

باب 11



4817CH11

مساحت

11.1 تعارف

ہم معلوم کر چکے ہیں کہ کسی بھی بند مستوی شکل کی حدود کے چاروں طرف کی دوری اس کا احاطہ کہلاتا ہے اور اس کے ذریعے گھرے ہوئے حصے کو اس کا رقبہ کہتے ہیں۔ ہم مثلث، مستطیل، دائرہ وغیرہ مختلف مستوی شکلوں کا احاطہ اور رقبہ معلوم کر چکے ہیں۔ ہم مستطیل نما شکلوں کے کناروں یا پگڈنڈیوں (Pathways) کا رقبہ معلوم کرنا بھی سیکھ چکے ہیں۔

اس باب میں ہم چار ضلعی جیسی دوسری بند شکلوں کے رقبہ اور احاطوں سے متعلق مسئلوں کو حل کرنے کی کوشش کریں گے۔ ہم مکعب، کعب نما اور اسطوانہ جیسے ٹھوس کے سطحی رقبہ اور حجم کے بارے میں بھی معلوم کرنے کی کوشش کریں گے۔

11.2 آئیے اعادہ کریں

ہم اپنی سابقہ معلومات کو دوہرانے کے لیے ایک مثال پر غور کرتے ہیں۔

یہ ایک مستطیل نما باغیچے کی شکل ہے (شکل 11.1) جس کی لمبائی 30 میٹر اور چوڑائی 20 میٹر ہے۔

(i) اس باغیچے کو چاروں طرف سے گھیرنے والی باڑ کی لمبائی کیا ہے؟ باڑ کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ہمیں اس باغیچے کا احاطہ

معلوم کرنے کی ضرورت ہے جو 100 میٹر ہے۔ (جانچ کیجیے)

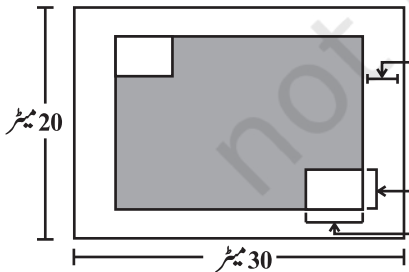
(ii) باغیچے نے کتنی زمین گھیری ہوئی ہے؟ اس باغیچے کے ذریعہ گھیری گئی زمین معلوم

کرنے کے لیے ہمیں باغیچے کا رقبہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے جو 600 مربع میٹر ہے (مربع میٹر) (کیسے؟)

(iii) باغیچے کے احاطہ کے ساتھ ساتھ اندر کی طرف ایک میٹر چوڑا راستہ بھی ہے۔ جس پر فرش

بنوانا ہے۔ اگر 4 مربع میٹر رقبہ پر فرش بنوانے کے لیے ایک بوری سیمنٹ کی ضرورت ہوتی

ہے تو اس پورے راستے پر فرش بنوانے کے لیے سیمنٹ کی کل کتنی بوریوں کی ضرورت ہوگی؟



شکل 11.1

ہم کہہ سکتے ہیں کہ استعمال کی گئی سیمنٹ کی بوریوں کی تعداد = $\frac{\text{راستے کا رقبہ}}{\text{ایک بوری سیمنٹ سے بنائے گئے فرش کا رقبہ}}$

کوشش کیجیے

(a) مندرجہ ذیل شکلوں کا ان کے متعلق رقبوں کے ساتھ میلان کیجیے:

(b) ہر شکل کا احاطہ معلوم کیجیے۔

49 مربع سینٹی میٹر
77 مربع سینٹی میٹر
98 مربع سینٹی میٹر

11 سینٹی میٹر
9 سینٹی میٹر
14 سینٹی میٹر

7 سینٹی میٹر
14 سینٹی میٹر

7 سینٹی میٹر
14 سینٹی میٹر

7 سینٹی میٹر
14 سینٹی میٹر

مشق 11.1

1. ایک مربع اور مستطیل نما میدان جن کی پیمائش شکل میں دی گئی ہے، کا احاطہ یکساں ہے۔ کس میدان کا رقبہ زیادہ ہے؟

2. محترمہ کوشک کے پاس شکل میں دکھائی گئی پیمائش کا ایک مربع نما پلاٹ ہے۔ وہ پلاٹ کے درمیان میں گھر بنانا چاہتی ہیں۔ گھر کے چاروں طرف ایک باغ بنایا گیا ہے۔ 25 میٹر 55 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے گھر کے چاروں طرف اس باغ کو بہتر بنانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

3. جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے، ایک باغیچے کی شکل بیچ میں سے مستطیل نما اور کناروں پر نصف دائری ہے اس باغیچے کا رقبہ اور احاطہ معلوم کیجیے [باغیچے کی لمبائی $20 - (3.5 + 3.5)$ میٹر ہے]

4. فرش کی ایک ٹائل متوازی الاضلاع شکل کی ہے جس کا اساس 24 سینٹی میٹر اور اس کی اونچائی 10 سینٹی میٹر ہے۔ 1080 مربع میٹر رقبہ کے ایک فرش کو پوری طرح ڈھکنے کے لیے ایسے کتنے ٹائلوں کی ضرورت ہے؟ (فرش کے کونوں کو بھرنے کے لیے ضرورت کے مطابق آپ ٹائلوں کو کسی بھی شکل میں توڑ سکتے ہیں)۔

5. ایک چیونٹی فرش پر بکھری ہوئی مختلف شکلوں کی کھانے کی چیزوں کے ٹکڑوں کے چاروں طرف گھوم رہی ہے۔ چیونٹی کو کھانے کی چیزوں کے کس ٹکڑے کے لیے لمبا چکر لگانا پڑے گا؟ یاد کیجیے، دائرہ کا محیط $c = 2\pi r$ ہے جہاں r نصف قطر ہے، کی مدد سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

(a) (b) (c)

7 سینٹی میٹر
20 میٹر

2.8 سینٹی میٹر
2 سینٹی میٹر
2 سینٹی میٹر

1.5 سینٹی میٹر
2.8 سینٹی میٹر

2.8 سینٹی میٹر



سیمنٹ سے بننے والے راستے کا رقبہ = باغیچے کا رقبہ - باغیچے کا وہ رقبہ جس پر سیمنٹ نہیں ہوا ہے۔
 راستے کی چوڑائی 1 میٹر ہے، اس لیے وہ مستطیل نما رقبہ جس پر فرش نہیں کرایا گیا ہے $(20 - 2) \times (30 - 2)$ مربع میٹر۔
 وہ 28×18 مربع میٹر ہے۔

اس لیے، استعمال کی گئی سیمنٹ کی بوریوں کی تعداد = -----

(iv) جیسا خاکے (شکل 11.1) میں دکھایا گیا ہے کہ اس باغیچے میں پھولوں کی دو مستطیل نما کھیا ریاں ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کی

پیمائش 2 میٹر $\times$ 1.5 میٹر ہے اور باقی باغیچے کے اوپر گھاس ہے۔ گھاس سے گھرا ہوا رقبہ معلوم کیجیے۔

مستطیل نما کھیا ریاں کا رقبہ = -----

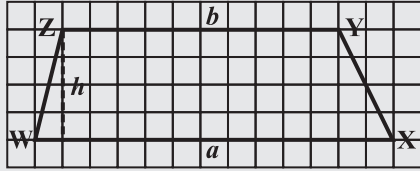
راستہ پر فرش کرانے کے بعد باغیچے کا بچا ہوا رقبہ = -----

اگر ہمیں ضروری پیمائش دی ہوئی ہے تو ہم مستطیلوں کے علاوہ کچھ اور جیومیٹریائی شکلوں یا سائز کا بھی رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔
 مندرجہ ذیل کو دو ہرانے کی کوشش کیجیے اور میلان کیجیے:

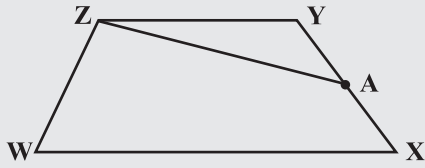
رقبہ	شکل	ڈائیگرام
$a \times a$	مستطیل	
$b \times h$	مربع	
πb^2	مثلاث	
$\frac{1}{2} b \times h$	متوازی الاضلاع	
$a \times b$	دائرہ	

کیا آپ درج بالا اشکال کے احاطے کے فارمولے لکھ سکتے ہیں؟

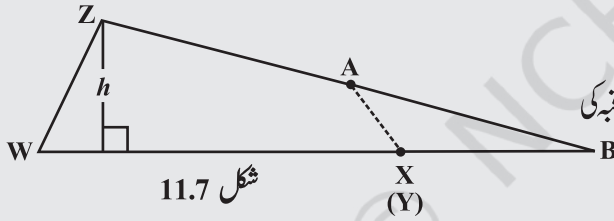
2. اگر $h = 10$ سینٹی میٹر، $c = 6$ سینٹی میٹر، $b = 12$ سینٹی میٹر اور $d = 4$ سینٹی میٹر ہے تو اس کے ہر حصے کی قدریں الگ الگ معلوم کیجیے، اور انہیں جمع کر کے WXYZ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ عبارت $\frac{h(a+b)}{2}$ میں a اور b کی قدر رکھ کر اس کی تصدیق کیجیے۔



شکل 11.5



شکل 11.6



شکل 11.7

1. ایک گراف پیپر پر کوئی منحرف WXYZ بنائیے جیسا کہ (شکل 11.5) میں دکھایا گیا ہے اور اسے کاٹ کر نکال لیجیے۔

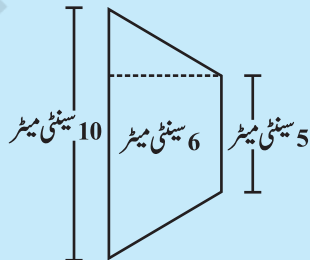
2. اس کے ایک ضلع کو موڑ کر XY کا وسطی نقطہ معلوم کیجیے اور اس کو A نام دیجیے (شکل 11.6)۔

