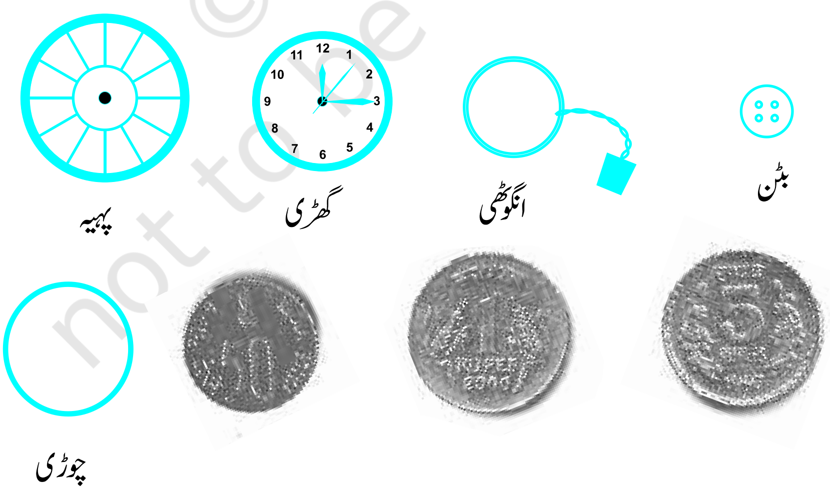
باب 10

دائرے (Circles)

10.1 تعارف (Introduction)

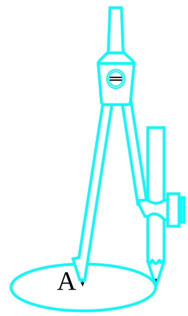
آپ اپنی روزمرہ زندگی میں بہت سی ایسی اشیاء دیکھتے ہیں جن کی شکل گول ہوتی ہے جیسے کی گاڑی کا پہیہ، چوڑیاں، گھڑی کا ڈائل 25 پیسے 50 پیسے 1 روپیہ اور 5 روپیہ کے سکے، انگوٹھی، شرٹ کے بٹن وغیرہ (شکل 10.1 دیکھیے) گھڑی میں آپ نے مشاہدہ کیا ہوگا کہ گھڑی کی سیکنڈ کی سوئی گھڑی کے ڈائل کے چاروں طرف تیزی سے گھومتی ہے اور اس کی ٹپ (نوک) گول راستہ پر حرکت کرتی ہے سیکنڈ کی سوئی کی نوک (ٹپ) کے ذریعے ٹریس کیا گیا راستہ ایک دائرہ کہلاتا ہے۔ اس باب میں ہم دائرہ اور اس سے متعلق ارکان اور اس کی کچھ خصوصیات کے بارے میں مطالبہ کریں گے۔



شکل 10.1

10.2 دائرے اور ان سے متعلق ارکان: نظر ثانی
(Circles and it Related Terms: A Review)

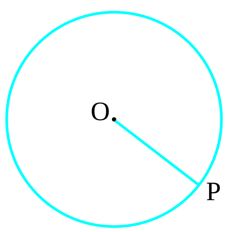
ایک پرکار لیجیے اور اس میں ایک پینسل لگائیے۔ اس کے نکیلے سرے کو کاغذ کے ایک نقطہ پر رکھیے اس کے دوسرے سرے کو کچھ فاصلہ تک کھولئے، نکیلے سرے کو ایسی نقطہ پر رکھتے ہوئے دوسرا سرا ایک بار پورا گھما دیجیے: پینسل کے ذریعہ کاغذ پر بنی بند شکل کیا ظاہر کرتی ہے؟ جیسا آپ جانتے ہیں یہ ایک دائرہ ہے (شکل 10.2 دیکھیے) آپ نے دائرہ کیسے حاصل کیا؟ آپ نے ایک نقطہ کو جامد رکھا (شکل 10.2 میں A) اور باقی تمام نقطے A سے ایک متعین فاصلہ پر ہے اس سے ہمیں مندرجہ ذیل تعریف ملتی ہے۔



شکل 10.2

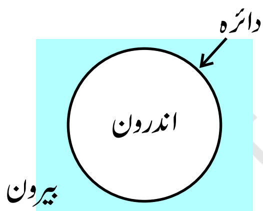
مستوی میں ان تمام نقطوں کا مجموعہ جو ایک جامد نقطہ سے متعین (یکساں) فاصلہ پر ہوں دائرہ کہلاتا ہے۔

جامد نقطہ مرکز اور یکساں متعین فاصلہ دائرہ کا نصف قطر کہلاتا ہے، شکل 10.3 میں O دائرے کا مرکز اور OP کی لمبائی اس کا نصف قطر ہے۔



شکل 10.3

ریمارک: نوٹ کیجیے کہ دائرے کے مرکز اور دائرے پر کسی نقطہ کو ملانے والا قطع خط بھی دائرے کا نصف قطر کہلاتا ہے نصف قطر دو مفہوم میں استعمال ہوتا ہے ایک قطعہ خط کے اور دوسرے اس کی لمبائی کے مفہوم میں۔



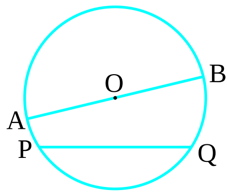
شکل 10.4

VI کلاس میں آپ مندرجہ ذیل تصورات سے پہلے ہی واقف ہو چکے ہیں ہم صرف ان کو دہرا رہے ہیں۔

دائرہ کا بیرون ایک دائرہ مستوی کو تین حصوں میں منقسم کرتا ہے۔ (i) دائرہ کے اندر کا حصہ یعنی دائرہ کا اندرون (ii) دائرہ کے باہر کا حصہ یعنی دائرہ کا بیرون (iii) دائرہ خود۔ (شکل 10.4 دیکھیے) دائرہ اور اس کا اندرون دائری خطہ کہلاتا ہے۔

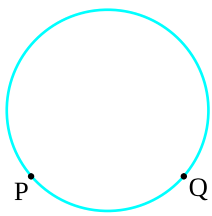
اگر آپ دائرہ پر دو نقطہ P اور Q لیں تو قطع خط PQ دائرے کا وتر کہلاتا ہے (شکل 10.5 دیکھیے) وہ وتر جو دائرہ کے مرکز

سے گزرتا ہے دائرہ کا قطر کہلاتا ہے۔ نصف قطر ہی کی طرح دائرہ کا قطر بھی دو مفہوم میں استعمال ہوتا ہے ایک قطع خط کے طور پر اور دوسرا لمبائی کے طور پر کیا کوئی ایسا وتر بھی ہے جو قطر سے بڑا نہیں ہوسکتا۔ آپ دیکھتے ہیں کہ قطر سب سے بڑا وتر ہوتا ہے اور دائرہ کے تمام قطر مساوی لمبائی کے ہوتے ہیں جو نصف قطر کا دگنا ہوتا ہے۔ شکل 10.5 میں AOB دائرہ کا قطر ہے۔ ایک دائرہ میں کتنے قطر ہوتے ہیں؟ ایک دائرہ بنائیے اور دیکھیئے ہیں کہ آپ کتنے قطر حاصل کر سکتے ہیں؟

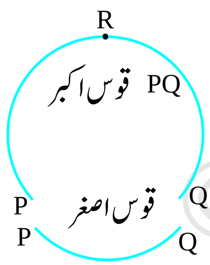


شکل 10.5

دائرہ کے دو نقطوں کے درمیان کا ٹکڑا قوس کہلاتا ہے۔ آئیے (شکل 10.6 میں) نقطے P اور Q کے درمیان دائرہ کے ٹکڑوں کو دیکھیے، آپ دیکھتے ہیں یہاں دو ٹکڑے ہیں ایک بڑا اور ایک چھوٹا (شکل 10.7 دیکھیے) بڑا ٹکڑا قوس اکبر PQ چھوٹا حصہ قوس اصغر PQ کہلاتا ہے۔ قوس اصغر کو ہم $\widehat{PQ}$ سے ظاہر کرتے ہیں اور قوس اکبر کے PQ کو ہم $\widehat{PRQ}$ سے ظاہر کرتے ہیں جہاں R، P اور Q کے درمیان کوئی نقطہ ہے۔ جب تک کے بیان نہ کیا جائے قوس PQ یا $\widehat{PQ}$ قوس اصغر PQ کو ہی ظاہر کریگا۔ جب P اور Q دائرہ کے سرے کے نقطے ہوں تو دونوں قوس مساوی ہونگے اور ہر ایک قوس کا نصف دائرہ کہلائے گا۔

