باب

6

انتشار کی پیمائش

اس باب کا مطالعہ کرنے کے بعد اتنی استعداد ہو جانی چاہیئے کہ آپ:

- وسطوں کی حدیں جان سکیں ؛
- انتشار کی پیمائش کی ضرورت کی قدر شناسی کر سکیں ؛
- انتشار کی مختلف پیمائشوں کا شمار کر سکیں ؛
- پیمائشوں کا حساب اور ان کا موازنہ کر سکیں ؛
- مطلق اور انسانی پیمائشوں کے درمیان امتیاز کر سکیں ؛

1. تعارف:

پچھلے باب میں، آپ نے مطالعہ کیا کہ ڈیٹا کو ایک نمائندہ قدر میں کس طرح خلاصہ کیا جاتا ہے۔ تاہم وہ قدر ڈیٹا میں موجود تغیر پذیری کا اظہار نہیں کرتی۔ اس باب میں آپ ان پیمائشوں کا مطالعہ کریں گے جو ڈیٹا کی تغیر پذیری کی مقدار کے تعین کرنے میں معاون ہوتی ہیں۔

تین دوست رام، رحیم اور ماریہ چائے کی چسکیاں لیتے ہوئے گپ شپ کر رہے تھے اپنی بات چیت کے دوران انہوں نے اپنی فیملی کی آمدنیوں کے بارے میں بات شروع کردی رام انہیں بتاتا ہے کہ اس کی فیملی میں چار ممبر ہیں اور ہر ممبر کی اوسط آمدنی 15,000 روپے ہے۔ رحیم کہتا ہے کہ اس کی فیملی میں اوسط آمدنی یہی ہے حالانکہ ممبروں کی تعداد 6 ہے۔ ماریہ 52 بتاتی ہے کہ اس کی فیملی میں پانچ ممبر ہیں جن میں ایک کام نہیں

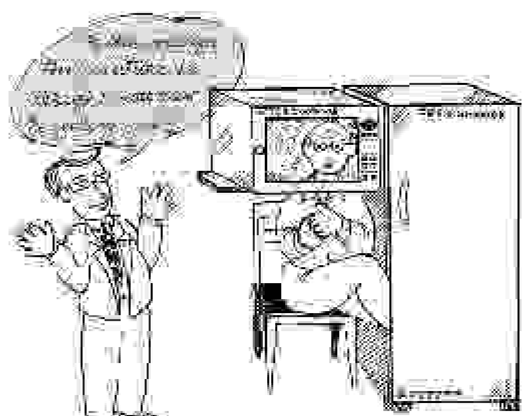
کر رہا ہے۔ وہ بھی حساب لگاتی ہے کہ اس کی فیملی کی بھی اوسط آمدنی 15,000 روپے ہے۔ ان کو تھوڑی حیرت ہوئی کیونکہ وہ جانتے تھے کہ ماریہ کے والد بہت زیادہ تنخواہ پا رہے ہیں۔ وہ اس کی تفصیلات میں گئے اور انہوں نے درج ذیل ڈیٹا اکٹھا کیا۔

فیملی کی آمدنیاں:

نمبر شمار	رام	رحیم	ماریہ
1	12,000	7,000	0
2	14,000	10,000	7,000
3	16,000	14,000	8,000
4	18,000	17,000	10,000
5	-----	20,000	50,000
6	-----	22,000	----=
کل آمدنی	60,000	90,000	75,000
اوسط آمدنی	15,000	15,000	15,000

کیا آپ غور کرتے ہیں کہ اگر چہ اوسط ایک ہے پھر بھی انفرادی آمدنیوں میں خاصا فرق ہے؟

یہ بالکل واضح ہے کہ اوسط، تقسیم کا صرف ایک پہلو یعنی



قدروں کی ایک نمائندہ سائز بتانے کی کوشش کرتا ہے۔ اسے بہتر طور پر سمجھنے کے لئے آپ قدروں کے پھیلاؤ کے بھی جاننے کی ضرورت ہوگی۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ رام کی فیملی میں آمدنیوں کے فرق نسبتاً کم ترین ہیں۔ رحیم کی فیملی میں یہ فرق زیادہ ہے اور ماریہ کی فیملی میں بہت ہی زیادہ۔ اس طرح صرف اوسط کی واقفیت ہونا کافی نہیں ہے۔ اگر آپ کے پاس ایسی کوئی دوسری قدر ہے جو قدروں میں تغیر کی مقدار ظاہر کرتی ہے تب آپ کی تقسیم کی فہم زیادہ بہتر ہوگی۔ مثال کے لیے فی کس آمدنی صرف اوسط آمدنی ظاہر کرتی ہے۔ انتشار کی پیمائش آپ کو آمدنی کی نامساوات بتا سکتی ہے اس سے آپ کو سماج کے مختلف طبقات کی نسبتی یا اضافی معیار زندگی کو سمجھنے میں بہتری پیدا ہوگی۔ انتشار (Dispersion) تقسیم کی قدروں میں وہ حد ہے جو تقسیم کی اوسط سے متفرق ہوتی ہے۔

تغیر کی حد کی مقدار کے تعین کے لئے کچھ مخصوص پیمائش ہیں جو کہ درج ذیل ہیں:

(1) رینج (وسعت)

(2) کوارٹائل انحراف (Quartile Deviation)

(3) وسطی انحراف (Mean Deviation)

(4) معیاری انحراف (Standard Deviation)

ان پیمائشوں کو جو کہ عددی قدر دیتی ہیں، کہ علاوہ انتشار کا تخمینہ کرنے کے لئے گرافی طریقہ بھی ہوتا ہے۔

رینج اور کوارٹائل انحراف انتشار کی پیمائش اس پھیلاؤ کو شمار کرنے کے ذریعہ جو کہ قدروں میں واقع ہوتی ہے، کرتے ہیں، وسط انحراف اور معیاری انحراف ان قدروں کی حد کا شمار رکھتے ہیں جو اوسط مختلف ہوتی ہے۔

2. قدروں کے پھیلاؤ پر مبنی پیمائش:

رینج (R) تقسیم میں سب سے بڑی قدر (L) اور سب سے چھوٹی قدر (S) کے درمیان فرق ہے۔

اس طرح $R = L - S$

سر گرمیاں:

درج ذیل قدروں پر ایک نظر ڈالیں:

20 30 40 50 200

= رینج کا شمار کیجئے

= اگر ڈیٹا سیٹ میں قدر 200 موجود نہیں ہے تب رینج کیا ہے

= اگر 50 کو 150 کے عوض رکھا جاتا ہے تب رینج کیا ہوگی؟

رینج توضیحات:

