गणित

कक्षा 12 के लिए पाठ्यपुस्तक

भाग - II

12082

विद्ययाऽमृतमश्नुते

एन सी ई आर टी
NCERT

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

© NCERT not to be republished

12082 – गणित (भाग 2)
कक्षा 12 के लिए पाठ्यपुस्तक

ISBN 81-7450-668-3 (Part-I)
ISBN 81-7450-731-0 (Part-II)

प्रथम संस्करण
अप्रैल 2007 वैशाख 1929

पुनर्मुद्रण
अक्तूबर 2007 कार्तिक 1929
नवंबर 2009 कार्तिक 1931
दिसंबर 2010 अग्रहायण 1932
जनवरी 2012 पौष 1933
मार्च 2013 फाल्गुन 1934
फरवरी 2014 माघ 1935
जनवरी 2016 पौष 1937
दिसंबर 2016 पौष 1938
नवंबर 2017 अग्रहायण 1939
जनवरी 2019 पौष 1940
जनवरी 2020 पौष 1941
नवंबर 2021 कार्तिक 1943

PD 10T RPS

© राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, 2007

₹ 150.00

एन.सी.ई.आर.टी. वाटरमार्क 80 जी.एस.एम. पेपर पर मुद्रित।

प्रकाशन प्रभाग में सचिव, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, श्री अरविंद मार्ग, नयी दिल्ली 110 016 द्वारा प्रकाशित तथा पेलिकन प्रैस, सी-118, मायापुरी औद्योगिक क्षेत्र, फ़ेज़-II, नयी दिल्ली- 110 064 द्वारा मुद्रित।

सर्वाधिकार सुरक्षित

- प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना इस प्रकाशन के किसी भाग को छापना तथा इलैक्ट्रॉनिकी, मशीनी, फोटोप्रतिलिपि, रिकॉर्डिंग अथवा किसी अन्य विधि से पुन: प्रयोग पद्धति द्वारा उसका संग्रहण अथवा प्रसारण वर्जित है।
- इस पुस्तक की बिक्री इस शर्त के साथ की गई है कि प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना यह पुस्तक अपने मूल आवरण अथवा जिल्द के अलावा किसी अन्य प्रकार से व्यापार द्वारा उधारी पर, पुनर्विक्रय या किराए पर न दी जाएगी, न बेची जाएगी।
- इस प्रकाशन का सही मूल्य इस पृष्ठ पर मुद्रित है। रबड़ की मुहर अथवा चिपकाई गई पर्ची (स्टिकर) या किसी अन्य विधि द्वारा अंकित कोई भी संशोधित मूल्य गलत है तथा मान्य नहीं होगा।

एन.सी.ई.आर.टी. के प्रकाशन प्रभाग के कार्यालय

एन.सी.ई.आर.टी. कैंपस
श्री अरविंद मार्ग
नयी दिल्ली 110 016 फोन : 011-26562708

108, 100 फीट रोड
हेली एक्सटेंशन, होस्डेकेरे
बनाशंकरी III इस्टेज
बेंगलुरु 560 085 फोन : 080-26725740

नवजीवन ट्रस्ट भवन
डाकघर नवजीवन
अहमदाबाद 380 014 फोन : 079-27541446

सी.डब्ल्यू.सी. कैंपस
निकट: धनकल बस स्टॉप पनिहटी
कोलकाता 700 114 फोन : 033-25530454

सी.डब्ल्यू.सी. कॉम्प्लैक्स
मालीगांव
गुवाहाटी 781 021 फोन : 0361-2674869

प्रकाशन सहयोग

अध्यक्ष, प्रकाशन प्रभाग	:	*अनूप कुमार राजपूत*
मुख्य संपादक	:	*श्वेता उप्पल*
मुख्य उत्पादन अधिकारी	:	*अरुण चितकारा*
मुख्य व्यापार प्रबंधक	:	*विपिन दिवान*
संपादक	:	*रेखा अग्रवाल*
उत्पादन सहायक	:	*प्रकाश वीर सिंह*

