

باب 6

خطوط اور زاویہ (LINES & ANGLES)

1.1 تعارف (Introduction)

باب 5 میں آپ نے پڑھا کہ ایک خط کو بنانے کے لئے سے دو نقطے چاہئے آپ نے کچھ بدیہات بھی پڑھے اور ان بدیہیوں کی مدد سے آپ نے کچھ بیانات کو بھی ثابت کیا، اس باب میں آپ ان زاویوں کی خصوصیات کے بارے میں پڑھیں گے جو دو خطوط کے قطع کرنے پر بنتے ہیں۔ اس کے علاوہ ان زاویوں کی خصوصیات کے بارے میں بھی پڑھیں گے جو ایک خط دو یا دو سے زیادہ متوازی خطوط کو مختلف نقطوں پر قطع کر کے بناتا ہے، مزید ان خصوصیات کا استعمال کچھ بیانات کو استخراجی منطق کے ثابت کرنے میں کریں گے (Appendix دیکھیے)۔ پچھلی کلاسوں میں آپ عملی کاموں کے ذریعہ ان بیانات کی تصدیق پہلے ہی کر چکے ہیں۔

آپ اپنی روزمرہ کی زندگی میں مستوی سطحوں کے کناروں کے درمیان بنے مختلف قسم کے زاویوں کو دیکھتے ہیں، مستوی سطحوں کا استعمال کریکساں قسم کے ماڈل بنانے کے لئے آپ کو زاویوں کا پورا علم ہونا ضروری ہے مثال کے طور پر اسکول کی نمائش میں رکھنے کے لئے بانس کی لکڑی کا استعمال کر آپ چھوٹی لکڑی کا ایک ماڈل بنانا چاہتے ہیں، تصور کیجیے آپ اس کو کیسے بنائیں گے؟ کچھ لکڑیاں آپ ایک دوسرے کے متوازی رکھیں گے اور کچھ ترچھی جب کوئی آرکیٹیکٹ ایک کثیر منزلہ عمارت کا پلان تیار کرتی ہے تو اس کو قاطع خطوط اور متوازی خطوط مختلف زاویوں پر بنانے پڑتے ہیں کیا آپ سوچ سکتے ہیں کہ وہ ان خطوط اور زاویوں کی خصوصیات جانے بغیر عمارت کا صحیح نقشہ بنا سکتا ہے۔

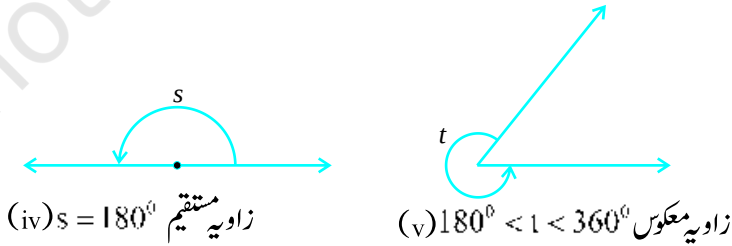
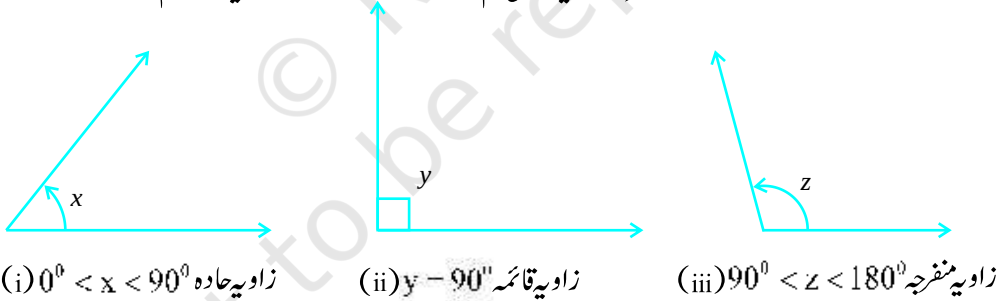
سائنس میں آپ روشنی کی خصوصیات کا مطالعہ شعاع کا ڈائیگرام بنا کر کرتے ہیں مثال کے طور پر روشنی کے انعطاف کی خصوصیت مطالعہ اس وقت کرنے کے لئے جب روشنی ایک میڈیم سے دوسرے میڈیم میں داخل ہوتی ہے۔ آپ قاطع خطوط

اور متوازی خطوط کی خصوصیات کا استعمال کرتے ہیں۔ جب دو یا زیادہ قوتیں ایک جسم پر لگتی ہیں تب آپ ایک شکل بناتے ہیں جس میں قوتوں کا جسم پر کئی اثر جاننے کے لئے قوتوں کو سمت والے قطاعت خطوط سے ظاہر کرتے ہیں جب شعاعیں (یا قطعات خط) ایک دوسرے کے متوازی ہوں یا ایک دوسرے کو قطع کریں تو اس وقت آپ کو زاویوں کے درمیان تعلق معلوم کرنے کی ضرورت ہوتی ہے ایک مینار کی اونچائی معلوم کرنے کے لئے یا کسی لائٹ ہاؤس سے کسی پانی کے جہاز کا فاصلہ معلوم کرنے کے لئے بصیر کے خط اور افقی خط کے درمیان زاویہ معلوم کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔ ایسی بہت سی مثالیں دی جاسکتی ہیں جہاں خطوط اور زاویوں کا استعمال ہوتا ہے۔ جیومیٹری کے اگلے بابوں میں دوسری اور خصوصیات کا استخراج کرنے کے لئے خطوط اور زاویوں کی ان خصوصیات کا استعمال کریں گے۔

اگلے سیکشن میں ہم پچھلی کلاسوں میں خطوط سے متعلق تعریفوں اور امکان کو دہرائیں گے۔

6.2 بنیادی ارکان اور تعریفیں (Basic Terms and Definitions)

یاد کیجیے کہ خط کا وہ حصہ جس کے سرے کے دو نقطے ہوتے ہیں قطع خط کہلاتا ہے اور خط کا وہ حصہ جس کا صرف ایک سرے کا نقطہ ہوتا ہے شعاع (Ray) کہلاتا ہے۔ نوٹ کیجیے کہ قطع خط $\overline{AB}$ کو ہم AB سے ظاہر کرتے ہیں اور اس کی لمبائی کو AB سے شعاع AB کو AB سے اور خط AB کو $\overline{AB}$ سے ظاہر کرتے ہیں لیکن ہم ان علامتوں کا استعمال نہیں کریں گے ہم قطع خط AB ، شعاع AB



شکل 6.1 زاویوں کی قسمیں

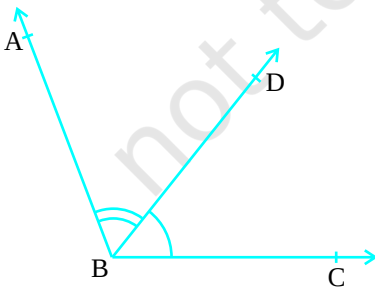
AB اور خط AB کو ایک ہی علامت AB سے ظاہر کریں گے اس کے معنی سیاق سے واضح ہو جائیں گے۔ کبھی کبھی چھوٹے حروف m, l اور n وغیرہ سے بھی خطوط کو ظاہر کیا جاتا ہے۔

اگر تین یا زیادہ نقطے ایک ہی خط پر واقع ہوتے ہیں تو وہ ہم خط نقطہ کہلاتے ہیں نہیں تو غیر ہم خط نقطے۔ یاد کیجیے کہ زاویہ جب بنتا ہے جب دو شعاع ایک ہی سرے کے نقطہ سے شروع ہوتی ہے وہ شعاعیں جو زاویہ بناتی ہیں زاویہ کے بازو کہلاتے ہیں اور سرے کا نقطہ زاویہ کا داس کہلاتا ہے۔ آپ نے مختلف قسم کے زاویوں جیسے زاویہ حادہ، زاویہ قائمہ، زاویہ منفرجہ، زاویہ مستقیم اور زاویہ معکوس (reflex) کے بارے میں پچھلی کلاسوں میں پڑھا ہوگا (شکل 6.1 دیکھئے)