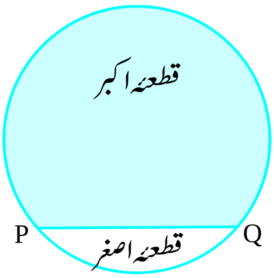


شکل 10.6

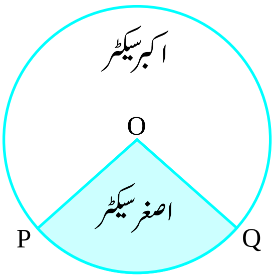


شکل 10.7

پورے دائرہ کی لمبائی کو دائرہ کا محیط کہتے ہیں، کسی وتر اور اس کے قوس کے درمیان خطہ کو دائرہ کا قطعہ کہتے ہیں۔ آپ دیکھتے ہیں کہ قطعہ بھی دو قسم کے ہیں۔ جن میں ایک قطعہ اصغر اور دوسرا قطعہ اکبر کہلاتا ہے (شکل 10.8 دیکھیے) ایک قوس اور دو نصف قطر جو مرکز کو قوس کے سرے کے نقطوں سے ملاتے ہوں تو درمیانی خطہ کو سیکٹر کہتے ہیں۔ قطعات کی طرح آپ دیکھتے ہیں کہ قوس اصغر اصغر سیکٹر سے متعلق ہے اور قوس اکبر، اکبر سیکٹر سے متعلق ہے۔ (شکل 10.9) میں خطہ OPQ، اصغر خطہ ہے اور دائری خطہ کا باقی حصہ اکبر سیکٹر ہے۔ جب دو قوس برابر ہوں یعنی ہر ایک نصف دائرہ ہو تب دونوں قطعات اور دونوں سیکٹر ایک سے ہو جاتے ہیں اور ہر ایک ایک نصف دائری خطہ کہلاتا ہے۔



شکل 10.9



شکل 10.8

مشق 10.1

.1 خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

(i) دائرہ کا مرکز دائرہ کے.................میں ہوتا ہے (اندرون/ بیرون)

(ii) ایک نقطہ دائرہ کے مرکز سے جس کا فاصلہ اس کے نصف قطر سے بڑا ہو دائرہ کے.........میں ہوتا (اندرون/ بیرون)

(iii) دائرہ کا سب سے بڑا وتر دائرہ کا................ہوتا ہے

(iv) ایک قوس.............ہوتا ہے جب اس کے سرے قطر کے سرے کے نقطے ہوتے ہیں۔

(v) دائرہ کا قطعہ دائرہ کے...........اور اس کے قوس کے درمیان کا خطہ ہوتا ہے۔

(vi) مستوی پر موجود دائرہ اس مستوی کو.................حصوں میں منقسم کرتا ہے۔

.2 صحیح اور غلط لکھیے، اپنے جواب کی وجہ بھی بتائیے۔

(i) ایسا قطع خط جو دائرہ کے مرکز کو دائرہ پر موجود کسی نقطہ سے ملاتا ہو دائرہ کا نصف قطر کہلاتا ہے۔

(ii) ایک دائرہ کے صرف محدود مساوی وتر ہوتے ہیں۔

(iii) اگر دائرہ کو تین مساوی قوسوں میں منقسم کیا جائے تو ہر ایک قوس اکبر ہے۔

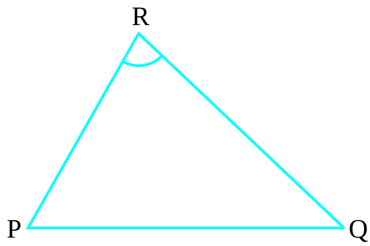
(iv) دائرہ کا وہ وتر جو اس کے نصف قطر کا دگنا ہو دائرہ کا قطر ہوتا ہے۔

(v) سیکٹر، وتر اور اس کے نظیری قوس کے درمیان خطہ ہوتا ہے۔

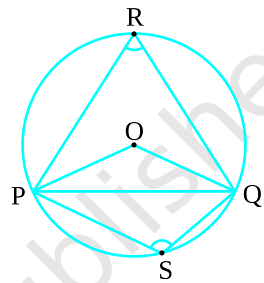
(vi) دائرہ ایک مستوی شکل ہے۔

10.3 کسی نقطہ پر وتر کے ذریعہ بنا زاویہ (Angle Subtended by a Chord at a Point)

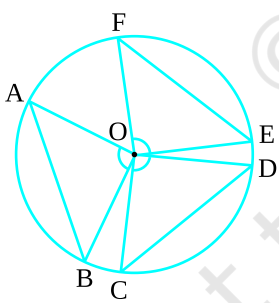
ایک قطعہ خط PQ اور ایک نقطہ R جو PQ پر نہ ہو، لیجیے PR اور QR کو ملائیے (شکل 10.10 دیکھیے) تب $\angle PRQ$ قطعہ خط PQ سے نقطہ R پر بنا زاویہ کہلاتا ہے شکل 10.11 میں زاویے POQ، PRQ اور PSQ کیا کہلاتے ہیں؟ $\angle PQR$ وتر PQ سے مرکز O پر بنا زاویہ ہے، $\angle PRQ$ سے اور $\angle PSQ$ سے بالترتیب PQ سے قوس اکبر اور قوس اصغر پر نقطے R اور S پر بنے زاویہ ہیں



شکل 10.10



شکل 10.11



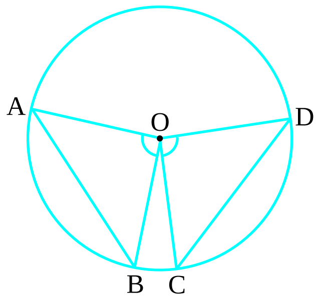
شکل 10.12

آیئے وتر کے سائز اور اس کے ذریعہ مرکز پر بنے زاویوں کے درمیان تعلق کی جانچ کرتے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ دائرے کے مختلف وتر اور ان کے ذرائع مرکز پر بنے زاویہ میں بڑے وتر سے مرکز پر بنا زاویہ بھی بڑا ہوگا کیا ہوگا اگر آپ دو مساوی وتر لیں تو؟ کیا ان کے ذرائع مرکز پر بنے زاویہ مساوی ہونگے یا نہیں؟

دو یا اس سے زیادہ مساوی وتر کھینچیے اور ان سے مرکز پر بنے زاویوں کی پیمائش کیجیے (شکل 10.12 دیکھیے) آپ دیکھیں گے کہ ان کے ذریعہ مرکز پر بنے زاویہ برابر ہیں۔ آیئے اس حقیقت کا ثبوت دیتے ہیں۔

مسئلہ 10.1: دائرہ کے مساوی وتر دائرہ کے مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں۔

ثبوت : آپ کو مرکز O والے دائرے کے دو مساوی وتر AB اور CD دیئے ہوئے ہیں۔ (شکل 10.13 دیکھیے) آپ ثابت کرنا چاہتے ہیں کہ $\angle AOB = \angle COD$



شکل 10.13

مثلث COD اور AOB میں

OA = OC (ایک ہی دائرہ کے نصف قطر)

OB = OD (ایک ہی دائرہ کے نصف قطر)

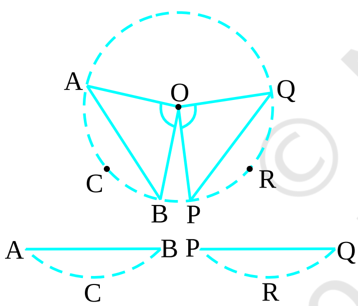
AB = CD دیا ہوا ہے

اس لئے $\Delta AOB \cong \Delta COD$ (SSS اصول)

اس سے ملتا ہے $\angle AOB = \angle COD$ (متماثل مثلث کے نظیری حصے)

ریمارک: آسانی کے لئے ہم متماثل مثلثوں کے نظیری حصوں کے لئے CPCT استعمال کرتے ہیں کیوں کہ ہم کثرت سے اسکا استعمال کرتے ہیں۔

اب آپ ان وتروں کے بارے میں کیا کہتے ہیں جو مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں؟ کیا یہ مساوی ہیں یا نہیں؟ اس لئے اس کی مندرجہ ذیل مشغلہ سے جانچ کرتے ہیں۔



