



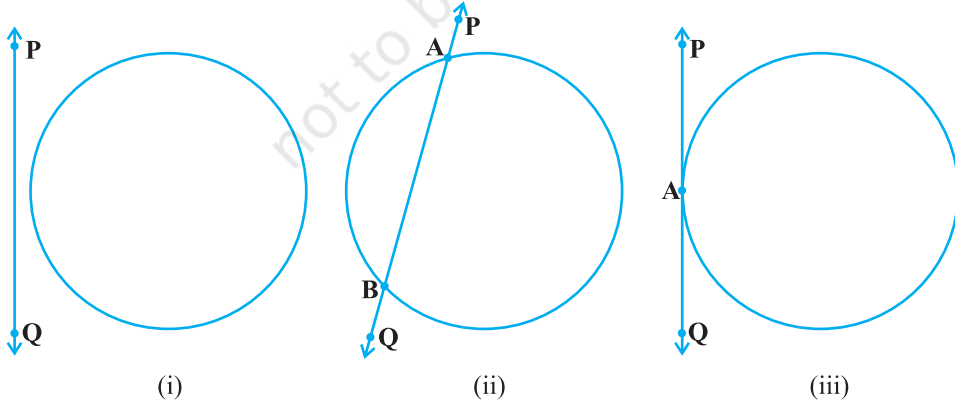
5013CH10

## 10 دائرے (CIRCLES)

### 10.1 تعارف

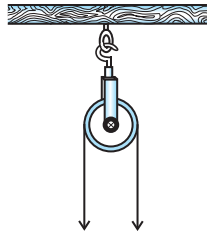
نویں کلاس میں آپ پڑھ چکے ہیں کہ دائرہ مستوی میں ایسے نقاط کا مجموعہ ہے جو ایک متعین نقطہ (مرکز) سے مستقل فاصلہ (نصف قطر) پر واقع ہوں۔ آپ نے بہت سے ارکان جو دائرہ سے متعلق ہیں۔ ان کے بارے میں بھی پڑھا ہے جسے دائرہ کا وتر، قطع اور سیکٹر وغیرہ۔ آئیے ایسی مختلف صورت حال پر غور کرتے ہیں جو جب پیدا ہوتی ہیں جب مستوی میں ایک دائرہ اور ایک خط دیا ہوا ہو۔

اس لئے آئیے ایک دائرہ اور ایک خط PQ پر غور کرتے ہیں۔ شکل 10.1 جو ذیل میں دی گئی ہے، میں تین باتیں ممکن ہیں۔



شکل 10.1

شکل 10.1 میں خط PQ اور دائرہ میں کوئی نقطہ مشترک نہیں ہے۔ اس حالت میں PQ دائرہ کے تعلق سے غیر قاطع خط کہلاتا ہے۔ شکل 10.1 (ii) میں خط PQ اور دائرہ میں دو مشترک نقطہ A اور B ہیں۔ اس حالت میں ہم خط PQ کو دائرہ کا قاطع



شکل 10.2

شکل 10.11 (iii) میں صرف ایک نقطہ A ہے جو خط اور دائرہ میں مشترک (Secant) کہتے ہیں۔ اس حالت میں خط دائرہ کا مماس (tangent) کہلاتا ہے۔

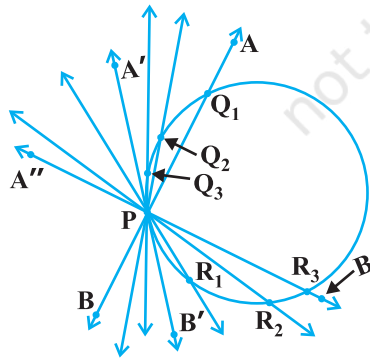
آپ نے کنویں کے اوپر لگی ہوئی ایک پلی ضرور دیکھی ہوگی جس کا استعمال ہم کنویں سے پانی نکالنے میں کرتے ہیں شکل 10.2 کو دیکھئے۔ یہاں رسی جو پلی کے دونوں طرف ہوتی ہے، کو ایک شعاع مانا جائے تو یہ دائرہ کے مماس کی طرح ہے اگر پلی دائرہ کو ظاہر کرتی ہے۔