ایک زاویہ حادہ کی پیمائش 0° سے 90° کے درمیان ہوتی ہے جبکہ زاویہ قائمہ 90° کا ہوتا ہے، ایک زاویہ جو 90° سے زیادہ اور 180° سے کم ہوتا ہے زاویہ منفرجہ کہلاتا ہے۔ مزید یاد کیجیے کہ زاویہ مستقیم 180° کا ہوتا ہے۔ ایک زاویہ جو 180° سے زیادہ اور 360° سے کم ہوتا ہے زاویہ معکوس کہلاتا ہے۔ مزید دو زاویہ جن کا حاصل جمع 90° ہوتا ہے تکمیلی زاویے کہلاتے ہیں اور وہ دو زاویہ جن کا حاصل جمع 180° ہوتا ہے متمعی زاویے کہلاتے ہیں۔

آپ متصل زاویوں کے بارے میں بھی پچھلی کلاسوں میں پڑھ چکے ہیں (شکل 6.2 دیکھئے) دو زاویہ متصل زاویہ کہلاتے ہیں اگر ان کا راس ایک ہی ہو اور ایک بازو مشترک ہو اور غیر مشترک بازو مشترک بازو کی مخالف سمتوں میں ہو۔ شکل 6.2 میں $\angle ABD$ اور $\angle DBC$ سے متصل زاویہ ہیں شعاع BD ان کا مشترک بازو ہے اور نقطہ B ان کا مشترک راس ہے شعاع BA اور BC غیر مشترک بازو ہیں مزید جب دو زاویہ متصل ہیں تو ان کا حاصل جمع غیر مشترک بازوؤں سے بننے زاویہ کے برابر ہوتا ہے۔ اس لئے ہم لکھ سکتے ہیں

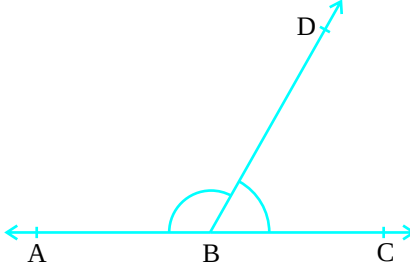
$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$$



شکل 6.2 متصل زاویہ

نوٹ کیجیے کہ $\angle ABD$ اور $\angle ABC$ سے متصل نہیں ہیں کیوں؟ کیونکہ ان کے غیر مشترک بازو BD اور BC مشترک بازو BA کی ایک ہی طرف واقع ہیں۔

شکل 6.2 میں اگر غیر مشترک بازو ایک خط بناتے ہیں تب یہ شکل 6.3 کی طرح نظر آتے ہیں۔ اس حالت میں $\angle ABD$ اور $\angle DBC$ زاویوں کا خطی جوڑا کہلاتا ہے۔

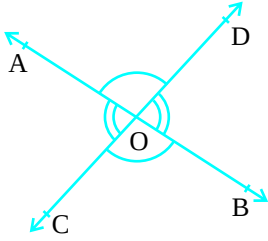


آپ یہ بھی دہرا سکتے ہیں کہ جب دو خطوط جیسے AB اور CD ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں تو اس طرح سے بنے زاویہ بالمقابل زاویہ کہلاتے ہیں، بالمقابل زاویوں کے دو جوڑے ہوتے ہیں

ایک جوڑا $\angle AOD$ اور $\angle BOC$ ہے، کیا آپ دوسرا جوڑا

بتا سکتے ہیں؟

شکل 6.3 زاویوں کا جوڑا



شکل 6.4 بالمقابل زاویہ

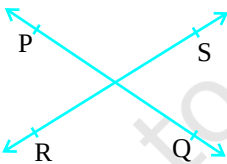
6.3 قاطع خطوط اور غیر قاطع خطوط

ایک پیپر پر دو مختلف خطوط PQ اور RS کھینچنے آپ دیکھیں گے کہ آپ ان کو دو طریقوں سے بنا سکتے ہیں جیسا کہ شکل 6.5(i) اور شکل 6.6(i) میں دکھایا گیا ہے۔

خط کے اس نظریہ کو دہرائیے کہ اس کو دونوں سمتوں میں

لامحدود طور پر بڑھایا جاسکتا ہے۔ شکل (i) 6.5 میں خطوط PQ اور RS

قاطع خطوط ہیں اور شکل 6.5(ii) میں متوازی خطوط نوٹ کیجیے کہ ان متوازی خطوط کے مختلف نقطوں پر مشترک عمودوں کی لمبائی یکساں ہے اس یکساں لمبائی کو متوازی خطوط کے درمیان کا فاصلہ کہا جاتا ہے۔



(i) قاطع خطوط

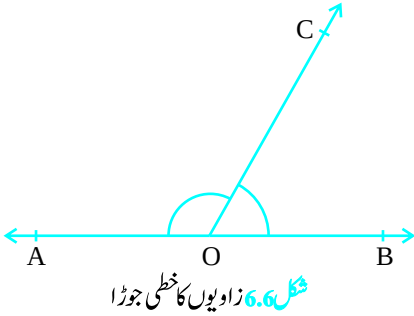


(ii) غیر قاطع (متوازی) خطوط

شکل 6.5 دو خطوط کو بنانے کے مختلف طریقہ

6.4 زاویوں کے جوڑے (Pairs of Angle)

سیکشن میں آپ نے زاویوں کے کچھ جوڑے جیسے تکمیلی زاویہ، متقابل زاویہ، متصل زاویہ، متصل زاویہ، متصل زاویہ کے بارے میں سیکھا کیا



آپ ان زاویوں کے درمیان کسی تعلق کے بارے میں سوچ سکتے ہیں؟
 آئیے اب ہم ان زاویوں کے درمیان تعلق معلوم کرنے کی کوشش کریں
 جو جب بنتے ہیں جب کوئی شعاع کسی خط پر کھڑی ہوتی ہے۔ ایک شکل
 بنائیے جس میں ایک شعاع کسی خط پر کھڑی ہو جیسا کہ شکل 6.6 میں
 دکھایا گیا ہے۔ خط کو AB اور شعاع کو OC نام دیجیے، نقطہ O پر بنے
 زاویہ کیا ہیں؟ یہ ہیں $\angle AOC$ اور $\angle COB$ اور $\angle AOB$ ۔

کیا ہم لکھ سکتے ہیں جو $\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB$

ہاں! (کیوں؟ سیکشن 6.2 میں متصل زاویوں کے حوالہ سے) $\angle AOB$ سے کی پیمائش کیا ہے؟ یہ 180° ہے (کیوں؟)

(1) اور (2) سے کیا آپ کہہ سکتے ہیں کہ $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ ؟

ہاں (کیوں؟)

مذکورہ بالا بحث سے ہم مندرجہ ذیل بدیجہ بیان کر سکتے ہیں:

بدیجہ 6.1: اگر کوئی شعاع ایک خط پر کھڑی ہو تو اس طرح سے بنے متصل زاویوں کا حاصل جمع 180° ہے۔

