باب
1

# ناطق اعداد

4817CH01

## 1.1 تعارف

ریاضی میں اکثر ہم آسان قسم کی مساوات حل کرتے ہیں۔مثال کے طور پر، مساوات

$$x + 2 = 13 \quad (1)$$

کو $x = 11$ کے لیے حل کیا جاتا ہے کیوں کہ $x$ کی یہ قدر مساوات کو مطمئن کرتی ہے۔اس کا حل 11 ایک **طبعی عدد** ہے۔دوسری طرف مساوات

$$x + 5 = 5 \quad (2)$$

کا حل صفر ہے جو ایک **مکمل عدد** ہے۔اگر ہم صرف طبعی اعداد پر ہی غور کریں تو مساوات (2) کو حل نہیں کیا جا سکتا۔مساوات (2) کو حل کرنے کے لیے، ہم طبعی اعداد کے سیٹ میں صفر کا اضافہ کرتے ہیں اور اس طرح مکمل اعداد حاصل کرتے ہیں لیکن

$$x + 18 = 5 \quad (3)$$

جیسی مساوات کو حل کرنے کے لیے مکمل اعداد بھی ناکافی ہوتے ہیں۔کیا آپ جانتے ہیں 'کیوں'؟ کیوں کہ اس مساوات کو حل کرنے کے لیے عدد 13– درکار ہے جو مکمل عدد نہیں ہے۔یہ ہمیں **ان صحیح اعداد** کو سوچنے پر مجبور کرتا ہے جو **(مثبت اور منفی)** ہوتے ہیں۔ غور کیجیے کہ مثبت صحیح اعداد دراصل طبعی اعداد ہی ہیں۔آپ سوچ سکتے ہیں کہ سبھی آسان قسم کی مساوات کو حل کرنے کے لیے ہمارے پاس موجود صحیح اعداد کی فہرست میں تمام اعداد ہیں اب مندرجہ ذیل مساوات پر غور کیجیے

$$2x = 3 \quad (4)$$

$$5x + 7 = 0 \quad (5)$$

ان کے حل صحیح اعداد میں موجود نہیں ہیں۔(ان کی جانچ کیجیے)

ہمیں مساوات (4) کو حل کرنے کے لیے عدد $\frac{3}{2}$ اور مساوات (5) کو حل کرنے کے لیے $\frac{-7}{5}$ کی ضرورت ہے۔اس کی وجہ سے ہمیں **ناطق اعداد** کا پتا چلتا ہے۔

ہم ناطق اعداد پر بنیادی عملیات کا مطالعہ پہلے بھی کر چکے ہیں۔آئیے اب تک معلوم مختلف قسم کے اعداد پر عملیات کی کچھ خصوصیات جاننے کی کوشش کریں۔

© NCERT not to be republished

| | | |
|---|---|---|
| تفریق | $7-5=2$، ایک صحیح عدد ہے<br>کیا $5-7$ ایک صحیح عدد ہے؟<br>$-6-8=-14$، ایک صحیح عدد ہے<br>$-6-(-8)=2$، ایک صحیح عدد ہے<br>کیا $8-(-6)$ ایک صحیح عدد ہے؟<br>عام طور پر ہر ایک صحیح عدد $a$ اور $b$ کے لیے $a-b$ ایک صحیح عدد ہی ہے۔<br>جانچ کیجیے کہ کیا $b-a$ بھی ایک صحیح عدد ہے؟ | دو مکمل اعداد کی حاصل تفریق ہمیشہ ایک صحیح عدد ہی ہوگا |
| ضرب | $5\times 8=40$ ایک صحیح عدد ہے<br>کیا $-5\times 8$ ایک صحیح عدد ہے؟<br>$-5\times(-8)=40$ ایک صحیح عدد ہے<br>عام طور پر کوئی بھی صحیح اعداد $a$ اور $b$ کے لیے $a\times b$ بھی ایک صحیح عدد ہے۔ | دو صحیح اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ ایک صحیح عدد ہی ہوگا |
| تقسیم | $5\div 8=\frac{5}{8}$، جو ایک صحیح عدد نہیں ہے۔ | دو صحیح اعداد کا تقسیم علیہ ضروری نہیں کہ ایک صحیح عدد ہی ہو۔ |

آپ پڑھ چکے ہیں کہ مکمل اعداد جمع اور ضرب کے تحت بندشی ہیں لیکن تفریق اور تقسیم کے تحت بندشی نہیں ہیں جب کہ صحیح اعداد جمع، تفریق اور ضرب کے تحت بندشی ہیں لیکن تقسیم کے تحت نہیں ہیں۔

### (iii) ناطق اعداد

یاد کیجیے کہ ایسا عدد جو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہو، جہاں $p$ اور $q$ صحیح اعداد ہوں اور $q\neq 0$، **ناطق عدد** (Rational Number) کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر $-\frac{2}{3}$ ، $\frac{6}{7}$ اور $-\frac{9}{5}$ تمام ناطق اعداد ہیں۔ کیوں کہ اعداد $0$، $-2$، $4$ کو ہم $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھ سکتے ہیں اس لیے یہ بھی ناطق اعداد ہیں۔ (جانچ کیجیے!)

(a) آپ جانتے ہیں کہ دو ناطق اعداد کو کس طرح جمع کیا جاتا ہے۔ آیئے کچھ جوڑوں کو جمع کرتے ہیں۔

$$\frac{3}{8}+\frac{(-5)}{7}=\frac{21+(-40)}{56}=\frac{-19}{56}$$ (ایک ناطق عدد)

$$\frac{-3}{8}+\frac{(-4)}{5}=\frac{-15+(-32)}{40}=....$$ کیا یہ ایک ناطق عدد ہے؟

$$\frac{4}{7}+\frac{6}{11}=.....$$ کیا یہ ایک ناطق عدد ہے؟

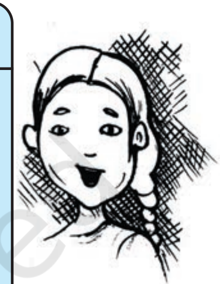
© NCERT not to be republished

## 1.2 ناطق اعداد کی خصوصیات

### 1.2.1 بندشی خصوصیت

**(i) مکمل اعداد**

آیئے مختصر طور پر مکمل اعداد پر تمام عملیات کی بندشی خصوصیت کو دوہرائیں۔



| عمل | اعداد | رائے زنی (Remarks) |
|---|---|---|
| جمع | $0 + 5 = 5$، ایک مکمل عدد ہے<br>$4 + 7 =$ .....، کیا یہ ایک مکمل عدد ہے؟<br>عمومی طور پر $a + b$ کسی بھی مکمل اعداد $a$ اور $b$ کے لیے ایک مکمل عدد ہے۔ | دو مکمل اعداد کو جمع کریں تو ہمیشہ ایک مکمل عدد ہی حاصل ہوگا |
| تفریق | $5 - 7 = -2$، جو ایک مکمل عدد نہیں ہے۔ | دو مکمل اعداد کی تفریق کرنے پر ضروری نہیں ہے کہ ہمیشہ مکمل عدد ہی حاصل ہو |
| ضرب | $0 \times 3 = 0$، ایک مکمل عدد ہے<br>کیا $3 \times 7 =$ ....، ایک مکمل عدد ہے؟<br>عمومی طور پر اگر a اور b کوئی مکمل اعداد ہیں تو ان کا حاصل ضرب $ab$ بھی ایک مکمل عدد ہے۔ | دو مکمل اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ ایک مکمل عدد ہی ہوگا |
| تقسیم | $5 \div 8 = \frac{5}{8}$ ، جو ایک مکمل عدد نہیں ہے۔ | دو مکمل اعداد کی تقسیم کرنے پر ضروری نہیں ہے کہ مکمل عدد ہی حاصل ہو |

