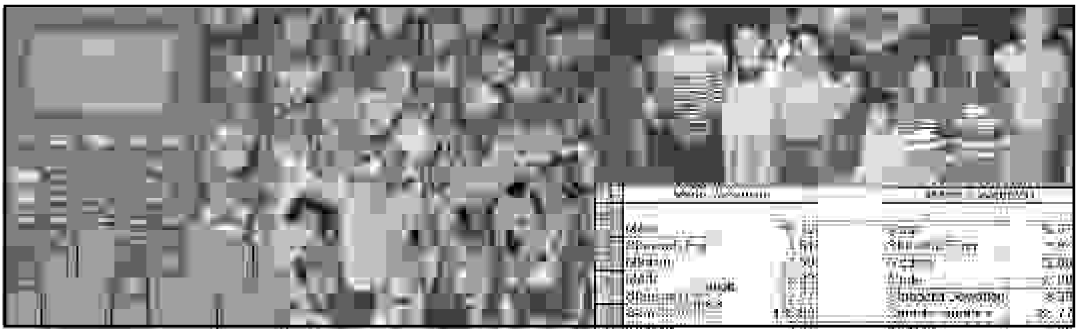
باب 5

مرکزی میلان کی پیمائش



اس باب کا مطالعہ کرنے کے بعد اتنی استعداد ہو جانی چاہیئے کہ آپ:

- ایک واحد عدد کے ذریعہ ڈیٹا کے مجموعے کی تلخیص کی ضرورت سمجھ سکیں گے؛
- مختلف قسم کی اوسطوں کی شناخت اور ان کے درمیان امتیاز کر سکیں گے؛
- مختلف قسم کی اوسطوں کا شمار کرنا سیکھ سکیں گے ؛
- ڈیٹا کے ایک مجموعے سے بامعنی نتائج نکال سکیں گے؛
- کسی صورتحال میں کون سا اوسط زیادہ کارآمد ثابت ہوگا یہ سمجھنے کے اہل ہو سکیں گے۔

1. تعارف

پچھلے باب میں آپ نے ڈیٹا کی جدولی اور گرافی پیش کش کے بارے میں پڑھا۔ اس باب میں آپ ان مرکزی میلان کی پیمائشوں کا مطالعہ کریں گے جو ڈیٹا کی مختصراً وضاحت کرنے کا ہندسی طریقہ ہے۔ آپ روزمرہ زندگی میں ڈیٹا کے کافی بڑے مجموعے کے خلاصہ کرنے کی مثالیں دیکھ سکتے ہیں۔ امتحان میں کسی کلاس کے طلباء کے ذریعہ حاصل کیے گئے نمبروں کی اوسط، علاقے میں ہونے والی بارش کی اوسط، فیکٹری کی اوسط پیداوار ، کسی مقام میں رہنے یا فرم میں کام کرنے والے افراد کی اوسط آمدنی وغیرہ۔

بیجو ایک کسان ہے۔ وہ گاؤں میں اپنی زمین پر اناج اگاتا

ہےاس گاؤں کا نام بالا پور ہے جو کہ بہار کے بکسر ضلع میں ہے یہ گاؤں 50 چھوٹے کسانوں پر مشتمل ہے۔ بیجو کے پاس 1ا ایکڑ زمین ہے آپ کو بالا پور کے چھوٹے کسانوں کی معاشی صورتحال جاننے میں دلچسپی ہے۔ آپ بالا پور گاؤں میں بیجو کی معاشی حالت کا موازنہ کرنا چاہتے ہیں۔ اس کے لئے آپ اس کی ملکیت کی اراضی کے رقبے کا موازنہ بالا پور کے دیگر کسانوں کی ملکیت کی اراضی کے رقبے سے کرنے کے ذریعہ تشخیص کر سکتے ہیں۔آپ یہ دیکھنا چاہیں گے کہ آیا بیجو کی ملکیت کی زمین:

1. عام مفہوم میں اوسط سے زیادہ ہے
(ذیل میں حسابی اوسط دیکھیں)
2. آدھے کسانوں کی ملکیت کے زمینوں کے رقبے سے زیادہ ہے۔
(ذیل میں وسطانیہ(Medium) دیکھیں۔
3. اکثر کسانوں کی ملکیت کی زمینوں کے رقبے سے زیادہ ہے۔
(ذیل میں بہتاتیہ(Mode) دیکھیں

بیجو کی نسبتی معاشی حالت کی تشخیص کے سلسلے میں آپ کو بالا پور کے کسانوں کی ملکیت کی اراضی کے ڈیٹا کے پورے مجموعے کی تلخیص کرنی ہوگی۔ اسے مرکزی میلان (Central tendency) کا استعمال کرنے کے ذریعہ انجام دیا جاسکتا ہے۔ جو کہ ڈیٹا کو واحد قدر میں اس طرح خلاصہ کرتا ہے کہ یہ واحد قدر پورے ڈیٹا کی نمائندگی کر سکتی ہے مرکزی میلان کی پیمائشیں ڈیٹا کو ایک مثالی یا نمونہ قدر میں ڈیٹا کا خلاصہ کرنے کا ایک طریقہ ہے۔

مرکزی میلان یا 'اوسطوں' کی متعدد شماریاتی پیمائشیں ہیں۔ عام طور جو اوسط زیادہ استعمال کیے جاتے ہیں وہ تین ہیں:

- حسابی اوسط (Artihmetic mean)
- وسطانیہ یا وسطی(Median)
- بہتاتیہ (Mode)

آپ نوٹ کریں کہ اوسطوں کی دو مزید قسمیں ہوتی ہیں۔ جیومتریہ اوسط یا درمیانی اور بارمونی درمیانہ جو کہ بعض حالات میں موزوں ہوتے ہیں تاہم فی الحال اوپر بیان کیے گئے تین قسموں کے بارے میں ہماری بحث محدود رہے گی۔

2. حسابی اوسط یا حسابی درمیانہ

مان لیجئے چھ فیملیوں کی ماہانہ آمدنی (روپیوں میں) درج ذیل دی گئی ہے۔

1630،1625،1525،1400،1500،1600

اوسط فیملی آمدنی کو آمدنیوں میں جمع کرنے اور فیملیوں کی تعداد سے تقسیم کرنے کے ذریعہ حاصل کی جاتی ہے۔

$$\text{Rs } \frac{1600+1500+1400+1525+1625+1630}{6} = \text{Rs } 1{,}547$$

یہ اشارہ کرتا ہے کہ اوسطاً ایک فیملی 1,547 روپے کماتی ہے۔

حسابی اوسط کا استعمال مرکزی میلان کی پیمائش کے لئے عام طور پر کیا جاتا ہے اس کی تعریف کل مشاہدات کی قدروں کی جمع کو مشاہدات کی تعداد سے تقسیم کرنے کے طور پر کی جاتی ہے

