ کا احاطہ بناتا ہے اور مخروط کے قاعدہ کا محیط $(=2\pi r)$ ہے

اس لیے، **مخروط کی خمیدہ سطح کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times l \times 2\pi r = \pi r l$**

جہاں r اسکے قاعدہ کا نصف قطر اور l اسکی ترچھی اونچائی۔

نوٹ کیجیے کہ $l^2 = r^2 + h^2$ (جیسا کہ شکل 13.16 میں دیکھا جا سکتا ہے۔)،

فیثا غورث کے مسئلہ کو استعمال کرنے پر یہاں h مخروط کی اونچائی ہے۔

اس لیے $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

اب اگر مخروط کا قاعدہ نہ ہو تو r نصف قطر والا ایک دائری پیپر اور چاہیے جب کہ رقبہ πr^2

اس لیے، **مخروط کا کل سطحی رقبہ = $\pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r)$**

مثال 4: ایک مخروط کی خمیدہ سطح کا رقبہ معلوم کیجیے کل ترچھی اونچائی 10cm اور قاعدہ کا نصف قطر 7cm

حل: خمیدہ سطح کا رقبہ $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 10\,cm^2$$

$$= 220\,cm^2$$

مثال 5: ایک مخروط کی اونچائی 16cm اور قاعدہ کا نصف قطر 12cm ہے تو مخروط کی خمیدہ سطح اور کل سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: یہاں، $h = 16cm$ اور $r = 12cm$

اس لیے، $l^2 = h^2 + r^2$

$$l = \sqrt{16^2 + 12^2}\,cm = 20cm$$

اس لیے، خمیدہ سطح کا رقبہ $= \pi r l$

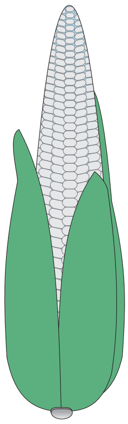
$$= 3.14 \times 12 \times 20\,cm^2 = 753.6 = cm^2$$

© NCERT not to be republished

کل سطحی رقبہ = $\pi rl+\pi r^2$

$$=(753.6+3.14\times12\times12)cm^2$$

$$=(753.6+452.16)cm^2=1205.76cm^2$$



شکل 13.17

مثال 6: ایک بھٹا (شکل 13.17 دیکھیے) کی شکل تقریباً ایک مخروط کی طرح ہے جس کے چوڑے سرے کا نصف قطر 2.1cm اور لمبائی (اونچائی) 20cm ہے اگر بھٹے کی ہر 1cm سطح میں 4 دانے ہوں تو بتائیے پورے بھٹے میں کل کتنے دانہ ہیں۔

حل: کیونکہ بھٹے کے دانہ صرف اس کی خمیدہ سطح پر پائے جاتے ہیں۔ اس لیے ہمیں اس کی خمیدہ سطح کا رقبہ جاننے کی ضرورت ہے اور اس پر موجود دانوں کی تعداد کی اس سوال میں ہمیں مخروط کی اونچائی دی ہوئی ہے۔ اس لیے ہمیں اس کی ترچھی اونچائی معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

یہاں، $l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{(2.1)^2+20^2}\,cm$

$$\sqrt{404.41}\,cm=20.11\,cm$$

اس لیے، بھٹے کی خمیدہ سطح کا رقبہ = πrl

$$=\frac{22}{7}\times2.1\times20.11\,cm^2=132.726\,cm^2=132.73\,cm^2 \text{ تقریباً}$$

$1cm^2$ سطح پر دانوں کی تعداد ہے $=4$

اس لیے پوری خمیدہ سطح پر دانوں کی تعداد ہوگی۔

$$132.73\times4=530.92=531 \text{ تقریباً}$$

اس لیے، بھٹے پر تقریباً 531 دانے ہونگے۔

مشق 13.3

جب تک وضاحت نہ کی جائے $\pi=\frac{22}{7}$ لیجیے۔

1. ایک مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر 10.5cm ہے اور اس کی اونچائی 10cm۔ اس کی خمیدہ سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

© NCERT not to be republished

2. ایک مخروط کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجیے اگر اس کی ترچھی اونچائی 9m اور قاعدہ کا قطر 24cm ہے

3. ایک مخروط کی خمیدہ سطح کا رقبہ $308cm^2$ اور اسکی ترچھی اونچائی 14cm ہے اس کا
(i) قاعدہ کا نصف قطر اور (ii) اور مخروط کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔

4. ایک مخروط نما ٹینٹ کی اونچائی 10m ہے اور قاعدہ کا نصف قطر 24m ہے تو اس کی (i) ترچھی اونچائی معلوم کیجیے (ii) ستر روپیہ فی مربع میٹر کی شرح سے ٹینٹ میں استعمال ہونے والے کینوس کا خرچ معلوم کیجیے۔

5. ایک مخروطی ٹینٹ جس کی اونچائی 8m اور قاعدہ کا نصف قطر 6m ہے۔ بنانے کے لیے 3m چوڑی کتنی تارپولین درکار ہے؟ یہ فرض کرتے ہوئے کہ سلامی میں اور کاٹنے میں ضائع ہونے والی کل تارپولین تقریباً 20cm ہے (π=3.14 استعمال کیجیے۔

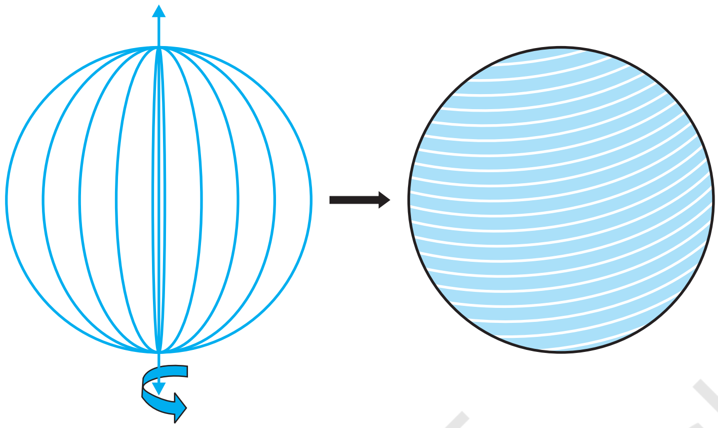
6. ایک مخروطی گنبد کی ترچھی اونچائی اور قاعدہ کا قطر بالترتیب 25m اور 14m ہے۔ 210 روپیہ فی میٹر $100m^2$ کی شرح سے اس کی خمیدہ سطح کو سفیدی کرانے کا کل خرچ معلوم کیجیے۔

7. جوکر کی ایک ٹوپی قائم دائری مخروط کی شکل کی ہے۔ جس کے قاعدہ کا نصف قطر 7cm اور اونچائی 24cm ہے ایسی دس ٹوپیاں بنانے میں درکار شیٹ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

