

اعداد و شمار کا استعمال (Data Handling)

9
ب

9.1 تعارف (Introduction)

آپ نے اپنے استاد کو اپنی کلاس میں روزانہ طلباء کی حاضری لیتے ہوئے یا پھر ہر جانچ یا امتحان کے بعد آپ کے نمبروں کو ریکارڈ رجسٹر میں درج کرتے ہوئے تو ضرور دیکھا ہوگا۔ اسی طرح آپ نے کرکٹ کے اسکور بورڈ تو دیکھے ہوں گے۔ یہاں دو اسکور بورڈ دکھائے گئے ہیں:

گیند باز کا نام	اُور	میڈن اُور	دیے گئے رن	لیے گئے وکٹ
A	10	2	40	3
B	10	1	30	2
C	10	2	20	1
D	10	1	50	4

بلے باز کا نام	رن	کھیلی گئی گیندیں	وقت (منٹ میں)
E	45	62	75
F	55	70	81
G	37	53	67
H	22	41	55

ریکارڈ میں صرف کھیل کی ہار جیت کی جانکاری کا انداز ہی نہیں ہوتا بلکہ اسکور بورڈ میں کھیل کے بارے میں برابر کی اہمیت کی حامل اور بھی بہت سی کارآمد جانکاریاں ہوتی ہیں۔ مثلاً آپ یہ بھی معلوم کر سکتے ہیں کہ سب سے زیادہ رن بنانے والے کھلاڑی نے کتنا وقت لیا اور کتنی گیندوں کا سامنا کیا۔

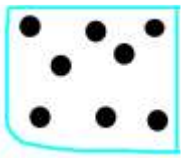
اسی طرح آپ نے اپنی روزمرہ کی زندگی میں اعداد، تصویروں اور ناموں وغیرہ کے مختلف جدول دیکھے ہوں گے۔

ان جدول سے ہم کو اعداد و شمار یا آنکڑے ملتے ہیں۔ اعداد و شمار جمع کیے گئے اعداد کا وہ مجموعہ ہے جن سے کچھ جانکاری حاصل ہوتی ہے۔

9.2 اعداد و شمار کو درج (Record) کرنا

آئیے ایک ایسی کلاس کی مثال لیتے ہیں جو پنک پر جانے کی تیاری میں مصروف ہے۔ استاد نے طلبا سے کیلا، سیب، سنترہ یا امرود میں سے ان کی پسند کے پھل کے بارے میں پوچھا اور اوما سے اس کی فہرست بنانے کے لئے کہا۔ اس نے تمام بچوں کی ایک فہرست تیار کی اور ان کے ناموں کے سامنے ان کی پسند کے پھل کا نام لکھا۔ یہ فہرست بچوں کو ان کی پسند کے پھل بانٹنے میں استاد کے کام آئے گی۔

سیب	—	بھاونا	کیلا	—	راگھو
کیلا	—	منوج	سیب	—	پریتی
سیب	—	ڈونالڈ	امرود	—	امر
کیلا	—	ماریا	سنترہ	—	فاطمہ
سنترہ	—	اوما	سیب	—	امیتا
امرود	—	اختر	کیلا	—	رمن
سیب	—	ریتو	سنترہ	—	رادھا
کیلا	—	سلمہ	امرود	—	فریدہ
امرود	—	کوینا	کیلا	—	انورادھا
کیلا	—	جاوید	کیلا	—	رتی



کیلا

اگر استاد یہ جاننا چاہتے ہیں کہ کلاس میں کل کتنے کیلے درکار ہوں گے تو وہ فہرست کے تمام نام ایک ایک کر کے پڑھیں گے اور کیلوں کی مطلوبہ تعداد کو گن لیں گے۔ سیب، امرود اور سنترہ کی تعداد معلوم کرنے کے لیے بھی وہ یہی عمل بار بار دوہرائیں گے۔ یہ کتنا تھکا دینے والا اور وقت ضائع کرنے والا عمل ہے۔ اگر طلبا کی تعداد 50 ہو تو یہ اور بھی تھکانے والا کام ہو جائے گا۔



سنترہ



سیب



امرود

اس طرح اومانے صرف ان پھلوں کے نام ایک ایک کر کے اس طرح لکھیے:
کیلا، سیب، امرود، سنترہ، سیب، کیلا، سنترہ، امرود، کیلا، کیلا، سیب، کیلا، سیب، کیلا، کیلا، سنترہ، امرود، کیلا۔

کیا آپ سمجھتے ہیں کہ اس سے استاد کا کام کچھ آسان ہوا ہوگا؟ ان کو پھر بھی پھلوں کی تعداد ایک ایک کر کے گننا پڑے گی۔ جیسا کہ انہوں نے پہلے کیا تھا۔
سلمہ کو ایک دوسری ترکیب سوچھی۔ اس نے زمین پر چار چوکور خانے بنائے۔ ہر خانے کو صرف ایک ہی قسم کے پھل کے لیے مخصوص کر دیا۔ اس نے بچوں سے ان کی پسند کے پھل والے خانے میں ایک کنکری رکھنے کے لے کہا۔ یعنی ایک بچہ جس کو کیلا پسند ہے وہ کیلے کے مخصوص خانے میں ایک کنکری رکھے گا۔ اور اسی طرح دوسرے خانوں میں بھی۔

ہر خانے میں کنکریوں کو گن کر سلمہ جلدی سے بتا سکے گی ہر قسم کے پھل کتنے کتنے درکار ہوں گے۔ مختلف خانوں میں ان کنکریوں کو اگر وہ ترتیب سے رکھے گی تو یہ جانکاری اور بھی جلدی سے حاصل کر سکے گی۔

اس طرح کے عمل کو 40 بچوں کے ساتھ کرنے کی کوشش کیجیے جبکہ کوئی بھی چار پھلوں کے نام طے کر لیں۔ کنکری کے بجائے آپ بوتل کے ڈھکن یا کوئی اور ٹوکن بھی استعمال کر سکتے ہیں۔

9.3 اعداد و شمار کی تنظیم کاری (Organisation of Data)

جو سلمہ نے حاصل کی تھی اس جانکاری کو حاصل کرنے کے لیے رونا لڈ نے صرف ایک پین اور ایک کاغذ کا استعمال کیا۔ اس نے کنکریوں کی مدد نہیں لی اور نہ ہی طلبا سے کہا کہ وہ آئیں اور کنکریوں کو خانے میں رکھیں۔ اس نے مندرجہ ذیل جدول بنائی:

8	3 3 3 3 3 3 3 3	کیلا
3	3 3 3	سنترہ
5	3 3 3 3 3	سیب
4	3 3 3 3	امرود

کیا آپ رونا لڈ کے ذریعہ بنائی گئی جدول کو سمجھے؟

صحیح کا ایک نشان (3) کیا ظاہر کر رہا ہے؟

4 طلبا کو امرود پسند ہیں۔ امرود کے سامنے کتنے صحیح کے نشان (3) لگے ہیں؟

کلاس میں کل کتنے طلبا ہیں؟ یہ تمام جانکاری حاصل کیجیے۔ ان طریقوں پر بات چیت کیجیے۔ ان میں