شکل 10.14

ایک ٹریسنگ پیپر لیجیے اور اس پر ایک دائرہ ٹریس کیجیے اس کو دائرہ کے ساتھ ساتھ کاٹ لیجیے تا کہ ایک ڈسک حاصل ہو سکے: اس کے مرکز O پر زاویہ AOB بنائیے جہاں BCA دائرہ پر دو نقطہ ہیں۔ مرکز پر ایک اور زاویہ POQ، $\angle AOB$ کے مساوی بنائیے: ان زاویوں کے سروں کے ساتھ ساتھ ایک ڈسک کاٹ لیجئے (شکل 10.14 دیکھیے) آپ کو دائرے کے دو قطعہ ACB اور PRQ حاصل ہونگے۔ اگر آپ ایک کو دوسرے پر رکھیں تو آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟ یہ ایک دوسرے کو ڈھک لیتے ہیں یعنی یہ متماثل ہیں اس لئے AB = PQ

حالانکہ آپ نے اس کو کئی خاص زاویوں کے لئے دیکھا اس کو دوسرے مساوی زاویوں کے لئے دہرائیے: ہر حالت میں وتر مساوی ہونگے۔ اس لئے ہمیں مندرجہ ذیل مسئلہ حاصل ہوتا ہے۔

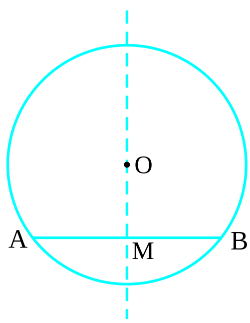
مسئلہ 10.2: اگر وتر مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں تو وتر بھی مساوی ہونگے مدرجہ بالا مسئلہ، مسئلہ 10.1 کا معکوس ہے، نوٹ کیجیے کہ شکل 10.13 میں اگر آپ $\angle AOB = \angle COD$ لیتے ہیں تب $\Delta AOB \cong \Delta COD$ (کیوں؟)

کیا اب آپ دیکھ سکتے ہیں کہ AB = CD؟

مشق 10.2

1. یاد کیجیے کہ دو دائرہ متماثل ہوتے ہیں اگر ان کے نصف قطر مساوی ہوں ثابت کیجئے کہ متماثل دائروں کے مساوی وتر مرکز پر مساوی زاویے بنائیں گے۔
2. ثابت کیجیے کہ اگر متماثل دائروں کے وتر مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں تو وتر مساوی ہوتے ہیں۔

10.4 مرکز سے وتر پر بنایا گیا عمود (Perpendicular from the Centre to a Chord)



شکل 10.15

مشغلہ: ایک ٹریننگ پیپر پر ایک دائرہ بنایئے مان لیجیے O اس کا مرکز ہے۔ ایک وتر AB بنایئے مان لیجیے کر لیں AB کو نقطہ M پر کاٹتی ہے۔ تب $\angle OMA = \angle OMB = 90^0$ یا OM، AB پر عمود ہے۔ کیا نقطہ B، نقطہ A پر منطبق ہے۔ (شکل 10.15 دیکھیے) ہاں یہ ہے۔ اس لئے MA = MB

OA اور OB کو ملا کر اور قائم مثلثوں OMA اور OMB کو متماثل ثابت کرا کر اس کا ثبوت آپ خود دیجیے یہ مثال مندرجہ ذیل نتیجہ کی ایک خاص شکل ہے۔

مسئلہ 10.3 : دائرہ کے مرکز سے اس کے وتر پر کھینچا گیا عمود وتر کی تنصیف کرتا ہے۔

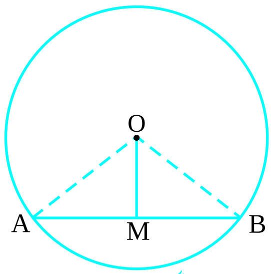
اس مسئلہ کا معکوس کیا ہے؟ اس کو لکھنے کے لئے پہلے یہ صاف ہو جائے اور مسئلہ 10.3 میں کیا دیا گیا ہے اور کیا ثابت کیا گیا۔ دائرے کے مرکز سے اس کے وتر پر عمود کھینچا گیا یہ دیا ہوا ہے اور یہ عمود وتر کی تنصیف کرتا ہے۔ یہ ثابت کیا گیا ہے۔ اس طرح سے اس کے معکوس میں مفروضہ ہے اگر دائرہ کے مرکز سے گذرنے والا خط وتر کی تنصیف کرتا ہے اور جو ثابت کرتا ہے وہ ہے کہ خط وتر پر عمود ہے اس لئے معکوس ہے۔

مسئلہ 10.4: دائرہ کے مرکز سے گذرنے والا خط اگر وتر کی تنصیف کرے تو وہ اس پر عمود ہوگا۔

کیا یہ صحیح ہے؟ ایسی ہی کچھ اور مثالیں لیجیے اور دیکھیے آپ دیکھیں گے کہ تمام حالتوں میں یہ صحیح ہوگا اگر یہ صحیح ہے تو مندرجہ ذیل میں ہم اس کا ثبوت وجوہات کے ساتھ دیتے ہیں۔

مان لیجیے AB مرکز ایک O والے دائرہ کا ایک وتر ہے O کو AB کے وسطی نقطہ M سے ملایا گیا۔ آپ کو ثابت کرنا ہے کہ $OM \perp AB$ OA اور OB کو ملایئے (شکل 10.16 دیکھیے) OAM اور OBM میں

OA = OB (کیوں؟)



شکل 10.16

$AM = BM$ (کیوں؟)

$OM = OM$ (مشترک)

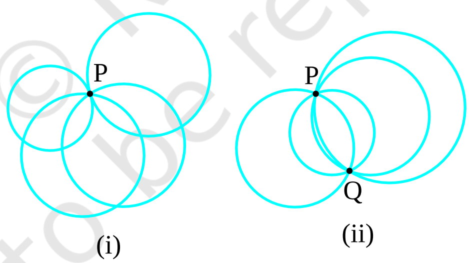
اس لئے $\Delta OAM \cong \Delta OBM$ (کیسے؟)

اس سے حاصل ہوتا ہے $\angle OMA = \angle OMB = 90^0$ (کیوں؟)

10.5 تین نقطوں سے گزرتا ہوا دائرہ (Circle Through Three Point)

باب 6 میں آپ پڑھ چکے ہیں کہ ایک خط بنانے کے لئے دو نقطے کافی ہیں۔ یعنی دو نقطوں سے ایک اور صرف ایک ہی خط گزر سکتا ہے۔ ایک فطری سوال یہ پیدا ہوتا ہے کہ ایک دائرہ کے بنانے کے لئے کم سے کم کتنے نقطے ضروری ہیں؟

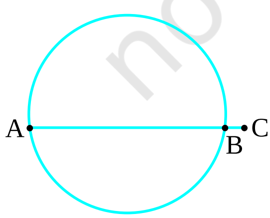
ایک نقطہ P لیجیے۔ اس نقطے سے کتنے دائرہ بنائے جا سکتے ہیں؟ آپ دیکھ سکتے ہیں (شکل (i) 10.17): اس جتنے دائرہ آپ چاہیں اتنے دائرہ اس نقطہ سے گذر سکتے ہیں اب دو نقطے P اور Q لیجیے، یہاں پر بھی آپ دیکھیں گے کہ ان دو نقطوں سے لامحدود دائرہ گذر سکتے ہیں (شکل (ii) 10.17 دیکھیے)۔ جب ہم تین نقطے BA اور C لیتے ہیں تب کیا ہوتا ہے؟ کیا آپ تین ہم خط نقطوں سے گزرتا ہوا ایک دائرہ بنا سکتے ہیں؟



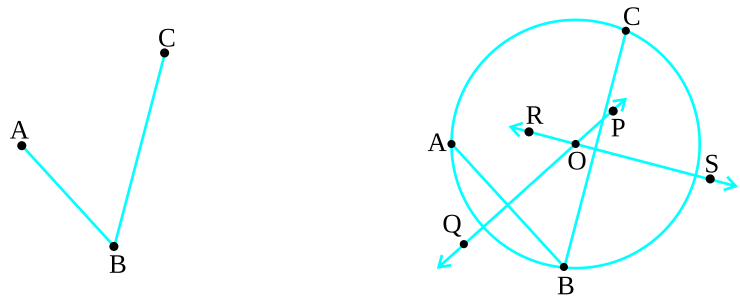
شکل 10.17

نہیں۔ اگر تینوں نقطے ایک ہی خط پر ہوں تب تیسرا نقطہ دو نقطوں سے گزرنے والے دائرہ کے اندر یا باہر ہوگا (شکل 10.18 دیکھیے)