8. ایک بس اسٹاپ کو سڑک کے باقی حصہ سے الگ کرنے کے لیے گتے کے لیے 50 کھوکھلے مخروط استعمال کیے گئے ہیں ہر ایک مخروط کے قاعدہ کا قطر 40cm اور اونچائی 1m ہے اگر ہر ایک مخروط کی باہری سطحوں کو 12 روپیہ فی مربع میٹر (m^2) کی شرح سے پینٹ کیا جائے تو تمام مخروطوں کو پینٹ کرنے کا کل خرچ معلوم کیجیے؟
(π=3.14 اور $\sqrt{1.04}$=1.02) استعمال کیجیے۔

13.5 کرہ کا سطحی رقبہ (Surface Area of a Sphere)

کرہ کیا ہے؟ کیا ایسا ہی ہے جیسے دائرہ؟ کیا آپ دائرہ کو پیپر پر بنا سکتے ہیں۔؟ ہاں آپ بنا سکتے ہیں۔ کیونکہ دائرہ ایک بند مستوی شکل ہے۔ جو ایک متعین (Fix) نقطہ سے یکساں فاصلہ پر موجود نقطوں سے بنی ہے۔ جس میں متعین نقطہ دائرہ کا مرکز کہلاتا ہے۔ اب اگر آپ ایک دائری ڈسک کے قطر کے ساتھ ایک دھاگا پیسٹ کریں اور اسکو گھمائیں جیسا کہ آپ نے پچھلے سیکشن میں مثلث کو گھمایا تھا۔ آپ کو ایک ٹھوس نظر آئے گا (شکل 13.18 دیکھیے) یہ کس سے مشابہت رکھتا ہے؟ ایک گیند ہے؟ یہ کرہ کہلاتا ہے۔



شکل 13.18

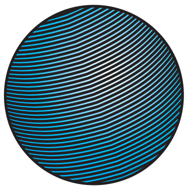
کیا آپ اندازہ کر سکتے ہیں کہ دائرہ کے مرکز کا کیا ہوتا ہے۔ جب یہ گھوم کر کرہ بناتا ہے۔؟ یقیناً یہ کرہ کا مرکز بن جاتا ہے۔ اس طرح سے کرہ ایک تین شکل ہے جو فضا میں ان تمام نقطوں سے مل کر بنی ہے جو ایک متعین نقطہ، جو کرہ کا مرکز کہلاتا ہے۔ اسے یکساں فاصلہ جو نصف قطر کہلاتا ہے پر واقع ہوں۔

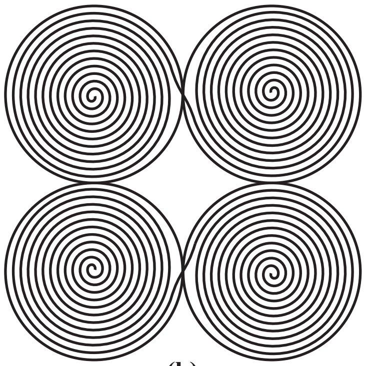
نوٹ: ایک کرہ گیند کی سطح جیسا ہوتا ہے۔ لفظ ٹھوس کرہ اس ٹھوس کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ جس کی سطح کرّ وی ہو۔

سرگرمی : کیا آپ نے کبھی کسی لٹو سے کھیلے ہیں یا آپ نے کبھی کسی کو اس سے کھیلتے دیکھا ہے۔؟ آپ جانتے ہونگے کہ کس طرح سے اس کے چاروں طرف دھاگا لپیٹا جاتا ہے۔ آیئے ربڑ کی ایک گیند لیتے ہیں اور اس میں ایک کیل لگاتے ہیں۔ کیل کے سہارے گیند کے چاروں طرف دھاگا لپیٹتے ہیں جب آپ گیند کے آخری حصہ تک پہنچ جائیں تو دھاگا کو اپنی جگہ پر روکے رکھنے کے لیے پن لگائیں اور گیند کے باقی حصہ پر دھاگا لپیٹنا جاری رکھیں ۔ جب تک آپ گیند پوری طرح سے نہ ڈھک لیں (شکل (a)13.19 دیکھیے) دھاگا کے ابتدائی اور اختتامی نقطوں پر مارک کیجیے اور ابتدائیہ گیند کی سطح سے دھاگا کو ہٹائیں۔ اب اپنے استاد سے گیند کے قطر کو ناپنے کے لیے مدد لیجیے۔ جس سے آپ اس کا نصف قطر آسانی سے حاصل کر سکتے ہیں اور پھر کاغذ کی ایک شیٹ پر گیند کے نصف قطر کے مساوی نصف قطر والے چار دائرہ بنایئے۔ ایک ایک کر کے ان دائروں پر وہ دھاگا لپیٹے جو آپ نے گیند پر لپیٹا تھا۔ (شکل (b)13.19 دیکھیے)۔

اس طرح سے آپ نے کیا حاصل کیا؟

© NCERT not to be republished


(a)


(b)

شکل 13.19

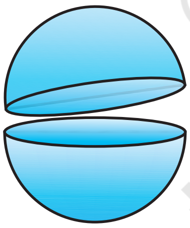
وہ دھاگہ جس سے کرہ کی پوری سطح کو ڈھک لیا تھا۔ چاروں دائرہ کے پورے خطہ کو بھرلیا۔ جس کے نصف قطر کرہ کے نصف قطر کے برابر ہیں۔ اس کا کیا مطلب ہے۔؟ اس سے پتہ چلتا ہے کہ کرہ کا سطحی رقبہ جس کا نصف قطر r

= نصف قطر والے دائرہ کے بقیہ کا 4 گنا $r = 4 \times \left(\pi r^2\right)$

اس لیے، **کرہ کا سطحی رقبہ $= 4\pi r^2$**

جہاں r کرہ کا نصف قطر ہے۔

کرہ کی سطح پر آپ کتنے رخ دیکھتے ہیں؟ صرف ایک جو خمیدہ ہے۔



شکل 13.20

آیئے اب ایک ٹھوس کرہ لیتے ہیں۔ اور ایک مستوی جو اس کے مرکز سے گزرتی ہے سے اسکو بیچ سے کاٹتے ہیں۔ کرہ کیسا ہو گیا؟

ہاں، یہ دو مساوی حصوں میں منقسم ہو گیا۔ (شکل 13.20 دیکھیے) ہر نصف حصہ کو کیا کہتے ہیں؟ یہ ایک نصف کرہ کہلاتا ہے۔

اور نصف کرہ کی سطح کے بارے میں کیا خیال ہے۔ اس میں کتنے رخ ہیں۔؟ دو ایک خمیدہ سطح ہے اور ایک فلٹ رخ۔

نصف کرہ کی خمیدہ سطح کا (یہ کرہ کی خمیدہ سطح کے رقبہ کا آدھا ہے۔ جو $4\pi r^2$ کا $\frac{1}{2}$ ہے۔

اس لیے، **نصف کرہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ $2\pi r^2$**

