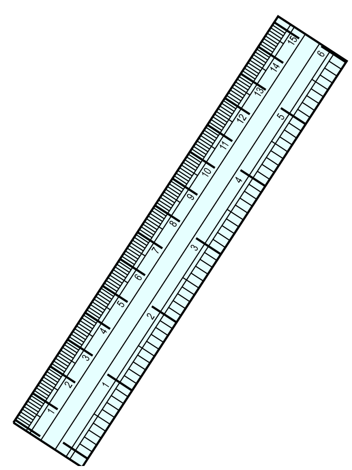
باب 14

عملی جیومیٹری
(Practical Geometry)

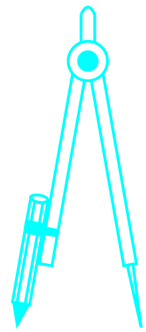
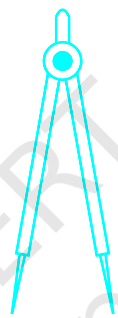
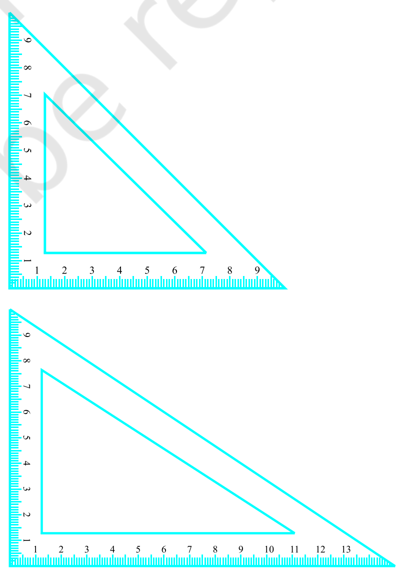
14.1 تعارف (Introduction)

ہم بہت سی جانی پہچانی شکلیں دیکھتے ہیں۔ بہت سی تصاویر بھی بناتے ہیں۔ ان تصاویر میں مختلف شکلیں بھی شامل ہوتی ہیں۔ پچھلے ابواب میں ہم نے ان میں سے کچھ اشکال کے بارے میں پڑھا بھی ہے۔ آپ ایسی کچھ شکلوں کی فہرست کیوں نہیں بنالیتے جن کو آپ جانتے ہیں اوراس کے ساتھ ساتھ یہ بھی کہ یہ کیسی لگتی ہیں؟

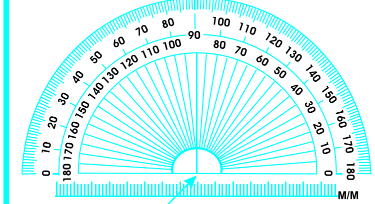
اس سبق میں ہم ان اشکال کو بنانا سیکھیں گے۔ان شکلوں کو بنانے کے لیے ہمیں کچھ تو آلات (Instruments) استعمال کرنے ہوں گے۔ آیئے ان کو دیکھتے ہیں اور ان کے نام اور استعمال سے بھی واقفیت حاصل کرتے ہیں۔

نمبر شمار	نام	بیان	استعمال
1۔	پیمانہ (اسکیل) 	ویسے تو تصوراتی طور پر پیمانہ پر کوئی نشان نہیں لگاہوتا مگر آپ کے جیومیٹری باکس میں جو پیمانہ ہے اس کے ایک کنارے پر سینٹی میٹر کے نشان لگے ہوتے ہیں اور کبھی کبھی دوسرے کنارے پر انچ کے نشان لگے ہوتے ہیں۔	قطعہ خط بنانے اور ان کی لمبائی ناپنے کے لیے

© NCERT not to be republished

2۔ پرکار (کمپاس)  	ایک ایسا جوڑا جس کے ایک کنارے پر سوئی اور دوسرے کنارے پر پنسل ہو۔	برابر لمبائیوں پر نشان لگانا مگر ان کو ناپنا نہیں۔ دائرے اور قوس بنانے میں
3۔ ڈیوائڈر 	سوئیوں کا ایک جوڑا	لمبائیوں کا موازنہ کرنا
4۔ سیٹ اسکوائر 	دو مثلث نما ٹکڑے ان میں سے ایک کے راسوں پر °45، °45، °90 کے زاویے ہوتے ہیں اور دوسرے کے راسوں کے زاویے °30، °60، °90 ہوں۔	عمودی اور متوازی خطوط بنانے کے لیے۔

© NCERT not to be republished

5۔ چاندہ 	ایک نصف گولائی والا پیمانہ جس میں °180 کے حصوں والے نشانات لگے ہوتے ہیں۔ یہ ناپ دائیں طرف °0 سے شروع ہو کر بائیں طرف °180 تک جاتا ہے اور اس کے برعکس بھی۔	زاویوں کو بنانے اور ناپنے کے لیے

اب ہم ''پیمانہ اور پرکار'' کے ذریعہ شکلیں بنانا سیکھیں گے۔ جس میں پیمانہ کا استعمال صرف خطوط بنانے اور پرکار کا استعمال صرف قوس بنانے کے لیے کیا جائے گا۔

ان اشکال کو بناتے وقت احتیاط سے کام لیجیے۔

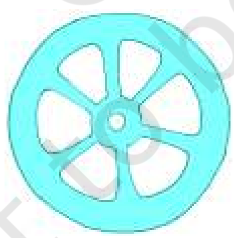
یہاں پر کچھ گر بتائے گئے ہیں جو آپ کی مدد کریں گے۔

(a) خطوط کو باریک بنائیے اور نقطوں کو ہلکے سے لگائیے۔

(b) اپنے آلات کے اوپری سرے نوکیلے اور کنارے سیدھے رکھیے۔

(c) اپنے باکس میں دو پنسلیں رکھیے ایک کو پرکار میں لگا کر رکھیے اور دوسری کو خطوط یا قوس بنانے اور نقطہ لگانے میں استعمال کیجیے۔

14.2 سرکل (The Circle)



یہاں دکھائے گئے پہیے کو دیکھیے۔ اس کے احاطہ (Boundary) کا ہر نقطہ اس کے مرکز سے برابر فاصلہ پر ہوتا ہے۔ کیا آپ کچھ اور چیزیں بتا اور بنا سکتے ہیں؟ ایسی پانچ چیزوں کے بارے میں سوچیے جن کی شکل ایسی ہی ہو۔

14.2.1 دائرہ بنانا جب کہ اس کا نصف قطر معلوم ہو

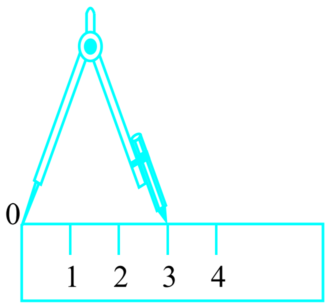
(Construction of a Circle when its Radius is known)

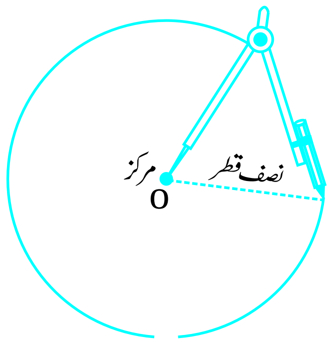
مان لیجیے ہم 3 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک دائرہ بنانا چاہتے ہیں۔ ہم کو یہاں پرکار کی ضرورت ہوگی۔ یہاں کچھ اقدام (Steps) دیے گئے ہیں۔ ان کے حساب سے چلیے۔

قدم 1: مطلوبہ نصف قطر 3 سینٹی میٹر کے لیے پرکار کو کھولیے۔

قدم 2: نوکیلی پنسل سے ایک نقطہ لگائیے جہاں ہم دائرہ کا مرکز بنانا چاہتے ہیں۔ اس کا نام 0 رکھیے۔