طبعی اعداد پر چاروں عملیات کی بندشی خصوصیت کی جانچ کیجیے۔

**(ii) صحیح اعداد**

آیئے ان عملیات کو دوہراتے ہیں جن کے تحت صحیح اعداد (Integers) پر بندشی خصوصیت لاگو ہوتی ہے۔

| عمل | اعداد | رائے زنی (Remarks) |
|---|---|---|
| جمع | $-6 + 5 = -1$، ایک صحیح عدد ہے<br>کیا $-7 + (-5)$ ایک صحیح عدد ہے؟<br>کیا $8 + 5$ ایک صحیح عدد ہے؟<br>عام طور پر ہر ایک صحیح عدد $a$ اور $b$ کے لیے $a + b$ ایک صحیح عدد ہے۔ | صحیح اعداد کی حاصل جمع ہمیشہ ایک صحیح عدد ہی ہوگا |

© NCERT not to be republished

## کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل جدول کو پُر کیجیے۔

| اعداد | کے تحت بندشی ہیں | | | |
|---|---|---|---|---|
| | جمع | تفریق | ضرب | تقسیم |
| ناطق اعداد | ہاں | ہاں | ..... | نہیں |
| صحیح اعداد | ..... | ہاں | ..... | نہیں |
| مکمل اعداد | ..... | ..... | ہاں | ..... |
| طبعی اعداد | ..... | نہیں | ..... | ..... |

### 1.2.2 تقلیبیت (Commutativity)

**(i) مکمل اعداد**

مندرجہ ذیل جدول کو پُر کر کے مکمل اعداد پر مختلف عملیات کی تقلیبیت (Commutativity) کو دوہرائیے۔

| عمل | اعداد | رائے زنی (Remarks) |
|---|---|---|
| جمع | $0 + 7 = 7 + 0 = 7$<br>$2 + 3 = ... + ... = ...$<br>کوئی دو مکمل اعداد $a$ اور $b$ کے لیے<br>$a + b = b + a$ | جمع کا عمل تقلیبی ہے |
| تفریق | ............ | تفریق کا عمل تقلیبی نہیں ہے |
| ضرب | ............ | ضرب کا عمل تقلیبی ہے |
| تقسیم | ............ | تقسیم کا عمل تقلیبی نہیں ہے |

جانچ کیجیے کہ آیا طبعی اعداد کے لیے بھی تمام عملیات تقلیبی ہیں۔

**(ii) صحیح اعداد**

مندرجہ ذیل جدول کو پُر کیجیے اور صحیح اعداد (Integers) کے لیے مختلف عملیات کی تقلیبیت کی جانچ کیجیے۔

| عمل | اعداد | رائے زنی (Remarks) |
|---|---|---|
| جمع | ............ | جمع کا عمل تقلیبی ہے |
| تفریق | کیا $5 - (-3) = -3 - 5$ ہے؟ | تفریق کا عمل تقلیبی نہیں ہے |
| ضرب | ............ | ضرب کا عمل تقلیبی ہے |
| تقسیم | ............ | تقسیم کا عمل تقلیبی نہیں ہے |

© NCERT not to be republished

ہم دیکھتے ہیں کہ دو ناطق اعداد کا حاصل جمع ہمیشہ ایک ناطق عدد ہی ہوتا ہے۔ آپ کچھ اور ناطق اعداد کے جوڑ لے کر اس کی جانچ کیجیے۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ ناطق اعداد جمع کے تحت بندشی ہیں، یعنی کوئی دو ناطق اعداد $a$ اور $b$ کے لیے $a + b$ بھی ایک ناطق عدد ہے۔

(b) کیا دو ناطق اعداد کا فرق بھی ایک ناطق عدد ہی ہوگا؟

ہمارے پاس ہے،

$$\frac{-5}{7}-\frac{2}{3}=\frac{-5\times3-2\times7}{21}=\frac{-29}{21}$$ (ایک ناطق عدد ہے)

$$\frac{5}{8}-\frac{4}{5}=\frac{25-32}{40}=.....$$ کیا یہ ایک ناطق عدد ہے؟

$$\frac{3}{7}-\frac{(-8)}{5}=.......$$ کیا یہ ایک ناطق عدد ہے؟

کچھ اور جوڑے لے کر حاصل فرق معلوم کیجیے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ ناطق عدد تفریق کے عمل کے تحت بندشی ہیں، یعنی کوئی دو ناطق اعداد $a$ اور $b$ کے لیے $a - b$ بھی ایک ناطق عدد ہے۔

یہ نوٹ کر لیجیے کہ صحیح اعداد کے لیے تفریق، تقلیبی نہیں ہے اور ساتھ ہی ناطق اعداد کے لیے۔ اس لیے تفریق ناطق کے لیے بھی تقلیبی نہیں ہے۔

(c) آیئے اب ناطق عدد کے حاصل ضرب پر غور کرتے ہیں۔

$$\frac{-2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{-8}{15};\ \frac{3}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{35}$$ (دونوں حاصل ضرب ناطق اعداد ہیں)

$$-\frac{4}{5}\times\frac{-6}{11}=......$$ کیا یہ ایک ناطق عدد ہے؟

ناطق اعداد کے کچھ اور جوڑے لیجیے اور ان پر ضرب کا عمل دوہرائیے۔ جانچ کیجیے کہ ان کا حاصل ضرب بھی ایک ناطق عدد ہے۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ ناطق اعداد ضرب کے عمل کے تحت بندشی ہیں، یعنی کوئی دو ناطق اعداد $a$ اور $b$ کے لیے $b \times a$ بھی ایک ناطق عدد ہے۔

(d) ہم نوٹ کرتے ہیں کہ $$\frac{-5}{3}\div\frac{2}{5}=\frac{-25}{6}$$ (ایک ناطق عدد ہے)

$\frac{2}{7}\div\frac{5}{3}=...$ کیا یہ ایک ناطق عدد ہے؟ $\frac{-3}{8}\div\frac{-2}{9}=......$ کیا یہ ایک ناطق عدد ہے؟

کیا آپ کہہ سکتے ہیں کہ ناطق اعداد تقسیم کے عمل کے تحت بندشی ہیں؟

ہم دیکھتے ہیں کہ کسی بھی ناطق عدد $a$ کے لیے $a \div 0$ **معرف نہیں** ہے۔

اس لیے ناطق اعداد تقسیم کے عمل کے تحت بندشی نہیں ہیں۔

اگر ہم صفر کو شامل نہ کریں تو باقی تمام ناطق اعداد، تقسیم کے عمل کے تحت بندشی ہوں گے۔

(d) تقسیم

کیا $\frac{-5}{4} \div \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \div \left(\frac{-5}{4}\right)$?