اورعام طور پر $\bar{x}$ کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے بالعموم ،اگر مشاہدات $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ کے طور پر ہیں تب حسابی اوسط اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{N}$$

$$= \frac{\sum x}{N}$$

جہاں $\sum x$ = سبھی مشاہدات کی جمع اور N= مشاہدات کی کل تعداد۔

حسابی اوسط کا شمار کیسے کیا جاتا ہے

حسابی اوسط کے شمار کا مطالعہ دو عام زمروں کے تحت کیا جاسکتا ہے۔

1. غیر گروپ بند ڈیٹا کے لئے حسابی اوسط
2. گروپ بند ڈیٹا کے لئے حسابی اوسط

غیر گروپ بند ڈیٹا کے لئے حسابی اوسط

راست طریقہ

راست طریقہ کے ذریعہ حسابی اوسط ،سلسلے میں تمام مشاہدات کی جمع کو مشاہدات کی کل تعداد کے ذریعہ تقسیم کرنا ہے۔

مثال 1

اس ڈیٹا سے حسابی اوسط کا شمار کیجیے جو کہ معاشیات کے ٹیسٹ میں کلاس کے طلباء کے مارکس ظاہر کرتا ہو یہ مارکس ہیں:

58 ,78,55,50,40

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{40+50+55+78+58}{5} = 56.2$$

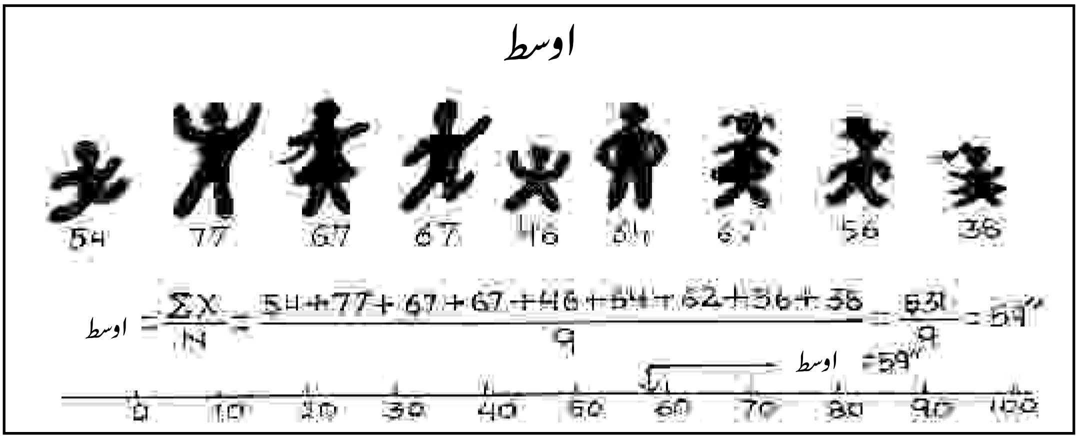
معاشیات کے ٹیسٹ میں طلباء کے ذریعہ حاصل کئے گئے اوسط نمبر 56.2

مفروضات اوسط طریقہ

اگر ڈیٹا میں مشاہدات کی تعداد زیادہ ہے اور / یا اعداد بڑے ہیں تب راست طریقے حسابی اوسط شمار کرنا مشکل ہے۔مفروضاتی اوسط طریقے کا استعمال کرنے کے ذریعہ شمار کو آسان بنایا جاسکتا ہے۔ڈیٹا کے مجموعے جو کہ مشاہدات کے بڑی تعداد کے ساتھ ساتھ بڑی ہندسی شکلوں پر مشتمل ہوتا ہے۔اس سے وقت بچانے کے خیال سے آپ مفروضہ اوسط طریقے کا استعمال کرسکتے ہیں۔ یہاں ڈیٹا میں کسی مخصوص ہندسہ کو منطق یا تجربے کی بنیاد پر حسابی اوسط کے طور پر فرض کرتے ہیں۔تب آپ ہر مشاہدہ سے مذکورہ مفروضاتی اوسط کے انحراف (deviation) (اوسط سے گریز) اختیار کرسکتے ہیں۔آپ اس کے بعد ان انحراف کی جمع سازی کرسکتے ہیں اور ڈیٹا میں موجود مشاہدات کی تعداد کے ذریعہ تقسیم کرسکتے ہیں مفروضہ اوسط کی جمع اور مشاہدات کی تعداد سے انحراف کی جمع کے متناسب اختیار کرنے کے ذریعہ حقیقی حسابی اوسط یا درمیانہ کا تخمینہ لگایا جاتا ہے۔علامتی طور پر۔

A = مفروضہ اوسط

N = مشاہدات کی کل تعداد



D= انفرادی مشاہدہ سے مفروضہ اوسط کا انحراف

یعنی $d = X - A$

اس کے بعد سبھی انحرافات کا جوڑ اسی طرح لیا جاتا ہے۔

$\Sigma d = \Sigma X - A N$

تب پاتے ہیں

$\frac{\Sigma d}{N}$

تب A شامل کریں اور $\frac{\Sigma d}{N}$ حاصل کرنے کے لئے

لہٰذ $\overline{X} = A + \frac{\Sigma d}{N}$

آپ کو یاد ہونا چاہیے کہ کوئی بھی قدر چاہے ڈیٹا میں موجود ہو یا نہیں ،مفروضہ اوسط کے طور پر اختیار کی جاسکتی ہے شمار کو آسان کرنے کے خیال سے ڈیٹا میں مرکزی طور پر واقع قدر کو مفروضہ اوسط کے طور پر منتخب کیا جاسکتا ہے۔

مثال 2

درج ذیل ڈیٹا 10 فیملیوں کی ہفتہ وار آمدنی دکھاتا ہے۔

فیملی	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
ہفتہ وار آمدنی (روپے میں)	850	700	100	750	5000	80	420	2500	400	360

فیملی اوسط آمدنی کا شمار کیجئے۔

جدول 5.1
مفروضہ اوسط طریقے کے ذریعہ حسابی اوسط کا شمار

فیملیاں	آمدنی (x)	d=x–850	$d' = \frac{(X-850)}{10}$
A	850	0	0
B	700	-150	-15
C	100	-750	-75
D	750	-100	-10
E	5000	+4150	+415
F	80	-770	-77
G	420	-430	-43
H	2500	+1650	+165
I	400	-450	-45
J	360	-490	-49
	11160	+2660	+266

مفروضاتی اوسط طریقے کا استعمال کرتے ہوئے حسابی

اوسط

$$\bar{X} = A + \frac{\sum d}{N} = 850 + {(2,660)}\!\Big/_{10} = \text{Rsl,116}$$

اس طرح دونوں طریقوں کے ذریعہ فیملی کی اوسط ہفتہ وار آمدنی 1,116 روپے اسے آپ راست طریقہ استعمال کرتے ہوئے جانچ کر سکتے ہیں۔