کون سا طریقہ بہتر ہے اور کیوں؟ اگر جانکاری کے لیے اور زیادہ اعداد و شمار کی ضرورت پڑے تو ان میں سے کون سا طریقہ زیادہ کارآمد ہوگا؟

مثال 1: اسکول کی جانب سے دیئے جانے والے کھانے کے سلسلہ میں استاد نے ہر طالب علم کی پسند جانی چاہی۔ استاد نے یہ جانکاری حاصل کرنے کی ذمہ داری ماریا کے سپرد کی۔ ماریا نے یہ کام ایک کاغذ اور پنسل کی مدد سے کیا۔ اس نے ایک کالم میں پسند کے کھانوں کو ترتیب سے لکھنے کے بعد طلبا کی پسند کو ایک لکیر کے نشان کے ذریعہ ظاہر کیا:

طلباء کی تعداد	پسند
	صرف چاول
	صرف روٹی
	روٹی اور چاول دونوں

امیش نے جب مندرجہ بالا جدول کو دیکھا تو اس نے طلبا کی تعداد کو گننے کا ایک اور بہتر طریقہ

تجویز کیا۔ اس نے ماریا سے کہا کہ لکیر میں (1) کو دس کے گروپ میں اکٹھا کرے جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے:

طلباء کی تعداد	شماریاتی نشانات	پسند
17		صرف چاول
13		صرف روٹی
20		روٹی اور چاول دونوں

راجن نے اس کو اور آسان بنانے کے لیے دس لکیروں کے بجائے پانچ پانچ کے گروپ بنانے

کے لیے کہا جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے:

طلباء کی تعداد	شماریاتی نشانات	پسند
17	(circled) (circled) (circled)	صرف چاول
13	(circled) (circled)	صرف روٹی
20	(circled) (circled) (circled) (circled)	روٹی اور چاول دونوں

استاد نے مشورہ دیا کہ ہر گروپ میں پانچویں لکیر کو ٹیڑھا لگاؤ جیسے '|||||' ان کو ہم شماریاتی نشان کہتے ہیں۔ اس لیے پانچ جمع دو (یعنی سات) || |||| کو ظاہر کرے گا۔ اور ||||| پانچ جمع پانچ (یعنی دس) کو ظاہر کرے گا۔

اب جدول کچھ اس طرح دکھائی دے گا۔

طلباء کی تعداد	شماریاتی نشانات	پسند
17		صرف چاول
13		صرف روٹی
20		روٹی اور چاول دونوں

مثال 2: ایکتا سے کہا گیا کہ اپنی چھٹی کلاس کے طالب علموں کے جوتوں کے ناپ کے اعداد و شمار جمع کرے۔ اس نے حاصل جانکاری کو مندرجہ ذیل انداز میں ظاہر کیا:

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6	5
4	5	6	8	7	4	6	5	6	4	6
5	7	6	7	5	7	6	4	8	7	

جاوید جاننا چاہتا ہے کہ (i) طلباء کون سے ناپ کے جوتے سب سے زیادہ پہنتے ہیں۔ (ii) طلباء کون سے ناپ کے جوتے سب سے کم پہنتے ہیں۔ کیا یہ جانکاری آپ بھی حاصل کر سکتے ہیں؟ ایکتا نے شماریاتی نشانات استعمال کرتے ہوئے ایک جدول تیار کیا:



طلباء کی تعداد	شماریاتی نشانات	جوتے کی ناپ
5		4
8		5
10		6
7		7
2		8

پہلے پوچھے گئے سوالات کے جواب اب آسانی سے دیے جاسکتے ہیں۔

اسے کیجیے

1- اپنی کلاس کے ساتھی کی خاندان کے ارکان کی تعداد کی جانکاری حاصل کیجیے اور اس کو ایک جدول کی شکل میں لکھیے۔ پتہ لگائیے کہ سب سے زیادہ طالب علم کون سے گروپ کے ہیں۔

طلباء کی تعداد	شماریاتی نشانات	خاندان کے ارکان کی تعداد

ایک جدول بنائیے اور شماریاتی نشانات استعمال کرتے ہوئے اس اعداد و شمار کو لکھیے۔ اور معلوم کیجیے کہ (a) کون سا عدد سب سے کم بار آیا ہے؟ (b) کون سا عدد سب سے زیادہ بار آیا ہے؟ (c) برابر مرتبہ آنے والا عدد؟

9.4 تصویری گراف (Pictograph)

قطار	کتابوں کی تعداد
قطار 1	1 کتاب
قطار 2	4 کتاب
قطار 3	2 کتاب
قطار 4	8 کتاب
قطار 5	3 کتاب

ایک الماری کے پانچ خانے ہیں۔ ہر خانے میں کتابوں کی ایک قطار بنی ہے۔ اس کی تفصیلات مندرجہ ذیل دکھائی گئی ہیں۔

کون سی قطار میں سب سے زیادہ کتابیں ہیں؟ کون سی قطار میں سب سے کم کتابیں ہیں؟ کیا کوئی قطار ایسی بھی ہے جس میں کوئی کتاب نہیں ہے؟
ان سوالات کے جواب آپ جدول دیکھ کر بتا سکتے ہیں۔ تصویر کو دیکھ کر آپ اعداد و شمار کو سمجھ سکتے ہیں۔ یہ ایک تصویری گراف ہے۔
ایک تصویری گراف اعداد و شمار کو تصویروں، چیزوں اور چیزوں کے حصوں کی شکل میں ظاہر کرتا ہے۔ اس سے آنکڑوں کو ایک نظر ہی دیکھ کر جواب میں مدد ملتی ہے۔

اسے کیجیے

عام طور پر اخبارات اور رسالوں میں تصویری گراف کا استعمال پڑھنے والوں کو متوجہ کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔

ایسے ایک یادو شائع ہوئے تصویری گراف جمع کیجیے اور ان کو اپنی کلاس میں دکھائیے اور یہ سمجھنے کی کوشش کیجیے کہ اس میں کیا دکھایا گیا ہے۔



تصویری گراف میں دی گئی معلومات کو سمجھنے کے لیے تھوڑی مشق کی ضرورت ہوتی ہے۔

9.5 تصویری گراف کی تشریح (Interpretation of a Pictograph)

مثال 3: درج ذیل تصویری گراف میں 30 بچوں کی ایک کلاس میں پچھلے ہفتہ غیر حاضر رہنے والے طلباء کی تفصیلات دکھائی گئی ہیں:

دن	غیر حاضر کی تعداد	1- غیر حاضر
پیر	5	
منگل	4	
بدھ	2	
جمعرات	0	
جمعہ	1	
سنیچر	8	

(a) کس دن سب سے زیادہ بچے غیر حاضر ہیں؟

(b) کس دن پوری حاضری ہے؟






(c) اس ہفتہ میں کل کتنے طلبا غیر حاضر رہے؟

حل: (a) سب سے زیادہ طلبا غیر حاضر سنیچر کو تھے۔ (قطار میں اس اعداد و شمار کو ظاہر کرنے کے لیے سنیچر کے سامنے 8 تصویریں ہیں اور باقی دنوں میں تصویروں کی تعداد کم ہے۔