اس لئے اب تین نقطے B,A اور C ایسے لیتے ہیں جو ایک ہی خط پر نہ ہوں یا دوسرے لفظوں میں یہ ہم خط نہ ہوں۔ (شکل 10.19 دیکھیے)



شکل 10.18



(i) (ii)

شکل 10.19

اب کیونکہ CO اور AB کے عمودی ناصف PQ پر واقع ہے اس لئے OA = OB کیونکہ کسی قطع خط کے عمودی ناصف پر موجود ہر نقطہ اس قطع خط کے سرے کے نقطوں سے برابر فاصلہ پر ہوتا ہے، اس کا ثبوت باب 7 میں دیا گیا ہے۔

اسی طرح سے کیونکہ O، BC کے عمودی ناصف RS پر واقع ہے اس لئے

$$OB = OC$$

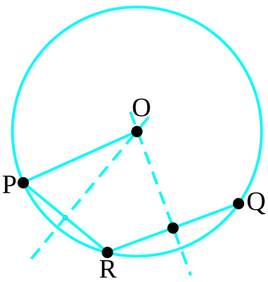
اس لئے OA = OB = OC جس کا مطلب ہے کہ نقطے A، B اور C نقطہ O سے مساوی فاصلہ پر ہیں اس لئے جب آپ O کو مرکز مان کر اور OA نصف قطر لے کر ایک دائرہ بنائیں گے تو یہ B اور C سے گذرے گا اس سے ثابت ہوتا ہے ایک دائرہ تین غیر ہم خط نقطوں A,B اور C سے گزرتا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ دو خطوط عمودی ناصف صرف ایک ہی نقطہ پر قطع کرتے ہیں اس لئے OA نصف قطر والا آپ صرف ایک ہی دائرہ بنا سکتے ہیں دوسرے لفظوں میں تین نقطوں A، B اور C سے صرف ایک ہی دائرہ گزر سکتا ہے آپ نے مندرجہ ذیل مسئلہ کا ثبوت دیا۔

مسئلہ 10.5 : تین غیر ہم خط نقطوں سے ایک اور صرف ایک دائرہ گزر سکتا ہے۔

رائے زنی : اگر A B C ایک مثلث ہے تب مسئلہ 10.5 کی رو سے مثلث کے راس A، B اور C سے صرف ایک دائرہ گزر سکتا ہے اس دائرہ کو ہم مثلث ABC کا محیطی دائرہ کہتے ہیں اور اس کے مرکز کو محیطی مرکز اور نصف قطر کو محیطی نصف قطر کہتے ہیں۔

مثال 1: دائرہ کا ایک قوس دیا ہوا ہے، دائرہ مکمل کیجیے۔

حل : مان لیجیے دائرہ کا قوس PG دیا ہوا ہے ہمیں دائرہ مکمل کرنا ہے جس کا مطلب ہمیں اس کا مرکز اور نصف قطر معلوم کرنا ہے، قوس پر ایک نقطہ R لیجیے PR اور RQ کو ملایئے مرکز اور نصف قطر معلوم کرنے کے لئے اس بناوٹ (تشکیل) کو استعمال کیجئے جن کو آپ نے مسئلہ 10.5 میں ثابت کیا ہے۔اس طرح سے حاصل مرکز اور نصف قطر کو لیکر ہم دائرہ مکمل کر سکتے ہیں



شکل 10.20

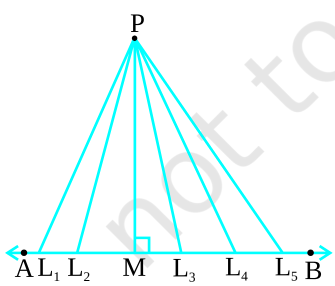
مشق 10.3

1. دائروں کے مختلف جوڑے بنایئے۔ ہر جوڑے میں کتنے مشترک نقطے ہیں؟ زیادہ سے زیادہ کتنے مشترک نقطے ہیں۔
2. فرض کیجیے آپ کو ایک دائرہ دیا ہوا ہے، اس کا مرکز معلوم کرنے کے لئے آپ کیا بناوٹ کریں گے۔
3. اگر دو دائرہ دو نقطوں پر قطع کرتے ہیں تو ثابت کیجیے کہ ان کے مرکز ان کے مشترک وتر کے عمودی ناصف پر واقع ہونگے۔

16.6 مساوی وتر اور مرکز سے ان کے فاصلے
(Equal Chords and Their Distance from the Centre)

مان لیجیے AB ایک خط ہے اور P ایک نقطہ کیونکہ ایک خط پر لامحدود نقطے ہوتے ہیں اگر آپ ان نقطوں کو P سے ملائیں تو آپ کو لامحدود بہت سے قطعات $PL_1, PL_2, PM, PL_3, PL_4$ وغیرہ حاصل ہونگے۔اس میں سے کونسا فاصلہ P سے AB کے درمیان ہے؟ آپ تھوڑی دیر سوچیے اور جواب حاصل کیجئے۔ان تمام قطعات خط میں سے PM جو P سے AB پر عمود ہے سب سے کم فاصلہ ہے ریاضی میں ہم اس کم ترین فاصلہ کو P سے AB کا فاصلہ کہتے ہیں، اس لئے آپ کہہ سکتے ہیں کہ

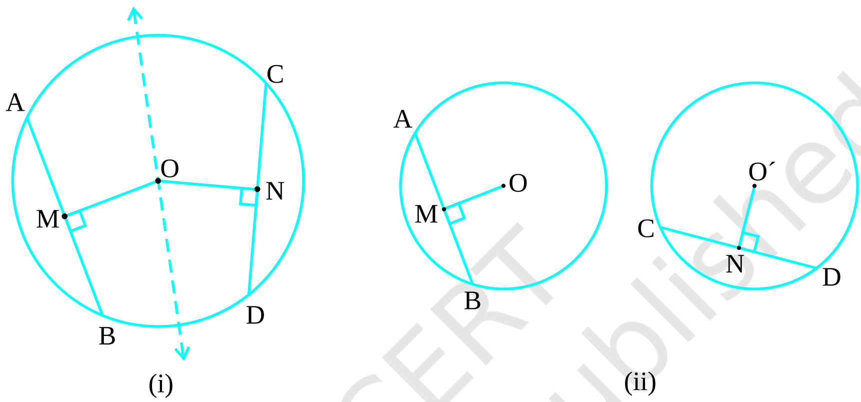
ایک نقطہ سے کسی خط پر عمود کی لمبائی اس نقطہ سے اس خط کا فاصلہ ہوتا ہے۔



شکل 10.21

نوٹ کیجئے کہ اگر نقطہ خط پر واقع ہو تو اس نقطہ سے خط کا فاصلہ صفر ہے۔

ایک دائرہ کے بہت سے وتر ہو سکتے ہیں مختلف لمبائیوں والے بہت سے وتروں کو بنا کر آپ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ وتر جتنا لمبا ہوگا مرکز سے اس کا فاصلہ اتنا ہی کم ہوگا اور وتر جتنا چھوٹا ہوگا مرکز سے اس کا فاصلہ اتنا ہی زیادہ ہوگا۔قطر کا فاصلہ کتنا ہوگا جو کہ مرکز سے گزرتا ہوا دائرہ کا سب سے بڑا وتر ہے؟ کیونکہ مرکز اسی پر واقع ہے اس لئے فاصلہ صفر ہوگا۔کیا آپ کو ایسا لگتا ہے کہ وتروں کی لمبائی اور مرکز سے ان کے درمیان فاصلوں میں کچھ تعلق ہے۔اگر ایسا ہے تو آیئے دیکھتے ہیں۔

