

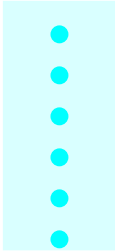
# اعداد سے کھیلنا

## (Playing with Numbers)

3  
ب  
ن

### 3.1 تعارف (Introduction)

ریش کے پاس 6 ماربل کپے ہیں۔ وہ ان کو کچھ اس طرح قطاروں میں ترتیب دینا چاہتا ہے کہ ہر قطار میں برابر برابر کپے ہوں۔ وہ ان کو درج ذیل طریقہ سے ترتیب دیتا ہے اور سبھی کپوں کو ملاتا ہے۔



(i) ہر قطار میں ایک کپے

$$6 = \text{قطاروں کی تعداد}$$

$$6 = 6 \times 1 = \text{کپوں کی کل تعداد}$$

(ii) ہر قطار میں دو کپے

$$3 = \text{قطاروں کی تعداد}$$

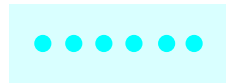
$$6 = 2 \times 3 = \text{کل کپوں کی تعداد}$$

(iii) ہر قطار میں تین کپے

$$2 = \text{قطاروں کی تعداد}$$

$$6 = 3 \times 2 = \text{کل کپوں کی تعداد}$$

(iv) وہ کسی ایسی ترتیب کے بارے میں نہیں سوچ سکتا جس میں ہر قطار میں 4 کپے یا 5 کپے ہوں اس لیے



صرف ایک ہی ترتیب کے سبھی چھ کپے ایک ہی قطار میں ہوں۔

$$1 = \text{قطاروں کی تعداد}$$

$$6 = 1 \times 6 = \text{کپوں کی کل تعداد}$$

اس عمل سے ہمیشہ نے محسوس کیا کہ 6 کو دو اعداد کی حاصل ضرب کی مختلف شکلوں میں لکھا جاسکتا ہے جیسے

$$6 = 6 \times 1; \quad 6 = 3 \times 2; \quad 6 = 2 \times 3; \quad 6 = 1 \times 6$$

6 = 3 × 2 سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ 6، 2 اور 3 دونوں سے پورا پورا تقسیم ہوتا ہے یعنی 2 اور 3 کے قطعی قاسم (Factors) ہیں۔ دوسرے حاصل ضرب 6 = 6 × 1 سے 6 اور 1 کے قطعی قاسم ہیں۔ اس طرح 1، 2، 3 اور 6 عدد 6 کے قطعی قاسم ہیں ان کو 6 کے اجزائے ضربی کہتے ہیں۔ 18 کچوں کو مختلف قطاروں میں ترتیب دیجیے اور 18 کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

### 3.2 اجزائے ضربی اور اضعاف (Factors and Multiples)

میری ایسے اعداد معلوم کرنا چاہتی ہے جو 4 کو پورا پورا تقسیم کریں۔ وہ 4 کو 4 سے چھوٹے سبھی اعداد سے اس طرح تقسیم کرتی ہے۔

$$\begin{array}{r} 1) \quad 4 \quad (4) \\ -4 \\ \hline 0 \end{array}$$

خارج قسمت 4 ہے  
باقی 0 ہے

$$4 = 4 \times 1$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 4 \quad (2) \\ -4 \\ \hline 0 \end{array}$$

خارج قسمت 2 ہے  
باقی 0 ہے

$$4 = 2 \times 2$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 4 \quad (1) \\ -3 \\ \hline 1 \end{array}$$

خارج قسمت 1 ہے  
باقی 1 ہے۔

$$\begin{array}{r} 4) \quad 4 \quad (1) \\ -4 \\ \hline 0 \end{array}$$

خارج قسمت 1 ہے  
باقی 0 ہے۔

$$4 = 1 \times 4$$

اس نے پایا کہ عدد 4 کو اس طرح بھی رکھا جاسکتا  $4 = 4 \times 1$ ;  $4 = 2 \times 2$ ;  $4 = 1 \times 4$  اور وہ جانتی ہے کہ 1، 2 اور 4 عدد 4 کے قطعی قاسم ہیں۔ ان اعداد کو 4 کے اجزائے ضربی کہتے ہیں۔

ایک عدد کے اجزائے ضرب اس عدد کے قطعی قاسم ہوتے ہیں۔ یاد رکھیے کہ 4 کے سبھی اجزائے ضربی 4 سے چھوٹے یا 4 کے برابر ہوتے ہیں۔

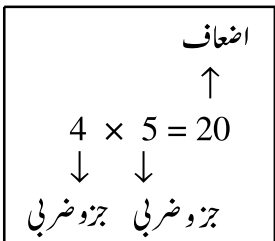
**کھیل -1:** اس کھیل میں دو کھلاڑی A اور B ہوتے ہیں اس کھیل میں اجزائے ضربی کی نشاندہی کرنی ہے۔ اس میں 1 سے 50 تک کی لکھی ہوئی گنتی کے 50 کارڈوں کی ضرورت ہوگی۔ کارڈوں کو ایک میز پر اس طرح ترتیب دیجیے:

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |    |
| 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |    |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |    |
| 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |    |
| 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |    |
| 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 |    |
| 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |

مرحلے:

- (a) یہ طے کیجیے کہ پہلے کون کھیلے گا A یا B
- (b) مان لیجیے پہلے A کھیلتا ہے۔ وہ میز پر سے ایک کارڈ اٹھاتا ہے اور اس کو اپنے پاس رکھتا ہے۔ فرض کرو کارڈ پر عدد 28 لکھا ہے۔
- (c) اب کھلاڑی B ان تمام کارڈوں کو اٹھائے گا جن پر A کے ذریعے اٹھائے گئے کارڈ پر لکھے عدد (یعنی 28) کے اجزائے ضربی لکھے ہوں گے اور پھر ان تمام کارڈوں کی ایک گڈی بنا کر اپنے پاس رکھ لے گا۔
- (d) اس کے بعد کھلاڑی B میز پر سے ایک کارڈ اٹھائے گا اور اپنے پاس رکھے گا۔ تب A باقی بچے ان کارڈوں کو اٹھائے گا جن پر B کے ذریعے اٹھائے گئے کارڈ پر لکھے عدد کے اجزائے ضربی ہیں۔ پھر وہ ان کارڈوں کو پہلے اٹھائے گئے کارڈ پر ہی رکھ دے گا۔
- (e) اس طرح یہ کھیل اس وقت تک جاری رہے گا جب تک تمام کارڈ استعمال میں نہ آجائیں۔
- (f) A اپنے کارڈوں پر لکھے گئے اعداد کو جوڑے گا B بھی اپنے کارڈ کے ساتھ یہی کرے گا جس کھلاڑی کا

حاصل جمع زیادہ ہوگا وہی جیتے گا۔



کارڈوں کی تعداد بڑھا کر اس کھیل کو اور زیادہ دلچسپ بنایا جاسکتا ہے اس کھیل کو اپنے دوستوں کے ساتھ کھیلیے۔ کیا آپ کھیل کو جیتنے کی کوئی ترکیب نکال سکتے ہیں؟

جب ہم عدد 20 کو اس طرح لکھیں گے۔  $20 = 4 \times 5$  تو ہم 4 اور 5 کو

20 کے اجزائے ضربی کہیں گے۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ 20، 4 اور 5 کا اضعاف ہے۔

$24 = 2 \times 12$  ظاہر کرتا ہے کہ 2 اور 12، 24 کے اجزائے ضربی ہیں۔ جب کہ 2، 24 اور 12 کا

اضعاف ہے۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایک عدد اپنے ہر اجزائے ضرب کا اضعاف ہوتا ہے۔

### کوشش کیجیے

45، 30، 6 کے ممکنہ اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

آئیے اب ذرا اجزائے ضربی اور اضعاف کی کچھ دلچسپ حقیقتوں کے بارے میں دیکھتے ہیں۔

(a) 3 سم لمبائی والی لکڑی یا کاغذ کی بہت ساری پٹیاں جمع کیجیے۔

(b) ان پٹیوں کو کنارے سے کنارہ ملا کر جوڑیے جس طرح نیچے تصویر میں دکھایا گیا ہے۔

|   |   |   |   |    |    |
|---|---|---|---|----|----|
| 3 | 3 |   |   |    |    |
| 3 | 3 | 6 |   |    |    |
| 3 | 3 | 3 | 9 |    |    |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 12 |    |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3  | 15 |

سب سے اوپر والی پٹی کی لمبائی ہے۔  $3 = 1 \times 3$  اس کے نیچے

والی پٹی کی لمبائی  $6 = 3 + 3$  اکائی ہے۔ اس کو  $2 \times 3 = 6$  بھی

کہہ سکتے ہیں۔ اس کی اگلی پٹی کی لمبائی  $9 = 3 + 3 + 3$  اکائی اور

$9 = 3 \times 3$  ہے اس طرح اگر ہم بڑھتے جائیں تو ہم دوسری لمبائیاں بھی ظاہر کر سکتے ہیں

اسی طرح

$$15 = 5 \times 3; \quad 12 = 4 \times 3$$

ہم کہہ سکتے ہیں کہ اعداد 3، 6، 9، 12، 15، 18 کے اضعاف ہیں۔ عدد 3 کے اضعاف کی فہرست

آگے بھی بڑھ سکتی ہے جیسے... 24، 21، 18

ان میں سے ہر اضعاف 3 سے بڑا ہے یا 3 کے برابر ہے۔

عدد 4 کے اضعاف ہیں... 4، 8، 12، 16، 20، 24،...