© NCERT not to be republished





قدم 3 : پرکار کی سوئی O پر رکھیے۔

قدم 4 : پرکار کو دائرہ بنانے کے لیے دھیرے دھیرے گھمائیے، گھماؤ کو ایک ہی بار میں پورا کرنے کی کوشش کیجیے۔

سوچیے، آپس میں بات چیت کیجیے اور لکھیے ۔

دیے گئے مرکز O اور نقطہ P سے گزرتے ہوئے آپ کتنے دائرے بنا سکتے ہیں؟

مشق 14.1

1۔ 3.2 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔

2۔ ایک ہی مرکز O سے دو دائرے بنائیے جن کے نصف قطر 4 سینٹی میٹر اور 2.5 سینٹی میٹر ہو۔

3۔ ایک دائرہ بنائیے اور اس کے کوئی دو قطر بنائیے۔ اگر آپ ان دونوں قطر کے کناروں کو ملائیں تو آپ کو کون سی شکل حاصل ہوگی؟ اگر دونوں قطر ایک دوسرے کے عمودی ہیں تو کون سی شکل حاصل ہوگی؟ آپ اپنے جواب کی جانچ کیسے کریں گے؟

4۔ ایک دائرہ بنائیے اور نقطے A، B، اور C کو اس طرح لگائیے کہ

(a) نقطہ A دائرے پر ہو۔

(b) نقطہ B دائرے کے اندرون میں ہو۔

(c) نقطہ C دائرے کے بیرون میں ہو۔

5۔ ایک ہی نصف قطر کے دو دائروں کے مرکز A اور B ہیں ان دائروں کو ایسے بنائیے کہ ایک دائرہ دوسرے کے مرکز سے گزرے مان لیجیے وہ دونوں دائرے ایک دوسرے کو نقطہ C اور D پر کاٹتے ہیں۔ دیکھیے کیا AB اور CD زاویہ قائمہ بنا رہے ہیں۔

14.3 قطعہ خط (A Line Segment)

یاد رکھیے کہ قطعہ خط کے دوسرے کے نقطے ہوتے ہیں۔ اس کی وجہ سے ہی اس کی لمبائی کو ایک پیمانے سے ناپنا ممکن ہے۔

© NCERT not to be republished

اگر ہم ایک قطعہ خط کی لمبائی جانتے ہیں تو اس کو تصویر کے ذریعے ظاہر کرنا ممکن ہے۔ آیئے دیکھیں کہ اس کو ہم کیسے کرسکتے ہیں۔

14.3.1 دی گئی لمبائی کا قطعہ خط بنایئے
(Construction of a Line Segment of a given length)

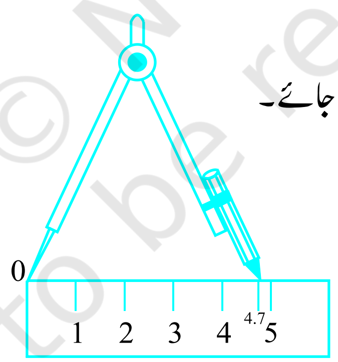
مان لیجیے ہم 4.7 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطعہ خط بنانا چاہتے ہیں۔اس کے لیے ہم اپنا پیمانہ استعمال کرسکتے ہیں اور نقطے A اور B اس طرح لگایئے کہ ان کے درمیان 4.7 سینٹی میٹر کا فاصلہ ہو A اور B کو ملایئے۔ آپ کو $\overline{AB}$ حاصل ہوگا۔ جب نقطے A اور B کے نشان لگائیں تو ہم کو پیمانہ کی بالکل سیدھ میں اوپر (یا نیچے) دیکھنا ہے نہیں تو ہم کو غلط ناپ حاصل ہوگا۔

پیمانہ اور پرکار کا استعمال (Use of ruler and compasses)

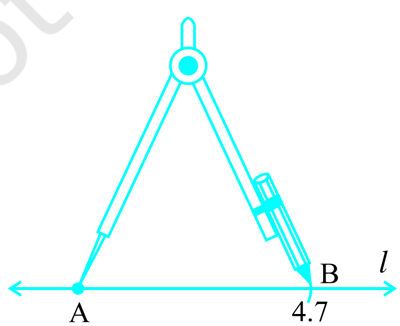
دی گئی لمبائی کا قطعہ خط بنانے کا ایک بہتر طریقہ پرکار کا استعمال کرکے بنانا ہے۔

قدم 1 : ایک خط l بنایئے اور خط l پر ایک نقطہ لگایئے۔

قدم 2 : پرکار کی سوئی پیمانہ کے 0 کے نشان پر رکھتے ہوئے پرکار کو اتنا کھولیے کہ پنسل کی نوک 4.7 سینٹی میٹر کے نشان پر پہنچ جائے۔

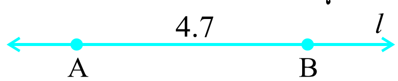


قدم 3 : پرکار میں کھولے گئے فاصلے کو بدلے بغیر اس کی سوئی نقطہ A پر رکھیے اور خط L پر ایک نقطہ B پر قوس لگایئے۔



© NCERT not to be republished

قدم 4 : $\overline{AB}$ مطلوبہ لمبائی کا قطعہ خط ہے۔



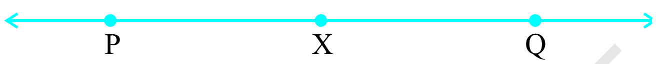
مشق 14.2

1۔ پیمانہ کا استعمال کرتے ہوئے 7.3 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطعہ خط بنائیے۔

2۔ پیمانہ اور پرکار کا استعمال کرتے ہوئے 5.6 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطعہ خط بنائیے۔

3۔ 7.8 سینٹی میٹر لمبائی کا $\overline{AB}$ بنائیے اس میں سے 4.7 سینٹی میٹر لمبائی $\overline{AC}$ کاٹیے۔ $\overline{BC}$ کو ناپیے۔

4۔ 3.9 سینٹی میٹر لمبی $\overline{AB}$ دی گئی ہے۔ $\overline{AB}$ کی دوگنی لمبائی کے برابر لمبائی والا $\overline{PQ}$ بنائیے۔ ناپ کر ثابت کیجیے۔



(اشارہ : $\overline{PX}$ کو اس طرح بنائیے کہ PX کی لمبائی برابر ہو، $\overline{AB}$ کی لمبائی کے۔ پھر $\overline{XQ}$ کو اس طرح کاٹیے کہ $\overline{XQ}$ کی لمبائی بھی $\overline{AB}$ کی لمبائی کے برابر ہو۔ اس طرح $\overline{PX}$ کی لمبائی اور $\overline{XQ}$ کی لمبائی کو جوڑنے سے $\overline{AB}$ کی لمبائی کے دوگنا ہوگی۔)

5۔ 7.3 سینٹی میٹر لمبائی کا $\overline{AB}$ اور 3.4 سینٹی میٹر کا $\overline{CD}$ دیا گیا ہے۔

ایک قطعہ خط $\overline{XY}$ ایسا بنائیے کہ $\overline{XY}$ کی لمبائی، $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ کی لمبائیوں کے فرق کے برابر ہو، ناپ کر تصدیق کیجیے۔

14.3.2 دیئے گئے قطعہ خط کی نقل بنانا

(Constructing a copy of a given Line Segment)

مان لیجیے آپ ایک ایسا قطعہ خط بنانا چاہتے ہیں جس کی لمبائی دیے گئے خط $\overline{AB}$ کے برابر ہو۔

ایک جلد اور فطری طریقہ یہ ہے کہ آپ اپنا پیمانہ استعمال کریں (جس پر سینٹی میٹر اور میلی میٹر بنے ہوں) اس پیمانہ سے آپ $\overline{AB}$ کی لمبائی ناپیے اور اسی لمبائی کا ایک دوسرا خط $\overline{CD}$ بنائیے۔