آپ دیکھیں گے دونوں طرف عبارتیں برابر نہیں ہیں۔

اس لیے ناطق اعداد کے لیے تقسیم کا عمل **تقلیبی نہیں** ہے۔

## کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل جدول کو پُر کیجیے:

| اعداد | تقلیبی ہے | | | |
|---|---|---|---|---|
| | جمع کے لیے | تفریق کے لیے | ضرب کے لیے | تقسیم کے لیے |
| ناطق اعداد | ہاں | ...... | ...... | ...... |
| صحیح اعداد | ...... | نہیں | ...... | ...... |
| مکمل اعداد | ...... | ...... | ہاں | ...... |
| طبعی اعداد | ...... | ...... | ...... | نہیں |

### 1.2.3 تلازمیت (Associativity)

**(i) مکمل اعداد**

مندرجہ ذیل جدول کے ذریعہ مکمل اعداد کے لیے چاروں عملیات کی تلازمیت (Associativity) کو دوہرائیے:

| عمل | اعداد | رائے زنی (Remarks) |
|---|---|---|
| جمع | ......... | جمع تلازمی ہے |
| تفریق | ......... | تفریق تلازمی نہیں ہے |
| ضرب | کیا $7 \times (2 \times 5) = (7 \times 2) \times 5$?<br>کیا $4 \times (6 \times 0) = (4 \times 6) \times 0$?<br>کوئی تین مکمل اعداد $a$، $b$ اور $c$ کے لیے<br>$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ | ضرب کا عمل تلازمی ہے |
| تقسیم | ......... | تقسیم کا عمل تلازمی نہیں ہے |

درج بالا جدول کو پُر کیجیے اور آخر کے کالم میں دی گئی رائے کی تصدیق کیجیے۔

طبعی اعداد کے مختلف عملیات کی تلازمیت کی جانچ کیجیے۔

© NCERT not to be republished

### (iii) ناطق اعداد

#### (a) جمع

آپ جانتے ہیں کہ دو ناطق اعداد کو کس طرح جمع کرتے ہیں۔ آیئے کچھ جوڑوں کو جمع کرتے ہیں۔

$$\frac{5}{7}+\frac{(-2)}{3}=\frac{1}{21} \quad \text{اور} \quad \frac{-2}{3}+\frac{5}{7}=\frac{1}{21}$$

اس لیے، $\frac{-2}{3}+\frac{5}{7}=\frac{5}{7}+\left(\frac{-2}{3}\right)$

مزید، $\frac{-8}{3}+\left(\frac{-6}{5}\right)=......$ اور $\frac{-6}{5}+\left(\frac{-8}{3}\right)=......$

کیا $\frac{-6}{5}+\left(\frac{-8}{3}\right)=\left(\frac{-8}{3}\right)+\left(\frac{-6}{5}\right)$?

کیا $\frac{-3}{8}+\frac{1}{7}=\frac{1}{7}+\left(\frac{-3}{8}\right)$?

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ دوناطق اعداد کو کسی بھی ترتیب میں جوڑا جاسکتا ہے۔اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ جمع کا عمل ناطق اعداد کے لیے تقلیبی ہے یعنی کوئی دو ناطق اعداد $a$ اور $b$ کے لیے $a + b = b + a$

#### (b) تفریق

آپ پہلے ہی جانتے ہیں کہ صحیح اعداد کے لیے تفریق تلازمی نہیں ہے۔ تب ناطق اعداد کے لیے کیا خیال ہے۔

کیا $\frac{2}{3}-\frac{5}{4}=\frac{5}{4}-\frac{2}{3}$?

کیا $\frac{1}{2}-\frac{3}{5}=\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$?

آپ دیکھتے ہیں کہ ناطق اعداد کے لیے تفریق (Subtraction) کا عمل تقلیبی نہیں ہے۔

#### (c) ضرب

ہمارے پاس ہے، $\frac{-7}{3}\times\frac{6}{5}=\frac{-42}{15}=\frac{6}{5}\times\left(\frac{-7}{3}\right)$

کیا $\frac{-8}{9}\times\left(\frac{-4}{7}\right)=\frac{-4}{7}\times\left(\frac{-8}{9}\right)$?

ایسے ہی کچھ اور حاصل ضرب لے کر جانچ کیجیے۔

آپ نوٹ کریں گے کہ ناطق اعداد کے لیے ضرب کا عمل تقلیبی ہے۔عام طور پر کوئی دو ناطق اعداد $a$ اور $b$ کے لیے، $a \times b = b \times a$

© NCERT not to be republished

کچھ اور ناطق اعداد لیجیے اور انھیں درج بالا طریقے سے جمع کیجیے اور معلوم کیجیے کہ دونوں حاصل جمع برابر ہیں۔ ہم دیکھتے ہیں کہ ناطق اعداد کے لیے جمع کا عمل تلازمی ہے، یعنی کنھیں تین ناطق اعداد $a$، $b$ اور $c$ کے لیے $a + (b + c) = (a + b) + c$

**(b) تفریق**

کیا $\frac{-2}{3}-\left[\frac{-4}{5}-\frac{1}{2}\right]=\left[\frac{2}{3}-\left(\frac{-4}{5}\right)\right]-\frac{1}{2}$ ?

خود جانچ کیجیے۔

ناطق اعداد کے لیے تفریق کا عمل تلازمی نہیں ہے۔

**(c) ضرب**

آیئے ضرب کے عمل کی تلازمیت کی جانچ کریں۔

$$\frac{-7}{3}\times\left(\frac{5}{4}\times\frac{2}{9}\right)=\frac{-7}{3}\times\frac{10}{36}=\frac{-70}{108}=\frac{-35}{54}$$

$$\left(\frac{-7}{3}\times\frac{5}{4}\right)\times\frac{2}{9}=\ldots\ldots$$

ہم پاتے ہیں $\frac{-7}{3}\times\left(\frac{5}{4}\times\frac{2}{9}\right)=\left(\frac{-7}{3}\times\frac{5}{4}\right)\times\frac{2}{9}$

کیا $\frac{2}{3}\times\left(\frac{-6}{7}\times\frac{4}{5}\right)=\left(\frac{2}{3}\times\frac{-6}{7}\right)\times\frac{4}{5}$ ?

کچھ اور ناطق اعداد لیجیے اور ان کی جانچ کیجیے۔

ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ ناطق اعداد کے لیے ضرب کا عمل تلازمی ہے، یعنی کنھیں تین ناطق اعداد $a$، $b$ اور $c$ کے لیے $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

**(d) تقسیم**

یاد کیجیے کہ صحیح اعداد کے لیے تقسیم تلازمی نہیں ہے، تب ناطق اعداد کے بارے میں کیا خیال ہے۔

آیئے دیکھیں اگر $\frac{1}{2}\div\left[\frac{-1}{3}\div\frac{2}{5}\right]=\left[\frac{1}{2}\div\left(\frac{-1}{2}\right)\right]\div\frac{2}{5}$ ہے

ہمیں حاصل ہوتا ہے $\text{LHS}=\frac{1}{2}\div\left[\frac{-1}{3}\div\frac{2}{5}\right]$

$=\frac{1}{2}\div\left(\frac{-1}{3}\times\frac{5}{2}\right)$ ( $\frac{2}{5}$ کا مقلوب $\frac{5}{2}$ ہے )

$=\frac{1}{2}\div\left(-\frac{-5}{6}\right)=\ldots.$

© NCERT not to be republished

### (ii) صحیح اعداد

صحیح اعداد کے لیے چاروں عملوں کی تلازمیت کو درج ذیل جدول میں ظاہر کیا گیا ہے:

| عمل | اعداد | رائے زنی (Remarks) |
|---|---|---|
| جمع | کیا $(-2)+[3+(-4)]$<br>$=[(-2)+3)]+(-4)$?<br>کیا $(-6)+[(-4)+(-5)]$<br>$=[(-6)+(-4)]+(-5)$?<br>کنھیں تین صحیح اعداد $a$، $b$ اور $c$ کے لیے<br>$a+(b+c)=(a+b)+c$ | جمع کا عمل تلازمی ہے |
| تفریق | کیا $5-(7-3)=(5-7)-3$? | تفریق کا عمل تلازمی نہیں ہے |
| ضرب | کیا $5\times[(-7)\times(-8)]$<br>$=[5\times(-7)]\times(-8)$?<br>کیا $(-4)\times[(-8)\times(-5)]$<br>$=[(-4)\times(-8)]\times(-5)$?<br>کنھیں تین صحیح اعداد $a$، $b$ اور $c$ کے لیے<br>$a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$ | ضرب کا عمل تلازمی ہے |
| تقسیم | کیا $[(-10)\div 2]\div(-5)$<br>$=(-10)\div[2\div(-5)]$? | تقسیم کا عمل تلازمی نہیں ہے |