رینج منتہائی قدروں کے ذریعہ ضرورت سے زیادہ متاثر ہوتی ہے۔ یہ سبھی قدروں پر نہیں مبنی ہوتی، جب تک کم ترین اور بیش ترین قدریں تبدیل نہیں ہوتیں۔، دیگر قدریں کسی بھی تبدیلی رینج پر اثر انداز نہیں ہوتی۔ اس کا شمار غیر محدود (Open ended) تواتری تقسیم کے لئے نہیں کیا جاسکتا۔

رینج کی سب سے اونچی قدر اونچے انتشار کی دلالت کرتی ہے اور رینج کی سب سے نیچی قدر کم انتشار کی دلالت کرتی ہے۔

بعض حدوں کے باوجود، رینج کو اس کے سہل ہونے کے سبب اکثر سمجھا اور استعمال کیا جاتا ہے۔ مثال کے لئے ہم اپنے ٹی وی اسکرین پر تقریباً روز مختلف شہروں کے زیادہ سے زیادہ اور کم سے کم درجہ حرارت دیکھتے ہیں اور ان میں بدلتے ہوئے درجہ حرارت کے بارے میں اندازہ قائم کرتے ہیں۔

غیر محدود تقسیم وہ ہے جس میں سب سے نچلی کلاس کی نہ تو نچلی حد نہ سب سے اونچی کلاس کی اوپری حد یا دونوں کی صراحت نہیں ہوتی۔

سر گرمی

اخبار سے تقریباً 52 ہفتے کے اونچے نیچے 10 شیئروں کے ڈیٹا جمع کیجئے۔ شیئر قیمتوں کی رینج شمار کیجئے۔ کون سے اسٹاک زیادہ پرتلون اور کون سے زیادہ مستحکم ہے۔

کوارٹائل انحراف:

تقسیم میں انتہائی طور پر اونچی یا نیچی قدر کی موجودگی بھی انتشار کی پیمائش کے طور پر رینج کی افادیت کو کم کرسکتی ہے۔ اس طرح آپ کو ایک ایسی پیمائش کی ضرورت ہوگی جو منفصل (Out lier) کے ذریعہ ضرورت سے زیادہ یا بے جا طور پر نہ متاثر ہو۔

ایسی صورتحال میں اگر پورے ڈیٹا کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تب ہر ایک 25% قدروں پر مشتمل ہوگا۔ ہم کوارٹائل اور وسطانیہ کی قدریں حاصل کرتے ہیں۔ (آپ ان کے بارے میں پہلے ہی باب 5 میں پڑھ چکے ہیں)۔

اوپری اور نچلے کوارٹائل (علی الترتیب Q_3 اور Q_1) کا استعمال بین کوارٹائل رینج کا شمار کرنے کے لئے کیا جاتا ہے جو کہ $Q_3 - Q_1$ ہے۔

بین کوارٹائل رینج تقسیم میں قدروں کی وسط 50% پر مبنی ہے اور اس لیے منتہائی قدروں کا اثر نہیں پڑتا۔ بین کوارٹائل رینج کے نصف کو کوارٹائل کل انحراف کہا جاتا ہے۔

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

Q.D کو اس لیے نصف بین کوارٹائل کی رینج کہا جاتا ہے۔

غیر گروپ بند ڈیٹا کے لیے رینج اور Q.D کا شمار کیجئے۔

مثال 1

درج ذیل مشاہدات کا رینج اور Q.D شمار کیجئے

20, 25, 29, 30, 35, 39, 41, 48, 51, 60, 70

واضح طور پر رینج ہے 50 = 70–20

Q.D کے لئے ہمیں Q3 اور Q_1 کی قدروں کے شمار کی ضرورت ہے۔

Q_1 $\frac{n+1}{4}$ ویں قدر کی سائز ہے

Q_1n تیسری قدر کی سائز ہے

چونکہ قدریں پہلے ہی صعودی ترتیب میں مرتب ہوتی ہیں، یہ دیکھا جا سکتا ہے کہ تیسری قدر Q_1, 29 (اگر یہ قدریں مرتب نہیں ہیں تو پھر آگے کیا کریں گے؟)

اس طرح، Q3 $\frac{3(n+1)}{4}$ ویں قدر کی سائز ہے

یعنی 9 ویں قدر جو کہ 51 ہے۔

لہذا Q3 =51

$$Q-D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{51-29}{2} = 11$$

کیا آپ غور کرتے ہیں کہ Q-D وسطانیہ سے کوارٹائل کا اوسط فرق ہے۔

سر گرمی

- تواتری تقسیم کے لئے رینج اور Q.P کا شمار کیجئے۔

مثال 2

40 طلباء کی کلاس کے ذریعہ حاصل کیے گئے مارکس کی درج ذیل کی تقسیم کے لئے رینج اور Q. کا شمار کیجئے۔

جدول 6.1

کلاس وقفے	طلباء کی تعداد
C1	(f)
0–10	5
10–20	8
20–40	16
40–60	7
60–90	4
	40

رینج محض اونچی کلاس کی اوپری اور نچلی کلاس کی حد کے درمیان فرق ہے۔ لہذا رینج 90 = 0 – 90 ،Q.D.، (کوارٹائل

انحراف) کے لیے پہلے مجموعی تواترات درج ذیل کے مطابق شمار کیجئے۔

کلاس وقفے	تواترات	مجموعی تواترات
C1	f	c.f
0-10	5	05
10-20	8	13
20-40	16	29
40-60	7	36
60-90	4	40
	n=40	

Q_1 مسلسل سیریز میں قدر کی $\frac{n+1th}{4}$ سائز ہے اس طرح یہ 10 ویں قدر کی سائز ہے۔ 10 ویں قدر پر مشتمل کلاس 20 - 10 ہے لہذا Q_1 کلاس 20 - 10 میں واقع ہے اب Q_1 کی بالکل درست قدر کا شمار کیجئے ،درج ذیل فارمولے کا استعمال کیا جاتا ہے۔

$$Q_1 = L - \frac{\frac{n}{4} - cf}{f} \times 1$$

یہاں L =10 (متعلقہ کوارٹائل کلاس کی نچلی حد ہے

C.f. = 5 (کوارٹائل کلاس کی پیش رو کلاس کے لئے کی قدر)

I = 10 (کوارٹائل کلاس کا وقفہ)

f = 8 (کوارٹائل کلاس کا تواتر)

اس طرح

$$Q_1 = 10\frac{10 \quad 5}{8} \times 10 = 16.25$$

اسی طرح Q_3 $\frac{3n}{4}$ کی سائز ہے

قدر یعنی 30 ویں قدر جو کلاس 60 - 40 کلاس میں واقع ہیں۔ اب Q_3 کے لئے فارمولے کا استعمال کرتے ہوئے اسے درج ذیل طور پر شمار کیا جاسکتا ہے۔