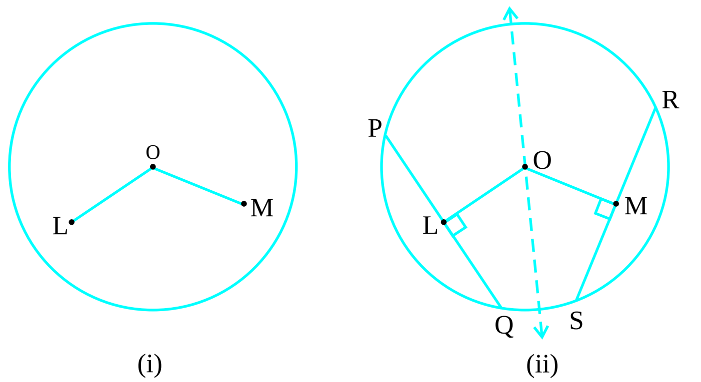


شکل 10.22

مشغلہ : ایک ٹریسنگ پیپر پر کسی بھی نصف قطر کا ایک دائرہ بنایئے اس پر دو مساوی وتر AB اور CD بنایئے اور مرکز O سے ان پر عمود OM اور ON بھی ڈالئے۔شکل کو اس طرح موڑیئے کہ B، D کے اوپر اور A، C کے اوپر آیئے [شکل (i)10.22 دیکھئے] آپ مشاہدہ کرتے ہیں کہ O کریس پر اور N، M کے اوپر آتا ہے اس لئے OM = ON اب اس مشغلہ کو مرکز O کے متماثل دائرہ اوران کے مساوی وتر AB اور CD لیکر دہرایئے۔ان پر عمود OM اور ON ڈالئے [شکل (ii) 10.22 دیکھئے] ایک دائری ڈسک کاٹئے اوراس کو دوسرے پر اس طرح دیکھئے کہ AB، CD پر منطبق ہو۔تب آپ یہ دیکھیں گے کہ O، O پر اور M، N پر منطبق ہوگا۔اس طرح سے آپ نے مندرجہ ذیل کی تصدیق کی۔

مسئلہ 10.6 : دائرہ (یا متماثل دائروں کے مساوی وتر مرکز (یا مرکزوں) سے برابر فاصلہ پر ہوتے ہیں۔

اب ہم یہ بھی دیکھتے ہیں کہ آیا اس مسئلہ کا معکوس بھی درست ہے یا نہیں اس کے لئے مرکز O کا ایک دائرہ بنایئے۔مرکز O سے مساوی لمبائیوں والے دو قطعات خط OL اور OM دائرے کے اندر کھینچئے [شکل (i) 10.23) اور پھر دائرہ کے دو وتر PQ اور RS بنایئے جو بالترتیب OL اور OM پر عمود ہوتی ہے [شکل (ii)10.23 دیکھئے]

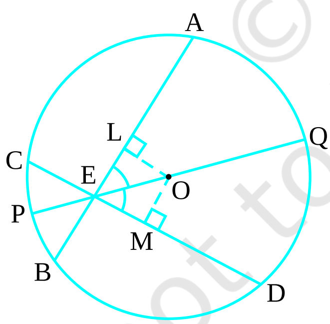


شکل 10.23

PQاور RS کی لمبائیوں کی پیمائش کیجیے، کیا یہ مختلف ہیں؟ نہیں دونوں برابر ہیں، اس مشغلہ کو کچھ اور مساوی قطعات خط اور وتر بنا کر دہرائیے جبکہ وتر ان پر عمود ہوں۔ اس سے مسئلہ 10.6 کی تصدیق ہوتی ہے جو کہ مندرجہ ذیل میں بیان کیا گیا ہے۔

مسئلہ 10.7 : وتر جو مرکز سے برابر فاصلہ پر ہوتے ہیں۔ ان کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں، مندرجہ بالا نتائج کی مزید وضاحت کے لئے ہم ایک مثال لیتے ہیں۔

مثال 2! اگر دو قطع کرتے ہوئے وتر ان کے نقطہ تقاطع سے گزرنے والے قطر کے ساتھ مساوی زاویہ بناتے ہیں تو ثابت کیجیے کہ وتر مساوی ہیں۔



شکل 10.24

حل: AB اور CD مرکز O والے دائرہ کے ایسے وتر ہیں جو نقطہ E پر قطع کرتے ہیں اور PQ، E سے گزرتا ہوا دائرہ کا قطر ہے جبکہ $\angle AEQ = \angle DEQ$ [شکل 10.24 دیکھئے] آپ کو ثابت کرنا ہے کہ AB = CD وتر AB اور CD پر بالترتیب عمود OL اور OM بنائیے۔ اب

$$\angle LOE = 180^0 - 90^0 - \angle LEO = 90^0 - \angle LEO$$

(مثلث زاویوں کی جمعی خصوصیت)

$$= 90^0 - \angle AEQ = 90^0 - \angle DEQ$$

$$= 90^0 - \angle MEO = \angle MEO$$

مثلث OLE اور OME میں

$\angle LEO = \angle MEO$ (کیوں؟)

$\angle LOE = \angle MOE$ (اوپر ثابت کیا گیا ہے)

EO = EO (مشترک)

اس لیے $\Delta OLE \cong \Delta OME$ (کیوں؟)

اس سے ہمیں حاصل ہوتا ہے OL = OM (CPCT)

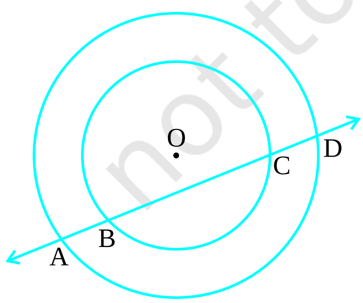
اس لیے AB = CD (کیوں؟)

مشق 10.4

1. 5cm اور 3cm نصف قطر والے دو دائرہ دو نقطوں پر قطع کرتے ہیں اور ان کے مرکزوں کے درمیان فاصلہ 4cm ہے۔ مشترک وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

2. اگر دائرہ کے دو مساوی وتر دائرہ کے اندر قطع کریں تو ثابت کیجیے کہ ایک وتر کے قطعات دوسرے وتر کے نظیری قطعات کے برابر ہیں۔

3. اگر دائرہ کے دو مساوی وتر دائرہ کے اندر قطع کریں تو ثابت کیجیے کہ ان کے نقطہ تقاطع اور مرکز کو ملانے والا خط وتر کے ساتھ مساوی زاویہ بناتا ہے۔



شکل 10.25

4. اگر ایک خط O مرکز والے دو ہم مرکز دائروں (دائرے جن کا ایک ہی مرکز ہو) کو A، B اور C پر قطع کرے تو ثابت کیجیے کہ AB = CD [شکل 10.25 دیکھیے]

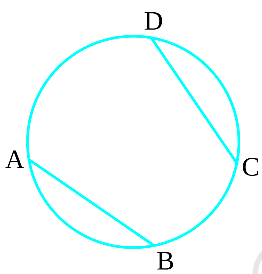
5. تین لڑکیاں ریشما، سلمہ، مندیب ایک پارک میں بنے ہوئے 5 نصف قطر والے ایک دائرہ پر کھڑے ہو کر ایک کھیل کھیل رہی ہیں۔ ریشما ایک گیند سلمہ کی طرف، سلمہ مندیب کی طرف اور مندیب ریشما کی طرف

اورسلمہ،سلمہ اورمندیپ کے درمیان فاصلہ 6cm ہوتو ریشما اورمندیپ کے درمیان کتنا فاصلہ ہوگا ؟

6. ایک کالونی میں 20m نصف قطر والا دائرہ کی شکل کا ایک پارک ہے تین لڑکے انکور،شیدا اورڈیوڈ اس کی باؤنڈری پر برابر فاصلوں پر بیٹھے ہیں ان کے پاس ایک دوسرے سے بات کرنے کے لئے ایک کھلونا فون ہے۔فون کے تاد کی لمبائی معلوم کیجئے۔

10.7 دائرہ کے قوس کے ذریعہ بنا زاویہ (Angle Subtended by an Arc of a Circle)

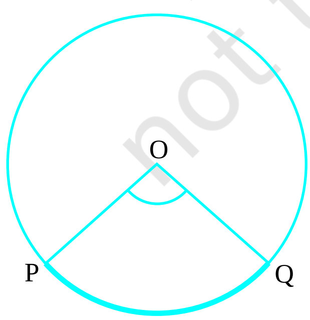
آپ دیکھ چکے ہیں کہ قطر کے علاوہ دائرہ کے کسی بھی وتر کے سرے کے نقطے دائرہ کو دو قوسوں میں منقسم کرتے ہیں ایک قوس اکبر اور ایک قوس اصغر۔اگر آپ دو مساوی وتر لیں تو قوسوں کے سائز کے بارے میں آپ کا کیا خیال ہے؟ کیا اسے وتر سے بنا قوس دوسرے وتر سے بنے قوس سے لمبا ہے؟نہیں یہ ایک دوسرے کے مساوی ہی نہیں بلکہ متماثل بھی ہیں یعنی ایک قوس کو دوسرے کے اوپر رکھا جائے تو ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لیتے ہیں۔