### (iii) ناطق اعداد

#### (a) جمع

ہمارے پاس

$$\frac{-2}{3}+\left[\frac{3}{5}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right]=\frac{-2}{3}+\left(\frac{-7}{30}\right)=\frac{-27}{30}=\frac{-9}{10}$$

$$\left[\frac{-2}{3}+\frac{3}{5}\right]+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{-1}{15}+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{-27}{30}=\frac{-9}{10}$$

اس لیے،
$$\frac{-2}{3}+\left[\frac{3}{5}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right]=\left[\frac{-2}{3}+\frac{3}{5}\right]+\left(\frac{-5}{6}\right)$$

معلوم کیجیے $\frac{-1}{2}+\left[\frac{3}{7}+\left(\frac{-4}{3}\right)\right]$ اور $\left[\frac{-1}{2}+\frac{3}{7}\right]+\left(\frac{-4}{3}\right)$ کیا دونوں حاصل جمع برابر ہیں؟

© NCERT not to be republished

$$= \frac{1}{21} + \left(\frac{-7}{22}\right) = \frac{22-147}{462} = \frac{-125}{462}$$

کیا آپ ایسا سوچتے ہیں کہ تقلیبیت اور تلازمیت کی خصوصیات تحسیب کو آسان بنا دیتی ہیں؟

**مثال 2 :** معلوم کیجیے $\frac{-4}{5} \times \frac{3}{7} \times \frac{15}{16} \times \left(\frac{-14}{9}\right)$

**حل :** ہمارے پاس ہے

$$\frac{-4}{5} \times \frac{3}{7} \times \frac{15}{16} \times \left(\frac{-14}{9}\right)$$

$$= \left(-\frac{4 \times 3}{5 \times 7}\right) \times \left(\frac{15 \times (-14)}{16 \times 9}\right)$$

$$= \frac{-12}{35} \times \left(\frac{-35}{24}\right) = \frac{-12 \times (-35)}{35 \times 24} = \frac{1}{2}$$

اس کو ہم اس طرح بھی حل کر سکتے ہیں۔

$$\frac{-4}{5} \times \frac{3}{7} \times \frac{15}{16} \times \left(\frac{-14}{9}\right)$$

$$= \left(\frac{-4}{5} \times \frac{15}{16}\right) \times \left[\frac{3}{7} \times \left(\frac{-14}{9}\right)\right]$$ (تقلیبیت اور تلازمیت کا استعمال کرنے پر)

$$= \frac{-3}{4} \times \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

### 1.2.4 صفر (0) کی خصوصیت

مندرجہ ذیل پر غور کیجیے۔

$2 + 0 = 0 + 2 = 2$ (مکمل عدد میں صفر کو جمع کرنا)

$-5 + 0 = ... + ... = -5$ (صحیح عدد میں صفر کو جمع کرنا)

$\frac{-2}{7} + ... = 0 + \left(\frac{-2}{7}\right) = \frac{-2}{7}$ (ناطق عدد میں صفر کو جمع کرنا)

اس طرح کی مشق آپ پہلے بھی کر چکے ہیں۔ اسی طرح کی کچھ اور جمع کیجیے۔

آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟ آپ دیکھتے ہیں کہ جب آپ کسی مکمل عدد میں صفر جمع کرتے ہیں تو حاصل جمع وہی مکمل عدد ہوتا ہے۔ یہ اصول صحیح اعداد اور ناطق اعداد کے لیے بھی درست ہے۔

عام طور پر $a + 0 = 0 + a = a$ جہاں $a$ ایک مکمل عدد ہے

© NCERT not to be republished

$$\text{RHS} = \left[\frac{1}{2} \div \left(\frac{-1}{3}\right)\right] \div \frac{2}{5}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{-3}{1}\right) \div \frac{2}{5} = \frac{-3}{2} \div \frac{2}{5} = \ldots.$$

کیا LHS = RHS ہے؟ خود جانچ کیجیے۔ آپ دیکھیں گے کہ ناطق اعداد کے لیے تقسیم کا عمل تلازمی نہیں ہے۔

## کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل جدول کو پُر کیجیے:

| اعداد | تلازمی ہے | | | |
|---|---|---|---|---|
| | جمع کے لیے | تفریق کے لیے | ضرب کے لیے | تقسیم کے لیے |
| ناطق اعداد | ...... | ...... | ...... | نہیں |
| صحیح اعداد | ...... | ...... | ہاں | ...... |
| مکمل اعداد | ہاں | ...... | ...... | ...... |
| طبعی اعداد | ...... | نہیں | ...... | ...... |

**مثال 1 :** معلوم کیجیے $\frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{11}\right) + \left(\frac{-8}{21}\right) + \left(\frac{5}{22}\right)$

**حل :** $\frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{11}\right) + \left(\frac{-8}{21}\right) + \left(\frac{5}{22}\right)$

$$= \frac{198}{462} + \left(\frac{-252}{462}\right) + \left(\frac{-176}{462}\right) + \left(\frac{105}{462}\right)$$ (نوٹ کیجیے کہ 7، 11، 21 اور 22 کا LCM 462 ہے)

$$= \frac{198 - 252 - 176 + 105}{462} = \frac{-125}{462}$$

اسے ہم اس طرح بھی حل کر سکتے ہیں۔

$$\frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{11}\right) + \left(\frac{-8}{21}\right) + \frac{5}{22}$$

$$= \left[\frac{3}{7} + \left(\frac{-8}{21}\right)\right] + \left[\frac{-6}{11} + \frac{5}{22}\right]$$ (تقلیبیت اور تلازمیت کا استعمال کرنے پر)

$$= \left[\frac{9 + (-8)}{21}\right] + \left[\frac{-12 + 5}{22}\right]$$ (7 اور 21 کا LCM 21 ہے؛ 11 اور 22 کا LCM 22 ہے)

© NCERT not to be republished

مزید، $\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}=0$ (کیسے؟)

اسی طرح، $\frac{-8}{9}+\cdots=\cdots+\left(\frac{-8}{9}\right)=0$

$$\ldots+\left(\frac{-11}{7}\right)=\left(\frac{-11}{7}\right)+\ldots=0$$

عام طور پر ناطق عدد $\frac{a}{b}$، کے لیے ہمارے پاس $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=\left(-\frac{a}{b}\right)+\frac{a}{b}=0$ ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ $\frac{a}{b}$ کا جمعی معکوس $-\frac{a}{b}$ ہے اور $\left(-\frac{a}{b}\right)$ کا جمعی معکوس $\frac{a}{b}$ ہے۔

### 1.2.7 مقلوب (Reciprocal)

آپ $\frac{8}{21}$ کو کس ناطق عدد سے ضرب کریں گے کہ حاصل ضرب 1 ہو؟ ظاہر ہے کہ وہ عدد $\frac{21}{8}$ ہے، کیوں کہ $\frac{8}{21}\times\frac{21}{8}=1$

اسی طرح سے $\frac{-5}{7}$ کو $\frac{7}{-5}$ سے ضرب دیں تو 1 حاصل ہوگا۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ $\frac{21}{8}$ کا مقلوب $\frac{8}{21}$ ہے اور $\frac{-5}{7}$ کا مقلوب $\frac{7}{-5}$ ہے۔

کیا آپ 0 (صفر) کا مقلوب بتا سکتے ہیں؟ کیا کوئی ایسا ناطق عدد ہے جس کو صفر سے ضرب دینے پر 1 حاصل ہوتا ہو؟ لہٰذا، صفر کا کوئی مقلوب نہیں ہوتا۔

ہم کہتے ہیں کہ ناطق عدد $\frac{c}{d}$ دوسرے غیر صفر ناطق عدد $\frac{a}{b}$ کا ضربی معکوس ہے اگر $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=1$ ہے۔