یہ فہرست کہیں ختم نہیں ہوگی۔ ان اعداد میں سے ہر عدد 4 کے برابر ہوگا یا بڑا ہوگا۔

آئیے اب ہم دیکھیں کہ اجزائے ضربی اور اضعاف کے بارے میں ہم کیا سمجھ رکھتے ہیں۔

1- کیا کوئی ایسا عدد ہے جو ہر عدد کا جزو ضربی ہو؟ جی ہاں 1 ایسا عدد ہے۔ مثال کے طور پر  $6 = 1 \times 6$

$18 = 1 \times 18$  اور اس طرح آگے بھی۔ اس کو کچھ اور اعداد کے لیے چیک کیجیے۔

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ 1 ہر عدد کا جزو ضربی ہوتا ہے۔

2- کیا 7 اپنے آپ کا جزو ضربی ہو سکتا ہے؟ جی ہاں آپ لکھ سکتے ہیں۔  $7 = 7 \times 1$ ، 10 اور 15 کے

بارے میں کیا خیال ہے؟

آپ دیکھیں گے کہ ہر عدد کو اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ ہر عدد خود اپنا جزو ضربی ہوتا ہے۔

3- 16 کے اجزائے ضربی کیا ہیں؟ یہ 1، 2، 4، 8، 16 ہیں۔ ان اجزائے ضربی میں سے کیا کوئی عدد

ایسا ہے جو 16 کو تقسیم نہ کرتا ہو۔ اس کو 20 اور 36 کے لیے کر کے دیکھیے۔

آپ دیکھیں گے کہ عدد کا ہر ایک جزو ضربی اس عدد کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے۔

- 4- 34 کے اجزائے ضربی کیا ہیں؟ یہ ہیں 1، 2، 17 اور 34 خود ہیں۔ ان اعداد میں سب سے بڑا جزو ضربی کون سا ہے؟ 34 اپنے آپ خود سب سے بڑا ہے۔  
دوسرے اجزائے ضربی 1، 2 اور 17 سب 34 سے چھوٹے ہیں اس کو 64، 81 اور 56 کے لیے کر کے دیکھیں۔

ہم کہتے ہیں کہ ہر جزو ضربی یا تو دیے گئے عدد سے چھوٹا ہوتا ہے یا برابر ہوتا ہے۔

- 5- عدد 76 کے 5 اجزائے ضربی ہیں۔ 136 یا 96 کے کتنے اجزائے ضربی ہوں گے؟ آپ دیکھیں گے کہ آپ ان میں سے ہر عدد کے اجزائے ضربی کی تعداد کو گن سکتے ہیں۔ اگر 10576 یا 25642 وغیرہ جیسے بڑے اعداد ہوں۔ یا ان سے بھی زیادہ بڑے اعداد ہوں تو بھی آپ ان اعداد کے اجزائے ضربی گن سکتے ہیں۔ (حالانکہ ایسے اعداد کے اجزائے ضربی نکالنا مشکل ہو سکتا ہے)۔  
ہم کہہ سکتے ہیں کہ دیے ہوئے کس عدد کے اجزائے ضربی محدود ہیں؟۔

- 6- عدد 7 کے اضعاف کیا ہیں؟ ظاہر ہے یہ 7، 14، 21، 28 ہیں۔ آپ دیکھیں گے کہ ان میں سے ہر ضعف 7 سے بڑا ہے یا 7 کے برابر ہے۔ کیا ہر عدد کے ساتھ ایسا ہی ہوگا۔ اعداد 6، 9، اور 10 کے اضعاف کے ساتھ اس کو چیک کریں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ ہر عدد کا ضعف اس سے بڑا ہے یا اس عدد کے برابر ہے۔

- 7- عدد 5 کے اضعاف لکھیے۔ یہ 5، 10، 15، 20 ہیں۔ کیا آپ سوچتے ہیں کہ یہ فہرست کہیں ختم ہوگی؟ نہیں یہ نہ ختم ہونے والی فہرست ہے۔ اس کو 6 اور 7 کے اضعاف کے لیے کریں۔  
ہم دیکھتے ہیں کہ کسی دیے ہوئے عدد کے لامحدود اضعاف ہوتے ہیں۔

- 8- کیا عدد 7 اپنے آپ کا بھی ضعف ہے؟ ہاں کیونکہ  $7 = 1 \times 7$  کیا یہ دوسرے اعداد کے لیے بھی درست ہے؟ اس کو 3، 12، اور 16 کے لیے چیک کریں۔

آپ دیکھتے ہیں کہ ہر عدد اپنا ضعف خود ہوتا ہے۔

- عدد 6 کے اجزائے ضربی 1، 2، 3 اور 6 ہیں۔ اور  $1+2+3+6=12=2 \times 6$  بھی۔ ہم نے دیکھا کہ 6 کے تمام اجزائے ضربی کا جوڑ عدد 6 کا دوگنا ہے۔ عدد 28 کے تمام اجزائے ضربی 1، 2، 4، 7، 14، اور 28 ہیں ان سب کو جوڑنے پر ہم کو حاصل ہوگا۔  $1+2+4+7+14+28=56=2 \times 28$   
یعنی 28 کے تمام اجزائے ضربی کا جوڑ 28 کا دوگنا ہے۔

ایسے اعداد جن کے اجزائے ضربی کا جوڑ اس عدد کے دو گنے کے برابر ہوں۔ مکمل اعداد کھلاتے ہیں۔ اعداد 6 اور 28 مکمل اعداد ہیں۔ کیا 10 مکمل عدد ہے؟

**مثال نمبر 1:** عدد 68 کے تمام اجزائے ضربی لکھیے۔

**حل:** ہم نے دیکھا کہ

$$68 = 1 \times 68 \quad 68 = 2 \times 34$$

$$68 = 4 \times 17 \quad 68 = 17 \times 4$$

کیونکہ 4 اور 17 پہلے بھی آچکے ہیں۔

اس طرح 68 کے تمام اجزائے ضربی 1، 2، 4، 17، 34 اور 68 ہیں۔

**مثال نمبر 2:** عدد 36 کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$$36 = 1 \times 36 \quad 36 = 2 \times 18 \quad 36 = 3 \times 12$$

$$36 = 4 \times 9 \quad 36 = 6 \times 6$$

کیونکہ دونوں اجزائے ضربی (6) ایک سے ہیں۔ اس لیے اجزائے ضربی 1، 2، 3، 4، 6، 9، 12،

18 اور 36 ہیں۔

**مثال نمبر 3:** 6 کے پہلے پانچ اضعاف لکھیے۔

**حل:** مطلوبہ اضعاف اس طرح ہیں۔  $6 \times 1 = 6$ ،  $6 \times 2 = 12$ ،  $6 \times 3 = 18$ ،  $6 \times 4 = 24$ ،  $6 \times 5 = 30$

یعنی 6، 12، 18، 24 اور 30

### مشق 3.1

1- درج ذیل اعداد کے سبھی اجزائے ضربی لکھیے:

21 (c)                      15 (b)                      24 (a)

20 (f)                      12 (e)                      27 (d)

36 (i)                      23 (h)                      18 (g)

2- درج ذیل اعداد کے پہلے 5 اضعاف لکھیے:

9 (c)                      8 (b)                      5 (a)

3- کالم 1 اور کالم 2 میں صحیح جوڑے ملائیے:

| کالم 1   | کالم 2             |
|----------|--------------------|
| (i) 35   | (a) 8 کے اضعاف     |
| (ii) 15  | (b) 7 کے اضعاف     |
| (iii) 16 | (c) 70 کے اضعاف    |
| (iv) 20  | (d) 30 کا جزو ضربی |
| (v) 25   | (e) 50 کا جزو ضربی |
|          | (f) 20 کا جزو ضربی |

4- 9 کے سبھی اضعاف کیجیے جو 100 سے کم ہوں۔

### 3.3 مفرد اور مرکب اعداد (Prime and Composite Numbers)

اب ہم ایک عدد کے اجزائے ضربی کے بارے میں جان چکے ہیں۔ درج ذیل جدول میں دیے گئے کچھ اعداد کے اجزائے ضربی کی تعداد کا مشاہدہ کیجیے۔

| اعداد | اجزائے ضربی       | اجزائے ضربی کی تعداد |
|-------|-------------------|----------------------|
| 1     | 1                 | 1                    |
| 2     | 1, 2              | 2                    |
| 3     | 1, 3              | 2                    |
| 4     | 1, 2, 4           | 3                    |
| 5     | 1, 5              | 2                    |
| 6     | 1, 2, 3, 6        | 4                    |
| 7     | 1, 7              | 2                    |
| 8     | 1, 2, 4, 8        | 4                    |
| 9     | 1, 3, 9           | 3                    |
| 10    | 1, 2, 5, 10       | 4                    |
| 11    | 1, 11             | 2                    |
| 12    | 1, 2, 3, 4, 6, 12 | 6                    |

ہم دیکھتے ہیں کہ (a) عدد 1 کا صرف ایک ہی جزو ضربی ہے (یعنی وہ عدد خود)

(b) کچھ ایسے اعداد بھی ہیں جن کے صرف دو اجزائے ضربی ہیں۔ 1 اور وہ عدد بذات خود۔ ایسے اعداد

2، 3، 5، 7، 11 وغیرہ ہیں۔ یہ اعداد مفرد اعداد ہیں۔

وہ اعداد جن کے اجزائے ضربی 1 اور وہ عدد خود ہو مفرد کہلاتے ہیں۔  
ان اعداد کے علاوہ کچھ اور مفرد اعداد معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔

(c) ایسے اعداد بھی ہیں جن کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوتے ہیں جیسے 4، 6، 8، 9، 10 وغیرہ۔ یہ مرکب اعداد ہیں۔

ایسے اعداد جن کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوتے  
ہیں وہ مرکب اعداد کہلاتے ہیں۔

خیال رکھیں: 1 نہ تو مفرد عدد ہے نہ  
ہی مرکب عدد

کیا 15 ایک مرکب عدد ہے؟ کیوں؟ 18 اور 25 کے بارے میں کیا  
خیال ہے؟

ایک بہت ہی آسان طریقہ سے ہم ایک عدد کے اجزائے ضربی معلوم کیے بنا ہی 1 سے 100 کے  
درمیان کے سبھی مفرد اعداد معلوم کر سکتے ہیں۔