جہاں r اس کرہ کا نصف قطر ہے۔ جس کا نصف کرہ ایک حصہ ہے۔

اب نصف کرہ کے دونوں رخوں کو لینے پر اسکا سطحی رقبہ ہے $2\pi r^2+\pi r^2$

اس لیے، نصف کرہ کا کل سطحی رقبہ $3\pi r^2$

مثال 7: 7cm نصف قطر والے کرہ کا سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: 7cm نصف قطر والے کرہ کا سطحی رقبہ ہے۔

$$4\pi r^2=4\times\frac{22}{7}\times 7\times 7\ cm^2=616\ cm^2$$

مثال 8: (i) خمیدہ سطح کا رقبہ (ii) اور 21cm نصف قطر والے نصف کرہ کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: 21cm نصف کرہ کا خمیدہ سطح کا رقبہ کیا ہوگا۔

$$2\pi r^2=2\times\frac{22}{7}\times 21\times 21 cm^2=2772\ cm^2$$

(ii) نصف کرہ کا کل سطحی رقبہ ہوگا۔

$$3\pi r^2=3\times\frac{22}{7}\times 21\times 21 cm^2=4158\ cm^2$$

مثال 9: ایک کھوکھلا کرہ جس میں اور موٹر سائیکل سوار ڈرائیونگ کے کرتب دکھاتا ہے، کا قطر 7m ہے۔ موٹر سائیکل کی ڈرائیونگ کے لیے دستیاب رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: کرہ کا قطر 7m ہے اس لیے نصف قطر 3.5m ہے اس لیے موٹر سائیکل کے لیے دستیاب جگہ کرہ کا سطحی رقبہ ہے۔ جو ہے

$$4\pi r^2=4\times\frac{22}{7}\times 3.5\times 3.5\ m^2$$
$$=154\ m^2$$

مثال 10: اسٹوپا کے نصف کروی گنبد کو پینٹ کرانا ہے۔ (شکل 13.21 دیکھیے) اگر گنبد کے قاعدہ کا نصف قطر 176m ہے تو 5 روپے فی 100cm² کی شرح سے اس کے اوپر پینٹ کرنے کا خرچ معلوم کیجیے۔

حل: کیونکہ گنبد کے گول حصہ پر پینٹ ہونا ہے۔ اس لیے ہمیں نصف کرہ کی خمیدہ سطح کو معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔ تا کہ ہمیں پتہ چل سکے کہ کتنے حصہ پر پینٹ ہونا ہے۔ اب گنبد کا محیط ہے 17.6cm= اس لیے، $17.6 = 2\pi r$

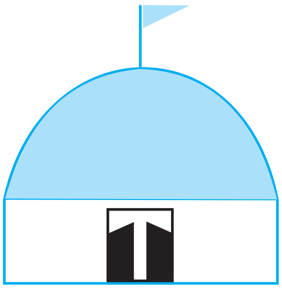
© NCERT not to be republished

اس لیے، گنبد کا نصف قطر ہوگا= $17.6 \times \frac{7}{2 \times 22}$ m = 2.8 m=

گنبد کی خمیدہ سطح کا رقبہ = $2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8\ m^2$

$= 49.28\ m^2$



شکل 13.21

اب، $100 cm^2$ رقبہ کے پینٹ کا خرچ ہے= 5 روپے۔

اس لیے، پینٹ کرانے کا خرچ ہے 500 روپے

اس لیے، پورے گنبد کو پینٹ کرانے کا خرچ = Rs500 × 49.28

=Rs24640

مشق 13.4

جب تک وضاحت نہ کی جائے $\pi = \frac{22}{7}$ لیجیے۔

1. کرہ کا سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔ اگر اس کے نصف قطر

(i) 10.5cm (ii) 5.6cm (iii) 14cm ہوں۔

2. کرہ کا وسطی رقبہ معلوم کیجیے۔ اگر اس کے قطر

(i) 14cm (ii) 21cm (iii) 3.5cm ہوں۔

3. 10cm نصف قطر والے نصف کرہ کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔

4. ایک کرہ غبارہ میں ہوا بھرنے سے اس کا نصف قطر 7cm سے 14cm ہو جاتا ہے۔ ان دو حالتوں میں غبارہ کی سطحی رقبوں کی نسبت معلوم کیجیے۔

5. پیتل کے ایک نصف کرہ پیالا کا اندرونی قطر 10.5 cm ہے۔ 16 روپیہ فی 100cm کی شرح سے اس کے اندر کی طرف (Tin-Plating) کا خرچ معلوم کیجیے۔

6. ایک کرہ کا نصف قطر معلوم کیجیے اگر اس کا سطحی رقبہ $154\ cm^2$ ہے۔

7. چاند کا قطر زمین کے قطر کا تقریباً ایک چوتھائی ہے۔ اس کے سطحی رقبوں کی نسبت معلوم کیجیے۔

© NCERT not to be republished

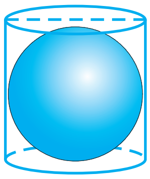
.8 ایک نصف کروی پیالہ 0.25cm موٹے ایک اسٹیل کا بنا ہوا ہے۔ پیالہ کا اندرونی قطر 5cm ہے۔ پیالے کے باہری خمیدہ سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

.9 R نصف قطر والا ایک کرہ ایک قائم دائری استوا کے اندر پوری طرح فکس ہے۔ (شکل 13.22 دیکھیے)

(i) کرہ کا سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔

(ii) استوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(iii) (i) اور (ii) میں حاصل رقبوں کی نسبت معلوم کیجیے۔



شکل 13.22

13.6 کعب نما کا حجم (Volume of a Cuboid)

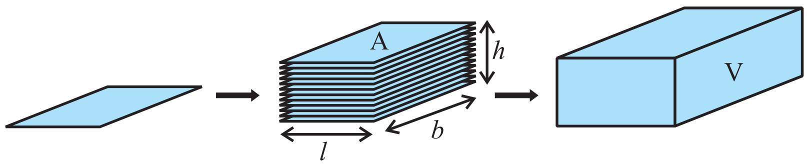
پچھلی جماعتوں میں آپ کچھ اشکال کے حجم کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ یاد کیجیے کہ ٹھوس اشیاء جگہ گھیرتی ہیں۔ اس گھری ہوئی جگہ کی پیائش کو شے کا حجم کہتے ہیں۔

نوٹ: جب ایک شے ٹھوس ہو تو اس کے زریعے گھیری جگہ کی پیائش کو اس شے کا حجم کہتے ہیں۔ اور دوسری طرف اگر شے کھوکھلی ہے۔ تب اس کا اندرون خالی ہوتا ہے۔ اور اس میں ہوا بھری جا سکتی ہے۔ یا کوئی مائع جو اسی شے کی شکل اختیار کر لیتی ہیں۔ اس حالت میں مادہ کا حجم جو اس کے اندرون کو پوری طرح بھر دیتا ہے۔ اس شے کی گنجائش کہلاتی ہے۔ مختصراً کسی شے کے ذرائع گھیری گئی جگہ کی پیائش اس کا حجم ہوتی ہے۔ اور کسی شبہ کی گنجائش اس کے اندرون میں اس مادہ کے حجم کے برابر ہوتی ہے۔ جو اس کو پوری طرح بھر دیتا ہو۔ اس لیے ان میں ہر ایک کی اکائی مکعب اکائی ہے۔