3. ZA کے ہمراہ کاٹے ہوئے منحرف WXYZ کو دو حصوں میں بانٹیے۔ شکل 11.7 میں دکھائے گئے طریقے کے مطابق $\triangle ZYA$ کو وہاں رکھیے جہاں AY کو AX پر رکھا گیا ہے۔

بڑے مثلث کے قاعدہ کی لمبائی کیا ہے؟ اس مثلث کے رقبہ کی عبارت لکھیے (شکل 11.7)۔

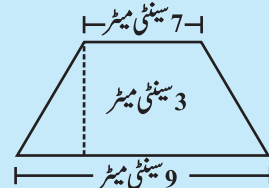
4. اس مثلث کا رقبہ اور منحرف WXYZ کا رقبہ برابر ہے (کیسے؟)۔ مثلث کے رقبہ کی عبارت کا استعمال کرتے ہوئے منحرف کے رقبہ کی عبارت حاصل کیجیے۔

منحرف کا رقبہ حاصل کرنے کے لیے ہمیں متوازی ضلعوں کی لمبائی اور دو متوازی ضلعوں کے درمیان عمودی فاصلے کی ضرورت ہے۔ متوازی ضلعوں کی لمبائیوں کا حاصل جمع اور ان کے درمیان عمودی فاصلے کے حاصل ضرب کے نصف سے ہم منحرف کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔



(ii)

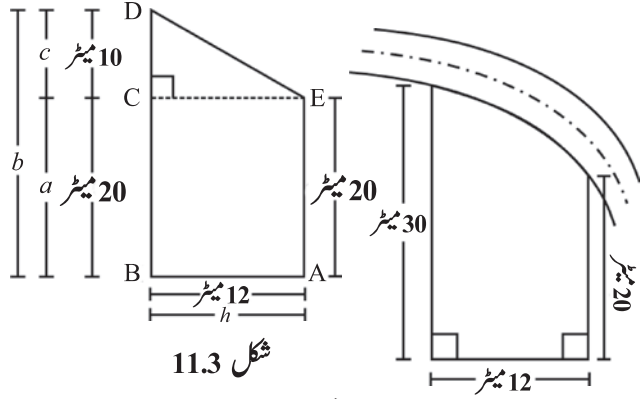
مندرجہ ذیل منحرفوں کے رقبہ معلوم کیجیے (شکل 11.8)



شکل 11.8

11.3 منحرف کا رقبہ

ناظمہ نے سڑک کے نزدیک ایک پلاٹ خریدا (شکل 11.2)۔ اس پلاٹ کی شکل پڑوس کے دوسرے مستطیل نما پلاٹوں کی طرح نہیں ہے، بلکہ پلاٹ میں مقابل اضلاع کا صرف ایک جوڑا متوازی ہے۔ اس لیے یہ تقریباً منحرف کی شکل کا ہے۔ کیا آپ اس کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں؟



شکل 11.3

$$(30 = c + a = b) \text{ میٹر}$$

شکل 11.2

آئیے جیسا شکل 11.3 سے ظاہر ہوتا ہے ہم اس پلاٹ کے راسوں کو نام دیتے ہیں۔

EC || AB کھینچ کر ہم اسے دو حصوں میں بانٹ سکتے ہیں۔ اس میں ایک شکل مستطیل نما ہے اور دوسری مثلث نما، (جو C پر قائم زاویہ بناتا ہے)، جیسا کہ شکل 11.3 سے ظاہر ہوتا ہے۔

$$\Delta ECD \text{ کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times 12 \times 10 = \frac{1}{2} h \times c = 60 \text{ مربع میٹر}$$

$$\text{مستطیل } ABCE \text{ کا رقبہ} = 12 \times 20 = h \times a = 240 \text{ مربع میٹر}$$

$$\text{منحرف } ABDE \text{ کا رقبہ} = \Delta ECD \text{ کا رقبہ} + \text{مستطیل } ABCE \text{ کا رقبہ} = 60 + 240 = 300 \text{ مربع میٹر}$$

ہم دونوں رقبوں کو ملا کر منحرف کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں، جیسے

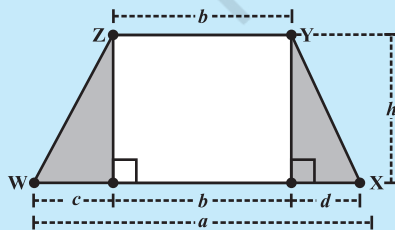
$$= h \left(\frac{c}{2} + a \right) = \frac{1}{2} h \times c + h \times a = \Delta ECD \text{ کا رقبہ} + \text{مستطیل } ABCE \text{ کا رقبہ}$$

$$= \left(\frac{c + a + a}{2} \right) h = \left(\frac{c + 2a}{2} \right) h$$

$$= \frac{(c + a + a)}{2} h = \frac{(b + a)}{2} h \text{ (متوازی الاضلاع کا احاطہ) اوچائی}$$

$$\text{اس عبارت میں } h, a \text{ اور } b \text{ کی قیمت رکھنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے } 300 \text{ مربع میٹر} = h \frac{(b + a)}{2}$$

کوشش کیجیے



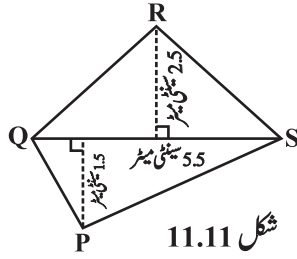
شکل 11.4

1. ناظمہ کی بہن کے پلاٹ کی شکل بھی منحرف ہے۔ اس کو تین

حصوں میں تقسیم کیجیے جیسا کہ (شکل 11.4) سے ظاہر ہوتا ہے۔

$$\text{دکھائیے کہ منحرف } WXYZ \text{ کا رقبہ} = h \frac{(a + b)}{2}$$





شکل 11.11

$$\begin{aligned} \text{رقبہ} &= \frac{1}{2} d (h_1 + h_2) \\ &= \frac{1}{2} \times 5.5 \times \text{مربع سینٹی میٹر} (2.5 + 1.5) \\ &= \frac{1}{2} \times 5.5 \times 4 = 11 \text{ مربع سینٹی میٹر} \end{aligned}$$

کوشش کیجیے

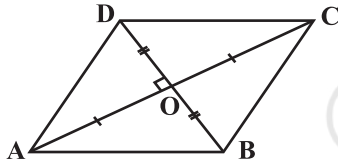
شکل 11.12

ہم جانتے ہیں کہ متوازی الاضلاع ایک چار ضلعی بھی ہے۔ آئیے اس طرح کے ایک متوازی الاضلاع کو بھی ہم دو مثلثوں میں بانٹیں۔ دونوں مثلثوں کا رقبہ معلوم کریں اور اسی طرح متوازی الاضلاع کا بھی۔ کیا یہ فارمولہ اوپر نکالے گئے فارمولے سے مطابقت رکھتا ہے؟ (شکل 11.12)

11.4.1 مخصوص چار ضلعی کا رقبہ

مثلثوں میں بانٹنے والے اس طریقہ کو ہم معین کے رقبہ کا فارمولہ معلوم کرنے میں استعمال کر سکتے ہیں (جسے ہم مثلثی پیمائش کہتے ہیں)۔ شکل 11.13 میں ABDC ایک معین ہے۔ اس لیے، اس کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہیں۔

$$\text{معین } ABCD \text{ کا رقبہ} = (\Delta ABC \text{ کا رقبہ}) + (\Delta ACD \text{ کا رقبہ})$$



شکل 11.13

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{2} \times AC \times OD \right) + \left(\frac{1}{2} \times AC \times OB \right) = \frac{1}{2} AC \times (OD + OB) \\ &= \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} d_1 \times d_2 \quad (AC = d_1 \text{ اور } BD = d_2 \text{ یہاں}) \end{aligned}$$

دوسرے لفظوں میں معین کا رقبہ اس کے وتروں کے حاصل ضرب کا نصف ہوتا ہے۔

مثال 2: ایک ایسے معین کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے وتروں کی لمبائی 10 سینٹی میٹر اور 8.2 سینٹی میٹر ہے۔

$$\text{حل:} \quad \text{معین کا رقبہ} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \quad \text{یہاں } d_1 \text{ اور } d_2 \text{ وتر ہیں}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 8.2 = 41 \text{ مربع سینٹی میٹر}$$

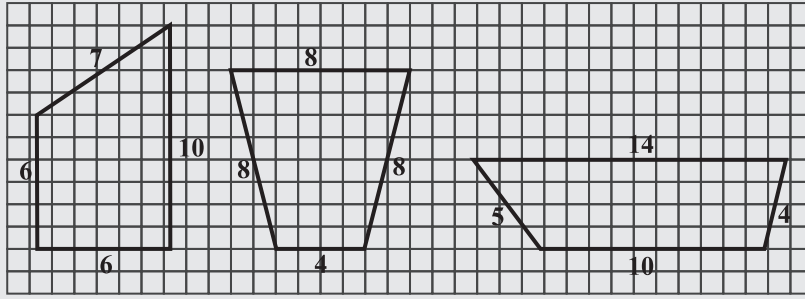
سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے



ایک متوازی الاضلاع کا وتر کھینچ کر اسے دو متماثل مثلثوں میں بانٹ سکتے ہیں۔ کیا ہم ایک منحرف کو بھی دو متماثل مثلثوں میں بانٹ سکتے ہیں؟

اسے کیجیے

ساتویں جماعت میں ہم مختلف احاطوں لیکن مساوی رقبہ والے چار ضلعی کی تشکیل کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ کیا یہ منحرف کے لیے بھی ممکن ہے؟ جانچ کیجیے کہ مندرجہ ذیل منحرف کے رقبے مساوی ہیں لیکن ان کے احاطے مختلف ہیں (شکل 11.9)