دوسرا طریقہ ٹریسنگ پیپر (مومی کاغذ) استعمال کرنے کا ہے جس کے ذریعہ کاغذ کے دوسرے حصہ پر $\overline{AB}$ کو ٹریس کر لیجیے۔ لیکن ان طریقوں سے آپ کو ہمیشہ بالکل درست نتیجے نہیں ملتے۔

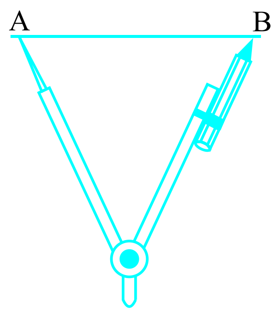
بہتر ہوگا کہ ان قطعہ خط کو بنانے کے لیے ہم پیمانہ اور پرکار کا استعمال کریں۔

$\overline{AB}$ کی ایک نقل بنانے کے لیے :

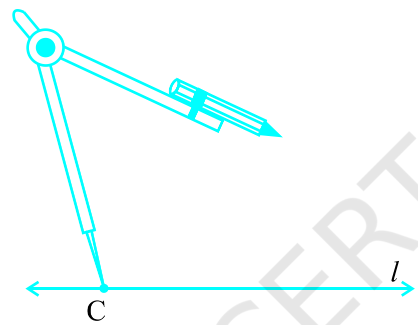
© NCERT not to be republished

قدم 1 : ایک خط $\overline{AB}$ دیا گیا ہے جس کی لمبائی ہم کو معلوم نہیں ہے۔

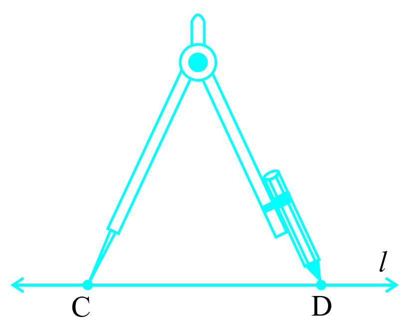
قدم 2 : پرکار کی سوئی نقطہ A پر رکھیے اور پنسل B پر رکھیے پرکار کا پھیلاؤ $\overline{AB}$ کی لمبائی کے برابر ہے۔



قدم 3 : ایک خط l بنائیے اور l پر ایک نقطہ C منتخب کیجیے۔ پرکار کے پھیلاؤ میں کسی قسم کی تبدیلی کیے بغیر اس کی سوئی نقطہ C پر رکھیے۔



قدم 4 : اب خط L پر ایک چھوٹا سا قوس (نشان) بنائیے اور اسے D سے ظاہر کیجیے۔ اس طرح حاصل ہونے والا قطعہ خط $\overline{CD}$ ہی مطلوبہ قطعہ خط ہے جس کی لمبائی قطعہ خط $\overline{AB}$ کی لمبائی کے برابر ہے یا جو $\overline{AB}$ کی نقل ہے۔



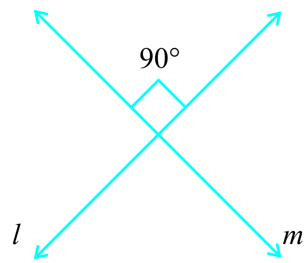
© NCERT not to be republished

مشق 14.3

1۔ ایک قطعہ خط $\overline{PQ}$ بنائیے $\overline{PQ}$ کو ناپے بغیر اس کی ایک نقل بنائیے۔

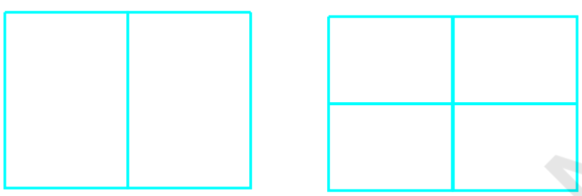
2۔ ایک قطعہ خط $\overline{AB}$ دیا گیا ہے اس کی لمبائی آپ کو معلوم نہیں ہے۔ ایک ایسا قطعہ خط $\overline{PQ}$ بنائیے جس کی لمبائی قطعہ خط $\overline{AB}$ کی لمبائی کی دوگنی ہو۔

14.4 عمودی خط (Perpendiculars)



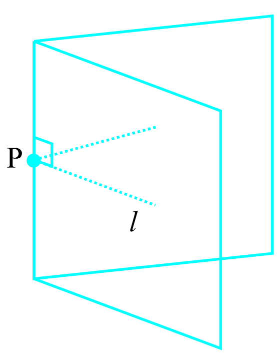
آپ جانتے ہیں کہ دو خطوط (یا شعاعیں یا قطعہ خط) عمودی خطوط کہلاتے ہیں اگر وہ دونوں ایک دوسرے کو اس طرح کاٹیں کہ ان کے درمیان بننے والے زاویے زاویہ قائمہ ہوں۔ شکل میں خطوط l اور m عمودی خطوط ہیں۔

اسے کیجیے



اپنے آس پاس کہاں کہاں آپ کو عمودی خطوط دکھائی دیتے ہیں؟ ایک کاغذ کا ٹکڑا لیجیے اس کو بیچ سے موڑیے اور دبا کر ایک نشان بنائیے۔ اب کاغذ کو دوسری سمت میں بھی بیچ سے ہی موڑیے اور دبا کر نشان بنائیے۔ اب کاغذ کو کھولیے۔ دونوں نشان ایک دوسرے کے عمودی ہیں۔

14.4.1 دیئے ہوئے خط پر ایک نقطہ سے خط عمود کھینچنا (Perpendicular to a Line through a Point on it)



ایک خط l جو ایک کاغذ پر بنا ہوا ہے اور اس پر واقع ایک نقطہ P دیا گیا ہے۔ خط l پر ایک ایسا عمود جو نقطہ P سے ہو کر گزرتا ہو، بنانا آسان ہے۔

کاغذ کو اس طرح موڑیں کہ کاغذ کے دونوں حصوں پر خط کے حصہ ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لیں۔

اس مشغلہ کے لیے چھپائی والا کاغذ (ٹریسنگ پیپر) یا آر پار دیکھنے والا کاغذ ٹرانسپیرینٹ پیپر زیادہ بہتر رہے گا۔ ایک ایسا کاغذ لیجیے اور اس پر

© NCERT not to be republished

ایک خط l بنایئے اب اس خط l پر ایک ایک نقطہ لگایئے اور اس کو P سے ظاہر کیجیے۔

اب کاغذ کو اس طرح موڑیے کہ نقطہ P موڑ پر نہیں آئے اور خط l کی پر چھائیں خود اس پر ہی پڑے۔

موڑ کو دبایئے اور پھر کاغذ کو کھولیے موڑ کا نشان خط l پر عمود بنا رہا ہے۔

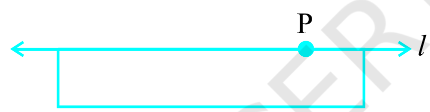
سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے۔

یہ ایک عمودی خط ہے، اس کی جانچ آپ کیسے کریں گے؟ غور کیجیے کہ یہ عمود نقطہ P سے گزر رہا ہے اور یہی ہم چاہ بھی رہے تھے۔

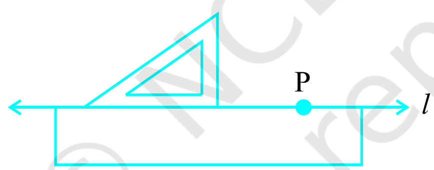
ایک چیلنج : پیمانہ اور سیٹ اسکوائر کے ذریعے عمود کھینچنا۔

قدم 1 : ایک خط l اور ایک نقطہ P دیا گیا ہے غور کیجیے کہ نقطہ P، خط 1 پر واقع ہے۔

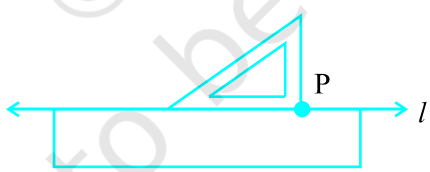
قدم 2 : پیمانہ کو خط 1 پر اس طرح رکھیے کہ اس کا کنارہ خط ملا ہوا ہو اس کو ٹھیک سے پکڑیے۔