اس لیے، جب ہم کعب نما کے حجم کے بارے میں بات کریں تو ہم اس کعب نما سے گھری ہوئی جگہ کی پیائش پر غور کرتے ہیں۔

مزید، رقبہ اور حجم کی پیائش کسی خطہ کی قدر کے طور پر کی جاتی ، اور اگر ٹھیک کہیں تو ہم ایک دائرہ کی خطہ کا رقبہ یا ایک کعب نما حصہ کا حجم یا کروی خطہ کا حجم وغیرہ معلوم کرتے ہیں لیکن صرف آسانی کے لیے ہم دائرہ کا رقبہ، کعب نما یا کرہ کا حجم حالانکہ یہاں مراد صرف اس کی باؤنڈری ہوتی ہے۔

شکل 13.23 کا مشاہدہ کیجیے۔ مان لیجیے ہر ایک مستطیل کا رقبہ A ہے۔ اور جس اونچائی تک مستطیلوں کو اکٹھا کیا گیا ہے۔ اس h سے ظاہر کریں۔ اور کعب نما کے حجم کو v سے۔ تب کیا آپ V، A اور h کے درمیان کوئی تعلق بنا سکتے ہیں۔



شکل 13.23

ہر ایک مستطیل کے ذرائع گھیرے مستوی خطہ کا رقبہ x اونچائی

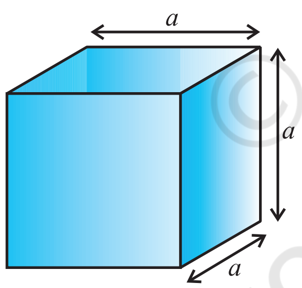
= کعب نما کے ذرائع گھری ہوئی جگہ کی پیمائش

اس لیے، ہمیں حاصل ہوتا ہے $V=A\times h$

یعنی کہ، **اونچائی × چوڑائی × لمبائی = قاعدہ کا رقبہ = مکعب کا حجم**

یا $l\times b\times h$ اور h بالترتیب کعب نما کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی کی ہے۔

نوٹ: جب ہم خلاء (Space) میں کسی خطہ کی قدر کی پیمائش کرتے ہیں یعنی ایک ٹھوس کے ذرائع گھیری گئی جگہ کی ایسا ہم اکائی کنارہ والے مکعبوں کی گنتی سے کرتے ہیں جو اس میں پوری طرح سے فٹ ہوجائیں۔ اس لیے حجم کی اکائی مکعب اکائی ہوتی ہے۔



شکل 13.24

زیادہ a^3 = کنارہ + کنارہ + کنارہ = مکعب کا حجم

جہاں a کعب کا کنارہ ہے (شکل 13.24 دیکھتے ہیں)

اس لیے، اگر کسی مکعب کا کنارہ (اضلاع) 12cm کا ہے،

تو اس کا حجم ہوگا $12\times12\times12\,cm^3 = 1728\,cm^3$

یاد کیجیے اس فارمولہ کو پچھلی کلاسوں میں پڑھ چکے ہیں۔ اس لیے اس فارمولہ کی وضاحت کے لیے کچھ مثالیں لیتے ہیں۔

مثال 11: ایک کھلے میدان کے چاروطرف ایک دیوار جن کی چوڑائی 10 cm بنائی ہے۔ دیوار کی اونچائی 4cm اور موٹائی 24 cm ہے اگر دیوار 24 cm×12 cm×8 cm ابعاد والی اینٹوں سے بنتی ہو تو کتنی اینٹیں درکار ہیں؟

حل: کیونکہ دیوار اینٹوں سیمت خلاء میں جگہ گھیرتی ہے اس لیے، لمبائی دیوار کا حجم معلوم کرنا ہے جو ایک کعب نما کی شکل کی ہے۔

© NCERT not to be republished

یہاں، چوڑائی: 1000cm=10m

موٹائی = 24cm

اونچائی 4000cm = 4m

اس لیے، دیوار کا حجم = لمبائی × موٹائی × اونچائی

$= 1000 \times 24 \times 400$

کیونکہ، ہر ایک اینٹ لمبائی = 24cm، چوڑائی = 12cm اور اونچائی = 8cm میں کعب نما کی شکل کی ہوتی ہے

اس لیے، اینٹ کا حجم = لمبائی × چوڑائی × اونچائی

$= 24 \times 12 \times 8 \text{ cm}^3$

اس لیے، مطلوبہ اینٹوں کی تعداد = $\dfrac{\text{دیوار کا حجم}}{\text{ہر اینٹ کا حجم}}$

$\dfrac{400 \times 24 \times 1000}{8 \times 12 \times 24}$

$= 4166.6$

اس طرح، دیوار میں 4167 انٹیں لگی۔

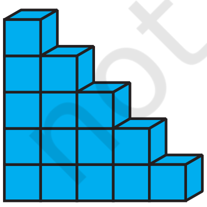
مثال 12: ایک بچہ بلڈنگ بلاک سے کھیل رہا ہے جو مکعب کی شکل کے ہیں وہ ایک ایسا ڈھانچہ بتاتا ہے جیسا شکل 13.29 میں دکھایا گیا ہے اگر ہر ایک مکعب کا کنارہ 3cm ہو تو بچے کے ذرائع بنائے گئے اس ڈھانچہ (ساخت کا حجم) معلوم کیجیے۔

حل: ہر ایک مکعب کا حجم = کنارہ + کنارہ + کنار

$3+3+3 \text{ cm}^2 = 27\text{cm}^3$

ڈھانچہ (ساخت) میں مکعبوں کی تعداد = 15

اس لیے، ڈھانچہ کا حجم = $27 \times 15 \text{ cm}^2 = 405 \text{ cm}^2$



شکل 13.25

مشق 13.5

1. ایک ماچس کی پیمائش ؟ ہے ایسی 12 ماچسوں کو رکھنے والے پیکٹ کا حجم معلوم کیجیے۔
2. کعب نما پانی کی ٹنکی 6cm لمبی۔5cm چوڑائی اور 4.5cm گہری ہے:اس میں کتنے لیٹر پانی آئے گا؟ $(1m^3=1000l)$
3. ایک کعب نما برتن 1000 لمبا اور 8cm چوڑائی 3 380cm مائع کو رکھنے کے لیے اس کی اونچائی کتنی ہونی چاہیئے۔
4. 30 روپے فی مکعب میٹر شرح سے 8cm لمبے، 6cm چوڑے اور 3cm گہرے گڈھے کو کھودنے کا خرچ معلوم کیجیے۔
5. ایک کعب نما ٹنی کی گنجائش 50,000L (لیٹر) ٹنکی کی چوڑائی معلوم کیجیے اگر اس کی لمبائی اور گہرائی بالترتیب 2.5cm اور 10cm ہو۔
6. ایک گاؤں جن کی آبادی 4000 ہے اس کو فی آدمی 150 لیٹر پانی درکار ہے۔اس میں $20m\times15m\times6$ پیمائش کی ایک ٹنکی ہے اس ٹنکی کا پانی کتنے دنوں تک چلے گا۔
7. ایک گودام کی پیمائش $40\,cm\times25cm\times10cm$ ہے $1.5\,cm\times5cm$ +=1.25 پیمائش والے ان لکڑی کے کریٹوں کی زیادہ سے زیادہ تعداد معلوم کیجیے جو اس گودام میں رکھی جاسکتی ہوں۔
8. 12cm ضلع کے ایک ٹھوس مکعب کو 8 مادی حجم والے مکعبوں میں کاٹا گیا نئے مکعب کا ضلع کیا ہوگا؟ اور ان کے سطح رقبوں کے درمیان نسبت بھی معلوم کیجیے۔
9. 3m گہرا اور 40 چوڑا ایک دریا 2k فی گھنٹہ کی مفرح سے بہہ رہا ہے۔ایک منٹ میں سمندر میں کتنا پانی گرے گا۔