کیا دائرہ کے تعلق سے خط کا، اوپر دئے گئے مقاموں کے علاوہ بھی کوئی مقام ہو سکتا ہے؟ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ دائرہ مناسبت سے خط کوئی بھی مقام نہیں ہو سکتا ہے۔ اس باب میں ہم مماس کے وجود اور اس کی کچھ خصوصیات کا مطالعہ کریں گے۔

## 10.2 دائرہ کا مماس

پچھلے سیکشن میں آپ دیکھ چکے ہیں کہ دائرے کا مماس وہ خط ہے جو دائرہ کو صرف ایک نقطہ پر قطع (یا چھوتا ہے) کرتا ہے۔ دائرہ کے کئی نقطہ پر مماس کو سمجھنے کے لئے آئیے کچھ سرگرمیاں کرتے ہیں۔

**سرگرمی 1:** ایک دائرہ کی شکل کا تار لیجئے اور اس کے ایک نقطہ P پر ایک سیدھا تار AB اس طرح جوڑیں کہ یہ مستوی میں نقطہ P کے ارد گرد گردش کرے۔ اس پورے سسٹم کو آہستہ سے میز پر رکھیں اور تار AB کو P کے ارد گرد گھمائیں۔ اس طرح سے ہمیں سیدھے تار AB کے مختلف مقام حاصل ہوں گے (شکل 10.3 (i) دیکھیے)



(i)

شکل 10.2

مختلف حالتوں میں تار دائری تار کو P اور دوسرے نقاط  $Q_1$  یا  $Q_2$  یا  $Q_3$  وغیرہ پر قطع کرتا ہے۔ ان میں سے ایک حالت آپ دیکھیں گے کہ یہ دائرہ کو صرف ایک جگہ قطع کرتا ہے یعنی P پر (A'B' کی حالت دیکھئے)۔

اس سے پتہ چلتا ہے کہ دائرہ کے ایک نقطہ P پر مماس کا وجود ہے اس کو مزید گھمانے پر آپ یہ مشاہدہ کریں گے کہ تمام حالتوں میں AB دائرہ کو P کے علاوہ اور دوسرے نقطوں پر بھی قطع کرتا ہے جیسے  $R_1$  یا  $R_2$  یا  $R_3$  وغیرہ۔

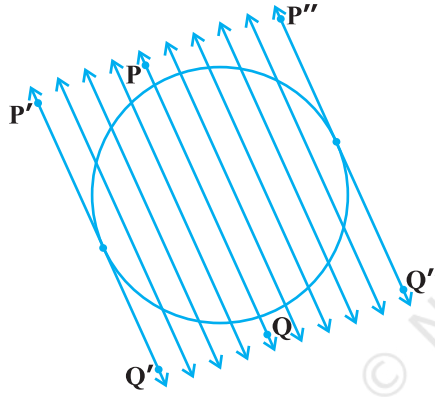
اس لئے آپ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ دائرہ کے ایک نقطہ پر ایک ہی مماس ہوتا ہے۔

مندرجہ بالا سرگرمی کرتے وقت آپ نے یہ مشاہدہ کیا ہوگا جیسے جیسے AB، A'B' کی طرف حرکت ہے۔ خط اور دائرہ کا

مشترک نقطہ  $Q_1$  آہستہ آہستہ مشترک نقطہ  $P$  کے قریب تر ہوتا جاتا ہے اور آخر میں یہ  $P$  پر منطبق ہو جاتا ہے۔ مزید نوٹ کیجیے کہ کیا ہوگا اگر  $AB$  کو  $P$  کے گرد دائیں طرف گھمایا جائے؟ مشترک نقطہ  $R_3$  آہستہ آہستہ  $P$  کے قریب ہوتا رہتا ہے اور آخر میں  $P$  پر منطبق ہو جاتا ہے، اس لئے ہم کیا دیکھتے ہیں۔

دائرہ کا مماس دائرہ کے قاطع کی ایک مخصوص شکل ہے جب اس کے نظیری وتر کے دوسرے کے نقطے منطبق ہو جاتے ہیں۔