یہ طریقہ ایک یونانی ریاضی داں ایراتوس تھینس نے حضرت عیسیٰ علیہ السلام سے 300 برس قبل بتایا  
تھا۔ آئیے اس طریقہ کو دیکھیں۔ 1 سے لے کر 100 تک سبھی اعداد کی ایک فہرست تیار کیجیے جیسا کہ نیچے دکھایا  
گیا ہے۔

|              |    |    |              |    |              |    |              |    |     |
|--------------|----|----|--------------|----|--------------|----|--------------|----|-----|
| <del>1</del> | 2  | 3  | <del>4</del> | 5  | <del>6</del> | 7  | <del>8</del> | 9  | 10  |
| 11           | 12 | 13 | 14           | 15 | 16           | 17 | 18           | 19 | 20  |
| 21           | 22 | 23 | 24           | 25 | 26           | 27 | 28           | 29 | 30  |
| 31           | 32 | 33 | 34           | 35 | 36           | 37 | 38           | 39 | 40  |
| 41           | 42 | 43 | 44           | 45 | 46           | 47 | 48           | 49 | 50  |
| 51           | 52 | 53 | 54           | 55 | 56           | 57 | 58           | 59 | 60  |
| 61           | 62 | 63 | 64           | 65 | 66           | 67 | 68           | 69 | 70  |
| 71           | 72 | 73 | 74           | 75 | 76           | 77 | 78           | 79 | 80  |
| 81           | 82 | 83 | 84           | 85 | 86           | 87 | 88           | 89 | 90  |
| 91           | 92 | 93 | 94           | 95 | 96           | 97 | 98           | 99 | 100 |

مرحلہ 1: 1 کو کاٹیے کیونکہ یہ ایک مفرد عدد نہیں ہے۔

مرحلہ 2: 2 پر دائرہ بنائیے اور 2 کے باقی تمام اضعاف جیسے 4، 6، 8، 10 وغیرہ کاٹ دیجیے۔

مرحلہ 3: اگلا بغیر کٹا عدد جو کہ 3 ہے۔ 3 پر دائرہ بنائیے اور 3 کے باقی تمام اضعاف کاٹ دیجیے۔

مرحلہ 4: اگلا بغیر کٹا عدد جو کہ 5 ہے۔ 5 پر دائرہ بنائیے اور 5 کے باقی تمام اضعاف کاٹ دیجیے۔

### کوشش کیجیے

مشاہدہ کیجیے کہ  $2 \times 3 + 1 = 7$  ایک مفرد عدد ہے۔ مفرد عدد حاصل کرنے کے لیے یہاں 2 کے اضعاف میں 1 کو جوڑ دیا گیا ہے۔ کیا آپ اس طرح کے کچھ اور اعداد معلوم کر سکتے ہیں؟

مرحلہ 5: اس عمل کو ہم تب تک جاری رکھتے ہیں جب تک کہ فہرست کے تمام اعداد یا تو دائرہ میں آجائیں یا کٹ جائیں۔  
دائرے والے تمام اعداد مفرد اعداد ہیں۔ 1 کے علاوہ تمام کٹے ہوئے اعداد مرکب اعداد ہیں۔

اس طریقہ کو سیو آف ایراتوس تھینس (Sieve of Eratosthenes) کہا جاتا ہے۔  
مثال نمبر 4: 15 سے چھوٹے تمام مفرد اعداد لکھیے۔

حل: سیو طریقہ کے ذریعہ ہم بہ آسانی مطلوبہ مفرد اعداد لکھ سکتے ہیں۔ یہ ہیں۔ 2, 3, 5, 7, 11, 13

### جفت اور طاق اعداد (Even and Odd Numbers)

کیا آپ کو 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 میں کوئی خاص پیٹرن نظر آ رہا ہے؟ آپ دیکھیں گے کہ ان میں سے ہر ایک 2 کا اضعاف ہے۔

یہ اعداد جفت اعداد کہلاتے ہیں۔ باقی بچے اعداد یعنی 1, 3, 5, 7, 9, 11 وغیرہ طاق اعداد کہلاتے ہیں۔

2 ہندسہ یا 3 ہندسہ اعداد کے لیے بھی آپ تصدیق کر سکتے ہیں کہ یہ جفت اعداد ہیں یا نہیں۔ آپ کو کیسے پتہ چلے گا کہ کوئی عدد جیسے 756482 جفت ہے یا نہیں؟ اس عدد کو 2 سے تقسیم کر کے پتہ چلے گا۔ مگر کیا یہ ایک بہت اکتا دینے والا عمل نہیں ہے؟

ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر ایک عدد میں اکائی کا ہندسہ 0, 2, 4, 6, 8 ہے تو وہ عدد جفت عدد ہوگا۔ اس لیے 350, 4862, 59246 وغیرہ جفت اعداد ہیں۔ اعداد 457, 2359, 8231 وغیرہ سب طاق اعداد ہیں۔

آئیے کچھ دلچسپ حقائق جاننے کی کوشش کریں:

- (a) سب سے چھوٹا جفت عدد کون سا ہے؟ یہ 2 ہے سب سے چھوٹا مفرد عدد کون سا ہے؟ یہ بھی 2 ہے۔  
اس طرح عدد 2 سب سے چھوٹا مفرد عدد ہے اور یہ ایک جفت عدد بھی ہے۔
- (b) دوسرے مفرد اعداد... 3, 5, 7, 11, 13 وغیرہ ہیں کیا آپ کو اس فہرست میں کوئی جفت عدد نظر آ رہا ہے؟ یقیناً نہیں یہ سبھی طاق اعداد ہیں۔  
اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ 2 کے علاوہ سبھی مفرد اعداد طاق اعداد ہیں۔

### مشق 3.2



1- بتائیے کہ کسی دو اعداد کا حاصل جمع جفت ہوتا ہے یا طاق ہوتا ہے اگر وہ دونوں

(a) طاق اعداد ہوں (b) جفت اعداد ہوں

2- بتائیے کہ درج ذیل بیانات میں کون صحیح ہیں اور کون غلط:

(a) تین طاق اعداد کا جوڑ جفت عدد ہوتا ہے۔

(b) دو طاق اعداد اور ایک جفت عدد کا جوڑ جفت عدد ہوتا ہے۔

(c) تین طاق اعداد کا حاصل ضرب طاق عدد ہوتا ہے۔

(d) اگر کسی جفت عدد کو 2 سے تقسیم کریں تو خارج قسمت ہمیشہ طاق عدد ہوتی ہے۔

(e) تمام مفرد اعداد، طاق عدد ہوتے ہیں۔

(f) مفرد اعداد کے کوئی اجزائے ضربی نہیں ہوتے ہیں۔

(g) دو مفرد اعداد کی حاصل جمع ہمیشہ جفت عدد ہوتا ہے۔

(h) صرف عدد 2 ایک ایسا مفرد عدد ہے جو جفت عدد بھی ہے۔

(i) تمام جفت اعداد مرکب اعداد ہوتے ہیں۔

(j) دو جفت اعداد کی حاصل ضرب جفت عدد ہوتا ہے۔

3- اعداد 13 اور 31 مفرد اعداد ہیں۔ ان دونوں اعداد کے ہندسہ ایک سے ہیں یعنی 1 اور 3۔ تو 100 تک کے ایسے

مفرد اعداد کے جوڑے معلوم کیجیے۔

4- 20 سے چھوٹے سبھی مفرد اور مرکب اعداد کو الگ الگ لکھیے۔

5- عدد 1 اور 10 کے درمیان سب سے بڑا مفرد عدد بتائیے۔

6- درج ذیل میں سے ہر ایک کو دو مفرد اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں لکھیے۔

(a) 44 (b) 36 (c) 24 (d) 18

7- مفرد اعداد کے تین ایسے جوڑے بنائیے جن کا فرق 2 ہے۔

[نوٹ: ایسے دو مفرد اعداد جن کا فرق 2 ہو ہم مفرد اعداد (Twin Primes) کہتے ہیں۔]

8- درج ذیل اعداد میں سے کون سے مفرد عدد ہیں۔

(a) 23 (b) 51 (c) 37 (d) 26

9- 100 سے چھوٹے 7 مسلسل ایسے مرکب اعداد لکھیے جن کے درمیان میں کوئی مفرد عدد نہ ہو۔

10- مندرجہ ذیل میں ہر ایک کو تین طاق مفرد عدد کی حاصل جمع کی شکل میں لکھیے:

(a) 21 (b) 31 (c) 53 (d) 61

11 - 20 سے چھوٹے منفرد اعداد کے پانچ ایسے جوڑے بنائیے جن کی حاصل جمع 5 سے پوری پوری تقسیم ہو جائے۔

(اشارہ:  $3 + 7 = 10$ )

12 - مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

- (a) ایسا عدد جن کے صرف 2 اجزائے ضربی ہوں \_\_\_\_\_ کہلاتا ہے۔  
 (b) ایسا عدد جس کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوں \_\_\_\_\_ کہلاتا ہے۔  
 (c) عدد 1 نہ تو \_\_\_\_\_ ہے اور نہ ہی \_\_\_\_\_ ہے۔  
 (d) سب سے چھوٹا منفرد عدد \_\_\_\_\_ ہے۔  
 (e) سب سے چھوٹا مرکب عدد \_\_\_\_\_ ہے۔  
 (f) سب سے چھوٹا جفت عدد \_\_\_\_\_ ہے۔

### 3.4 اعداد کی تقسیم پذیری کی جانچ (Tests for Divisibility of Numbers)

کیا عدد 38 عدد 2 سے پورا پورا تقسیم ہو سکتا ہے؟ 4 سے یا 5 سے تقسیم ہو سکتا ہے؟

ہم تقسیم کر کے دیکھ سکتے ہیں کہ 38 ان اعداد میں سے 2 سے تقسیم ہوتا ہے 4 اور 5 سے نہیں۔

آئیے ذرا دیکھیں کہ کیا کوئی ایسا نمونہ ہے جو ہم کو یہ بتا سکے کہ کیا کوئی عدد 2، 3، 4، 5، 6، 8، 9، 10 یا

11 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں۔ کیا آپ سمجھتے ہیں کہ ایسے نمونہ آسانی سے نظر آجاتے ہیں؟