आवरण, सज्जा एवं चित्र
अरविन्दर चावला

© NCERT not to be republished

आमुख

राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा (2005) सुझाती है कि बच्चों के स्कूली जीवन को बाहर के जीवन से जोड़ा जाना चाहिए। यह सिद्धांत किताबी ज्ञान की उस विरासत के विपरीत है जिसके प्रभाववश हमारी व्यवस्था आज तक स्कूल और घर के बीच अंतराल बनाए हुए है। नयी राष्ट्रीय पाठ्यचर्या पर आधारित पाठ्यक्रम और पाठ्यपुस्तकें इस बुनियादी विचार पर अमल करने का प्रयास है। इस प्रयास में हर विषय को एक मज़बूत दीवार से घेर देने और जानकारी को रटा देने की प्रवृत्ति का विरोध शामिल है। आशा है कि ये कदम हमें राष्ट्रीय शिक्षा नीति (1986) में वर्णित बाल-केंद्रित व्यवस्था की दिशा में काफ़ी दूर तक ले जाएँगे।

इस प्रयत्न की सफलता अब इस बात पर निर्भर है कि स्कूलों के प्राचार्य और अध्यापक बच्चों को कल्पनाशील गतिविधियों और सवालों की मदद से सीखने और सीखने के दौरान अपने अनुभव पर विचार करने का अवसर देते हैं। हमें यह मानना होगा कि यदि जगह, समय और आज़ादी दी जाए तो बच्चे बड़ों द्वारा सौंपी गई सूचना-सामग्री से जुड़कर और जूझकर नए ज्ञान का सृजन कर सकते हैं। शिक्षा के विविध साधनों एवं स्रोतों की अनदेखी किए जाने का प्रमुख कारण पाठ्यपुस्तक को परीक्षा का एकमात्र आधार बनाने की प्रवृत्ति है। सर्जना और पहल को विकसित करने के लिए ज़रूरी है कि हम बच्चों को सीखने की प्रक्रिया में पूरा भागीदार मानें और बनाएँ, उन्हें ज्ञान की निर्धारित खुराक का ग्राहक मानना छोड़ दें।

ये उद्देश्य स्कूल की दैनिक ज़िंदगी और कार्यशैली में काफी फेरबदल की माँग करते हैं। दैनिक समय-सारणी में लचीलापन उतना ही ज़रूरी है, जितना वार्षिक कैलेंडर के अमल में चुस्ती, जिससे शिक्षण के लिए नियत दिनों की संख्या हकीकत बन सके। शिक्षण और मूल्यांकन की विधियाँ भी इस बात को तय करेंगी कि यह पाठ्यपुस्तक स्कूल में बच्चों के जीवन को मानसिक दबाव तथा बोरियत की जगह खुशी का अनुभव बनाने में कितनी प्रभावी सिद्ध होती है। बोझ की समस्या से निपटने के लिए उपलब्ध समय का ध्यान रखने की पहले से अधिक सचेत कोशिश की है। इस कोशिश को और गहराने के यत्न में यह पाठ्यपुस्तक सोच-विचार और विस्मय, छोटे समूहों में बातचीत एवं बहस और हाथ से की जाने वाली गतिविधियों को प्राथमिकता देती है।

एन.सी.ई.आर.टी. इस पुस्तक की रचना के लिए बनाई गई पाठ्यपुस्तक निर्माण समिति के परिश्रम के लिए कृतज्ञता व्यक्त करती है। परिषद् इस पाठ्यपुस्तक के सलाहकार समूह के अध्यक्ष *प्रोफ़ेसर* जयंत विष्णु नारलीकर और इस पुस्तक के सलाहकार प्रोफ़ेसर पवन कुमार जैन की विशेष आभारी है। इस पाठ्यपुस्तक के विकास में कई शिक्षकों ने योगदान दिया; इस योगदान को संभव बनाने के लिए हम उनके प्राचार्यों के आभारी हैं। हम उन सभी संस्थाओं और संगठनों के प्रति कृतज्ञ हैं