### 1.2.8 ناطق اعداد کی جمع کے لیے ضرب کی تقسیمی خصوصیت

اس خصوصیت کو سمجھنے کے لیے ناطق اعداد $\frac{-3}{4}$، $\frac{2}{3}$ اور $\frac{-5}{6}$ پر غور کیجیے۔

$$\frac{-3}{4}\times\left\{\frac{2}{3}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right\}=\frac{-3}{4}\times\left\{\frac{(4)+(-5)}{6}\right\}$$

$$=\frac{-3}{4}\times\left(\frac{-1}{6}\right)=\frac{3}{24}=\frac{1}{8}$$

مزید $\frac{-3}{4}\times\frac{2}{3}=-\frac{-3\times2}{4\times3}=\frac{-6}{12}=\frac{-1}{2}$

اور $\frac{-3}{4}\times\frac{-5}{6}=\frac{5}{8}$

اس لیے $\left(\frac{-3}{4}\times\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{-3}{4}\times\frac{-5}{6}\right)=\frac{-1}{2}+\frac{5}{8}=\frac{1}{8}$

© NCERT not to be republished

جہاں $b$ ایک صحیح عدد ہے $\qquad b + 0 = 0 + b = b$

جہاں $c$ ایک ناطق عدد ہے $\qquad c + 0 = 0 + c = c$

صفر ناطق اعداد کے جمع کے عمل کا تماثلہ (Identity) کہلاتا ہے۔ یہ صحیح اعداد اور مکمل اعداد کا بھی جمعی تماثلہ ہے۔

### 1.2.5 '1' کی خصوصیت

ہمارے پاس ہے

(مکمل عدد کی 1 سے ضرب) $\qquad 5 \times 1 = 5 = 1 \times 5$

$$\frac{-2}{7} \times 1 = .... \times .... \frac{-2}{7}$$

$$\frac{3}{8} \times .... = 1 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$$

آپ کو کیا حاصل ہوتا ہے؟

آپ دیکھتے ہیں کہ جب آپ کسی بھی ناطق عدد کو 1 سے ضرب کرتے ہیں تو حاصل ضرب کے طور پر آپ کو بالکل وہی ناطق عدد حاصل ہوتا ہے۔ آپ کچھ اور ناطق اعداد لے کر اس کی جانچ کیجیے۔ آپ دیکھیں گے کہ کسی بھی ناطق عدد $a$ کے لیے $a \times 1 = 1 \times a = a$ ہے۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ 1 ناطق اعداد کا ضربی تماثلہ ہے۔

کیا 1 صحیح اعداد کا ضربی تماثلہ ہے؟ مکمل اعداد کا بھی؟

**سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے**

اگر کوئی خصوصیت ناطق اعداد کے لیے درست ہے تو کیا یہ صحیح اعداد کے لیے بھی درست ہوگی؟ کیا مکمل اعداد کے لیے بھی؟ کس کے لیے درست ہوگی؟ کس کے لیے نہیں ہوگی؟

### 1.2.6 ایک عدد کا منفی

منفی اعداد کا مطالعہ کرتے وقت آپ کا سابقہ صحیح اعداد کے منفی سے ہوا ہوگا۔ 1 کا منفی کیا ہے؟ یہ $-1$ ہے کیوں کہ

$$1 + (-1) = (-1) + 1 = 0$$

اس لیے، $(-1)$ کا منفی کیا ہوگا؟ یہ 1 ہوگا۔

مزید $2 + (-2) = (-2) + 2 = 0$ ہے، اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ 2، $-2$ کا منفی یا **جمعی معکوس** ہے۔ عام طور پر کسی بھی صحیح عدد $a$ کے لیے ہمارے پاس $a + (-a) = (-a) + a = 0$ ہے؛ اس لیے $a$ منفی ہے $-a$ کا اور $a$ کا منفی $-a$ ہے۔

ناطق عدد $\frac{2}{3}$ کے لیے، ہمارے پاس ہے

$$\frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2 + (-2)}{3} = 0$$

**مثال 5 :** معلوم کیجیے $\frac{2}{5}\times\frac{-3}{7}-\frac{1}{14}-\frac{3}{7}\times\frac{3}{5}$

**حل :**

$$\frac{2}{5}\times\frac{-3}{7}-\frac{1}{14}-\frac{3}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}\times\frac{-3}{7}-\frac{3}{7}\times\frac{3}{5}-\frac{1}{14}$$ (تقلیبیت کی رو سے)

$$=\frac{2}{5}\times\frac{-3}{7}+\left(\frac{-3}{7}\right)\times\frac{3}{5}-\frac{1}{14}$$

$$=\frac{-3}{7}\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\right)-\frac{1}{14}$$ (تقسیمی خصوصیت کی رو سے)

$$=\frac{-3}{7}\times1-\frac{1}{14}=\frac{-6-1}{14}=\frac{-1}{2}$$

## مشق 1.1

.1 مناسب خصوصیات کا استعمال کر کے معلوم کیجیے۔

(i) $-\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{5}{2}-\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{2}{5}\times\left(-\frac{3}{7}\right)-\frac{1}{6}\times\frac{3}{2}+\frac{1}{14}\times\frac{2}{5}$

.2 مندرجہ ذیل میں ہر ایک کا جمعی معکوس معلوم کیجیے۔

(i) $\frac{2}{8}$ (ii) $\frac{-5}{9}$ (iii) $\frac{-6}{-5}$ (iv) $\frac{2}{-9}$ (v) $\frac{19}{-6}$

.3 تصدیق کیجیے کہ $-(-x)=x$

(i) $x=\frac{11}{15}$ کے لیے (ii) $x=-\frac{13}{17}$ کے لیے

.4 مندرجہ ذیل کا ضربی معکوس معلوم کیجیے۔

(i) $-13$ (ii) $\frac{-13}{19}$ (iii) $\frac{1}{5}$ (iv) $\frac{-5}{8}\times\frac{-3}{7}$

(v) $-1\times\frac{-2}{5}$ (iv) $-1$

.5 مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے لیے استعمال کی ہوئی ضرب کے تحت خصوصیت کا نام بتائیے۔

(i) $\frac{-4}{5}\times1=1\times\frac{-4}{5}=-\frac{4}{5}$ (ii) $-\frac{13}{17}\times\frac{-2}{7}=\frac{-2}{7}\times\frac{-13}{17}$

(iii) $\frac{-19}{29}\times\frac{29}{-19}=1$

.6 $\frac{6}{13}$ کو $\frac{-7}{16}$ کے مقلوب سے ضرب کیجیے۔

© NCERT not to be republished

اس طرح $\frac{-3}{4}\times\left[\frac{2}{3}+\frac{-5}{6}\right]=\left(\frac{-3}{4}\times\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{-3}{4}\times\frac{-5}{6}\right)$

**جمع اور تفریق پر ضرب کی تقسیمی خصوصیت۔**
تمام ناطق اعداد $a$، $b$ اور $c$ کے لیے
$a(b+c)=ab+ac$
$a(b-c)=ab-ac$

## کوشش کیجیے

تقسیمی خصوصیت کا استعمال کر کے حل کیجیے۔ (i) $\left\{\frac{7}{5}\times\left(\frac{-3}{12}\right)\right\}+\left\{\frac{7}{5}\times\frac{5}{12}\right\}$ (ii) $\left\{\frac{9}{16}\times\frac{4}{12}\right\}+\left\{\frac{9}{16}\times\frac{-3}{9}\right\}$

**مثال 3 :** مندرجہ ذیل کا جمعی معکوس معلوم کیجیے :

(i) $\frac{-7}{19}$ (ii) $\frac{21}{112}$

جب ہم جمع اور تفریق پر ضرب کی تقسیمی خصوصیت استعمال کرتے ہیں تو حاصل ضرب کو دو حاصل ضربوں کے حاصل جمع یا حاصل فرق میں تقسیم کرتے ہیں۔

**حل :**

(i) $\frac{-7}{19}$ کا جمعی معکوس $\frac{7}{19}$ ہے کیوں کہ $\frac{-7}{19}+\frac{7}{19}=\frac{-7+7}{19}=\frac{0}{19}=0$

(ii) $\frac{21}{112}$ کا جمعی معکوس $\frac{-21}{112}$ ہے (جانچ کیجیے!)