**10 سے تقسیم پذیری:** چاروں نے 10 کے اضعاف دیکھے یہ اضعاف ہیں 10، 20،

30، 40، 50، 60... اس نے ان تمام اعداد میں کچھ بات مشترک دیکھی۔ کیا

آپ بتا سکتے ہیں کہ کیا ان تمام اعداد میں اکائی کا ہندسہ 0 ہے۔

اس نے کچھ ایسے اعداد کے بارے میں سوچا جس کا اکائی کا ہندسہ 0 ہے جیسے

100، 1000، 3200، 7010 اس نے پایا کہ یہ تمام اعداد 10 سے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

اس نے دیکھا کہ اگر کسی عدد کے اکائی کا ہندسہ 0 ہے تو وہ عدد 10 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ کیا آپ

100 سے تقسیم پذیری کی جانچ کا اصول بتا سکتے ہیں؟

**5 سے تقسیم پذیری:** منی کو اعداد 5، 10، 15، 20، 25، 30، 35 میں کچھ دلچسپ نمونہ نظر آیا۔ کیا آپ یہ نمونہ

بنا سکتے ہیں۔

اکائی کا ہندسہ دیکھیے ان تمام اعداد میں اکائی کا ہندسہ 0 ہے یا 5 اور ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ یہ سبھی

اعداد 5 سے تقسیم ہو رہے ہیں۔

منی نے پھر کچھ اور ایسے اعداد لیے جو 5 سے تقسیم ہو رہے تھے جیسے 105، 215، 6205، 3500

ان اعداد کے اکائی کے ہندسوں میں بھی 0 یا 5 ہے۔



اس نے 23، 56، 97 کو 5 سے تقسیم کرنے کی کوشش کی۔ کیا وہ یہ کر پائے گی؟ اس کی جانچ کیجیے۔  
اس نے دیکھا کہ وہ اعداد جس میں اکائی کے مقام پر 0 یا 5 ہو۔ ہمیشہ 5 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ دوسرے اعداد میں باقی بچ جاتا ہے۔

کیا عدد 1750125، 5 سے تقسیم ہو سکتا ہے۔

**2 سے تقسیم پذیری:** چاروں نے دو کے کچھ اضعاف کو دھیان سے دیکھا۔ 10، 12، 14، 16، ... اور کچھ اور بھی اعداد جیسے 2410، 4356، 1358، 2972، 5974 وغیرہ۔ اس کو ان اعداد کی اکائی کے ہندسوں میں کچھ نمونہ نظر آئے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ وہ کیا ہیں؟ ان اعداد کے اکائی کے ہندسہ 0، 2، 4، 6، 8 ہیں اس نے ان اعداد کو 2 سے تقسیم کیا تو باقی بچتا ہے۔ اس نے یہ بھی پایا کہ اعداد 2467، 4829 سے تقسیم نہیں ہوتے ہیں۔ ان اعداد کے اکائی کے ہندسہ 0، 2، 4، 6 یا 8 نہیں ہے۔ ان ساری باتوں کو دھیان میں رکھتے ہوئے وہ اس نتیجے پر پہنچی کہ اگر کسی عدد میں اکائی کے مقام پر 0، 2، 4، 6، 8 میں سے کوئی ہندسہ ہے تو وہ عدد 2 سے تقسیم ہو جائے گا۔

**3 سے تقسیم پذیری:** کیا اعداد 21، 27، 36، 54، 219 وغیرہ عدد 3 سے تقسیم ہو جائیں گے؟ جی ہاں ہو جائیں گے۔

کیا اعداد 25، 37، 260 وغیرہ عدد 3 سے تقسیم ہو جائیں گے؟ نہیں۔

3 کی تقسیم پذیری کو جانچنے کے لیے کیا آپ کو اکائی کے ہندسوں میں کوئی نمونہ نظر آ رہا ہے۔ جی نہیں۔ کیونکہ اکائی کے مقام پر ایک ہی ہندسہ والے اعداد 3 سے تقسیم ہو جاتے ہیں جیسے 27۔ اور تقسیم نہیں ہوتے جیسے 17، 37، آئیے اب ذرا 21، 36 اور 57 اور 219 کے ہندسوں کو جوڑ کر دیکھتے ہیں کیا آپ کو کوئی خاص بات سمجھ میں آئی؟

یہ تمام حاصل جمع 3 سے تقسیم ہو رہے ہیں۔  
 $2+1=3$ ،  $3+6=9$ ،  $5+4=9$ ،  $2+1+9=12$

25، 37، 260 کے ہندسوں کو جوڑیے۔ ہم کو حاصل ہوگا۔  $2+5=7$ ،  $3+7=10$

$2+6+0=8$  یہ 3 سے تقسیم نہیں ہو رہے ہیں۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر کسی عدد کے ہندسوں کی حاصل جمع 3 سے تقسیم ہو جاتی ہے تو عدد

بھی 3 سے تقسیم ہو جائے گا۔ کیا 7221 عدد 3 سے تقسیم ہو سکتا ہے؟

**6 سے تقسیم پذیری:** کیا آپ کوئی ایسا عدد بتا سکتے ہیں جو 2 اور 3 دونوں سے تقسیم ہو رہا ہو؟

ایک ایسا عدد 18 ہے کیا  $18=3 \times 2=6$  سے بھی تقسیم ہوگا۔ ہاں یہ ہو سکتا ہے۔

18 جیسے کچھ اور اعداد ڈھونڈیے اور جانچ کیجیے کہ کیا وہ 6 سے بھی تقسیم ہو رہے ہیں۔



کیا آپ جلدی سے کوئی ایسا عدد بتا سکتے ہیں جو 2 سے تو تقسیم ہو رہا ہو مگر 3 سے نہیں؟  
اب کوئی ایسا عدد جو 3 سے تو تقسیم ہو رہا ہے مگر 2 سے نہیں، اس کی ایک مثال 27 ہے۔ 6 سے تقسیم ہو رہا ہے؟ نہیں 27 جیسے اور اعداد ڈھونڈیے۔

اس سے ہم اس نتیجے پر پہنچے کہ اگر کوئی عدد 2 اور 3 دونوں سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ 6 سے بھی تقسیم ہو جائے گا۔

**4 سے تقسیم پذیری:** کیا آپ جلدی سے پانچ 3 ہندسی اعداد بتا سکتے ہیں جو 4 سے تقسیم ہوتے ہوں؟ ایسا ایک عدد 212 ہے۔ اس طرح کے 4 ہندسہ اعداد کے بارے میں سوچیے؟ اس کی ایک مثال 1936 ہے؟  
212 میں اکائی اور دہائی مقام کے ہندسوں سے بننے والے اعداد پر دھیان دیجیے۔ یہ 12 ہے جو کہ 4 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ 1936 میں یہ عدد 36 ہے۔ اور 36، 4 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔

اس مشق کو کچھ اور ایسے ہی اعداد کے ساتھ کیجیے مثال کے طور پر 4612، 3516، 9532 کے ساتھ۔  
کیا عدد 286، 4 سے تقسیم ہو جاتا ہے یا نہیں؟ کیا عدد 86، 4 سے تقسیم ہو جاتا ہے یا نہیں؟  
اس طرح ہم نے دیکھا کہ اگر کسی 3 یا زیادہ ہندسوں کے عدد اکائی اور دہائی سے بنا عدد 4 سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ عدد بھی 4 سے تقسیم ہو جائے گا۔ دس اور مثالیں دے کر اس اصول کو جانچیے۔

ہم 1 اور 2 ہندسے کے اعداد کی 4 سے تقسیم پذیری کو تقسیم کے حقیقی عمل کے ذریعے جانچ سکتے ہیں۔  
**8 سے تقسیم پذیری:** کیا اعداد 1000، 2104، 1416 عدد 8 سے تقسیم ہو رہے ہیں؟ آپ اس کو جانچ سکتے ہیں۔ یہ اعداد 8 سے تقسیم ہو سکتے ہیں۔ آئیے نمونے کو دیکھنے کی کوشش کریں۔

ان اعداد کے اکائی، دہائی اور سیکڑے کے مقام کے ہندسوں پر دھیان دیجیے۔ یہ بالترتیب 104، 000، 416 ہیں یہ بھی 8 سے تقسیم ہو رہے ہیں۔ کیونکہ ایک طرح سے 000 بھی 8 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ کچھ اور ایسے اعداد ڈھونڈیے جن کی اکائی، دہائی اور سیکڑے (یعنی آخری 3 ہندسے) کے ذریعہ بنا عدد 8 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ مثال کے طور پر 9216، 8216، 7216، 10216، 9995216 وغیرہ۔ آپ دیکھیں گے کہ یہ اعداد اپنے آپ 8 سے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ کوئی چار یا اس سے زیادہ ہندسی عدد 8 سے تقسیم ہو جائے گا اگر اس کے اکائی، دہائی اور سیکڑے کے ہندسوں سے بنا عدد 8 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔

کیا عدد 73512، 8 سے تقسیم ہو جائے گا؟ 1، 2 یا 3 ہندسی اعداد کی 8 سے تقسیم پذیری کو ہم تقسیم کے حقیقی عمل کے ذریعے جانچ کر سکتے ہیں۔

**9 سے تقسیم پذیری:** 9 کے اضعاف 9، 18، 27، 36، 45، 54 ہیں۔ کچھ اور اعداد جیسے 5383، 4608 بھی 9 سے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

کیا ان اعداد کے ہندسوں کو جب جمع کیا جائے تو کوئی نمونہ آپ کو نظر آتا ہے؟ ہاں۔

$$1 + 8 = 9, 2 + 7 = 9, 3 + 6 = 9, 4 + 5 = 9,$$

$$4 + 6 + 0 + 8 = 18, 5 + 2 + 8 + 3 = 18$$

یہ سب حاصل جمع بھی 9 سے تقسیم ہو رہی ہیں۔

کیا عدد 758، عدد 9 سے تقسیم ہو رہا ہے؟ جی نہیں۔ اس کے ہندسوں کا جوڑ  $7 + 5 + 8 = 20$  ہے

جو کہ 9 سے تقسیم نہیں ہوتا ہے۔

اس سے ہم اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ اگر کسی عدد کے ہندسوں کا مجموعہ 9 سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ عدد