**سرگرمی 2:** ایک پیپر پر ایک دائرہ اور اس کا ایک قاطع  $PQ$  بنائیے اس کے دونوں طرف اس کے متوازی خطوط بنائیے۔ آپ دیکھیں گے کہ کچھ اقدام کے بعد ان خطوط سے کاٹے گئے وتروں کی لمبائی آہستہ آہستہ کم ہوتی جاتی ہے یعنی خط کے



(ii)

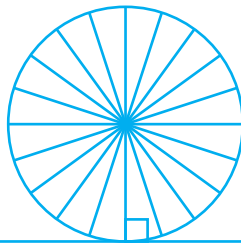
شکل 10.3

دائرہ ہر دو نقطہ تقاطع، نزدیک اور نزدیک آتے جا رہے ہیں (شکل 10.3(ii) دیکھئے) ایک حالت میں یہ قاطع کے ایک طرف صفر ہو جاتی ہے اور دوسری حالت میں قاطع کے دوسری طرف یہ صفر ہو جاتی ہے (شکل 10.3(ii)) میں قاطع  $P'Q'$  اور  $P''Q''$  حالتوں کو دیکھئے شکل 10.3(ii) یہ دائرہ کے مماس ہیں جو قاطع  $PQ$  کے متوازی ہیں۔ اس سے آپ کو یہ بھی پتہ چلتا ہے کہ ایک دئے ہوئے قاطع کے دو سے زیادہ متوازی مماس نہیں ہو سکتے۔

اس مشغلہ سے بھی پتہ چلتا ہے کہ مماس وہ قاطع ہے

جب اس کے نظیری وتر کے دوسرے کے نقطے منطبق ہو جائیں جیسا کہ پہلی سرگرمی میں ہوا تھا۔

دائرہ اور مماس کا مشترک نقطہ مماس کہلاتا ہے (شکل 10.1(ii) میں نقطہ  $A$ ) اور مماس دائرہ کو اس مشترک نقطہ پر چھوتا ہے۔



شکل 10.4

اب اپنے ارد گرد نواح میں دیکھئے۔ کیا آپ نے ایک سائیکل اور تیل گاڑی کے پہیہ کو گھومتے ہوئے دیکھا ہے اب آپ اس پہیہ کو دیکھئے جب یہ زمین پر حرکت کرتا ہے۔ کیا آپ کو کہیں کوئی مماس نظر آتا ہے؟ (شکل 10.4 دیکھئے) درحقیقت پہیہ ایک خط کے ہمراہ حرکت کرتا ہے جو کہ اس دائرہ کا مماس جس کو پہیہ ظاہر کرتا ہے۔ یہ بھی نوٹ کیجئے کہ تمام حالتوں میں نصف قطر گراؤنڈ کے نقطہ مماس (tangent) پر عمود ہوتا ہے۔ اب ہم مماس

\* لفظ tangent ایک لاطینی لفظ tangere سے اخذ کیا گیا ہے جس کا مطلب ہوتا ہے چھونا اور جس کا تعارف ایک ڈینش ریاضی داں Thomas Fineke نے 1583 میں دیا۔

کی اس خصوصیت کو ثابت کریں گے۔

**مسئلہ 10.1:** دائرہ کا نصف قطر اس کے مماس کے نقطہ مماس پر عمود ہوتا ہے۔

**ثبوت:** ہمیں O مرکز کا ایک دائرہ اور اس کے نقطہ P پر ایک مماس XY دیا ہوا ہے۔ ہمیں یہ ثابت کرنا ہے کہ OP، XY پر عمود ہے۔

XY پر P کے علاوہ کوئی نقطہ Q لیجئے اور Q کو ملا دیجئے (شکل 10.5 دیکھیے)

نقطہ Q دائرہ کے باہر میں ہونا چاہیے (کیوں؟) نوٹ کیجئے کہ

اگر Q دائرہ کے اندر ہوگا تو XY ایک قاطع بن جائے گا دائرہ کا مماس

نہیں رہے گا۔ اس لئے OR، نصف قطر OP سے بڑا ہے،

$$OQ > OP$$

کیونکہ یہ XY پر موجود ہر ایک نقطہ سوائے P، کے لئے درست

ہے۔ اس لئے OP، O سے XY پر کھینچے جانے والے تمام قطع میں سب

سے چھوٹا ہے۔ اس لئے OP، XY پر عمود ہے (جیسا مسئلہ A1.7 میں

دکھایا گیا ہے)