(b) جمعرات کے سامنے کوئی تصویر نہیں ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اس دن کوئی غیر حاضر نہیں تھا۔ اس طرح اس دن کلاس میں 100% حاضری تھی۔

(c) کل ملا کر سب 20 تصویریں ہیں۔ اس لیے اس ہفتہ میں کل 20 طالب علم غیر حاضر ہوئے۔


مثال 4: مندرجہ ذیل جدول میں یہ دکھایا گیا ہے کہ ایک کالونی میں رہنے والے لوگوں کو فرج کا کون سا رنگ پسند ہے:

رنگ	لوگوں کی تعداد	دس لوگ
نیلا		
ہرا		
لال		
سفید		

(a) نیلا رنگ پسند کرنے والے لوگوں کی تعداد معلوم کیجیے۔

(b) کتنے لوگ لال رنگ پسند کرتے ہیں؟

حل: (a) نیلا رنگ 50 لوگ پسند کرتے ہیں۔

[$10 =$  $= 10$ لوگ اس لیے 5 ایسی تصویریں 5×10 لوگ کو ظاہر کرتی ہیں]

(b) لال رنگ کتنے لوگ پسند کرتے ہیں یہ معلوم کرنا ذرا مشکل ہے۔

5 پوری تصویروں سے ہم کو ملے $5 \times 10 = 50$ لوگ۔

آخری نامکمل تصویر کو ہم 5 کے برابر مان لیتے ہیں۔

اس طرح لال رنگ پسند کرنے والے لوگوں کی تعداد تقریباً 55 ہوئی۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

اوپر دی گئی مثال میں لال رنگ پسند کرنے والے لوگوں کی تعداد کی $5 + 50$ مانا گیا ہے۔ اگر آپ کا دوست

اس کو $8 + 50$ مانتا ہے تو کیا یہ بھی قابل قبول ہوگا۔

مثال 5: ایک اسکول میں یہ معلوم کرنے کے لیے سروے کیا گیا کہ طلبا کون کون سے ذرائع سے روز اسکول آتے ہیں۔ چھٹی جماعت کے 30 طلبا کا اس بارے میں انٹرویو کیا گیا اور حاصل ہوئے اعداد و شمار کو تصویری گراف کی شکل میں دکھایا گیا ہے۔
آپ تصویری گراف سے کیا نتیجہ نکال سکتے ہیں؟

آمدورفت کے ذرائع	طلبا کی تعداد	طالب علم 1 - ☺
اسکوٹر	4	☺ ☺ ☺ ☺
سرکاری بس	5	☺ ☺ ☺ ☺ ☺
اسکول بس	11	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
سائیکل	3	☺ ☺ ☺
پیدل	7	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

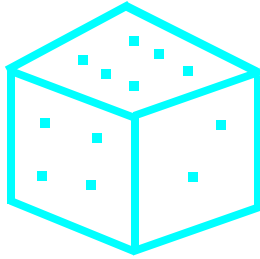
حل: اوپر دیے گئے تصویری گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالات کے جواب جلدی سے دیے جاسکتے ہیں:

- (a) پرائیویٹ کار سے آنے والے طلبا کی تعداد 4 ہے۔
(b) اسکول بس سے آنے والے طلبا کی تعداد سب سے زیادہ ہے۔ یہ سب سے زیادہ استعمال ہونے والا ذریعہ ہے۔
(c) تین طلبا صرف سائیکل سے اسکول آتے ہیں۔
(d) دوسرے موڈس سے اسکول آنے والے طلبا کی تعداد بھی اسی طرح معلوم کر سکتے ہیں؟

مثال 6: مندرجہ ذیل تصویری گراف میں ایک خاص ہفتہ کے دوران فیکٹری میں ہاتھ کی گھڑیوں کے بنانے کی تعداد دکھائی گئی ہے۔

دن	بننے والی ہاتھ کی گھڑیوں کی تعداد	100 ہاتھ کی گھڑیاں - ⚙
پیر	6	⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙
منگل	8	⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙
بدھ	7	⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙
جمعرات	7	⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙
جمعہ	6	⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙
سنیچر	6	⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙ ⚙

3- کریم نے ایک ڈائی کو 40 بار اچھالا اور اس پر ہر مرتبہ آنے والے عدد کو درج ذیل جدول میں لکھ دیا:



6	1	4	5	3	6	6	5	3	1
1	6	5	5	1	6	4	3	5	2
6	5	5	4	2	5	3	2	2	1
5	1	4	2	5	3	2	6	1	5

شماریاتی نشان کا استعمال کرتے ہوئے ایک جدول تیار کرو اور معلوم کیجیے

- (a) سب سے کم بار آنے والا عدد (b) سب سے زیادہ مرتبہ آنے والا عدد
(c) برابر مرتبہ آنے والا عدد

4- درج ذیل تصویری گراف 5 گاؤں میں ٹریکٹروں کی تعداد کو ظاہر کر رہا ہے:

گاؤں	ٹریکٹروں کی تعداد	ایک ٹریکٹر —
گاؤں A		
گاؤں B		
گاؤں C		
گاؤں D		
گاؤں E		

تصویری گراف کو دیکھیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب لکھیے:

- (i) کون سے گاؤں میں سب سے کم ٹریکٹر ہیں؟
(ii) کون سے گاؤں میں سب سے زیادہ ٹریکٹر ہیں؟
(iii) گاؤں B کے مقابلے گاؤں C کے پاس کتنے زیادہ ٹریکٹر ہیں؟
(iv) پانچوں گاؤں میں کل کتنے ٹریکٹر ہیں؟

5- تصویری گراف میں مخلوط مڈل اسکول کی ہر کلاس میں لڑکیوں کی تعداد کو ظاہر کیا گیا ہے:

کلاس	طلبا لڑکیوں کی تعداد	4 لڑکیاں —
I		
II		
III		
IV		
V		
VI		
VII		
VIII		



اس تصویری گراف کو دیکھیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے :

- (a) کون سی کلاس میں لڑکیوں کی تعداد سب سے کم ہے؟
 (b) کیا چھٹی جماعت میں لڑکیوں کی تعداد پانچویں جماعت کی لڑکیوں کی تعداد سے کم ہے؟
 (c) ساتویں جماعت میں لڑکیوں کی تعداد کیا ہے؟

6- ایک ہفتہ کے دوران الگ الگ دنوں میں بجلی کے بلبوں کی فروخت نیچے دکھائی گئی ہے :

دن	بجلی کے بلبوں کی تعداد
پیر	6
منگل	8
بدھ	4
جمعرات	5
جمعہ	7
سنچر	4
اتوار	9

تصویر گراف کا مشاہدہ کیجیے مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