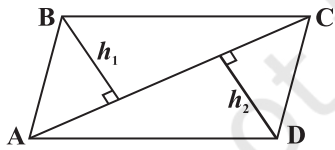


شکل 11.9

ہم جانتے ہیں کہ سبھی متماثل شکلوں کے رقبے مساوی ہوتے ہیں۔ کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ مساوی رقبوں والی شکلیں متماثل بھی ہوتی ہیں؟ کیا یہ شکلیں متماثل ہیں؟
ایک مربع نما کاغذ پر کم سے کم تین ایسے منحرف کھینچے جن کے احاطے مساوی ہوں لیکن رقبہ غیر مساوی ہوں۔

11.4 عمومی چار ضلعی کا رقبہ

ایک عمومی چار ضلعی کو ایک وتر کھینچ کر دو مثلثوں میں بانٹا جاسکتا ہے۔ یہ بانٹنے کا کام عمومی چار ضلعی کے لیے فارمولہ معلوم کرنے میں معاون ہوتا ہے۔ دی ہوئی شکل 11.10 پر غور کیجیے



شکل 11.10

$$= (\text{رقبہ } \triangle ABC) + (\text{رقبہ } \triangle ADC)$$

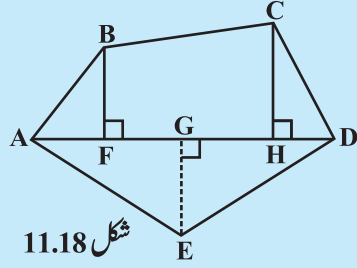
$$= \left(\frac{1}{2} AC \times h_1 \right) + \left(\frac{1}{2} AC \times h_2 \right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} AC \times (h_1 + h_2) \right)$$

$$\text{یہاں } d \text{ وتر } AC \text{ کی لمبائی ظاہر کرتا ہے۔} = \frac{1}{2} d (h_1 + h_2)$$

مثال 1: شکل 11.11 میں دکھائے گئے چار ضلعی PQRS کا رقبہ معلوم کیجیے

حل: یہاں $d = 5.5$ سینٹی میٹر، $h_1 = 2.5$ سینٹی میٹر، $h_2 = 1.5$ سینٹی میٹر ہے



اگر $AF = 3$ سینٹی میٹر، $AG = 4$ سینٹی میٹر، $AH = 6$ سینٹی میٹر، $AD = 8$ سینٹی میٹر اور $BF = 2$ سینٹی میٹر
 $EG = 2.5$ سینٹی میٹر، $CH = 3$ سینٹی میٹر ہے تو اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔

$$\text{کثیر ضلعی } ABCDE \text{ کا رقبہ} = \Delta AFB \text{ کا رقبہ} + \dots$$

$$\Delta AFB \text{ کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times AF \times BF = \dots = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = \dots$$

$$\text{منحرف } FBCH \text{ کا رقبہ} = FH \times \frac{(BF + CH)}{2}$$

$$= 3 \times \frac{(2 + 3)}{2} \quad [FH = AH - AF]$$

$$\Delta CHD \text{ کا رقبہ} = \dots = \frac{1}{2} \times HD \times CH = \dots$$

$$\frac{1}{2} \times AD \times GE = \dots$$

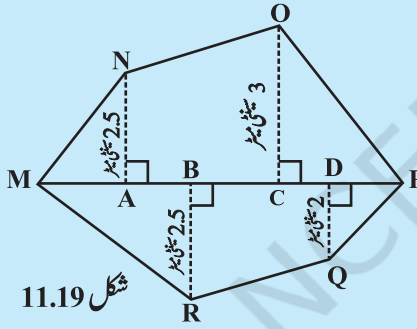
اس لیے کثیر ضلعی $ABCDE$ کا رقبہ $\dots =$

(iii) کثیر ضلعی $MNOPQR$ (شکل 11.19) کا رقبہ بتائیے، اگر

$MC = 6$ سینٹی میٹر، $MD = 7$ سینٹی میٹر، $MP = 9$ سینٹی میٹر،

$MB = 4$ سینٹی میٹر، $MA = 2$ سینٹی میٹر ہے۔

NA, OC, QD اور RB و MP پر عمود ہیں۔



مثال 1: ایک منحرف کی شکل کے میدان کا رقبہ 480 مربع میٹر ہے، دو متوازی ضلعوں کے درمیان کا فاصلہ 15 میٹر ہے اور ایک متوازی ضلع 20 میٹر ہے۔ دوسرا متوازی ضلع معلوم کیجیے۔

حل: منحرف کا ایک متوازی ضلع $a = 20$ میٹر ہے۔ مان لیجیے دوسرا متوازی ضلع b ہے اور اونچائی $h = 15$ میٹر۔

منحرف کا دیا ہوا رقبہ = 480 مربع میٹر

$$\text{منحرف کا رقبہ} = \frac{1}{2} h (a + b)$$

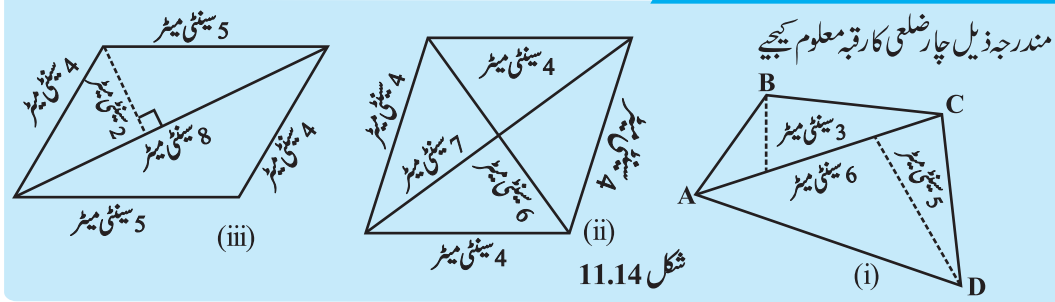
$$\frac{480 \times 2}{15} = 20 + b \quad \text{یا} \quad 480 = \frac{1}{2} \times 15 \times (20 + b) \quad \text{اس لیے}$$

$$64 = 20 + b \quad \text{یا} \quad 44 = b \quad \text{میٹر}$$

لہذا منحرف کا دوسرا متوازی ضلع 44 میٹر ہے۔

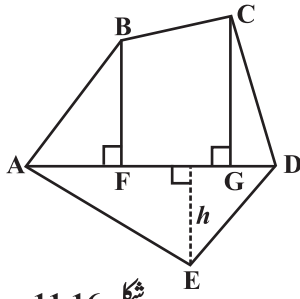
مثال 2: ایک معین کا رقبہ 240 مربع سینٹی میٹر ہے۔ اگر اس کے ایک وتر کی لمبائی 16 سینٹی میٹر ہو تو دوسرے کی لمبائی وتر معلوم کیجیے۔

کوشش کیجیے

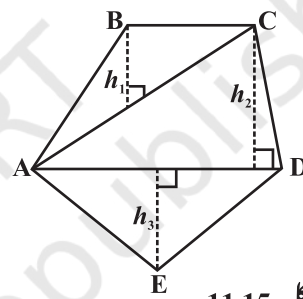


11.5 کثیر ضلعی کا رقبہ

ہم ایک چار ضلعی کو مثلثوں میں تقسیم کرتے ہیں اور اس کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔ کثیر ضلعی کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے اسی طریقے کا استعمال کیا جاسکتا ہے۔ ایک پانچ ضلعی کے لیے مندرجہ ذیل پر غور کیجیے : (شکل 11.5، 11.6)



شکل 11.16



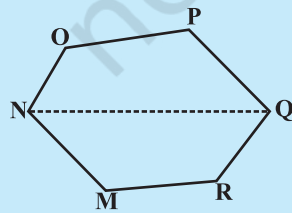
شکل 11.15

ایک وتر AD اور اس پر دو عمود BF اور CG کو بناتے ہوئے پانچ ضلعی ABCDE کو چار حصوں میں بانٹا گیا ہے۔ اس لیے ABCDE کا رقبہ = قائم مثلث AFB کا رقبہ + منحرف BFGC کا رقبہ + قائم مثلث CGD کا رقبہ + رقبہ AED کا رقبہ + (منحرف BFGC کے متوازی الاضلاع کی شناخت کیجیے)۔

وتر AC اور AD کو ملانے پر پانچ ضلعی ABCDE کو تین حصوں میں بانٹا گیا ہے۔ اس لیے ABCDE کا رقبہ = رقبہ ABC + رقبہ ACD + رقبہ AED +

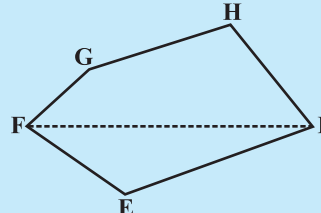
کوشش کیجیے

(i) مندرجہ ذیل کثیر ضلعی (شکل 11.7) کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے انہیں مختلف حصوں (مثلث اور منحرف) میں تقسیم کیجیے۔



شکل 11.17

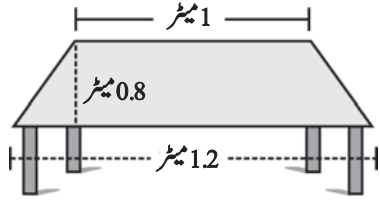
NQ کثیر ضلعی MNPQR کا ایک وتر ہے



FI کثیر ضلعی EFGHI کا ایک وتر ہے

(ii) کثیر ضلعی ABCDE کو مندرجہ ذیل حصوں میں بانٹا گیا ہے، جیسا کہ (شکل 11.18) میں دکھایا گیا ہے۔





مستطیل MNPR کا رقبہ $8 \times 5 = 40$ مربع سینٹی میٹر

اب مسدس MNOPQR کا رقبہ $64 = 40 + 12 + 12$ مربع سینٹی میٹر

مشق 11.2

1. ایک میز کی اوپری سطح منحرف کی شکل کی ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے اگر اس کے متوازی ضلعوں کی