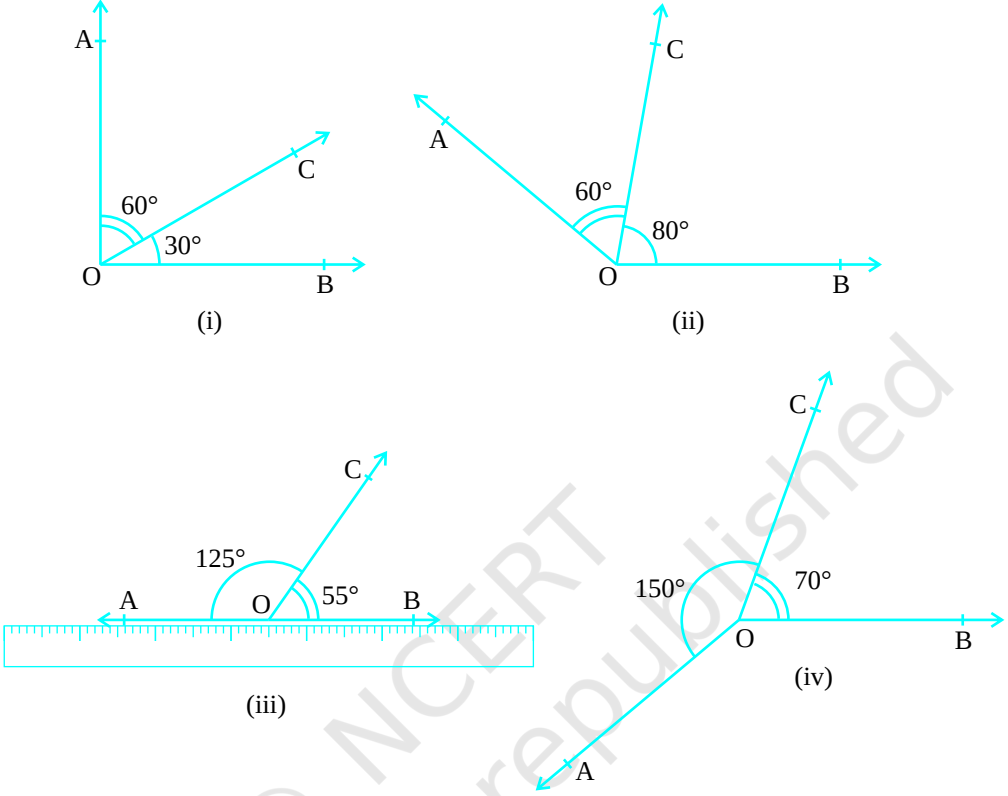
یاد کیجیے کہ جب در متصل زاویوں کا حاصل جمع 180° ہوتا ہے تب زاویوں کا خطی جوڑا کہلاتا ہے۔

بدیجہ 6.1 میں یہ دیا ہوا ہے کہ شعاع ایک خط پر کھڑی ہے اس دیئے ہوئے سے ہم نتیجہ نکال سکتے ہیں کہ اس طرح سے
 بنے دو متصل زاویوں کا حاصل جمع 180° ہے کیا ہم بدیجہ 6.1 کو دوسری طرح بھی لکھ سکتے ہیں؟ یعنی بدیجہ 6.1 کے نتیجہ کو دیا
 ہوا لیجئے اور دیئے ہوئے کو نتیجہ لیجئے اس طرح سے ہم کو ملے گا۔

(A) اگر دو متصل زاویوں کا حاصل جمع 180° ہے تب شعاع ایک خط پر کھڑی ہوتی ہے یعنی غیر مشترک بازو ایک خط

بناتے ہیں۔

اب آپ دیکھتے ہیں کہ بدیجہ 6.1 اور بیان A ایک دوسرے کے معکوس ہیں ہم ایک کو دوسرے کا معکوس کہتے ہیں ہم نہیں
 جانتے کہ بیان A درست ہے یا نہیں۔ آئیے جانچ کرتے ہیں۔ مختلف پیمائشوں کے متصل زاویہ بتائیے جیسا کہ شکل 6.7 میں
 دکھایا گیا ہے، پھر ایک حالت میں غیر مشترک بازو پر ایک فٹار کھئے کیا دوسرا نمبر مشترک بازو بھی فٹے کے ساتھ ساتھ ہے؟
 آپ پائیں گے صرف شکل (iii) 6.7 میں دونوں غیر مشترک بازو فٹے کے ساتھ ساتھ ہیں یعنی نقطے O, A اور B ایک ہی



شکل 6.7 مختلف پیمائشوں کے متصل زاویہ

خط پر ہیں اور شعاع OC اس پر کھڑی ہے۔ مزید دیکھئے کہ $\angle AOC + \angle COB = 125^\circ + 55^\circ = 180^\circ$ اس سے آپ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ بیان A درست ہے۔ اس لئے آپ اس کو ایک بدیہ کے طور پر مندرجہ ذیل طریقہ سے بیان کر سکتے ہیں۔

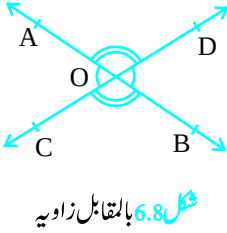
بدیہ 6.2: اگر دو متصل زاویوں کا حاصل جمع 180° ہے تب زاویوں کے غیر مشترک بازو ایک خط بناتے ہیں۔

واضح وجوہات کی بنیاد پر مذکورہ بالا دو بدیحات ایک ساتھ خطی جوڑا بدیہ کہلاتا ہے۔

آئیے اب اس حالت کی جانچ کرتے ہیں جب دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔

چھلی کلاسوں سے دہرائیے کہ جب دو خط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تو ان سے بننے بالمتقابل زاویہ مساوی ہوتے ہیں، آئیے اس نتیجہ کو ثابت کرتے ہیں ثبوت کے اجزاء کو جاننے کے لئے Appendix دیکھئے اور مندرجہ ذیل ثبوت کو

پڑھتے وقت اس کو ذہن میں رکھیے۔



شکل 6.8: بالمقابل زاویہ

مسئلہ 6.1: اگر دو خط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تو بالمقابل زاویہ مساوی ہوتے ہیں۔

ثبوت: مندرجہ بالا بیان میں یہ دیا ہوا ہے کہ دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔

اس لئے مان لیجئے AB اور CD دو خطوط ہیں جو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں جیسا کہ شکل 6.8 میں دکھایا گیا ہے۔ ان سے ہمیں بالمقابل زاویوں کے دو جوڑے حاصل ہوتے ہیں جن کے نام ہیں۔

(i) $\angle AOC$ اور $\angle BOD$ (ii) $\angle AOD$ اور $\angle BOC$

ہمیں ثابت کرنے کی ضرورت ہے کہ $\angle AOC = \angle BOD$ اور $\angle AOD = \angle BOC$

اب شعاع OA خط CD پر کھڑی ہے

اس لئے $\angle AOC + \angle AOD = 180^\circ$ (خطی جوڑے کا بدیہیہ)

کیا ہم لکھ سکتے ہیں $\angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$ ہاں! (کیوں؟)

(1) اور (2) سے ہم لکھ سکتے ہیں

$$\angle AOC + \angle AOD = \angle AOD + \angle BOD$$

اس کا مطلب ہے کہ $\angle AOC = \angle BOD$ (یہ حوالہ سیکشن 5.2 بدیہیہ 3)

اسی طرح سے یہ بھی ثابت کیا جاسکتا ہے کہ $\angle AOD = \angle BOC$

آئیے اب ہم خطی جوڑے کے بدیہیہ اور مسئلہ 6.1 پر منحصر کچھ مثالیں حل کرتے ہیں۔

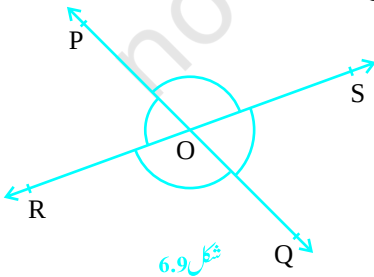
مثال 1: شکل 6.9 میں خطوط PQ اور RS ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع

کرتے ہیں اگر $\angle POR : \angle ROQ = 5 : 7$ ، تو تمام زاویہ معلوم کیجیے۔

حل: $\angle POR + \angle ROQ = 180^\circ$ (خطی جوڑا دیا ہوا ہے)

لیکن $\angle POR : \angle ROQ = 5 : 7$

$$\angle POR = \frac{5}{12} \times 180^\circ = 75^\circ \quad \text{اس لئے}$$



شکل 6.9

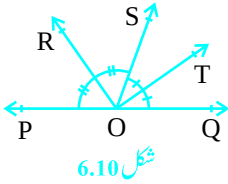
اسی طرح سے $\angle POQ = \frac{7}{12} \times 180^\circ = 105^\circ$

اب $\angle POS = \angle ROQ = 105^\circ$ (بالمقابل زاویہ)

اور $\angle SOQ = \angle POR = 75^\circ$ (بالمقابل زاویہ)

مثال 2: شکل 6.10 میں شعاع OS خط POQ پر کھڑی ہے۔ شعاع OR اور شعاع OT بالترتیب $\angle POS$ اور $\angle SOQ$ کے زاویائی ناصف ہیں اگر $\angle POS = x$ ہے تو $\angle ROT$ معلوم کیجیے۔