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3n}{4} - c.f}{f} \times 1$$

$$Q_3 = 40 - \frac{30 - 29}{7} \times 20$$

$$Q3 = 42.87$$

$$Q.D = \frac{42.87 - 16.25}{2} = 13.31$$

اگر پورے گروپ کو دو مساوی نصف میں تقسیم کیا جاتا ہے

> انفرادی اور مجرد سیریز میں Q_1 $\frac{n+1th}{4}$ قدر کی سائز ہے۔ لیکن مسلسل تقسیم میں یہ $\frac{n\,th}{4}$ قدر کی سائز ہے اسی طرح Q 3 کے لئے اور وسطانیہ کے لئے بھی m کا استعمال کی جگہ پر کیا جاتا ہے۔

اور ہر نصف کے لئے وسطانیہ کا شمار کیا جاتا ہے تو آپ کے پاس بہت اچھے طلباء کا وسطانیہ اور کمزور طلباء کا وسطانیہ ہوگا۔ یہ وسطانیے کسی اوسط 13.31.5 کے ذریعہ پورے گروپ کے وسطانیہ سے مختلف ہوں گے۔ اسی طرح مان لیں کہ آپ کے پاس کسی شہر کے لوگوں کی آمدنیوں کے بارے میں ڈیٹا موجود ہے تب بھی لوگوں کی وسطانیہ آمدنی کا شمار کیا جاسکتا ہے۔ اگر سبھی لوگوں کو امیر اور غریب کے دو مساوی گروپوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تب دونوں گروپوں کے وسطانیوں کا شمار کیا جاسکتا ہے

کوارٹائل انحراف میں آپ کو پورے گروپ کے وسطانیے سے امیر سے متعلق گروپ اور غریب سے متعلق گروپ کے وسطانیوں کے درمیان اوسط فرق بتائے گا۔

کوارٹائل انحراف کو عام طور پر غیر مقررہ تقسیم کے لئے شمار کیا جاتا ہے۔ اور یہ منتہائی قدروں کے ذریعہ بیجا متاثر نہیں ہوتا۔

3. اوسط سے انتشار کی پیمائش:

یاد کریں کہ انتشار کی تعریف ان قدروں کی حد کے طور پر کی گئی تھی جو ان کی اوسط سے متفرق ہوتی ہے۔ رینج اور کوارٹائل انحراف یہ شمار کرنے کی سعی نہیں کرتے کہ انکی اوسط سے قدریں کتنی متفرق ہیں۔ تاہم قدروں کے پھیلاؤ کو شمار کرنے کے ذریعے یہ انتشار کے بارے میں اچھا تصور عطا کرتی ہیں۔ دو پیمائشیں جو قدروں کے ان کے اوسط سے انحراف پر مبنی ہوتی ہیں وہ وسط انحراف اور معیاری انحراف ہیں۔

چونکہ اوسط ایک مرکزی قدر ہے ،بعض انحرافات مثبت ہوتے ہیں اور بعض منفی۔

اگر انہیں ایسے ہی شامل کرلیا جائے جیسے کہ یہ ہیں تب جمع سے کچھ پتہ نہیں چلے گا۔ درحقیقت حسابی وسط سے انحرافات کی جمع ہمیشہ صفر ہوتی ہے۔قدروں کے دوسیٹ پر ایک نظر ڈالیں۔

سیٹA:	5	9	16
سیٹB:	1	9	20

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سیٹ B میں قدریں اوسط سے زیادہ دور ہیں اور اس بنا پر سیٹ A میں قدروں کی نسبت زیادہ منتشر ہوں گی۔ حسابی وسط سے انحرافات کا شمار کیجئے۔ اور ان کا خلاصہ کیجئے۔

آپ کیا غور کرتے ہیں؟ اسے وسطانیہ کے ساتھ دہرایئے کیا آپ شمار کی گئی قدروں سے تغیر کی مقدار پر تبصرہ کر سکتے ہیں۔

وسط انحراف، انحرافات کی علامتوں کو نظر انداز کرنے کے ذریعہ اس مسئلے کو حل کرنے کی کوشش کرتا ہے۔ یعنی سبھی انحرافات مثبت پر غور کرتا ہے۔ معیاری انحراف کے لئے ،انحرافات کو پہلے مربع کیا جاتا ہے اور اوسط نکالی جاتی ہے اور اس کے بعد اوسط کا جذر مربع (Square root) دریافت کیا جاتا ہے اب ہم انہیں الگ الگ بیان کریں گے۔

وسط انحراف

فرض کیجئے پانچ شہروں D,C,B,A اور E کے طلباء کے لئے ایک کالج قائم کرنے کی تجویز رکھی گئی اور جو کہ سڑک کے ساتھ واقع۔ شہر سے دیگر شہروں کی دوری کلومیٹر میں اور ان شہروں کے طلباء کی تعداد درج ذیل ہے۔

شہر	شہرA سے دوری	طلباء کی تعداد
A	0	90
B	2	150
C	6	100
D	14	200
E	18	80
		620

اب اگر کالج شہر A میں واقع ہے۔ کالج پہونچنے کے لئے

ہرایک کو2 کلومیٹر سفر کرنا ہوگا۔(کل300 کلومیٹر)۔مقصد یہ ہے کہ ایسے وقوع کو دریافت کیا جائے کہ طلباء کے ذریعہ سفر کی جانے والی اوسط دوری کم ترین ہو۔(چونکہ آپ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ طلباء کو اوسطاً زیادہ سفر کرنا ہوگا اگر کالج شہر A یا E میں واقع ہو جب کہ دوسری طرف اگر یہ کہیں وسط میں ہو تب اسے ممکن ہے کم سفر کرنا پڑے۔سفر کی گئی اوسط دوری کا شمار وسط انحراف کے ذریعہ شمار کیا جاتا ہے۔ جو کہ بلا شبہ قدروں کا ان کی اوسط سے فرق کا حسابی اوسط ہوگا۔

سر گرمیاں

- اگر کالج شہر A، شہر E میں واقع ہو اور اگر یہ A اور E کے درمیان بالکل آدھے راستے پر واقع ہو تو طلباء کے ذریعہ سفر میں طے کی گئی کل دوری شمار کیجئے۔
- فیصلہ کیجئے کہ آپ کے خیال میں کالج کہاں قائم کیا جانا چاہئے اگر ہر قصبے میں صرف ایک طالب علم ہو تو کیا آپ کے جواب میں تبدیلی آتی ہے؟

غیر گروپ بند ڈیٹا کے لئے حسابی اوسط سے وسط انحراف (Mean Deviation) کا شمار کیجئے۔

راست طریقہ:

مرحلے:

(i) قدروں کے حساب اوسط کا شمار کیا جاتا ہے۔

(ii) ہر قدر اور حسابی اوسط (A.M.) کے درمیان فرق کو شمار کیا جاتا ہے۔

(iii) ان فرق کے حساب وسط (انحرافات کہا جاتا ہے) وسط انحراف ہے۔

یعنی $M.D. = \frac{\Sigma |d|}{n}$

مثال 3

درج ذیل قدروں C 8.7.4,2 اور 9 کے وسط انحراف کا شمار کیجئے۔

A.M.(حسابی اوسط) $A.M. = \frac{\Sigma X}{n} = 6$

$\|d\|$	X
4	2
2	4
1	7
2	8
3	9
12	

$$M.D_{(x)} = \frac{12}{5} = 2.4$$

مفروضہ اوسط طریقہ:

ایک مفروضہ اوسط سے انحرافات کو شمار کرنے کے ذریعہ بھی وسط انحراف کو شمار کیا جا سکتا ہے۔ یہ طریقہ خاص طور پر اس وقت اپنایا جاتا ہے جب حقیقی وسط ایک کسری عدد ہو۔(خیال رکھیں کہ مفروضہ اوسط حقیقی اوسط کے قریب تر ہو)۔

مثال 4

$\|d\|$	X
5	2
3	4
0	7
1	8
2	9
11	

ایسے معاملے میں درج ذیل فارمولے کا استعمال کیا جاتا ہے۔

$$M.D_{\bar{x}} = \frac{\sum|d| + (\bar{x} - A\bar{x})(\sum f_B - \sum f_A)}{n}$$

یہاں $\sum|d|$ مفروضہ اوسط سے لیے گئے مطلق انحرافات کی جمع ہے

$\bar{x}$ حقیقی اوسط ہے

$A.\bar{x}$ مفروضہ اوسط ہے انحرافات شمار کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

$\sum f_B$ حقیقی اوسط کے نیچے کی قدروں بشمول حقیقی وسط کی تعداد ہے۔

$\sum f_A$ حقیقی وسط کے اوپر کی قدروں کی تعداد ہے۔

$$MD_{(\bar{x})} = \frac{11+(6-7)(2-3)}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$$

غیر گروپ بند ڈیٹا کے لئے وسطانیہ سے وسط انحراف راست طریقہ:

مثال 3 میں قدروں کا استعمال کرتے ہو وسطانیہ سے وسط انحراف (M.P.) کا شمار درج ذیل طور پر کیا جاسکتا ہے۔

(i) وسطانیہ کا شمار کیجئے جو کہ 7 ہے۔

(ii) وسطانیہ سے مطلق انحرافات شمار کیجئے۔ انہیں Idl کے طور پر ظاہر کیجئے۔

(iii) ان مطلق انحرافات کی اوسط دریافت کیجئے۔ یہ وسط انحراف ہے۔

مثال 5

X-وسطانیہ

$\|d\|$	X
5	2
3	4
0	7
1	8
2	9
11	

وسطانیہ سے اس طرح M.D (وسطانیہ انحراف) ہے۔

$$M.D.\ \text{وسطانیہ} = \frac{\sum|d|}{n} = \frac{11}{5} = 2.2$$

مختصر طریقہ

وسط انحراف مختصر یا فوری طریقے کے ذریعے شمار کرنے کے لئے قدر (A) کا استعمال انحرافات شمار کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ اور درج ذیل فارمولے کا اطلاق ہوتا ہے۔

M.D وسطانیہ

$$= \frac{\sum|d| + (\text{وسطانیہ} - A)(\sum f_B - \sum f_A)}{n}$$

جہاں A = مستقلہ جس سے انحرافات کا شمار کیا جاتا ہے

(دیگر علامتی اظہار یا ترقی میں ہیں جو مفروضہ وسط طریقے میں

دیئے گئے ہیں)

مسلسل تقسیم کے لئے وسط سے وسط انحراف:

جدول6.2

کمپنیوں کے منافع	کمپنیوں کی تعداد
(لاکھ روپیوں میں)	
کلاس وقفے	تواترات
10–20	5
20–30	8
30–50	16
50–70	8
70–80	3
	40

مرحلے:

(i) تقسیم کا وسط شمار کیجئے۔

(ii) وسط سے کلاس کے وسطی نقاط کے مطلق انحرافات کا $|d|$ شمار کیجئے۔

(iii) ہر $|d|$ قدر کو اس کے مطابق تواتر کے ساتھ ضرب کریں تا کہ $f|d|$ قدریں حاصل کرسکیں۔ $\Sigma f|d|$ حاصل کرنے کے لئے مختصر کریں۔

(iv) درج ذیل فارمولے کا اطلاق کریں۔

$$M.D._{(\bar{x})} = \frac{\Sigma f|d|}{\Sigma f}$$

جدول 6.2 میں تقسیم کے وسط انحراف کو درج ذیل طور پر شمار کیا جاسکتا ہے۔

مثال 6

f|d|	|d|	m.p.	f	C.I
127.5	25.5	15	5	10-20
124.0	15.5	25	8	20-30
8.0	0.5	40	16	30-50
156.0	19.5	60	8	50-70
103.5	34.5	75	3	70-80
519.0			40	

$$M.D_{(\bar{x})} = \frac{\Sigma f|d|}{\Sigma f} = \frac{519}{40} = 12.975$$

جدول 6.2 میں قدروں کے لے $A\bar{x} = 40$ لیتے ہوئے M.D (وسط انحراف) کو درج ذیل طور پر شمار کیا جاسکتا ہے۔

وسطانیہ سے وسط انحراف

جدول6.3

کلاس وقفے	تواترات
20-30	5
30-40	10
40-60	20
60-80	9
80-90	6
	50

وسطانیہ سے وسط انحراف شمار کرنے کا طریقہ وہی ہے وسط سے M.D کے معاملے میں ہے سوائے ان انحرافات کے جو وسطانیہ سے لیے جاتے ہیں جیسا کہ نیچے دیا گیا ہے۔

مثال 7

C.I	f	m.p.	$\|d\|$	$f\|d\|$
20-30	5	25	25	125
30-40	10	35	15	150
40-60	20	50	0	0
60-80	9	70	20	180
80-90	6	85	35	210
	50			665

$$M.D._{\text{وسطانیہ}} = \frac{\Sigma f|d|}{\Sigma f} = \frac{665}{50} = 13.3$$

وسط انحراف: توضیحات

وسط انحراف سبھی قدروں پر مبنی ہے۔ ایک قدر میں بھی تبدیلی اس پر اثر کرے گی۔ یہ کم ترین (اقل) ہے جب وسطانیہ سے شمار کیا جاتا ہے یعنی یہ اعظم ہوگا اگر وسط سے شمار کیا جاتا ہے۔ تاہم یہ انحرافات کی علامتوں کو نظر انداز کرتا ہے اور غیر مقررہ تقسیم کے لئے شمار نہیں کیا جاسکتا ہے۔

معیاری انحراف:

معیاری انحراف وسط سے مربع انحرافات کی وسط کا مثبت جزر مربع ہے۔ لہذا اگر پانچ قدریں X_1, X_2, X_3, X_4 اور X_5 ہیں تب پہلے انکے وسط (درمیانیہ) کو شمار کیا جاتا ہے اس کے بعد وسط سے قدروں کے انحرافات کا شمار کیا جاتا ہے۔ ان انحرافات کو تب مربع بنایا جاتا ہے۔ ان مربع انحرافات کی وسط تغیری ہے تغیر کا مثبت جذر مربع معیاری انحراف ہے۔

(نوٹ کیجئے کہ معیاری انحراف کا شمار صرف وسط کی بنیاد پر کیا جاتا ہے)

غیر گروپ بند ڈیٹا کے معیاری انحراف کا شمار:

انفرادی قدرں کے لئے معیاری انحراف کے شمار کے لئے چار متبادل طریقے دستیاب ہیں۔ یہ سبھی طریقے معیاری انحراف کی وہی قدر دیتے ہیں۔ یہ ہیں:

(i) حقیقی وسط طریقہ
(ii) مفروضہ وسط طریقہ
(iii) راست طریقہ
(iv) زینہ دار انحراف طریقہ

حقیقی وسط کے بجائے دیگر قدر سے انحرافات کی جمع صفر کے مساوی نہیں ہے۔

حقیقی وسط طریقہ:

بالفرض آپ کو درج ذیل قدروں کے معیاری انحراف کا شمار کرنا ہے۔

5, 10, 25, 30, 50

مثال 8

x	d	d^2
5	−19	361
10	−14	196
25	+1	1
30	+6	36
50	+26	676
	0	1270

درج ذیل فارمولے کا استعمال کیا جاتا ہے۔

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1270}{5}} = \sqrt{254} = 15.937$$

اس قدر پر کیا آپ غور کرتے ہیں جس سے انحرافات کا شمار درج بالا مثال میں کیا گیا ہے؟

کیا یہ حقیقی وسط ہے؟

مفروضہ وسط طریقہ

اسی قدر کے لئے انحرافات کا شمار کسی اختیاری قدر $A\bar{x}$ جیسے $d = x - A\bar{x}$ سے کیا جاسکتا ہے۔ $A\bar{x} = 25$ لیتے ہو۔ معیاری انحراف کا شمار نیچے دکھایا گیا ہے۔

مثال 9

x	d	d^2
5	–20	400
10	–15	225
25	0	0
30	+5	25
50	+25	625
	–5	1275

معیاری انحراف کے لئے فارمولا

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1275}{5} - \left(\frac{5}{5}\right)^2} = \sqrt{254} = 15.937$$

حقیقی اوسط کے سوا قدر سے لی گئی انحراف کی جمع صفر کے مساوی ہوتی ہے۔

راست طریقہ:

معیاری انحراف کو سیدھے طور پر قدروں سے بھی شمار کیا جاسکتا ہے۔ یعنی مشاہدات لئے بغیر، جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے۔

مثال 10

x	x^2
5	25
10	100
25	625
30	900
50	2500
120	4150

یہ صفر سے انحرافات لینے کی یہ مقدار ہے۔

درج ذیل فارمولے کا استعمال کیا جاتا ہے۔

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - (\bar{x})^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{4150}{5} - (24)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{254} = 15.937$$

معیاری انحراف مستقلہ (Constant) جس سے انحراف کا شمار کیا جاتا ہے اس کے ذریعہ نہیں متاثر ہوتا۔ مستقلہ کی قدر معیاری انحراف فارمولے میں نہیں ظاہر ہوتی ہے اس طرح معیاری انحراف مبدا (Origin) سے آزاد ہوتا ہے۔

زینہ وارانحراف طریقہ

اگر قدریں مشترک جزوضربی کے ذریعے قابل تقسیم ہوں ،تب انہیں اس طرح تقسیم کیا جاسکتا ہے۔اور معیاری انحراف کا شمار حاصل قدروں سے درج ذیل طور پر کیا جاسکتا ہے۔

مثال 11

چونکہ جزوضربی 5 کے ذریعہ سبھی پانچ قدریں قابل تقسیم ہیں،اس لئے ہم تقسیم کرتے ہیں اوردرج ذیل قدریں حاصل کرتے ہیں۔

d^2	d	x'	x
14.44	-3.8	1	5
7.84	-2.8	2	10
0.04	+0.2	5	25
1.44	+1.2	6	30
27.04	+5.2	10	50
50.80	0		

(شمار میں مراحل ویسے ہی ہیں جیسا کہ حقیقی وسط طریقے میں ہے)

درج ذیل فارمولے کا استعمال معیاری انحراف کا شمار کرنے کے لئے کیا جاتا ہے۔

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}} \times c$$

$$x' = \frac{x}{c}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{50.80}{5}} \times 5$$

$$\sigma = \sqrt{10.16} \times 5$$

$$\sigma = 15.937$$

قدروں کا بدل رکھنے پر

متبادل طور پر، جزوضربی کے ذریعہ قدروں کو تقسیم کرنے کے بجائے انحرافات کو جزوضربی کے ذریعہ تقسیم کیا جاسکتا ہے معیاری انحراف کا شماردرج ذیل طور پر کیا جاسکتا ہے۔

مثال12

d^2	d'	d	x
16	-4	-20	5
9	-3	-15	10
0	0	0	25
1	+1	+5	30
25	+5	+25	50
51		-1	

انحرافات کا شمار ایک اختیاری قدر 25 سے کیا جاتا ہے۔ 5 کے مشترک جزوضربی کا استعمال انحرافات کو تقسیم کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d'^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d'}{n}\right)^2} \times c$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{51}{5} - \left(\frac{-1}{5}\right)^2} \times 5$$

$$\sigma = \sqrt{10.16} \times 5 = 15.937$$

معیاری انحراف پیمانے سے آزاد نہیں ہوتا۔اس طرح اگر قدریں یا انحرافات ایک مشترک جزوضربی کے ذریعہ تقسیم کیے جاتے ہیں تب جزوضربی کی قدر کا استعمال معیاری انحراف کی قدر حاصل کرنے میں کیا جاتا ہے۔

مسلسل تواتری تقسیم میں معیاری انحراف:

غیر گروپ بند ڈیٹا کی طرح معیاری انحراف (S.D) کا شمار درج ذیل طریقوں میں کسی کے ذریعہ گروپ بند ڈیٹا کے لئے کیا جاسکتا ہے۔

(i) حقیقی طریقہ وسط

(ii) مفروصہ طریقہ وسط

(iii) مرحلہ وار طریقہ انحراف

حقیقی طریقہ وسط:

جدول 6.2 میں قدروں کے لئے ،معیاری انحراف کا شمار درج ذیل طور پر کیا جاسکتا ہے۔

مثال 13

(1) CI	(2) f	(3) m	(4) fm	(5) d	(6) fd	(7) fd^2
10–20	5	15	75	–25.5	–127.5	3251.25
20–30	8	25	200	–15.5	–124.0	1922.00
30–50	16	40	640	–0.5	–8.0	4.00
50–70	8	60	480	+19.5	+156.0	3042.00
70–80	3	75	225	+34.5	+103.53	570.75
	40		1620		0	11790.00

