باب
11

مساحت

4817CH11

11.1 تعارف

ہم معلوم کر چکے ہیں کہ کسی بھی بند مستوی شکل کی حدود کے چاروں طرف کی دوری اس کا احاطہ کہلاتا ہے اور اس کے ذریعے گھرے ہوئے حصّے کو اس کا رقبہ کہتے ہیں۔ ہم مثلث، مستطیل، دائرہ وغیرہ مختلف مستوی شکلوں کا احاطہ اور رقبہ معلوم کر چکے ہیں۔ ہم مستطیل نما شکلوں کے کناروں یا پگڈنڈیوں (Pathways) کا رقبہ معلوم کرنا بھی سیکھ چکے ہیں۔

اس باب میں ہم چار ضلعی جیسی دوسری بند شکلوں کے رقبہ اور احاطوں سے متعلق مسئلوں کو حل کرنے کی کوشش کریں گے۔

ہم مکعب، کعب نما اور اسطوانہ جیسے ٹھوس کے سطحی رقبہ اور حجم کے بارے میں بھی معلوم کرنے کی کوشش کریں گے۔

11.2 آیئے اعادہ کریں

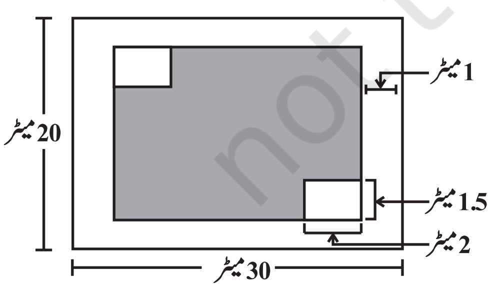
ہم اپنی سابقہ معلومات کو دوہرانے کے لیے ایک مثال پر غور کرتے ہیں۔

یہ ایک مستطیل نما باغیچے کی شکل ہے (شکل 11.1) جس کی لمبائی 30 میٹر اور چوڑائی 20 میٹر ہے۔

(i) اس باغیچے کو چاروں طرف سے گھیرنے والی باڑ کی لمبائی کیا ہے؟ باڑ کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ہمیں اس باغیچے کا احاطہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے جو 100 میٹر ہے۔ (جانچ کیجیے)

(ii) باغیچے نے کتنی زمین گھیری ہوئی ہے؟ اس باغیچے کے ذریعہ گھیری گئی زمین معلوم کرنے کے لیے ہمیں باغیچے کا رقبہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے جو 600 مربع میٹر ہے (مربع میٹر) (کیسے؟)

(iii) باغیچے کے احاطہ کے ساتھ ساتھ اندر کی طرف ایک میٹر چوڑا راستہ بھی ہے۔ جس پر فرش بنوانا ہے۔ اگر 4 مربع میٹر رقبہ پر فرش بنوانے کے لیے ایک بوری سیمنٹ کی ضرورت ہوتی ہے تو اس پورے راستے پر فرش بنوانے کے لیے سیمنٹ کی کل کتنی بوریوں کی ضرورت ہوگی؟



شکل 11.1

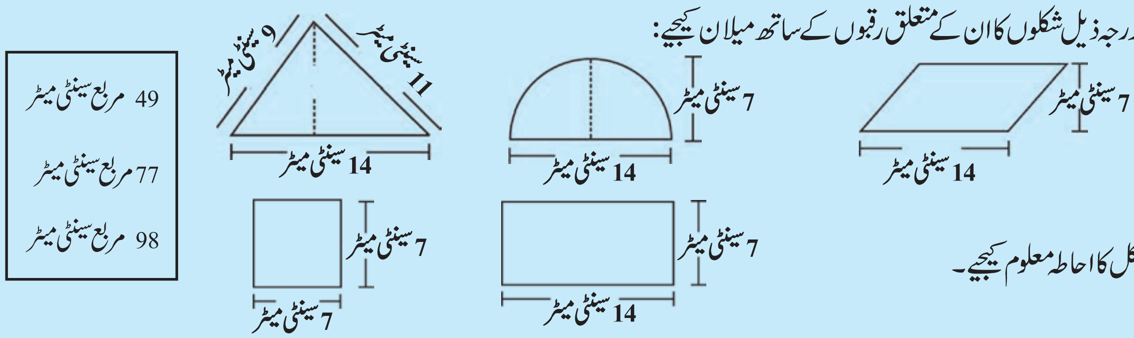
ہم کہہ سکتے ہیں کہ استعمال کی گئی سیمنٹ کی بوریوں کی تعداد = $\dfrac{\text{راستے کا رقبہ}}{\text{ایک بوری سیمنٹ سے بنائے گئے فرش کا رقبہ}}$

© NCERT not to be republished

کوشش کیجیے

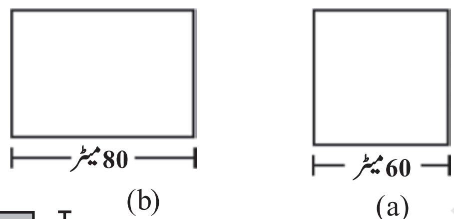
(a) مندرجہ ذیل شکلوں کا ان کے متعلق رقبوں کے ساتھ میلان کیجیے:

(b) ہر شکل کا احاطہ معلوم کیجیے۔

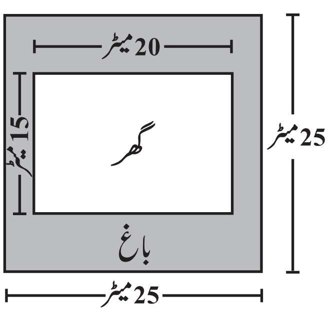


مشق 11.1

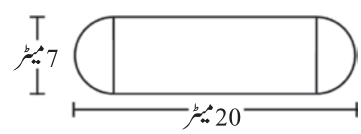
.1 ایک مربع اور مستطیل نما میدان جن کی پیمائش شکل میں دی گئی ہے، کا احاطہ یکساں ہے۔ کس میدان کا رقبہ زیادہ ہے؟



.2 محترمہ کوشک کے پاس شکل میں دکھائی گئی پیمائش کا ایک مربع نما پلاٹ ہے۔ وہ پلاٹ کے درمیان میں گھر بنانا چاہتی ہیں۔ گھر کے چاروں طرف ایک باغ بنایا گیا ہے۔ 55 روپیے فی مربع میٹر کی شرح سے گھر کے چاروں طرف اس باغ کو بہتر بنانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

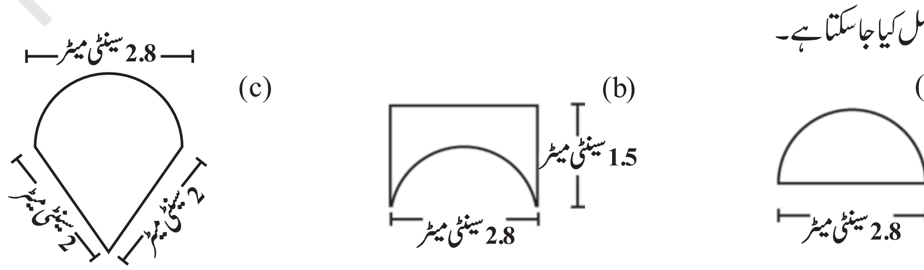


.3 جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے، ایک باغیچے کی شکل بیچ میں سے مستطیل نما اور کناروں پر نصف دائری ہے اس باغیچے کا رقبہ اور احاطہ معلوم کیجیے [باغیچہ کی لمبائی $20-(3.5+3.5)$ میٹر ہے]



.4 فرش کی ایک ٹائل متوازی الاضلاع شکل کی ہے جس کا اساس 24 سینٹی میٹر اور اس کی اونچائی 10 سینٹی میٹر ہے۔ 1080 مربع میٹر رقبہ کے ایک فرش کو پوری طرح ڈھکنے کے لیے ایسے کتنے ٹائلوں کی ضرورت ہے؟
(فرش کے کونوں کو بھرنے کے لیے ضرورت کے مطابق آپ ٹائلوں کو کسی بھی شکل میں توڑ سکتے ہیں)۔

.5 ایک چیونٹی فرش پر بکھری ہوئی مختلف شکلوں کی کھانے کی چیزوں کے ٹکڑوں کے چاروں طرف گھوم رہی ہے۔ چیونٹی کو کھانے کی چیزوں کے کس ٹکڑے کے لیے لمبا چکر لگانا پڑے گا؟ یاد کیجیے، دائرہ کا محیط $c = 2\pi r$ ہے جہاں r نصف قطر ہے، کی مدد سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔



© NCERT not to be republished

سیمنٹ سے بننے والے راستے کا رقبہ = باغیچے کا رقبہ — باغیچے کا وہ رقبہ جس پر سیمنٹ نہیں ہوا ہے۔

راستے کی چوڑائی 1 میٹر ہے، اس لیے وہ مستطیل نما رقبہ جس پر فرش نہیں کرایا گیا ہے $(30-2)\times(20-2)$ مربع میٹر۔

وہ 28×18 مربع میٹر ہے۔

اس لیے، استعمال کی گئی سیمنٹ کی بوریوں کی تعداد= ----------------

(iv) جیسا خاکے (شکل 11.1) میں دکھایا گیا ہے کہ اس باغیچے میں پھولوں کی دو مستطیل نما کیاریاں ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کی پیمائش 2 میٹر×1.5 میٹر ہے اور باقی باغیچے کے اوپر گھاس ہے۔ گھاس سے گھرا ہوا رقبہ معلوم کیجیے۔

مستطیل نما کیاریوں کا رقبہ = -----------------

راستہ پر فرش کرانے کے بعد باغیچے کا بچا ہوا رقبہ= -----------------

اگر ہمیں ضروری پیمائش دی ہوئی ہے تو ہم مستطیلوں کے علاوہ کچھ اور جیومیٹریائی شکلوں یا سائز کا بھی رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔

مندرجہ ذیل کو دوہرانے کی کوشش کیجیے اور میلان کیجیے:

ڈائیگرام	شکل	رقبہ
	مستطیل	$a\times a$
	مربع	$b\times h$
	مثلث	πb^2
	متوازی الاضلاع	$\frac{1}{2}\,b\times h$
	دائرہ	$a\times b$

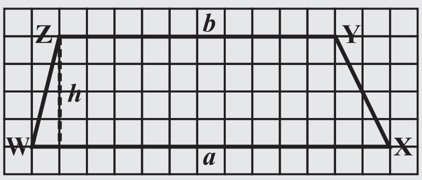
کیا آپ درج بالا اشکال کے احاطے کے فارمولے لکھ سکتے ہیں؟

© NCERT not to be republished

.2 اگر $h = 10$ سینٹی میٹر، $c = 6$ سینٹی میٹر، $b = 12$ سینٹی میٹر اور $d = 4$ سینٹی میٹر ہے تو اس کے ہر حصے کی قدریں الگ الگ معلوم کیجیے، اور انھیں جمع کر کے WXYZ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ عبارت $\frac{h(a+b)}{2}$ میں h، a اور b کی قدر رکھ کر اس کی تصدیق کیجیے۔

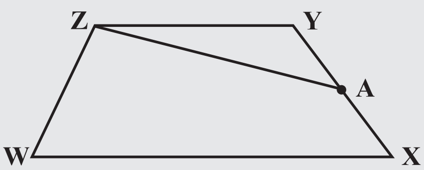
اسے کیجیے

.1 ایک گراف پیپر پر کوئی منحرف WXYZ بنائیے جیسا کہ (شکل 11.5) میں دکھایا گیا ہے اور اسے کاٹ کر نکال لیجیے۔