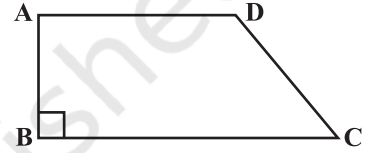
لمبائیاں 1 میٹر اور 1.2 میٹر ہیں اور ان کے درمیان کا عمودی فاصلہ 0.8 میٹر ہے۔

2. ایک منحرف کا رقبہ 34 مربع سینٹی میٹر، اس کے ایک متوازی ضلع کی لمبائی 10 سینٹی میٹر اور اونچائی 4 سینٹی میٹر ہے۔ دوسرے متوازی ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

3. ایک منحرف کی شکل والے میدان ABCD کی لمبائی 120 میٹر ہے۔ اگر

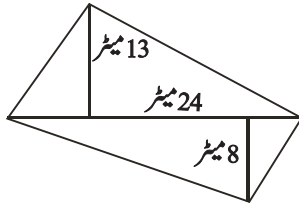
$17 = CD$ میٹر، $48 = BC$ میٹر اور $40 = AD$ میٹر ہے تو میدان

کا رقبہ معلوم کیجیے۔ ضلع AB، متوازی ضلعوں AD اور BC پر عمود ہے۔



4. ایک چار ضلعی شکل کے میدان کا وتر 24 میٹر ہے اور مقابل راسوں سے اس پر ڈالے گئے عمودوں کی لمبائیاں

8 میٹر اور 13 میٹر ہیں۔ میدان کا رقبہ معلوم کیجیے۔



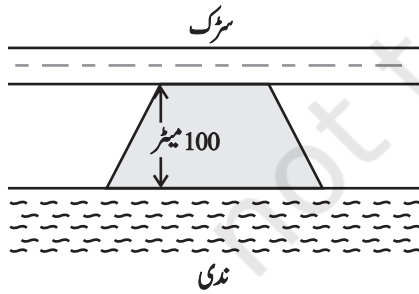
5. ایک معین کے دوتروں کی لمبائی 7.5 سینٹی میٹر اور 12 سینٹی میٹر ہے۔ اس معین کا رقبہ معلوم کیجیے؟

6. ایک معین کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے ضلع کی لمبائی 5 سینٹی میٹر اور ارتفاع 4.8 سینٹی میٹر ہے۔ اگر اس کا ایک وتر 8 سینٹی میٹر لمبا

ہے تو دوسرے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

7. کسی عمارت کے فرش میں 3000 ٹائل لگے ہوئے ہیں جو معین کی شکل کے ہیں اور اس میں ہر ایک کے وتر کی لمبائی 45 سینٹی

میٹر اور 30 سینٹی میٹر ہے۔ 4 روپیے فی مربع میٹر شرح سے فرش کی پالش کا خرچہ معلوم کیجیے۔



8. موہن منحرف کی شکل کا ایک کھیت خریدنا چاہتا ہے۔ اس کھیت کی ندی کے ساتھ کے ضلع کی لمبائی

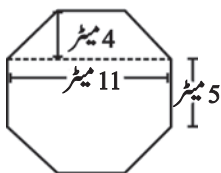
روڈ کے ہمراہ کی لمبائی کی دوگنی اور متوازی ہے۔ اگر اس میدان کا رقبہ 10500 مربع میٹر

ہے اور دو متوازی ضلعوں کے درمیان کا عمودی فاصلہ 100 میٹر ہے۔ تو ندی کے ہمراہ اس کی لمبائی

معلوم کیجیے۔

9. ایک اونچے پلیٹ فارم کی اوپری سطح کی شکل ایک منظم 8 ضلعی کی سی ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ 8 ضلعی سطح کا

رقبہ معلوم کیجیے۔



10. ایک پانچ ضلعی پارک ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

حل : مان لیجیے ایک وتر d_1 کی لمبائی = 16 سینٹی میٹر

اور دوسرے وتر کی لمبائی $d_2 =$

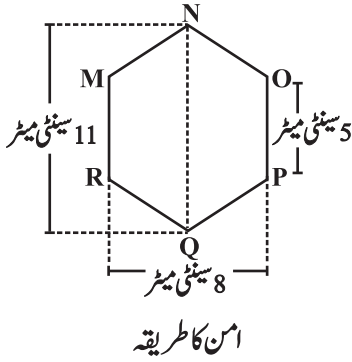
$$\frac{1}{2} d_1 \times d_2 = 240 = \text{منحرف کا رقبہ}$$

$$\frac{1}{2} 16 \cdot d_2 = 240 \quad \text{اس لیے}$$

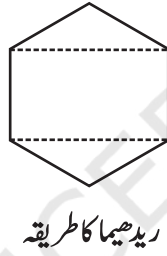
$$30 = d_2 \text{ سینٹی میٹر}$$

اس طرح دوسرے وتر کی لمبائی 30 سینٹی میٹر ہے۔

مثال 3 : 5 سینٹی میٹر ضلعی والا ایک مسدس MNOPQR (شکل 11.20) ہے۔ امن اور ریدھیمانے اسے دو مختلف طریقوں سے تقسیم کیا (شکل 11.21) دونوں حالتوں میں مسدس کا رقبہ معلوم کیجیے۔



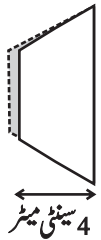
شکل 11.21



شکل 11.20

حل : امن کا طریقہ:

چوں کہ یہ ایک مسدس ہے اس لیے 'NQ' مسدس کو دو متماثل منحرفوں میں تقسیم کرتا ہے۔ آپ اس کی تصدیق کاغذ موڑ کر کر سکتے ہیں (شکل 11.22)۔

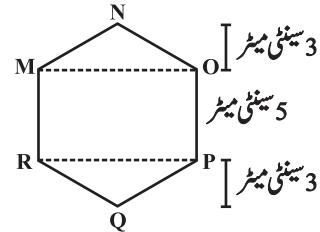


شکل 11.22

$$\text{اب منحرف MNQR کا رقبہ} = 4 \times \frac{(11+5)}{2} = 2 \times 16 = 32 \text{ مربع سینٹی میٹر}$$

$$\text{اس لیے مسدس MNOPQR کا رقبہ} = 2 \times 32 = 64 \text{ مربع سینٹی میٹر}$$

ریدھیمانے کا طریقہ:



شکل 11.23

ΔRPQ اور ΔMNO متماثل مثلث ہیں جن کا ارتفاع 3 سینٹی میٹر ہے (شکل 11.23)۔

آپ دونوں مثلثوں کو کاٹ کر ان کو ایک دوسرے کے اوپر رکھ کر تصدیق کر سکتے ہیں۔

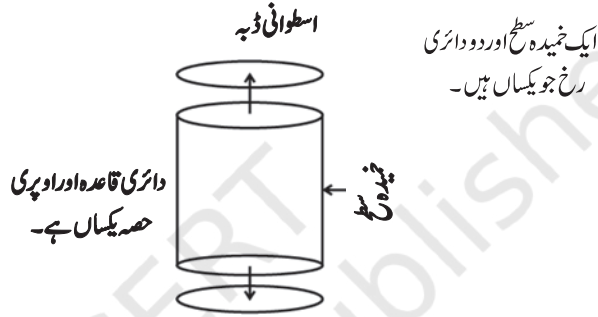
$$\Delta MNO \text{ کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12 \text{ مربع سینٹی میٹر} = \Delta RPQ \text{ کا رقبہ}$$

کعب نما ڈبہ

کعب نما ڈبہ

سبھی چھ رخ مستطیل نما ہیں اور متقابل رخ یکساں ہیں۔ اس لیے تینوں رخوں کے جوڑے یکساں ہیں۔

سبھی چھ رخ مربع اور یکساں ہیں



اب ایک وقت میں ایک ہی قسم کے ڈبے کو لیجیے۔ اس کے سبھی رخوں کو کاٹیں۔ ہر ایک رخ کی شکل کو دیکھیے اور یکساں رخوں کو ایک دوسرے کے اوپر رکھ کر ڈبے کے رخوں کی تعداد معلوم کیجیے۔ اپنے مشاہدات نوٹ کیجیے۔ کیا آپ نے مندرجہ ذیل پر غور کیا ہے:

شکل 11.26

(یہ ایک قائم دائری اسطوانہ ہے)

شکل 11.27
یہ ایک قائم دائری اسطوانہ نہیں ہے۔

اسطوانہ کے متماثل دائری رخ ایک دوسرے کے متوازی ہیں (شکل 11.26)۔ غور کیجیے کہ دائری رخوں کے وسطی نقطوں کو ملانے والا قطع خط قاعدہ پر عمود ہے۔ ایسے اسطوانہ قائم دائری اسطوانہ کہلاتے ہیں ہم صرف اسی قسم کے اسطوانہ کے بارے میں بحث کریں گے حالاں کہ دوسری قسم کے اسطوانے بھی ہوتے ہیں۔ (شکل 11.27)۔

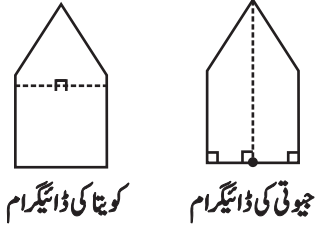
سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

متصل شکل میں دکھائے گئے ٹھوس کو اسطوانہ کہنا کیوں غلط ہے؟

11.7 مکعب، کعب نما اور اسطوانہ کا سطحی رقبہ

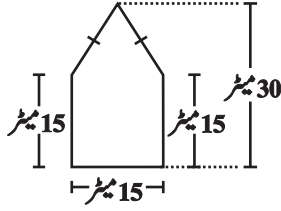
عمران، مونیکا اور جیپال بالترتیب یکساں اونچائی والے مکعب نما، مکعبی اور اسطوانے ڈبوں کو رنگ رہے ہیں (شکل 11.28)۔

اس کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے جیوتی اور کویتا نے اس کو دو مختلف طریقوں سے تقسیم کیا۔