شکل 10.26

اس حقیقت کی تصدیق آپ دائرہ وتر CD سے بنے قوس کو کاٹ کر اور اس کو مساوی وتر AB سے بنے قوس کے اوپر رکھ کر کر سکتے ہیں۔آپ دیکھتے ہیں کہ قوس CD قوس AB کو پوری طرح ڈھک لیتا ہے [شکل 10.26 دیکھئے] اس سے پتہ چلتا ہے کہ مساوی وتر متماثل قوس بناتے ہیں اور اس کے برعکس متماثل قوس دائرہ کے مساوی وتر بناتے ہیں۔اس کو آپ مندرجہ ذیل طریقہ سے بیان کر سکتے ہیں۔

اگر دائرہ کے دو وتر مساوی ہوں تو ان کے نظیری قوس متماثل ہونگے اور اس کے برعکس اگر دو قوس متماثل ہوں تو ان کے نظیری وتر مساوی ہونگے۔



شکل 10.27

اور اس طرح سے کسی قوس کے ذریعہ مرکز پر بنا زاویہ اس کے نظیری وتر سے مرکز پر بنا زاویہ ہوتا ہے اس طرح اگر قوس اصغر مرکز پر زاویہ بناتا ہے تو قوس اکبر (reflexangle) معکوس زاویہ بناتا ہے۔اس لئے شکل 10.27 میں قوس اصغر PQ سے O پر بنا زاویہ POQ ہے اور قوس اکبر PQ سے O پر بنا زاویہ معکوس زاویہ POQ مذکورہ بالا خصوصیت اور مسئلہ 10.1 کی رو سے مندرجہ ذیل نتیجہ درست ہے۔

دائرہ کے متماثل قوس (یا مساوی قوس) مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں۔

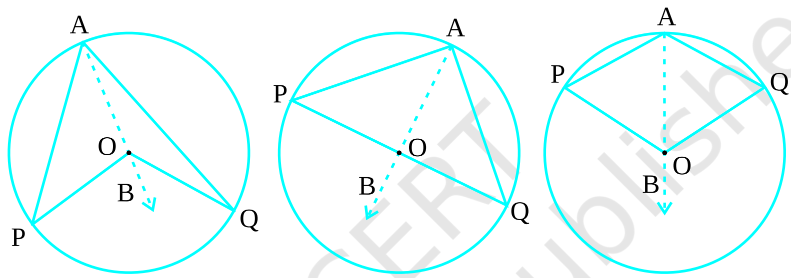
اس طرح سے ایک وتر کے ذریعہ مرکز پر بنا زاویہ اس کے نظیری قوس (اصغر) سے مرکز پر زاویہ کے مساوی ہوتا ہے۔

مندرجہ ذیل مسئلہ قوس کے ذریعہ مرکز پر بنے زاویہ اور دائرہ پر ایک نقطہ کے درمیان ایک تعلق کو بتاتا ہے۔

مسئلہ 10.8 : کسی قوس کے ذریعہ مرکز پر بنا زاویہ اس قوس کے ذریعے دائرہ کے باقی حصہ پر بنے زاویہ کا دگنا ہوتا ہے۔

ثبوت : دائرہ کا ایک قوس PQ دیا ہوا ہے جو مرکز O پر POQ سے اور دائرہ کے باقی حصہ پر کسی نقطہ A پر PAQ سے بناتا ہے۔

ہمیں ثابت کرنا ہے کہ $\angle POQ = \angle PAQ$



(i) (ii) (iii)

شکل 10.28

تین مختلف حالتوں پر غور کرتے ہیں جیسا کہ شکل (ii) 10.28 میں PQ قوس اصغر (ii) PQ ایک نصف دائرہ (iii) PQ قوس اکبر:

آیئے OA کو ملا کر اور اس کو نقطہ B تک بڑھا کر شروعات کرتے ہیں۔

تمام حالتوں میں

$$\angle BOQ = \angle OAQ = \angle AQO$$

کیونکہ مثلث کا خارجی زاویہ اس کے داخلی مقابل زاویوں کے حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔

اور ΔOAQ میں

OA = OQ (ایک ہی دائرہ کے نصف قطر)

اس لئے $\angle OAQ = \angle OQA$ (مسئلہ 7.5)

اس لئے حاصل ہوتا ہے $\angle BOQ = 2\angle OAQ$ (1)

اسی طرح $\angle BOP = 2\angle OAP$ (2)

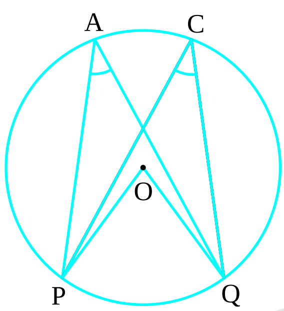
(1)اور(2) سے $\angle BOP + \angle BOQ = 2(\angle OMP + \angle OAQ)$

یہ ایسا ہی ہے جیسے $\angle POQ = 2\angle PAQ$ (3)

حالت (iii) جہاں PQ قوس اکبر ہے (3) کو معکوس زاویوں سے بدل دیجئے۔ $POQ = 2\angle PAQ$

ریمارک : مان لیجئے مندرجہ ذیل شکل میں ہم P اور Q کو ملا کر وتر بنا دیں تب $\angle PAQ$ قطعہ PAQP میں بنا زاویہ ہے۔

مسئلہ:108 میں نقطہ A دائرے کے باقی حصہ پر کہیں بھی ہو سکتا ہے۔اس لیے اگر آپ اس حصہ پر کوئی نقطہ C لیں (دیکھئے شکل 10.29) تو اس میں ملتا ہے۔



شکل 10.29

$$\angle PAQ = 2\angle PCQ = 2\angle PAQ$$

اس لیے $\angle PCQ = \angle PAQ$ اس سے مندرجہ ذیل مسئلہ کا ثبوت ملتا ہے۔

مسئلہ 10.9 : دائرہ کے ایک ہی نقطہ میں بنے زاویہ مساوی ہیں۔

اس لیے مسئلہ 10.8 کی حالت (ii) کا علیحدگی سے مطالعہ کرتے ہیں۔ یہاں PAQ کے نصف دائرہ میں بنا زاویہ لیں اور $\angle PAQ = \frac{1}{2}\angle POQ = \frac{1}{2}\times 180^0 = 90^0$ ۔ اگر آپ نصف دائرہ میں کوئی دوسرا نقطہ C لیں تو آپ کو حاصل ہوگا۔ $\angle CPQ - 90^0$

اس طرح سے آپ کو دائرہ کی ایک اور خصوصیت کا علم ہوتا ہے۔

نصف دائرہ میں بنا زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

مسئلہ 10.9: کا معکوس بھی درست ہے۔اس کو اس طرح بیان کیا جا سکتا ہے۔

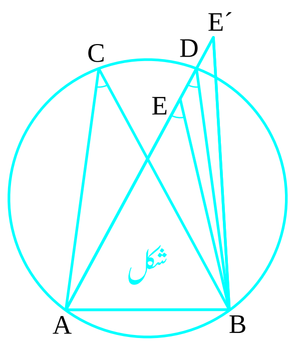
مسئلہ 10.10 : اگر دو نقطوں کو ملانے والے قطع خط دوسرے دو نقطوں جو اس قطع خط کے حاصل خط کے ایک ہی طرف واقع ہوں، پر مساوی زاویے بنائے تو چاروں نقطے دائرہ پر واقع ہوں گے۔(یعنی یہ ہم دائرہ ہیں)

اس نتیجہ کی سچائی آپ مندرجہ ذیل میں دیکھ سکتے ہیں۔

شکل:10.30 میں AB ایک قطع خط ہے جو دو نقطوں C اور D پر مساوی زاویہ بناتا ہے۔ یعنی

$$\angle ACB = \angle ADB$$

یہ دکھانے کے لیے کہ نقطہ A، B، C اور D ایک ہی دائرہ پر واقع ہیں۔ اس لیے نقطہ A، B اور C سے گزرتا ہوا ایک دائرہ بنائیں۔ مان لیجیے کہ یہ نقطہ D پر سے نہیں گزرتا تب یہ AD (یا بڑھے ہوئے AD کو) کو ایک نقطہ مان لیجیے (یا E) پر قطع کریگا۔



شکل 10.30

اگر نقطہ A، C، E اور B ایک دائرہ پر واقع ہوں تو

$\angle ACB = \angle ADB$ (کیوں؟)

لیکن یہ دیا ہوا ہے۔ $\angle ACB = \angle ADB$

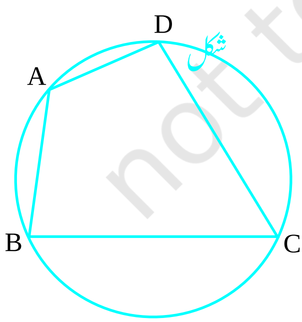
اس لیے $\angle AEB = \angle ADB$

یہ ممکن نہیں ہے جب تک کہ E، D پر منطبق نہ ہو۔ (کیوں؟)