**ریمارک:**

1- مذکورہ بالا مسئلہ مسئلے آپ یہ نتیجہ بھی اخذ کر سکتے ہیں کہ دائرہ کے کسی نقطہ پر صرف اور صرف ایک ہی خط مماس ہوتا ہے۔

2- نقطہ مماس سے گذرتا ہوا خط جس میں نصف قطر شامل ہوتا ہے، کبھی کبھی دائرہ کا اس نقطہ پر عمود (Perpendicular) ہے۔

### مشق 10.1

1- ایک دائرہ کے کتنے مماس ہوتے ہیں؟

2- خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) دائرہ کا مماس دائرہ کو \_\_\_\_\_ نقطہ پر قطع کرتا ہے۔

(ii) ایک خط جو دائرہ کو دو نقطوں پر قطع کرتا ہے \_\_\_\_\_ کہلاتا ہے۔

(iii) ایک دائرہ میں زیادہ سے زیادہ \_\_\_\_\_ متوازی مماس ہو سکتے ہیں۔

(iv) دائرہ کے مماس اور دائرہ کا مشترک نقطہ — کہلاتا ہے۔

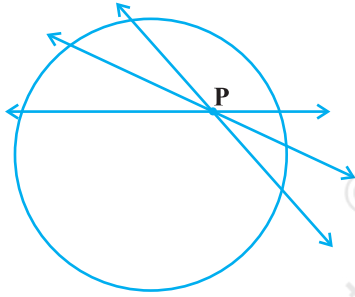
3- 5 سینٹی میٹر نصف قطر والے دائرہ کے نقطہ P پر مماس PQ، مرکز O سے گزرتے ہوئے ایک خط سے نقطہ P پر ملتا ہے جبکہ 12 سینٹی میٹر = OQ، PQ کی لمبائی ہے۔

(A) 12 سینٹی میٹر (B) 13 سینٹی میٹر (C) 8.5 سینٹی میٹر (D)  $\sqrt{119}$  سینٹی میٹر

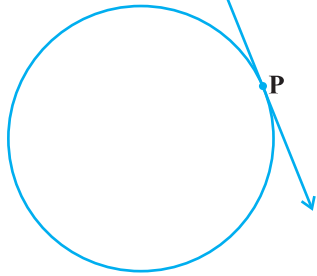
4- ایک دائرہ اور دو خطوط بنائیے جو ایک دے ہوئے خط کے متوازی ہوں جن میں ایک مماس اور دوسرا دائرہ کا قاطع ہو۔

### 10.3 دائرہ پر ایک نقطہ سے مماسوں کی تعداد

دائرہ کے ایک نقطہ سے کھینچنے جانے والے مماسوں کی تعداد کے بارے میں جاننے کے لئے آئیے مندرجہ ذیل سرگرمی کرتے ہیں۔



(i)



(ii)

شکل 10.6

**سرگرمی 3:** پیپر پر ایک دائرہ بنائیے۔ اس کے اندرون میں ایک نقطہ P لیجئے۔ کیا آپ اس نقطہ سے دائرہ کا مماس کھینچ سکتے ہیں؟ آپ دیکھیں گے کہ اس نقطہ سے گزرنے والا ہر خط دائرہ کو دو نقطوں پر قطع کرے گا۔ اس لئے یہ ممکن نہیں کہ دائرہ کے اندرون میں کسی نقطہ سے دائرہ پر مماس کھینچا جاسکے۔ [شکل 10.6(i)]

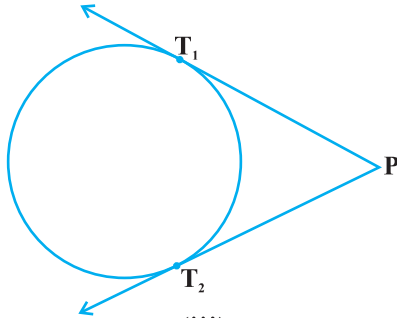
آگے اب دائرہ پر ایک نقطہ لیجئے۔ آپ پہلے ہی مشاہدہ کر چکے ہیں کہ ایسے نقطہ سے صرف اور صرف ایک مماس دائرہ پر کھینچا جاسکتا ہے۔ [شکل 10.6(ii) دیکھیے]