مرحلہ یا زینہ وار انحراف طریقہ

ایک مشترکہ جزوضربی کے ذریعہ مفروضہ یا مفروضاتی اوسط سے لیے گئے سبھی انحرافات کو تقسیم کرنے کے ذریعہ شمار کو اور بھی آسان بنایا جاسکتا ہے۔ اس کا مقصد یہ ہے کہ بڑے عددی آنکڑوں سے بچا جائے ۔ جیسے ، اگر d=X–A بہت بڑا ہے تب d دریافت کریں اسے درج ذیل طور پر انجام دیا جاسکتا ہے۔

$$\frac{d}{c} = \frac{X - A}{C}$$

فارمولا ذیل میں دیا گیا ہے۔

$$X = A + \frac{\Sigma fd'}{\Sigma f} \times c$$

جہاں $d' = {(X - A)}\!\Big/_{c}$ ، C = مشترک جزوضربی، N= مشاہدات کی تعداد، A= مفروضہ اوسط۔

اس طرح آپ مرحلہ یا زینہ وار طریقے کے ذریعہ مثال 2 میں حسابی اوسط کا شمار کر سکتے ہیں۔

$$X = 850 + {(266)}\!\Big/_{10} \times 10 = \text{Rsl,116}$$

گروپ بند ڈیٹا کے لئے حسابی اوسط کا شمار

مجرد سلسلہ راست طریقہ

مجرد سلسلوں کے معاملے میں ہر مشاہدے کے مقابل تواتر مشاہدے قدر کے ذریعہ ضرب دیا جاتا ہے۔ اس طرح حاصل کی گئی قدروں کا خلاصہ کیا جاتا ہے اور تواترات کی کل تعداد کے ذریعہ تقسیم کیا جاتا ہے۔ علامتی طور پر

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{\Sigma f}$$

جہاں ، ΣfX متغیرات اور تواترات کے حاصل کی جمع ہے۔ ΣfX = تواترات کی جمع

مثال 3

درج ذیل ڈیٹا کے لئے کسی گاؤں میں کاشتکاری والے خاندانوں کے فارم سائز کا اوسط شمار کیجئے۔

فارم کا رقبہ (ایکڑ میں):	64	63	62	61	60	59
کاشتکاری کرنے والے خاندان کی تعداد	8	18	12	9	7	6

جدول 5.2

راست طریقے کے ذریعہ حسابی اوسط کا شمار

fd (2×4) (5)	d (X–62) (4)	X (1×2) (3)	کاشتکاری کرنے والے خاندانوں کی تعداد (f) (2)	فارم کا رقبہ (X) (1)
+16	+2	512	8	64
+18	+1	1134	18	63
0	0	744	12	62
–9	–1	549	9	61
–14	–2	420	7	60
–18	–3	354	6	59
–7	–3	3713	60	

راست طریقہ استعمال کرتے ہوئے حسابی اوسط

$$\bar{X} = \frac{\sum fd}{\sum f} = \frac{3717}{60} = 61.88 \text{ acres}$$ ایکڑ

لہذا، گاؤں میں اوسط فارم رقبہ 61.88 ایکڑ ہے۔

مفروضاتی اوسط طریقہ

انفرادی سلسلوں کے معاملے میں جیسا کہ شمار یا حساب کو مفروضاتی اوسط طریقے کا استعمال کرنے کے ذریعہ مادہ ترمیم کے ساتھ آسان بنایا جاسکتا ہے جیسا کہ پہلے بیان کیا گیا ہے۔ چونکہ ہر مد کا تواتر (f) یہاں دیا گیا ہے۔ ہم ہر انحراف (d) تواتر سے ضرب دیتے ہیں اور $\sum fd$ حاصل کرتے ہیں۔ اس کے بعد ہم $\sum fd$ حاصل کرتے ہیں۔ اگلا مرحلہ سبھی تواترات کی جمع یعنی $\sum f$ حاصل کرنا ہے۔ اس کے بعد $\frac{\sum fd}{\sum f}$ حاصل کریں۔ آخر میں حسابی اوسط کا شمار $\bar{X} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$ کے ذریعہ مفروضہ اوسط کا طریقہ استعمال کرتے ہوئے کیا جاتا ہے۔

زینہ وار انحراف طریقہ

اس معاملے میں انحرافات کو مشترکہ جز وضربی (Common 'C'factor) کے ذریعہ تقسیم کیا گیا ہے۔ جو کہ شمار کی تسہیل کرتا ہے یہاں ہم قیاس کرتے ہیں کہ $d' = \frac{d}{c} = \frac{X - A}{C}$ تا کہ آسان حساب کے لئے عددی آنکڑوں کی سائز (جسامت) کم کی جاسکے۔ اس کے بعد fd' اور $\sum fd'$ حاصل کرتے ہیں۔ آخر میں زینہ وار یا مرحلہ انحراف طریقہ درج ذیل طور پر دیا گیا ہے۔

$$\bar{X} = A + \frac{\sum fd'}{\sum f} \times c$$

سرگرمیاں

- مثال میں دیے گئے ڈیٹا کے اوسط فارم سائز زینہ وار انحراف اور مفروضاتی اوسط طریقوں کا استعمال کرتے ہوئے دریافت کریں۔

یہاں کلاس وقفے دیے گئے ہیں۔ حسابی اوسط کا شمار کرنے کا عمل، مسلسل سیریز معاملے میں اسی طرح ہے جیسا کہ غیر مسلسل یا مجرد سلسلوں میں ہے۔ صرف ایک فرق یہ ہے کہ مختلف کلاس وقفوں کے وسطی نقاط لیے جاتے ہیں آپ کو یہاں نوٹ کرنا چاہئے کہ کلاس وقفے غیر شمولی (باہم غیر شامل) یا شمولی یا غیر مساوی سائز کا ہوسکتا ہے۔ غیر شمولی کلاس وقفہ کی مثال بالفرض 10-20,0-10 وغیرہ ہے۔ شمولی کلاس وقفے کی مثال بالفرض 10-9/0-9 وغیرہ ہے۔ غیر مساوی کلاس وقفے کی مثال بالفرض 20-50,0-20 وغیرہ ہے ان سبھی معاملوں میں حسابی اوسط کا شمار اسی طریقے سے انجام دیا جاتا ہے۔

مثال 4

درج ذیل طلباء کے اوسط مارکس (a) راست طریقہ (b) زینہ وار انحراف طریقے کا استعمال کرتے ہوئے شمار کیجئے۔

راست طریقہ

مارکس (حاصل		20–30	10–20	0–10
کے گئے نمبر)		50–60	40–50	30–40
طلبا کی تعداد	25	15	12	5
		2	3	8

جدول 5.3

راست طریقے سے غیر شمولی کلاس وقفے کے لئے اوسط مارکس کا شمار

مارکس	طلبا کی تعداد (f)	وسطی قدر (m)	fm	$d' = \frac{(m-35)}{10}$	fd'
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0-10	5	5	25	-3	-15
10-20	12	15	180	-2	-24
20-30	15	25	375	-1	-15
30-40	25	35	875	0	0
40-50	8	45	360	1	8
50-60	3	55	165	2	6
60-70	2	65	130	3	6
	70		2110		-34

مرحلے:

1. m سے ظاہر کرتے ہوئے ہر کلاس کے لئے وسطی قدریں حاصل کیجئے۔
2. Σfm حاصل کریں اور راست طریقے کے فارمولے کا اطلاق کریں۔