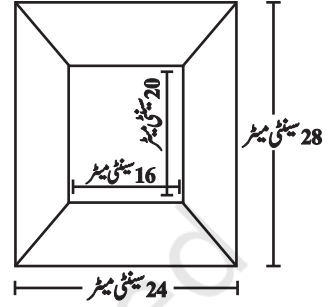
کویتا کی ڈائیگرام

جیوتی کی ڈائیگرام



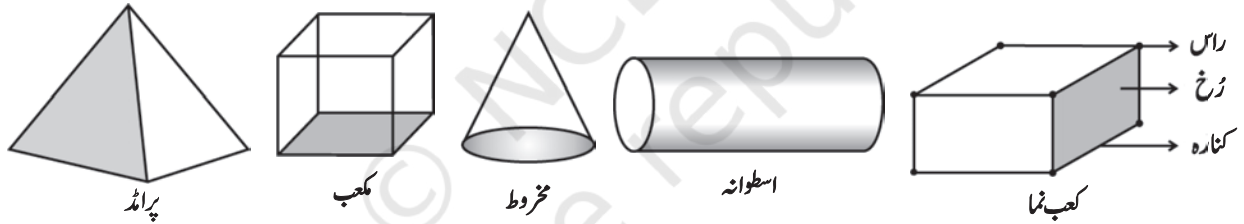
دونوں حالتوں میں پارک کا رقبہ معلوم کیجیے۔ کیا آپ رقبہ معلوم کرنے کا کوئی اور طریقہ بھی تجویز کر سکتے ہیں۔

11. متصل تصویری فریم کے باہری ابعاد = 28 سینٹی میٹر × 24 سینٹی میٹر ہیں اور اندرونی ابعاد = 20 سینٹی میٹر × 16 سینٹی میٹر ہیں۔ فریم کے ہر حصے کا رقبہ معلوم کیجیے اگر ہر حصے کی چوڑائی یکساں ہے۔



11.6 ٹھوس اشکال

چھیلی جماعتوں میں آپ پڑھ چکے ہیں کہ ہم دو ابعادی شکلوں کو تین ابعادی شکلوں کے رخ کی شکل میں پہچان سکتے ہیں۔ ہم جن ٹھوسوں کا مشاہدہ کر چکے ہیں ان پر غور کیجیے (شکل 11.24)۔



شکل 11.24

مشاہدہ کیجیے کہ ان میں سے بعض شکلوں کے دو یا دو سے زیادہ یکساں (متماثل) رخ ہیں۔ ان کے نام بتائیے۔ کس ٹھوس کے تمام رخ متماثل ہیں؟

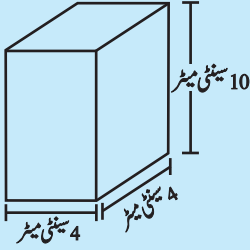
اسے کیجیے

بازار میں صابن، کھلونے، پیسٹ، سنکیکس (Snacks) وغیرہ اکثر کعب نما، مکعب نما یا اسطوانہ پیکٹوں میں ملتے ہیں۔ ایسے کچھ ڈبوں کو جمع کیجیے (شکل 11.25)۔

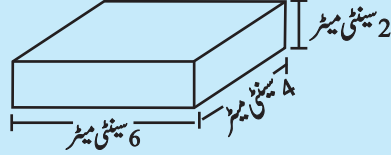


شکل 11.25

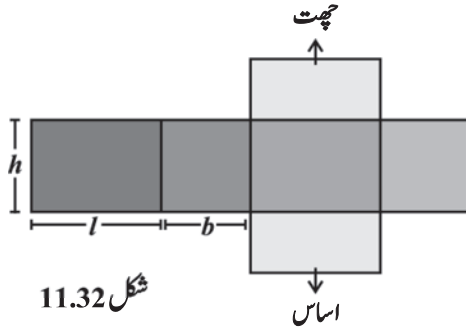
کوشش کیجیے



شکل 11.31



مندرجہ ذیل مکعب نما کا رقبہ معلوم کیجیے (شکل 11.31):



شکل 11.32

- مکعب نما کی دیواریں (اوپری اور نچلی سطح کے سوا) خمیدہ سطح کا رقبہ دیتی ہیں۔ مثال کے طور پر جس مکعب نما کمرے میں آپ بیٹھے ہوئے ہیں اس کمرے کی چار دیواریں کا کل رقبہ کمرے کی خمیدہ سطح کا رقبہ کہلاتا ہے (شکل 11.32)۔ اس لیے مکعب نما کی خمیدہ سطح کا رقبہ $2(h \times l + b \times h)$ یا $2h(l + b)$ کے ذریعہ حاصل کیا جاتا ہے۔

اسے کیجیے



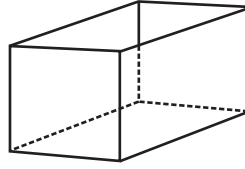
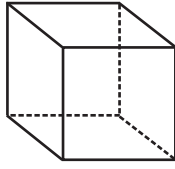
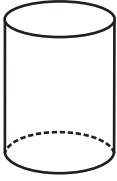
- ایک مکعب نما ڈسٹر (جسے آپ کے استاد کلاس میں استعمال کرتے ہیں) کی خمیدہ سطح کو بھورے رنگ کے کاغذ کی پٹی سے اس طرح ڈھکیے کہ یہ ڈسٹر کی خمیدہ سطح کو ٹھیک طرح سے ڈھک لے۔ پھر کاغذ کو ہٹائیے اور کاغذ کے رقبہ کی پیمائش کیجیے۔ کیا یہ ڈسٹر کی خمیدہ سطح کا رقبہ ہے؟
- اپنی کلاس کے کمرے کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی ناپیے اور مندرجہ ذیل کو معلوم کیجیے:
 - کھڑکیوں اور دروازوں کے رقبہ کو چھوڑ کر کمرے کا کل سطحی رقبہ۔
 - اس کمرے کی خمیدہ سطح کا رقبہ۔
 - کمرے کا کل وہ رقبہ جس پر سفیدی ہونی ہے۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

- کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ مکعب نما کا کل سطحی رقبہ = خمیدہ سطح کا رقبہ + $2 \times$ قاعدہ کا رقبہ؟
- اگر ہم کسی کعب نما (شکل 11.33(i)) کی اونچائی اور قاعدہ کی لمبائی کو ایک دوسرے سے بدل کر ایک دوسرا کعب نما (شکل 11.33(ii)) حاصل کر لیں تو کیا خمیدہ سطح کا رقبہ بدل جائے گا؟

(i) شکل 11.33

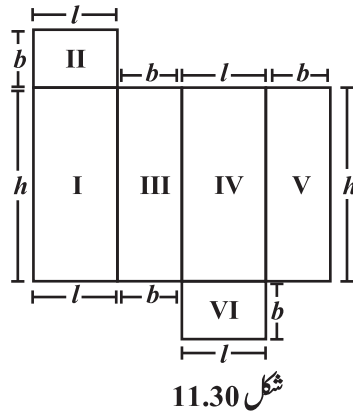
(ii)



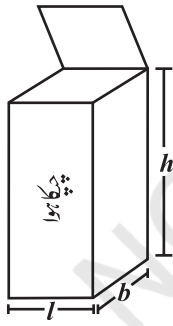
شکل 11.28

وہ یہ معلوم کرنے کی کوشش کر رہے ہیں کہ کس نے زیادہ رقبہ میں رنگ بھرا ہے۔ ہری نے مشورہ دیا کہ ہر ڈبے کا سطحی رقبہ معلوم کرنے کے بعد ہی فیصلہ ہو سکتا ہے۔

کل سطحی رقبہ معلوم کرنے کے لیے ہر ڈبے کا رقبہ معلوم کیجیے اور ان کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔ کسی ٹھوس کا سطحی رقبہ اس کے رخوں کے رقبوں کا حاصل جمع ہوتا ہے۔ مزید وضاحت کے لیے ہم ہر ایک شکل کا باری باری سے ذکر کرتے ہیں۔



شکل 11.30



شکل 11.29

11.7.1 مکعب نما

مان لیجیے آپ ایک مکعب نما ڈبہ (شکل 11.29) کا ٹکڑا کاٹ کر اسے سیدھا پھیلا دیتے ہیں۔ ہمیں ایک جال نظر آتا ہے۔ (شکل 11.30)

ہر ایک ضلع کی ابعاد لکھیے۔ آپ جانتے ہیں کہ مکعب نما کے تین یکساں رخ ہوتے ہیں۔ ہر رخ کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے آپ کس عبارت کا استعمال کر سکتے ہیں؟

ڈبے کے تمام رخوں کا کل رقبہ معلوم کیجیے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ مکعب نما کا کل سطحی رقبہ ہے: I کا رقبہ + II کا رقبہ + III کا رقبہ + IV کا رقبہ + V کا رقبہ + VI کا رقبہ

$$= h \times l + b \times l + b \times h + l \times h + b \times h + l \times b$$

اس طرح کل سطحی رقبہ $2(lb + bh + hl) = 2(h \times l + b \times h + b \times l)$ جہاں h , l اور b بالترتیب مکعب نما کی لمبائی، اونچائی اور چوڑائی ہے۔

مان لیجیے اوپر دیے گئے ڈبے کی اونچائی، لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 20 سینٹی میٹر، 15 سینٹی میٹر اور 10 سینٹی میٹر ہے۔

$$\text{لہذا کل سطحی رقبہ} = 2(20 \times 15 + 20 \times 10 + 10 \times 15)$$

$$1300 = 2(300 + 200 + 150) \text{ مربع میٹر}$$



سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

- (i) ضلع والے دو مکعبوں کو ملا کر ایک کعب نما بنایا گیا ہے (شکل 11.37)۔ اس کعب نما کا سطحی رقبہ کیا ہے؟ کیا یہ $12b^2$ ہے؟
کیا ایسے تین مکعبوں کو ملا کر بنائے گئے مکعب کا سطحی رقبہ $18b^2$ ہے؟ کیوں؟