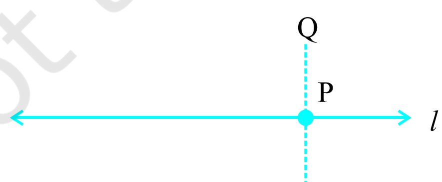


قدم 3 : پیمانہ کو ساکن رکھتے ہوئے ایک سیٹ اسکوائر کو اس طرح رکھیے کہ اس کے زاویہ قائمہ کا ایک ضلع پیمانہ کے تماس میں رہے۔



قدم 4 : سیٹ اسکوائر کو پیمانہ کی سمت میں اتنا کھسکایئے کہ اس زاویہ قائمہ کا راس نقطہ P کے ہم نقطہ ہو جائے۔





قدم 5: اس حالت میں سیٹ اسکوائر کو مستحکم رکھتے ہوئے اس کے کنارے کی سمت میں ایک خط $\overline{PQ}$ بنایئے۔

خط $\overline{PQ}$ ہی خط l پر مطلوبہ عمود ہے (آپ اس بات کو کہنے کے لیے علامت $\perp$ کا استعمال کیسے کرتے ہیں؟)۔

نقطہ P پر بنے زاویہ کو ناپ کر اس کو ثابت کیجیے۔

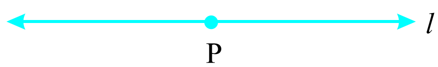
کیا ہم پیمانہ کی جگہ دوسرا سیٹ اسکوائر استعمال کر سکتے ہیں؟ اس کے بارے میں سوچیے۔

© NCERT not to be republished

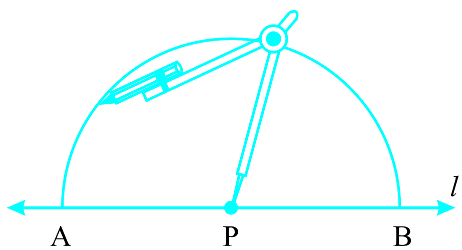
پیمانہ اور پرکار کے ذریعے شکلیں بنانے کا طریقہ (Method of ruler and compasses)

جیومیٹری میں عام طور پر عمود کو پیمانہ اور پرکا کا استعمال کر کے بناتے ہیں جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے۔

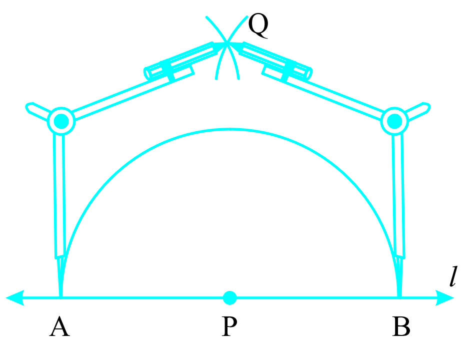
قدم 1 : خط L پر ایک نقطہ P دیا گیا ہے۔



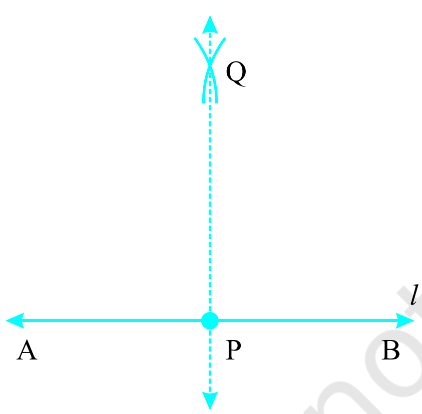
قدم 2 : P کو مرکز مان کر ایک موزوں سا نصف قطر لے کر ایک ایسی قوس لگائیے جو خط l کو دو نقطوں A اور B پر کاٹے۔



قدم 3 : A اور B کو مرکز مان کر اور AP کی لمبائی سے زیادہ نصف قطر لے کر دو قوس اس طرح لگائیے کہ وہ ایک دوسرے کو نقطہ Q پر کاٹیں۔



قدم 4 : $\overline{PQ}$ کو ملائیے۔ اب $\overline{PQ}$ ہی قطعہ خط l کا عمود ہے ہم اس کو $l \perp \overline{PQ}$ لکھتے ہیں۔

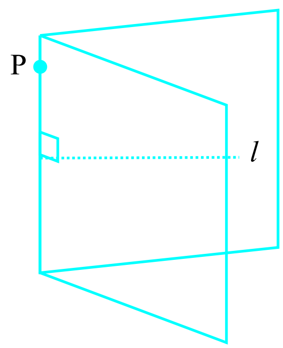


© NCERT not to be republished

14.4.2 دیے ہوئے خط پر ایک ایسے نقطہ سے عمود کھینچنا ہے جو خط پر واقع نہ ہو

اسے کیجیے

پیپر فولڈنگ (Paper Folding)



اگر ہم کو ایک خط l اور ایک نقطہ P جو l پر واقع نہیں ہے، دیا گیا ہے اور ہم اس خط L پر ایک ایسا عمود کھینچنا چاہتے ہیں جو نقطہ P سے ہو کر گزرے پہلے کی طرح ہی اس کو بھی ہم کاغذ موڑ کر آسانی سے کر سکتے ہیں۔

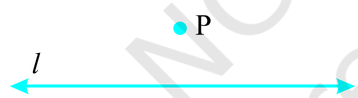
ایک کاغذ کا ٹکڑا لیجیے اگر آر پار دیکھنے والا ہو تو اچھا ہے اس پر ایک خط L بنائیے۔

خط L سے کچھ فاصلہ پر ایک نقطہ P لگائیے۔

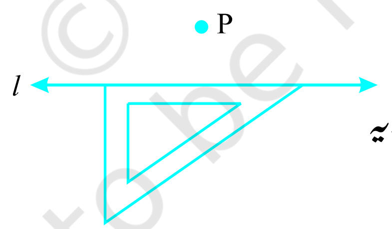
کاغذ کو ایسے موڑیے کہ موڑ کے نشان پر P آئے۔

کاغذ کو کھولیے۔ موڑ کا نشان خط l پر مطلوبہ عمود ہے جو P سے گزرتا ہے۔

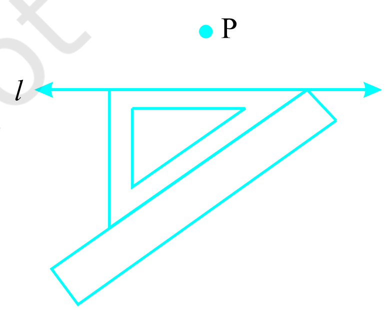
پیمانہ اور سیٹ اسکوائر کے ذریعے بنانے کا طریقہ



قدم 1 : ایک خط l دیا گیا ہے اور ایک ایسا نقطہ P جو خط l سے باہر واقع ہے۔

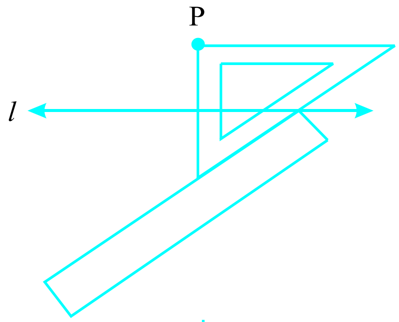


قدم 2 : ایک سیٹ اسکوائر کو خط l پر اس طرح رکھیے کہ اس کے زاویہ قائمہ کا ایک کنارہ خط سے ملا l کی سمت میں رہے۔

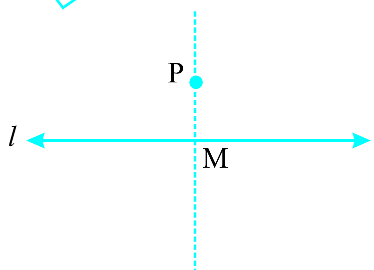


قدم 3 : اب سیٹ اسکوائر کو ساکن رکھتے ہوئے، پیمانہ زاویہ قائمہ کے مقابل کنارے پر رکھیے۔