13.7 ایک استوانہ کا حجم (Volume a Cylinder)

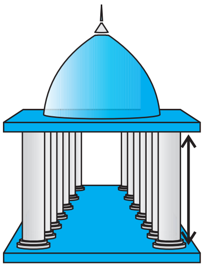
جس طرح سے ایک ہی سائز کے مستطیلوں سے کعب نما بنا ہوتا ہے اسی طرح ایک ہی سائز کے دائروں سے استوانہ بنا ہوتا ہے۔اس لئے اس بحثی دلائل کو استعمال کرتے ہوئے جو ہم نے کعب نما کے لئے دئے تھے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ایک استوانہ کا حجم: قاعدہ کا رتبہ × اونچائی ہوتا ہے

دائری قاعدہ کا رتبہ × اونچائی $=\pi r^2 h$

اس لئے، استوانہ کا حجم $=\pi r^2 h$

جہاں r استوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر اور h اس کی اونچائی ہے۔

مثال 13: ایک مندر کے ستون استوانہ کی شکل کے ہیں (شکل 13.26 دیکھیے) اگر ہر ایک ستون کے قاعدہ کا شق خطر 200- اور دوتہائی 10m ہوتو اسے 14 ستون بنانے کے لئے کتنا کنکریٹ آمیزہ درکار ہوگا؟



شکل 13.26

حل: کیونکہ کنکریٹ امیزہ جو ستون بنانے میں استعمال ہوگا اس لئے ستون کی ساری جگہ وہیں گھیرلے گا۔ یہاں ہمیں استوانہ کا حجم معلوم کرنے کی ضرورت ہوگی۔

استوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر = 20cm

استوانہ شکل کے ستون کی اونچائی = 10m = 1000cm

اس لئے، ہرایک استوانہ کا حجم $= \pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 20 \times 20 \times 1000 \text{ cm}^2$$

$$= \frac{8800000}{7} \text{cm}^3$$

$$= \frac{8.8}{7} \text{m}^3 \,(1000000 \text{cm}^3 = 1 \text{m}^3)$$

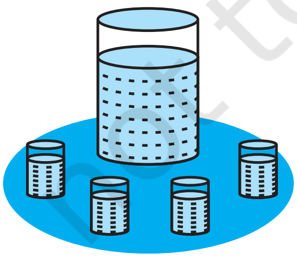
اس لئے، 14 ستونوں کا حجم = ہرایک استوانہ کا حجم × 14

$$= \frac{8.8}{7} \times 14 \text{ m}^3$$

$$= 17.6 \text{ m}^3$$

اس لئے، 14 ستونوں کے لئے 17.6 m^3 کنکریٹ آمیزہ درکار ہوگا۔

مثال 14: رمضان کے میلہ میں کھانے کے بہت سے اسٹالوں میں ایک اسٹال کے مالک کے پاس 15a شق طرہ والا ایک استوانہ برتن ہے جس میں 32a اونچائی تک سنترہ کا جوس بھرا ہوا ہے۔ جوس کو چھوٹے استوانہ گلاسوں میں بھرا گیا جن کا نصف قطر 3a (شکل 13.27 دیدیں) اور اونچائی 8m ہے اور بھرے ہوئے گلاسوں کو 15 روپے ایک گلاس کے حساب سے فروخت کیا گیا۔ سارے سنترے کے جوس کو فروخت کرکے اسٹال کا مالک کتنی رقم وصول کریگا۔



شکل 13.27

© NCERT not to be republished

حل: برتن میں جوس کا حجم

= استوانہ برتن کا حجم

$= \pi R^2 h$

(جہاں R اور H بترتیب برتن کا نصف قطر اور اونچائی کی ہے)

$= \pi \times 15 \times 15 \times 32 \text{ cm}^3$

اسی طرح سے، ہر ایک گلاس میں آنے والے جوس کا حجم $\pi r^2 h$

اس لئے، فروخت کئے گئے جوس کے گلاسوں کی تعداد

$$= \frac{\text{برتن کا حجم}}{\text{ہر ایک گلاس کا حجم}}$$

$$= \frac{\pi \times 15 \times 15 \times 32}{\pi \times 3 \times 3 \times 8}$$

$= 100$

اس لئے اسٹال کے مالک نے رقم وصول کی $= 15 \times 100$

$= 1500$ روپیہ

مشق 13.6

جب تک وضاحت نہ کی جائے $\pi = \frac{22}{7}$ لیجیے

1. ایک استوانہ برتن کے قاعدہ کا محیط 1 3 2 6 ہے اور اس کی اونچائی سے 2 5 اسی میں کتنے لیٹر پانی لگا ہے
$1000\text{cm}^3 = 1l$

2. لکڑی کے ایک استوانہ پائپ کا اندرونی قطر 24a ہے اور باہری قطر 28.6 ہے پائپ کی لمبائی 35a ہے پائپ کی قیمت معلوم کیجیے اگر 1m لکڑی کی قیمت o.6g ہو۔

3. ایک مشروب دو قسم کے پیکٹ میں دستیاب ہیں (i) ایک ٹن کی کین جس کا قاعدہ 5m لمبا اور 4m چوڑا مستطیل کی شکل کا ہے۔ اس کی اونچائی 15m ہے (ii) ایک پلاسٹک کا استوانہ جس کے دائرہ قاعدہ کا قطر 7m اور اونچائی 10m کس پیکٹ کی گنجائش زیادہ ہے اور کتنی۔

© NCERT not to be republished

4. اگرکسی استوانہ کی خمیدہ سطح 94.2m ہے اوران کی اونچائی 5m ہے تو اس کے
(i) قاعدہ کا نصف قطر (ii) استوانہ کا حجم معلوم کیجیے ($\pi=3.14$ استعمال کیجیے)

5. 100m گہرے ایک استوانہ برتن کی اندرونی خمیدہ سطح کو پینٹ کرنے کا خرچ 2200 روپے ہے اگر پینٹ کرانے کا خرچ 20 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے ہے تو معلوم کیجئے۔
(ii) تو برتن کا داخلی خمیدہ سطح کا رقبہ
(ii) قاعدہ کا نصف قطر
(iii) برتن کی گنجائش