خود بھی 9 سے تقسیم ہو جائے گا۔

**11 سے تقسیم پذیری:** اعداد 308، 1331، 61809 سبھی 11 سے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

ہم ایک جدول بناتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ اگر ان اعداد کے ہندسہ ہم کو کسی نمونہ کی طرف لے جائیں۔

| اعداد | دائیں جانب سے<br>طاق مقامات کے<br>ہندسوں کا مجموعہ | دائیں جانب سے<br>جفت مقامات کے<br>ہندسوں کا مجموعہ | دونوں کا فرق  |
|-------|--|--|---------------|
| 308   | $8 + 3 = 11$                                       | 0  | $11 - 0 = 11$ |
| 1331  | $1 + 3 = 4$  | $3 + 1 = 4$  | $4 - 4 = 0$   |
| 61809 | $9 + 8 + 6 = 23$                                   | $0 + 1 = 1$  | $23 - 1 = 22$ |

ہم دیکھتے ہیں کہ ہر ایک کے لیے دونوں مجموعوں کا فرق یا تو صفر ہے یا 11 کا ضعف ہے۔ یہ تمام

اعداد 11 سے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

عدد 5081 کے لیے ہندسوں کا فرق ہے۔  $12 = (1 + 0) - (5 + 8)$  جو کہ 11 سے تقسیم نہیں

ہوتا۔ عدد 5081 بھی 11 سے تقسیم نہیں ہوگا۔

اس طرح، 11 سے تقسیم پذیری کا اصول ہے۔ دائیں طرف کے ہندسہ سے شروع کرتے ہوئے طاق

مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ اور جفت مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ کا فرق معلوم کیجیے۔ اگر یہ فرق صفر یا

11 کا ضعف ہے۔ یعنی 11 سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ عدد بھی 11 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔

## مشق 3.3



- 1- تقسیم پذیری کے اصولوں کو استعمال کر کے معلوم کیجیے کہ مندرجہ ذیل میں سے کون کون سے اعداد 2 سے، 3 سے، 4 سے، 5 سے، 6 سے، 8 سے، 9 سے، 10 سے، اور 11 سے تقسیم ہو جاتے ہیں۔ ہاں یا نہیں میں جواب دیجیے:

| عدد    | تقسیم پذیری |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|        | 2           | 3     | 4     | 5     | 6     | 8     | 9     | 10    | 11    |
| 128    | ہاں         | نہیں  | ہاں   | نہیں  | نہیں  | ہاں   | نہیں  | نہیں  | نہیں  |
| 990    | .....       | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 1586   | .....       | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 275    | .....       | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 6686   | .....       | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 639210 | .....       | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 429714 | .....       | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 2856   | .....       | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 3060   | .....       | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 406839 | .....       | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

- 2- تقسیم پذیری کے اصولوں کی مدد سے معلوم کیجیے کہ درج ذیل میں سے کون سے اعداد 4 سے، 8 سے تقسیم ہو جاتے ہیں:

6000 (d) 5500 (c) 726352 (b) 572 (a)

31795072 (h) 21084 (g) 14560 (f) 12159 (e)

2150 (j) 1700 (i)

- 3- تقسیم پذیری کے اصولوں کی مدد سے معلوم کیجیے کہ درج ذیل میں سے کون سے اعداد 6 سے تقسیم ہو جاتے ہیں:

61233 (d) 4335 (c) 1258 (b) 297144 (a)

12583 (h) 1790184 (g) 438750 (f) 901352 (e)

17852 (j) 639210 (i)

- 4- تقسیم پذیری کے اصولوں کی مدد سے معلوم کیجیے کہ درج ذیل میں سے کون سے اعداد 11 سے تقسیم ہو جاتے ہیں:

70169308 (d) 7138965 (c) 10824 (b) 5445 (a)

901153 (f) 10000001 (e)

5- درج ذیل اعداد کے درمیان دی گئی خالی جگہوں میں (a) سب سے چھوٹا ہندسہ (b) سب سے بڑا ہندسہ لکھیے تاکہ حاصل ہونے والا عدد 3 سے تقسیم ہو جائے۔

$$4765 \_ 2 \quad (b) \quad \_ 6724 \quad (a)$$

6- درج ذیل اعداد کے درمیان دی گئی خالی جگہوں میں ایک ایسا ہندسہ لکھیے جس سے حاصل ہونے والا عدد 11 سے تقسیم ہو جائے۔

$$8 \_ 9484 \quad (b) \quad 92 \_ 389 \quad (a)$$

### 3.5 مشترک اجزائے ضربی اور مشترک اضعاغ

#### (Common Factors and Common Multiples)

#### کوشش کیجیے

مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے:

$$9, 15 \quad (b) \quad 8, 20 \quad (a)$$

کچھ اعداد کے جوڑوں کے اجزائے ضربی کو دیکھیے:

(a) 4 اور 18 کے اجزائے ضربی کیا ہیں؟

4 کے اجزائے ضربی ہیں: 1، 2 اور 4

18 کے اجزائے ضربی ہیں: 1، 2، 3، 6، 9 اور 18

اعداد 1 اور 2 عدد 4 اور 18 دونوں کے ہی اجزائے ضربی ہیں۔

یہ 4 اور 18 کے مشترک اجزائے ضربی ہیں۔

(b) 4 اور 15 کے مشترک اجزائے ضربی کیا ہیں؟

ان دونوں اعداد کا مشترک جزو ضربی صرف عدد 1 ہی ہے۔

7 اور 16 کے مشترک اجزائے ضربی کیا ہیں؟

جب دو اعداد کا مشترک جزو ضربی صرف عدد 1 ہو تو اس قسم کے اعداد باہم مفرد اعداد (Co-Prime

Numbers) کہلاتے ہیں۔ 4 اور 15 باہم مفرد اعداد ہیں۔

کیا 7 اور 12، 15 اور 49، 18 اور 23 باہم مفرد اعداد ہیں؟

(c) کیا ہم 4، 12 اور 16 کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کر سکتے ہیں؟

4 کے اجزائے ضربی ہیں: 1، 2 اور 4

12 کے اجزائے ضربی ہیں: 1، 2، 3، 4، 6 اور 12

16 کے اجزائے ضربی ہیں: 1، 2، 4، 8 اور 16

واضح رہے کہ 4، 12 اور 16 کے مشترک اجزائے ضربی 1، 2 اور 4 ہیں۔

درج ذیل کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے: (a) 8، 12، 20 (b) 9، 15، 21

آئیے اب ہم ایک ساتھ ایک سے زیادہ اعداد کے اضعاف کو دیکھتے ہیں۔

(a) 4 اور 6 کے اضعاف کیا ہیں؟ 4 کے اضعاف ہیں: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... (کچھ اور ایسے اضعاف لکھیے)

6 کے اضعاف ہیں: 6, 12, 18, 24, 30, 36, ... (کچھ اور ایسے اضعاف لکھیے)

ان اعداد میں کیا کچھ ایسے بھی ہیں جو دونوں فہرستوں میں ہوں؟ ہم نے دیکھا کہ 12، 24، 36، ...

ایسے اضعاف ہیں جو 4 کے بھی اور 6 کے بھی ہیں۔

کیا آپ کچھ اور ایسے لکھ سکتے ہیں؟

یہ 4 اور 6 کے مشترک اضعاف (Common multiples) کہلاتے ہیں۔

(b) 3، 5، اور 6 کے مشترک اضعاف لکھیے۔

3 کے اضعاف ہیں: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, ...

5 کے اضعاف ہیں: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...

6 کے اضعاف ہیں: 6, 12, 18, 24, 30, ...

3، 5 اور 6 کے مشترک اضعاف ہیں: 30, 60, 90, ...

3، 5 اور 6 کے کچھ اور مشترک اضعاف لکھیے۔

**مثال نمبر 5:** 75، 60، اور 210 کے مشترک اجزائے ضربی لکھیے۔

**حل:** 75 کے اجزائے ضربی ہیں: 75، اور 1، 3، 5، 15، 25

60 کے اجزائے ضربی ہیں: 60 اور 1، 2، 3، 4، 5، 6، 10، 12، 15، 30

210 کے اجزائے ضربی ہیں: 210 اور 1، 2، 3، 5، 6، 7، 10، 14، 15، 21، 30، 35، 42، 70، 105

اس لیے 75، 60، اور 210 کے مشترک اجزائے ضربی ہیں۔ 15 اور 3، 5

**مثال نمبر 6:** 3، 4، اور 9 کے مشترک اضعاف لکھیے۔

**حل:** 3 کے اضعاف ہیں: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, ...

4 کے اضعاف ہیں: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, ...

9 کے اضعاف ہیں: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, ...

واضح رہے کہ 3، 4 اور 9 کے مشترک اضعاف ہیں۔ 36، 72، 108، ...

### مشق 3.4

- 1- درج ذیل میں ہر ایک کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔  
(a) 20 اور 28 (b) 15 اور 25 (c) 35 اور 50 (d) 56 اور 120
- 2- درج ذیل میں ہر ایک کے مشترک اجزائے ضربی لکھیے۔  
(a) 4، 8 اور 12 (b) 4، 5 اور 15
- 3- مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے پہلے تین مشترک اضعاف لکھیے۔  
(a) 6 اور 8 (b) 12 اور 8
- 4- 3 اور 4 کے 100 سے چھوٹے تمام مشترک اضعاف لکھیے۔
- 5- درج ذیل میں سے کون سے عدد جوڑے باہم مفرد اعداد کے ہیں؟  
(a) 18 اور 35 (b) 37 اور 15 (c) 415 اور 30  
(d) 68 اور 17 (e) 215 اور 216 (f) 81 اور 16
- 6- ایک عدد 5 اور 12 دونوں سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ یہ عدد اور کون سے عدد سے تقسیم ہو جائے گا؟
- 7- ایک عدد 12 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ یہ عدد اور کون سے اعداد سے تقسیم ہو جائے گا؟