حل: شعاع OS خط POQ پر کھڑی ہے۔



اس لئے $\angle POS + \angle SOQ = 180^\circ$

لیکن $\angle POS = x$

اس لئے $x + \angle SOQ = 180^\circ$

اب $\angle SOQ = 180^\circ - x$

اب شعاع OR، $\angle POS$ کی نصف کرتی ہے۔

اس لئے $\angle ROS = \frac{1}{2} \times \angle POS$

$$= \frac{1}{2} \times x = \frac{x}{2}$$

اسی طرح سے $\angle SOT = \frac{1}{2} \times \angle SOQ$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - x)$$

$$= 90^\circ - \frac{x}{2}$$

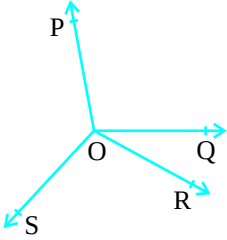
اب، $\angle ROT = \angle ROS + \angle SOT$

$$= \frac{x}{2} + 90^\circ - \frac{x}{2}$$

$$= 90^\circ$$

مثال 3: شکل 6.11 میں OP، OQ، OR اور OS چار شعاعیں ہیں ثابت کیجئے کہ

$$\angle POQ - \angle QOR + \angle SOR - \angle POS = 360^\circ$$



شکل 6.11

حل: شکل 6.11 میں آپ کو کسی ایک شعاع OP، OQ، OR یا OS کو پیچھے کی طرف ایک نقطہ تک بڑھانے کی ضرورت ہے۔ اس لئے شعاع OQ کو نقطہ T تک اس طرح بڑھاتے ہیں کہ TOQ ایک خط ہو (شکل 6.12 دیکھئے)

اب شعاع OP خط TOQ پر کھڑی ہے

اس لئے $\angle TOP = \angle POQ - 180^\circ$ (خطی جوڑے کا بدیہ) (1)

اسی طرح سے شعاع OP خط TOQ پر کھڑی ہے۔

$$\angle TOS + \angle SOQ = 180^\circ \quad \text{اس لئے}$$

$$\angle SOQ = \angle SOR + \angle QOR \quad \text{لیکن}$$

اس لئے (2) بن جاتی ہے۔

$$\angle TOS + \angle SOR + \angle QOR = 180^\circ$$

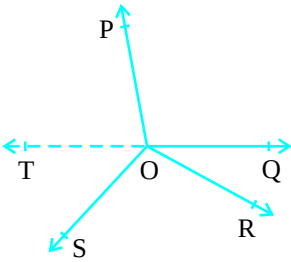
اب (1) اور (3) کو جمع کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\angle TOP + \angle POQ + \angle TOS + \angle SOR + \angle QOR = 360^\circ$$

$$\angle TOP + \angle TOS + \angle POS = \quad \text{لیکن}$$

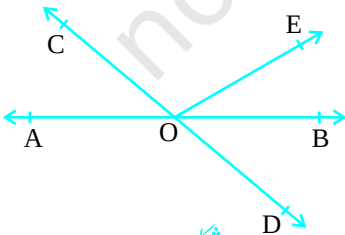
اس لئے (4) بن جاتی ہے۔

$$\angle POQ - \angle QOR + \angle SOR - \angle POS = 360^\circ$$



شکل 6.12

مشق 6.1

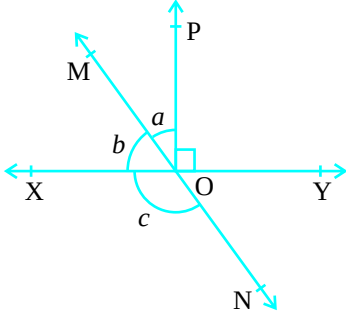


شکل 6.13

1. شکل 6.13 میں خطوط AB اور CD نقطہ O پر قطع کرتے ہیں اگر

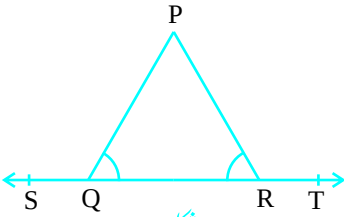
$$\angle BOD = 40^\circ \text{ اور } \angle AOC + \angle BOF = 70^\circ$$

تو $\angle BOE$ اور معکوس $\angle COE$ سے معلوم کیجیے۔



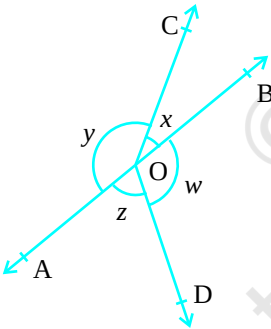
شکل 6.14

2. شکل 6.14 میں خطوط XY اور MN نقطہ O پر قطع کرتے ہیں اگر $\angle POY = 90^\circ$ اور $a : b = 2 : 3$ تو c معلوم کیجیے۔



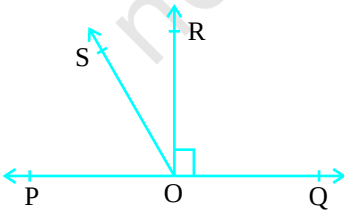
شکل 6.15

3. شکل 6.15 میں $\angle PQR = \angle PRQ$ ، تو ثابت کیجیے کہ $\angle PQS = \angle PRT$



شکل 6.16

4. شکل 6.16 میں اگر $x + y = w + z$ ، تو ثابت کیجیے کہ AOB ایک خط ہے



شکل 6.17

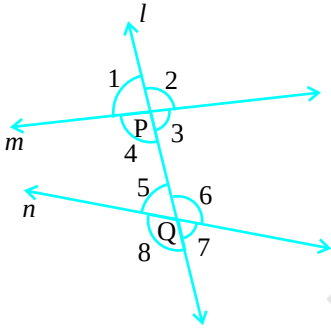
5. شکل 6.17 میں POQ ایک خط ہے شعاع OR خط PQ پر عمود ہے OS ایک دوسری شعاع ہے جو شعاعوں OP اور OR کے درمیان ہے ثابت کیجیے کہ

$$\angle POS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

6. یہ دیا گیا ہے کہ $\angle XYZ = 64^\circ$ اور XY کو نقطہ P تک بڑھادی ہوئی اطلاعات سے ایک شکل بنائیے اگر شعاع YQ، $\angle ZYP$ سے کی تنصیف کرتی ہے تو $\angle XYQ$ اور معکوس زاویہ $\angle QYP$ معلوم کیجیے۔

6.5 متوازی خطوط اور قاطع

(Parallel Lines and a Transversal)



شکل 6.18

یاد کیجئے کہ ایک خط جو دو یا زیادہ خطوط کو مختلف نقطوں پر قطع کرتا ہے قاطع کہلاتا ہے۔ (شکل 6.18 دیکھیے) خط l خطوط m اور n کو بالترتیب دو نقطے P اور Q پر قطع کرتا ہے۔ اس لئے خط l، m اور n کے لئے قاطع ہے نقطے P اور Q پر بنے چار چار زاویوں کا مشاہدہ کیجیے۔

آئیے ان زاویوں کو $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7, \angle 8$ نام دیجیے جیسا کہ شکل 6.18 میں دکھایا گیا ہے۔

$\angle 1, \angle 2, \angle 7$ اور $\angle 8$ خارجی زاویہ کہلاتے ہیں جبکہ $\angle 3, \angle 4, \angle 5$ اور $\angle 6$ داخلی زاویہ کہلاتے ہیں۔

یاد کیجئے کہ پچھلی کلاسوں میں آپ نے زاویوں کے کچھ جوڑوں، جو قاطع کے دو خطوط کو قطع کرنے سے بنتے ہیں، کے کچھ نام دیئے گئے، یہ مندرجہ ذیل میں

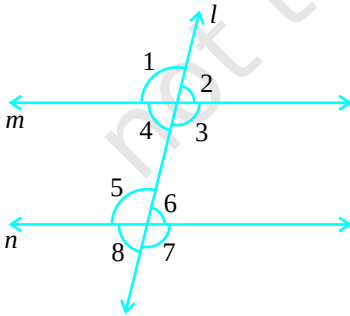
(a) مظہری زاویہ:

(i) $\angle 1$ اور $\angle 5$

(ii) $\angle 2$ اور $\angle 6$

(iii) $\angle 4$ اور $\angle 8$

(iv) $\angle 3$ اور $\angle 7$



شکل 6.19

(b) متبادل داخلی زاویہ:

- (i) $\angle 4$ اور $\angle 6$ (ii) $\angle 3$ اور $\angle 5$

(c) متبادل خارجی زاویہ:

- (i) $\angle 1$ اور $\angle 7$ (ii) $\angle 2$ اور $\angle 8$

(d) قاطع کے ایک ہی طرف کے داخلی زاویہ:

- (i) $\angle 4$ اور $\angle 5$ (ii) $\angle 3$ اور $\angle 6$

قاطع کے ایک ہی طرف کے داخلی زاویوں کو ہم مسلسل داخلی زاویہ بھی کہتے ہیں مزید زیادہ تر ہم صرف متبادل داخلی زاویوں کی جگہ ہم متبادل زاویہ استعمال کرتے ہیں آئیے۔

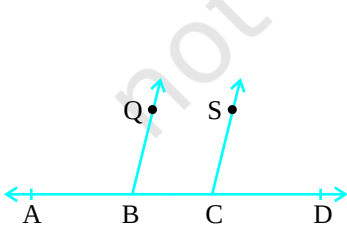
اب ہم زاویوں کے ان جوڑوں میں تعلق معلوم کرتے ہیں جب خط m خط l کے متوازی ہو آپ جانتے ہیں کہ آپ کی کاپی پر بنے خطوط ایک دوسرے کے متوازی ہوتے ہیں اس لئے فٹے اور پنسل کی مدد سے ان خطوط پر دو متوازی خطوط کھینچنے اور ان کو قطع کرتا ہوا ایک قاطع جیسا کہ شکل 6.19 میں دکھایا گیا۔

اب نظری زاویوں کے کسی جوڑے کی پیمائش کیجیے اور ان کے درمیان تعلق معلوم کیجیے: آپ پائیں گے کہ $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 8$ اور $\angle 3 = \angle 7$ اس سے آپ مندرجہ ذیل بدیہیہ اخذ کر سکتے ہیں۔

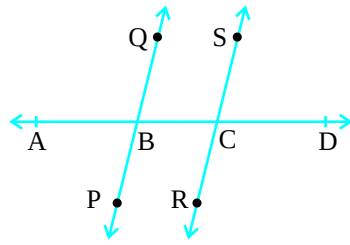
بدیہیہ 6.3: اگر کوئی قاطع دو متوازی خطوط کو قطع کرتا ہے تو نظری زاویوں کا ہر جوڑا مساوی ہوتا ہے۔

بدیہیہ 6.3 کو ہم نظری زاویوں کا بدیہیہ بھی کہتے ہیں آئیے اب اس بدیہیہ کے معکوس کے بارے میں بحث کرتے ہیں جو مندرجہ ذیل ہے۔

اگر ایک قاطع دو خطوط کو اس طرح قطع کرے کہ نظری زاویوں کے جوڑے مساوی ہوں تو دونوں خطوط متوازی ہوتے ہیں۔



(i)



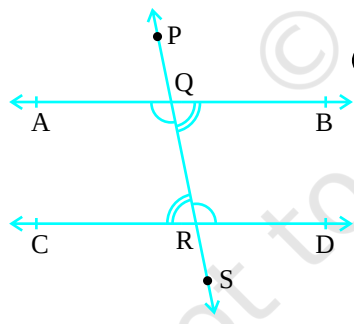
(ii)

کیا اس بیان میں کچھ صداقت ہے؟ اس کی ہم مندرجہ طریقہ سے تصدیق کر سکتے ہیں، ایک خط AD کھینچنے اس پر دو نقطے B اور C مار کر کیجیے B اور C پر $\angle ABQ$ اور $\angle BCS$ ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں جیسا کہ شکل 6.20(i) میں دکھایا گیا ہے۔

AD کی دوسری طرف دو خطوط PQ اور RS تانے کے لئے QB اور SC کو بڑھائیے [شکل 6.20 (iii) دیکھیے] آپ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ دونوں خطوط ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے، آپ خطوط PQ اور RS کے مختلف نقطوں پر مشترک عمود بنائیے اور ان کی پیمائش کیجیے آپ ان کو ہر جگہ یکساں پائیں گے اس لئے آپ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ خطوط متوازی ہیں اس طرح سے نظیری زاویوں کے بدیہیہ کا معکوس بھی درست ہے۔ اس طرح ہمیں مندرجہ ذیل بدیہیہ بھی ملتا ہے۔

بدیہیہ 6.4: اگر ایک قاطع دو خطوط کو اس طرح قطع کرے کہ نظیری زاویوں کے جوڑے مساوی ہوں تب دونوں خطوط ایک دوسرے کے متوازی ہوں گے۔

کیا ہم نظیری زاویوں کے بدیہیہ کا استعمال کس قاطع کے ذریعہ دو متوازی خطوط پر بنے متبادل داخلی زاویوں کے درمیان تعلق معلوم کرنے کے لئے کر سکتے ہیں؟ شکل 6.21 میں قاطع PS متوازی خطوط AB اور CD کو بالترتیب نقطے Q اور R پر قطع کرتا ہے۔



شکل 6.21

کیا $\angle AQR - \angle QRC$ اور $\angle BQR - \angle QRD$ ؟

آپ جانتے ہیں کہ $\angle PQA - \angle QRC$ (نظیری زاویوں کا بدیہیہ) (1)

کیا $\angle PQA = \angle BQR$ ؟ (کیوں؟) (2)

اس لئے (1) اور (2) سے آپ نتیجہ نکال سکتے ہیں کہ

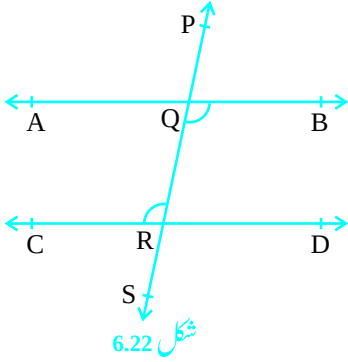
$$\angle BQR = \angle QRC$$

اسی طرح $\angle AQR - \angle QRD$

اس نتیجہ کے ایک مسئلہ کے طور پر مندرجہ ذیل میں بیان کیا گیا ہے۔

مسئلہ 6.2: اگر کوئی قاطع دو متوازی خطوط کو قطع کرے تو متبادل داخلی زاویوں کا ہر ایک جوڑہ مساوی ہوتا ہے۔

کیا آپ نظیری زاویوں کے بدیہیہ کا معکوس استعمال کر یہ ثابت کر سکتے ہیں کہ دو خطوط متوازی ہوتے ہیں اگر متبادل داخلی زاویہ مساوی ہوں؟ شکل 6.22 میں قاطع PS دو خطوط AB اور CD کو بالترتیب نقطہ Q اور R پر اس طرح قطع کرتا ہے کہ



$$\angle BQR = \angle QRC$$

کیا $AB \parallel CD$ ؟

$$\angle BQR = \angle PQA \text{ (کیوں؟) (1)}$$

$$\angle BQR = \angle QRC \text{ (دیا ہوا ہے) (2) لیکن}$$

اس لیے (1) اور (2) سے آپ نتیجہ نکال سکتے ہیں کہ

$$\angle PQA = \angle QRC$$

لیکن یہ نظیری زاویہ ہے

اس لیے $AB \parallel CD$ (نظیری زاویوں کے بدیہیہ کا معکوس)

اس نتیجہ کو ایک مسئلہ کے طور پر درج ذیل بیان کیا گیا ہے۔

مسئلہ 6.3: اگر کوئی قاطع دو خطوط کو اس طرح قطع کرے اور متبادل داخلی زاویوں کا جوڑا مساوی ہو تو خطوط متوازی ہوتے ہیں۔

اسی طرح سے آپ قاطع کے ایک ہی طرف کے داخلی زاویوں سے متعلق مندرجہ ذیل مسئلہ حاصل کر سکتے ہیں۔