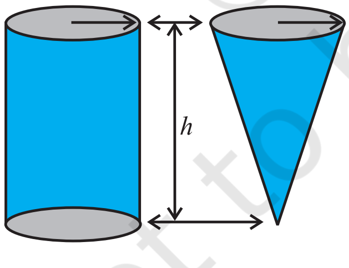
6. 1m اونچے ایک بند استوانہ برتن کی گنجائش 15.4 لیٹر ہے اس کو بنانے میں کتنے مربع میٹر دھات کی شیٹ کی ضرورت ہوگی۔

7. لیڈ کی ایک پینسل میں ایک لکڑی کا استوانہ اور اس کے اندر ایک ٹھوس گریفائٹ کا استوانہ بدلتا ہے پینسل کا قطر 7m ہے اور گریفائٹ کا قطر 1m اگر پینسل کی لمبائی 14cm ہو تو لکڑی اور گریفائٹ کا حجم معلوم کیجیے۔

8. اسپتال میں مریض کو 7cm قطر والے ایک استوانہ شکل کے پیالہ میں سوپ دیا جاتا ہے اگر پیالہ سوپ سے 14cm اونچائی تک بھرا ہو تو 250 مریضوں کو دینے کے لئے اسپتال کو روزانہ اس ٹنکی کتنا سوپ بنانا پڑے گا؟

13.8 ایک قائم دائری مخروط کا حجم (Volume of a Right Circular Cone)

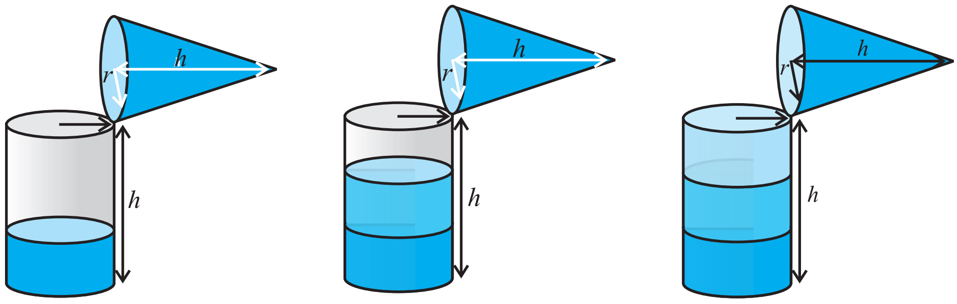
شکل 13.28 میں کیا آپ ایک ہی قاعدہ کے نصف قطر اور ایک ہی اونچائی والے ایک قائم دائری استوانہ اور ایک قائم دائری مخروط کو دیکھ سکتے ہیں؟



شکل 13.28

مشغلہ: ایک ہی نصف قطر (قاعدہ کا) اور ایک ہی اونچائی والے کھوکھلے استوانہ اور کھوکھلا مخروط بنانے کی کوشش کیجیے۔ پھر ہم ایک تجربہ کرسکتے ہیں جس سے ہمیں پیر سیکلائیل طور پر ایک قائم دائری مخروط کا حجم معلوم کرنے میں مدد ملے گی۔

© NCERT not to be republished



شکل 13.29

اس لئے، اسے اس طرح سے شروع کرتے ہیں۔

مخروط کے کنارے تک اسے ریت سے بھر دیجئے اور اس کو استوانہ میں خالی کر دیجئے ہم دیکھیں گے کہ یہ اس کا کچھ حصہ بھرتا ہے [شکل (a) 13.29 دیکھیے]

ہم پھر کنارے تک ریت کو مخروط میں بھرتے ہیں اور اس کو استوانہ میں ڈال دیتے ہیں ہم دیکھتے ہیں کہ استوانہ ابھی تک پورا نہیں بھر [ل (b) 13.29 دیکھیے]

جب مخروط کو تیسری مرتبہ ریت سے بھر کر اس کو استوانہ میں ڈالا جاتا ہے یہ دیکھا جا سکتا ہے کہ استوانہ بھی اب کنارے تک پورا بھر گیا [دیکھیے شکل (c)13.29]

اس تجربہ سے ہم اسانی سے یہ نتیجہ نکال سکتے ہیں۔ مخروط جو گنا حجم استوانہ کا حجم ہوتا ہے جس کے قاعدہ کا نصف قطر اور اونچائی وہی ہو جو مخروط کی ہے اس کا مطلب ہے مخروط کا حجم استوانہ کے حکم کا ایک تہائی ہے۔

اس لئے، مخروط کا حجم $= \frac{1}{3}\pi rh$

جہاں r مخروط کا نصف قطر اور h اونچائی ہے

مثال 15: ایک مخروط کی اونچائی اور ترچھی اونچائی بالترتیب 21 cm اور 28 cm ہیں۔ مخروط کا حجم معلوم کیجیے۔

حل: $l^2 = r^2 + h^2$ سے ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{28^2 - 21^2}\,cm = 7\sqrt{7}cm$$

اس لئے مخروط کا حجم $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 7\sqrt{7}\times 7\sqrt{7}\times 21\ cm^2$

$= 7546\ cm^2$

مثال 16: مونیکا کے پاس کینوس کا ایک ٹکڑا ہے جس کا رقبہ $551m^2$ وہ اس کا استعمال ایک مخروطی ٹینٹ بنانے میں کرتا ہے جس کے قاعدہ کا نصف قطر 7cm فرض کرتے ہوئے سینے کے لئے مارجن اور کاٹتے وقت برباد ہو مرکینوس تقریباً 1cm ہے تو اس کینوس سے بنے ٹینٹ کا حجم معلوم کیجیے۔

حل: کیونکہ کینوس کا رقبہ = $551m^2$ کیونکہ برباد ہوا کینوس $1m^2$ ہے، اس لئے ٹینٹ بنانے کے لئے دستیاب کینوس کا رقبہ $550\ m^2 = (551-1)m^2$

اب ٹینٹ کا سطحی رقبہ = $550m^2$ اور ٹینٹ کا مطلوبہ قاعدہ کا نصف قطر=7m

نوٹ کیجیے کہ ٹینٹ میں صرف خمیدہ سطح کا رقبہ ہوتا ہے (ٹینٹ کے فرش کو کینوس سے نہیں ڈھکا جاتا)

اس لئے ٹینٹ کی خمیدہ سطح کا رقبہ = $550\ m^2$

یعنی، $\pi rl = 550$

یا، $\frac{22}{7}\times 7\times l = 550$

یا، $l = 3\frac{550}{22}\ m = 25\ m$

اب، $l^2 = r^2 + h^2$

اس لیے، $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{25^2 - 7^2}\ m = \sqrt{625 - 49}m = \sqrt{576}\ m$

$= 24\,cm$

اس لیے، مخروطی ٹینٹ کا حجم = $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 7\times 7\times 24\ m^3 = 1232\ m^3$