شکل 11.5

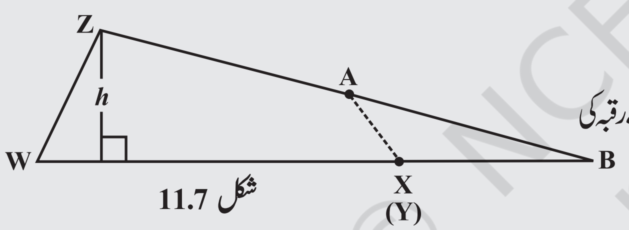
.2 اس کے ایک ضلع کو موڑ کر XY کا وسطی نقطہ معلوم کیجیے اور اس کو A نام دیجیے (شکل 11.6)۔



شکل 11.6

.3 ZA کے ہمراہ کاٹتے ہوئے منحرف WXYZ کو دو حصوں میں بانٹیے۔ شکل 11.7 میں دکھائے گئے طریقے کے مطابق ΔZYA کو وہاں رکھیے جہاں AY کو AX پر رکھا گیا ہے۔

بڑے مثلث کے قاعدہ کی لمبائی کیا ہے؟ اس مثلث کے رقبہ کی عبارت لکھیے (شکل 11.7)۔



شکل 11.7

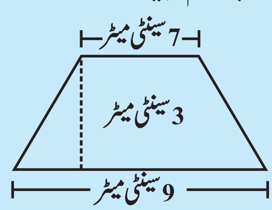
.4 اس مثلث کا رقبہ اور منحرف WXYZ کا رقبہ برابر ہے (کیسے؟)۔ مثلث کے رقبہ کی عبارت کا استعمال کرتے ہوئے منحرف کے رقبہ کی عبارت حاصل کیجیے۔

منحرف کا رقبہ حاصل کرنے کے لیے ہمیں متوازی ضلعوں کی لمبائی اور دو متوازی ضلعوں کے درمیان عمودی فاصلے کی ضرورت ہے۔ متوازی ضلعوں کی لمبائیوں کا حاصل جمع اور ان کے درمیان عمودی فاصلے کے حاصل ضرب کے نصف سے ہم منحرف کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔

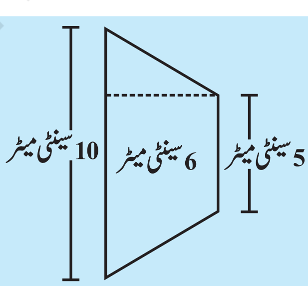
کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل منحرفوں کے رقبہ معلوم کیجیے (شکل 11.8)

(i)

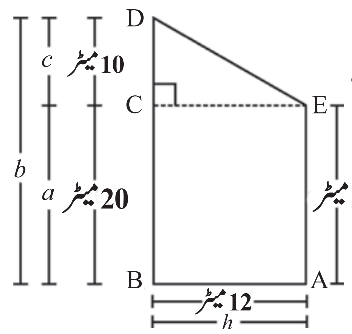


(ii)



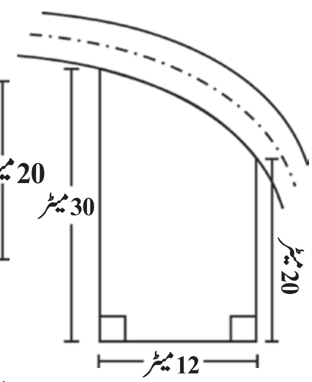
شکل 11.8

11.3 منحرف کا رقبہ



شکل 11.3

($b = c + a = 30$ میٹر)



شکل 11.2

ناظمہ نے سڑک کے نزدیک ایک پلاٹ خریدا (شکل 11.2)۔ اس پلاٹ کی شکل پڑوس کے دوسرے مستطیل نما پلاٹوں کی طرح نہیں ہے، بلکہ پلاٹ میں مقابل اضلاع کا صرف ایک جوڑا متوازی ہے۔ اس لیے یہ تقریباً منحرف کی شکل کا ہے۔ کیا آپ اس کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں؟

آیئے جیسا شکل 11.3 سے ظاہر ہوتا ہے ہم اس پلاٹ کے راسوں کو نام دیتے ہیں۔

$EC \parallel AB$ کھینچ کر ہم اسے دو حصوں میں بانٹ سکتے ہیں۔ اس میں ایک شکل مستطیل نما ہے اور دوسری مثلث نما، (جو C پر قائم زاویہ بناتا ہے)، جیسا کہ شکل 11.3 سے ظاہر ہوتا ہے۔

ΔECD کا رقبہ $= \frac{1}{2} h \times c = \frac{1}{2} \times 12 \times 10 = 60$ مربع میٹر

مستطیل ABCE کا رقبہ $= h \times a = 12 \times 20 = 240$ مربع میٹر

منحرف ABDE کا رقبہ $=$ ΔECD کا رقبہ $+$ مستطیل ABCE کا رقبہ $= 240 + 60 = 300$ مربع میٹر

ہم دونوں رقبوں کو ملا کر منحرف کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں، جیسے

ABDE کا رقبہ $= \frac{1}{2} h \times c + h \times a = h\left(\frac{c}{2} + a\right)$

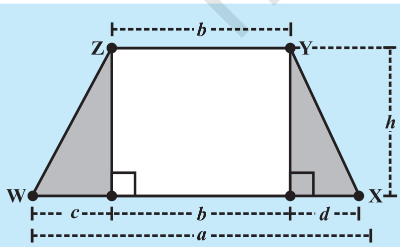
$= \left(\frac{c+2a}{2}\right) h = \left(\frac{c+a+a}{2}\right) h$

$= h\frac{(b+a)}{2} =$ اونچائی $\frac{\text{(متوازی الاضلاع کا احاطہ)}}{2}$

اس عبارت میں h, b اور a کی قیمت رکھنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے: $h\frac{(b+a)}{2} = 300$ مربع میٹر

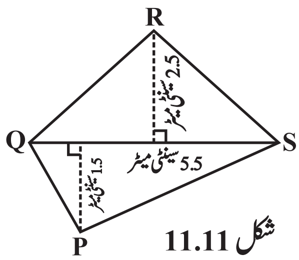
کوشش کیجیے

1. ناظمہ کی بہن کے پلاٹ کی شکل بھی منحرف ہے۔ اس کو تین حصوں میں تقسیم کیجیے جیسا کہ (شکل 11.4) سے ظاہر ہوتا ہے۔ دکھایئے کہ منحرف WXYZ کا رقبہ $= h\frac{(a+b)}{2}$



شکل 11.4

© NCERT not to be republished



شکل 11.11

رقبہ $= \frac{1}{2} d(h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2} \times 5.5 \times (2.5 + 1.5)$ مربع سینٹی میٹر

$= \frac{1}{2} \times 5.5 \times 4$ مربع سینٹی میٹر $= 11$ مربع سینٹی میٹر

کوشش کیجیے

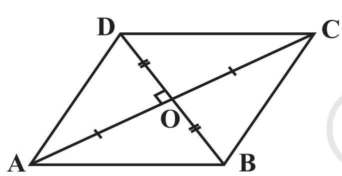
ہم جانتے ہیں کہ متوازی الاضلاع ایک چار ضلعی بھی ہے۔ آیئے اس طرح کے ایک متوازی الاضلاع کو بھی ہم دو مثلثوں میں بانٹیں۔ دونوں مثلثوں کا رقبہ معلوم کریں اور اسی طرح متوازی الاضلاع کا بھی۔ کیا یہ فارمولہ اوپر نکالے گئے فارمولے سے مطابقت رکھتا ہے؟ (شکل 11.12)

شکل 11.12

11.4.1 مخصوص چار ضلعی کا رقبہ

مثلثوں میں بانٹنے والے اس طریقہ کو ہم معین کے رقبہ کا فارمولہ معلوم کرنے میں استعمال کر سکتے ہیں (جسے ہم مثلثی پیمائش کہتے ہیں)۔ شکل 11.13 میں ABDC ایک معیّن ہے۔ اس لیے، اس کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہیں۔

معیّن ABCD کا رقبہ = (ΔACD کا رقبہ) + (ΔABC کا رقبہ)



شکل 11.13

$= (\frac{1}{2} \times AC \times OD) + (\frac{1}{2} \times AC \times OB) = \frac{1}{2} AC \times (OD + OB)$

$= \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} d_1 \times d_2$ (یہاں $AC = d_1$ اور $BD = d_2$)

دوسرے لفظوں میں معیّن کا رقبہ اس کے وتروں کے حاصل ضرب کا نصف ہوتا ہے۔

مثال 2 : ایک ایسے معیّن کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے وتروں کی لمبائی 10 سینٹی میٹر اور 8.2 سینٹی میٹر ہے۔

حل : معین کا رقبہ $= \frac{1}{2} d_1 d_2$ یہاں d_1 اور d_2 وتر ہیں

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 8.2$ مربع سینٹی میٹر $= 41$ مربع سینٹی میٹر

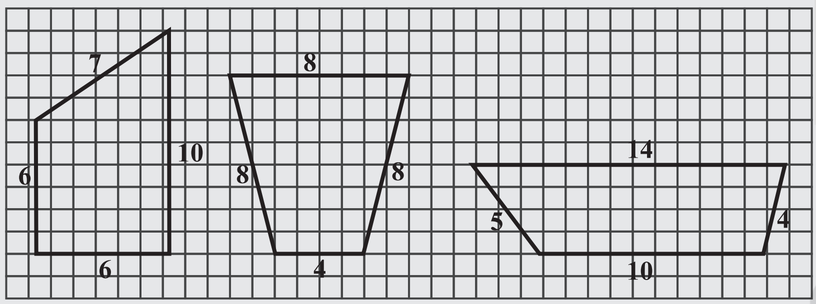
سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

ایک متوازی الاضلاع کا وتر کھینچ کر اسے دو متماثل مثلثوں میں بانٹ سکتے ہیں۔ کیا ہم ایک منحرف کو بھی دو متماثل مثلثوں میں بانٹ سکتے ہیں؟

© NCERT not to be republished

اسے کیجیے

ساتویں جماعت میں ہم مختلف احاطوں لیکن مساوی رقبہ والے چار ضلعی کی تشکیل کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ کیا یہ منحرف کے لیے بھی ممکن ہے؟ جانچ کیجیے کہ مندرجہ ذیل منحرف کے رقبے مساوی ہیں لیکن ان کے احاطے مختلف ہیں (شکل 11.9)



شکل 11.9

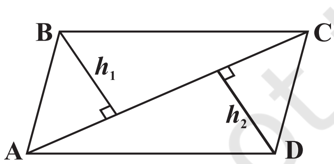
ہم جانتے ہیں کہ سبھی متماثل شکلوں کے رقبے مساوی ہوتے ہیں۔ کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ مساوی رقبوں والی شکلیں متماثل بھی ہوتی ہیں؟ کیا یہ شکلیں متماثل ہیں؟

ایک مربع نما کاغذ پر کم سے کم تین ایسے منحرف کھینچیے جن کے احاطے مساوی ہوں لیکن رقبہ غیر مساوی ہوں۔

11.4 عمومی چار ضلعی کا رقبہ

ایک عمومی چار ضلعی کو ایک وتر کھینچ کر دو مثلثوں میں بانٹا جاسکتا ہے۔ یہ بانٹنے کا کام عمومی چار ضلعی کے لیے فارمولہ معلوم کرنے میں معاون ہوتا ہے۔ دی ہوئی شکل 11.10 پر غور کیجیے

چار ضلعی ABCD کا رقبہ



شکل 11.10

= (ΔABC کا رقبہ) + (ΔADC کا رقبہ)

$= (\frac{1}{2} AC \times h_1) + (\frac{1}{2} AC \times h_2)$

$= (\frac{1}{2} AC \times (h_1 + h_2)$

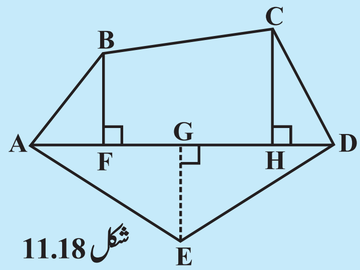
$= \frac{1}{2} d(h_1 + h_2)$ یہاں d وتر AC کی لمبائی ظاہر کرتا ہے۔

مثال 1 : شکل 11.11 میں دکھائے گئے چار ضلعی PQRS کا رقبہ معلوم کیجیے

حل : یہاں $d = 5.5$ سینٹی میٹر، $h_1 = 2.5$ سینٹی میٹر، $h_2 = 1.5$ سینٹی میٹر ہے

© NCERT not to be republished

اگر AF = 3 سینٹی میٹر، AG = 4 سینٹی میٹر، AH = 6 سینٹی میٹر، AD = 8 سینٹی میٹر اور BF = 2 سینٹی میٹر
EG = 2.5 سینٹی میٹر، CH = 3 سینٹی میٹر ہے تو اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔



شکل 11.18

کثیر ضلعی ABCDE کا رقبہ = ΔAFB کا رقبہ + ...