مسئلہ 6.4: اگر کوئی قاطع دو متوازی خطوط کو قطع کرے تو قاطع کے ایک ہی طرف کے داخلی زاویوں کا ہر ایک جوڑا نما ہوتا ہے۔

مسئلہ 6.5: اگر کوئی قاطع دو خطوط کو اس طرح قطع کرے کہ قاطع کے ایک ہی طرف کے داخلی زاویوں کا جوڑا مساوی ہو تو دونوں خطوط متوازی ہوں گے۔

یاد کیجیے کہ اب مذکورہ بالا تمام بدایہوں اور مسئلوں کی تصدیق آپ پچھلی کلاسوں میں عملی کاموں کے ذریعہ کر چکے ہیں: آپ ان کو یہاں بھی دہرا سکتے ہیں۔

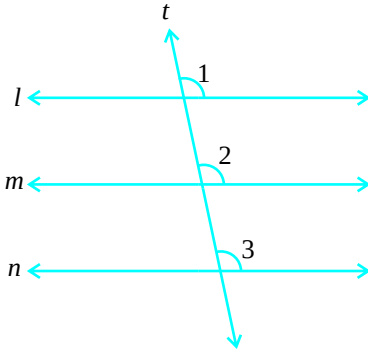
6.6 ایک ہی خط کے متوازی خطوط (Lines Parallel to the Same Line)

اگر کوئی دو خطوط ایک خط کے متوازی ہوں تو کیا وہ آپس میں بھی متوازی ہوں گے؟ آئیے اس کی جانچ کریں شکل 6.23 دیکھیے

جس میں خط $m \parallel l$ اور خط $n \parallel l$ کے خطوط ML اور N کے لئے قاطع t بنائے، یہ دیا ہوا ہے کہ خط $m \parallel l$ اور خط n

$\parallel$ خط l اس لئے $\angle 1 = \angle 2$ اور (نظیری زاویوں کا بدیہیہ)

اس لئے $\angle 2 = \angle 3$ (کیوں؟)



شکل 6.23

اور یہ برابر ہیں $\angle 1 = \angle 3$ اور $\angle 1 = \angle 3$ لیکن $\angle 2 = \angle 3$ نظیری زاویہ ہیں

اس لئے آپ کہہ سکتے ہیں کہ خط $m \parallel n$

(نظیری زاویوں کے بدیہیہ کا معکوس)

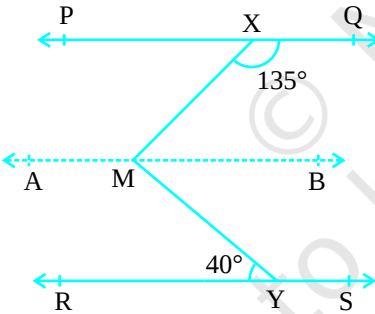
اس نتیجہ کو ہم ایک مسئلہ کی شکل میں درج ذیل بیان کرتے ہیں

مسئلہ 6.6: خطوط جو ایک ہی خط کے متوازی ہوتے ہیں آپس میں بھی متوازی ہوتے ہیں۔

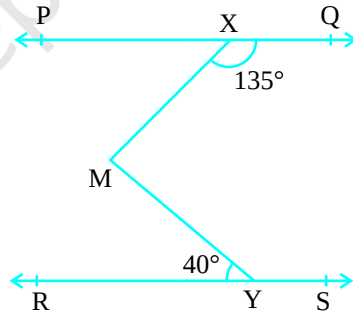
نوٹ: مندرجہ بالا خصوصیت کی توسیع ہم دو سے زیادہ خطوط کے لئے بھی کر سکتے ہیں۔ آئیے اب متوازی خطوط سے متعلق کچھ مثالیں حل کرتے ہیں۔

مثال 4: شکل 6.24 میں اگر $PQ \parallel RS$ اور $\angle MXQ = 135^\circ$ اور $\angle MYR = 40^\circ$ کو $\angle XMY$ معلوم کیجیے۔

حل: یہاں ہمیں نقطہ M سے گذرتا ہوا اور خط PQ کے متوازی ایک خط AB کھینچنے کی ضرورت ہے جیسا کہ شکل 6.25 میں



شکل 6.24



شکل 6.25

دکھایا گیا ہے اب $PQ \parallel RS$ اور $AB \parallel PQ$

اس لئے $AB \parallel RS$ (کیوں؟)

اب $\angle QXM + \angle XMB = 180^\circ$ ($AB \parallel PQ$, قاطع XM کے ایک ہی طرف کے داخل زاویہ ہیں)

لیکن $\angle QXM = 135^\circ$

$$135^\circ + \angle XMB = 180^\circ \quad \text{اس لئے}$$

$$\angle XMB = 45^\circ \quad \text{کیونکہ}$$

$$(AB \parallel RS, \text{ متبادل زاویہ}) \quad \angle BMY = \angle MYR \quad \text{اب}$$

$$\angle BMY = 40^\circ \quad \text{اس لئے}$$

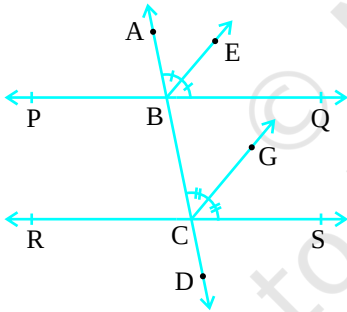
(1) اور (2) کو جمع کرنے پر حاصل ہوگا۔

$$\angle XMB + \angle BMY = 45^\circ + 40^\circ$$

$$\angle XMY = 85^\circ \quad \text{یعنی}$$

مثال 5: اگر کوئی قاطع دو خطوط کو اس طرح قطع کرے کہ نظیری زاویوں کے ایک جوڑے کے ناصف متوازی ہوں تو ثابت کیجیے کہ دو خطوط متوازی ہوں گے۔

حل: شکل 6.26 میں قاطع AD دو خطوط PQ اور RS کو بالترتیب دو نقطوں B اور C پر قطع کرتا ہے۔ شعاع BE، $\angle ABQ$



کا ناصف ہے اور شعاع CG $\angle BCS$ کا ناصف ہے اور $BE \parallel CG$

ہمیں ثابت کرتا ہے کہ $PQ \parallel RS$

پیدا ہوا ہے کہ شعاع BE، $\angle ABQ$ کا ناصف ہے

$$(1) \quad \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABQ \quad \text{اس لئے}$$

اسی طرح سے شعاع CG، $\angle BCS$ کا ناصف ہے۔

$$(2) \quad \angle BCG = \frac{1}{2} \angle BCS \quad \text{اس لئے}$$

لیکن $BE \parallel CG$ اور AD ایک قاطع ہے۔

$$(3) \quad \angle ABE = \angle BCG \quad \text{اس لئے (نظیری زاویوں کا بدیہیہ)}$$

(1) اور (2) کو (3) میں رکھنے پر ہمیں ملتا ہے۔

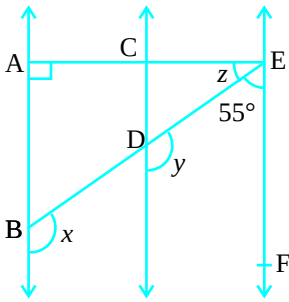
$$\frac{1}{2} \angle ABQ = \frac{1}{2} \angle BCS$$

$$\angle ABQ = \angle BCS \quad \text{یعنی}$$

لیکن یہ قاطع یعنی AD سے خطوط PQ اور RS پر بنے نظیری زاویہ ہیں اور مساوی ہیں۔

اس لئے $PQ \parallel RS$ (نظیری زاویوں کے بدیہیہ کا معکوس)

مثال 6: شکل 6.27 میں $AB \parallel CD$ اور $EF \parallel CD$ اور $EA \perp AB$ اگر $\angle BEF = 55^\circ$ ہے تو x اور y اور z