درج ذیل مرحلے مطلوبہ ہیں:

1. تقسیم کی وسط شمار کیجئے

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fm}{\Sigma f} = \frac{1620}{40} = 40.5$$

2. وسط سے وسطی قدروں کے انحرافات کا شمار کیجئے۔

$$d = m - \bar{x} \,(\text{col.}5)$$

3. Fd قدریں (کالم 6) حاصل کرنے کے لئے انحرافات کو ان کے مطابق تواترات کے ساتھ ضرب دیں۔(نوٹ کریں کہ $\Sigma fd = 0$)

4. d قدروں (کالم 7) کے ساتھ ' fd^2 ' قدروں کو ضرب دینے کے ذریعہ 'fd' قدروں کو شمار کیجئے Σfd^2 حاصل کرنے کے لئے خلاصہ کرے۔

5. درج ذیل فارمولے کا اطلاق کریں۔

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{n}} = \sqrt{\frac{11790}{40}} = 17.168$$

مفروضہ وسط طریقہ:

مثال 13 میں قدروں کے لئے معیاری انحراف کا شمار باالفرض 40) انحرافات لینے کے ذریعہ کیا جاسکتا ہے۔

مثال 14

1 CI	2 f	3 m	4 d	5 fd	6 fd^2
10–20	5	15	–25	–125	3125
20–30	8	25	–15	–120	1800
30–50	16	40	0	0	0
50–70	8	60	+20	160	200
70–80	3	75	+35	105	3675
	40			+20	11800

درج ذیل مرحلے مطلوبہ ہیں:

1. کلاس کے وسطی نقاط کا شمار کیجئے (Col.3)

2. کسی مفروضہ وسط سے وسطی نقاط کا انحراف شمار کیجئے

$d = m - A\bar{x}$ (کالم 4) مفروضہ وسط =40

3. 'fd' قدریں (کالم 5) حاصل کرنے کے لئے مطابق تواترات کے ساتھ 'd' کی قدروں کو ضرب دیں۔ (نوٹ کریں کہ اس کالم کی کل جمع صفر نہیں ہے کیونکہ انحرافات مفروضہ اوسط سے لئے گئے ہیں)

4. 'd' قدروں (کالم 4) کے ساتھ کالم 5 میں 'fd' قدروں کو ضرب دیں تا کہ fd^2 قدریں (کالم 6) حاصل کرسکیں

Σfd^2 دریافت کریں۔

5. دریافت کریں $\frac{\Sigma fd^2}{n}$ اور $\left(\frac{\Sigma fd}{n}\right)^2$

6. معیاری انحراف کا شمار درج ذیل جذر مربع (Squar roof کے ذریعہ کیا جاسکتا ہے۔

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fd}{n}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{11800}{40} - \left(\frac{20}{40}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{29475} = 17.168$$

زینہ واریا مرحلہ وار انحراف طریقہ

اگر مشترک جزوضربی کے ذریعہ انحرافات کے قابل تقسیم ہونے کا معاملہ تب شمار کی تسہیل مرحلے وار یا زینہ وار طریقے کے ذریعہ کی جاسکتی ہے جیسا کہ درجہ ذیل مثال میں دکھایا گیا ہے۔

مثال15

(7)	(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)
fd^2	fd'	d'	d	m	f	CI
125	–25	–5	–25	15	5	10–20
72	–24	–3	–15	25	8	20–30
0	0	0	0	40	16	30–50
128	+32	+4	+20	60	8	50–70
147	+21	+7	+35	75	3	70–80
472	+4				40	

ضروری مرحلے

1. کلاس کے وسطی نقاط (کالم3) اور اختیاری طور پر چنی ہوئی قدر سے انحرافات کا شمار کریں۔ بالکل اسی طرح جیسا کہ مفروضہ طریقہ وسط میں ہے۔ اس مثال میں انحرافات قدر 40 سے لیے گئے ہیں (کالم4)

2. 'O' کے طور پر ظاہر کیے گئے مشترک جزوضربی کے ذریعہ انحرافات کو تقسیم کریں۔ درج بالا مثال میں C=5 اس طرح جو قدریں حاصل کی جاتی ہیں وہ 'd' قدریں ہیں (کالم5)

3. 'd' قدروں کو مطابق 'f' قدروں (کالم2) کے ساتھ ضرب کریں اس 'fd' قدریں (کالم6) حاصل کریں۔

4. 'fd' قدریں (کالم7) حاصل کرنے کے لئے 'd' قدروں کے ساتھ 'fd' قدروں کو ضرب کریں۔

5. کالم 6 اور کالم 7 میں دی گئی قدروں کا خلاصہ $\Sigma fd'$ اور $\Sigma fd'^2$ قدروں کو حاصل کرنے کے لئے کریں۔

6. درج ذیل فارمولے کا اطلاق کریں۔

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd'^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}\right)^2} \times c$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{472}{40} - \left(\frac{4}{20}\right)^2} \times 5$$

$$\sigma - \sqrt{11.8 - 0.1} \times 5$$

$$\sigma = \sqrt{11.79} \times 5$$

$$\sigma = 17.168$$

معیاری انحراف: توضیحات

معیاری انحراف، انتشار کی سب سے زیادہ استعمال کی جانے والی پیائش ہے، جو کہ سبھی قدروں پر مبنی ہے اس لئے ایک بھی قدر میں تبدیلی معیاری انحراف کی قدر پر اثر انداز ہوتی ہے۔ یہ مبدا (Origin) سے آزاد ہے لیکن پیمانے سے نہیں۔ یہ بعض جدید شماریاتی مسائل میں بھی کارآمد ہے۔

5. انتشار کی مطلق اور اضافی پیائش:

ابھی تک تمام پیائش جو اوپر بیان کی گئی ہیں وہ انتشار کی مطلق پیائش ہیں وہ قدر کا شمار کرتی ہیں جس کی تشریح کبھی کبھی مشکل ہوتی ہے۔ مثال کے لئے درج ذیل دو ڈیٹا سیٹ پر غور کریں۔