जिन्होंने अपने संसाधनों, सामग्री तथा सहयोगियों की मदद लेने में हमें उदारतापूर्वक सहयोग दिया। हम, विशेष रूप से माध्यमिक एवं उच्चतर शिक्षा विभाग, मानव संसाधन विकास मंत्रालय द्वारा प्रो. मृणाल मिरी और *प्रोफ़ेसर* जी.पी. देशपांडे की अध्यक्षता में गठित, राष्ट्रीय मानीटरिंग समिति द्वारा प्रदत्त बहुमूल्य समय एवं योगदान के लिए कृतज्ञ हैं। व्यवस्थागत सुधारों और अपने प्रकाशनों में निरंतर निखार लाने के प्रति समर्पित एन.सी.ई.आर.टी. टिप्पणियों एवं सुझावों का स्वागत करेगी जिनसे भावी संशोधनों में मदद ली जा सके।

निदेशक
राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान
और प्रशिक्षण परिषद्

नयी दिल्ली
20 नवंबर 2006

© NCERT not to be republished

प्रस्तावना

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद ने विद्यालयी शिक्षा से संबंधित विभिन्न विषयों के अध्ययन के लिए, राष्ट्रीय पाठ्य चर्या रूपरेखा की समीक्षा हेतु विद्यालयी शिक्षा-2000 (एन.सी.एफ. एस.ई-2000) के अंतर्गत आविर्भाव चुनौतियों और विषय वस्तु के रूपांतरण, जो शिक्षा शास्त्र के क्षेत्र में अंतर्निहित हैं, उन्हें राष्ट्रीय एवं अंतर्राष्ट्रीय स्तर पर विद्यालयी शिक्षा के लिए 21 फोकस समूहों का गठन किया है। इस फोकस समूह ने विद्यालयी शिक्षा क्षेत्र के विभिन्न पहलुओं पर अपनी व्यापक और विशेष टिप्पणियाँ की हैं। इसी के फलस्वरूप, इन समूहों द्वारा अपनी रिपोर्टों के आधार पर राष्ट्रीय पाठ्य चर्या रूपरेखा-2005 को विकसित किया गया।

नए दिशा-निर्देशों के अंतर्गत ही राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद ने कक्षा 11 और 12 की गणित विषय का पाठ्यक्रम तैयार किया तथा पाठ्यपुस्तकें तैयार करने के लिए एक टीम का गठन किया। कक्षा 11 की पाठ्-पुस्तक पहले से ही प्रयोग में है जो 2005 में प्रकाशित की जा चुकी है।

पुस्तक का प्रथम प्रारूप (कक्षा 12) एन.सी.ई.आर.टी. संकाय, विशेषज्ञ और कार्यरत् अध्यापकों की टीम द्वारा तैयार कर लिया गया। तत्पश्चात् विकासशील टीम ने विभिन्न बैठकें आयोजित कर इस प्रारूप को परिष्कृत किया था।

पुस्तक के इस प्रारूप को देश के विभिन्न भागों में उच्चतर माध्यमिक स्तर पर गणित के अध्यापन से संबद्ध अध्यापनरत् शिक्षकों की एक टीम के समक्ष प्रस्तुत किया था। पुन: प्रारूप की एन.सी.ई.आर.टी. द्वारा आयोजित कार्यशाला में समीक्षा की गई। सहभागियों द्वारा दिए गए सुझावों एवं टिप्पणियों को प्रारूप पाठ्यपुस्तक में समायोजित कर लिया गया। विकासशील टीम में से ही गठित एक संपादकीय मंडल ने पाठ्यपुस्तक के इस प्रारूप को अंतिम रूप दे दिया। अंतत:, विज्ञान एवं गणित के सलाहकार समूह तथा मानव संसाधन मंत्रालय, भारत सरकार द्वारा गठित निगरानी समिति (Monitoring Committee) ने इस पाठ्यपुस्तक प्रारूप को अनुमोदित कर दिया।