### 3.6 تقسیم پذیری کے کچھ اور اصول (Some More Divisibility Rules)

- آئیے اعداد کی تقسیم پذیری سے متعلق کچھ اور اصولوں کا مشاہدہ کرتے ہیں۔
- (i) کیا آپ 18 کا ایک جزو ضربی بتا سکتے ہیں؟ یہ 9 ہے۔ 9 کا ایک جزو ضربی بتائیے۔ یہ 3 ہے۔ کیا 3 عدد 18 کا جزو ضربی ہے؟ ہاں یہ ہے۔ عدد 18 کا کوئی اور جزو ضربی لیتے ہیں۔ مان لیا عدد 6۔ اب عدد 2، عدد 6 کا ایک جزو ضربی ہے۔ اور یہ 18 کو بھی تقسیم کرتا ہے۔ اس کو 18 کے دوسرے اجزائے ضربی کے لیے بھی جانچیے۔  
24 کو لیجیے۔ یہ 8 سے تقسیم ہو جاتا ہے اور 8 کے اجزائے ضربی ہیں 1، 2، 4، اور 8۔ یہ 24 کو بھی تقسیم کرتے ہیں۔
- اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر ایک عدد کسی دوسرے عدد سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ اس دوسرے عدد کے تمام اجزائے ضربی سے بھی تقسیم ہو جائے گا۔
- (ii) عدد 80 عدد 4 اور 5 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ یہ  $4 \times 5 = 20$  سے بھی تقسیم ہوتا ہے۔ اس لیے 4 اور 5 باہم مفرد اعداد ہیں۔

اس طرح عدد 60، 3 اور 5 دونوں سے تقسیم ہو جاتا ہے جو کہ باہم مفرد اعداد ہیں۔  $3 \times 5 = 15$  سے بھی عدد 60 تقسیم ہو جاتا ہے۔

اگر ایک عدد دو باہم مفرد اعداد سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ ان کے حاصل ضرب سے بھی تقسیم ہوگا۔  
 (iii) اعداد 16 اور 20 دونوں عدد 4 سے تقسیم ہو جاتے ہیں۔ عدد  $16 + 20 = 36$  بھی 4 سے تقسیم ہوگا۔ اس کو دوسرے عددی جوڑوں کے لیے بھی جانچئے۔ 16 اور 20 کے دوسرے مشترک اجزائے ضربی کے ساتھ بھی اس کو کرنے کی کوشش کیجئے۔  
 اگر دیے گئے دو اعداد کسی ایک عدد سے تقسیم ہو جاتے ہیں تو ان کا حاصل جمع بھی اس عدد سے تقسیم ہو جائے گا۔

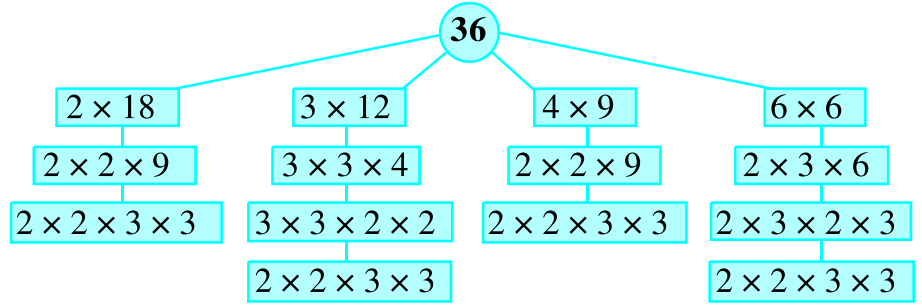
(iv) اعداد 35 اور 20 دونوں 5 سے تقسیم ہو سکتے ہیں۔ کیا ان کا فرق  $35 - 20 = 15$  بھی 5 سے تقسیم ہو جائے گا؟ اس کو دوسرے عددی جوڑوں کے لیے بھی کر کے دیکھیے۔ اگر دیے گئے دو اعداد کسی ایک عدد سے تقسیم ہو جاتے ہیں تو ان کا فرق بھی اس عدد سے تقسیم ہو جائے گا۔  
 مختلف عددی جوڑے لیجئے اور اوپر سے دیے گئے چاروں اصول کو ان پر لاگو کیجئے۔

### 3.7 مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل (Prime Factorisation)

جب ہم کسی عدد کو اس کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں تو ہم کہتے ہیں کہ ہم نے اس عدد کے اجزائے ضربی نکال لیے ہیں مثال کے طور پر  $24 = 8 \times 3$  یہ 24 کے اجزائے ضربی میں تحلیل کی ایک مثال ہے۔ 24 کے اجزائے ضربی میں تحلیل کی کچھ اور مثالیں درج ذیل ہیں۔

|                                  |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $24 = 2 \times 12$               | $24 = 4 \times 6$                | $24 = 3 \times 8$                |
| $= 2 \times 2 \times 6$          | $= 2 \times 2 \times 6$          | $= 3 \times 2 \times 2 \times 2$ |
| $= 2 \times 2 \times 2 \times 3$ | $= 2 \times 2 \times 2 \times 3$ | $= 2 \times 2 \times 2 \times 3$ |

اوپر دیے گئے 24 کے ہر اجزائے ضربی میں تحلیل کے آخری قدم میں ہم  $3 \times 2 \times 2 \times 2$  پر پہنچتے ہیں۔ اجزائے ضربی کی اس تحلیل میں صرف دو ہی اجزائے ضربی 2 اور 3 ہیں جو کہ مفرد اعداد ہیں اس طرح اعداد کی اجزائے ضربی کی تحلیل کو مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل کرنا کہلاتا ہے۔  
 آئیے ذرا اس کو عدد 36 کے لیے جانچیں:



36 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں۔  $2 \times 2 \times 3 \times 3$  یہ عدد 36 کے صرف ایک ہی قسم کے مفرد اجزائے ضربی ہیں۔

### کوشش کیجیے

16، 28، 36 کے مفرد اجزائے ضربی لکھیے۔

### اسے کیجیے

جزو ضربی کا درخت (Factor Tree)

اب 10 کے اجزائے ضربی کا

ایک جوڑا

$$10 = 2 \times 5$$

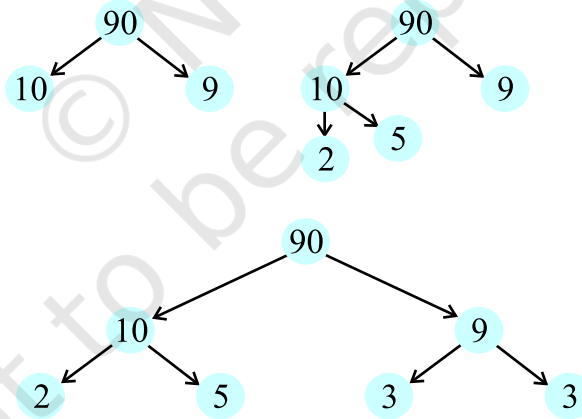
اجزائے ضربی کا ایک جوڑا

سوچیے جیسے

$$90 = 10 \times 9$$

ایک عدد سوچیے اور

اس کو لکھیے



9 کے اجزائے ضربی کا جوڑا سوچیے۔

$$9 = 3 \times 3$$

ان کو مندرجہ ذیل اعداد کے

لیے کرنے کی کوشش کیجیے۔

12 (b) 8 (a)

مثال نمبر 7: 980 کے مفرد اجزائے ضربی لکھیے۔

حل: اس کو ہم اس طرح کرتے ہیں۔

ہم عدد 980 کو 2، 3، 5، 7، وغیرہ سے ترتیب وار اس وقت تقسیم کرتے ہیں جب تک کہ خارج قسمت

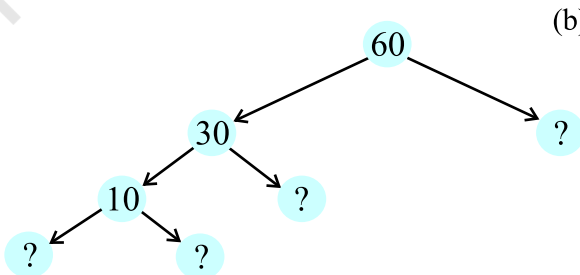
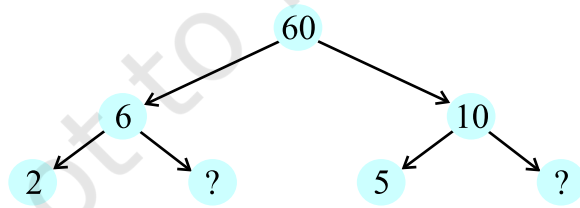
اس عدد سے تقسیم نہ ہو جائے۔ اس لیے 980 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں:  $980 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7$

|   |     |
|---|-----|
| 2 | 980 |
| 2 | 490 |
| 5 | 245 |
| 7 | 49  |
| 7 | 7   |
|   | 1   |

## مشق 3.5



- 1- درج ذیل بیانات میں سے کون سے درست ہیں؟
- (a) اگر کوئی عدد 3 سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ 9 سے بھی ضرور تقسیم ہو جائے گا۔
- (b) اگر کوئی عدد 9 سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ 3 سے بھی ضرور تقسیم ہو جائے گا۔
- (c) ایک عدد 18 سے تقسیم ہو جاتا ہے اگر وہ 3 اور 6 دونوں سے بھی تقسیم ہو جائے۔
- (d) اگر کوئی عدد 9 اور 10 دونوں سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ 90 سے بھی ضرور تقسیم ہو جائے گا۔
- (e) اگر دو اعداد باہم مفرد ہیں تو ان میں سے ایک ضرور مفرد عدد ہوگا۔
- (f) وہ سبھی اعداد جو 4 سے تقسیم ہو سکتے ہیں 8 سے بھی ضرور تقسیم ہوں گے۔
- (g) وہ سبھی اعداد جو 8 سے تقسیم ہو سکتے ہیں 4 سے بھی ضرور تقسیم ہوں گے۔
- (h) اگر ایک عدد دو اعداد کو الگ الگ تقسیم کرتا ہے تو یہ عدد ان اعداد کے حاصل جمع کو بھی تقسیم کرے گا۔
- (i) اگر ایک عدد دو اعداد کے حاصل جمع کو تقسیم کرتا ہے تو وہ ان اعداد کو الگ الگ بھی تقسیم کرے گا۔
- 2- یہاں پر عدد 60 کے اجزائے ضربی کے دو درخت دیے گئے ہیں ان میں چھوٹ گئے اعداد لکھیے۔