ΔAFB کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times AF \times BF = ... = \frac{1}{2} \times 3 \times 2$

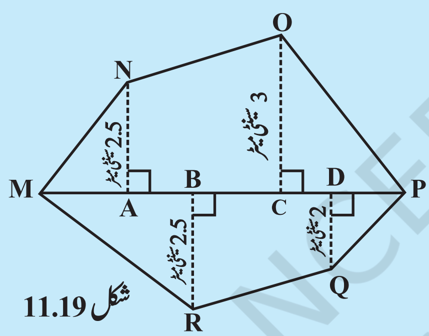
منحرف FBCH کا رقبہ = $FH \times \frac{(BF+CH)}{2}$

$= 3 \times \frac{(2+3)}{2}$ [FH = AH – AF]

ΔCHD کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times HD \times CH = ...;$ ΔADE کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times AD \times GE = ...$

اس لیے کثیر ضلعی ABCDE کا رقبہ = ...

(iii) کثیر ضلعی MNOPQR (شکل 11.19) کا رقبہ بتایئے، اگر
MC = 6 سینٹی میٹر، MD = 7 سینٹی میٹر، MP = 9 سینٹی میٹر،
MB = 4 سینٹی میٹر، MA = 2 سینٹی میٹر ہے۔
NA, OC, QD اور RB وتر MP پر عمود ہیں۔



شکل 11.19

مثال 1 : ایک منحرف کی شکل کے میدان کا رقبہ 480 مربع میٹر ہے، دو متوازی ضلعوں کے درمیان کا فاصلہ 15 میٹر ہے اور ایک متوازی ضلع 20 میٹر ہے۔ دوسرا متوازی ضلع معلوم کیجیے۔

حل : منحرف کا ایک متوازی ضلع $a = 20$ میٹر ہے۔ مان لیجیے دوسرا متوازی ضلع b ہے اور اونچائی $h = 15$ میٹر۔

منحرف کا دیا ہوا رقبہ = 480 مربع میٹر

منحرف کا رقبہ = $\frac{1}{2} h (a + b)$

اس لیے $480 = \frac{1}{2} \times 15 \times (20 + b)$ یا $\frac{480 \times 2}{15} = 20 + b$

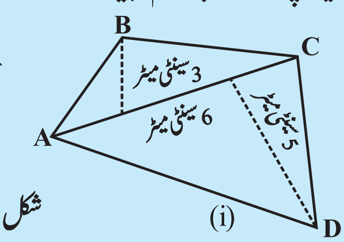
یا $64 = 20 + b$ یا $b = 44$ میٹر

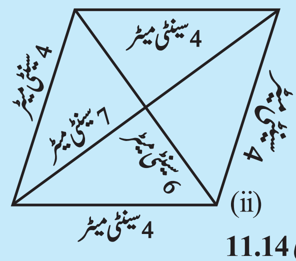
لہٰذا منحرف کا دوسرا متوازی ضلع 44 میٹر ہے۔

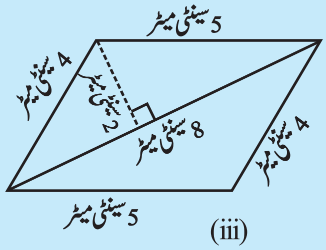
مثال 2 : ایک معین کا رقبہ 240 مربع سینٹی میٹر ہے۔ اگر اس کے ایک وتر کی لمبائی 16 سینٹی میٹر ہو تو دوسرے کی لمبائی وتر معلوم کیجیے۔

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل چار ضلعی کا رقبہ معلوم کیجیے



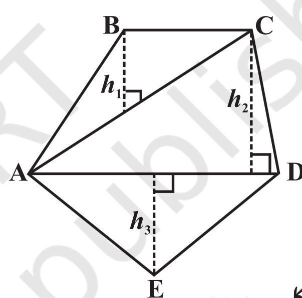




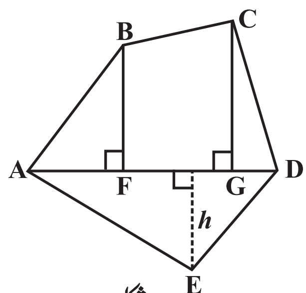
شکل 11.14

11.5 کثیر ضلعی کا رقبہ

ہم ایک چار ضلعی کو مثلثوں میں تقسیم کرتے ہیں اور اس کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔ کثیر ضلعی کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے اسی طریقے کا استعمال کیا جا سکتا ہے۔ ایک پانچ ضلعی کے لیے مندرجہ ذیل پر غور کیجیے : (شکل 11.5، 11.6)



شکل 11.15



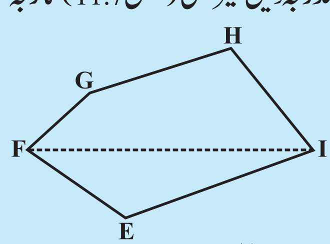
شکل 11.16

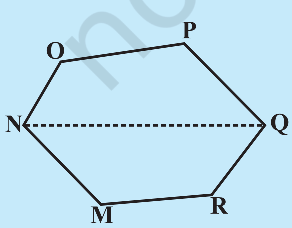
وتر AC اور AD کو ملانے پر پانچ ضلعی ABCDE کو تین حصوں میں بانٹا گیا ہے۔ اس لیے، ABCDE کا رقبہ = Δ ABC کا رقبہ + Δ ACD کا رقبہ + Δ AED کا رقبہ۔

ایک وتر AD اور اس پر دو عمود BF اور CG کو بناتے ہوئے پانچ ضلعی ABCDE کو چار حصوں میں بانٹا گیا ہے۔ اس لیے ABCDE کا رقبہ = قائم مثلث Δ AFB کا رقبہ + منحرف BFGC کا رقبہ + قائم مثلث Δ CGD کا رقبہ + Δ AED کا رقبہ (منحرف BFGC کے متوازی الاضلاع کی شناخت کیجیے)۔

کوشش کیجیے

(i) مندرجہ ذیل کثیر ضلعی (شکل 11.7) کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے انھیں مختلف حصوں (مثلث اور منحرف) میں تقسیم کیجیے۔





شکل 11.17

FI کثیر ضلعی EFGHI کا ایک وتر ہے

NQ کثیر ضلعی MNOPQR کا ایک وتر ہے

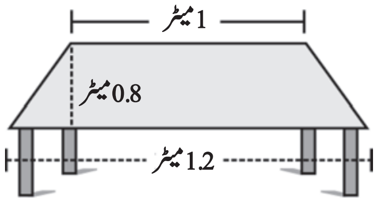
(ii) کثیر ضلعی ABCDE کو مندرجہ ذیل حصوں میں بانٹا گیا ہے، جیسا کہ (شکل 11.18) میں دکھایا گیا ہے۔

© NCERT not to be republished

مستطیل MNPR کا رقبہ = $5 \times 8 = 40$ مربع سینٹی میٹر

اب مسدس MNOPQR کا رقبہ = $12 + 12 + 40 = 64$ مربع سینٹی میٹر

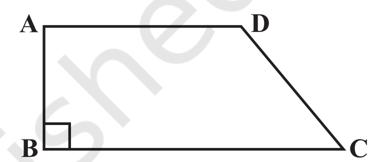
مشق 11.2

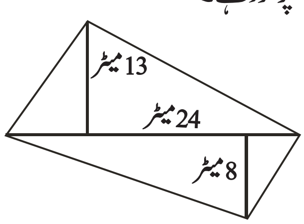


1. ایک میز کی اوپری سطح منحرف کی شکل کی ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے اگر اس کے متوازی ضلعوں کی لمبائیاں 1 میٹر اور 1.2 میٹر ہیں اور ان کے درمیان کا عمودی فاصلہ 0.8 میٹر ہے۔

2. ایک منحرف کا رقبہ 34 مربع سینٹی میٹر، اس کے ایک متوازی ضلع کی لمبائی 10 سینٹی میٹر اور اونچائی 4 سینٹی میٹر ہے۔ دوسرے متوازی ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

3. ایک منحرف کی شکل والے میدان ABCD کی لمبائی 120 میٹر ہے۔ اگر CD = 17 میٹر، BC = 48 میٹر اور AD = 40 میٹر ہے تو میدان کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ضلع AB، متوازی ضلعوں AD اور BC پر عمود ہے۔



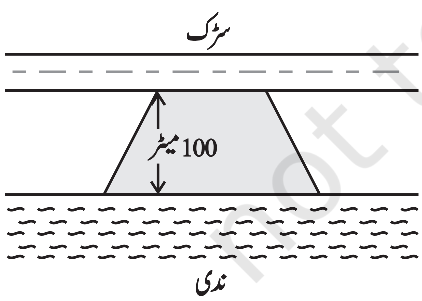


4. ایک چار ضلعی شکل کے میدان کا وتر 24 میٹر ہے اور مقابل راسوں سے اس پر ڈالے گئے عمودوں کی لمبائیاں 8 میٹر اور 13 میٹر ہیں۔ میدان کا رقبہ معلوم کیجیے۔

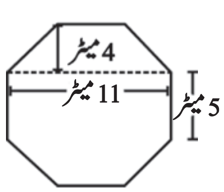
5. ایک معین کے وتروں کی لمبائی 7.5 سینٹی میٹر اور 12 سینٹی میٹر ہے۔ اس معین کا رقبہ معلوم کیجیے؟

6. ایک معین کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے ضلع کی لمبائی 5 سینٹی میٹر اور ارتفاع 4.8 سینٹی میٹر ہے۔ اگر اس کا ایک وتر 8 سینٹی میٹر لمبا ہے تو دوسرے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

7. کسی عمارت کے فرش میں 3000 ٹائل لگے ہوئے ہیں جو معین کی شکل کے ہیں اور اس میں ہر ایک کے وتر کی لمبائی 45 سینٹی میٹر اور 30 سینٹی میٹر ہے۔ 4 روپے فی مربع میٹر شرح سے فرش کی پالش کا خرچ معلوم کیجیے۔