विषय की प्रामाणिकता की दृष्टि से पुस्तक को प्रभावित करने वाले कुछ आवश्यक तत्वों का उल्लेख करते हैं। ये विशिष्टताएँ लगभग इस पुस्तक के सभी पाठों में परिलक्षित हैं। प्रस्तुत पाठ्यपुस्तक में 13 मुख्य अध्याय और दो परिशिष्ट शामिल हैं। प्रत्येक अध्याय निम्नलिखित बिंदु समाहित करता है:

- भूमिका : विषय के महत्वपूर्ण बिंदुओं पर बल; पूर्व में पढ़ाए गए विषय-वस्तुओं का परस्पर संबंध; अध्याय में लगभग नयी अवधारणाओं का सार-रूप में विवेचना।
- अध्याय में खंडों को शमिल करते हुए धारणाओं और अवधारणाओं का संगठन।
- धारणाओं / अवधारणाओं की जानकारी को प्रेरणादायक बनाते हुए, जहाँ भी संभव हो सका दृष्टांत उपलब्ध कराए गए हैं।

not to be republished © NCERT

- उपपत्ति/समस्या के हल सिद्धांत और अनुप्रयोग दोनों पक्षों पर बल देते हुए या तार्किक, बहुविध साधन, जहाँ भी इन्हें अपनाने की आवश्यकता पड़ी, अपनाया है।
- ज्यामितिय दृष्टिकोण/संकल्पनाओं का प्रस्तुतीकरण आवश्यक होने पर दिया गया है।
- गणितीय अवधारणाओं और इसके सह–विषयों जैसे: विज्ञान एवं सामाजिक विज्ञान से भी जोड़ा गया है।
- विषय के प्रत्येक खंड में पर्याप्त और विविध उदाहरण/अभ्यास दिए गए हैं।
- समस्याओं को हल करने की क्षमता या कौशल एवं अनुप्रयोग करने की समझ को केंद्रित एवं मजबूत करने हेतु अध्याय के अंत में दो या दो से अधिक संकल्पनाओं को समावेशित करने वाले उदाहरणों तथा अभ्यास–प्रश्नों का समायोजन किया गया है, जैसा कि राष्ट्रीय पाठ्य–चर्या रूप रेखा 2005 में कहा गया है, इसी के अनुरूप मेधावी छात्रों के लिए भी पाठ्यपुस्तक में चुनौतीपूर्ण समस्याओं को शामिल किया गया है।
- विषय को और अधिक प्रेरणादायक बनाने के उद्देश्य से विषय की संक्षिप्त ऐतिहासिक पृष्ठभूमि पाठ के अंत में दी गई है और प्रत्येक पाठ के प्रारंभ में संबंधित कथन एवं सुप्रसिद्ध गणितज्ञों के चित्र दिए गए हैं जिन्होंने विशेषतया विषय–वस्तु को विकसित और सुबोध बनाने के लिए अपना योगदान दिया।
- अंतत: विषय की संकल्पनाओं के सूत्र एवं परिणाम के प्रत्यक्ष सार–कथन के लिए पाठ का संक्षिप्त सारांश भी प्रस्तुत किया गया है।

मैं विशेष रूप से राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् के निदेशक प्रो. कृष्ण कुमार का आभारी हूँ जिन्होंने मुझे निमंत्रित कर गणित शिक्षा के राष्ट्रीय प्रयास की कड़ी से जोड़ा है। उन्होंने हमें इस हेतु बौद्धिक परिप्रेक्ष्य तथा स्वस्थ्य वातावरण प्रदान किया। इस पुस्तक को तैयार करने का कार्य अत्यंत सुखद एवं प्रशंसनीय रहा। मैं, विज्ञान एवं गणित की सलाहकार समूह के अध्यक्ष प्रो. जे.वी. नारलीकर का कृतज्ञ हूँ जिन्होंने समय–समय पर इस पुस्तक के लिए अपने विशेष सुझाव एवं सहयोग देकर पुस्तक के सुधार में कार्य किया। मैं परिषद् के संयुक्त निदेशक प्रो. जी.रवीन्द्रा को भी धन्यवाद देता हूँ जिन्होंने समय–समय पर पाठ्यपुस्तक से संबंधित क्रिया–विधि को संचालित करने में योगदान किया।