- (a) جمعہ کے دن کتنے بلب فروخت کیے گئے؟
 (b) کس دن سب سے زیادہ تعداد میں بلب فروخت کیے گئے؟
 (c) کن دنوں میں بلب برابر تعداد میں فروخت کیے گئے؟
 (d) کس دن سب سے کم تعداد میں بلب فروخت کیے گئے؟
 (e) اگر ایک بڑے کارٹن میں 9 بلب ہوتے ہیں تو دیئے گئے ہفتے میں کتنے کارٹنوں کی ضرورت پڑے گی؟

7- ایک گاؤں میں خاص موسم کے دوران پھل فروش مندرجہ ذیل تعداد میں پھلوں کی ٹوکریاں بیچتے ہیں :

پھل فروش کے نام	پھلوں کی ٹوکریوں کی تعداد
رحیم	4
کھن پال	6
انور	7
مارٹن	9
رنجیت سنگھ	8
جوزف	5



اس تصویری گراف کو دیکھیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے :


(a) کس پھل فروش نے سب سے زیادہ ٹوکریاں بیچیں؟




(b) انور نے پھلوں کی کتنی ٹوکریاں بیچیں؟

(c) جن پھل فروشوں نے سب سے زیادہ 600 یا اس سے زیادہ پھلوں کی ٹوکریاں بیچی ہیں وہ اگلے موسم میں ایک گودام خریدنے کا منصوبہ بنا رہے ہیں۔ کیا آپ ان لوگوں کے نام بتا سکتے ہیں؟

9.6 تصویری گراف بنانا (Drawing a Pictograph)

تصویری گراف بنانا بہت دلچسپ ہوتا ہے لیکن کبھی کبھی  اس طرح کی علامت سے (جو کہ گذشتہ مثال میں استعمال کیا گیا ہے) دشواری ہو سکتی ہے۔ اس کی جگہ ہم آسان علامتوں کو استعمال کر سکتے ہیں۔ اگر  علامت 5 طلبا کو ظاہر کرے تو آپ 4 یا 3 طلبا کو کیسے ظاہر کریں گے۔

اس طرح کے مسئلوں کو ہم ایک مفروضہ (Assumption) کے ذریعہ حل کر سکتے ہیں کہ علامت 5 طلبا کو ظاہر کرتی ہے۔  تو 4 طلبا کو ظاہر کرتی ہے۔

 3 طلبا کو ظاہر کرتی ہے، علامت 2 طلبا کو  ظاہر کرتی ہے اور  علامت 1 طالب علم کو ظاہر کرتی ہے۔ اور پھر اس طرح ظاہر کرنے کا کام شروع ہوتا ہے۔

مثال 7: ایک ہفتہ کے دوران 30 طلبا کی کلاس کی حاضری کی تفصیل درج ذیل ہے۔ اس کو تصویری گراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔

حاضر طلبا کی تعداد	دن
24	پیر
26	منگل
28	بدھ
30	جمعرات
29	جمعہ
22	سنیچر

حل: جیسا مفروضہ ہم پہلے طے کر چکے ہیں اس کے مطابق

24 کو ظاہر کریں گے     

26 کو ظاہر کریں گے       اور اسی طرح اور بھی

تو تصویری گراف اس طرح تیار ہوگا:


دن	حاضر طلبا کی تعداد
پیر	5
منگل	10
بدھ	15
جمعرات	20
جمعہ	25
سنچر	30

5 سے کم کو ایک تصویر کے ذریعہ کیسے ظاہر کریں۔ اس کے لیے ہم کو ایک طرح کا سمجھوتہ کرنا پڑا۔ تصویروں کے ٹکڑے کرنا ہمیشہ ممکن نہیں ہے۔ اس طرح کے معاملہ میں ہم کو کیا کرنا ہوگا؟ مندرجہ ذیل مثال پر غور کیجیے۔

مثال 8: ایک اقامت گاہ کے لیے سال کے پہلے چار مہینوں میں مندرجہ ذیل ترتیب سے بجلی کے بلب خریدے گئے۔

مہینہ	بلب کی تعداد
جنوری	20
فروری	26
مارچ	30
اپریل	34

جنوری	
فروری	
مارچ	
اپریل	

ان تفصیلات کو تصویری گراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔
حل: مان لیجیے کہ  علامت پانچ بلبوں کو ظاہر کر رہی ہے۔ جنوری اور مارچ میں تعداد کے حساب سے تصویر بنانا مشکل نہیں ہے۔ لیکن 13 اور 17 کی تعداد کے اظہار کے لیے تصویر بنانا آسان نہیں ہے۔ حالانکہ ہم نے کسی طرح اس تفصیل کو بھی ظاہر کر دیا۔

خیال رہے کہ جب ہم اس طرح کے تصویری گراف کا مطالعہ کرتے ہیں تو مختلف لوگ اس کی تشریح مختلف طرح سے کر سکتے ہیں۔ حالانکہ صورت حال کو اندازہ سے سمجھا جاسکتا ہے۔

مشق 9.2

1- پانچ گاؤں میں کل مویشیوں کی تعداد حسب ذیل دی گئی ہے:

گاؤں A :	80	گاؤں B :	120
گاؤں C :	90	گاؤں D :	40
گاؤں E :	60		

10 مویشیوں کو \otimes کے ذریعہ ظاہر کرتے ہوئے ان مویشیوں کا تصویری گراف بنائیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

- (a) گاؤں E کے مویشیوں کے اظہار کے لیے کتنی علامتوں کی ضرورت ہوگی؟
 (b) کس گاؤں میں سب سے زیادہ مویشی ہیں؟
 (c) گاؤں A یا گاؤں C کس میں زیادہ مویشی ہیں۔

2- مندرجہ ذیل جدول میں مختلف برسوں کے دوران ایک اسکول میں پڑھنے والے طالب علموں کی تعداد دی گئی ہے۔

سال	طلبا کی تعداد
1996	400
1998	535
2000	472
2002	600
2004	623

A 100 طلبا کو ایک علامت \otimes کے ذریعہ ظاہر کرتے ہوئے ان طلبا کا ایک تصویری گراف بنائیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے:

- (a) سال 2002 میں طلبا کی کل تعداد کو کتنی علامتوں سے ظاہر کیا جائے گا؟
 (b) سال 1998 میں طلبا کی کل تعداد کو کتنی علامتوں سے ظاہر کیا جائے گا؟

B کسی 50 طلبا کو ظاہر کرنے والی کسی اور علامت کا استعمال کرتے ہوئے ایک اور تصویری گراف بنائیے۔ کون سا گراف آپ کو زیادہ معلومات دیتا ہے؟