اور آخر میں دائرہ کے باہر ایک نقطہ P لیجئے اور یہاں سے دائرہ پر مماس بنائیے آپ مشاہدہ کریں گے کہ دائرہ پر صرف دو مماس کھینچے جاسکتے ہیں۔ [شکل 10.6(iii) دیکھیے]

ان حقیقتوں کا خلاصہ ہم ذیل میں کرتے ہیں۔

**حالت 1:** دائرہ کے اندر موجود کسی نقطہ سے دائرہ پر کوئی مماس نہیں

کھینچا جاسکتا ہے۔



(iii)  
شکل 10.6

**حالت 2:** دائرہ پر موجود کسی نقطہ سے ایک اور صرف ایک مماس کھینچا جاسکتا ہے۔

**حالت 3:** دائرہ کے باہر کسی نقطہ سے دائرہ پر 2 اور صرف 2 مماس کھینچے جاسکتے ہیں۔

شکل (iii) 10.6 میں  $T_1$  اور  $T_2$  مماس  $PT_1$  اور  $PT_2$  کے

بالترتیب نقطہ مماس ہیں۔

دائرہ کے کسی باہری نقطہ P سے مماس کی لمبائی، نقطہ P سے نقطہ مماس کے فاصلہ کو مماس کی لمبائی کہتے ہیں۔

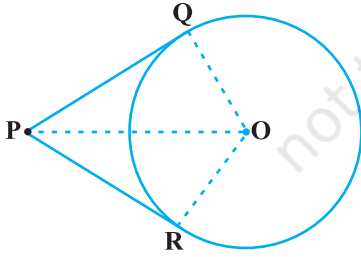
نوٹ کیجئے کہ شکل (iii) 10.6 میں  $PT_1$  اور  $PT_2$  دائرہ پر نقطہ P سے کھینچے گئے مماسوں کی لمبائی ہے۔ لمبائیوں  $PT_1$  اور

کی ایک مشترک خصوصیت ہے۔ کیا آپ اس کو معلوم کر سکتے ہیں؟  $PT_1$  اور  $PT_2$  کی پیمائش کیجئے، کیا یہ مساوی ہیں؟

درحقیقت یہ ہمیشہ برابر ہوتی ہیں۔ آئیے اس حقیقت کا ثبوت ہم مندرجہ ذیل مسئلے میں دیتے ہیں۔

**مسئلہ 10.2:** دائرہ کے کسی باہری نقطہ سے کھینچے

جاننے والے مماسوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔



شکل 10.7

**ثبوت:** ہمیں مرکز O کا ایک دائرہ دیا ہوا ہے۔ نقطہ P دائرہ کے باہر ہے

اور P سے دائرہ پر دو مماس PQ اور PR ہیں۔ (شکل 10.7 دیکھیے) ہمیں

ثابت کرنا ہے کہ  $PQ = PR$

اس کے لئے ہم  $OQ$  اور  $OR$  کو ملاتے ہیں تب  $\angle OQP$  اور  $\angle ORP$  قائم مثلث ہیں کیونکہ یہ نصف

قطر اور مماسوں کے درمیان کے زاویہ ہیں، اور مسئلہ 10.1 کی رو سے یہ قائمہ زاویہ ہیں اب قائم مثلثوں  $OQP$  اور  $ORP$  میں

$$OQ = OR \quad (\text{ایک ہی دائرہ کے نصف قطر})$$

$$OP = OP \quad (\text{مشترک})$$

اس لئے  $\Delta OQP \cong \Delta ORP$  (RHS)

اس سے حاصل ہوتا ہے  $PQ = PR$  (CPST)

### ریمارک:

1- اس مسئلہ کو ہم فیثا غورث کے مسئلہ کا استعمال کر کے بھی ثابت کر سکتے ہیں، جو مندرجہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

$$PQ^2 = OP^2 - OQ^2 = OP^2 - OR^2 = PR^2 \text{ (کیونکہ } OQ = OR \text{)}$$

جس سے ہمیں ملتا ہے  $PQ = PR$

2- یہ بھی نوٹ کیجئے کہ  $\angle OPQ = \angle OPR$  اس لئے  $\angle PQR$ ،  $OP$  کے زاویائی ناصف ہے یعنی مرکز دو مماسوں کے