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fm}{\Sigma f} = \frac{2110}{70} = 30.14 \text{ marks}$$

مارکس

زینہ وار انحراف طریقہ

$d' = \frac{(m-A)}{c}$ حاصل کریں

A=35 لیں (کوئی بھی اختیاری عدد)

C= مشترکہ جزو ضربی

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fm}{\Sigma f} = \frac{2110}{70} = 30.14 \text{ marks}$$

حسابی اوسط (A.M.) کی ایک دلچسپ خصوصیت

آپ کے حساب کی جانچ کرنے کے لئے یہ جاننا دلچسپ اور مفید ثابت ہوگا کہ حسابی اوسط کے سلسلے میں مدوں کے انحرافات کی جمع ہمیشہ صفر کے مساوی ہوتی ہے۔ بطور علامت

$$\Sigma(X - \bar{X}) = 0$$

تاہم حسابی اوسط انتہائی قدروں (extremevlaues) کے ذریعہ اثر انداز ہوتا ہے۔ کوئی بھی بڑی قدر خواہ کسی بھی سرے پر ہو اس میں اتار چڑھاؤ پیدا کر سکتی ہے۔

وزنیاتی حسابی اوسط:

جب آپ حسابی اوسط کا شمار کرتے ہیں تب کبھی کبھی مختلف مدوں کو ان کی اہمیت کے لحاظ سے وزن دینا اہم ہو جاتا ہے۔ مثال کے لئے دو اشیاء ہیں آم اور آلو، آپ آم (p_1) اور آلو (p_2) کی اوسط قیمت جانتے ہیں دلچسپی رکھتے ہیں۔ حسابی اوسط $\frac{p_1+p_2}{2}$ ہوگی تاہم آپ آلو (p_2) کی قیمت میں اضافے کو زیادہ اہمیت دینا چاہتے ہیں اسے انجام دینے کے لئے آپ آم کی مقدار (9,) اور آلو کی مقدار (2) کو ''وزن'' (Weight) کے طور پر استعمال کر سکتے ہیں اب مقداروں کے ذریعہ حسابی اوسط کی وزنیت ہوگی

$$\frac{q_1p_1 + q_2p_2}{q_1 + q_2}$$

بالعموم وزنیاتی حسابی اوسط درج ذیل کے ذریعہ دی جاتی ہے۔

$$\frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$$

جب قیمتیں بڑھتی ہیں تو آپ کو ان اشیاء کی قیمت کے اضافے میں دلچسپی ہوسکتی ہے جو کہ آپ کے لئے زیادہ اہم ہیں آپ باب 8 میں اشاریہ (Index number) کی بحث میں اس کے بارے میں مزید مطالعہ کریں گے۔

سرگرمیاں

- درج ذیل مثال کے لئے حسابی اوسط کی اس خصوصیت کی جانچ کیجئے۔
- اوپر کی مثال میں اگر اوسط 2 سے بڑھ جاتا ہے تب انفرادی مشاہدات کے لئے کیا ہوگا اگر سبھی پر مساوی طور پر اثر پڑتا ہے۔
- اگر پہلے تین مدوں میں 2 کا اضافہ ہوتا ہے تب آخری دو مدوں کی قدریں کیا ہونی چاہئے تاکہ اوسط یکساں رہ سکے۔
- 96 کے ذریعہ قدر 12 کو بدلیں۔ حسابی اوسط کے ساتھ کیا ہوگا۔ تبصرہ کیجئے۔

3. وسطانیہ

حسابی اوسط ڈیٹا میں انتہائی قدرں کی موجودگی سے اثر پڑتا ہے اگر آپ مرکزی میلان کی پیمائش کرنا چاہتے ہیں جو کہ ڈیٹا کی وسطی مقام (Position) پر مبنی ہے تب یہ انتہائی مدوں کے ذریعہ متاثر نہیں ہوتی۔ وسطانیہ متغیرہ کی یہ وہ لحاظ مقام قدر ہے جو دو مساوی حصوں میں بٹاؤ (distribution) کو تقسیم کرتی ہے۔ ایک حصہ ان تمام قدروں پر مشتمل ہوتا ہے جو وسطانیہ قدر سے بڑا یا مساوی ہوتا ہے اور دورا اس سے کم یا مساوی قدروں پر مشتمل ہوتا ہے۔ جب ڈیٹا کا مجموعہ مقدار (Magnitude) کی ترتیب میں مرتب ہوتا ہے۔ وسطانیہ ،وسطی درمیانی عنصر ہوتا ہے۔

وسطانیہ کا شمار

وسطانیہ کا حساب سب سے چھوٹے سے سب سے بڑے ڈیٹا کو مرتب کرنے اور وسطی قدر کو شما کرنے کے ذریعہ آسانی سے کیا جاسکتا ہے۔

مثال 5

فرض کیجئے کہ ڈیٹا مجموعے میں ہمارے پاس درج ذیل مشاہدات ہیں؛4,12,10,8,1,6,7,5اور 3.

ڈیٹا کو معددی یا چڑھتی ترتیب میں مرتب کرنے پر آپ کے پاس ہوگا:

1,3,4,5,6,7,8,10,12

↑

'وسطی اسکور'6 ہے۔ لہذا وسطانیہ 6 ہے ، نصف تعداد 6 سے بڑی ہے۔ اور نصف اعداد اس سے چھوٹے ہیں۔

اگر ڈیٹا میں جفت (Even) اعداد ہیں تو دو مشاہدات ایسے ہوں گے جو وسطی میں ہونگے اس معاملے میں وسطانیہ کا شمار دو

قدروں کے درمیانے کی حسابی اوسط کے طور پر شمار کیا جاتا ہے۔

مثال 6

درج ذیل ڈیٹا 20 طلباء کے مارکس فراہم کرتا ہے۔ آپ کو وسطانیہ مارکس کا شمار کرنا ہے۔

25, 72, 28, 65, 29, 60, 30, 54, 32, 53,
33, 52, 35, 51, 42, 48, 45, 47, 46, 33.

چڑھتی ترتیب میں ڈیٹا کو مرتب کرنے پر آپ پاتے ہیں۔

25, 28, 29, 30, 32, 33, 33, 35, 42,
45, 46, 47, 48, 51, 52, 53, 54, 60,
65 72

آپ دیکھ سکتے ہیں وسطی میں دو مشاہدات ہیں یعنی 45 اور 46۔ وسطانیہ دو مشاہدات کی اوسط لینے کے ذریعہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔

وسطانیہ $\frac{45+46}{2} = 45.5$ مارکس

وسطانیہ شمار کرنے کے لحاظ سے یہ ضروری ہے کہ وسطانیہ یعنی مدور جس پر وسطانیہ واقع ہے کو جانا جائے۔ وسطانیہ کے مقام کو درج ذیل فارمولے کے ذریعہ شمار کیا جاسکتا ہے