© NCERT not to be republished



قدم 4 : پیمانہ کو ساکن رکھتے ہوئے سیٹ اسکوائر کو پیمانہ کی سمت میں اس طرح کھسکائیے کہ اس کا دوسرا کنارہ دیے ہوئے نقطہ P سے ہو کر گزرے۔

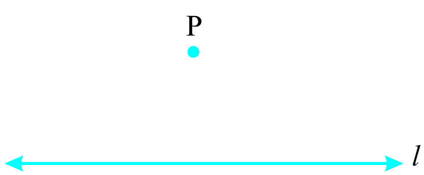


قدم 5 : سیٹ اسکوائر کے کنارے (P والے) کی سمت میں خط PM کھینچیے جو کہ خط l کو نقطہ M پر چھوئے گا۔

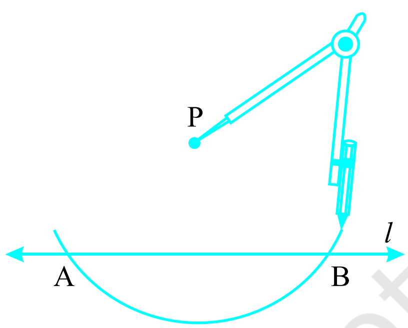
اب $\overline{PM} \perp l$

پیمانہ اور پرکار کے استعمال کا طریقہ

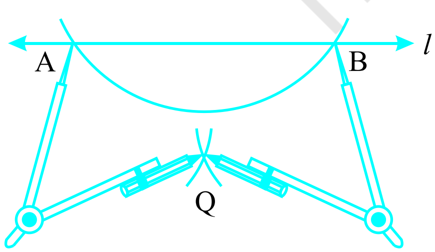
زیادہ بہتر طریقہ، یقیناً، پیمانہ اور پرکار کا طریقہ ہے۔



قدم 1 : ایک خط l دیا گیا ہے اور ایک ایسا نقطہ P جو خط l پر واقع نہیں ہے۔



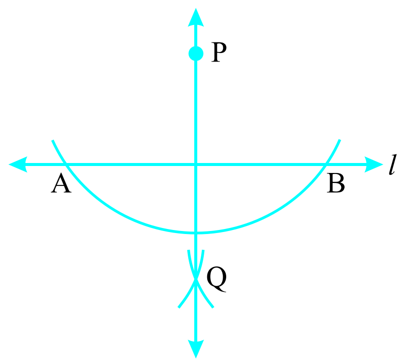
قدم 2 : P کو مرکز مان کر ایک ایسی قوس لگائیے جو خط l کو دو نقطوں A اور B پر کاٹے۔



قدم 3 : A اور B کو مرکز مان کر اس نصف قطر کو لے کر دو قوس اس طرح لگائیے کہ وہ ایک دوسرے کو کاٹیں۔ اس نقطہ کو Q سے ظاہر کیجیے۔

© NCERT not to be republished

قدم4 : PQ کو ملائیے۔ اس طرح $\overline{PQ}$ ہی قطعہ خط l کا مطلوبہ عمود ہے۔



مشق 14.4

1۔ ایک قطعہ خط $\overline{AB}$ بنائیے۔ اس پر ایک نقطہ M لیجیے۔
$\overline{AB}$ پر M سے ہوکر گزرنے والا ایک عمود کھینچیے (پیمانہ اور پرکار کا استعمال کرکے)۔

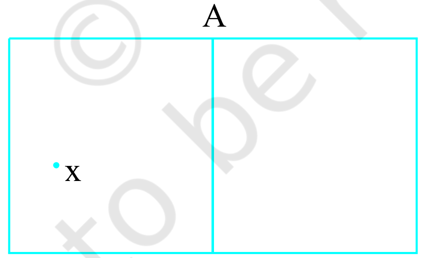
2۔ ایک قطعہ خط $\overline{PQ}$ بنائیے۔ ایک نقطہ R لیجیے جو اس خط پر واقع نہیں ہے۔
$\overline{PQ}$ پر R سے ہوکر گزرنے والا ایک عمود کھینچیے (پیمانہ اور سیٹ اسکوائر کا استعمال کرکے)۔

3۔ ایک قطعہ خط l بنائیے اس پر ایک نقطہ X لیجیے۔ l پر X سے ہوکر گزرنے والا عمودی خط $\overline{XY}$ بنائیے۔
اب قطعہ خط $\overline{XY}$ کے نقطہ Y پر ایک عمود بنائیے (پیمانہ اور پرکار کا استعمال کرکے)۔

14.4.3 ایک قطعہ خط کا عمودی ناصف بنانا
(The Perpendicular Bisector of a Line Segment)

اسے کیجیے

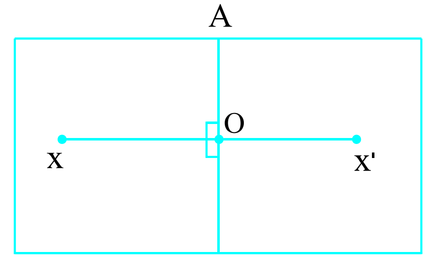
A



B

ایک کاغذ کو موڑئے۔ مان لیجیے کہ موڑ کا نشان $\overline{AB}$ ہے۔ کاغذ پر کہیں بھی روشنائی سے نقطہ X لگائیے جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔ $\overline{AB}$ کو آئینہ کا خط مان کر x کی پرچھائیں x' معلوم کیجیے۔ مان لیجیے $\overline{AB}$ اور XX' نقطہ O پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں۔ کیا OX = OX' ہے؟ کیوں؟

A



B

اس کا مطلب ہے کہ XX' $\overline{AB}$ کو دو برابر کے حصوں میں بانٹ رہی ہے یعنی $\overline{AB}$ خط XX' کا ناصف ہے۔ اس پر بھی دھیان دیجیے کہ ∠AOX اور ∠BOX دونوں زاویہ قائمہ ہیں (کیوں؟)۔

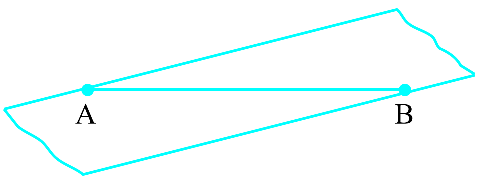
اس طرح $\overline{AB}$ خط XX' کا عمودی ناصف ہوا۔ ہم شکل میں $\overline{AB}$ کا صرف ایک ہی حصہ دیکھتے ہیں۔ کیا دو نقطوں کو ملانے والے خط کا عمودی ناصف تناسب کے خط (Axis of symmetry) جیسا ہی ہے؟

© NCERT not to be republished

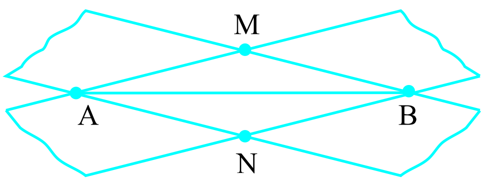
اسے کیجیے

آر پار دیکھنے والے ٹیپ (Transparent Tapes)

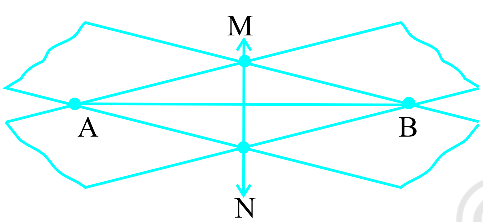
قدم 1: ایک قطعہ خط AB بنائیے۔



قدم 2: ایک مستطیل نما ساہی ٹیپ کی پٹی $\overline{AB}$ پر اس طرح ترچھا رکھیں گے کہ اس کے کنارے نقطہ A اور نقطہ P کو چھوئیں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔



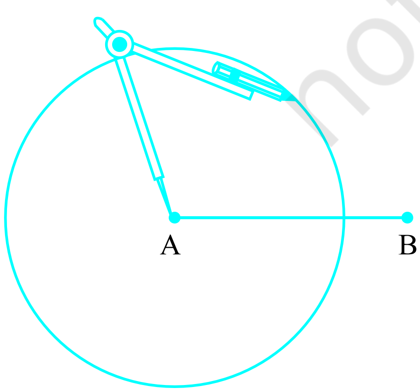
قدم 3: پہلے والے جیسا ہی ایک اور ٹیپ لیجیے اور A اور B پر اس طرح رکھیے کہ پہلے والے ٹیپ پر سے یہ آڑھی ہو جائے یہ دونوں پٹیاں M اور N پر کراس (Cross) کررہی ہیں۔



قدم 4: M اور N کو ملائیے۔ کیا MN، خط $\overline{AB}$ کا ناصف ہے؟ ناپیے اور صحیح ثابت کیجیے کیا یہ $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف بھی ہے۔ $\overline{AB}$ کا وسطی نقطہ کہاں ہے؟

پیمانہ اور پرکار کے ذریعہ اشکال بنانا (Construction using Ruler and Compasses)

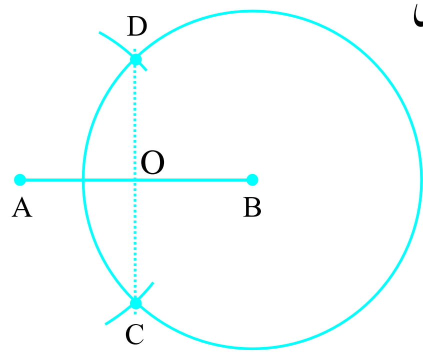
قدم 1: کسی بھی لمبائی کا ایک قطعہ خط $\overline{AB}$ بنائیے۔



قدم 2: A کو مرکز مان کر پرکار کے ذریعے ایک دائرہ بنائیے۔ آپ کے دائرہ کا نصف قطر خط $\overline{AB}$ کی لمبائی کے آدھے سے زیادہ ہونا چاہیے۔

© NCERT not to be republished

قدم 3 : B کو مرکز مان کر اسی نصف قطر کو لے کر ایک دوسرا دائرہ بنائیے مان لیجیے یہ پہلے والے دائرہ کو نقطہ C اور D پر کاٹ رہا ہے۔



قدم4 : C D کو ملائیے۔ یہ خط $\overline{AB}$ کو نقطہ O پر کاٹ رہی ہے۔ اپنے ڈیوائڈر کا استعمال کرکے یہ ثابت کیجیے کہ نقطہ O خط AB کا وسطی نقطہ (Mid Point) ہے۔ یہ بھی ثابت کیجیے کہ $\angle COA$ اور $\angle COB$ دونوں زاویہ قائمہ ہیں اس لیے CD خط $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف ہے۔

اوپر کی بناوٹ میں ہم کو CD معلوم کرنے کے لیے دو نقطوں C اور D کی ضرورت پڑتی ہے۔ کیا ان کو معلوم کرنے کے لیے پورا دائرہ بنانا ضروری ہے؟ کیا یہ کافی نہیں ہے کہ ہم ان کو چھوٹے چھوٹے قوس لگا کر دکھائیں؟ دراصل ہم عملی طور پر ایسا ہی کرتے ہیں؟

کوشش کیجیے

اوپر دیئے گئے مرحلہ 2 میں اگر ہم نصف قطر کی لمبائی $\overline{AB}$ کی لمبائی کے آدھے سے کم لیں تو کیا ہوگا۔

مشق 14.5

1۔ 7.3 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک خط $\overline{AB}$ بنائیے اور اس کے تناسب کا خط (Axis of Symmetry) معلوم کیجیے۔

2۔ 9.5 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطعہ خط بنائیے اور اس کا عمودی ناصف کھینچیے۔

3۔ خط $\overline{XY}$ جس کی لمبائی 10.3 سینٹی میٹر دی گئی ہے، کا عمودی ناصف بنائیے۔

(a) بنائے گئے ناصف پر ایک نقطہ P لیجیے۔ دیکھیے کیا PX = PY ہے؟

(b) اگر M خط $\overline{AB}$ کا وسطی نقطہ ہے تو آپ M اور $\overline{XY}$ کی لمبائیوں کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں۔

4۔ 12.8 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطعہ خط بنائیے پرکار کا استعمال کرکے اس کو چار برابر کے حصوں میں بانٹیے۔ ناپ کر اس کو ثابت کیجیے۔

5۔ 6.1 سینٹی میٹر لمبائی کے $\overline{PQ}$ کو قطر مانتے ہوئے ایک دائرہ بنائیے۔

6۔ ایک دائرہ کھینچیے جس کا مرکز C ہو اور نصف قطر 3.4 سینٹی میٹر ہو اس کا ایک وتر $\overline{AB}$ بنائیے۔ خط $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف بنائیے اور دیکھیے کیا یہ C سے گزرتا ہے؟

© NCERT not to be republished

7۔ ایک خط $\overline{AB}$ کو قطر مانتے ہوئے سوال نمبر 6 کو دہرائیے۔

8۔ 4 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔ اس کے کوئی دو وتر بنائیے۔ ان وتروں کے عمودی ناصف بنائیے۔ یہ دونوں کہاں ملتے ہیں۔

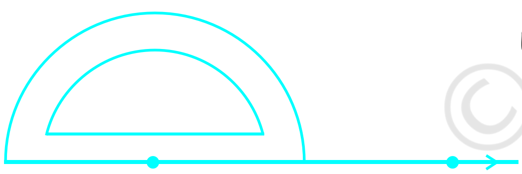
9۔ ایک زاویہ بنائیے جس کا راس O ہے۔ اس زاویہ کے ایک بازو پر نقطہ A اور دوسرے بازو پر نقطہ B۔ اس طرح لگائیے کہ OA = OB ہو۔ $\overline{OA}$ اور $\overline{OB}$ کے عمودی ناصف بنائیے۔ وہ جہاں ملتے ہیں اس نقطہ کو P سے ظاہر کیجیے۔ کیا PA = PB ہے؟

14.5 زاویے (Angles)

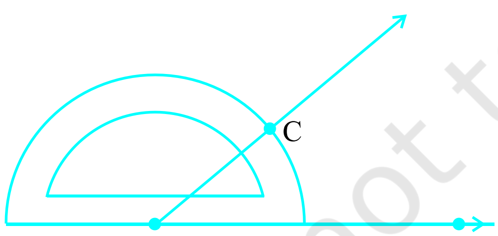
14.5.1 دی گئی پیائش کا زاویہ بنانا
(Constructing an angle of a given measure)

مان لیجیے ہم 40° پیائش کا ایک زاویہ بنانا چاہتے ہیں بناوٹ کے اقدام درج ذیل ہیں:

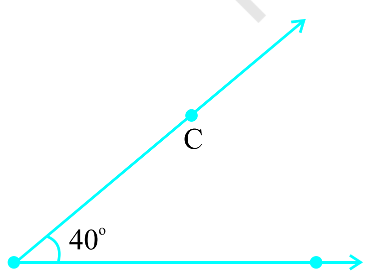
قدم 1 : کسی بھی لمبائی کا ایک خط $\overline{AB}$ کھینچیے۔



قدم 2 : $\overline{AB}$ پر چاندہ کو اس طرح رکھیے کہ چاندہ کا مرکزی نقطہ A پر ہو اور 0 خط $\overline{AB}$ سے ملا رہے۔



قدم 3 : **B** کے قریب چاندہ پر صفر سے شروع کرتے ہوئے 40° والے نشان کے سامنے کاغذ پر نقطہ C لگائیے۔