درمیان بنے زاویہ کے ناصف پر واقع ہے۔

آئیے کچھ مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

**مثال 1:** دو ہم مرکز دائروں میں ثابت کیجئے کہ بڑے دائرہ کا وتر جو چھوٹے

دائرہ کو ایک نقطہ پر چھوتا ہے اس نقطہ پر اس کی تنصیف ہوتی ہے۔

**حل:** ہمیں دو ہم مرکزی زاویہ دئے ہوئے ہیں جو  $C_1$  اور  $C_2$  ہیں اور

جن کا مرکز  $O$  ہے بڑے دائرہ  $C_1$  کا وتر  $AB$  جو چھوٹے دائرہ  $C_2$  کو نقطہ

$P$  پر چھوتا ہے (شکل 10.8 دیکھیے) ہمیں ثابت کرنا ہے کہ  $AP = BP$ ۔

آئیے  $OP$  کو ملائیں تب  $AB$ ،  $C_2$  کے نقطہ  $P$  پر مماس ہے

اور  $OP$  اس کا نصف قطر اس لئے مسئلہ 10.1 کی رو سے

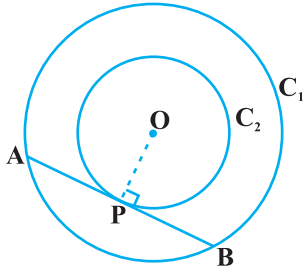
$$OP \perp AB$$

اب  $AB$  دائرہ  $C_1$  کا وتر ہے اور  $OP \perp AB$ ، اس لئے  $OP$ ، وتر  $AB$  کا ناصف ہے، کیونکہ دائرہ کے مرکز سے وتر پر ڈالا

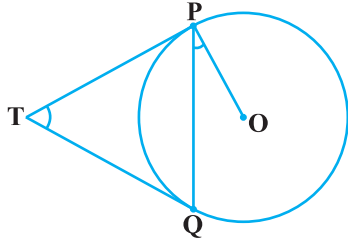
جانے والا عمود وتر کی تنصیف کرتا ہے۔

$$AP = BP \text{ یعنی}$$

**مثال 2:** ایک باہری نقطہ  $T$  سے مرکز  $O$  والے ایک دائرہ پر دو مماس  $TP$  اور  $TQ$  کھینچنے گئے ثابت کیجئے کہ  $\angle PTQ = 2\angle OPQ$ ۔



شکل 10.8



شکل 10.9

**حل:** ہمیں ایک دائرہ دیا ہوا ہے جس کا مرکز O ہے ایک باہری نقطہ T اور دائرہ پر اس نقطے سے کھینچے گئے دو مماس TP اور TQ جہاں P اور Q نقطہ مماس ہیں (شکل 10.9 دیکھیے)  
ہمیں ثابت کرنا ہے کہ

$$\angle PTQ = 2 \angle OPQ$$

$$\angle PTQ = \theta \quad \text{مان لیجئے}$$

اب مسئلہ 10.2 کے مطابق  $TP = TQ$

اس لئے TPQ ایک مساوی الساقین مثلث ہے۔

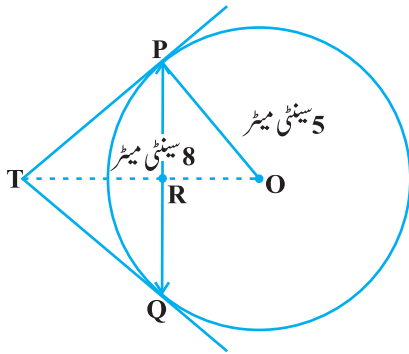
$$\angle TPQ = \angle TQP = \frac{1}{2} (180^\circ - \theta) = 90^\circ - \frac{1}{2} \theta \quad \text{اس لئے}$$