شکل 11.37

- (ii) سب سے کم سطحی رقبہ کا مکعب نما بنانے کے لیے آپ یکساں

ضلع والے 12 مکعبوں کو کس طرح ترتیب دیں گے؟

- (iii) مکعب کے سطحی رقبہ کو رنگنے کے بعد اس مکعب کو یکساں ابعاد

والے 64 مکعبوں میں کاٹا جائے تو (شکل 11.38)۔

کتنے مکعبوں کا کوئی بھی رخ رنگا نہیں گیا ہے؟ کتنے مکعبوں کا 1 رخ

رنگا گیا ہے؟ کتنے مکعبوں کے 2 رخ رنگے ہوئے ہیں؟ کتنے مکعبوں

کے 3 رخ رنگے ہوئے ہیں؟

شکل 11.38

11.7.3 اسطوانہ

ہم جتنے بھی اسطوانہ دیکھتے ہیں ان میں سے زیادہ تر قائم دائری اسطوانہ ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر ایک ٹن، گول کھمبا، ٹیوب لائٹ پانی کا پائپ وغیرہ۔



اسے کیجیے

- (i) ایک اسطوانہ نما ڈبہ یا صندوق لیجیے اور اس کا قاعدہ گراف پیپر پر بنائیے اور اسے کاٹ کر باہر نکال لیجیے [شکل

(i) 11.39]۔ ایک دوسرا گراف پیپر لیجیے جس کی چوڑائی ڈبے کی اونچائی کے برابر ہو۔ اس پٹی کو ڈبے کے چاروں طرف اس

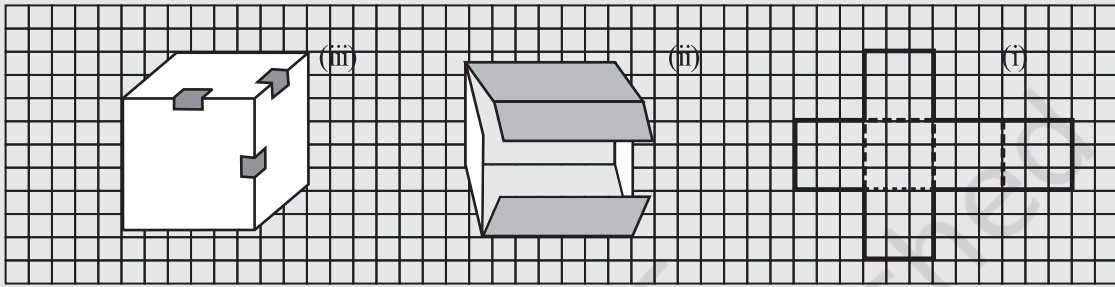
طرح سے لپیٹے کہ یہ ڈبے کے چاروں طرف بالکل ٹھیک بیٹھے (زائد کاغذ کو ہٹا دیجیے) [شکل (ii) 11.39]۔

فلکڑوں کو ایک دوسرے سے ملا کر ٹیپ لگائیے [شکل (iii) 11.39] تاکہ ایک اسطوانہ بن جائے [شکل (iv) 11.39]

11.7.2 مکعب

اسے کیجیے

ایک مربع نما کاغذ پر دکھائے گئے نمونہ (Pattern) کو لیجیے اور اسے کاٹیں [شکل (i) 11.34]۔ آپ جانتے ہیں کہ یہ نمونہ مکعب کا جال (Net) ہے۔ اسے لکیروں کے ساتھ موڑیے [شکل (ii) 11.34] اور مکعب بنانے کے لیے کناروں پر ٹیپ لگائیے [شکل (iii) 11.34]



شکل 11.34

(ii)

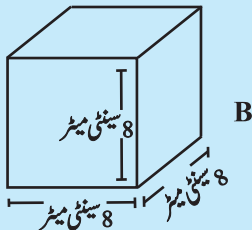
شکل 11.35

(i)

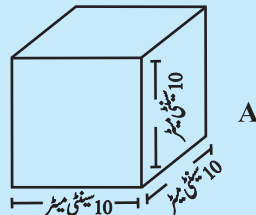
- (a) مکعب کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی کیا ہے؟ دھیان دیجیے کہ مکعب کے سبھی رخ مربع نما ہوتے ہیں۔ اس لیے مکعب کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی یکساں ہوتی ہے۔ (شکل (i) 11.35)
- (b) ہر ایک رخ کا رقبہ لکھیے۔ کیا سبھی رخوں کے رقبہ یکساں ہیں؟
- (c) اس مکعب کا کل سطحی رقبہ لکھیے۔
- (d) اگر مکعب کا ہر ضلع l ہو تو اس کے ہر ایک رخ کا رقبہ کیا ہوگا؟ (شکل (ii) 11.35)۔
- کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ l ضلع والے مکعب کا کل سطحی رقبہ $6l^2$ ہے۔

کوشش کیجیے

مکعب A کا سطحی رقبہ اور مکعب B کی خمیدہ سطح کا رقبہ معلوم کیجیے (شکل 11.36)



شکل 11.36

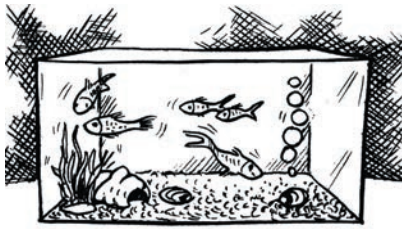




سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

نوٹ کیجیے کہ اسطوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ، قاعدہ کا محیط $\times$ اسطوانہ کی اونچائی کے برابر ہوتا ہے۔ کیا ہم مکعب نما کی خمیدہ سطح کے رقبہ کو قاعدہ کے محیط $\times$ مکعب نما کی اونچائی کی شکل میں لکھ سکتے ہیں؟

مثال 4: ایک مچھلی دان (aquarium) مکعب نما کی شکل کا ہے جس کی باہری پیمائشیں 40 سینٹی میٹر $\times$ 30 سینٹی میٹر $\times$ 80 سینٹی میٹر ہیں۔ اس کے اساس، (قاعدہ)، ایک طرف کا منظر اور پیچھے کے منظر کو رنگین کاغذ سے ڈھکنا ہے۔ اس کاغذ کا رقبہ معلوم کیجیے؟



حل :

$$\text{مچھلی دان کی لمبائی} = l = 80 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$\text{مچھلی دان کی چوڑائی} = b = 30 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$\text{مچھلی دان کی اونچائی} = h = 40 \text{ سینٹی میٹر}$$

$$\text{قاعدہ کا رقبہ} = l \times b = 80 \times 30 = 2400 \text{ مربع سینٹی میٹر}$$

$$\text{ایک طرف کا رقبہ} = b \times h = 30 \times 40 = 1200 \text{ مربع سینٹی میٹر}$$

$$\text{پیچھے کا رقبہ} = l \times h = 80 \times 40 = 3200 \text{ مربع سینٹی میٹر}$$

$$\text{مطلوبہ رقبہ} = \text{قاعدہ کا رقبہ} + \text{پیچھے کا رقبہ} +$$

$$(\text{ایک طرف کا رقبہ} \times 2)$$

$$8000 = 2400 + 3200 + (2 \times 1200) \text{ مربع سینٹی میٹر}$$

اس لیے مطلوبہ کاغذ کا رنگین رقبہ 8000 مربع سینٹی میٹر ہے۔

مثال 5 : ایک مکعب نما کمرے کی اندرونی پیمائش 4 میٹر $\times$ 8 میٹر $\times$ 12 میٹر ہے۔ اگر سفیدی کرانے کا خرچ 5 فی مربع میٹر ہے تو اس کمرے کی چار دیواری پر سفیدی کرانے کا خرچ معلوم کیجیے۔ اگر اس کمرے کی چھت کی بھی سفیدی کرائی جائے تو سفیدی کرانے کا خرچ کتنا ہوگا؟

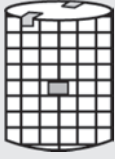
$$\text{حل :} \text{مان لیجیے کمرے کی لمبائی} = l = 12 \text{ میٹر}$$

$$\text{کمرے کی چوڑائی} = b = 8 \text{ میٹر}$$

$$\text{کمرے کی اونچائی} = h = 4 \text{ میٹر}$$

$$\text{کمرے کی چاروں دیواروں کا رقبہ} = \text{کمرے کی اونچائی} \times \text{قاعدہ کا احاطہ}$$

$$= 2(l + b) \times h = 2(12 + 8) \times 4$$



(iv)

(iii)

(ii)

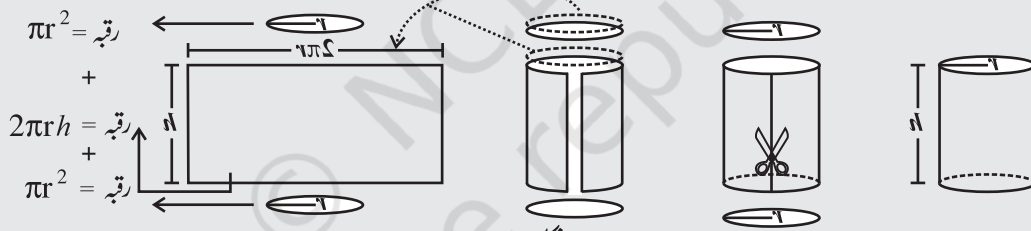
(i)

شکل 11.39

ڈبے کے چاروں طرف لپیٹے گئے کاغذ کی شکل کیا ہے؟

یقینی بات ہے کہ یہ مستطیل نما ہے۔ جب آپ اس اسطوانہ کے حصوں کو ٹیپ لگا کر ایک دوسرے سے ملا دیتے ہیں تو مستطیل نما پٹی کی لمبائی دائرہ کے محیط کے برابر ہوتی ہے۔ دائری قاعدہ کے نصف قطر (r) اور مستطیل نما پٹی کی لمبائی (l) اور چوڑائی (h) کو نوٹ کیجیے۔ کیا پٹی کی لمبائی $2\pi r$ ہے؟ جانچ کیجیے کہ کیا مستطیل نما پٹی کا رقبہ $2\pi r h$ ہے۔ کتنی کیجیے کہ مربع نما کاغذ کی کتنی مربع اکائیاں اسطوانہ کو بنانے میں استعمال کی گئی ہیں۔ جانچ کیجیے کہ کیا یہ کتنی $2\pi r(r + h)$ کی قدر کے تقریباً برابر ہے۔