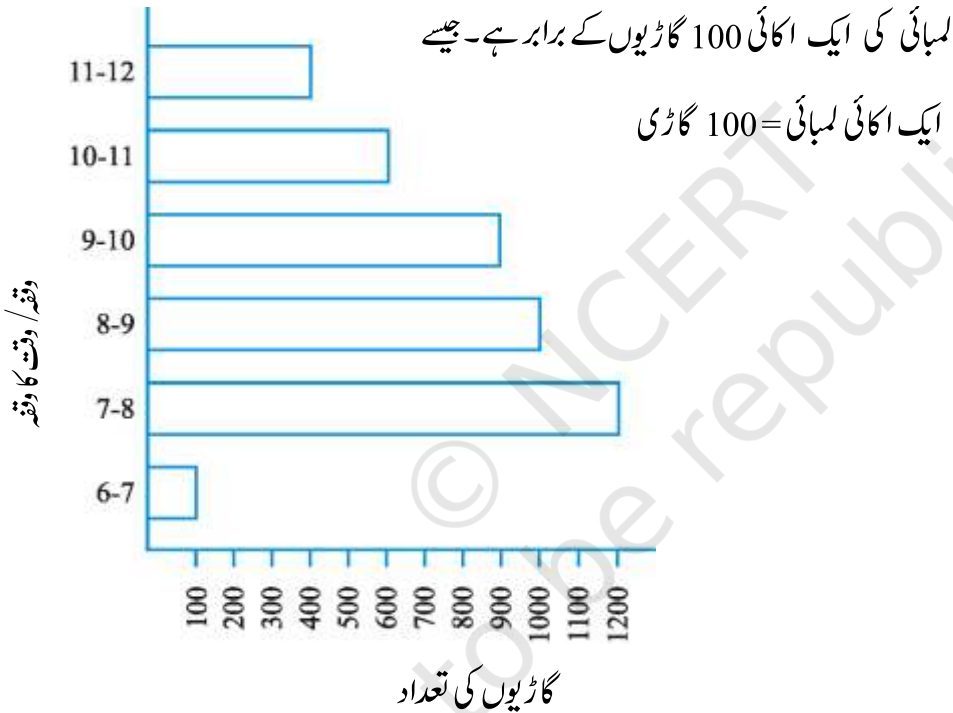
9.7 بار گراف (Bar Graph)

تصویری گراف کے ذریعہ اعداد و شمار کو ظاہر کرنے کا طریقہ کے لیے نہ صرف زیادہ وقت درکار ہے بلکہ کبھی بعض اوقات یہ مشکل کام بھی ہے۔ آئیے اعداد و شمار کو ظاہر کرنے کا کوئی دوسرا طریقہ دیکھتے ہیں۔ یکساں چوڑائی

والے بار (مستطیل) کو برابر فاصلے پر افقی (Horizontally) یا عمودی (Vertically) کھڑا کیا جاسکتا ہے۔ ہر بار کی لمبائی دیے گئے عدد کو ظاہر کرتی ہے۔ اعداد و شمار کے اظہار کے اس طریقہ کو بارگراف کہتے ہیں۔

9.7.1 بارگراف کی تشریح (Interpretation of Bargraph)

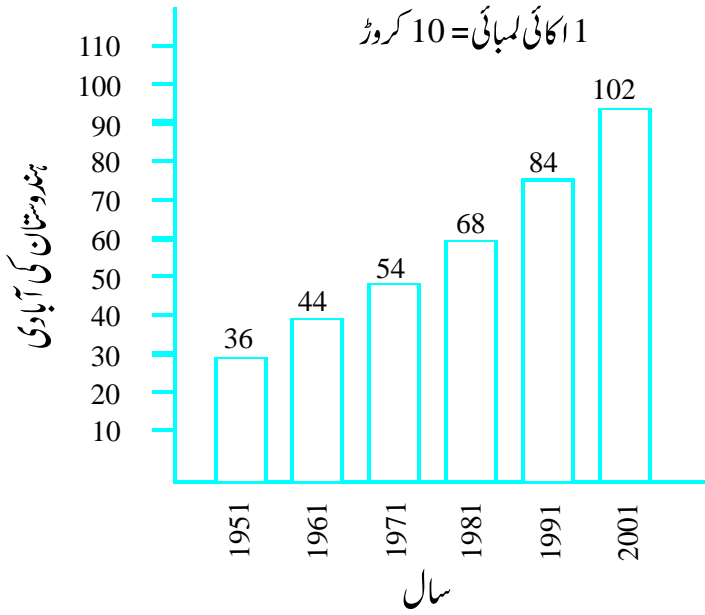
آئیے دہلی کے ایک مصروف چوراہے سے گزرنے والے ٹریفک، جس کا ایک خاص دن ایک ٹریفک پولیس والے نے مطالعہ کیا، کی مثال پر غور کرتے ہیں، چوراہے سے صبح کے 6 بجے سے دوپہر 12.00 بجے کے درمیان ہر گھنٹے پر گزرنے والی گاڑیوں کی تعداد کو بارگراف میں دکھایا گیا ہے۔ لمبائی کی ایک اکائی 100 گاڑیوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔



ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سب سے زیادہ ٹریفک کو ظاہر کرنے والا سب سے لمبا بار (یعنی 1200 گاڑیاں) صبح 7-8 بجے کے وقفہ میں ہے۔ دوسرا لمبا بار 8-9 بجے صبح کے درمیان ہے۔ اسی طرح سب سے کم ٹریفک کو ظاہر کرنے والا سب سے چھوٹا بار (یعنی 100 گاڑیاں) 6-7 بجے صبح کے درمیان ہے۔ سب سے چھوٹے بار سے بڑا بار 11-12 بجے کے دوران ہے۔

سب سے زیادہ مصروف دو گھنٹوں (8-10 بجے صبح) کے دوران کا کل ٹریفک (اسکولوں، آفسوں اور

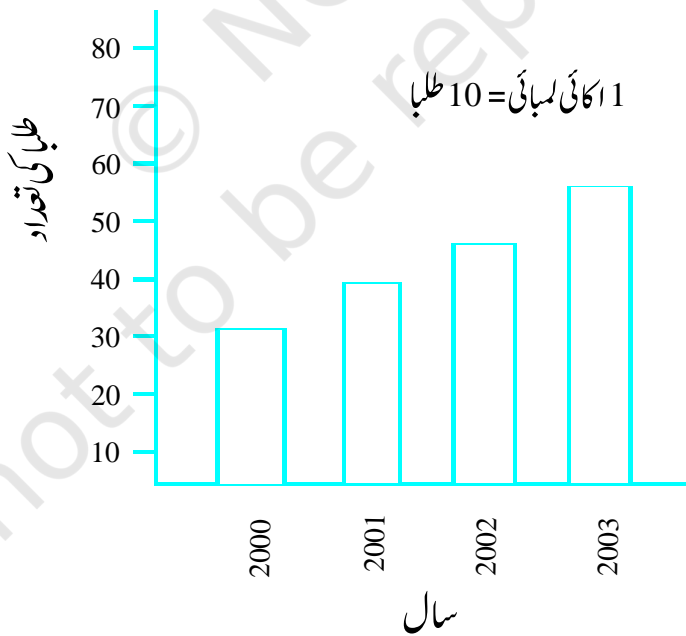
تجارتی اداروں) دو لمبے باروں کے ذریعہ دکھایا گیا ہے۔ یہ گاڑیاں ہیں $1000 + 900 = 1900$