مزید مسئلہ 10.1 کی رو سے  $\angle OPT = 90^\circ$

$$\angle OPQ = \angle OPT - \angle TPQ = 90^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2} \theta\right) \quad \text{اس لئے}$$

$$= \frac{1}{2} \theta = \frac{1}{2} \angle PTQ$$

اس سے ہمیں ملتا ہے  $\angle PTQ = 2 \angle OPQ$



شکل 10.10

**مثال 3:** 5 سینٹی میٹر نصف قطر والے ایک دائرہ کے ایک وتر PQ کی لمبائی 8 cm ہے اور P اور Q پر بنے مماس نقطہ T پر قطع کرتے ہیں۔ (شکل 10.10 دیکھیے) TP کی لمبائی معلوم کیجیے۔

**حل:** OT کو ملائیے۔ مان لیجیے یہ PQ کو نقطہ R پر قطع کرتا ہے تب  $\Delta TPQ$  مساوی الساقین ہے اور  $\angle PTQ = \theta$  کا ناصف ہے۔ اس لئے  $OT \perp PQ$  اور اس لئے  $OT \perp PQ$  کی تنصیف کرے گا جس سے



4 سینٹی میٹر = PR = RQ حاصل ہوگا۔

$$OR = \sqrt{OP^2 - PR^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$\angle TPR + \angle RPO = 90^\circ = \angle TPR + \angle PTR$$

$$\angle RPO = \angle PTR$$

اس لئے قائم مثلث TRP قائم مثلث PRO کے مشابہ ہیں، مشابہت کی AA شرط کے مطابق۔

$$\frac{TP}{PO} = \frac{RP}{RO}, \text{ i.e., } \frac{TP}{5} = \frac{4}{3} \text{ یا } TP = \frac{20}{3} \text{ سینٹی میٹر}$$

نوٹ: TP کو ہم فیثا غورث کے مسئلہ کو استعمال کر کے بھی معلوم کر سکتے ہیں، جو ذیل میں۔

$$\text{مان لیجئے } TP = x \text{ اور } TR = y$$

$$(1) \quad x^2 = y^2 + 16 \quad (\text{قائم مثلث PRT لینے پر})$$

$$(2) \quad x^2 = 5^2 = (y+3)^2 \quad (\text{قائم مثلث OPT میں})$$

(1) کو (2) میں سے گھٹانے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$25 = 6y - 7 \text{ یا } y = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$$

$$\text{اس لئے } x^2 = \left(\frac{16}{3}\right)^2 + 16 = \frac{16}{9}(16+9) = \frac{16 \times 25}{9}$$

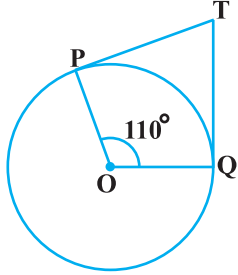
$$x = \frac{20}{3} \quad \text{یا}$$

## مشق 10.2

سوال نمبر 1 سے 3 میں صحیح جواب چننے اور جواز پیش کیجیے۔

1- ایک نقطہ Q سے، دائرہ کے مماس کی لمبائی 24 سینٹی میٹر ہے۔ اور مرکز سے Q کا فاصلہ 25 سینٹی میٹر ہے دائرہ کا نصف قطر ہے۔

- |                   |                     |
|-------------------|---------------------|
| (A) 7 سینٹی میٹر  | (B) 12 سینٹی میٹر   |
| (C) 15 سینٹی میٹر | (D) 24.5 سینٹی میٹر |



شکل 10.11

2- شکل 10.11 میں اگر TP اور TQ دائرہ جس مرکز O ہے، کے جزو مماس ہیں، جب کہ  $\angle POQ = 110^\circ$  تب  $\angle PTQ$  برابر ہے۔

(A)  $60^\circ$  (B)  $70^\circ$

(C)  $80^\circ$  (D)  $90^\circ$

3- اگر ایک نقطہ P سے دائرہ جس کا مرکز O ہے، پر دو مماس PA اور PB اس

طرح ہیں کہ ایک دوسرے کے ساتھ  $80^\circ$  کا زاویہ بناتے ہیں تب  $\angle POA$  برابر ہے