- 3- ایک مرکب عدد کے مفرد اجزائے ضربی میں کون سے اجزائے ضربی شامل نہیں ہوتے ہیں؟-
- 4- چار ہندسوں کا سب سے بڑا عدد لکھیے اور اس کو اس کے مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں لکھیے۔
- 5- پانچ ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد لکھیے اور اس کو اس کے مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں ظاہر کیجیے۔
- 6- 1729 کے تمام مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے اور ان کو بڑھتی ترتیب میں لکھیے۔ اب دو مسلسل مفرد اجزائے ضربی ہیں اگر کوئی رشتہ بنتا ہے تو اس کو لکھیے۔
- 7- تین مسلسل اعداد کا جوڑ ہمیشہ 6 سے تقسیم ہو جاتا ہے اس بیان کو کچھ مثالوں کی مدد سے واضح کیجیے۔
- 8- درج ذیل میں کون سے بیان میں مفرد اجزائے ضربی دکھائے گئے ہیں۔
  - (a)  $24 = 2 \times 3 \times 4$
  - (b)  $56 = 1 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2$
  - (c)  $70 = 2 \times 5 \times 7$
  - (d)  $54 = 2 \times 3 \times 9$
- 9- 15470 کے مفرد اجزائے ضربی لکھیے۔
- 10- دیکھیے کیا 25110 عدد 45 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔
- (اشارہ: 5 اور 9 باہم مفرد اعداد ہیں۔ عدد کی 5 اور 9 سے تقسیم پذیری کی جانچ کیجیے۔)
- 11- عدد 2، 3، 18، 2، 3 دونوں اعداد سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ یہ  $6 = 2 \times 3$  سے بھی تقسیم ہو جاتا ہے۔ اس طرح ایک عدد 4 اور 6 دونوں اعداد سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ عدد  $24 = 4 \times 6$  سے بھی تقسیم ہو جائے گا۔ اگر نہیں تو اپنے جواب کو ثابت کرنے کے لیے ایک مثال دیجیے۔
- 12- میں سب سے چھوٹا عدد ہوں اور میرے چار مختلف مفرد اجزائے ضربی ہیں۔ کیا آپ مجھے تلاش کر سکتے ہیں۔

### 3.8 اعظم مشترک جزو ضربی (Highest Common Factor)

- ہم کن ہی دو اعداد کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کر سکتے ہیں۔ اب ہم ان مشترک اجزائے ضربی میں سب سے بڑا مشترک جزو ضربی معلوم کرنے کی کوشش کریں گے۔
- 12 اور 16 کے مشترک جزو ضربی کیا ہیں۔ یہ ہیں 1، 2 اور 4
- ان مشترک اجزائے ضربی میں سب سے بڑا کون ہے؟ یہ 4 ہے۔
- 20، 28 اور 36 کے مشترک اجزائے ضربی کون سے ہیں؟ یہ 1، 2، 4 ہیں۔ اور پھر سے عدد 4 ہی سب سے بڑا مشترک جزو ضربی ہے۔

#### کوشش کیجیے

- درج ذیل اعداد کا اعظم مشترک جزو ضربی (HCF) معلوم کیجیے۔
- |                |                |
|----------------|----------------|
| (i) 24 اور 36  | (ii) 15 اور 25 |
| (iii) 8 اور 12 | (iv) 12 اور 16 |
- درج ذیل اعداد کا اعظم مشترک جزو ضربی (HCF) ان کے تمام مشترک اجزائے ضربی کا سب سے بڑا جزو ضربی ہوتا ہے۔

اس کو اعظم مشترک (Highest Common Divisor) قاسم بھی کہتے ہیں۔

|   |    |   |    |   |    |
|---|----|---|----|---|----|
| 2 | 20 | 2 | 28 | 2 | 36 |
| 2 | 10 | 2 | 14 | 2 | 18 |
| 5 | 5  | 7 | 7  | 3 | 9  |
|   | 1  |   | 1  | 3 | 3  |
|   |    |   |    |   | 1  |

اس طرح

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

### مشق 3.6

1- درج ذیل اعداد کا HCF معلوم کیجیے۔

- (a) 18, 48 (b) 30, 42 (c) 18, 60 (d) 27, 63  
 (e) 36, 84 (f) 34, 102 (g) 70, 105, 175  
 (h) 91, 112, 49 (i) 18, 54, 81 (j) 12, 45, 75

2- دو مسلسل اعداد کا HCF کیا ہوگا اگر وہ

- (a) اعداد ہوں (b) جفت اعداد ہوں؟ (c) طاق اعداد ہوں؟

3- دو باہم مفرد اعداد 4 اور 15 کا HCF ہم درج ذیل طریقے سے نکالتے ہیں  $4 = 2 \times 2$  اور  $15 = 3 \times 5$  کیونکہ ان میں کوئی مشترک مفرد جزو ضربی نہیں ہے۔ اس لیے 4 اور 15 کا HCF 1 ہے۔ کیا یہ جواب درست ہے؟ اگر نہیں تو درست HCF کیا ہوگا؟

### 3.9 ذواضعاف اقل مشترک (Lowest Common Multiple)

اعداد 4 اور 6 کے مشترک اضعاف کون سے ہیں؟ یہ ہیں 12، 24، 36، ..... ان میں سب سے چھوٹا کون سا ہے؟ یہ 12 ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ 4 اور 6 کا ذواضعاف اقل مشترک 12 ہے۔ یہ وہ سب سے چھوٹا عدد ہے جس کے یہ دونوں اعداد جزو ضربی ہیں۔ دیے ہوئے دو یا دو سے زیادہ اعداد کا ذواضعاف اقل مشترک (LCM) تمام مشترک اضعاف میں سب سے چھوٹا ہوتا ہے۔

8 اور 12 کا LCM کیا ہوگا؟ 4 اور 9 کا؟ 9 اور 6 کا؟

**مثال نمبر 8:** 12 اور 18 کا LCM معلوم کیجیے۔

**حل:** ہم جانتے ہیں کہ 12 اور 18 کے مشترک اضعاف 36، 72، 108 وغیرہ ہیں۔ اس میں سب سے چھوٹا 36 ہے۔ آئیے اب ہم دو اعداد کا LCM نکالنے کا ایک اور طریقہ دیکھتے ہیں۔



12 اور 18 کا مفرد اجزائے ضربی درج ذیل ہیں:

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 12 = 2 \times 2 \times 3$$

ان مفرد اجزائے ضربی میں مفرد جزو ضربی 2 سب سے زیادہ دو بار 12 کے لیے آیا ہے۔ اسی طرح جزو ضربی 3 سب سے زیادہ دو بار 18 کے لیے آیا ہے۔ دو اعداد کا LCM ان دونوں اعداد میں کسی کے بھی مفرد اجزائے ضربی ہیں۔ سب سے زیادہ مرتبہ ظاہر ہونے والے مفرد اجزائے ضربی کا حاصل ضرب ہوتا ہے۔

$$\text{اس طرح یہاں پر } LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

**مثال نمبر 9:** 24 اور 90 کا LCM معلوم کیجیے۔

**حل:** 24 اور 90 کے مفرد اجزائے ضربی درج ذیل ہیں:

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

24 کے مفرد اجزائے ضربی میں 2 سب سے زیادہ 3 مرتبہ آیا ہے۔ اس طرح 90 کے مفرد اجزائے ضربی میں 3 سب سے زیادہ 2 مرتبہ آیا ہے۔ جزو ضربی 5، 90 میں صرف ایک مرتبہ آیا ہے۔

$$\text{اس طرح } LCM = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 360$$

**مثال نمبر 10:** 40، 48 اور 45 کا LCM معلوم کیجیے۔

**حل:** 40، 48 اور 45 کے مفرد اجزائے ضربی درج ذیل ہیں:

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

48 کے اجزائے ضربی میں 2 سب سے زیادہ 4 مرتبہ آیا ہے۔ 45 کے اجزائے ضربی میں 3 سب سے زیادہ 2 مرتبہ آیا ہے۔ 40 اور 45 دونوں کے مفرد اجزائے ضربی میں 5 صرف 1 مرتبہ آیا ہے۔ ہم اس کو ایک

$$\text{ہی بار لیتے ہیں۔ اس لیے } LCM = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 720$$

**مثال نمبر 11:** 20، 25 اور 30 کا LCM معلوم کیجیے۔

**حل:** ہم اعداد کو ایک قطار میں درج ذیل طریقہ سے لکھیں گے۔

|   |    |    |    |     |
|---|----|----|----|-----|
| 2 | 20 | 25 | 30 | (a) |
| 2 | 10 | 25 | 15 | (b) |
| 3 | 5  | 25 | 15 | (c) |
| 5 | 5  | 25 | 5  | (d) |
| 5 | 1  | 5  | 1  | (e) |
|   | 1  | 1  | 1  | (f) |

$$\text{LCM} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 300 \text{ اس لیے}$$

- (a) سب سے چھوٹے مفرد عدد 2 سے تقسیم کیجیے۔ 25 جیسے اعداد 2 سے تقسیم نہیں ہوں گے۔ تو اس کو ایسے ہی اگلی قطار میں اتار لیتے ہیں۔
- (b) پھر دو سے تقسیم کیجیے یہ سلسلہ اس وقت تک جاری رہے گا۔ جب تک 2 سے اضعاف باقی نہ بچیں۔
- (c) اگلے مفرد عدد یعنی 3 سے تقسیم کیجیے۔
- (d) اگلے مفرد عدد یعنی 5 سے تقسیم کیجیے۔
- (e) پھر 5 سے تقسیم کیجیے۔

### 3.10 H.C.F اور L.C.M کی کچھ مشکلات

#### (Some Problems on H.C.F. and L.C.M.)

ہمیں بہت سے ایسے موقعوں کا سامنا اکثر کرنا پڑتا ہے جہاں پر ہم LCM اور HCF کے تصورات کو استعمال کرتے ہیں۔ یہاں اس کی ہم کچھ مثالیں لیتے ہیں۔