شکل 6.27

کی قدر معلوم کیجیے۔

$$\text{حل: } y + 55^\circ = 180^\circ$$

($CD \parallel EF$ قاطع ED کے ایک ہی طرف کے داخلی زاویہ)

$$\text{اس طرح } y - 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

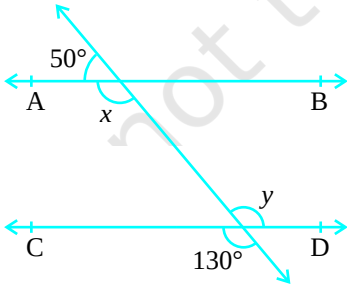
اس لئے $x - y = 125^\circ$ ($AB \parallel CD$ نظیری زاویوں کا بدیہیہ)

اب کیونکہ $AB \parallel CD$ اور $CD \parallel EF$ اس لئے $AB \parallel EF$

اس لئے $\angle FAB + \angle FEA = 180^\circ$ (قاطع EA کے ایک ہی طرف کے داخلی زا)

$$\text{اس لئے } 90^\circ + z + 55^\circ = 180^\circ$$

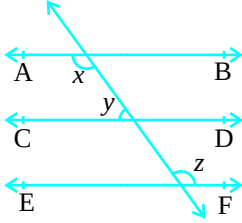
جس سے ہمیں ملتا ہے $z = 35^\circ$



مشق 6.2

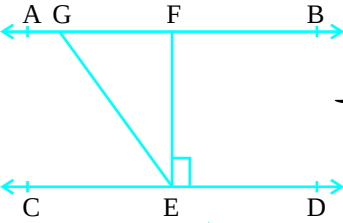
1. شکل 6.28 میں x اور y کی قدریں معلوم کیجیے اور پھر $AB \parallel CD$

دکھائیے۔



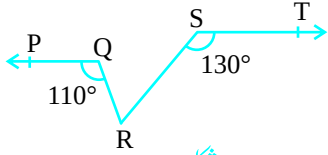
شکل 6.29

2. شکل 6.29 میں اگر $AB \parallel CD, CD \parallel EF$ اور $y : z = 3 : 7$ تو x معلوم کیجیے۔



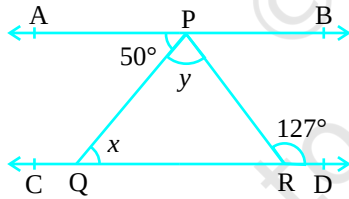
شکل 6.30

3. شکل 6.30 میں اگر $AB \parallel CD, EF \perp CD$ اور $\angle GED = 126^\circ$ تو $\angle AGE, \angle GEF$ اور $\angle FGE$ معلوم کیجیے۔



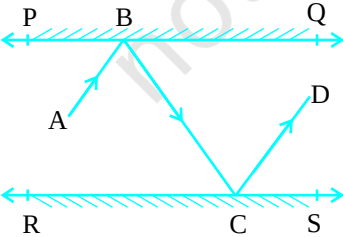
شکل 6.31

4. شکل 6.31 میں اگر $PQ \parallel ST, \angle PQR = 110^\circ$ اور $\angle RST = 130^\circ$ تو $\angle QRS$ معلوم کیجیے۔
[اشارہ: R سے گزرتا ہوا ایک خط ST کے متوازی کھینچئے]



شکل 6.32

5. شکل 6.32 میں اگر $AB \parallel CD, \angle APQ = 50^\circ$ اور $\angle PRD = 127^\circ$ تو x اور y معلوم کیجیے۔

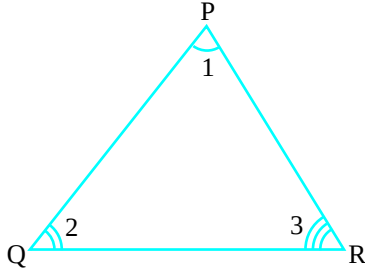


شکل 6.33

6. شکل 6.33 میں دو آئینہ PQ اور RS ایک دوسرے کے متوازی رکھے گئے ہیں ایک وقوع شعاع AB آئینہ PQ اور B سے ٹکراتی ہے اور منعکس شعاع BC کے راستے پر چلتی ہے اور RS آئینہ سے C پر ٹکراتی ہے اور دوبارہ منعکس ہو کر واپس CD پر آ جاتی ہے ثابت کیجیے کہ $AB \parallel CD$

6.7 مثلث کے زاویوں کی جمعی خصوصیت (Angle Sum Property of a Triangle)

پچھلی کلاسوں میں آپ نے عملی کاموں کے ذریعہ یہ پڑھا ہوگا کہ مثلث کے تینوں زاویوں کا حاصل جمع 180° ہوتا ہے ہم اس بیان کو متوازی خطوط سے متعلق مسئلہ اور بدیہوں کا استعمال کر ثابت کر سکتے ہیں۔



شکل 6.34

مسئلہ 6.7: مثلث کے زاویوں کا حاصل جمع 180° ہوتا ہے۔

ثبوت: آئیے دیکھتے ہیں کہ اوپر بیان میں کیا دیا گیا ہے یعنی مفروضہ اور ہمیں

کیا ثابت کرنا ہے ہمیں ایک مثلث PQR دیا ہے۔ $\angle 1$ ، $\angle 2$ اور $\angle 3$

$\triangle PQR$ کے زاویہ ہیں [شکل 6.34 دیکھیے]

ہمیں ثابت کرنا ہے $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ مخالف راس P سے

گزرتا ہوا اور خط QR کے متوازی خط XPY بنائیے جیسا کہ شکل 6.35 میں

دکھایا گیا تاکہ ہم متوازی خطوط سے متعلق خصوصیات کا استعمال کر سکیں۔

اب XPY ایک خط ہے۔

اس لئے $\angle 4 + \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$

لیکن $XPY \parallel QR$ اور PQ، PR قاطع ہیں۔

اس لئے $\angle 4 = \angle 2$ اور $\angle 5 = \angle 3$ (متبادل زاویوں کے جوڑے)

$\angle 4$ اور $\angle 5$ کو (1) میں رکھنے پر ہمیں حاصل ہوتا

$$\angle 2 + \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$$

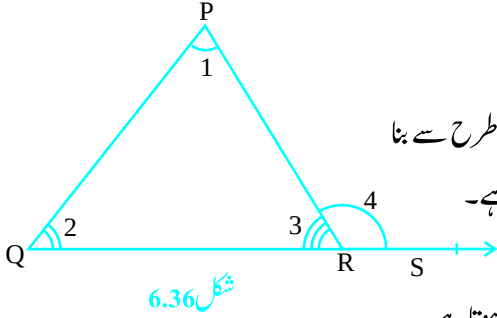
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \quad \text{یعنی}$$

یاد کیجیے آپ نے پچھلی جماعتوں میں مثلث کے خارجی زاویہ کی بناوٹ کے بارے میں پڑھا (شکل 6.36 دیکھیے)۔

ضلع QR کو نقطہ S تک بڑھایا گیا ہے $\angle PRS$ سے مثلث $\triangle PQR$ کا خارجی زاویہ کہلاتا ہے۔

$$(1) \quad \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ \quad (\text{کیوں؟})$$

$$(2) \quad \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \quad (\text{کیوں؟})$$



شکل 6.36

(1) اور (2) سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$

اس نتیجہ کو ہم مندرجہ ذیل مسئلہ کی شکل میں بیان کرتے ہیں۔

مسئلہ 6.8: اگر مثلث کے کسی ایک ضلع کو بڑھایا جائے تو اس طرح سے بنا

خارجی زاویہ مخالف داخلی زاویوں کے حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔

اوپر دیئے گئے مسئلہ سے یہ بات بالکل واضح ہے کہ مثلث کا

خارجی زاویہ اس کے مخالف داخلی زاویوں میں ہر ایک سے بڑا ہوتا ہے۔

اوپر دیئے گئے مسئلوں سے اب ہم کچھ مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

مثال 7: شکل 6.37 میں اگر $\angle TQR = 40^\circ$ اور $QT \perp PR$

$\angle SPR = 30^\circ$ تو x اور y معلوم کیجیے۔

حل: ΔTQR میں $90^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$ (مثلث کے

زاویوں کی جمعی خصوصیت)

اس لئے $x = 50^\circ$

اب $y = \angle SPR - x$ (مسئلہ 6.8)