اس طرح سے E بھی D پر منطبق ہوگا۔

10.8 دائری چار ضلعی (Cyclic Quadrilaterals)

ایک چار ضلعی ABCD دائری کہلاتا ہے اگر اس کے چاروں راس دائرہ پر ہوں (شکل: 10.31 دیکھئے) ایسے چار ضلعی میں آپ ایک خاص خصوصیت پائیں گے۔ مختلف اضلاع والے بہت سے دائری چار ضلعی بنائیے اور ہر ایک کو ABCD نام دیجیے۔ (مختلف نصف قطر والے بہت سے دائروں میں ہر ایک پر چار نقطے لے کر ایسا کیا جا سکتا ہے۔) مقابل (یا مخالف) زاویوں کی پیمائش کر کے اپنے مشاہدات کو مندرجہ ذیل جدول میں لکھئے:



شکل 10.30

چار ضلعی کا نمبر	$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle D$	$\angle A+\angle C$	$\angle B+\angle D$
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6						

جدول سے آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں۔

آپ دیکھتے ہیں کہ $\angle A + \angle C - 180^0$ اور $\angle B + \angle D = 180^0$ پیائش کی غلطی کو نظرانداز کرتے ہوئے۔

اس سے مندرجہ ذیل کی تصدیق ہوتی ہے۔

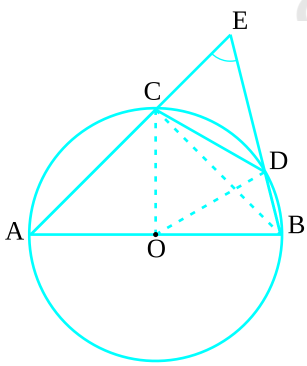
مسئلہ 10.11 : دائری چار ضلعی کے مقابل زاویوں کا حاصل جمع 180^0 ہوتا ہے۔

درحقیقت اس مسئلہ کا معکوس جو ذیل میں بیان کیا گیا ہے، وہ بھی درست ہے۔

مسئلہ 10.12 : اگر کسی چار ضلعی کے مقابل زاویوں کا حاصل جمع 180^0 ہے تو چار ضلعی دائری ہے۔

اس مسئلہ کی پیائش آپ مندرجہ ذیل طریقہ سے اسی طرح دیکھ سکتے ہیں جس طرح مسئلہ 10.10 کے لیے دیکھا تھا۔

مثال 3 : شکل 10.32 میں AB دائرہ کا قطر ہے۔ CD دائرہ کا وتر ہے جو نصف قطر کے برابر ہے AC اور BD کو جب بڑھایا جاتا ہے تو ہو نقطہ E پر قطع کرتے ہیں ثابت کیجئے کہ $\angle AEB = 60^0$



شکل 10.32

حل : OC، OD اور BC کو ملایئے

مثلث OCD مساوی ضلعی ہے (کیوں؟)

اس لیے $\angle COD = 60^0$

اب $\angle CBD = \frac{1}{2}\angle COD$ (مسئلہ 10.8)

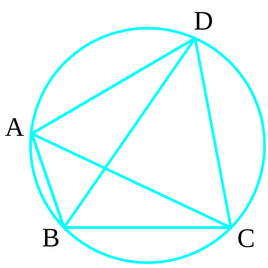
اس سے حاصل ہوتا ہے $\angle CBD = 30^0$

دوبارہ $\angle ACB = 90^0$ (کیوں؟)

اس لیے $\angle BCE = 180^0 - \angle ACB = 90^0$

جس میں ہمیں ملتا ہے۔ $\angle CBE = 90^0 - 30^0 = 60^0$ یعنی $\angle ABE = 60^0$

مثال 4: شکل 10.33 میں ABCD ایک دائری چار ضلعی ہے جس میں AC اور BD اس کے وتر ہیں۔



شکل 10.33

اگر $\angle DBC = 55^0$ اور $\angle BAC = 45^0$ (ایک ہی قطع میں بنے زاویہ) $\angle BCD$ تلاش کیجیے

حل: $\angle CAD = \angle DBC = 55^0$

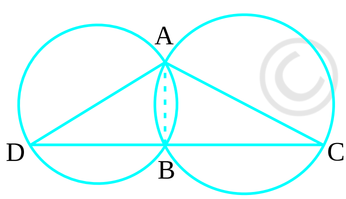
اس لیے $\angle DAB = \angle CAD + \angle BAC$

$= 55^0 + 45^0 = 100^0$

لیکن $\angle DAB + \angle BCD = 180^0$ دائری چار ضلعی کے مقابل زاویہ

اس لیے $\angle BCD = 180^0 - 100^0 = 80^0$

مثال 5: دو دائرے ایک دوسرے کو دو نقطوں A اور B پر قطع کرتے ہیں۔



شکل 10.34

AB اور AC دائرہ کے دو قطر ہیں (شکل 16.31 دیکھیے) ثابت کیجیے کہ B، قطع خط DC پر واقع ہے۔

حل : AB کو ملایئے۔

$\angle ABD = 90^0$ (نصف دائرہ میں بنا زاویہ)

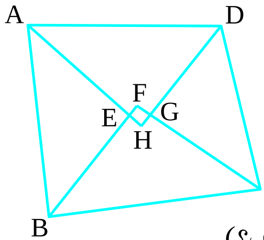
$\angle ABC = 90^0$ (نصف دائرہ میں بنا زاویہ)

اس لیے $\angle ABD + \angle ABC = 90^0 - 90^0 = 180^0$

اس لیے DBC ایک خط ہے۔ یعنی B، قطع خط DC پر واقع ہے۔

مثال 6 : ثابت کیجیے کہ کسی چار ضلعی کے اندرونی زاویوں کے ناصف سے بنا چار ضلعی (اگر ممکن ہو) دائرہ ہوگا۔

حل : شکل 10.35 میں ABCD ایک چار ضلعی ہے جس میں اندرونی زاویوں A، B، C اور D کے زاویائی ناصف بالترتیب AH، BF، CF اور DH چار ضلعی بناتے ہیں۔



شکل 10.35

اب $\angle FEG = \angle AEB = 180^\circ - \angle EAB - \angle EBA$ کیوں؟

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle D)$$

اس لیے $\angle FGH = \angle CGD = 180^\circ - \angle GCD - \angle GDC$ (اور کیوں؟)

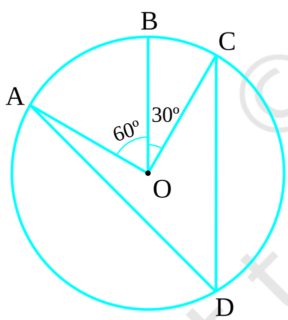
$$\angle FEH + \angle FGH = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) + 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle C + \angle D)$$

$$= 360^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C + \angle D) = 360^\circ - \frac{1}{2} \times 360^\circ$$

$$= 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$$

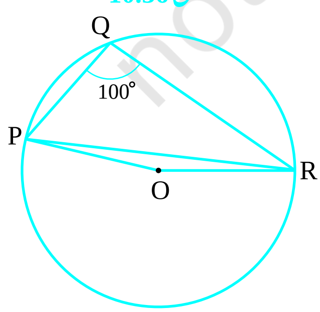
اس لیے مسئلہ 10.12 کی رو سے چار ضلعی FFGH دائری ہے۔

مشق 10.5



شکل 10.36

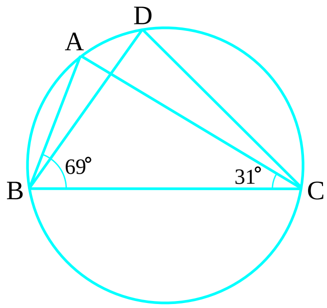
1. شکل 10.36 میں مرکز O والے دائرہ پر A، B، اور C نقطے اس طرح ہیں کہ $\angle BOC = 30^\circ$ اور $\angle AOB = 60^\circ$ اگر D دائرہ پر قوس ABC کے علاوہ کوئی نقطہ ہے تو $\angle ADC$ معلوم کیجیے۔