وسطانیہ کا مقام $\frac{(N+1)^{th}}{2}$

جہاں N= مدوں کی تعداد ہے۔

آپ غور کر سکتے ہیں کہ درج بالا فارمولا ایک مرتب صف میں آپ کو وسطانیہ کا مقام عطا کرتا ہے نہ کہ خود وسطانیہ۔ وسطانیہ کا شمار درج ذیل فارمولے سے کیا جاسکتا ہے۔

وسطانیہ $\frac{(N+1)^{th}}{2}$ مد کی سائز

مجرد سلسلے

مجرد سلسلوں کے معاملے میں وسطانیہ کا مقام یعنی $\frac{(N+1)^{th}}{2}$ مد کو مجموعی تواتر کے ذریعہ شناخت کیا جاتا ہے۔ اس مقام پر مطابق قدر وسطانیہ کی قدر ہے۔

مثال 7

افراد کی تعداد کا تواتری بٹاؤ اور ان کی متعلقہ آمدنیاں (روپے میں) ذیل میں دی گئی ہیں وسطانیہ آمدنی کا شمار کیجئے۔

آمدنی (روپے میں) 10, 20, 30, 40

افراد کی تعداد 2, 4, 10, 4

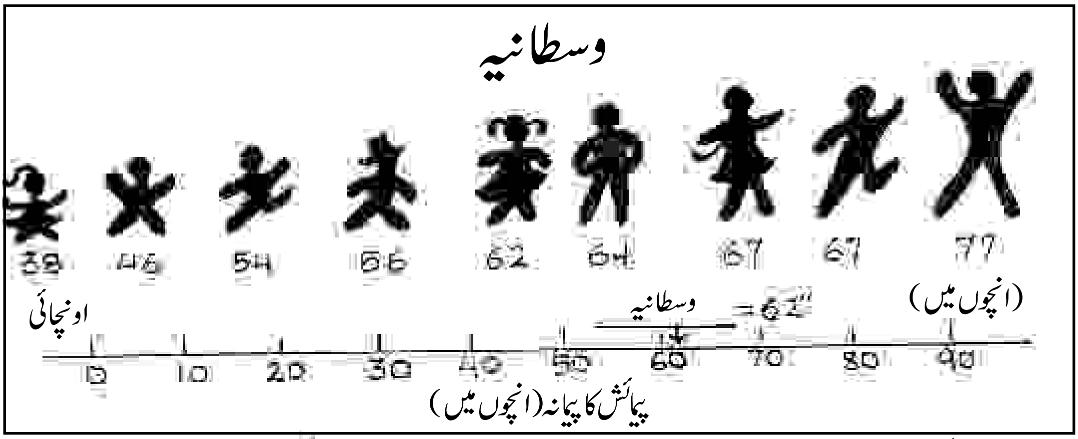
وسطانیہ آمدنی کے شمار کے سلسلے میں آپ تواتری بٹاؤ یا تواتری تقسیم تیار کر سکتے ہیں جیسا کہ نیچے دی گئی ہے۔

جدول 5.4

مجرد سلسلوں کے لئے وسطانیہ کا شمار

آمدنی (روپے میں)	افراد کی تعداد (f)	مجموعی تواتر (cf)
10	2	2
20	4	6
30	10	16
40	4	20

وسطانیہ $\frac{(N+1)}{2} = \frac{20+1}{2} = 10.5^{th}$ دیں مشاہدے میں واقع ہے۔ اسے مجموعی تواتر کے ذریعہ آسانی سے



شناخت کیا جاسکتا ہے۔ 10.5 واں مشاہدہ 16 کے .c.f میں واقع ہے۔ اس کے مطابق آمدنی 30 روپے ہے، اس لیے وسطانیہ آمدنی 30 روپے ہیں۔

مسلسل سیریز

مسلسل سیریز کے معاملے میں آپ وسطانیہ کلاس کا وہاں پتہ کرسکتے ہیں جہاں N/2 ویں مد نہ کہ 2/(N+1) ویں مد واقع ہے۔ تب وسطانیہ جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے، حاصل 6 کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{وسطانیہ} = L + \frac{\left(\frac{N}{2} - c.f.\right)}{f} \times h$$

جہاں L = وسطانیہ کلاس کی نچلی حد

جہاں c.f. = وسطانیہ کلاس کے پیش رو کلاس کا مجموعی تواتر

f = وسطانیہ کلاس کا تواتر

h = وسطانیہ کلاس وقفے کی قدر

اگر تواتر غیر مساوی سائز یا قدر کا ہے تو کسی تطابق (adjustment) کی ضرورت نہیں ہے۔

مثال 8

درج ذیل ڈیٹا کسی فیکٹری میں دہاڑی کام کرنے والے افراد سے متعلق ہے وسطانیہ دہاڑی (یومیہ اجرت) کا شمار کیجیے۔

یومیہ اجرت (روپے میں)	35–40	40–45	45–50	50–55	55–60	20–25	25–30	30–35
ورکرس کی تعداد	30	20	15	13	7	14	28	33

یہاں ڈیٹا کو صعودی یا چڑھتی ترتیب میں مرتب کیا جاتا ہے۔

درج بالا مثال میں وسطانیہ کلاس سلسلے کی (N/2) ویں مد (یعنی 160/2) = 80th ویں مد کی قدر ہے جو کہ 35-40 کلاس وقفے میں واقع ہے۔

وسطانیہ کا فارمولا اطلاق کرنے پر

جدول 5.5

مسلسل سیریز کے لئے وسطانیہ کا شمار

یومیہ اجرت (روپے میں)	ورکرس کی تعداد (f)	مجموعی تواتر
20-25	14	14

42	28	25-30
75	33	30-35
105	30	35-40
125	20	40-45
140	15	45-50
153	13	50-55
160	7	55-60

$$L+\frac{\left(\frac{N}{2}-c.f.\right)}{f}\times h$$

وسطانیہ $=\frac{35+(80-75)}{30}\times(40-35)$

Rs35.83

اس طرح وسطانیہ یومیہ اجرت 35.83 روپے ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ 50% ورکرس 35.83 سے کم یا مساوی پا رہے ہیں اور 50% ورکرس اس اجرت سے زیادہ یا مساوی پا رہے ہیں۔

آپ کو یاد رکھنا چاہئے کہ مرکزی میلان کی پیمائش کے طور پر وسطانیہ سلسلے میں بھی قدروں کے لئے حساس نہیں ہے۔ یہ ڈیٹا کے مرکزی مدوں کی قدروں پر ارتکاز کرتا ہے۔

سر گرمیاں

- سلسلے کی بھی چار قدروں کی اوسط اور وسطانیہ دریافت کیجئے۔ آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

جدول 5.6

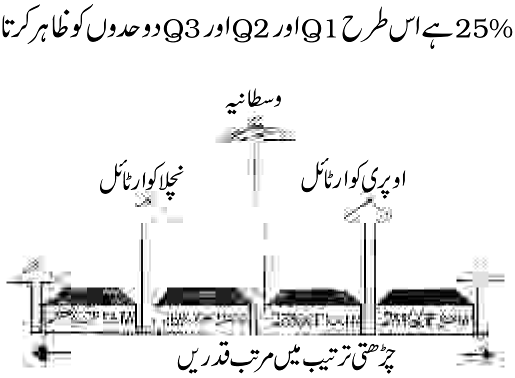
مختلف سلسلوں کا اوسط اور وسطانیہ

وسطانیہ	اوسط	X (متغیرہ قدریں)	سلسلہ
?	?	1,2,3	A
?	?	1,2,30	B
?	?	1,2,300	C
?	?	1,2,3000	D