**مثال 4 :** تصدیق کیجیے کہ $-(-x)$ اور $x$ یکساں ہیں

(i) $x=\frac{13}{17}$ (ii) $x=\frac{-21}{31}$

**حل :** (i) ہمارے پاس ہے، $x=\frac{13}{17}$

$x=\frac{13}{17}$ کا جمعی معکوس $-x=\frac{-13}{17}$ ہے کیوں کہ $\frac{13}{17}+\left(\frac{-13}{17}\right)=0$

اس مساوات $\frac{13}{17}+\left(\frac{-13}{17}\right)=0$، سے معلوم ہوتا ہے کہ $\frac{-13}{17}$ کا جمعی معکوس $\frac{13}{17}$ ہے۔

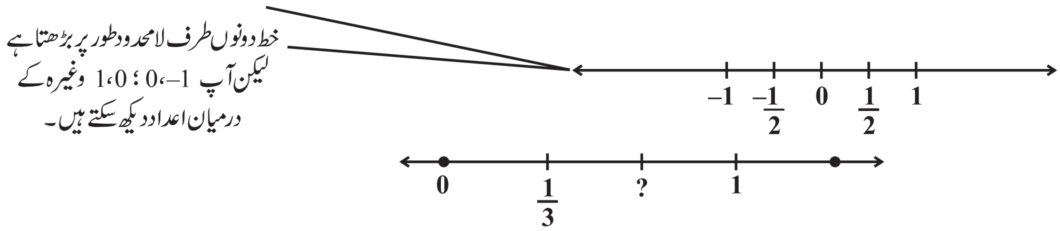
یا $\frac{13}{17}=-\left(\frac{-13}{17}\right)$ یعنی $-(-x)=x$

(ii) $x=\frac{-21}{31}$ کا جمعی معکوس $-x=\frac{21}{31}$ ہے کیوں کہ $\frac{-21}{31}+\frac{21}{31}=0$ ہے۔

اس طرح مساوات $\frac{-21}{31}+\frac{21}{31}=0$ سے معلوم ہوتا ہے کہ $\frac{21}{31}$ کا جمعی معکوس $\frac{-21}{31}$ ہے، یعنی $-(-x)=x$

© NCERT not to be republished

## ناطق اعداد

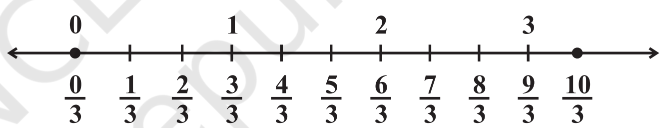



(iv)

(v)

عددی خط (iv) پر جو نقطہ 0 اور 1 کے بالکل درمیان میں ہے وہ $\frac{1}{2}$ ہے۔اس طرح سے 0 اور 1 کے درمیان کے فاصلہ کو تین برابر حصوں میں بانٹنے والا پہلا نقطہ $\frac{1}{3}$ کو ظاہر کرتا ہے۔جیسا کے خط (v) میں دکھایا گیا ہے۔آپ عددی خط (v) پر اس تقسیم کے دوسرے نقطے کو کیا نام دیں گے؟

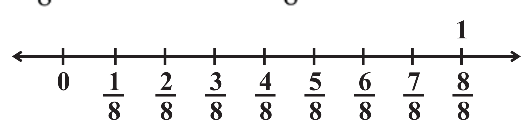
یہ نقطہ 0 کے دائیں طرف نقط 0 سے $\frac{1}{3}$ کے مقابلہ میں دوگنے فاصلہ پر ہے یعنی یہ $\frac{2}{3}$ ہے۔اسی طرح سے آپ مساوی فاصلوں پر موجود باقی نقطوں کو آسانی سے لکھ سکتے ہیں۔اسے آگے بڑھاتے ہوئے اگلا نشان 1 ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ 1 ایسا ہی ہے جیسا کہ $\frac{3}{3}$ اس کے بعد $\frac{4}{3}$، $\frac{5}{3}$، $\frac{6}{3}$ (یا 2)، $\frac{7}{3}$ اور آگے خط (vi) پر دکھائے گئے ہیں۔




(vi)

اسی طرح $\frac{1}{8}$ کو ظاہر کرنے کے لیے آپ عددی خط کو 8 برابر حصوں میں بانٹ لیجیے، جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔

ہم اس تقسیم کے پہلے نقطے کو $\frac{2}{8}$ کہتے ہیں اور تیسرے نقطے کو $\frac{3}{8}$ اور اسی طرح آگے بھی جیسا کہ خط (vii) میں ظاہر کیا گیا ہے۔




(vii)

ہم کسی بھی ناطق عدد کو اسی طرح عددی خط پر ظاہر کر سکتے ہیں۔ناطق اعداد میں بٹے کے نشان کے نیچے والا عدد یعنی نصب نما اس عدد کو ظاہر کرتا ہے۔ جتنے مساوی حصوں میں پہلی اکائی کو بانٹا جاتا ہے۔ بٹے کے نشان کا اوپری عدد یعنی شمار کنندہ اس بات کو ظاہر کرتا ہے کہ ایسے کتنے حصہ لیے گئے ہیں۔اس لیے عدد $\frac{4}{9}$ کا مطلب ہے 0 کے دائیں طرف نو حصوں کے چار (عددی خط viii) $\frac{-7}{4}$ کے لیے ہم صفر کے بائیں طرف $\frac{1}{4}$ فاصلہ 7 حصے کے بناتے ہیں اور 0 سے شروع کرتے ہیں۔

ساتواں نشان $\frac{-7}{4}$ ظاہر کرے گا [عددی خط (ix)]۔

© NCERT not to be republished

7. کس خصوصیت کی مدد سے آپ $\frac{1}{3}\times\left(6\times\frac{4}{3}\right)$ کو $\left(\frac{1}{3}\times 6\right)\times\frac{4}{3}$ کی طرح حل کر سکتے ہیں۔

8. کیا $-1\frac{1}{8}$ کا ضربی معکوس $\frac{8}{9}$ ہے؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

9. کیا $3\frac{1}{3}$ کا ضربی معکوس 0.3 ہے؟ کیوں یا کیوں نہیں؟

10. لکھیے۔

(i) ایک ایسا ناطق عدد جس کا مقلوب نہیں ہے۔

(ii) ایک ایسا ناطق عدد جو اپنے مقلوب کے مساوی ہو۔

(iii) ایک ایسا ناطق عدد جو اپنے منفی کے برابر ہو۔

11. خالی جگہوں کو پُر کیجیے؟

(i) صفر کا مقلوب ________ ہے۔

(ii) اعداد ________ اور ________ خود کے مقلوب ہیں۔

(iii) $-5$ کا مقلوب ________ ہے۔

(iv) $\frac{1}{x}$ کا مقلوب، جب کہ $x \neq 0$ ________ ہے۔

(v) دو ناطق اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ ________ ہوتا ہے۔