قدم 4: AC کو ملائیے $\angle BAC$ مطلوبہ زاویہ ہے۔

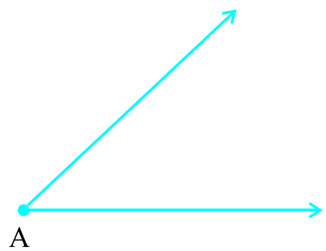
© NCERT not to be republished

14.5.2 ایک نامعلوم پیمائش کے زاویہ کے مساوی زاویہ بنانا

(Constructing a copy of an angle of unknown measure)

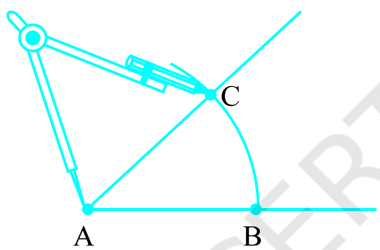
مان لیجیے ایک زاویہ دیا گیا ہے جس کی پیمائش ہم نہیں جانتے ہیں اور ہم اس زاویہ کے مساوی زاویہ بنانا چاہتے ہیں اس کے لیے ہم عام طور پر پیمانہ اور پرکار کا استعمال کرتے ہیں۔

$\angle A$ دیا گیا ہے۔جس کی پیمائش نامعلوم ہے۔

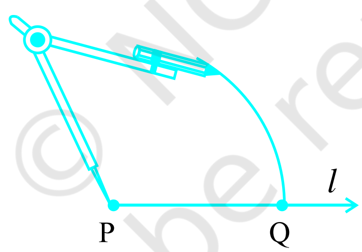


قدم 1 : ایک خط l بنائیے اور اس پر ایک نقطہ P لیجیے۔

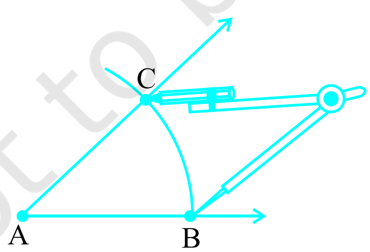
قدم 2 : نقطہ A پر پرکار کی نوک رکھ کر ایک قوس کھینچیے جو $\angle A$ کے اضلاع کو بالترتیب B اور C پر قطع کرتا ہے۔



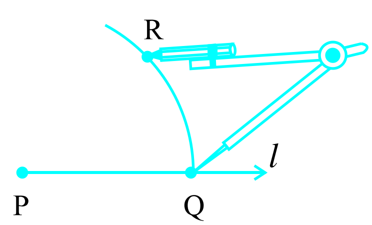
قدم 3 : P کو مرکز مان کر پرکار کے اسی پھیلاؤ سے ایک قوس کھینچیے جو خط l کو نقطہ Q پر قطع کرے۔



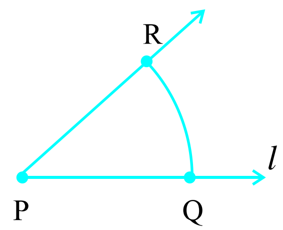
قدم 4 : اپنے پرکار کو BC لمبائی کے لیے نصف قطر کے لیے کھولیے۔



قدم 5 : Q پر پرکار کی نوک رکھیے ۔ اور ایک قوس کھینچیے جو پہلے بنائی گئی قوس کو R پر قطع کرے۔



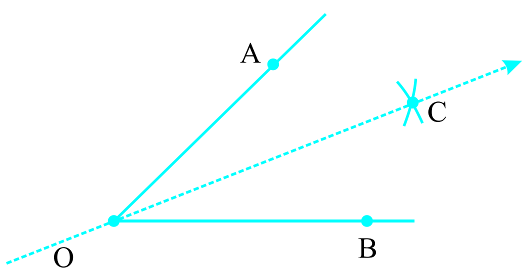
© NCERT not to be republished



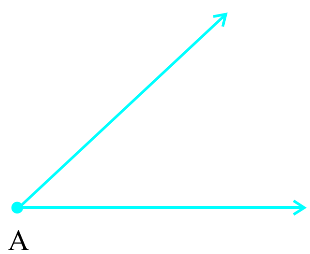
قدم 6 : PR کو ملائیے۔ اس سے ہم کو ∠P ملے گا۔ اس کی پیمائش ∠A کے برابر ہی ہوگی۔

اس کا مطلب ہے ∠QPR کی پیمائش ∠BAC کے برابر ہی ہے۔

14.5.3 زاویہ کا ناصف (Bisector of an angle)

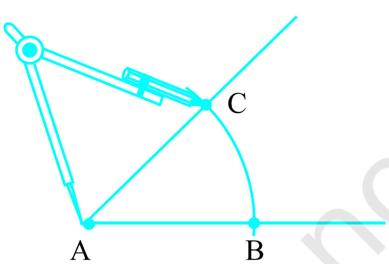


ایک کاغذ لیجیے اس پر ایک نقطہ O لگائیے O کو ابتدائی نقطہ مانتے ہوئے دو شعاعیں $\overrightarrow{OA}$ اور $\overrightarrow{OB}$ کھینچیے۔ آپ کو ∠AOB ملے گا۔ کاغذ کو O کے ذریعے ایسے موڑیے کہ شعاع $\overrightarrow{OA}$ اور $\overrightarrow{OB}$ ایک دوسرے پر پڑیں۔ کاغذ کھولنے پر کاغذ کے موڑ کو ہم مان لیجیے OC سے ظاہر کر رہے ہیں۔



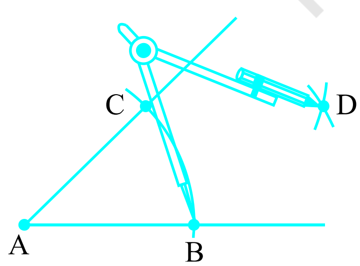
صاف ظاہر ہے کہ ∠AOB کے لیے خط OC ایک تناسب کا خط ہے۔ ∠AOC اور ∠COB کو ناپیے کیا یہ برابر ہیں؟ اس لیے OC ایک تناسب کا خط ہے اور اس کو ∠AOB کا ناصف کہتے ہیں۔

پیمانہ اور پرکار کے ذریعے اشکال بنانا
(Construction with ruler and compasses)



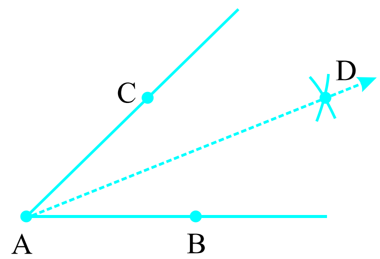
ایک زاویہ ∠A دیا گیا ہے۔

قدم 1 : A کو مرکز مان کر اور پرکار کا استعمال کرتے ہوئے ایک قوس کھینچیے جو ∠A کے دونوں ضلعوں کو کاٹے۔ قطع کیے گئے نقطوں کو C اور B کے نام سے ظاہر کیجیے۔



قدم 2 : B کو مرکز مان کر اور BC کی لمبائی کے آدھے سے زیادہ نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچیے ∠A کے اندرون میں

© NCERT not to be republished



قدم 3 : C کو مرکز مان کر اور مرحلہ 2والے نصف قطر سے A∠ کے اندرون میں ایک اور قوس لگائیے۔مان لیجیے کہ یہ دونوں قوس نقطہ D پر قطع کرتی ہیں اس طرح $\overline{AD}$ ہیA∠ کا مطلوبہ ناصف ہے۔

کوشش کیجیے

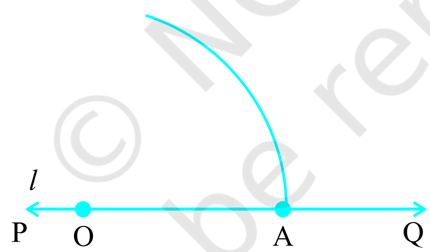
اوپر دیئے گئے مرحلہ 2 میں نصف قطر BC کی لمبائی کے آدھے سے کم ہوتو کیا ہوگا؟

14.5.4 مخصوص پیائش کے زاویے بنانا (Angles of special measures)