8. موہن منحرف کی شکل کا ایک کھیت خریدنا چاہتا ہے۔ اس کھیت کی ندی کے ساتھ کے ضلع کی لمبائی روڈ کے ہمراہ کی لمبائی کی دوگنی اور متوازی ہے۔ اگر اس میدان کا رقبہ 10500 مربع میٹر ہے اور دو متوازی ضلعوں کے درمیان کا عمودی فاصلہ 100 میٹر ہے۔ تو ندی کے ہمراہ اس کی لمبائی معلوم کیجیے۔



9. ایک اونچے پلیٹ فارم کی اوپری سطح کی شکل ایک منظّم 8 ضلعی کی سی ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ 8 ضلعی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

10. ایک پانچ ضلعی پارک ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

© NCERT not to be republished

حل : مان لیجیے ایک وتر d_1 کی لمبائی = 16 سینٹی میٹر

اور دوسرے وتر کی لمبائی = d_2

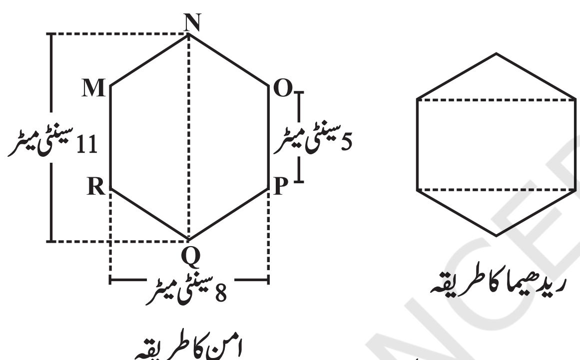
منحرف کا رقبہ = $\frac{1}{2} d_1 \times d_2 = 240$

اس لیے $\frac{1}{2} 16 \cdot d_2 = 240$

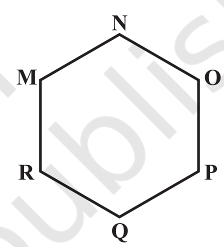
اس لیے d_2 = 30 سینٹی میٹر

اس طرح دوسرے وتر کی لمبائی 30 سینٹی میٹر ہے۔

مثال 3 : 5 سینٹی میٹر ضلعی والا ایک مسدس MNOPQR (شکل 11.20) ہے۔ امن اور ریدھیما نے اسے دو مختلف طریقوں سے تقسیم کیا (شکل 11.21) دونوں حالتوں میں مسدس کا رقبہ معلوم کیجیے۔



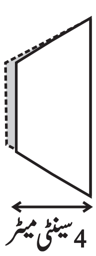
شکل 11.21



شکل 11.20

حل : امن کا طریقہ:

چوں کہ یہ ایک مسدس ہے اس لیے 'NQ' مسدس کو دو متماثل منحرفوں میں تقسیم کرتا ہے۔ آپ اس کی تصدیق کاغذ موڑ کر کر سکتے ہیں (شکل 11.22)۔



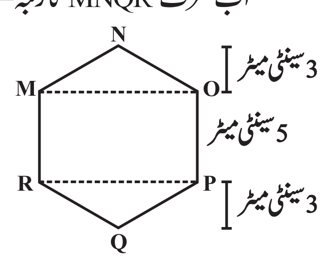
شکل 11.22

اب منحرف MNQR کا رقبہ = $4 \times \frac{(11+5)}{2} = 4 \times 16 = 2 \times 32 = 32$ مربع سینٹی میٹر

اس لیے مسدس MNOPQR کا رقبہ = $2 \times 32 = 64$ مربع سینٹی میٹر

ریدھیما کا طریقہ:

ΔMNO اور ΔRPQ متماثل مثلث ہیں جن کا ارتفاع 3 سینٹی میٹر ہے (شکل 11.23)۔



شکل 11.23

آپ دونوں مثلثوں کو کاٹ کر ان کو ایک دوسرے کے اوپر رکھ کر تصدیق کر سکتے ہیں۔

ΔMNO کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$ مربع سینٹی میٹر = ΔRPQ کا رقبہ

کعب نما ڈبہ

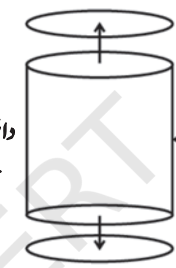
مکعب نما ڈبہ

سبھی چھ رخ مستطیل نما ہیں اور مقابل رخ یکساں ہیں۔ اس لیے تینوں رخوں کے جوڑے یکساں ہیں۔

سبھی چھ رخ مربعے اور یکساں ہیں

ایک خمیدہ سطح اور دو دائری رخ جو یکساں ہیں۔

اسطوانی ڈبہ



اب ایک وقت میں ایک ہی قسم کے ڈبے کو لیجیے۔ اس کے سبھی رخوں کو کاٹیے۔ ہر ایک رخ کی شکل کو دیکھیے اور یکساں رخوں کو ایک دوسرے کے اوپر رکھ کر ڈبے کے رخوں کی تعداد معلوم کیجیے۔ اپنے مشاہدات نوٹ کیجیے۔

کیا آپ نے مندرجہ ذیل پر غور کیا ہے:

اسطوانہ کے متماثل دائری رخ ایک دوسرے کے متوازی ہیں (شکل 11.26)۔ غور کیجیے کہ دائری رخوں کے وسطی نقطوں کو ملانے والا قطع خط قاعدہ پر عمود ہے۔ ایسے اسطوانہ **قائم دائری اسطوانہ** کہلاتے ہیں ہم صرف اسی قسم کے اسطوانہ کے بارے میں بحث کریں گے حالاں کہ دوسری قسم کے اسطوانے بھی ہوتے ہیں۔ (شکل 11.27)۔

شکل 11.26
(یہ ایک قائم دائری اسطوانہ ہے)

شکل 11.27
یہ ایک قائم دائری اسطوانہ نہیں ہے۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

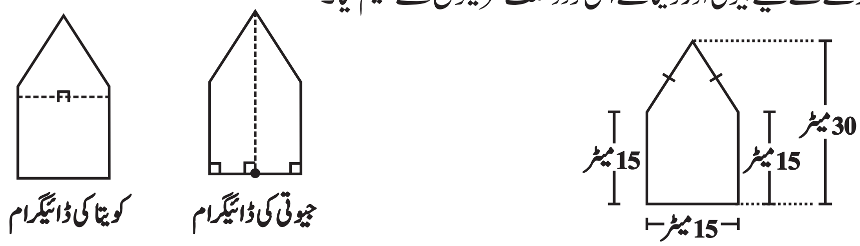
متصل شکل میں دکھائے گئے ٹھوس کو اسطوانہ کہنا کیوں غلط ہے؟

11.7 مکعب، مکعب نما اور اسطوانہ کا سطحی رقبہ

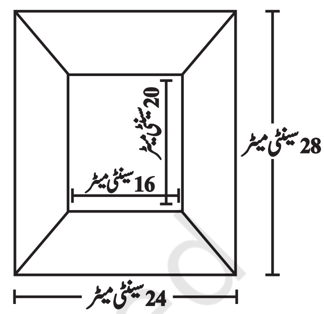
عمران، مونیکا اور جسپال بالترتیب یکساں اونچائی والے مکعب نما، مکعبی اور اسطوانے ڈبوں کو رنگ رہے ہیں (شکل 11.28)۔

© NCERT not to be republished

اس کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے جیوتی اور کویتا نے اس کو دو مختلف طریقوں سے تقسیم کیا۔



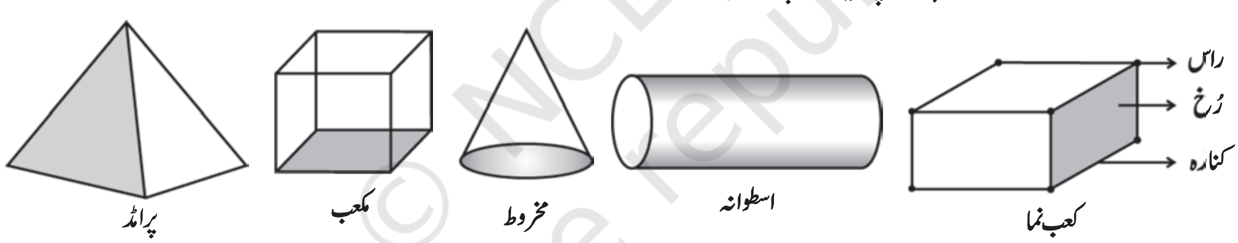
دونوں حالتوں میں پارک کا رقبہ معلوم کیجیے۔ کیا آپ رقبہ معلوم کرنے کا کوئی اور طریقہ بھی تجویز کر سکتے ہیں۔



.11 متصل تصویری فریم کے باہری ابعاد=28 سینٹی میٹر×24 سینٹی میٹر ہیں اور اندرونی ابعاد=20 سینٹی میٹر× 16 سینٹی میٹر ہیں۔ فریم کے ہر حصّے کا رقبہ معلوم کیجیے اگر ہر حصے کی چوڑائی یکساں ہے۔

11.6 ٹھوس اشکال

پچھلی جماعتوں میں آپ پڑھ چکے ہیں کہ ہم دو ابعادی شکلوں کو تین ابعادی شکلوں کے رخ کی شکل میں پہچان سکتے ہیں۔ ہم جن ٹھوسوں کا مشاہدہ کر چکے ہیں ان پر غور کیجیے (شکل 11.24)۔



شکل 11.24

مشاہدہ کیجیے کہ ان میں سے بعض شکلوں کے دو یا دو سے زیادہ یکساں (متماثل) رخ ہیں۔ ان کے نام بتایئے۔ کس ٹھوس کے تمام رخ متماثل ہیں؟

اسے کیجیے

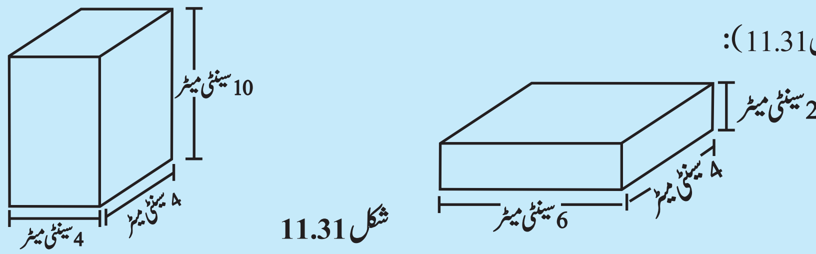
بازار میں صابن، کھلونے، پیسٹ، اسنیکس (Snacks) وغیرہ اکثر کعب نما، مکعب نما یا اسطوانہ پیکٹوں میں ملتے ہیں۔ ایسے کچھ ڈبوں کو جمع کیجیے (شکل 11.25)۔

شکل 11.25

© NCERT not to be republished

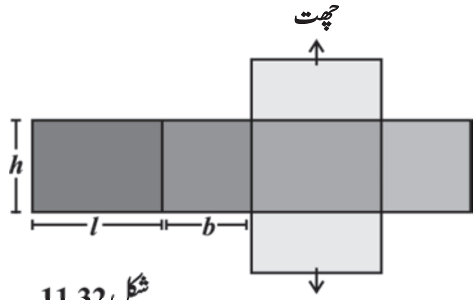
کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل مکعب نما کا رقبہ معلوم کیجیے (شکل 11.31):



شکل 11.31

- مکعب نما کی دیواریں (اوپری اور نچلی سطح کے سوا) خمیدہ سطح کا رقبہ دیتی ہیں۔ مثال کے طور پر جس مکعب نما کمرے میں آپ بیٹھے ہوئے ہیں اس کمرے کی چار دیواری کا کل رقبہ کمرے کی خمیدہ سطح کا رقبہ کہلاتا ہے (شکل 11.32)۔ اس لیے مکعب نما کی خمیدہ سطح کا رقبہ $2(h \times l + b \times h)$ یا $2h(l + b)$ کے ذریعہ حاصل کیا جاتا ہے۔