سیٹA	500	700	1000
سیٹB	100000	120000	130000

مان لیجئے سیٹ A میں جو قدریں ہیں وہ آئس کریم بیچنے والے کے ذریعہ درج کی گئی یومیہ فروخت ہیں جبکہ سیٹ B میں ایک بڑے ڈپارٹمنٹل اسٹور کی یومیہ فروخت دکھائی گئی ہے سیٹ A کے لئے رینج 500 ہے جب کہ سیٹ B کے لئے یہ 30,000 ہے۔ سیٹ B میں رینج کی قدر کہیں زیادہ ہے۔ کیا آپ کہہ سکتے ہیں کہ فروخت میں تغیر ڈپارٹمنٹل اسٹور کے لیے بہت زیادہ ہے؟ یہ آسانی سے مشاہدہ کیا جا سکتا ہے کہ سیٹ A میں سب سے اونچی قدر سب سے چھوٹی قدر سے دوگنی ہے جب کہ سیٹ B کے لئے یہ صرف 30% زیادہ ہے اس طرح مطلق پیائشیں تغیر کی حد کے بارے میں گمراہ کن تصور پیش کر سکتی ہیں خاص طور پر اس وقت جب اوسطیں نمایاں طور پر متفرق ہوں۔

مطلق پیائشوں کی دوسری کمزوری یہ ہے کہ یہ اکائیوں میں جواب دیتی ہیں جس میں اصل قدریں ظاہر کی جاتی ہیں تب انتشار بھی کلومیٹر میں ہوگا۔ تاہم اگر یہی قدریں میٹروں میں ظاہر کی جاتی ہیں تب مطلق پیائش کا جواب میٹروں میں ہوگا اور انتشار کی قدر 1000 گنا ظاہر ہوں گی۔ ان مسائل پر قابو پانے کے لئے انتشار کی اضافی پیائشیں استعمال کی جا سکتی ہیں۔ ہر مطلق پیائش کا اضافی مثیل (Counterpart) ہوتا ہے اس طرح رینج کے لئے ضریب (Coefficient) ہے جو درج ذیل طور پر شمار کیا جا سکتا ہے۔

رینج کا ضریب $\frac{L - S}{L + S}$

یہاں L = سب سے بڑی قدر ہے۔

S = سب سے چھوٹی قدر

اسی طرح کوارٹائل انحراف کے یہ کوارٹائل انحراف کا ضریب

ہے جو کہ درج ذیل طور پر شمار کیا جاسکتا ہے۔

$$\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

جہاں $Q_1 = Q_3$ کا تیسرا کوارٹائل = پہلا کوارٹائل وسط انحراف کے لئے یہ وسط انحراف کا ضریب ہے۔

وسط انحراف کا ضریب $\frac{M.D.(\bar{x})}{\bar{x}}$ یا

$$\frac{M.D.(\text{وسطانیہ})}{\text{وسطانیہ}}$$

اس طرح اگر وسطی انحراف کا شمار وسط کی بنیاد پر کیا جاتا ہے ،تب اس کی تقسیم وسطانیہ کے ذریعہ کی جاتی ہے۔

معیاری انحراف کے لئے اضافی پیمائش کو تغیر کا ضریب کہا جاتا ہے جس کا شمار درج ذیل طور پر کیا جاتا ہے۔

$$\frac{\text{معیاری انحراف}}{\text{حساب وسط}} \times 100$$

یہ عام طور پر فی صد اصطلاح میں ظاہر کیا جاتا ہے کہ اور انتشار کی اضافی پیمائش کے لئے اکثر استعمال کیا جاتا ہے چونکہ اضافی پیمائش اکائیوں میں جن میں قدروں کا اظہار ہوتا ہے، سے آزاد ہوتی ہیں اس لئے ان کا موازانہ مختلف گروپوں جن میں پیمائش کی مختلف اکائیاں ہوتی ہیں، ان سے الگ ہٹ کر بھی کیا جاسکتا ہے۔

7. لوریز منحنی

انتشار کی پیمائشیں جواب تک بیان کی گئی ہیں وہ انتشار کی عددقدر فراہم کرتی ہیں۔ایک گرافی پیمائش جسے لوریز منحنی کہا جاتا ہے وہ انتشار کے تخمینے کے لئے دستیاب ہے۔آپ نے اس طرح کے بیانات سنے ہونگے:

کسی ملک کے 10% اونچے لوگ قومی آمدنی کا50% کماتے ہیں جب کہ 20% بڑے لوگوں کا حصہ 80% ہے اس طرح کے اعداد وشمار کے ذریعہ آمدنی کی نامساوات کے بارے میں پتہ ملتا ہے لوریز منحنی کے ذریعہ تغیر پذیری کے درج کو ظاہر کرنے کے لئے مجموعی انداز میں ظاہر کی گئی معلومات کا استعمال کیا جاتا ہے یہ دو یا زیادہ تقسیم کی تغیر پذیری کے موازنے میں خاص طور پر مفید ہے۔

کمپنی کے ملازمین کی ماہانہ آمدنیاں ذیل میں دی گئی ہیں۔

جدول6.4

آمدنیاں	ملازمین کی تعداد
0-5,000	5
5,000-10,000	10
10,000-20,000	18
20,000-40,000	10
40,000-50,000	7

لورینج منحنی

درج ذیل اقدامات مطلوبہ ہیں:

1. کلاس کے وسطی نقاط شمار کیجئے اور مجموعی میزان دریافت کیجئے۔ جیسا کہ درج ذیل مثال19 کے کالم3 میں دیا گیا ہے۔
2. مجموعی تواترات کا شمار کیجئے جیسا کہ کالم6 میں ہے۔
3. کالم3 اور6 کے میزان کل کو100 کے طور پر ظاہر کیجئے اور

مثال16

آمدنی (1)	مجموعی وسطی (2)	مجموعی وسطی نقاط (3)	فی صدوں کے طور پر مجموعی وسطی نقاط (4)	ملازمین تواترات کی تعداد (5)	مجموعی تواترات (6)	مجموعی تواترات (فی صد) (7)
0-5000	2500	2500	2.5	5	5	10
5000-10000	7500	10000	10.0	10	15	30
10000-20000	15000	25000	25.0	18	33	66
20000-40000	30000	55000	55.0	10	43	86
40000-50000	45000	100000	100.0	7	50	100

ان کالموں کے مجموعی میزان کو فی صد میں بدلیے جیسا کہ کالم4اور7 میں ہے۔

4. اب گراف کاغذ پر متغیرہ (آمدنیاں) کا مجموعی فی صد Y محور پر لیجئے اورX محور پر تواترات (ملازمین کی تعداد) کے مجموعی فی صد کیجئے جیسا کہ شکل6.1 میں ہے اس طرح ہرمحور میں'O' تا'100' قدریں ہونگی۔

5. ایک خط 100 , 100 کے ساتھ (0 , 0) مختصات (Co-ordinate) کو ملاتے ہوئے کھینچئے اسے مساوی تقسیم کا خط کہا جاتا ہے۔شکل6.1 میں 'OC' خط کے طور پر اسے دکھایا گیا ہے۔

6. تواتر کے مطابق مجموعی فی صد کے ساتھ متغیرہ کے مجموعی فی صدوں کی ترمیم کیجئے۔ مخنی OAC حاصل کرنے کے لئے ان نقاط کو ملائیے۔