(A)  $50^\circ$  (B)  $60^\circ$

(C)  $70^\circ$  (D)  $80^\circ$

4- ثابت کیجئے کہ دائرہ کے قطر کے سرے کے نقطوں پر بنے دو مماس متوازی ہیں۔

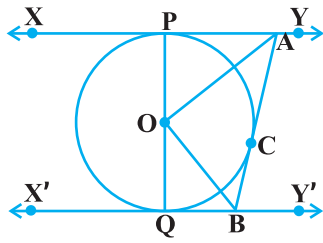
5- ثابت کیجئے کہ دائرہ کے مماس کے نقطہ مماس پر ڈالا جانے والا عمود مرکز سے گذرتا ہے۔

6- دائرہ کے مرکز سے 5 سینٹی میٹر فاصلہ پر موجود نقطہ A سے مماس کی لمبائی 4 سینٹی میٹر ہے۔ دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجئے۔

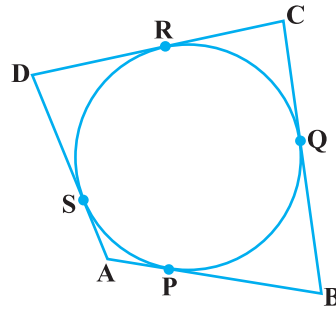
7- دو ہم مرکزی دائرہ ہیں جن کے نصف قطر 5 سینٹی میٹر اور 3 سینٹی میٹر ہیں بڑے دائرہ کے وتر کی لمبائی معلوم کیجئے جو چھوٹے دائرہ کو چھوتا ہے۔

8- ایک چار ضلعی ABCD اس طرح بنایا گیا ہے کہ اس کا ہر ضلع اس کے اندر موجود دائرہ کو چھو کر گذرتا ہے (شکل 10.12)

دیکھئے) ثابت کیجئے کہ  $AB+CD=AD+BC$



شکل 10.13

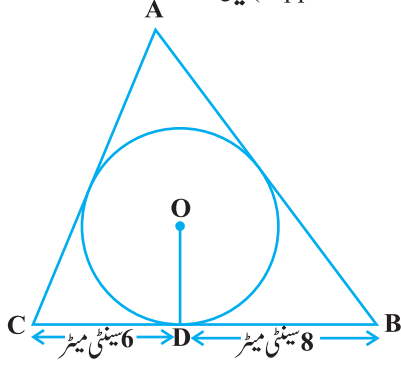


شکل 10.12

9- شکل 10.13 میں XY اور X'Y' والے ایک دائرہ کے دو متوازی مماس ہیں ایک دوسرا مماس AB جس کا نقطہ

مماس ہے XY کو A پر اور XY' کو B پر قطع کرتا ہے۔ ثابت کیجیے کہ  $\angle AOB = 90^\circ$

10- ثابت کیجیے کہ دائرہ کے باہری نقطے سے اس پر کھینچے جانے والے مماسوں کے درمیان بنا زاویہ اور ان کے نقطہ مماس کو مرکز سے ملانے والے قطع خط کے ذریعے مرکز پر بننے والے زاویے متممی (supplementary) ہیں۔



شکل 10.14

11- ثابت کیجیے کہ متوازی الاضلاع جس کے اندر ایک دائرہ اس طرح ہے کہ اس کا ہر ضلع اس کو چھو کر گذرتا ہے، متعین ہے۔

12- 4 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک داخلی دائرہ جو ایک  $\triangle ABC$  کے اندر

اس طرح ہے کہ قطعات خط BD اور DC جو نقطہ مماس D کے

ذریعے BC پر اس طرح بنے ہیں کہ ان کی لمبائیاں بالترتیب 8

سینٹی میٹر اور 6 سینٹی میٹر ہیں (شکل 10.19 دیکھیے) اضلاع AB

اور AC معلوم کیجیے۔

13- ثابت کیجئے کہ ایک چار ضلعی کے مقابل اضلاع، اس کے اندر موجود دائرہ کے مرکز پر متممی زاویہ بناتے ہیں۔

### 10.4 خلاصہ

اس باب میں آپ نے مندرجہ ذیل باتیں سیکھیں۔

- 1- دائرہ کے مماس کے معنی اور مفہوم
- 2- دائرہ کا نصف قطر دائرہ کے مماس کے نقطہ مماس پر عمود ہوتا ہے۔
- 3- دائرہ کے باہری نقطے سے اس پر کھینچے گئے مماسوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