شکل 11.32

اسے کیجیے

(i) ایک مکعب نما ڈسٹر (جسے آپ کے استاد کلاس میں استعمال کرتے ہیں) کی خمیدہ سطح کو بھورے رنگ کے کاغذ کی پٹی سے اس طرح ڈھکیے کہ یہ ڈسٹر کی خمیدہ سطح کو ٹھیک طرح سے ڈھک لے۔ پھر کاغذ کو ہٹائیے اور کاغذ کے رقبہ کی پیمائش کیجیے۔ کیا یہ ڈسٹر کی خمیدہ سطح کا رقبہ ہے؟

(ii) اپنی کلاس کے کمرے کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی ناپیے اور مندرجہ ذیل کو معلوم کیجیے:

(a) کھڑکیوں اور دروازوں کے رقبہ کو چھوڑ کر کمرے کا کل سطحی رقبہ۔

(b) اس کمرے کی خمیدہ سطح کا رقبہ۔

(c) کمرے کا کل وہ رقبہ جس پر سفیدی ہونی ہے۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

1. کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ مکعب نما کا کل سطحی رقبہ = خمیدہ سطح کا رقبہ + 2 × قاعدہ کا رقبہ؟

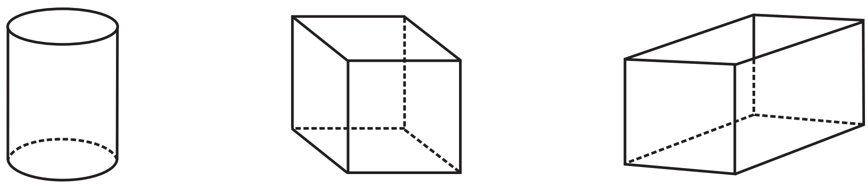
2. اگر ہم کسی کعب نما (شکل 11.33(i)) کی اونچائی اور قاعدہ کی لمبائی کو ایک دوسرے سے بدل کر ایک دوسرا مکعب نما (شکل 11.33(ii)) حاصل کر لیں تو کیا خمیدہ سطح کا رقبہ بدل جائے گا؟

(ii)

(i)

شکل 11.33

© NCERT not to be republished



شکل 11.28

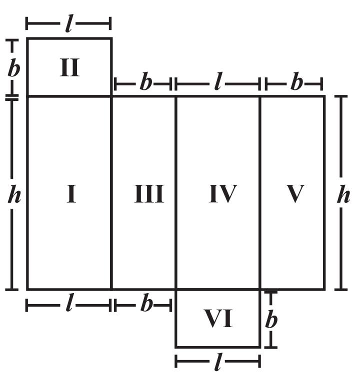
وہ یہ معلوم کرنے کی کوشش کر رہے ہیں کہ کس نے زیادہ رقبہ میں رنگ بھرا ہے۔ ہری نے مشورہ دیا کہ ہر ڈبے کا سطحی رقبہ معلوم کرنے کے بعد ہی فیصلہ ہوسکتا ہے۔

کل سطحی رقبہ معلوم کرنے کے لیے ہر ڈبے کا رقبہ معلوم کیجیے اور ان کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔ کسی ٹھوس کا سطحی رقبہ اس کے رخوں کے رقبوں کا حاصل جمع ہوتا ہے۔ مزید وضاحت کے لیے ہم ہر ایک شکل کا باری باری سے ذکر کرتے ہیں۔

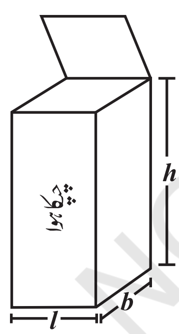
11.7.1 مکعب نما

مان لیجیے آپ ایک مکعب نما ڈبہ (شکل 11.29) کا ٹکڑا کاٹ کر اسے سیدھا پھیلا دیتے ہیں۔ ہمیں ایک جال نظر آتا ہے۔ (شکل 11.30)

ہر ایک ضلع کی ابعاد لکھیے۔ آپ جانتے ہیں کہ کعب نما کے تین یکساں رخ ہوتے ہیں۔ ہر رخ کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے آپ کس عبارت کا استعمال کر سکتے ہیں؟



شکل 11.30



شکل 11.29

ڈبے کے تمام رخوں کا کل رقبہ معلوم کیجیے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ مکعب نما کا کل سطحی رقبہ ہے: I کا رقبہ + II کا رقبہ + III کا رقبہ + IV کا رقبہ + V کا رقبہ + VI کا رقبہ

$$= h \times l + b \times l + b \times h + l \times h + b \times h + l \times b$$

اس طرح کل سطحی رقبہ $= 2\,(h \times l + b \times h + b \times l) = 2(lb + bh + hl)$ جہاں h, l اور b بالترتیب مکعب نما کی لمبائی، اونچائی اور چوڑائی ہے۔

مان لیجیے اوپر دیے گئے ڈبے کی اونچائی، لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 20 سینٹی میٹر، 15 سینٹی میٹر اور 10 سینٹی میٹر ہے۔

لہٰذا کل سطحی رقبہ $= 2\,(20 \times 15 + 20 \times 10 + 10 \times 15)$

$= 2\,(300 + 200 + 150) = 1300$ مربع میٹر

© NCERT not to be republished

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

(i) b ضلع والے دو مکعبوں کو ملا کر ایک کعب نما بنایا گیا ہے (شکل 11.37)۔ اس کعب نما کا سطحی رقبہ کیا ہے؟ کیا یہ $12b^2$ ہے؟

کیا ایسے تین مکعبوں کو ملا کر بنائے گئے مکعب کا سطحی رقبہ $18b^2$ ہے؟ کیوں؟

شکل 11.37

(ii) سب سے کم سطحی رقبہ کا مکعب نما بنانے کے لیے آپ یکساں ضلع والے 12 مکعبوں کو کس طرح ترتیب دیں گے؟

(iii) مکعب کے سطحی رقبہ کو رنگنے کے بعد اس مکعب کو یکساں ابعاد والے 64 مکعبوں میں کاٹا جائے تو (شکل 11.38)۔

کتنے مکعبوں کا کوئی بھی رخ رنگا نہیں گیا ہے؟ کتنے مکعبوں کا 1 رخ رنگا گیا ہے؟ کتنے مکعبوں کے 2 رخ رنگے ہوئے ہیں؟ کتنے مکعبوں کے 3 رخ رنگے ہوئے ہیں؟

شکل 11.38

11.7.3 اسطوانہ

ہم جتنے بھی اسطوانہ دیکھتے ہیں ان میں سے زیادہ تر قائم دائری اسطوانہ ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر ایک ٹن، گول کھمبا، ٹیوب لائٹ پانی کا پائپ وغیرہ۔

اسے کیجیے

(i) ایک اسطوانہ نما ڈبہ یا صندوق لیجیے اور اس کا قاعدہ گراف پیپر پر بنائیے اور اسے کاٹ کر باہر نکال لیجیے [شکل 11.39 (i)]۔ ایک دوسرا گراف پیپر لیجیے جس کی چوڑائی ڈبے کی اونچائی کے برابر ہو۔ اس پٹی کو ڈبے کے چاروں طرف اس طرح سے لپیٹیے کہ یہ ڈبے کے چاروں طرف بالکل ٹھیک بیٹھے (زائد کاغذ کو ہٹا دیجیے) [شکل 11.39 (ii)]۔

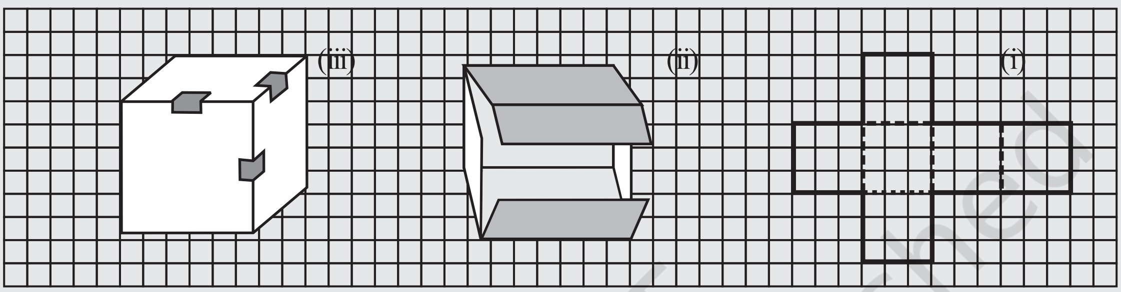
ٹکڑوں کو ایک دوسرے سے ملا کر ٹیپ لگائیے [شکل 11.39 (iii)] تا کہ ایک اسطوانہ بن جائے [شکل 11.39 (iv)]

© NCERT not to be republished

11.7.2 مکعب

اسے کیجیے

ایک مربع نما کاغذ پر دکھائے گئے نمونہ (Pattern) کو لیجیے اور اسے کاٹیے [شکل (i) 11.34]۔ (آپ جانتے ہیں کہ یہ نمونہ مکعب کا جال (Net) ہے۔ اسے لکیروں کے ساتھ موڑیے [شکل (ii) 11.34] اور مکعب بنانے کے لیے کناروں پر ٹیپ لگایئے [شکل (iii) 11 34]



شکل 11.34

(ii) شکل 11.35 (i)

(a) مکعب کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی کیا ہے؟ دھیان دیجیے کہ مکعب کے سبھی رخ مربع نما ہوتے ہیں۔ اس لیے مکعب کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی یکساں ہوتی ہے۔ (شکل (i) 11.35)

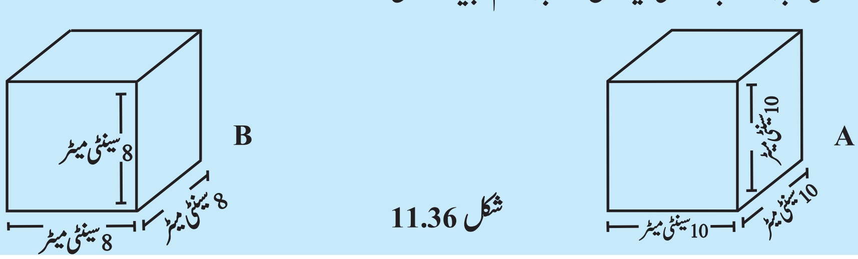
(b) ہر ایک رخ کا رقبہ لکھیے۔ کیا سبھی رخوں کے رقبہ یکساں ہیں؟

(c) اس مکعب کا کل سطحی رقبہ لکھیے۔

(d) اگر مکعب کا ہر ضلع l ہو تو اس کے ہر ایک رخ کا رقبہ کیا ہوگا؟ (شکل (ii)11.35)۔
کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ l ضلع والے مکعب کا کل سطحی رقبہ $6l^2$ ہے۔

کوشش کیجیے

مکعب A کا سطحی رقبہ اور مکعب B کی خمیدہ سطح کا رقبہ معلوم کیجیے (شکل 11.36)



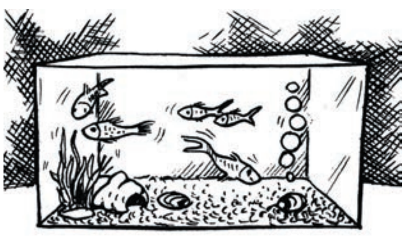
شکل 11.36

© NCERT not to be republished

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

نوٹ کیجیے کہ اسطوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ، قاعدہ کا محیط × اسطوانہ کی اونچائی کے برابر ہوتا ہے۔ کیا ہم مکعب نما کی خمیدہ سطح کے رقبہ کو قاعدہ کے محیط × کعب نما کی اونچائی کی شکل میں لکھ سکتے ہیں؟