मैं प्रो. हुकुम सिंह, मुख्य संयोजक एवं अध्यक्ष, विज्ञान एवं गणित, डॉ. वी.पी.सिंह, संयोजक तथा प्रो. एस.के.सिंह गौतम के प्रति सहृदय धन्यवाद व्यक्त करता हूँ जिन्होंने इस परियोजना को सफल बनाने हेतु शैक्षिक और प्रशासनिक रूप से संलग्न रहे। मैं इस नेक कार्य से संबद्ध सभी टीम के सदस्यों और शिक्षकों की प्रशंसा करता हूँ तथा उन्हें धन्यवाद देता हूँ जो इस कार्य में किसी भी रूप में योगदान किया हो।

पवन के. जैन
मुख्य सलाहकार
पाठ्यपुस्तक संवर्धन समिति

पाठ्यपुस्तक विकास समिति

विज्ञान एवं गणित सलाहकार समूह के अध्यक्ष

जयंत विष्णु नारलीकर *इमीरिटस प्रोफ़ेसर*, अध्यक्ष, आई.यू.सी.ए., पूना विश्वविद्यालय, पूना।

मुख्य सलाहकार

पी.के. जैन, *प्रोफ़ेसर* गणित विभाग, दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली।

मुख्य समन्वयक

हुकुम सिंह, *प्रोफ़ेसर* एवं *विभागाध्यक्ष*, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

सदस्य

अरुण पाल सिंह, *एसोशिएट प्रोफ़ेसर*, गणित विभाग, दयाल सिंह कॉलेज, दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली।

ए.के. राजपूत, *एसोशिएट प्रोफ़ेसर*, क्षे.शि.स. एन.सी.ई.आर.टी., भोपाल।

बी.एस.पी. राजू, *प्रोफ़ेसर* क्षे.शि.स. एन.सी.ई.आर.टी., मैसूर, कर्नाटक।

सी.आर. प्रदीप, *सहायक प्रोफ़ेसर*, गणित विभाग, भारतीय विज्ञान संस्थान, बंगलौर, कर्नाटक।

आर.डी. शर्मा, *पी.जी.टी.*, जवाहर नवोदय विद्यालय, मुंगेशपुर, दिल्ली।

राम अवतार, *प्रोफ़ेसर* (अवकाशप्राप्त) एवं सलाहकार, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

आर.पी. मौर्य, *एसोशिएट प्रोफ़ेसर*, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

एस.एस. खेर, *प्रोफ़ेसर* सम उप कुलपति, एन.ई.एस.यू., तुरा कैंपस मेघालय।

एस.के.एस. गौतम, *प्रोफ़ेसर* डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

एस.के. कौशिक, *एसोशिएट प्रोफ़ेसर*, गणित विभाग, किरोड़ीमल कॉलेज, दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली।

संगीता अरोड़ा, *पी.जी.टी.*, ए.पी.जे. स्कूल, साकेत, नयी दिल्ली।

शैलजा तिवारी, *पी.जी.टी.*, केंद्रीय विद्यालय, बरकाकाना, हजारीबाग, झारखंड।

विनायक बुजाडे, *लेक्चरर*, विदर्भ बुनियादी जूनियर कॉलेज, सक्करदारा चौक, नागपुर, महाराष्ट्र।

सुनील बजाज, *सीनियर स्पेशलिस्ट*, एस.सी.ई.आर.टी., गुडगाँव, हरियाणा।

सदस्य समन्वयक

वी.पी. सिंह, *एसोशिएट प्रोफ़ेसर*, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