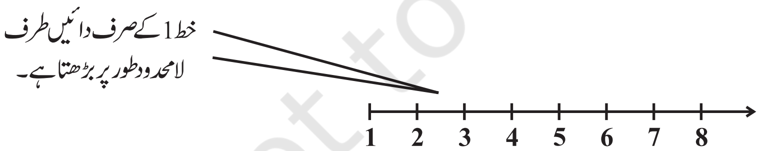
(vi) ایک مثبت ناطق عدد کا مقلوب ________ ہوتا ہے۔

## 1.3 عددی خط پر ناطق اعداد کا اظہار

آپ طبعی اعداد، مکمل اعداد، صحیح اعداد اور ناطق اعداد کو عددی خط پر ظاہر کرنا سیکھ چکے ہیں۔ آیئے اس کو دوہرائیں۔

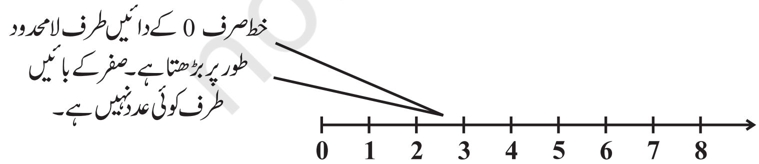
**طبعی اعداد**

(i)



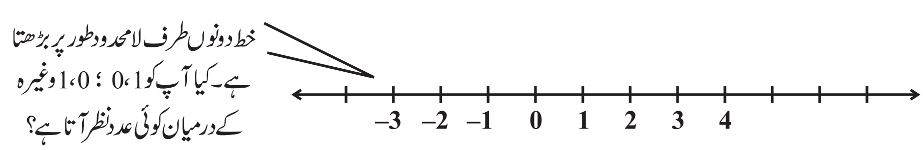

**مکمل اعداد**

(ii)




**صحیح اعداد**

(iii)




© NCERT not to be republished

$\frac{3001}{10000}$، $\frac{3002}{10000}$، ....، $\frac{6998}{10000}$ $\frac{6999}{10000}$، ناطق اعداد ہیں۔ ان کی کل تعداد 3999 ہے۔

اسی طرح سے ہم $\frac{3}{10}$ اور $\frac{7}{10}$ کے درمیان لامحدود ناطق اعداد معلوم کر سکتے ہیں۔ اس لیے صحیح اعداد اور طبعی اعداد کی طرح دو ناطق اعداد کے درمیان اعداد کی تعداد متعین نہیں ہے۔ یہاں کچھ اور مثالیں دی ہیں۔

$\frac{-1}{10}$ اور $\frac{3}{10}$ کے درمیان کتنے ناطق اعداد ہو سکتے ہیں؟

ظاہر ہے $\frac{0}{10}$، $\frac{1}{10}$، $\frac{2}{10}$ دیے ہوئے اعداد کے درمیان ناطق اعداد ہیں۔

اگر ہم $\frac{-1}{10}$ کو $\frac{-10000}{100000}$ اور $\frac{3}{10}$ کو $\frac{30000}{100000}$ لکھیں تو ہمیں $\frac{-1}{10}$ اور $\frac{3}{10}$ کے درمیان $\frac{-9999}{100000}$، $\frac{-9998}{100000}$، ....، $\frac{-29998}{100000}$، $\frac{29999}{100000}$ ناطق اعداد حاصل ہوتے ہیں۔

آپ یہ دیکھ سکتے ہیں کہ دیے گئے دو ناطق اعداد کے درمیان لامحدود ناطق اعداد ہو تے ھیں۔

**مثال 6 :** 2– اور 0 کے درمیان کوئی 3 ناطق اعداد لکھیے۔

**حل :** 2– کو ہم $\frac{-20}{10}$ اور 0 کو $\frac{0}{10}$ لکھ سکتے ہیں۔

اس طرح 2 – اور 0 کے درمیان $\frac{-19}{10}$، $\frac{-18}{10}$، $\frac{-17}{10}$، $\frac{-16}{10}$، $\frac{-15}{10}$، .....، $\frac{-1}{10}$ حاصل ہوتے ہیں۔

آپ ان میں سے کنھیں تین کا انتخاب کر سکتے ہیں۔

**مثال 7 :** $\frac{-5}{6}$ اور $\frac{5}{8}$ کے درمیان کوئی 10 ناطق اعداد معلوم کیجیے۔

**حل :** پہلے ہم $\frac{-5}{6}$ اور $\frac{5}{8}$ کو یکساں نسب نما والے ناطق اعداد میں تبدیل کرتے ہیں۔

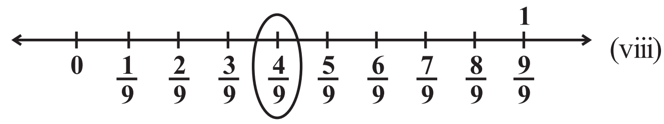
$$\frac{5\times 3}{8\times 3}=\frac{15}{24} \quad \text{اور} \quad \frac{-5\times 4}{6\times 4}=\frac{-20}{24}$$

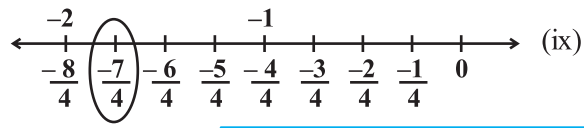
اس طرح ہمارے پاس $\frac{-20}{24}$ اور $\frac{15}{24}$ کے درمیان ناطق اعداد $\frac{-19}{24}$، $\frac{-18}{24}$، $\frac{-17}{24}$، .....، $\frac{14}{24}$ ہیں۔

ان میں سے آپ کنھیں دس کا انتخاب کر سکتے ہیں۔

**دوسرا طریقہ**

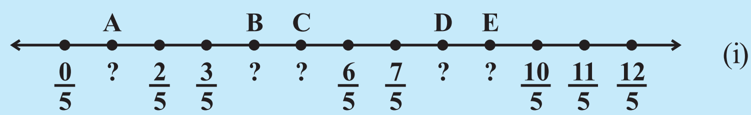
آیئے 1 اور 2 کے درمیان ناطق اعداد معلوم کریں۔ ان میں سے ایک 1.5 یا $1\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{2}$ ہے۔ یہ 1 اور 2 کا اوسط ہے۔ آپ ساتویں جماعت میں اوسط کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔

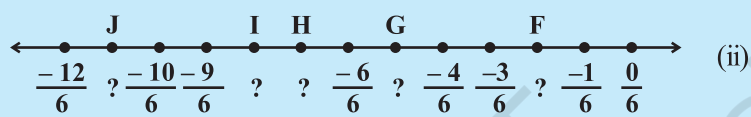



## کوشش کیجیے

حروف سے ظاہر ہونے والے ہر نقطے کا ناطق عدد لکھیے۔




## 1.4 دو ناطق اعداد کے درمیان ناطق اعداد

کیا آپ 1 اور 5 کے درمیان تمام طبعی اعداد بتا سکتے ہیں؟ یہ 2، 3 اور 4 ہیں۔

7 اور 9 کے درمیان کتنے طبعی اعداد ہیں؟ صرف ایک اور وہ 8 ہے۔

10 اور 11 کے درمیان کتنے طبعی اعداد ہیں؟ ظاہر ہے کوئی نہیں۔

–5 اور 4 کے درمیان موجود تمام صحیح اعداد کی فہرست بنائیے۔ یہ –4، –3، –2، –1، 0، 1، 2، 3 ہیں۔

–1 اور 1 کے درمیان کتنے صحیح اعداد ہیں؟

–9 اور –10 کے درمیان کتنے صحیح اعداد ہیں؟

آپ دو طبعی اعداد کے درمیان ایک متعین طبعی اعداد معلوم کر سکتے ہیں۔

$\frac{3}{10}$ اور $\frac{7}{10}$ کے درمیان کتنے ناطق اعداد ہیں؟

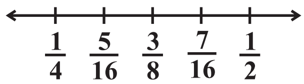
آپ نے سوچا ہوگا کہ صرف $\frac{4}{10}$، $\frac{5}{10}$ اور $\frac{6}{10}$ ہی ہیں۔