مثال 4: ایک مچھلی دان (aquarium) مکعب نما کی شکل کا ہے جس کی باہری پیمائشیں 40 سینٹی میٹر × 30 سینٹی میٹر × 80 سینٹی میٹر ہیں۔ اس کے اساس، (قاعدہ)، ایک طرف کا منظر اور پیچھے کے منظر کو رنگین کاغذ سے ڈھکنا ہے۔ اُس کاغذ کا رقبہ معلوم کیجیے؟



حل : مچھلی دان کی لمبائی = l = 80 سینٹی میٹر

مچھلی دان کی چوڑائی = b = 30 سینٹی میٹر

مچھلی دان کی اونچائی = h = 40 سینٹی میٹر

قاعدہ کا رقبہ = $l \times b = 80 \times 30$ =2400 مربع سینٹی میٹر

ایک طرف کا رقبہ = $b \times h = 30 \times 40$ =1200 مربع سینٹی میٹر

پیچھے کا رقبہ = $l \times h = 80 \times 40$ =3200 مربع سینٹی میٹر

مطلوبہ رقبہ = قاعدہ کا رقبہ + پیچھے کا رقبہ +

(ایک طرف کا رقبہ ×2) +

$(2 \times 1200) + 3200 + 2400 = 8000$ مربع سینٹی میٹر

اس لیے مطلوبہ کاغذ کا رنگین رقبہ 8000 مربع سینٹی میٹر ہے۔

مثال 5 : ایک مکعب نما کمرے کی اندرونی پیمائش 4 میٹر × 8 میٹر × 12 میٹر ہے۔ اگر سفیدی کرانے کا خرچ ₹ 5 فی مربع میٹر ہے تو اس کمرے کی چار دیواری پر سفیدی کرانے کا خرچ معلوم کیجیے۔ اگر اس کمرے کی چھت کی بھی سفیدی کرائی جائے تو سفیدی کرانے کا خرچ کتنا ہوگا؟

حل : مان لیجیے کمرے کی لمبائی = l = 12 میٹر

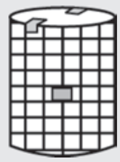
کمرے کی چوڑائی = b = 8 میٹر

کمرے کی اونچائی = h = 4 میٹر

کمرے کی چاروں دیواروں کا رقبہ = کمرے کی اونچائی × قاعدہ کا احاطہ

$= 2\,(l + b) \times h = 2\,(12 + 8) \times 4$

© NCERT not to be republished



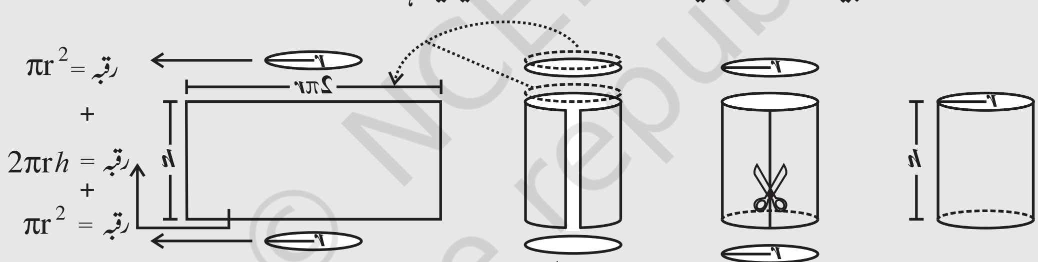
(iv) (iii) (ii) (i)

ڈبے کے چاروں طرف لپیٹے گئے کاغذ کی شکل کیا ہے؟

شکل 11.39

یقینی بات ہے کہ یہ مستطیل نما ہے۔ جب آپ اس اسطوانہ کے حصوں کو ٹیپ لگا کر ایک دوسرے سے ملا دیتے ہیں تو مستطیل نما پٹی کی لمبائی دائرہ کے محیط کے برابر ہوتی ہے۔ دائری قاعدہ کے نصف قطر (r) اور مستطیل نما پٹی کی لمبائی (l) اور چوڑائی (h) کو نوٹ کیجیے۔ کیا پٹی کی لمبائی = $2\pi r$ ہے؟ جانچ کیجیے کہ کیا مستطیل نما پٹی کا رقبہ $2\pi rh$ ہے۔ گنتی کیجیے کہ مربع نما کاغذ کی کتنی مربع اکائیاں اسطوانہ کو بنانے میں استعمال کی گئی ہیں۔ جانچ کیجیے کہ کیا یہ گنتی $2\pi r(r+h)$ کی قدر کے تقریباً برابر ہے۔

(ii) ہم اسطوانہ کے سطحی رقبہ $2\pi r(r+h)$ کو دوسرے طریقے سے بھی نکال سکتے ہیں۔ ایک اسطوانہ کو اس طرح کاٹنے کا تصور کیجیے جیسا کہ مندرجہ ذیل (شکل 11.40) میں دکھایا گیا ہے



شکل 11.40

اسطوانہ (یا خمیدہ) سطح کا رقبہ $2\pi rh$ ہے

اسطوانہ کا کل سطحی رقبہ = $\pi r^2 + 2\pi rh + \pi r^2$

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$ یا $2\pi r(r+h)$

نوٹ : جب تک کچھ کہا نہ جائے π کی قدر $\frac{22}{7}$ لیتے ہیں۔

کوشش کیجیے

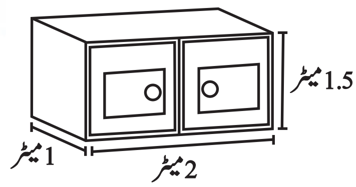
مندرجہ ذیل اسطوانوں کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجیے (شکل 11.41)

شکل 11.41

© NCERT not to be republished

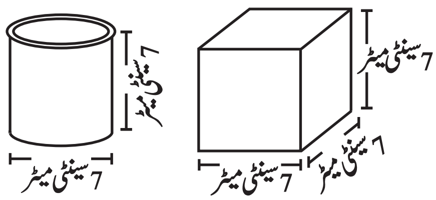
کس ڈبے کو بنانے کے لیے کم سامان کی ضرورت ہے؟

.2 24 سینٹی میٹر × 48 سینٹی میٹر × 80 سینٹی میٹر پیمائش والے ایک سوٹ کیس کو ترپال کے کپڑے سے ڈھکنا ہے۔ ایسے 100 سوٹ کیسوں کو ڈھکنے کے لیے 96 سینٹی میٹر چوڑائی والی کتنے میٹر ترپال کے کپڑے کی ضرورت ہے؟



.3 ایک ایسے مکعب کا ضلع معلوم کیجیے جس کا سطحی رقبہ 600 مربع سینٹی میٹر ہے۔

.4 رخسار نے 1.5 میٹر×2 میٹر×1 میٹر پیمائش والی ایک پیٹی کو باہر سے رنگ کیا اگر اس نے پیٹی کی نچلی سطح کے علاوہ سبھی طرف سے رنگ کیا ہو تو معلوم کیجیے کہ اس نے کتنے سطحی رقبہ کو رنگ کیا۔

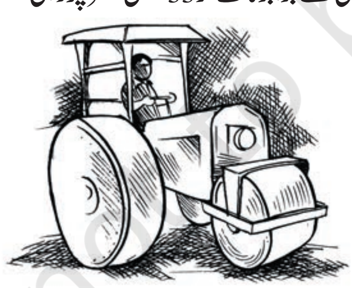


.5 ڈینیل ایک ایسے مکعب نما کمرے کی دیواروں اور چھت کو رنگ کر رہا ہے جس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 15 میٹر، 10 میٹر اور 7 میٹر ہے۔ رنگ کے ہر ایک ڈبہ سے 100 مربع میٹر رقبہ کو رنگ کیا جا سکتا ہے تو اس کمرے کے لیے رنگ کے کتنے ڈبوں کی ضرورت ہوگی؟

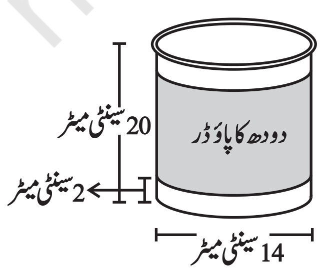
.6 بیان کیجیے کہ دائیں طرف دی گئی شکلیں کس طرح سے یکساں اور ایک دوسرے سے مختلف ہیں؟ کس ڈبے کی سطح کا رقبہ زیادہ ہے؟

.7 7 میٹر نصف قطر اور 3 میٹر اونچائی والا ایک بند اسطوانوی ٹینک دھات کی ایک چادر سے بنا ہے۔ اسے بنانے کے لیے دھات کی کتنی چادر درکار ہوگی؟

.8 ایک کھوکھلے اسطوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ 4224 مربع سینٹی میٹر ہے، اسے اس کی اونچائی کے برابر کاٹ کر 33 سینٹی میٹر چوڑائی کی ایک مستطیل نما چادر بنائی جاتی ہے۔ مستطیل نما چادر کا احاطہ معلوم کیجیے؟



.9 سڑک کو ہموار کرنے کے لیے ایک رولر کو سڑک کے اوپر ایک بار گھمانے کے لیے 750 چکر لگانے پڑتے ہیں اگر سڑک رولر کا قطر 84 سینٹی میٹر اور لمبائی 1 میٹر ہے تو سڑک کا رقبہ معلوم کیجیے۔



.10 ایک کمپنی اپنے دودھ پاؤڈر کو ایسے اسطوانوی ڈبوں میں پیک کرتی ہے جن کا قطر 14 سینٹی میٹر اور اونچائی 20 سینٹی میٹر ہے۔ کمپنی ڈبّے کی سطح کے چاروں طرف ایک لیبل لگاتی ہے (جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے) اگر یہ لیبل برتن کے نچلے حصے اور اوپری حصے، دونوں سے 2 سینٹی میٹر کی دوری پر چپکایا جاتا ہے تو لیبل کا رقبہ کیا ہے؟

© NCERT not to be republished

$= 4 \times 20 \times 2 = 160$ مربع میٹر

سفیدی کرانے کا فی مربع میٹر خرچ = 5 ₹ ہے

اس لیے کمرے کی چاروں دیواروں پر سفیدی کرانے کا کل خرچ = ₹ (5 × 160) = 800 ₹ ہے۔

چھت کا رقبہ ہے = 8 × 12= 96 مربع میٹر

چھت پر سفیدی کرانے کا خرچ = (5 × 96) ₹ = 480 ₹

اس لیے سفیدی کرانے کا کل خرچ = (480+800) ₹ =1280 ₹

مثال 6 : ایک بلڈنگ میں 24 اسطوانہ نما کھمبے ہیں۔ ہر کھمبہ کا نصف قطر 28 سینٹی میٹر اور اونچائی 4 میٹر ہے۔ 8 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے سبھی کھمبوں کی (خمیدہ سطح) پر رنگ کرانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

حل : اسطوانہ کھمبے کا نصف قطر = 28 سینٹی میٹر = 0.28 میٹر = r

اونچائی h= 4 میٹر

اسطوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ = $2\pi rh$

کھمبا کی خمیدہ سطح کا رقبہ = $2 \times \frac{22}{7} \times 0.28 \times 4 = 7.04$ مربع میٹر