مشق 13.7

جب تک وضاحت نہ کی جائے، $\pi = \frac{22}{7}$ لیجیے

1. ایک قائم دائری مخروط کا حجم معلوم کیجیے جس کا

(i) نصف 6a اور اونچائی 7cm ہو (ii) نصف قطر 3.5cm اور اونچائی 12cm ہو۔

© NCERT not to be republished

2. ایک مخروطی برتن کی گنجائش لیٹروں میں معلوم کیجیے جس میں

(i) نصف قطر 7cm اور ترچھی اونچائی 25cm ہو (ii) اونچائی 12cm اور ترچھی اونچائی 13cm ہو

3. ایک مخروط کی اونچائی 15cm ہے اگر اس کا حجم 1570vm ہے تو قاعدہ کا نصف قطر معلوم کیجیے ($\pi = 3.14$ لیجیے)

4. 9cm اونچائی والے ایک قائم دائری مخروط کا حجم $48\pi cm^3$ ہے اس کے قاعدہ کا قطر معلوم کیجیے۔

5. ایک مخروطی گڑھا جس کے اوپر کا قطر 3.5cm ہے 12cm گہرا ہے۔ کلومیٹر میں اس کی گنجائش معلوم کیجیے۔

6. ایک قائم دائری مخروط کا حجم $9856cm^3$ ہے اگر قاعدہ کا قطر 28cm ہو تو معلوم کیجیے

(i) مخروط کی اونچائی (ii) مخروط کی ترچھی اونچائی (iii) مخروط کی خمیدہ سطح کا رقبہ۔

7. ایک قائم زاوی مثلث ABC جس کے اضلاع 5cm، 12cm اور 13cm ہیں کو اس کے 12cm لمبائی والے ضلع پر گھمایا گیا۔ اس طرح سے حاصل ٹھوس کا حجم معلوم کیجیے۔

8. اگر سوال 7 میں ثلث ABC کو 5cm لمبائی والے ضلع پر گھمایا جائے تو اس طرح سے حاصل ٹھوس کا حجم معلوم کیجیے اور اس طرح سے حاصل دونوں ٹھوسوں کے حجم میں نسبت بھی معلوم کیجیے۔

9. گیہوں کا ایک ڈھیر مخروط کی شکل کا ہے جس کا قطر 105cm اور اونچائی 3cm ہے اس کا حجم معلوم کیجیے بارش سے بچانے کے لئے اس ڈھیر کو کینوس سے ڈھکا جاتا ہے۔ مطلوبہ کینوس کا رقبہ معلوم کیجیے۔

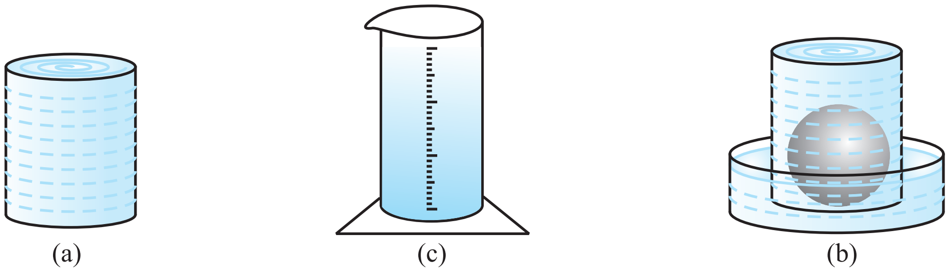
13.9 کرہ کا حجم (Volume of a Sphere)

اس لئے دیکھتے ہیں کہ کرہ حجم کس طرح معلوم کریں پہلے مختلف نصف قطر والے دو یا تین کرہ لیجیے اور ایک بڑا برتن لیجیے جس میں الگ ہی وقت میں یہ دونوں کرہ آسانی سے آ سکیں۔ ایک بڑا ٹرف (ناند) لیجیے جس میں آپ اس برتن کو رکھ سکیں۔ اور پھر برتن کو کنارے تک پانی سے بھر دیں [شکل 13.30 (a) دیکھیے]۔

اب احتیاط سے کرہ میں سے ایک کو برتن میں رکھئے برتن میں سے کچھ پانی بہہ کر ناند (Through) میں گرے گا جس میں یہ برتن رکھا ہوا ہے شکل 13.30 (b) دیکھیے ناند میں سے پانی ایک پیمائشی استوانہ میں ڈال دیجیے (ایک استوانہ جار جس میں نشان لگے ہو) اور پانی جو بہہ کر ناند میں آیا ہے۔ اس کی پیمائش کیجیے (شکل 13.30 (c) دیکھیے) مان لیجیے ڈبوئے گئے کرہ کا نصف قطرہ ہے (آپ کرہ کا قطر معلوم کر کے اس کا نصف قطر معلوم کر سکتے ہیں) اور پھر $\frac{3}{4}\pi r^3$ کی قدر معلوم کیجیے کیا آپ اس

© NCERT not to be republished

قدر کو اس بہتے ہوئے پانی کے حجم کے برابر پائیں گے؟



شکل 13.30

اسی عمل کو ایک مختلف سائز والے کرہ کے ساتھ دہرایئے۔

اس کرہ کا نصف قطر R معلوم کیجئے اور پھر $\frac{3}{4}\pi R^3$ کی قدر معلوم کیجیے ایک بار پھر اس کی قدر اس کرہ کے ذرائع ہٹائے گئے پانی کے جمع کے برابر ہوگی۔ اس سے ہم کیا نتیجہ نکالتے ہیں یہ نتیجہ نکالتے ہیں کہ کسی کرہ کا حجم اس کرہ کے ذرائع ہٹائے گئے پانی کے حجم کی پیمائش کے برابر ہے۔ مختلف نصف قطروں کے کروں کے ساتھ اس تجربہ کو دہرایئے۔ آپ دیکھیں گے کہ نتیجہ ایک ہی ہوگا یعنی کرہ کا حجم اس کے نصف قطر کے مکعب کا $\frac{4}{3}\pi$ گنا ہے اس سے ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$\text{ایک کرہ کا حجم} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

جہاں r کرہ کا نصف قطر ہے۔

اونچی کلاسوں میں ہم اس کو ثابت بھی کیا جا سکتا ہے لیکن اس سیکشن میں ہم اس کو اسطرح ہی کہیں گے جیسے یہ درست ہے۔

کیونکہ نصف کرہ، کرہ کا نصف ہے تو کیا آپ نصف کرہ کے حجم کا اندازہ لگا سکتے ہیں؟

ہاں یہ ہے $\frac{1}{2}$ کا $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi r^3$

اس لئے، نصف کرہ کا حجم $= \frac{2}{3}\pi r^3$

جہاں r نصف کرہ کا نصف قطر ہے

اس فارمولہ کے استعمال کی وضاحت کے لیے ہم کچھ مثالوں کو لیتے ہیں۔

مثال 17: 11.2a نصف قطر والے کرہ کا حجم معلوم کیجیے۔

© NCERT not to be republished

حل: مطلوبہ حجم ہے $\frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 11.2\times 11.2\times 11.2\text{cm}^3 = 5887.32\text{cm}^3$$