(ii) ہم اسطوانہ کے سطحی رقبہ $2\pi r(r + h)$ کو دوسرے طریقے سے بھی نکال سکتے ہیں۔ ایک اسطوانہ کو اس طرح کاٹنے کا تصور کیجیے جیسا کہ مندرجہ ذیل (شکل 11.40) میں دکھایا گیا ہے



شکل 11.40

اسطوانہ (یا خمیدہ) سطح کا رقبہ $2\pi r h$ ہے

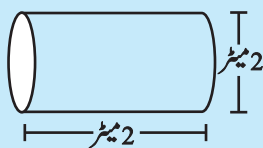
$$= \pi r^2 + 2\pi r h + \pi r^2 = \text{اسطوانہ کا کل سطحی رقبہ}$$

$$= 2\pi r^2 + 2\pi r h \quad \text{یا} \quad 2\pi r(r + h)$$

نوٹ : جب تک کچھ کہانہ جائے π کی قدر $\frac{22}{7}$ لیتے ہیں۔

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اسطوانوں کا کل سطحی رقبہ معلوم کیجیے (شکل 11.41)

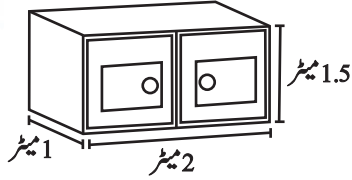


شکل 11.41

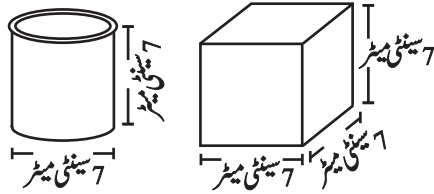




- کس ڈبے کو بنانے کے لیے کم سامان کی ضرورت ہے؟
2. 24 سینٹی میٹر $\times$ 48 سینٹی میٹر $\times$ 80 سینٹی میٹر پیمائش والے ایک سوٹ کیس کو ترپال کے کپڑے سے ڈھکنا ہے۔ ایسے 100 سوٹ کیسوں کو ڈھکنے کے لیے 96 سینٹی میٹر چوڑائی والی کتنے میٹر ترپال کے کپڑے کی ضرورت ہے؟
3. ایک ایسے مکعب کا ضلع معلوم کیجیے جس کا سطحی رقبہ 600 مربع سینٹی میٹر ہے۔



4. رخسار نے 1.5 میٹر $\times$ 2 میٹر $\times$ 1 میٹر پیمائش والی ایک پیٹی کو باہر سے رنگ کیا اگر اس نے پیٹی کی نچلی سطح کے علاوہ سبھی طرف سے رنگ کیا ہو تو معلوم کیجیے کہ اس نے کتنے سطحی رقبہ کو رنگ کیا۔



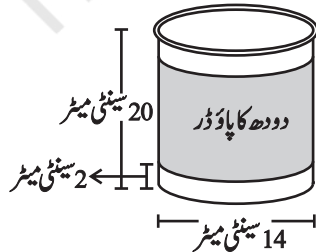
5. ڈینیل ایک ایسے مکعب نما کمرے کی دیواروں اور چھت کو رنگ کر رہا ہے جس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 15 میٹر، 10 میٹر اور 7 میٹر ہے۔ رنگ کے ہر ایک ڈبہ سے 100 مربع میٹر رقبہ کو رنگ کیا جاسکتا ہے تو اس کمرے کے لیے رنگ کے کتنے ڈبوں کی ضرورت ہوگی؟
6. بیان کیجیے کہ دائیں طرف دی گئی شکلیں کس طرح سے یکساں اور ایک دوسرے سے مختلف ہیں؟ کس ڈبے کی سطح کا رقبہ زیادہ ہے؟

7. 7 میٹر نصف قطر اور 3 میٹر اونچائی والا ایک بند اسطوانوی ٹینک دھات کی ایک چادر سے بنا ہے۔ اسے بنانے کے لیے دھات کی کتنی چادر درکار ہوگی؟

8. ایک کھوکھلے اسطوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ 4224 مربع سینٹی میٹر ہے، اسے اس کی اونچائی کے برابر کاٹ کر 33 سینٹی میٹر چوڑائی کی ایک مستطیل نما چادر بنائی جاتی ہے۔ مستطیل نما چادر کا احاطہ معلوم کیجیے؟



9. سڑک کو ہموار کرنے کے لیے ایک رولر کو سڑک کے اوپر ایک بار گھمانے کے لیے 750 چکر لگانے پڑتے ہیں اگر سڑک رولر کا قطر 84 سینٹی میٹر اور لمبائی 1 میٹر ہے تو سڑک کا رقبہ معلوم کیجیے۔



10. ایک کمپنی اپنے دودھ پاؤڈر کو ایسے اسطوانوی ڈبوں میں پیک کرتی ہے جن کا قطر 14 سینٹی میٹر اور اونچائی 20 سینٹی میٹر ہے۔ کمپنی ڈبے کی سطح کے چاروں طرف ایک لیبل لگاتی ہے (جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے) اگر یہ لیبل برتن کے نچلے حصے اور اوپری حصے، دونوں سے 2 سینٹی میٹر کی دوری پر چپکایا جاتا ہے تو لیبل کا رقبہ کیا ہے؟

$$160 = 2 \times 20 \times 4 = \text{مربع میٹر}$$

سفیدی کرانے کافی مربع میٹر خرچ = ₹ 5 ہے

اس لیے کمرے کی چاروں دیواروں پر سفیدی کرانے کا کل خرچ = $(160 \times 5) \times ₹ = ₹ 800$ ہے۔

$$\text{چھت کا رقبہ ہے } 96 = 12 \times 8 = \text{مربع میٹر}$$

$$\text{چھت پر سفیدی کرانے کا خرچ} = ₹ (96 \times 5) = ₹ 480$$

$$\text{اس لیے سفیدی کرانے کا کل خرچ} = ₹ (800 + 480) = ₹ 1280$$

مثال 6 : ایک بلڈنگ میں 24 اسطوانہ نما کھمبے ہیں۔ ہر کھمبہ کا نصف قطر 28 سینٹی میٹر اور اونچائی 4 میٹر ہے۔ 8 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے سبھی کھمبوں کی (خمیدہ سطح) پر رنگ کرانے کا خرچ معلوم کیجیے۔



حل : اسطوانہ کھمبہ کا نصف قطر = 0.28 میٹر = 28 سینٹی میٹر r

اونچائی $h = 4$ میٹر

$$2\pi rh = \text{اسطوانہ کی خمیدہ سطح کا رقبہ}$$

$$\text{کھمبا کی خمیدہ سطح کا رقبہ} = 2 \times \frac{22}{7} \times 0.28 \times 4 = 7.04 \text{ مربع میٹر}$$

$$\text{ایسے 24 کھمبوں کی خمیدہ سطح کا رقبہ} = 7.04 \times 24 = 168.96 \text{ مربع میٹر}$$

$$1 \text{ مربع میٹر پر رنگ کرانے کا خرچ} = ₹ 8$$

$$\text{اس لیے } 168.96 \text{ مربع میٹر رقبہ پر رنگ کرانے کا خرچ} = ₹ 168.96 \times 8 = ₹ 1351.68$$

مثال 7 : ایک ایسے اسطوانہ کی اونچائی معلوم کیجیے جس کا نصف قطر 7 سینٹی میٹر اور کل سطحی رقبہ 968 مربع سینٹی میٹر ہے

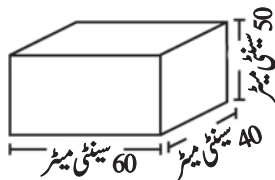
حل : مان لیجیے اسطوانہ کی اونچائی h ، نصف قطر $r = 7$ سینٹی میٹر

$$2\pi r(h + r) = \text{کل سطحی رقبہ}$$

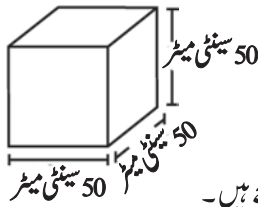
$$\text{اس لیے } 968 = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (7 + h)$$

$$15 = h \text{ سینٹی میٹر}$$

اس لیے اسطوانہ کی اونچائی = 15 سینٹی میٹر ہے



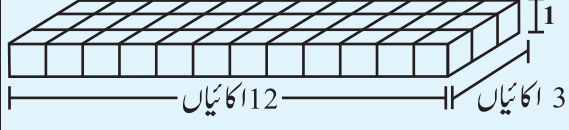
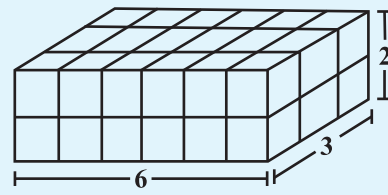
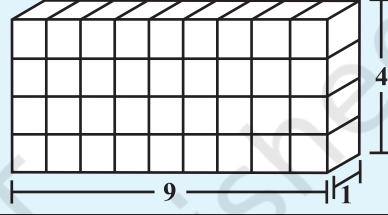
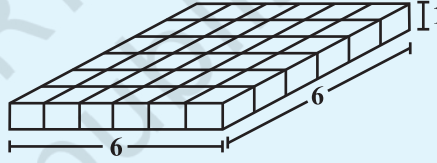
(a)



(b)