اگر اعداد و شمار بڑے ہیں تو آپ کو ایک مختلف پیمانہ کی ضرورت ہو سکتی ہے۔ مثال کے طور پر ہندوستان کی آبادی کے اضافہ کا کیس لیں۔ یہ اعداد کروڑوں میں ہے۔ اس لیے اگر آپ ایک اکائی لمبائی سے ایک آدمی کو ظاہر کریں تو اتنے لمبے بار بنانے ناممکن ہیں۔ اس لیے آپ ایک ایسا پیمانہ چنیے جس میں 1 اکائی 10 کروڑ کو ظاہر کرے۔ اس کیس میں بار گراف درج ذیل شکل میں دکھایا گیا ہے۔

5 اکائی لمبائی کا بار 50 کروڑ اور 8 اکائی کا 80 کروڑ کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 9: ایک اسکول کی ایک مخصوص کلاس کے لیے دیے گئے درج ذیل بار گراف کو پڑھیے اور نیچے دیے گئے سوالات کے جواب دیجیے:



(a) اس گراف کا پیمانہ کیا ہے؟
(b) ہر سال کتنے نئے طلبا کا اضافہ ہو جاتا ہے؟

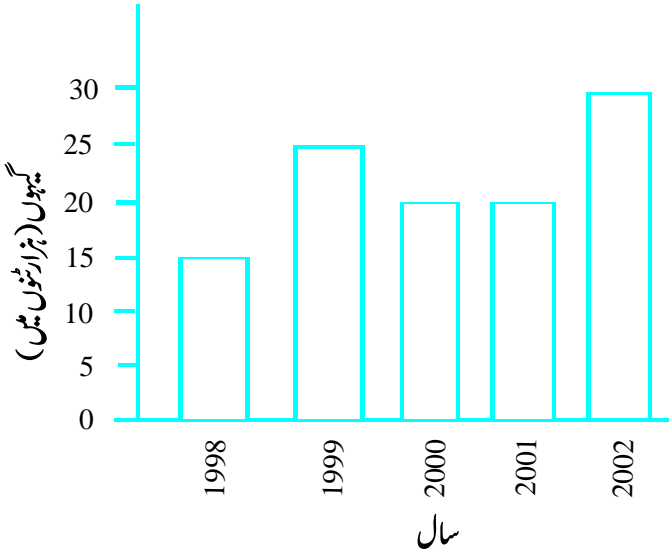
(c) کیا سال 2003 میں طلبا کی تعداد، سال 2000 کے مقابلہ میں دوگنی ہے؟

حل: (a) اس گراف میں ایک اکائی برابر 10 طلبا کا پیمانہ لیا گیا ہے۔

(b) اور (c) کو خود ہی کرنے کی کوشش کیجیے۔

مشق 9.3

1 اکائی لمبائی = 5 ہزار ٹن



1- سال 1998-2002 کے دوران

سرکار کے ذریعہ کی گئی گیہوں کی خریداری کو مندرجہ ذیل بارگراف ظاہر کر رہا ہے۔

بارگراف کو پڑھیے اور اپنے تاثرات لکھیے۔

(a) کس سال گیہوں کی پیداوار

سب سے زیادہ ہوئی؟

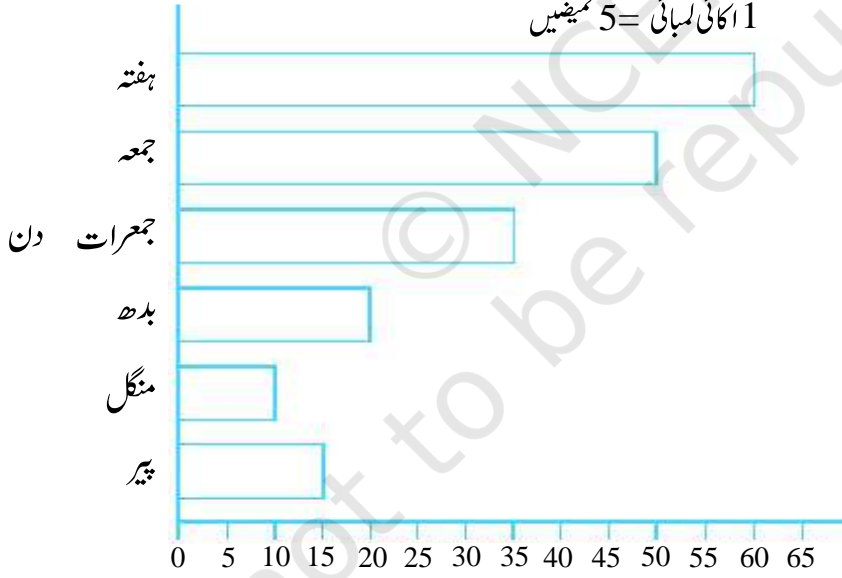
(b) کس سال گیہوں کی پیداوار

سب سے کم ہوئی؟

2- درج ذیل بارگراف کا مشاہدہ کیجیے،

جس میں ایک دکان پر پیر سے سنچر کے دوران شرٹ کی بکری کو ظاہر کیا گیا ہے۔ اور نیچے دیے گئے سوالات کے جواب دیجیے۔

1 اکائی لمبائی = 5 قمیضیں



پہچائی گئی قمیضوں کی تعداد

اب مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

- (a) اوپر دیا گیا بارگراف کیا جانکاری دے رہا ہے؟
- (b) افقی خط (Horizontal Line) پر قمیضوں کی تعداد کو ظاہر کرنے والا پیمانہ بتائیے؟
- (c) قمیضوں کی سب سے زیادہ بکری والا دن بتائیے اور پہچائی گئی قمیضوں کی تعداد بھی بتائیے؟

(d) تمیضوں کی سب سے کم بکری والا دن بتائیے؟

(e) جمعرات کو کتنی تمیضیں بکیں؟

3- اس بارگراف کا مشاہدہ کیجیے۔

اس میں عزیز کے ذریعہ ششماہی امتحان میں مختلف مضامین میں حاصل کیے گئے نمبروں کو دکھایا گیا ہے۔

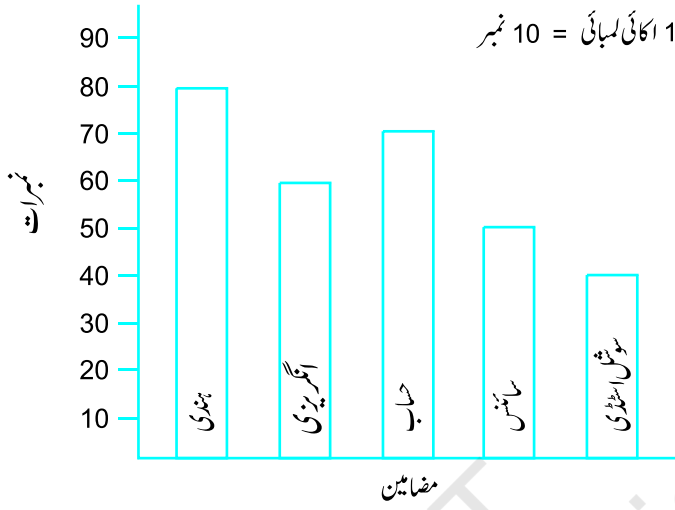
دیے گئے سوالات کے جواب دیجیے:

(a) یہ بارگراف کیا جانکاری دے رہا ہے؟

(b) اس مضمون کا نام بتائیے جس میں عزیز نے سب سے زیادہ نمبر حاصل کیے؟

(c) اس مضمون کا نام بتائیے جس میں اس نے سب سے کم نمبر حاصل کیے؟

(d) مضامین کے نام بتائیے اور ہر ایک میں حاصل کیے گئے نمبر بتائیے۔

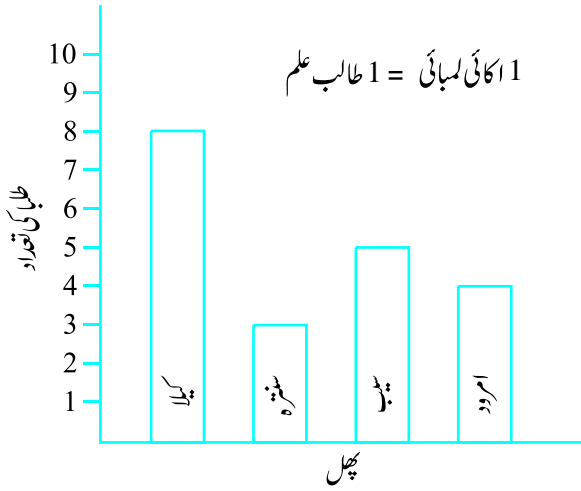


9.7.2 بارگراف بنانا (Drawing a Bar Graph)

ذرا اس مثال کو یاد کیجیے جس میں روناٹڈ نے اپنی کلاس کے بچوں کی پھلوں کی پسند کو ظاہر کرنے والا جدول بنایا تھا۔

پھلوں کی تعداد	کیلا	سنترہ	سیب	امرود
طلباء کی تعداد	8	3	5	4

سب سے پہلے ایک افقی خط (Horizontal Line) اور ایک عمودی خط (Vertical Line) بنائیے۔ افقی خط پر ہم بار بنائیں گے جو کہ ہر قسم کے پھل کو ظاہر کرے گا۔ اور عمودی خط پر ہم اعداد لکھیں گے جو طلباء کی تعداد کو ظاہر کرے گا۔



سب سے پہلے ہم ایک پیمانہ چنتے ہیں۔ یعنی ہم پہلے یہ طے کر لیں کہ ایک بار کی اکائی لمبائی کتنے طلباء کو ظاہر کرے گی۔
[اکائی = ایک طالب علم]
یہاں پر ہم 1 اکائی لمبائی کو صرف ایک طالب علم سے ظاہر کریں گے۔ یہاں بار گرام کچھ اس طرح ہونا چاہیے۔

مثال 10: مندرجہ ذیل جدول یہ ظاہر کرتا ہے کہ عمران کے گھر میں مختلف اشیاء پر کتنا خرچ ہوتا ہے۔

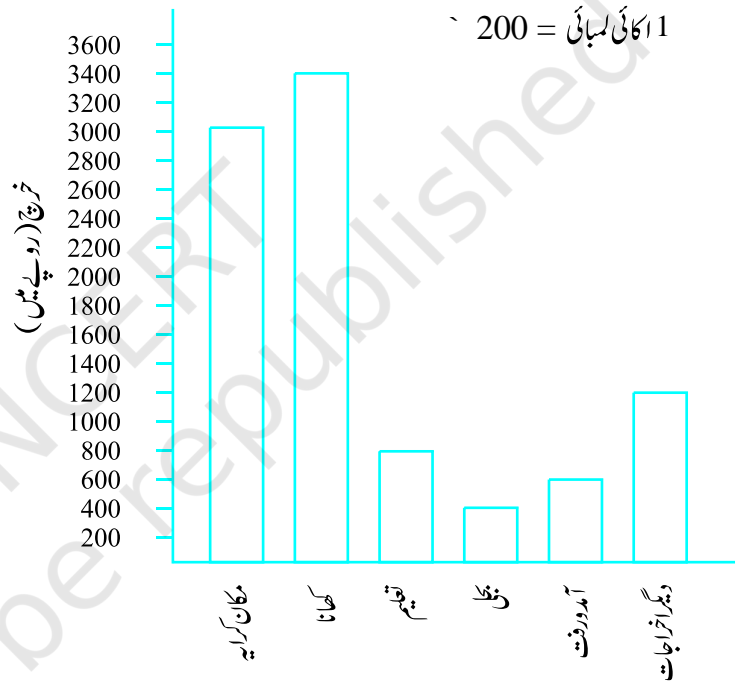
اشیاء	خرچ (میں)
مکان کا کرایہ	3000
کھانا	3400
تعلیم	800
بجلی	400
آمدورفت	600
دیگر اخراجات	1200

ان اعداد و شمار کو ایک بار گراف (ڈائیکرام) کے ذریعہ ظاہر کرنے کے لیے، یہاں کچھ مرحلے دیے گئے ہیں۔

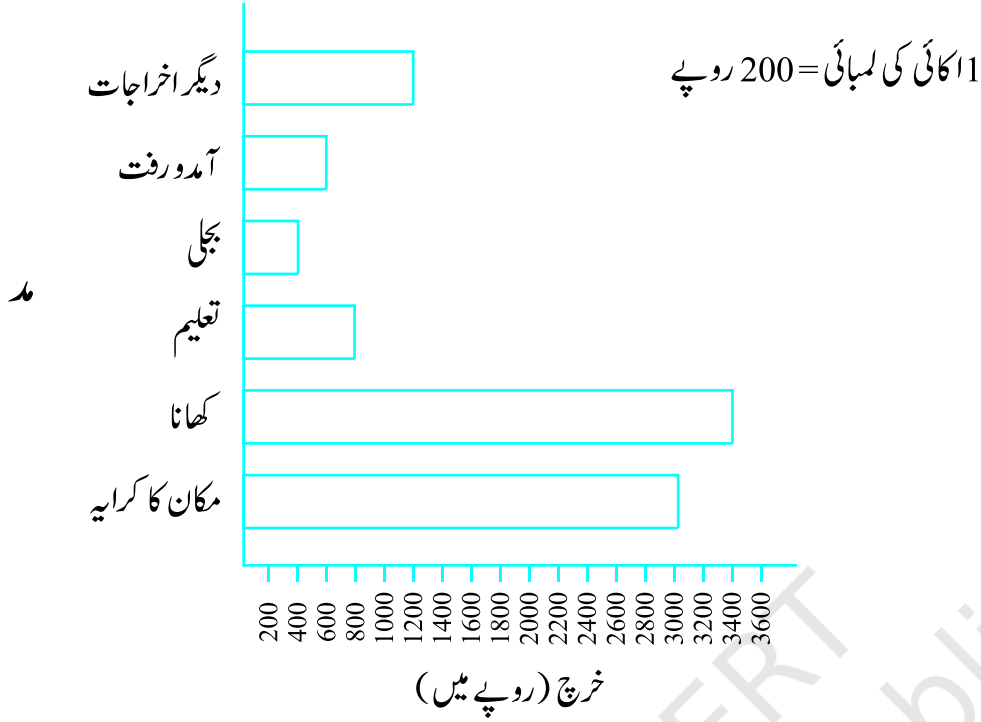
- ایک افقی خط اور ایک عمودی خط بنائیے۔
 - افقی خط پر اشیاء کی نشاندہی اور عمودی خط پر خرچوں کی نشاندہی کیجیے۔
 - ایک سی چوڑائی والے بار بنائیے اور ان کے درمیان فاصلہ بھی برابر رکھیں۔
 - عمودی خط کے لئے مناسب پیمانہ منتخب کریں۔ 1 اکائی لمبائی = 200 مان کر بالترتیب قیمتوں کی نشاندہی کیجیے۔
- درج ذیل میں دی گئی مختلف اشیاء کے باروں کی لمبائی معلوم کیجیے۔