مثال 18: ایک شوٹ پُٹ 4.99 نصف قطر والا ایک کرہ ہے اگر دھات 5 کثافت 7.8g فی ہے تو شوٹ پُٹ کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: کیونکہ شوٹ پُٹ دھات کا بنا ایک ٹھوس کرہ ہے اور اس کی قیمت اس کے حجم اور کثافت کا حاصل ضرب ہے اس لئے ہمیں کرہ کا حجم معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

اب کرہ کا حجم $\frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 4.9\times 4.9\, cm^3$$

$$493 cm^3$$

مزید 1cm دھات کی قیمت ہے 7.8g

اس لئے شوٹ پُٹ کی قیمت ہے $= 7.8\times 493\, g$

$= 3845.44\text{g} = 3.85\text{kg}$ (تقریباً)

مثال 19: ایک نصف کرہ پیالہ کا نصف قطر 3.5a ہے اس میں موجود پانی کا حجم کیا ہوگا

حل: پیالہ میں جتنا پانی آ سکتا ہے اس کا حجم

$$= \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times 3.5\times 3.5\times 3.5\, cm^2 = 89.9\, cm^2$$

مشق 13.8

جب تک وضاحت نہ کی جائے $\pi = \frac{22}{7}$ لیجیے۔

1. کرہ کا حجم معلوم کیجیے جس کا نصف قطر

(i) 7cm (ii) 0.63cm

2. ایک ٹھوس کروی گیند کے ذریعہ ہٹائے گیے پانی کی مقدار معلوم کیجیے جس کا قطر

(i)28cm (ii)0.21m

3. دھات کی ایک گیند کا قطر 4.2cm گیند کی قیمت معلوم کیجیے اگر دھات کی کثافت 89g فی cm^3 ۔

4. چاند کا قطر زمین کے قطر کا تقریباً $\frac{1}{4}$ ہے چاند کا حجم زمین کے حجم کی کونسی کسر ہے؟

5. 10.5cm قطر والے نصف کروی پیالہ میں کتنے لیٹر دودھ آئیگا

6. نصف کروی ٹنکی 1cm موٹے تو ہے کی شیٹ کی بنی ہوئی ہے اگر اس کا اندرونی نصف قطر 1cm ہو تو اس ٹنکی کے بننے میں استعمال ہوئے لوہے کا حجم معلوم کیجیے۔

7. اس کرہ کا حجم معلوم کیجیے جس کا سطحی رقبہ $154cm^2$ ہے۔

8. ایک بلڈنگ کا گنبد نصف کروی شکل کا ہے۔اندر سے اس کی سفیدی کا کل خرچ 4989.60 روپے ہے اگر سفیدی کا خرچ فی 20 روپے مربع میٹر ہو تو

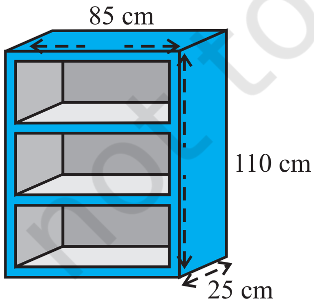
(i) گنبد کا اندرونی سطحی رقبہ معلوم کیجیے، (ii) گنبد کے اندر موجود ہوا کا حجم معلوم کیجیے

9. 27 ٹھوس لوہے کے کرے جس میں ہر ایک کا نصف قطر r اور سطحی رقبہ S ہے کو پگھلا کر ایک کرہ بنایا گیا جس کا سطح رقبہ 'S ہے معلوم کیجیے (i) نئے کرہ کا نصف قطر 'r (ii) s اور "s میں نسبت۔

10. دوائیوں کا ایک کیپ سول 3.5mm قطر والے ایک کرہ کی شکل کا ہے اس کو بھرنے کے لئے mm^3 میں کل کتنی دودھ کی ضرورت ہے۔

مشق 13.9 (اختیاری)

1. لکڑی کی ایک الماری کے باہری ابعاد اونچائی 110cm گہرائی 25cm چوڑائی 85cm (شکل 13.31 دیکھیے) ہر جگہ بختوں کی موٹائی 5cm ہے اس باہری رخوں پر پالش اور اندرونی رخوں پر پینٹ ہونا ہے اگر پالش کا خرچ 20 پیسے فی مربع سینٹی میٹر اور پینٹ کا خرچ 10 پیسے فی مربع سینٹی میٹر ہے تو الماری کی سطح پر پالش اور پنٹ کرانے کا کل خرچ

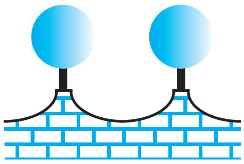


شکل 13.31

© NCERT not to be republished

معلوم کیجیے۔

2. ایک مکان کے سامنے کی دیوار ایک چھوٹے سے سہارے پر رکھیں 21cm قطر والے کروں سے سجی ہوئی ہے جیسا کہ شکل 13.32 میں دکھایا گیا ہے اس مقصد کے لئے ایسے 10 کرّوں کا استعمال ہوا ان پر سفید رنگ کرنا ہے ہر ایک بہار 1.5 cm نصف قطر اور 7cm اونچائی والا ایک استوانہ ہے اور اس کے اوپر کالا رنگ کرنا ہے رنگ کرنے کا کل خرچ معلوم کیجیے اگر سفید رنگ کرنے کا خرچ 25 پیسے ہے فی مربع سینٹی میٹر ہے اور کالا رنگ کرنے کا خرچ 5 پیسے فی مربع سینٹی میٹر ہے۔



شکل 13.32

3. ایک کرہ کا قطر 25 فیصد کم ہو گیا اس کی خمیدہ سطح کا رقبہ کس فی صد سے گھٹے گا۔

13.10 خلاصہ (Summary)

اس باب میں آپ نے مندرجہ ذیل باتیں سیکھیں۔

1. کعب نما کا سطحی رقبہ ہے $= 2(lb + bh + hl)$
2. مکعب کا سطح رقبہ $= 6a^2$
3. استوانہ کا کل سطحی رقبہ $= 2\pi r(r+h)$
4. استوانہ کی خمیدہ سطح رقبہ $2\pi rh$
5. مخروط کی خمیدہ سطح کا رقبہ $= \pi rh$
6. ایک قائم دائری مخروط کا سطحی رقبہ $= \pi rl$
7. r نصف قطر والے کرہ کا سطحی رقبہ $= 4\pi r^2$
8. نصف کرہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ $= 2\pi r^2$
9. نصف کرہ کا کل سطحی رقبہ $= 3\pi r^2$
10. کعب نما کا حجم $= l \times b \times h$

© NCERT not to be republished

11. مکعب کا حجم = a^3

12. استوانہ کا حجم = $\pi r^2 h$

13. مخروط والے کرہ کا حجم = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

14. r نصف قطر والے کرہ کا حجم = $\frac{4}{3}\pi r^3$ = r

15. نصف کرہ کا حجم = $\frac{2}{3}\pi r^3$

[یہاں حروف r,a,h,b,l, وغیرہ اپنے عام مفہوم میں استعمال ہوئے ہیں۔ جن کا انحصار سیاق وسباق پر ہے۔]

© NCERT not to be republished