ایسے 24 کھمبوں کی خمیدہ سطح کا رقبہ = 24 × 7.04 = 168.96 مربع میٹر

1 مربع میٹر پر رنگ کرانے کا خرچ = 8 ₹

اس لیے 168.96 مربع میٹر رقبہ پر رنگ کرانے کا خرچ = 8 × 168.96₹ 8 = 1351.68₹

مثال 7 : ایک ایسے اسطوانہ کی اونچائی معلوم کیجیے جس کا نصف قطر 7 سینٹی میٹر اور کل سطحی رقبہ 968 مربع سینٹی میٹر ہے

حل : مان لیجیے اسطوانہ کی اونچائی = h، نصف قطر = r = 7 سینٹی میٹر

کل سطحی رقبہ = $2\pi r(h+r)$

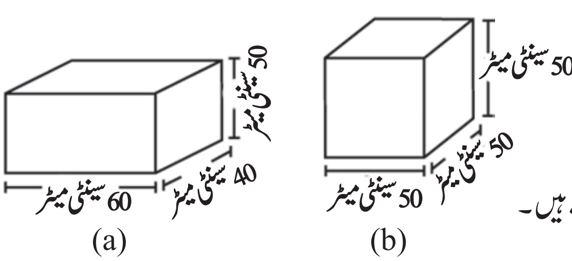
اس لیے $968 = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (7+h)$

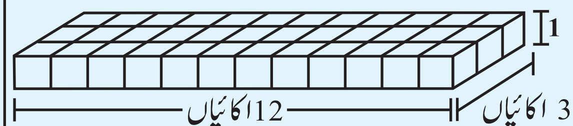
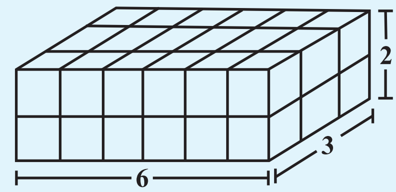
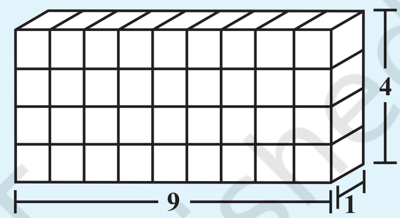
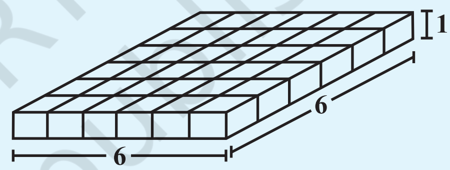
$h = 15$ سینٹی میٹر

اس لیے اسطوانہ کی اونچائی = 15 سینٹی میٹر ہے

مشق 11.3

1. دو مکعب نما ڈبے ہیں جیسا کہ متصل شکل میں دکھائے گئے ہیں۔



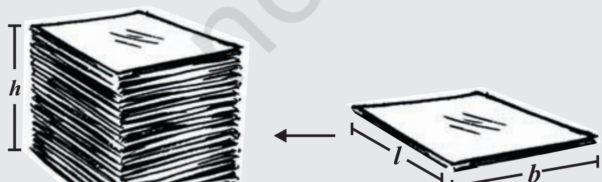
	مکعب نما	لمبائی	چوڑائی	اونچائی	$l \times b \times h = V$
(i)		12	3	1	$12 \times 3 \times 1 = 36$
(ii)		...	...	...	...
(iii)		...	...	...	...
(iv)		...	...	...	...

آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

چوں کہ ان مکعب نماؤں کو بنانے کے لیے ہم نے 36 مکعبوں کا استعمال کیا ہے اس لیے ہر ایک مکعب کا حجم 36 مکعب اکائی ہے۔ اس کے علاوہ ہر ایک مکعب نما کا حجم اس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔ مذکورہ بالا مثال سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ مکعب نما کا حجم = $l \times b \times h$ ہے۔ کیوں کہ $l \times h$ قاعدہ کا رقبہ ہے اس لیے ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ اونچائی × قاعدہ کا رقبہ = مکعب نما کا حجم

اسے کیجیے

ایک کاغذ کی شیٹ لیجیے۔ اس کے رقبہ کو ناپیے، اسی قسم کی کاغذ کی شیٹیں لے کر ان کا ڈھیر لگا کر ایک مکعب نما بنائیے (شکل 11.43)۔ اس ڈھیر کی اونچائی ناپیے۔ اور ایک شیٹ کے رقبے اور شیٹوں کی اونچائی کا حاصل ضرب معلوم کرتے ہوئے مکعب نما کا حجم معلوم کیجیے



شکل 11.43

11.8 مکعب، مکعب نما اور اسطوانہ کا حجم

ایک سہ ابعادی شے کے ذریعہ گھری ہوئی جگہ کو اس کا حجم کہتے ہیں۔ اپنے آس پاس کی چیزوں کا موازنہ کرنے کی کوشش کیجیے۔ مثال کے طور پر کسی کمرے کے اندر رکھی ہوئی الماری کے مقابلہ میں کمرے کا حجم زیادہ ہے۔ کیا آپ ان میں سے کسی بھی شے کا حجم ناپ سکتے ہیں؟

شکل 11.42

مشاہدہ کیجیے، ہم کسی علاقے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے مربع اکائی کا استعمال کرتے ہیں یہاں ہم ٹھوس کا حجم معلوم کرنے کے لیے مکعب اکائی کا استعمال کریں گے کیوں کہ مکعب بہت زیادہ موزوں ٹھوس شکل ہے (ٹھیک اسی طرح جیسے کسی علاقہ کا رقبہ ناپنے کے لیے مربع سب سے زیادہ موزوں ہے)۔

رقبہ معلوم کرنے کے لیے ہم علاقہ کو مربع اکائیوں میں تقسیم کرتے ہیں، اسی طرح کسی ٹھوس کا حجم معلوم کرنے کے لیے ہمیں اس ٹھوس کو مکعب اکائیوں میں تقسیم کرنے کی ضرورت ہے۔

سوچیے ٹھوس میں سے ہر ایک کا حجم 8 مکعب اکائی ہے (شکل 11.42)۔

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ ٹھوس کا حجم ناپنے کے لیے ہم اس میں موجود اکائیوں کو گنتے ہیں

1 مکعب سینٹی میٹر = 1 سینٹی میٹر × 1 سینٹی میٹر × 1 سینٹی میٹر = 1 مکعب سینٹی میٹر

= 10 ملی میٹر × 10 ملی میٹر × 10 ملی میٹر = ... مکعب ملی میٹر

1 مکعب میٹر = 1 میٹر × 1 میٹر × 1 میٹر = 1 مکعب میٹر

= .... مکعب میٹر

1 مکعب ملی میٹر = 1 ملی میٹر × 1 ملی میٹر × 1 ملی میٹر = 1 مکعب ملی میٹر

= 0.1 سینٹی میٹر × 0.1 سینٹی میٹر × 0.1 سینٹی میٹر = ... مکعب سینٹی میٹر

اب ہم کعب نما، مکعب اور اسطوانہ کا حجم معلوم کرنے کے لیے ضابطے معلوم کرتے ہیں۔ آیئے ہر ایک ٹھوس پر ایک ایک کرکے بحث کرتے ہیں۔

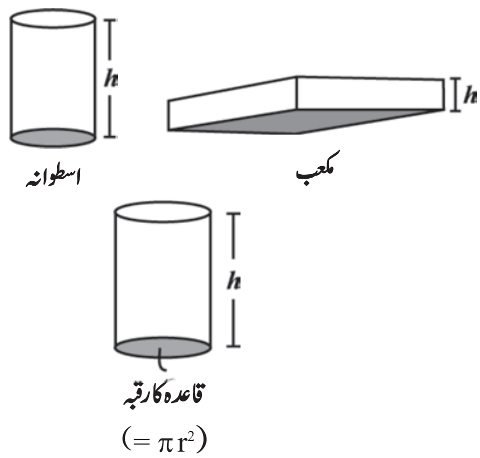
11.8.1 مکعب نما

یکساں شکل والے (ہر ایک مکعب کی لمبائی برابر ہو) 36 مکعب لیجیے۔ ایک مکعب نما بنانے کے لیے انھیں ترتیب دیجیے۔

آپ ان کو بہت سے طریقوں سے ترتیب دے سکتے ہیں۔ مندرجہ ذیل جدول کا مشاہدہ کیجیے اور خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

© NCERT not to be republished

11.8.3 اسطوانہ



ہم جانتے ہیں کہ کعب نما کا حجم اس کے قاعدہ کے رقبہ اور اونچائی کے حاصل ضرب سے حاصل ہوتا ہے۔ کیا اسی طرح سے ہم اسطوانہ کا حجم بھی معلوم کر سکتے ہیں؟

کعب نما کی طرح اسطوانہ میں بھی ایک قاعدہ اور اوپری سطح ہوتی ہے۔ جو ایک دوسرے کے متماثل اور متوازی ہوتے ہیں۔ کعب نما کی طرح اس کی خمیدہ سطح قاعدہ پر عمود ہوتی ہے۔

اس لیے کعب نما کا حجم = قاعدہ کا رقبہ × اونچائی

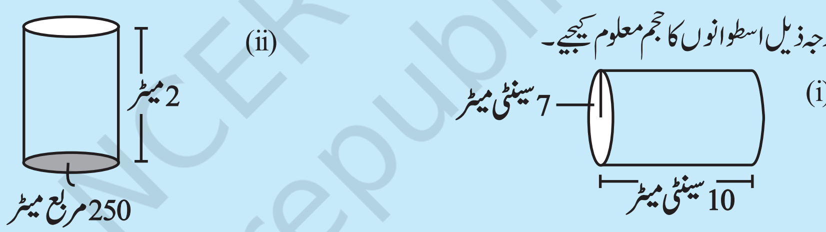
$= l \times b \times h = lbh$

اسطوانہ کا حجم = اونچائی × قاعدہ کا رقبہ

$= \pi r^2 \times h = \pi r^2 h$

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اسطوانوں کا حجم معلوم کیجیے۔



11.9 حجم اور گنجائش

ان دو لفظوں میں زیادہ فرق نہیں ہے۔

(a) کسی شے کے ذریعہ گھری ہوئی جگہ کی مقدار اس کا حجم کہلاتا ہے۔

(b) کسی برتن میں بھری گئی شے کی مقدار اس کی گنجائش کہلاتی ہے۔

نوٹ : اگر کسی پانی کی ٹنکی میں 100 مکعب سینٹی میٹر پانی بھرا جا سکتا ہے تو اس ٹنکی کی گنجائش 100 مکعب سینٹی میٹر ہے۔

گنجائش کو لیٹروں میں بھی ناپا جاتا ہے۔ لیٹر اور مکعب سینٹی میٹر میں مندرجہ ذیل رشتہ ہے:

1 ملی لیٹر = 1 مکعب سینٹی میٹر، 1 لیٹر = 1000 مکعب سینٹی میٹر۔ اس لیے، 1 مکعب میٹر = 1000000 مکعب سینٹی میٹر = 1000 لیٹر

مثال 8 : ایک ایسے کعب نما کی اونچائی معلوم کیجیے جس کا حجم 275 مکعب سینٹی میٹر اور قاعدہ کا رقبہ 25 مربع سینٹی میٹر ہے۔

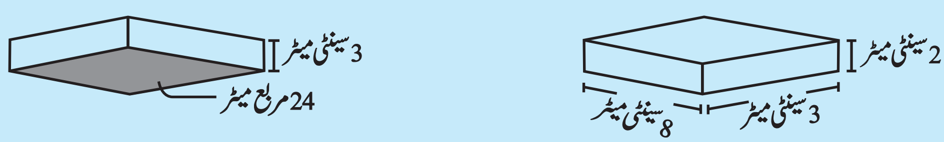
حل : کعب نما کا حجم = اونچائی × قاعدہ کا رقبہ