لورینج منحنی کا مطالعہ

OC کو مساوی تقسیم کا خط کہا جاتا ہے چونکہ یہ ایک ایسی صورت حال کی دلالت کرتا ہے جیسے 20% اونچے لوگ کل آمدنی کا 20% کماتے ہیں اور 60% ہوگی۔اونچے لوگ کل آمدنی کا 60% کماتے ہیں۔اس خط سے مخنی OAC جتنا دور ہوگا اتنا ہی تقسیم میں موجود تغیر پذیری سب سے زیادہ ہوگی اگر دو یا دو سے زیادہ منحنیاں ہیں تب ایک جو OC خط سے زیادہ دور ہے تب وہاں سب سے زیادہ انتشار ہے۔

7. اختتام:

اگر چہ رینج کو شمار کرنا اور سمجھنا زیادہ آسان ہے تاہم اس پر انتہائی قدروں کا بے جا اثر پڑتا ہے۔QD (کوارٹائل انحراف) انتہائی قدروں کے ذریعہ متاثر نہیں ہوتا کیونکہ یہ ڈیٹا کے صرف وسطی 50% پر مبنی ہے تاہم QD کی تشریح کرنا زیادہ مشکل ہے۔ M.D اورS.D (وسط انحراف اور معیاری انحراف) دونوں اپنی اوسط سے قدرں کے انحراف پر مبنی ہیں۔ MD اوسط سے انحرافات کی اوسط کا شمار کرتا ہے لیکن انحرافات کی علامتوں کو نظر انداز کرتا اور اس لیے یہ غیر ریاضیاتی دکھائی دیتا ہے۔معیاری انحراف وسط سے اوسط انحراف شمار کرنے کی سعی کرتا ہے۔ MD کی طرح یہ سبھی قدروں پر مبنی ہے اور اس کا اطلاق زیادہ جدید شماریاتی مسائل میں بھی کیا جاتا ہے۔انتشار کی پیائش کے لئے اسے بڑے پیانے پر استعمال کا جاتا ہے۔

خلاصہ

- انتشار کی پیمائش کسی معاشی متغیرہ کے کردار کے بارے میں ہماری فہم کو بہتر بناتی ہے۔
- رینج اور کوارٹائل انحراف قدروں کے پھیلاؤ پر مبنی ہیں۔

.MD (وسط انحراف) اور SD (معیاری انحراف اوسط سے قدروں کے انحرافات پر مبنی ہیں۔

- انتشار کی پیمائش مطلق یا اضافی ہوسکتی ہے۔
- مطلق پیمائشیں اکائیوں میں جواب فراہم کرتی ہیں جن میں ڈیٹا کا اظہار کیا جاتا ہے۔
- اگر مطلق قدر کا موازنہ کیا جائے تو اس کے مقابلے میں اضافی پیمائشیں ان اکائیوں سے آزاد ہوتی ہیں

مشقیں

1. ایک تواتر تقسیم کو سمجھنے میں انتشار کی پیمائش مرکزی قدر کا ایک بہتر تکملہ ہے۔ تبصرہ کیجئے۔
2. انتشار کی کون سی پیمائش بہتر ہے اور کس طرح؟
3. انتشار کی بعض پیمائش قدروں کے پھیلاؤ پر مبنی ہے جب کہ بعض ایک مرکزی قدر سے قدروں کے تغیر کا شمار کرتے ہیں۔
4. ایک قصبے میں 25% افراد 45,000 روپے سے زیادہ کماتے ہیں جب کہ 75% افراد 18,000 روپے سے زیادہ کماتے ہیں۔ انتشار کی مطلق اور اضافی قدروں کا شمار کیجئے۔
5. ریاست کے 10 اضلاع کے لئے گیہوں کی فی ایکڑ پیداوار درج ذیل ہے:

ضلع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
گیہوں	12	10	15	19	21	16	18	9	25	10
چاول	22	29	12	23	18	15	12	34	18	12

شمار کیجئے

(i) رینج

(ii) کوارٹائل انحراف (Q.D)

(iii) وسط کے بارے میں وسط انحراف

(iv) وسطانیہ کے بارے میں وسط انحراف

(v) کسی فصل میں زیادہ تغیر ہے۔

(vi) ہر فصل کے لئے مختلف پیمائشوں کی قدروں کا موازنہ کیجئے۔

6. پچھلے سوال میں تغیر کی اضافی پیمائشوں کا شمار کیجئے اور قدر ظاہر کیجئے جو کہ آپ کی رائے میں زیادہ معتبر ہے۔

7. ایک بلے باز کو ایک کرکٹ ٹیم کے لئے منتخب کیا جاتا ہے ان کے پانچ پچھلے اسکوروں کی بنیاد پر X اور Y کے درمیان انتخاب کیا جاتا ہے یہ اسکور درج ذیل ہیں:

اگر ہم چاہتے ہیں تو کون سے بلے باز کو منتخب کیا جانا چاہئے۔

X	25	85	40	80	120
Y	50	70	65	45	80

(a) زیادہ رن حاصل کرنے والے کو

(b) ٹیم میں ایک زیادہ معتبر بلے باز

8. روشنی کے بلبوں دو برانڈوں کی کوالٹی کی جانچ کرنے کے لئے ان کے جلنے کے گھنٹوں کی مدت کا تخمینہ ہر برانڈ کے 100 بلبوں کے لئے درج ذیل طور پر لگایا گیا تھا۔

مدت (گھنٹوں میں)	بلبوں کی تعداد برانڈA	برانڈB
0–50	15	2
50–100	20	8
100–150	18	60
150–200	25	25
200–250	22	5
	100	100

(i) کون سا برانڈ زیادہ مدت چلتا ہے؟

(ii) کون سا برانڈ ایسا ہے جو بھروسے کے قابل ہے۔

9. ایک فیکٹری میں 50 ورکرس کی اوسط یومیہ مزدوری 40 روپے کے معیاری انحراف کے ساتھ 200 روپے تھی۔ ہر ورکر کی مزدوری میں

20روپے کا اضافہ ہوتا ہے۔نئی اوسط یومیہ مزدوری اور معیاری انحراف کیا ہوگا؟ کیا مزدوریوں میں زیادہ یا کم یکسانیت ہوجائے گی۔

10. اگر پچھلے سوال میں ہر ورکر کی اجرتوں میں 10% کا اضافہ کیا جاتا ہے وسط اور معیاری انحراف قدریں کس طرح متاثر ہوں گی۔

11. درج ذیل تقسیم کے لئے وسط اور معیاری انحراف کے بارے میں وسط انحراف کا شمار کیجئے۔

کلاس	تواترات
20–40	3
40–80	6
80–100	20
100–120	12
120–140	9
	50

12. قدروں کی جمع 100 ہے اور ان کے مربع کی جمع 1090 ہے تغیر کا ضریب دریافت کیجئے۔