- کیا وسطانیہ انتہائی قدروں سے متاثر ہوتا ہے؟
- کیا اوسط مرکز سے دور واقع ہے؟
- کیا وسطانیہ اوسط کے مقابلے میں زیادہ بہتر طریقہ ہے؟

کوارٹائل

کوارٹائل وہ پیمائش ہے جو کہ ڈیٹا کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ ہر حصہ مشاہدات کے مساوی عدد پر مشتمل ہوتا ہے۔اس طرح تین کوارٹائل ہوتے ہیں۔ پہلا کوارٹائل (Q کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے) یا نچلے کوارٹائل میں اس کے نیچے تقسیم مدوں کا 25% اس سے بڑا ہوتا ہے۔ دوسرا کوارٹائل (Q2 کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے یا وسطانیہ میں اس کے نیچے مدوں کا 50% ہے اور اس کے اوپر مشاہدات کا 50% ہے۔ تیسرا کوارٹائل (Q3 کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے) یا اوپری کوارٹائل میں اس کے نیچے تقسیم کی مدوں کا 75% ہے اور اس کے اوپر کا 25% ہے اس طرح Q1 اور Q2 اور Q3 دو حدوں کو ظاہر کرتا



ہے جس کے اندر ڈیٹا کا مرکزی 50% واقع ہوتا ہے۔

صدیہ (پرسنا ٹائل)

صدیہ بٹاؤ کو سو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے، لہذا آپ 99 تقسیمی مقامات حاصل کر سکتے ہیں، اسے $P_1, P_2, P_3, \ldots P_{98}, P_{99}$ کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے P_{50} وسطانیہ قدر ہے اگر آپ نے مینجمنٹ کے داخلہ امتحان میں 82 پرسنٹائل حاصل کیا ہے۔ تو اس کا مطلب ہے کہ آپ کا مقام امتحان میں شامل ہونے والے کل امیدواروں کے 18 فی صد سے نیچے ہے۔ اگر کل ایک لاکھ طلباء شامل ہوئے تو آپ کا مقام کیا ہوگا۔

کوارٹائل کا شمار

کوارٹائل کی شناخت کا طریقہ انفرادی اور مجرد سیریز کے معاملے میں وسطانیہ کی طرح ہے مرتب سیریز کی Q2 اور Q3 کی قدر درج ذیل فارمولے کے ذریعہ حاصل کی جاسکتی ہے۔

$$Q_1 = size\frac{(N+1)^{th}}{2}$$

$$Q_3 = size\frac{3(N+1)^{th}}{4}$$

Q1= (N+1) ویں مد کی سائز

Q2= (N+1) ویں مد کی سائز

یہاں N مشاہدات کی تعدا ہے۔

مثال 9

کسی امتحان میں دس طلباء کے ذریعہ حاصل کیے گئے مارکس کے ڈیٹا سے کوارٹائل کی قدر شمار کیجیے۔

22, 26, 14, 30, 18, 11, 35, 41, 12, 32.

چڑھتی ترتیب ڈیٹا کو مرتب کرنے پر

11, 12, 14, 18, 22, 26, 30, 32, 35, 41.

$Q_1 = \frac{(N+1)th}{4}$ مد کی سائز $\frac{(10+1)th}{4}$

مد کی سائز = 2.75 ویں مد کی سائز = دوسرا مد 13.5=4.75 (14.12)= مارکس

> سر گرمی
>
> - آپ خود Q_3 دریافت کریں

5. بہتاتیہ

کبھی کبھی آپ کو سیریز کی نہایت مثالی قدر یا وہ قدر جس کے گرد مدوں کا بیش ترین ارتکاز واقع ہوتا ہے، جاننے میں دلچسپی ہوسکتی ہے۔ مثال کے لیے ایک اشیاء ساز کو جوتوں کی سائز جاننے میں دلچسپی ہوسکتی ہے کس ناپ کی زیادہ سے زیادہ مانگ ہے۔ یا شرٹ کی قسم جاننے کی خواہش ہوسکتی ہے جس کی مانگ اکثر وبیشتر ہو۔ لفظ Mode فرانسیس، لفظ "La Mode" سے اخذ کیا گیا ہے جو تقسیم کی نہایت مروجہ قدروں کی نشاندہی کرتا ہے کیونکہ اسے سیریز میں بہت زیادہ بار دہرایا جاتا ہے۔ بہتاتیہ نہایت کثیر الوقوع مشاہدہ کی گئی ڈیٹا قدر ہے۔ یہ M_0 کے ذریعہ ظاہر کی جاتی ہے۔

بہتاتیہ کا شمار

مجرد سیریز

ڈیٹا سیٹ 5,4,4,3,2,1 پر غور کریں اور اس ڈیٹا کے

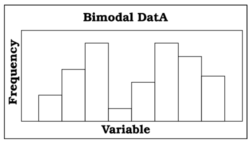
لئے بہتاتیہ 4 ہے کیونکہ یہ ڈیٹا میں 4 انتہائی کثیرالوقوع (دوبار) ہے۔

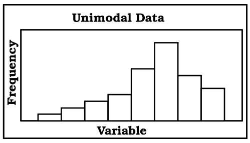
مثال 10

درج ذیل مجرد سیریز پر ایک نظر ڈالیں:

متغیرہ	50	40	30	20	10
تواتر	5	10	20	8	2

یہاں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ زیادہ سے زیادہ تواتر 20 ہے، بہتاتیہ کی قدر 30 ہے اس معاملے میں، چونکہ بہتاتیہ کی قدر منفرد ہے لہٰذا ڈیٹا ایک بہتاتیہ (Unimodel) ہے لیکن حسابی اوسط اور وسطانیہ کے برعکس کوئی مزدوری نہیں کہ بہتاتیہ منفرد ہو۔ آپ کے پاس ڈیٹا دو بہتاتیہ (Bimodel) یا دو بہتاتیے سے زیادہ کثیر بہتاتیہ (Multi model) بھی ہوسکتا ہے۔ یہ ممکن ہے کہ کوئی بھی بہتاتیہ نہ ہو اگر تقسیم (Distribution) میں کسی دیگر قدر کی نسبت کوئی قدر زیادہ بار بار نہ ظاہر ہوتی ہو۔ مثال کے لیے ایک سلسلے 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4 میں کوئی بہتاتیہ نہیں ہے۔