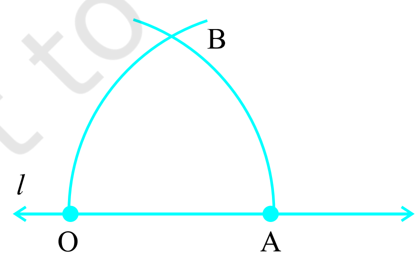
چاندے کا استعمال کیے بغیر کچھ مخصوص پیائش کے زاویے بنانے کے کچھ بہت ہی عمدہ اور قطعی درست طریقہ بھی ہیں ان میں سے کچھ کی ہم یہاں بات کرتے ہیں۔

60° کا زاویہ بنانا (Constructing a 60° Angle)

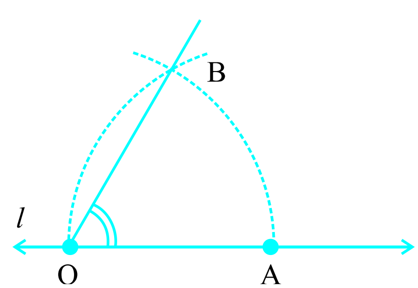
قدم 1 : ایک خط *l* کھینچیے اور اس پر ایک نقطہO بنائیے



قدم 2 : پرکار کی سوئیO پر رکھیے اور مناسب نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچیے جو خط $\overleftrightarrow{PQ}$ کونقطہA پر قطع کرے۔



قدم 3 : پرکار کی سوئی A پر رکھیے۔A کو مرکز مان کر اور ایک ایسا قوس بنائیے جوO سے گزرے ۔



قدم 4 : مان لیجیے دونوں قوس نقطہ B پر ایک دوسرے کوقطع کررہے ہیں OB کو ملائیے ہم کو BOA∠ ملا جس کی پیائش 60° ہے۔

© NCERT not to be republished

30° کا زاویہ بنانا (Constructing a 30° angle)

اوپر دکھائے گئے طریقہ سے 60° کا زاویہ بنائیے اب اس زاویہ کا ناصف کھینچیے۔ ہر زاویہ 30° کا ہے۔ چاندے کی مدد سے اس کو ثابت کیجیے۔

کوشش کیجیے

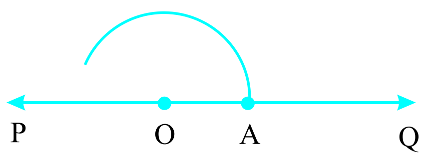
15° کا زاویہ آپ کیسے بناسکتے ہیں؟

120° کا زاویہ بنانا (Constructing a 120° angle)

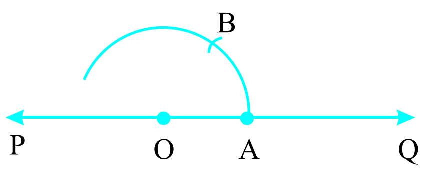
120° کا زاویہ اور کچھ نہیں صرف 60° کے زاویے کا دوگنا ہی تو ہے۔ اس لیے اس کو مندرجہ ذیل طریقہ سے بنایا جاسکتا ہے۔

قدم 1: ایک خط PQ بنائیے اور اس پر ایک نقطہ O لیجیے۔

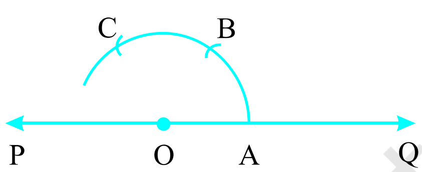
قدم 2: پرکار کی سوئی O پر رکھیے اور مناسب نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچیے جو کہ خط کو نقطہ A پر قطع کرے۔



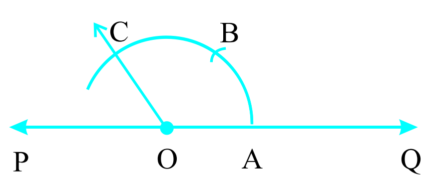
قدم 3: A کو مرکز مان کر اور پرکار کے نصف قطر کو بدلے بغیر ہی ایک قوس کھینچیے جو کہ پہلی قوس کو نقطہ B پر قطع کرے۔



قدم 4: اب B کو مرکز مان کر اور پرکار کے نصف قطر کو بدلے بغیر ہی ایک اور قوس کھینچیے جو پہلی قوس کو نقطہ C پر قطع کرے۔



قدم 5: OC کو ملائیے۔ ∠COA ہی مطلوبہ زاویہ ہے جس کی پیمائش 120° کے برابر ہے۔



کوشش کیجیے

150° کا زاویہ آپ کیسے بنائیں گے۔

© NCERT not to be republished

90° کا زاویہ بنانا (Constructing a 90° angle)

کسی خط پر ایک نقطہ سے اسی خط پر عمود کھینچنا آپ پہلے ہی سیکھ چکے ہیں۔ یہی آپ کا 90° کا مطلوبہ زاویہ ہے۔

کوشش کیجیے

45° کا زاویہ آپ کیسے بنائیں گے۔

مشق 14.6

1۔ 47° پیمائش کا ایک زاویہ POQ∠ بنایئے اور اس کے تناسب کا خط بنایئے۔

2۔ 147° پیمائش کا ایک زاویہ بنایئے اور اس کا ناصف کھینچیے۔

3۔ ایک زاویہ قائمہ بنایئے اور اس کا ناصف بنایئے۔

4۔ 153° پیمائش کا ایک زاویہ بنایئے اور اس کو چار برابر کے حصوں میں تقسیم کریں۔

5۔ پیمانہ اور پرکار کی مدد سے مندرجہ ذیل زاویے بنایئے۔

(a) 60° (b) 30° (c) 90°

(d) 120° (e) 45° (f) 135°

6۔ 45° کی پیمائش کا ایک زاویہ بنایئے اور اس کا ایک ناصف بتایئے۔ حاصل ہونے والے ہر زاویے کی پیمائش بتایئے۔

7۔ 135° کی پیمائش کا ایک زاویہ بنایئے اور اس کا ایک ناصف بنایئے۔ حاصل ہونے والے ہر زاویے کی پیمائش بتایئے۔

8۔ 70° کا ایک زاویہ بنایئے۔ اس زاویہ کے برابر رولر اور پرکار کی مدد سے ایک زاویہ بنایئے۔

9۔ 40° کا ایک زاویہ بنایئے۔ اس کے معاون کے برابر ایک زاویہ بنایئے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

اس سبق میں جیومیٹریکل اشکال بنانے کے بہت سے طریقہ بتائے گئے ہیں۔

1۔ اشکال بنانے کے لیے ہم ریاضی کے مندرجہ ذیل آلات کا استعمال کرتے ہیں۔

(i) پیمانہ (ii) پرکار (iii) ڈیوائڈر

(iv) سیٹ اسکوائر (v) چاندہ

2۔ پیمانہ اور پرکار کی مدد سے مندرجہ ذیل اشکال بنائی جاسکتی ہیں۔

(i) ایک دائرہ، جس کا نصف قطر معلوم ہو۔

(ii) ایک قطعہ خط، جس کی لمبائی دی گئی ہو۔

© NCERT not to be republished

(iii) ایک قطعہ خط کا مساوی قطعہ خط۔

(iv) ایک خط پر ایک نقطہ کے ذریعہ عمود بنانا جب کہ وہ نقطہ

(a) خط پر ہو (b) خط پر نہ ہو

(v) دی گئی لمبائی کے قطعہ خط کا عمودی ناصف بنانا۔

(vi) دی گئی پیمائش کا زاویہ بنانا

(vii) ایک زاویہ کا مساوی زاویہ

(viii) دیے گئے زاویہ کا ناصف

(ix) کچھ مخصوص پیمائش کے زاویے جیسے

(a) 90° (b) 45° (c) 60°

(d) 30° (e) 120° (f) 135°

© NCERT not to be republished