© NCERT not to be republished

हिंदी रूपांतरणकर्ता

डी.आर. शर्मा, *पी.जी.टी.*, जवाहर नवोदय विद्यालय, मुंगेशपुर, दिल्ली।
पी.के. तिवारी, *सहायक आयुक्त* (अ.प्रा.) केंद्रीय विद्यालय संगठन।
एस.बी. त्रिपाठी, *लेक्चरर* (गणित) राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय, सूरजमल विहार, दिल्ली।
ए.के. राजपूत, *एसोशिएट प्रोफ़ेसर* (गणित), क्षे.शि.स. एन.सी.ई.आर.टी., भोपाल, मध्य प्रदेश।
वी.पी. सिंह, *एसोशिएट प्रोफ़ेसर* (गणित), डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

हिंदी समन्वयक

एस.के. सिंह गौतम, *प्रोफ़ेसर*, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

© NCERT not to be republished

आभार

परिषद् इस पाठ्यपुस्तक समीक्षा कार्याशाला के निम्नलिखित प्रतिभागियों के बहुमूल्य सहयोग के लिए अपना हार्दिक आभार व्यक्त करती है: जगदीश सरन, *प्रोफ़ेसर*, सांख्यिकीय विभाग, दिल्ली विश्वविद्यालय; कुद्दूस खान, *लेक्चरर*, शिबली नेशनल पी.जी. कॉलेज आजमगढ़, (उ.प्र.); पी.के. तिवारी, *सहायक आयुक्त* (अ.प्रा.), केंद्रीय विद्यालय संगठन; एस.बी. त्रिपाठी, *लेक्चरर*, आर.पी.बी. वि. सूरजमल विहार, दिल्ली; ओ.एन. सिंह, *रीडर*, आर.आई.ई. भुवनेश्वर, उड़ीसा; कुमारी सरोज, *लेक्चरर*, गवर्नमेंट गर्ल्स सीनियर सेकेंडरी स्कूल, न. 1, रूपनगर, दिल्ली; पी.भास्कर कुमार, *पी.जी. टी.*, जवाहर नवोदय विद्यालय, लेपाक्षी, अनंतपुर, (आंध्र प्रदेश); श्रीमती कल्पागम्, *पी.जी.टी*, के.वी. नाल कैंपस, बैंगलोर; राहुल सोफत, *लेक्चरर*, एअर फोर्स गोल्डन जुबली इंस्टिट्यूट, सुब्रतो पार्क, नयी दिल्ली; वंदिता कालरा, सर्वोदय कन्या विद्यालय, विकासपुरी जनपद केंद्र, नयी दिल्ली; जनार्दन त्रिपाठी, *लेक्चरर*, गवर्नमेंट आर.एच.एस.एस. ऐजाव्ल, मिजोरम और सुश्री सुषमा जयरथ, *रीडर*, डी. डब्लयू.एस., एन.सी.ई.आर.टी, नयी दिल्ली।

परिषद् एन.सी.ई.आर.टी. में हिंदी रूपातंरण के पुनरावलोकन हेतु कार्यशाला में निम्नलिखित प्रतिभागियों की बहुमूल्य टिप्पणियों के लिए आभारी है; जी.डी.ढल, अवकाशप्राप्त *रीडर*, एन.सी.ई.आर. टी., नयी दिल्ली; जी.एस.राठौर, *असिस्टेंट प्रोफ़ेसर*, गणित एवं सांख्यिकी विभाग, एम.एल. सुखाड़िया विश्वविद्यालय, उदयपुर, राजस्थान; मनोज कुमार ठाकुर, डी.ए.वी. पब्लिक स्कूल, राजेंद्र नगर, साहिबाबाद, गाजियाबाद (उ.प्र.); रामेश्वर दयाल शर्मा, राजकीय इंटर कॉलेज, मथुरा (उ.प्र.); डॉ. आर.पी. गिहारे, ब्लॉक रिर्सोस कोआर्डिनेटर, जनपद शिक्षा केंद्र, चिचौली, बेतुल (म.प्र.); सुनील बजाज, एस.सी.ई.आर.टी., गुड़गाँव, हरियाणा; श्रीमती वीना धींगरा, सर लक्ष्मी बालिका सीनियर सेकेंडरी स्कूल, खारी बावली, दिल्ली; ए.के. वझलवार, *रीडर*, एन.सी.ई.आर.टी, नयी दिल्ली।