اعداد و شمار کا استعمال

مکان کا کرایہ	:	$3000 \div 200$	=	15 اکائیاں
کھانا	:	$3400 \div 200$	=	17 اکائیاں
تعلیم	:	$800 \div 200$	=	4 اکائیاں
بجلی	:	$400 \div 200$	=	2 اکائیاں
آمدورفت	:	$600 \div 200$	=	3 اکائیاں
دیگر اخراجات	:	$1200 \div 200$	=	6 اکائیاں



اشیاء اور اخراجات کی جگہ آپس میں تبدیل کر کے اس اعداد و شمار کو درج ذیل طریقہ سے بھی دکھا جاسکتا ہے۔



اسے کیجیے

- 1- آپ اپنے دوستوں کے ساتھ مل کر پانچ اور ایسے موقعوں کے بارے میں سوچیے جہاں سے ہمیں اعداد و شمار ملیں۔
اعداد و شمار کے لیے جدول تیار کیجیے اور بارگراف کا استعمال کرتے ہوئے ان کو ظاہر کیجیے۔

مشق 9.4

- 1- 120 طلبا کا ایک سروے یہ معلوم کرنے کے لئے کیا گیا کہ وہ اپنے خالی وقت میں کون سی سرگرمی کرنے کو ترجیح دیتے ہیں۔

طلباء کی تعداد	ترجیح دی گئی سرگرمی
45	کھیل کود
30	کہانی کی کتابیں پڑھنا
20	ٹی وی دیکھنا
10	موسیقی سننا
15	پینٹنگ

اعداد و شمار کا استعمال

- 2- اوپر دیے گئے اعداد و شمار کو بارگراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے، جبکہ 1 اکائی کی لمبائی = 5 طلباء کھیل کود کے علاوہ طلباء نے کس سرگرمی کو سب سے زیادہ ترجیح دی۔
- لگاتار 6 دنوں میں ایک دوکاندار کے ذریعہ ریاضی کی کتابوں کی فروخت نیچے دکھائی گئی ہے۔

دن	اتوار	پیر	منگل	بدھ	جمعرات	جمعہ
فروخت کتابوں کی تعداد	65	40	30	50	20	70

- 3- اپنی مرضی سے ایک پیمانہ منتخب کر کے اوپر دی گئی معلومات کو بارگراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔
- 1998 سے 2002 کے دوران ایک فیٹری میں تیار کی گئی سائیکلوں کی تعداد درج ذیل جدول میں دکھائی گئی ہے۔ بارگراف کا استعمال کرتے ہوئے ان اعداد و شمار کو ظاہر کیجیے۔ آپ اپنی مرضی کا پیمانہ چن سکتے ہیں۔

سال	تیار کی گئی سائیکلوں کی تعداد
1998	800
1999	600
2000	900
2001	1100
2002	1200

- 4- (a) کون سے سال میں سب سے زیادہ سائیکلیں تیار کی گئیں؟
- (b) کون سے سال میں سب سے کم سائیکلیں تیار کی گئیں؟
- ایک شہر میں مختلف عمر کے لوگوں کے گروپ کی تعداد نیچے جدول میں دکھائی گئی ہے۔

عمر	1-14	15-29	30-44	45-59	60-74	75 اور آگے
لوگوں کی تعداد	2 لاکھ	1 لاکھ	1 لاکھ	1 لاکھ	80 ہزار	40 ہزار
		60 ہزار	20 ہزار	20 ہزار		

- اوپر کی معلومات کو ظاہر کرنے کے لیے بارگراف بنائیے اور درج ذیل کے جوابات لکھیے :
- (a) کون سے دو گروپ کی آبادی برابر ہے؟
- (b) 60 سال اور اس سے زیادہ عمر کے لوگ بزرگ شہری (Senior Citizen) کہلاتے ہیں۔ اس شہر میں کتنے لوگ بزرگ شہری ہیں۔

ہم نے کیا سیکھا؟

- 1- کچھ معلومات حاصل کرنے کے لیے جمع کیے گئے اعداد کے مجموعہ کو اعداد و شمار کہتے ہیں۔
 - 2- دیے گئے اعداد و شمار سے کوئی مخصوص جانکاری جلدی حاصل کرنے کے لیے (اعداد و شمار کو) جدول کی شکل میں ترتیب دیا جاتا ہے۔
 - 3- ہم نے سیکھا ہے کہ تصویر گراف اعداد و شمار کو تصویروں، اشیا یا اشیا کے حصوں کی شکل میں کیسے ظاہر کرتا ہے۔ ہم نے چیزوں کو علامت کے ذریعہ ظاہر کرتے ہوئے تصویر گراف بنائے ہیں۔ مثال = 100 کتاب
 - 4- ہم نے بحث کی ہے کہ اعداد و شمار کو بار، ڈائیکرام یا بار گراف کے ذریعہ کیسے ظاہر کرتے ہیں۔ بار گراف میں یکساں چوڑائی والے بار برابر دوری پر افقی یا عمودی خط پر کھڑے کئے جاتے ہیں۔ ہر ایک بار کی لمبائی مطلوبہ جانکاری دیتی ہے۔
 - 5- ان سب کو کرنے کے لیے ہم نے بحث کی ہے کہ گراف بنانے میں پیمانہ منتخب کرنے کا طریقہ کیا ہونا چاہیے۔
- 1 اکائی = 100 طلبا۔ ہم نے دیے گئے بار گراف پڑھنے کی مشق بھی کی ہے اور اس کو کیسے سمجھیں یہ بھی سیکھا ہے۔

© NCERT
not to be republished