مسلسل سیریز

مسلسل تواتری تقسیم کے معاملے میں بہتاتیہ کلاس وہ کلاس ہے جس کا تواتر سب سے زیادہ بہتاتیہ کو درج ذیل فارمولے کا استعمال کرنے کے ذریعہ شمار کیا جاسکتا ہے۔

$$M_o = L + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times h$$

یہاں L = بہتاتیہ کلاس کی نچلی حد ہے۔

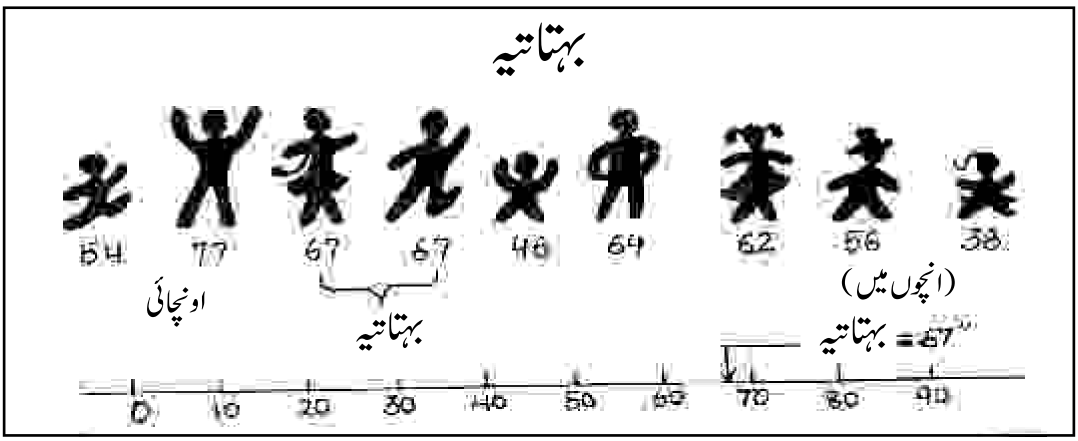
جدول 5.7

گروپ کاری جدول

		گروپ تواتر				آمدنی (000، روپے میں)
VI	V	IV	III	II	I	
		17		7	97-95=2	45-50
					95-90=5	40-45
			15		90-80=10	35-40
	35			30	80-60=20	30-35
60			50		60-30=30	25-30
		68		48	30-12=18	20-25
	56		26		12-4=8	15-20

جدول 5.8
تجزیہ جدول

10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	کالم
			کلاس وقفے					
			X					I
		X	X					II
			X	X				III
		X	X	X				IV
	X	X	X					V
			X	X	X			VI
-	1	3	6	3	1	-	-	کل



D_1 = بہتاتیہ کلاس کے تواتر اور بہتاتیہ کلاس کے پیش روکلاس کے تواتر قابل نظرانداز علامت کے درمیان فرق ہے۔

D_2 = بہتاتیہ کلاس کے تواتر اور بہتاتیہ کلاس کے پس رو کلاس (قابل نظرانداز علامت) کے تواتر کے درمیان فرق ہے۔

آپ غور کر سکتے ہیں کہ مسلسل سیریز کے معاملے میں کلاس وقفے مساوی ہونے چاہئیں اور سیریز شمار کرنے کے لئے غیر شمولی ہونا چاہئے۔ اگر وسطی نقاط دیے گئے ہیں تب کلاس وقفے حاصل کیے جانے ہوتے ہیں۔

مثال 11

بہتاتیہ ورکر فیملی کی ماہانہ آمدنی درج ذیل ڈیٹا سے شمار کیجئے

آمدنی ماہانہ(000. روپے میں)

50 سے کم 45 سے کم 40 سے کم 35 سے کم 30 سے کم 25 سے کم 20 سے کم 15 سے کم

فیملیوں کی تعداد

97,95,90,80,60,30,12,4

جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ مجموعی تواتری تقسیم کا معاملہ ہیں۔ بہتاتیہ شمار کرنے کے سلسلے میں آپ کو اسے غیر شمولی سیریز میں رکھنا ہوگا۔ اس مثال میں یہ سیریز نزولی یا گھٹتی ترتیب میں ہے۔ گروپ کاری اور تجزیہ جدول بہتاتیہ کلاس کے تعین کے لئے بنانا ہوگا۔

بہتاتیہ کی قدر 30-25 کلاس وقفے میں واقع ہوتی ہے۔ معائنہ کے ذریعہ بھی اسے دیکھا جا سکتا ہے یہ ایک بہتاتیہ کلاس ہے۔

$$L = 25, D_1 = (30-18) = 12, D_2 = (30-20) = 10, h = 5$$

فارمولے کا استعمال کرتے ہوئے آپ بہتاتیہ کی قدر حاصل کر سکتے ہیں جو کہ درج ذیل ہے۔

M_0 (000' روپے میں)

$$M = \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times h$$

$$25 + \frac{12}{10+12} \times 5 = Rs27,273$$

اس طرح بہتاتیہ ورکر فیملی کی ماہانہ آمدنی 27،273 روپے ہے۔

سرگرمیاں

- جوتے بنانے کی ایک کمپنی صرف بالغوں کے لئے جوتے بناتی ہے وہ جوتوں کی انتہائی مقبول ناپ کے بارے میں جاننا چاہتی ہے۔ کون سی اوسط اس کے لئے زیادہ مناسب ہوگی؟
- مرکزی میلان کی موزوں پیائش کا استعمال کرتے ہوئے چینی غذا کے لئے طالب علم کی پسند جاننے کے لئے کلاس میں ایک مختصر سروے انجام دیجئے۔
- کیا بہتاتیہ (mode) کا گرافی طور پر تعین کیا جا سکتا ہے؟

6. حسابی اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ کا اضافی یا نسبتی مقام بالغرض ہم ظاہر کرتے ہیں۔

حسابی اوسط = M_e

وسطانیہ = M_i

بہتاتیہ = M_o

اس طرح ہے e اور i لاحقے ہیں۔ تبصروں کی اضافی قدر ہیں $Me > Mi > Mo$ یا $Me < Mi < Mo$ (لاحقے ابجدی ترتیب میں واقع ہوتے ہیں) وسطانیہ ہمیشہ حسابی اوسط اور بہتاتیہ کے درمیان ہوتا ہے۔

7. اختتام

مرکزی میلان یا اوسطوں کی پیائشوں کا استعمال ڈیٹا کے خلاصے کے لئے کیا جاتا ہے۔ یہ ڈیٹا سیٹ کو بیان کرنے میں انتہائی واحد نمائندہ قدر کی صراحت کرتا ہے۔ حسابی اوسط بہت زیادہ عمومی طور پر استعمال کیا جانے والا اوسط ہے۔ اسے شمار کرنا آسان ہے اور

اور یہ سبھی مشاہدات پر مبنی ہوتا ہے۔ لیکن یہ انتہائی مدوں کی موجودگی کے ذریعہ غیر مناسب طور پر اثر انداز ہوتا ہے۔ اس طرح کے ڈیٹا کے لئے وسطانیہ بہتر خاصہ ہے بہتاتیہ کا استعمال عام طور پر مقداری ڈیٹا بیان کرنے کے لئے کیا جاتا ہے۔ وسطانیہ اور بہتاتیہ کو آسانی سے گرافی طور پر شمار کیا جاسکتا ہے۔ غیر محدود کی تقسیم کے معاملے میں بھی انہیں آسانی سے شمار کیا جاسکتا ہے اس طرح یہ اہم ہے کہ ایک موزوں اوسط کا انتخاب کیا جائے۔ جو کہ تقسیم کے تجزیے اور نوعیت کے مقصد پر مبنی ہو۔