परिषद् चित्रांकन अरविंदर चावला, *कंप्यूटर स्टेशन प्रभारी* दीपक कपूर; राकेश कुमार एवं सज्जाद हैदर अंसारी, *डी.टी.पी. ऑपरेटर*; के.पी.एस.यादव, *मनोज मोहन, कॉपी एडिटर* तथा *प्रूफ़ रीडर*, रूबी कुमारी, अभिमन्यु महान्ति तथा रणधीर ठाकुर द्वारा किए गए प्रयासों के प्रति अपना आभार प्रकट करती है। ए.पी.सी. ऑफिस, विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग एवं प्रकाशन विभाग भी अपने सहयोग के लिए आभार के पात्र हैं।

© NCERT not to be republished

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक [1][**संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य**] बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक **न्याय,**

विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म

और उपासना की **स्वतंत्रता,**

प्रतिष्ठा और अवसर की **समता**

प्राप्त कराने के लिए,

तथा उन **सब में**

व्यक्ति की गरिमा और [2][**राष्ट्र की एकता**

और अखंडता] सुनिश्चित करने वाली **बंधुता**

बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर **अपनी इस संविधान सभा में** आज तारीख 26 नवंबर, 1949 ई. को **एतद्द्वारा इस संविधान को अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं।**

---

1. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) ''प्रभुत्व-संपन्न लोकतंत्रात्मक गणराज्य'' के स्थान पर प्रतिस्थापित।
2. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) ''राष्ट्र की एकता'' के स्थान पर प्रतिस्थापित।

© NCERT not to be republished

विषय-सूची

भाग - I

आमुख iii

प्रस्तावना v

1. संबंध एवं फलन 1

1.1 भूमिका 1

1.2 संबंधों के प्रकार 2

1.3 फलनों के प्रकार 8

1.4 फलनों का संयोजन तथा व्युत्क्रमणीय फलन 13

1.5 द्वि-आधारी संक्रियाएँ 22

2. प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन 38

2.1 भूमिका 38

2.2 आधारभूत संकल्पनाएँ 38

2.3 प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों के गुणधर्म 48

3. आव्यूह 62

3.1 भूमिका 62

3.2 आव्यूह 62

3.3 आव्यूहों के प्रकार 67

3.4 आव्यूहों पर संक्रियाएँ 71

3.5 आव्यूह का परिवर्त 91

3.6 सममित तथा विषम सममित आव्यूह 93

3.7 आव्यूह पर प्रारंभिक संक्रिया (आव्यूह रूपांतरण) 98

3.8 व्युत्क्रमणीय आव्यूह 99

4. सारणिक 112

4.1 भूमिका 112

4.2 सारणिक 113

4.3 सारणिकों के गुणधर्म 119

4.4 त्रिभुज का क्षेत्रफल 131

© NCERT not to be republished

4.5 उपसारणिक और सहखंड 133
4.6 आव्यूह के सहखंडज और व्युत्क्रम 137
4.7 सारणिकों और आव्यूहों के अनुप्रयोग 144

5. सांतत्य तथा अवकलनीयता 160
5.1 भूमिका 160
5.2 सांतत्य 160
5.3 अवकलनीयता 176
5.4 चरघातांकी तथा लघुगणकीय फलन 185
5.5 लघुगणकीय अवकलन 191
5.6 फलनों के प्राचलिक रूपों के अवकलज 195
5.7 द्वितीय कोटि का अवकलज 197
5.8 माध्यमान प्रमेय 200

6. अवकलज के अनुप्रयोग 210
6.1 भूमिका 210
6.2 राशियों के परिवर्तन की दर 210
6.3 वर्धमान और ह्रासमान फलन 215
6.4 स्पर्श रेखाएँ और अभिलंब 223
6.5 सन्निकटन 229
6.6 उच्चतम और निम्नतम 233