اس لئے $y = 30^\circ + 50^\circ - 80^\circ$

مثال 8: شکل 6.38 میں ΔABC کے اضلاع AB اور AC کو بالترتیب

نقطوں E اور D تک بڑھایا گیا ہے اگر $\angle CBE$ اور $\angle BCD$ کے

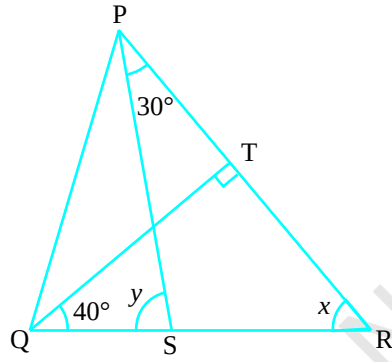
ناصف BO اور CO بالترتیب نقطہ O پر ملتے ہیں تو ثابت کیجیے کہ

$$\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle BAC$$

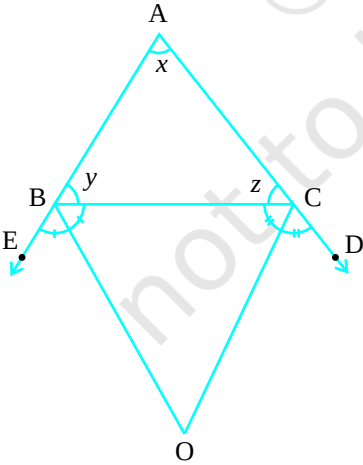
حل: شعاع BO $\angle CBE$ کا ناصف ہے

$$\angle CBO = \frac{1}{2} \angle CBE$$

$$= \frac{1}{2} (180^\circ - y)$$



شکل 6.37



شکل 6.38

$$= 90^\circ - \frac{y}{2}$$

اسی طرح سے شعاع CO، $\angle BCD$ کا نصف ہے

$$\angle BCO = \frac{1}{2} \angle BCD \quad \text{اس لئے}$$

$$= \frac{1}{2} (180^\circ - z)$$

$$= 90^\circ - \frac{z}{2}$$

$$\text{میں } \triangle BOC: \angle CBO + \angle BCO + \angle BOC = 180^\circ$$

(1) اور (2) کو (3) میں رکھنے پر ہم پاتے ہیں۔

$$(3) \quad \angle BOC + 90^\circ - \frac{z}{2} + 90^\circ - \frac{y}{2} = 180^\circ$$

$$\angle BOC = \frac{z}{2} + \frac{y}{2} \quad \text{اس لئے}$$

$$(4) \quad \angle BOC = \frac{1}{2} (y + z) \quad \text{یا}$$

لیکن $x + y + z = 180^\circ$ (مثلث کے زاویوں کی مجموعی خصوصیت)

$$\text{اس لئے } y + z = 180^\circ - x$$

اس لئے (4) بن جاتی ہے

$$\angle BOC = \frac{1}{2} (180^\circ - x)$$

$$= 90^\circ - \frac{x}{2}$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2} \angle BAC$$

مشق 6.3

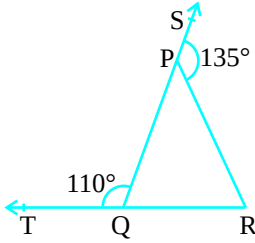
1. شکل 6.3.9 میں $\triangle PQR$ کے اضلاع QP اور RQ بالترتیب نقطوں S اور T تک بڑھائے گئے ہیں اگر

$\angle SPR = 135^\circ$ اور $\angle PQT = 110^\circ$ تو $\angle PRQ$ معلوم کیجیے۔

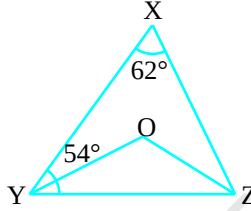
2. شکل 6.40 میں $\angle XYZ = 54^\circ$ ، $\angle X = 62^\circ$ ہے اگر YO اور ZO بالترتیب کے $\angle XYZ$ اور $\angle XZY$

کے ناصف ہیں تو $\angle OZY$ اور $\angle YOZ$ معلوم کیجیے:

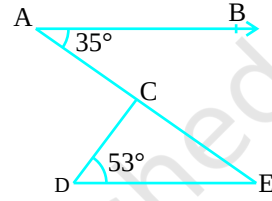
3. شکل 6.41 میں اگر $\angle BAC = 35^\circ$ ، $AB \parallel DE$ اور $\angle CDE = 53^\circ$ تو $\angle DCE$ معلوم کیجیے۔



شکل 6.39



شکل 6.40



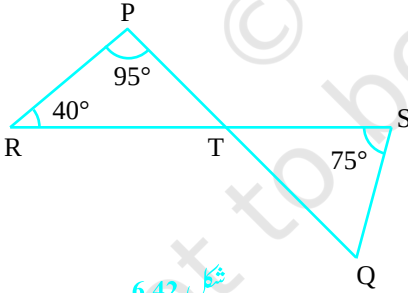
شکل 6.41

4. شکل 6.42 میں اگر خطوط PQ اور RS نقطہ T پر قطع کرتے ہیں جبکہ $\angle RPT = 95^\circ$ ، $\angle PRT = 40^\circ$ اور

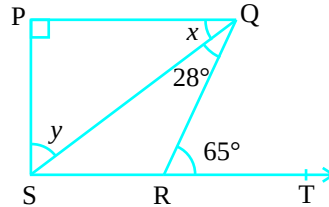
$\angle TSQ = 75^\circ$ تو $\angle SQT$ معلوم کیجیے:

5. شکل 6.43 میں اگر $\angle SQR = 28^\circ$ ، $PQ \perp PS$ ، $PQ \perp SR$ اور $\angle QRT = 65^\circ$ ہے تو x اور y کی قیمت

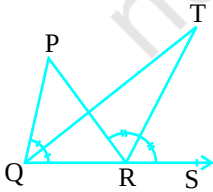
معلوم کیجیے



شکل 6.42



شکل 6.43



شکل 6.44

6. شکل 6.44 میں ΔPQR کے ضلع QR کو نقطہ S تک بڑھایا گیا ہے،

اگر $\angle PQR$ اور $\angle PRS$ کے ناصف نقطہ T پر ملتے ہیں تو ثابت

$$\angle RPT = \frac{1}{2} \angle QPR$$

6.8 خلاصہ (Summary)

اس سبق میں آپ نے مندرجہ ذیل نقاط پڑھیں

1. اگر کوئی شعاع ایک خط پر کھڑی ہو تو اس سے بنے متصل زاویوں کا حاصل جمع 180° ہوتا ہے۔ اسی طرح سے اس کا معکوس بھی درست ہے اس خصوصیت کو خطی جوڑے کا بدیہیہ کہتے ہیں۔
2. جب دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تب بالمتقابل زاویہ مساوی ہوتے ہیں۔
3. جب کوئی قاطع دو متوازی خطوط کو قطع کرتا ہے تب
 - (i) نظیری زاویوں کا ہر ایک جوڑا مساوی ہوتا ہے۔
 - (ii) متبادل داخلی زاویوں کا ہر ایک جوڑا مساوی ہوتا ہے
 - (iii) قاطع کے ایک ہی طرف کے داخلی زاویوں کا ہر ایک جوڑا قیمتی ہوتا ہے
4. جب کوئی قاطع دو خطوط کو اس طرح قطع کرتے ہیں
 - (i) نظیری زاویوں کا کوئی ایک جوڑا مساوی ہو یا
 - (ii) متبادل داخلی زاویوں کا کوئی ایک جوڑا مساوی ہو یا
 - (iii) قاطع کے ایک ہی طرف کے داخلی زاویوں کا کوئی ایک جوڑا مساوی ہو تو خطوط متوازی ہونگے
5. خطوط جو دیئے ہوئے کسی خط کے متوازی ہوں تو وہ آپس میں بھی متوازی ہونگے۔
6. مثلث کے تینوں زاویوں کا حاصل جمع 180° ہوتا ہے
7. اگر مثلث کے کسی ضلع کو بڑھا دیا جائے تو اس طرح سے بنا خارجی زاویہ مخالف داخلی زاویوں کے حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