خلاصہ

- مرکزی میلان کی پیمائش کی واحد قدر کے ساتھ ڈیٹا خلاصہ کرتا ہے جو کہ پورے ڈیٹا کی نمائندگی کرسکتا ہے۔
- حسابی اوسط مشاہدات کی تعداد کے ذریعہ مشاہدات کی قدروں کی جمع کو تقسیم کرنے کے طور پر معین کیا جاتا ہے۔
- حسابی اوسط سے مدوں کے انحراف کے جمع ہمیشہ صفر کے مساوی ہوتی ہے۔
- کبھی کبھی مختلف مدوں کو ان کی اہمیت کے لحاظ سے وزن دینا اہم ہوجاتا ہے۔
- وسطانیہ اس معنی میں تقسیم کی مرکزی قدر ہے کہ وسطانیہ کی قیمت اقدار کی تعداد وسطانیہ سے زیادہ اقدار کی تعداد کے مساوی ہوتی ہے۔
- کوارٹائل چار مساوی حصوں میں قدروں کے کل سیٹ کو تقسیم کرتے ہیں۔
- بہتاتیہ وہ قدر ہے جو نہایت تواتر کے ساتھ واقع ہوتی ہے۔

مشقیں

1. درج ذیل معاملوں میں کون سی اوسط مناسب ہوگی؟
   (i) تیار ملبوس کی اوسط سائز
   (ii) کلاس میں طلبا کی اوسط ذہانت

(iii) ایک فیکٹری میں فی شفٹ اوسط پیداوار

(iv) صنعتی ادارے میں اوسط اجرتیں

(v) مطلق انحرافات کی جمع کب اوسط سے کم ہوتی ہے؟

(vi) متغیرہ کی مقداریں کب تناسب میں ہوتی ہیں؟

(vii) غیر محدود تواتری تقسیم کے معاملے میں۔

2. ہر سوال کے مقابل فراہم کیے گئے تعددی (کثیر) انتخاب سے نہایت موزوں متبادل کی نشان دہی کریں۔

(i) کیفیتی پیمائش کے نہایت موزوں ہے

(a) حسابی اوسط (Arithmetic mean)

(b) وسطانیہ (Median)

(c) بہتاتیہ (Mode)

(c) جیومیتر یہ اوسط

(d) دن میں سے کوئی نہیں

(ii) انتہائی مدوں کی موجودگی کے ذریعہ کون سی اوسط زیادہ متاثر ہوتی ہے؟

(a) وسطانیہ

(b) بہتاتیہ

(c) حسابی اوسط

(d) جیومیٹریہ اوسط

(e) ہارمونی اوسط

(iii) حسابی اوسط (A.M.) سے n قدروں کے انحراف کی الجبری جمع ہے۔

(a) n

(b) o

(c) 1

(d) ان میں سے کوئی نہیں

جواب[(iii) c (ii) b (i)]

3. بتایے کہ آیا درج ذیل بیانات صحیح ہیں یا غلط

(i) وسطانیہ سے مدوں کے انحراف کی جمع صفر ہے۔

(ii) محض اکیلے اوسط ہی سیریزے موازنے کے لئے کافی نہیں ہے۔

(iii) حسابی اوسط بہ لحاظ مقام قدر ہے۔

(iv) اوپری کوارٹائل مدوں کے اوپر 25% کی نچلی قدر ہے۔

(iv) وسطانیہ انتہائی مشاہدات کے ذریعہ غیر مناسب طور پر متاثر ہوتا ہے۔

جواب[(i) غلط (ii) صحیح (iii) غلط (iv) صحیح (v) غلط]

4. درج ذیل دے گئے ڈیٹا کی حسابی اوسط اگر 28 ہے جو دریافت کیجئے

الف) غائب تواتر تو سیریز کا وسطانیہ

منافع فی خردہ فروش دوکان (روپے میں)

خردہ فروش	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
دوکانوں کی تعداد	12	18	27	-	17	6

[جواب غائب تواتر 20 ہے اور وسطانیہ کی قدر 27.5 ہے]

5. درج ذیل جدول فیکٹری میں دس ورکرس کی یومیہ آمدنی ہے حسابی اوسط دریافت کیجئے۔

ورکرس کی تعداد	A	B	C	D	E	F	G	H	I	G
یومیہ آمدنی (روپے میں)	120	150	180	200	250	300	220	350	370	260

(جواب: 240 روپے)

6. درج ذیل معلومات150 فیملیوں کی یومیہ آمدنی5 پر مشتمل ہے حسابی اوسط کا شمار کیجئے۔

آمدنی (روپے میں)	فیملیوں کی تعداد
75سے زیادہ	150
85سے زیادہ	140
95سے زیادہ	115
105سے زیادہ	95
115سے زیادہ	70
125سے زیادہ	60
135سے زیادہ	40
145سے زیادہ	25

(جواب16.3روپے)

7. کسی گاؤں میں350 فیملیوں کی آراضی کا رقبہ نیچے دیا گیا ہے آراضی کی وسطانیہ سائز بتایے۔

اراضی کی سائز (ایکڑ میں)	100سے کم	100-200	200-300	300-400	400سے زیادہ
فیملیوں کی تعداد	40	89	148	64	39

(جواب241.22ایکڑ)

8. درج ذیل سیریز کسی فرم میں برسر روزگار ورکرس کی یومیہ آمدنی سے متعلق ہے۔ شمار کیجئے (a) نچلے 50%ورکرس کی زیادہ سے زیادہ آمدنی(b) سب سے اوپر25%ورکرس کے ذریعہ کمائی جانے والی آمدنی(c) نچلے 25%ورکرس کے ذریعہ کمائی جانے والی سب سے زیادہ آمدنی

یومیہ آمدنی (روپے میں)	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
ورکرس کی تعداد	5	10	15	20	10	5

(اشارہ: وسطانیہ شمار کیجئے، نچلا اور اوپری کوارٹائل)

(جواب: (الف) 25.11روپے (ب) 19.92روپے (ج) 29.13روپے

9. درج ذیل جدول کسی گاؤں میں 150 کھیتوں کی کلوگرام فی ہیکٹر میں حاصل پیداوار فراہم کرتا ہے۔ اوسط ، وسطانیہ ، بہتاتیہ، حاصل پیداوار کا شمار کیجئے۔

حاصل پیداوار (فی ہیکٹر کلوگرام)	50-53	53-56	56-59	59-62	62-65	65-68	68-71	71-74	74-77
کھیتوں کی تعداد	3	8	14	30	36	28	16	10	5

(جواب: اوسط 63.82 کلوگرام فی ہیکٹر ، وسطانیہ 63.67 کلوگرام فی ہیکٹر ، بہتاتیہ 63.29 کلوگرام فی ہیکٹر)