**مثال نمبر 12:** دو ٹینکروں میں بالترتیب 850 لیٹر اور 680 لیٹر پٹرول آتا ہے۔ پیمائش کرنے والے ایسے ہر ایک کی زیادہ سے زیادہ گنجائش معلوم کیجیے جس سے ہر ایک ٹینکر کا پٹرول پورا پورا ناپا جاسکے۔

**حل:** مطلوبہ برتن کی ناپ ایسی ہو جو دونوں ٹینکروں کا پٹرول پورا پورا ناپ سکے۔ اس لیے اس کی گنجائش دونوں ٹینکروں کی گنجائش کا ٹھیک قاسم ہونا چاہیے۔ اور ساتھ ہی ساتھ اس کو سب سے زیادہ بھی ہونا چاہیے۔ اس لیے اس پیمانہ کی گنجائش 850 اور 680 کا HCF ہونا چاہیے۔



|    |     |
|----|-----|
| 2  | 850 |
| 5  | 425 |
| 5  | 85  |
| 17 | 17  |
|    | 1   |

|    |     |
|----|-----|
| 2  | 680 |
| 2  | 340 |
| 2  | 170 |
| 5  | 85  |
| 17 | 17  |
|    | 1   |

اور

$$850 = 2 \times 5 \times 5 \times 17 = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 5$$

$$680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17 = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 2 \times 2$$

850 اور 680 کا HCF، 170 ہے۔

اس لیے مطلوبہ برتن کی زیادہ سے زیادہ گنجائش 170 لیٹر ہے۔

اس سے یہ پہلے ٹینکر کو 5 بار اور دوسرے کو 4 بار میں خالی کر سکتا ہے۔

**مثال نمبر 13:** صبح کے وقت سیر کرنے کے لیے تین شخص ایک ساتھ چلنا شروع کرتے ہیں۔ ان کے قدموں کے فاصلے بالترتیب 80 سم، 85 سم اور 90 سم ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کم سے کم کتنا فاصلہ طے کرے کہ تینوں اس فاصلے کو پورے پورے قدموں میں طے کر سکیں۔

**حل:** ہر آدمی کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ برابر ہونا چاہیے کم سے کم بھی ہونا چاہیے۔ یہ مطلوبہ کم سے کم فاصلہ ہر آدمی کے قدموں کی ناپ کا LCM ہونا چاہیے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں؟  
اس طرح ہم کو 80، 85، 90 اور 90 کا LCM معلوم کرنا ہوگا۔ 80، 85، 90 کا LCM، 12240 ہے۔

**مثال نمبر 14:** وہ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جیسے 12، 16، 24 اور 36 سے تقسیم کرنے پر ہر حالت میں 7 باقی رہتا ہے۔

**حل:** سب سے پہلے ہم 12، 16، 24، اور 36 کا LCM نکالیں گے۔

|   |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|
| 2 | 12 | 16 | 24 | 36 |
| 2 | 6  | 8  | 12 | 18 |
| 2 | 3  | 4  | 6  | 9  |
| 2 | 3  | 2  | 3  | 9  |
| 3 | 3  | 1  | 3  | 9  |
| 3 | 1  | 1  | 1  | 3  |
|   | 1  | 1  | 1  | 1  |



اس طرح  $LCM = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

144 سب سے چھوٹا وہ عدد ہے جس کو جب دیئے ہوئے اعداد سے تقسیم کیا جائے گا تو ہر کیس میں

باقی صفر بچے گا۔ لیکن ہم کو ایسا سب سے چھوٹا عدد چاہیے جس میں ہر کیس میں 7 باقی بچے۔

اس لیے مطلوبہ عدد 144 سے 7 زیادہ ہوگا۔ مطلوبہ عدد  $144 + 7 = 151$  ہوگا۔

## مشق 3.7



- 1- ریونے 75 کلوگرام اور 69 کلوگرام کے کھاد کے دو بورے خریدے۔ وہ زیادہ سے زیادہ وزن بانٹ بتائیے جس سے ان دونوں بوروں کی کھاد کو پورا پورا ناپا جاسکے۔
- 2- تین لڑکوں نے ایک ہی جگہ سے چلنا شروع کیا۔ ان کے قدموں کا فاصلہ بالترتیب 63 سم، 70 سم اور 78 سم ہے۔ ان میں سے ہر ایک کم سے کم کتنا فاصلہ طے کرے کہ تینوں اس فاصلے کو پورے پورے قدموں میں طے کر سکیں؟ -
- 3- ایک کمرے کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 825 سم، 675 سم اور 450 سم ہے۔ اس لمبے سے لمبے فیٹے کی ناپ بتائیے جو کمرے کی ان تینوں لمبائیوں کو پورا پورا ناپ سکیں۔
- 4- ایک ایسا 3 ہندسی سب سے چھوٹا عدد بتائیے جو 6، 8 اور 12 سے پورا پورا تقسیم ہو جائے۔
- 5- ایک ایسا 3 ہندسی بڑے سے بڑا عدد بتائیے جو 8، 10 اور 12 سے پورا پورا تقسیم ہو جائے۔
- 6- تین مختلف چوراہوں پر ٹریفک لائٹ بالترتیب 40 سیکنڈ، 72 سیکنڈ اور 108 سیکنڈ میں تبدیل ہوتی ہیں۔ اگر وہ صبح 7 بجے ایک ساتھ تبدیل ہوتی ہیں تو اگلی بار کتنے وقت کے بعد ایک ساتھ تبدیل ہوں گی۔
- 7- تین تیل کے ٹینکر میں بالترتیب 403 لیٹر، 434 لیٹر اور 465 لیٹر تیل ہے۔ پیمائش کرنے والے ایسے برتن کی زیادہ سے زیادہ گنجائش معلوم کیجیے جس سے ہر ٹینکر کا پٹرول پورا پورا ناپا جاسکے۔
- 8- وہ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جسے اگر 6، 15، 18 سے تقسیم کیا جائے تو ہر حالت میں 5 باقی بچے۔
- 9- سب سے چھوٹا 4 ہندسی عدد بتائیے جو 18، 24 اور 32 سے پورا پورا تقسیم ہو جائے۔
- 10- درج ذیل اعداد کا LCM معلوم کیجیے۔

(a) 9 اور 4 (b) 12 اور 5 (c) 6 اور 5 (d) 15 اور 4

حاصل شدہ LCM میں ایک مشترکہ خصوصیت کا مشاہدہ کیجیے کیا ہر کیس میں LCM دونوں اعداد کا حاصل ضرب ہے؟

11- درج ذیل اعداد کا LCM معلوم کیجیے جن میں ہر عدد دوسرے عدد کا جزو ضربی ہے۔

(a) 5, 20 (b) 6, 18 (c) 12, 48 (d) 9, 45

حاصل ہونے والے جوابات میں آپ نے کیا خاص بات دیکھی؟

## ہم نے کیا سیکھا؟

- 1- اجزائے ضربی اور اضعاف کی پہچان کیسے کر سکتے ہیں۔
- 2- ہم نے درج ذیل کی ایجاد کی۔
- (a) کسی عدد کا جزو ضربی اس عدد کا ٹھیک قاسم ہوتا ہے۔



- (b) ہر عدد خود اپنا ہی جزو ضربی ہوتا ہے 1 ہر ایک عدد کا جزو ضربی ہوتا ہے۔  
 (c) کسی دیے گئے عدد کا جزو ضربی یا تو اس عدد سے چھوٹا ہوتا ہے یا برابر ہوتا ہے۔  
 (d) ہر عدد اپنے ہر جزو ضربی کا ضعف ہوتا ہے۔  
 (e) ہر عدد کا ضعف اس عدد سے یا تو بڑا ہوتا ہے یا برابر ہوتا ہے۔  
 (f) ہر ایک عدد خود اپنا ضعف ہوتا ہے۔

3- ہم نے سیکھا ہے کہ

- (a) وہ اعداد جن کے اجزائے ضربی صرف 1 اور وہ عدد خود ہوتا ہے، مفرد اعداد کہلاتے ہیں۔ وہ اعداد جن کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوتے ہیں۔ ان کو مرکب اعداد کہتے ہیں، عدد 1 نہ تو مفرد عدد اور نہ ہی مرکب عدد ہوتا ہے۔  
 (b) عدد 2 سب سے چھوٹا مفرد اور جفت عدد ہے۔ 2 کے علاوہ باقی سب مفرد اعداد طاق ہیں۔

(c) وہ اعداد جن کا مشترک جزو ضربی صرف 1 ہے وہ باہم مفرد اعداد کہلاتے ہیں۔

(d) اگر ایک عدد دوسرے عدد سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ اس کے ہر جزو ضربی سے بھی تقسیم ہو جائے گا۔

(e) ایک عدد جو دو باہم مفرد اعداد سے تقسیم ہو جاتا ہے وہ ان کے حاصل ضرب سے بھی تقسیم ہو جاتا ہے۔

4- ہم نے ایسا پیٹرن (طریقہ) سیکھا ہے کہ جس سے ہم یہ بتا سکیں کہ کوئی عدد 2, 3, 4, 5, 8, 9 اور 11 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں۔

(a) 2, 5 اور 10 سے تقسیم پذیری کو آخری ہندسہ سے نکالا جاسکتا ہے۔

(b) 3 اور 9 سے تقسیم پذیری کو ہندسوں کی حاصل جمع سے جانچ سکتے ہیں۔

(c) 4 اور 8 سے تقسیم پذیری کو۔ آخری 2 اور 3 ہندسوں سے جانچ سکتے ہیں۔

(d) 11 سے تقسیم پذیری کو طاق مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ اور جفت مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ کا فرق معلوم کر کے جانچ سکتے ہیں۔

5- اگر دو اعداد ایک ہی عدد سے تقسیم ہو جاتے ہیں تو ان کا جوڑ اور فرق بھی اس عدد سے تقسیم ہو جائیں گے۔

6- ہم نے سیکھا ہے کہ

(a) دو یا دو سے زیادہ اعداد کا HCF ان اعداد کے مشترک اجزائے ضربی میں سب سے زیادہ ہوتا ہے۔

(b) دو یا دو سے زیادہ دیے گئے اعداد کا LCM ان اعداد کے مشترک اضعاف میں سب سے چھوٹا ہوتا ہے۔