© NCERT not to be republished

اس مشغلہ سے اس بات کا پتہ چلتا ہے کہ ٹھوس کے حجم کو اس طریقہ سے بھی معلوم کیا جا سکتا ہے (اگر کسی ٹھوس کا قاعدہ اور اوپری حصہ ایک سا ہے اور ایک دوسرے کے متوازی ہے اور اس کے کنارے قاعدہ پر عمود ہیں)۔ کیا آپ ایسی چیزوں کے بارے میں سوچ سکتے ہیں جن کا حجم اس طریقہ کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کیا جا سکتا ہے؟

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل ہر کعب نما (شکل 11.44) کا حجم معلوم کیجیے۔



شکل 11.44

11.8.2 مکعب

مکعب، مکعب نما کی ایک مخصوص مثال ہے۔ جس میں $l = b = h$،

اس لیے مکعب کا حجم $= l \times l \times l = l^3$

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل مکعبوں کا حجم معلوم کیجیے:

(a) جس کے ضلع کی لمبائی 4 سینٹی میٹر ہو (b) 1.5 میٹر ہو۔

اسے کیجیے

یکساں سائز والے 64 مکعبوں کو آپ جتنے طریقوں سے ترتیب دے سکتے ہیں ترتیب دیتے ہوئے کعب نما بنائیے۔ ہر ایک شکل کا سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔ کیا یکساں حجم والی ٹھوس چیزوں کا سطحی رقبہ یکساں ہوتا ہے؟

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

ایک کمپنی بسکٹ بیچتی ہے۔ بسکٹوں کو پیک کرنے کے لیے کعب نما ڈبوں کا استعمال کیا جا رہا ہے:

ڈبہ = 20 سینٹی میٹر × 8 سینٹی میٹر × 3 سینٹی میٹر ←A، ڈبہ = 10 سینٹی میٹر × 12 سینٹی میٹر × 4 سینٹی میٹر ←B۔ ان میں سے کس قسم کے ڈبے کمپنی کے لیے فائدہ مند ہوں گے؟ کیوں؟ کیا آپ ایسے کسی اور شکل کے ڈبے کا مشورہ (سجھاؤ) دے سکتے ہیں جس کا حجم ڈبہ کے برابر ہو لیکن اس کے مقابلہ میں زیادہ فائدہ مند ہو۔

© NCERT not to be republished

اس لیے استوانہ کا حجم = 17600 مکعب سینٹی میٹر ہے

مثال 11 : 4 سینٹی میٹر × 11 سینٹی میٹر پیمائش والے مستطیل نما کاغذ کے ٹکڑے کو بغیر ایک دوسرے کے اوپر نیچے کیے موڑ کر ایک 4 سینٹی میٹر اونچائی کا استوانہ بنایا گیا ہے۔ استوانہ کا حجم معلوم کیجیے۔

حل : کاغذ کی لمبائی استوانہ کے قاعدہ کا محیط بن جاتی ہے اور چوڑائی اونچائی بن جاتی ہے۔

مان لیجیے استوانہ کا نصف قطر = r اور اونچائی = h

استوانہ کے قاعدہ کا محیط = $2\pi r = 11$

یا $2\times\frac{22}{7}\times r = 11$

اس لیے r = $\frac{7}{4}$ سینٹی میٹر

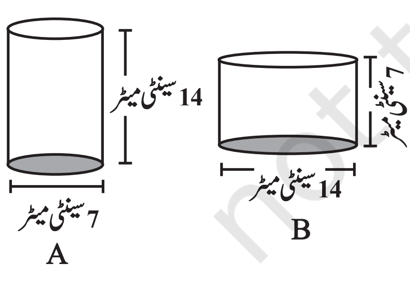
استوانہ کا حجم = $V = \pi r^2 h$

$\frac{22}{7}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times 4$ مکعب سینٹی میٹر = 38.5 مکعب سینٹی میٹر

اس لیے استوانہ کا حجم 38.5 مکعب سینٹی میٹر

مشق 11.4

1. آپ کو ایک استوانہ ٹینک دیا ہوا ہے، کس صورت حال میں آپ اس کا سطحی رقبہ معلوم کریں گے اور کس صورت میں حجم۔
   (a) یہ معلوم کرنے کے لیے کہ اس میں کتنا پانی رکھا جا سکتا ہے۔
   (b) اس کا پلاسٹر کرنے کے لیے مطلوبہ سیمنٹ کی بوریوں کی تعداد
   (c) اس کے پانی سے بھرے جانے والے چھوٹے ٹینکوں کی تعداد



2. استوانہ A کا قطر 7 سینٹی میٹر اور اونچائی 14 سینٹی میٹر ہے۔ استوانہ B کا قطر 14 سینٹی میٹر اور اونچائی 7 سینٹی میٹر ہے۔ تحسیب کیے بنا کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ ان دونوں میں کس کا حجم زیادہ ہے؟ دونوں استوانوں کا حجم معلوم کرتے ہوئے اس کی تصدیق کیجیے۔ جانچ کیجیے کہ کیا زیادہ حجم والے استوانہ کا سطحی رقبہ بھی زیادہ ہے؟

3. ایک ایسے کعب نما کی اونچائی معلوم کیجیے جس کے قاعدہ کا رقبہ 180 مربع سینٹی میٹر اور جس کا حجم 900 مکعب سینٹی میٹر ہے؟

4. ایک کعب نما کے ابعاد 30 سینٹی میٹر × 54 سینٹی میٹر × 60 سینٹی میٹر ہیں۔ اس کعب نما کے اندر 6 سینٹی میٹر ضلع والے کتنے چھوٹے مکعب رکھے جا سکتے ہیں۔

© NCERT not to be republished

اس لیے کعب نما کی اونچائی = $\frac{\text{کعب نما کا حجم}}{\text{قاعدہ کا رقبہ}}$

$\frac{275}{25} = 11$ سینٹی میٹر

اس طرح کعب نما کی اونچائی 11 سینٹی میٹر ہے۔

مثال 9 : ایک کعب نما گودام کی پیائش 30 میٹر × 40 میٹر × 60 میٹر ہے۔ اس کے اندر کتنے کعب نما ڈبے رکھے جاسکتے ہیں، اگر ایک ڈبے کا حجم 0.8 مکعب میٹر ہے؟

حل : ایک ڈبے کا حجم = 0.8 مکعب میٹر

گودام کا حجم = $30 \times 40 \times 60 = 72000$ مکعب میٹر

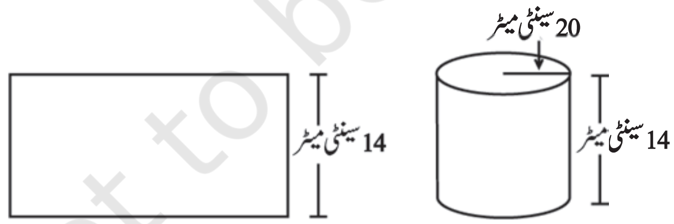
گودام کے اندر رکھے جاسکنے والے ڈبوں کی تعداد = $\frac{\text{گودام کا حجم}}{\text{ایک ڈبّے کا حجم}}$

$\frac{60 \times 40 \times 30}{0.8} = 90000$

اس طرح گودام کے اندر رکھے جاسکنے والے ڈبوں کی تعداد 90,000 ہے۔

مثال 10 : 14 سینٹی میٹر چوڑائی والے ایک مستطیل نما کاغذ کو چوڑائی کے ہمراہ موڑ کر 20 سینٹی میٹر نصف قطر والا ایک اسطوانہ بنایا اسطوانہ کا حجم معلوم کیجیے (شکل 11.45) (π کے لیے $\frac{22}{7}$ لیجیے)

حل : کاغذ کو چوڑائی کے ہمراہ موڑ کر اسطوانہ کو بنایا جا رہا ہے۔ اس لیے کاغذ کی چوڑائی اسطوانہ کی اونچائی ہوگی اور اسطوانہ کا نصف قطر 20 سینٹی میٹر ہوگا



شکل 11.45

اسطوانہ کی اونچائی = h = 14 سینٹی میٹر

نصف قطر = r = 20 سینٹی میٹر

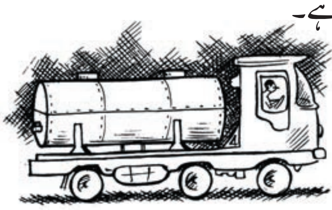
اسطوانہ کا حجم = $V = \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 20 \times 20 \times 14 = 17600$ مکعب سینٹی میٹر

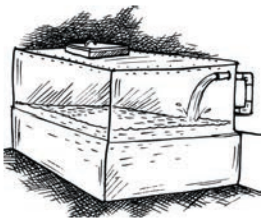
© NCERT
not to be republished

.5 ایک ایسے اسطوانہ کی اونچائی معلوم کیجیے جس کا حجم 1.54 مکعب سینٹی میٹر اور جس کے قاعدہ کا قطر 140 سینٹی میٹر ہے؟

.6 ایک دودھ کا ٹینک اسطوانہ کی شکل کا ہے جس کا نصف قطر 1.5 میٹر اور لمبائی 7 میٹر ہے۔
اس ٹینک میں بھرے جا سکنے والے دودھ کی مقدار لیٹر میں معلوم کیجیے؟



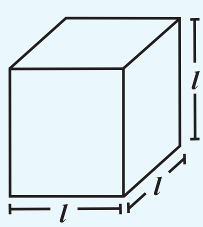
.7 اگر کسی مکعب کے ہر کنارے کو دوگنا کر دیا جائے تو
(i) اس کے سطحی رقبہ میں کتنے گنا کا اضافہ ہوگا؟
(ii) اس کے حجم میں کتنے گنا کا اضافہ ہوگا؟



.8 ایک مکعب نما حوض (Reservoir) کے اندر 60 لیٹر فی منٹ کی شرح سے پانی بھرا جا رہا ہے اگر حوض کا حجم 108 مکعب میٹر ہے تو معلوم کیجیے کہ اس حوض کو بھرنے میں کتنے گھنٹے لگیں گے؟

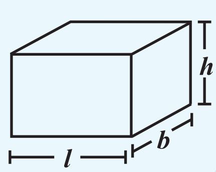
ہم نے کیا سیکھا؟

.1 رقبہ
(i) ان کے درمیان کا عمودی فاصلہ × متوازی ضلع کی لمبائیوں کا حاصل جمع کا نصف = منحرف کا رقبہ
(ii) وتروں کے حاصل ضرب کا آدھا = معین کا رقبہ



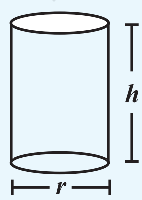
.2 ایک ٹھوس کا سطحی رقبہ اس کے رخوں کے رقبوں کے حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے

.3 مکعب نما کا سطحی رقبہ = $2(lb + bh + hl)$
مکعب $= 6\, l^2$
اسطوانہ کا سطحی رقبہ = $2\pi r(r + h)$ =



.4 کسی ٹھوس کے ذریعہ گھری ہوئی جگہ کی مقدار اس کا حجم کہلاتی ہے۔

.5 حجم
مکعب نما کا حجم = $l \times b \times h$
مکعب کا حجم = مکعب l = l^3
اسطوانہ کا حجم = $\pi r^2 h$



.6 (i) 1 مکعب سینٹی میٹر = 1 ملی لیٹر
(ii) 1 لیٹر = 1000 مکعب سینٹی میٹر
(iii) 1 مکعب میٹر = 1000000 مکعب سینٹی میٹر = 1000 لیٹر

© NCERT not to be republished