لیکن آپ $\frac{3}{10}$ کو $\frac{30}{100}$ اور $\frac{7}{10}$ کو $\frac{70}{100}$ لکھ سکتے ہیں۔ اب اعداد، $\frac{31}{100}$، $\frac{32}{100}$، $\frac{33}{100}$، ...، $\frac{68}{100}$، $\frac{69}{100}$، تمام $\frac{3}{10}$ اور $\frac{7}{10}$ کے درمیان ہیں۔ ایسے ناطق اعداد کی تعداد 39 ہے۔

اسی طرح $\frac{3}{10}$ کو $\frac{3000}{10,000}$ اور $\frac{7}{10}$ کو $\frac{7000}{10,000}$ لکھا جا سکتا ہے۔ اب ہم دیکھتے ہیں کہ $\frac{3}{10}$ اور $\frac{7}{10}$ کے درمیان

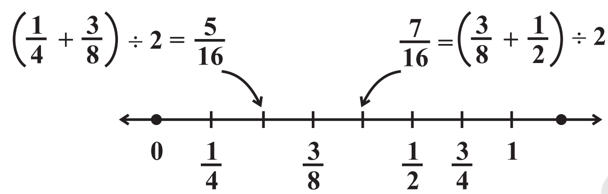
© NCERT not to be republished

اس طرح ہمیں حاصل ہوتا ہے $\frac{1}{4} < \frac{5}{16} < \frac{3}{8} < \frac{7}{16} < \frac{1}{2}$




لہٰذا، $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{2}$ کے درمیان $\frac{5}{16}$ ، $\frac{3}{8}$ ، $\frac{7}{16}$ تین ناطق اعداد ہیں۔

اس کو ہم عددی خط پر درج ذیل طریقے سے ظاہر کر سکتے ہیں:




اسی طریقے سے ہم دیے ہوئے دو ناطق اعداد کے درمیان جتنے چاہیں ناطق اعداد حاصل کر سکتے ہیں۔ آپ نے غور کیا ہوگا کہ دو ناطق اعداد کے درمیان لامحدود ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

## مشق 1.2

1. ان اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیجیے (i) $\frac{7}{4}$ (ii) $\frac{-5}{6}$

2. $\frac{-9}{11}$ ، $\frac{-5}{11}$ ، $\frac{-2}{11}$ کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

3. 2 سے چھوٹے پانچ ناطق اعداد لکھیے۔

4. $\frac{-2}{5}$ اور $\frac{1}{2}$ کے درمیان دس ناطق اعداد معلوم کیجیے۔

5. مندرجہ ذیل کے درمیان پانچ ناطق اعداد معلوم کیجیے۔

(i) $\frac{2}{3}$ اور $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{-3}{2}$ اور $\frac{5}{3}$ (iii) $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{2}$

6. –2 سے بڑے 5 ناطق اعداد لکھیے۔

7. $\frac{3}{5}$ اور $\frac{3}{4}$ کے درمیان دس ناطق اعداد معلوم کیجیے۔

© NCERT not to be republished

ہم دیکھتے ہیں کہ دیے ہوئے دو اعداد کے درمیان ضروری نہیں ہے کہ ہمیں صحیح اعداد ہی ملیں بلکہ اُن کے درمیان ہمیشہ ایک ناطق عدد ہوتا ہے۔

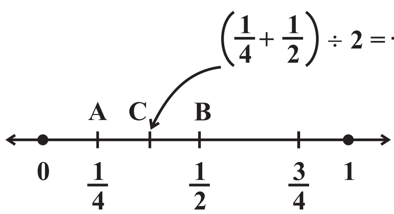
دو ناطق اعداد کے درمیان ناطق عدد معلوم کرنے کے لیے اوسط کا تصور بھی استعمال کر سکتے ہیں۔

**مثال 8 :** $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{2}$ کے درمیان ایک ناطق عدد معلوم کیجیے۔

**حل :** ہم دیے ہوئے ناطق اعداد کا اوسط معلوم کرتے ہیں۔

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)\div 2=\left(\frac{1+2}{4}\right)\div 2=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$$

$\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{2}$ کے درمیان $\frac{3}{8}$ واقع ہے۔




اسے ہم عددی خط پر بھی تلاش کر سکتے ہیں۔

ہم AB کا وسطی نقطہ C معلوم کرتے ہیں جو $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)\div 2=\frac{3}{8}$ کو ظاہر کرتا ہے۔

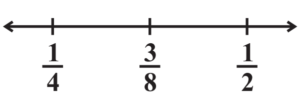
ہم دیکھتے ہیں کہ $\frac{1}{4}<\frac{3}{8}<\frac{1}{2}$ ہے۔

اگر $a$ اور $b$ دو ناطق اعداد ہیں تب $a$ اور $b$ کے درمیان ایک ناطق عدد $\frac{a+b}{2}$ ہے جیسے $a<\frac{a+b}{2}<b$

اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ دو ناطق اعداد کے درمیان لامحدود ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

**مثال 9 :** $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{2}$ کے درمیان تین ناطق اعداد معلوم کیجیے۔

**حل :** ہم دیے ہوئے ناطق اعداد کا اوسط معلوم کرتے ہیں۔




جیسا کہ مندرجہ بالا مثال میں دیا گیا ہے یہ اوسط $\frac{3}{8}$ ہے اور $\frac{1}{4}<\frac{3}{8}<\frac{1}{2}$

اب ہم $\frac{1}{4}$ اور $\frac{3}{8}$ کے درمیان ایک ناطق عدد معلوم کرتے ہیں۔ اس کے لیے ہم ایک مرتبہ پھر $\frac{1}{4}$ اور $\frac{3}{8}$ کا اوسط معلوم کرتے ہیں۔ یعنی

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right)\div 2=\frac{5}{8}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{16}$$

$$\frac{1}{4}<\frac{5}{16}<\frac{3}{8}<\frac{1}{2}$$

اب $\frac{3}{8}$ اور $\frac{1}{2}$ کا اوسط معلوم کرتے ہیں۔ ہمارے پاس $\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\right)\div 2=\frac{7}{8}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{16}$ ہے۔

© NCERT not to be republished

## ہم نے کیا سیکھا؟

1. ناطق اعداد عملیات جمع، گھٹا اور ضرب کے تحت بندشی ہیں۔
2. عملیات جمع اور ضرب
 (i) ناطق اعداد کے لیے تقلیبی ہیں۔
 (ii) ناطق اعداد کے لیے تلازمی ہیں۔
3. ناطق عدد کے لیے ناطق عدد 0 جمعی تماثلہ ہے
4. ناطق عدد 1 ناطق اعداد کا ضربی تماثلہ ہے۔
5. ناطق عدد $\frac{a}{b}$ کا جمعی معکوس $-\frac{a}{b}$ ہے اور اس کے برعکس بھی درست ہے۔
6. ناطق عدد $\frac{a}{b}$ کا مقلوب یا ضربی معکوس $\frac{c}{d}$ ہوتا ہے اگر $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$ ہو۔
7. ناطق اعداد کی تقسیم پذیری: سبھی ناطق اعداد $a$ ، $b$ اور $c$ کے لیے،
 $a(b+c) = ab + ac$ اور $a(b-c) = ab - ac$
8. ناطق اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیا جا سکتا ہے۔
9. دیے گئے دو ناطق اعداد کے درمیان لامحدود اعداد ہوتے ہیں۔ اوسط یا درمیانہ (Mean) کے تصور سے ہم دو ناطق اعداد کے درمیان ناطق عدد معلوم کر سکتے ہیں۔

© NCERT not to be republished