شکل 10.37

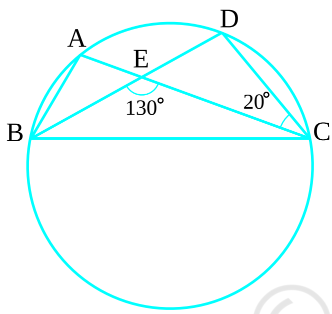
2. دائرہ کا ایک وتر اسکے نصف قطر کے برابر ہے اس وتر کے ذریعہ دائرہ کے قوس اصغر پر واقع ایک نقطہ اور قوس اکبر پر واقع ایک نقطہ پر بنے زاویہ معلوم کیجیے۔

3. شکل 10.37 میں $\angle PQR = 100^\circ$، O, R, Q, P مرکز والے دائرہ پر نقطے ہیں۔ $\angle OPR$ معلوم کیجیے۔



شکل 10.38

4. شکل 10.38 میں $\angle ABC = 69^\circ$، $\angle ACB = 31^\circ$، $\angle BDC = 31^\circ$ معلوم کیجیے۔

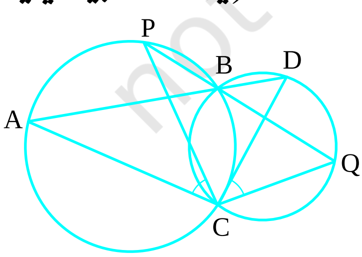


شکل 10.39

5. شکل 10.39 میں B.A اور D دائرہ پر چار نقطے ہیں AC اور BD نقطہ E پر اس طرح قطع کرتے ہیں کہ $\angle BEC = 130^\circ$ اور $\angle ECD = 20^\circ$ ہو تو $\angle BAC$ معلوم کیجیے۔

6. ABCD ایک دائری چار ضلعی ہے جس کے وتر ایک نقطہ E پر قطع کرتے ہیں۔ اگر $\angle DBC = 70^\circ$، $\angle BAC = 30^\circ$ تو $\angle BCD$ معلوم کیجیے۔ مزید اگر $AB = BC$ تو $\angle ECD$ معلوم کیجیے۔

7. اگر دائری چار ضلعی کے وتر اس کے راسوں سے شروع ہوتے ہوئے دائرہ کے قطر ہیں تو ثابت کیجیے کہ یہ ایک مستطیل ہے۔



شکل 10.40

8. اگر منحرف کے غیر متوازی اضلاع مساوی ہیں تو ثابت کیجیے کہ یہ دائری ہے۔

9. دو دائرے دو شکلوں B اور C پر قطع کرتے ہیں B سے دو قطعات خط ABD اور PBQ کھینچے گئے جو دائرہ کو بالترتیب A،

P،D اور Q پر قطع کرتے ہیں (شکل 10.40 دیکھیے) ثابت کیجیے کہ $\angle ACP = \angle QCD$

10. مثلث کے دو اضلاع کو قطر لے کر دائرے بنائے گئے۔ ثابت کیجیے کہ ان دائروں کا نقطہ تقاطع تیسرے ضلع پر واقع ہے۔

11. ABC اور ADC مشترک وتر AC والے دو قائم زادی مثلث ہیں۔ ثابت کیجیے کہ $\angle CAD = \angle CBD$

12. ثابت کیجیے کہ دائرہ متوازی الاضلاع ایک مستطیل ہے۔

مشق 10.6 (اختیاری)*

1. ثابت کیجیے کہ دو قاطع دائروں کے مرکز کو ملانے والا خط دو نقطہ تقاطع سے مساوی زاویہ بناتا ہے۔

2. دائرہ کے 5cm اور 11cm لمبائی والے دو وتر AB اور CD ایک دوسرے کے متوازی ہیں اور مرکز کی مخالف سمتوں میں ہیں۔ اگر AB اور CD کے درمیان فاصلہ 6cm ہے تو دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

3. کسی دائرہ کے دو متوازی وتروں کی لمبائیوں؟ اور 8cm ہے اگر چھوٹا وتر مرکز سے 4 cm کے فاصلہ پر ہے تو دوسرے وتر کا مرکز سے فاصلہ معلوم کیجیے۔

4. زاویہ ABC کا راس دائرہ کے باہر واقع ہے اور زاویہ کے اضلاع باز و مساوی وتر AD اور CF کو قطع کرتے ہیں۔ ثابت کیجیے کہ $\angle ABC$ وتر AC اور DE کے ذریعے مرکز پر بنے زاویوں کے فرق کے آدھے کے برابر ہے۔

5. ثابت کیجیے کہ معین کے کسی ایک ضلع کو قطر کے طور پر لکیر بنایا جانے والا دائرہ اس کے وتروں کے نقطہ تقاطع سے ہوکر گزریگا۔

6. ABCD ایک متوازی الاضلاع ہے۔ A، B اور C سے گزرا ہوا دائرہ CD (اگر ضروری ہو تو بڑھانے) کو ہم E پر قطع کرتا ہے۔ ثابت کیجیے کہ (AE=AD)؟

7. دائرہ کے وتر AC اور BD ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔ ثابت کیجیے کہ (i) AC اور BD قطر ہیں (ii) ABCD ایک مستطیل ہے۔

8. DABC کے زاویہ B,A اور C اور ناصف اسکے محیطی دائرہ کو بالترتیب D، E، اور F پر قطع کرتے ہیں۔ ثابت کیجیے

کہ BDEF کے زاویہ، $90^\circ - \frac{1}{2}A$، $90^\circ - \frac{1}{2}B$ اور $90^\circ - \frac{1}{2}C$ ہیں۔

9. دو متماثل دائرہ ایک دوسرے کو نقطہ A اور B پر قطع کرتے ہیں۔ A سے گزرتا ہوا کوئی قطع خط PAQ اس طرح کھینچا گیا کہ P اور Q دو دائرا اور پر ہوں۔ ثابت کیجیے کہ BP=BQ

10. کسی مثلث ABC میں اگر $\angle AC$ کا ناصف اور BC کا عمودی ناصف قطع کرے تو وہ مثلث ABC کے محیطی دائرہ پر قطع کریں گے۔

10.9 خلاصہ (Summary)

اس باب میں آپ نے مندرجہ ذیل نقاط پر غور کیا۔

1. دائرہ مستوی میں ان تمام نقطوں کا مجموعہ ہے جو کسی متعین نقطے سے یکساں فاصلہ پر ہوتے ہیں۔
2. دائرہ کے مساوی وتر (یا متماثل دائرہ کے) مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں۔
3. اگر دائرہ کے (یا متماثل دائرہ کے) دو وتر مرکز پر (نظیری مراکز پر) مساوی زاویہ بناتے ہیں تو وتر بھی مساوی ہونگے۔
4. دائرہ کے مرکز سے اس کے وتر پر ڈالا گیا عمود وتر کی تنصیف کرتا ہے
5. دائرے کے مرکز سے وتر کے وسطی نقطہ کو ملانے والا خط وتر پر عمود ہوتا ہے۔
6. تین غیر اہم خط نقطوں سے صرف اور صرف ایک ہی دائرہ گزرتا ہے۔
7. دائرہ کے (متماثل دائروں کے) مساوی وتر مرکز سے (نظیری مرکزوں) مساوی فاصلہ پر ہوتے ہیں۔
8. وتر جو دائرہ کے مرکز سے (نظیری مرکز سے) مساوی فاصلہ پر ہوتے ہیں مساوی ہوتے ہیں۔
9. اگر دائرہ کے دو قوس متماثل ہوں تب ان کے نظیری وتر مساوی ہونگے۔ اس کے برعکس اگر دائرہ کے دو وتر مساوی ہوں تو ان کے نظیری قوس (اصغر یا اکبر) متماثل ہونگے۔
10. دائرہ کے متماثل قوس مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں۔
11. دائرہ کے قوس اسے دائرہ کے مرکز پر زاویہ اس کے ذریعہ دائرہ کے باقی حصہ پر کس نقطہ پر بنے زاویہ کا دوگنا

ہوتا ہے۔

12. دائرہ کے ایک ہی قطع میں بنے زاویہ مساوی ہوتے ہیں۔

13. نصف دائرے میں بنا زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

14. اگر دو نقطوں کو ملانے والا قطع خط دوسرے دو نقطوں پر جو اس قطع خط کے حامل خط کے ایک ہی طرف واقع ہوں۔ پر مساوی زاویہ بنائیں تو چاروں نقطے دائرہ پر واقع ہونگے

15. دائری چار ضلعی کے مقابل زاویوں کا حاصل جمع 180^0 ہوتا ہے۔

16. اگر کسی چار ضلعی کے مقابل زاویوں کا حاصل جمع ہو تو چار ضلعی دائری ہے۔