परिशिष्ट1: गणित में उपपत्तियाँ 265
A.1.1 भूमिका 265
A.1.2 उपपत्ति क्या है? 265

परिशिष्ट 2: गणितीय निदर्शन 274
A.2.1 भूमिका 274
A.2.2 गणितीय निदर्शन क्यों? 274
A.2.3 गणितीय निदर्शन के सिद्धांत 275

***उत्तरमाला* 286**

***पूरक पाठ्य सामग्री* 303**

© NCERT not to be republished

विषय-सूची

भाग – II

	आमुख		*iii*
	प्रस्तावना		*v*
7.	**समाकलन**		**303**
	7.1	भूमिका	303
	7.2	समाकलन को अवकलन के व्युत्क्रम प्रक्रम के रूप में	304
	7.3	समाकलन की विधियाँ	316
	7.4	कुछ विशिष्ट फलनों के समाकलन	324
	7.5	आंशिक भिन्नों द्वारा समाकलन	333
	7.6	खंडशः समाकलन	340
	7.7	निश्चित समाकलन	347
	7.8	कलन की आधारभूत प्रमेय	351
	7.9	प्रतिस्थापन द्वारा निश्चित समाकलनों का मान ज्ञात करना	355
	7.10	निश्चित समाकलनों के कुछ गुणधर्म	357
8.	**समाकलनों के अनुप्रयोग**		**376**
	8.1	भूमिका	376
	8.2	साधारण वक्रों के अंतर्गत क्षेत्रफल	376
	8.3	दो वक्रों के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल	383
9.	**अवकल समीकरण**		**395**
	9.1	भूमिका	395
	9.2	आधारभूत संकल्पनाएँ	396
	9.3	अवकल समीकरण का व्यापक एवं विशिष्ट हल	399
	9.4	दिए हुए व्यापक हल वाले अवकल समीकरण का निर्माण	402
	9.5	प्रथम कोटि एवं प्रथम घात के अवकल समीकरणों को हल करने की विधियाँ	408

© NCERT not to be republished

10. सदिश बीजगणित **440**
10.1 भूमिका 440
10.2 कुछ आधारभूत संकल्पनाएँ 440
10.3 सदिशों के प्रकार 443
10.4 सदिशों का योगफल 445
10.5 एक अदिश से सदिश का गुणन 448
10.6 दो सदिशों का गुणनफल 456

11. त्रि-विमीय ज्यामिति **477**
11.1 भूमिका 477
11.2 रेखा के दिक्-कोसाइन और दिक्-अनुपात 477
11.3 अंतरिक्ष में रेखा का समीकरण 482
11.4 दो रेखाओं के मध्य कोण 485
11.5 दो रेखाओं के मध्य न्यूनतम दूरी 487
11.6 समतल 493
11.7 दो रेखाओं का सह-तलीय होना 501
11.8 दो समतलों के बीच का कोण 503
11.9 समतल से दिए गए बिंदु की दूरी 505
11.10 एक रेखा और एक समतल के बीच का कोण 506

12. रैखिक प्रोग्रामन **519**
12.1 भूमिका 519
12.2 रैखिक प्रोग्रामन समस्या और उसका गणितीय सूत्रीकरण 520
12.3 रैखिक प्रोग्रामन समस्याओं के भिन्न प्रकार 529

13. प्रायिकता **547**
13.1 भूमिका 547
13.2 सप्रतिबंध प्रायिकता 547
13.3 प्रायिकता का गुणन नियम 556
13.4 स्वतंत्र घटनाएँ 558
13.5 बेज़-प्रमेय 565
13.6 यादृच्छिक चर और इसके प्रायिकता बंटन 574
13.7 बरनौली परीक्षण और द्विपद बंटन 588

उत्तरमाला **605**

पूरक पाठ्य सामग्री **629**

© NCERT not to be republished