مشق 11.3

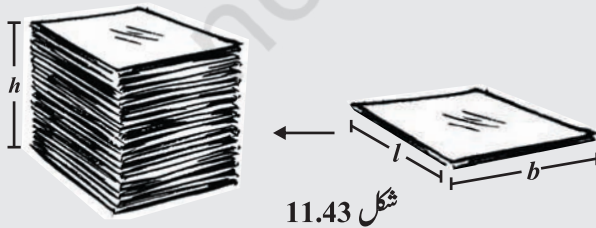
1. دو مکعب نما ڈبے ہیں جیسا کہ متصل شکل میں دکھائے گئے ہیں۔

$l \times b \times h = V$	اونچائی	چوڑائی	لمبائی	مکعب نما	
$12 \times 3 \times 1 = 36$	1	3	12		(i)
...	...	...	...		(ii)
...	...	...	...		(iii)
...	...	...	...		(iv)

آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

چوں کہ ان مکعب نماؤں کو بنانے کے لیے ہم نے 36 مکعبوں کا استعمال کیا ہے اس لیے ہر ایک مکعب کا حجم 36 مکعب اکائی ہے۔ اس کے علاوہ ہر ایک مکعب نما کا حجم اس کی لمبائی، چوڑائی اور اونچائی کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔ مذکورہ بالا مثال سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ مکعب نما کا حجم $l \times b \times h$ ہے۔ کیوں کہ $l \times h$ قاعدہ کا رقبہ ہے اس لیے ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ اونچائی $\times$ قاعدہ کا رقبہ = مکعب نما کا حجم

اسے کیجیے



ایک کاغذ کی شیٹ لیجیے۔ اس کے رقبہ کو ناپیے، اسی قسم کی کاغذ کی شیٹیں لے کر ان کا ڈھیر لگا کر ایک مکعب نما بنائیے (شکل 11.43)۔ اس ڈھیر کی اونچائی ناپیے۔ اور ایک شیٹ کے رقبہ اور شیٹوں کی اونچائی کا حاصل ضرب معلوم کرتے ہوئے مکعب نما کا حجم معلوم کیجیے



11.8 مکعب نما اور اسطوانہ کا حجم

ایک سہ ابعادی شے کے ذریعہ گھری ہوئی جگہ کو اس کا حجم کہتے ہیں۔ اپنے آس پاس کی چیزوں کا موازنہ کرنے کی کوشش کیجیے۔ مثال کے طور پر کسی کمرے کے اندر رکھی ہوئی الماری کے مقابلہ میں کمرے کا حجم زیادہ ہے۔ کیا آپ ان میں سے کسی بھی شے کا حجم ناپ سکتے ہیں؟

شکل 11.42

مشاہدہ کیجیے، ہم کسی علاقے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے مربع اکائی کا استعمال کرتے ہیں یہاں ہم ٹھوس کا حجم معلوم کرنے کے لیے مکعب اکائی کا

استعمال کریں گے کیوں کہ مکعب بہت زیادہ موزوں ٹھوس شکل ہے (ٹھیک اسی طرح جیسے کسی علاقہ کا رقبہ ناپنے کے لیے مربع سب سے زیادہ موزوں ہے)۔

رقبہ معلوم کرنے کے لیے ہم علاقہ کو مربع اکائیوں میں تقسیم کرتے ہیں، اسی طرح کسی ٹھوس کا حجم معلوم کرنے کے لیے ہمیں اس ٹھوس کو مکعب اکائیوں میں تقسیم کرنے کی ضرورت ہے۔

سوچے ٹھوس میں سے ہر ایک کا حجم 8 مکعب اکائی ہے (شکل 11.42)۔

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ ٹھوس کا حجم ناپنے کے لیے ہم اس میں موجود اکائیوں کو گنتے ہیں

$$1 \text{ مکعب سینٹی میٹر} = 1 \text{ سینٹی میٹر} \times 1 \text{ سینٹی میٹر} \times 1 \text{ سینٹی میٹر} = 1 \text{ مکعب سینٹی میٹر}$$

$$10 \text{ ملی میٹر} \times 10 \text{ ملی میٹر} \times 10 \text{ ملی میٹر} = \dots \text{ مکعب ملی میٹر}$$

$$1 \text{ مکعب میٹر} = 1 \text{ میٹر} \times 1 \text{ میٹر} \times 1 \text{ میٹر} = 1 \text{ مکعب میٹر}$$

$$\dots = \text{مکعب میٹر}$$

$$1 \text{ مکعب ملی میٹر} = 1 \text{ ملی میٹر} \times 1 \text{ ملی میٹر} \times 1 \text{ ملی میٹر} = 1 \text{ مکعب ملی میٹر}$$

$$0.1 = 0.1 \text{ سینٹی میٹر} \times 0.1 \text{ سینٹی میٹر} \times 0.1 \text{ سینٹی میٹر} = \dots \text{ مکعب سینٹی میٹر}$$

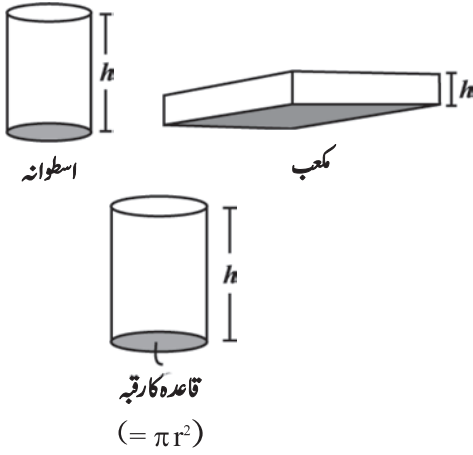
اب ہم مکعب نما، مکعب اور اسطوانہ کا حجم معلوم کرنے کے لیے ضابطے معلوم کرتے ہیں۔ آئیے ہر ایک ٹھوس پر ایک ایک کر کے بحث کرتے ہیں۔

11.8.1 مکعب نما

یکساں شکل والے (ہر ایک مکعب کی لمبائی برابر ہو) 36 مکعب لیجیے۔ ایک مکعب نما بنانے کے لیے انہیں ترتیب دیجیے۔

آپ ان کو بہت سے طریقوں سے ترتیب دے سکتے ہیں۔ مندرجہ ذیل جدول کا مشاہدہ کیجیے اور خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

11.8.3 اسطوانہ



ہم جانتے ہیں کہ مکعب نما کا حجم اس کے قاعدہ کے رقبہ اور اونچائی کے حاصل ضرب سے حاصل ہوتا ہے۔ کیا اسی طرح سے ہم اسطوانہ کا حجم بھی معلوم کر سکتے ہیں؟

مکعب نما کی طرح اسطوانہ میں بھی ایک قاعدہ اور اوپری سطح ہوتی ہے۔ جو ایک دوسرے کے متماثل اور متوازی ہوتے ہیں۔ مکعب نما کی طرح اس کی خمیدہ سطح قاعدہ پر عمود ہوتی ہے۔

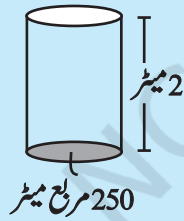
اس لیے مکعب نما کا حجم = قاعدہ کا رقبہ × اونچائی

$$= l \times b \times h = lbh$$

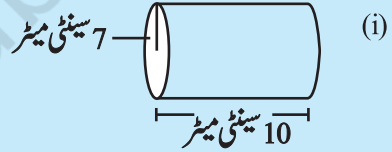
اسطوانہ کا حجم = اونچائی × قاعدہ کا رقبہ

$$= \pi r^2 \times h = \pi r^2 h$$

کوشش کیجیے



(ii)



(i)

مندرجہ ذیل اسطوانوں کا حجم معلوم کیجیے۔

11.9 حجم اور گنجائش

ان دو لفظوں میں زیادہ فرق نہیں ہے۔

(a) کسی شے کے ذریعہ گھری ہوئی جگہ کی مقدار اس کا حجم کہلاتا ہے۔

(b) کسی برتن میں بھری گئی شے کی مقدار اس کی گنجائش کہلاتی ہے۔

نوٹ : اگر کسی پانی کی ٹنکی میں 100 مکعب سینٹی میٹر پانی بھرا جاسکتا ہے تو اس ٹنکی کی گنجائش 100 مکعب سینٹی میٹر ہے۔

گنجائش کو لیٹروں میں بھی ناپا جاتا ہے۔ لیٹر اور مکعب سینٹی میٹر میں مندرجہ ذیل رشتہ ہے:

1 لیٹر = 1 مکعب سینٹی میٹر، 1 لیٹر = 1000 مکعب سینٹی میٹر۔ اس لیے، 1 مکعب میٹر = 1000000 مکعب سینٹی میٹر = 1000 لیٹر

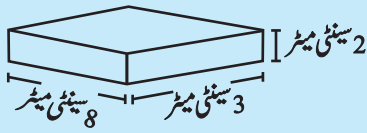
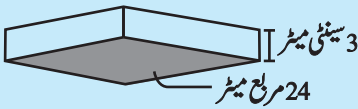
مثال 8 : ایک ایسے مکعب نما کی اونچائی معلوم کیجیے جس کا حجم 275 مکعب سینٹی میٹر اور قاعدہ کا رقبہ 25 مربع سینٹی میٹر ہے۔

حل : مکعب نما کا حجم = اونچائی × قاعدہ کا رقبہ

اس مشغلہ سے اس بات کا پتہ چلتا ہے کہ ٹھوس کے حجم کو اس طریقہ سے بھی معلوم کیا جاسکتا ہے (اگر کسی ٹھوس کا قاعدہ اور اوپری حصہ ایک سا ہے اور ایک دوسرے کے متوازی ہے اور اس کے کنارے قاعدہ پر عمود ہیں)۔ کیا آپ ایسی چیزوں کے بارے میں سوچ سکتے ہیں جن کا حجم اس طریقہ کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کیا جاسکتا ہے؟

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل ہر کعب نما (شکل 11.44) کا حجم معلوم کیجیے۔



شکل 11.44



11.8.2 کعب

کعب، کعب نما کی ایک مخصوص مثال ہے جس میں $l = b = h$ ،

اس لیے کعب کا حجم $l \times l \times l = l^3$

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل مکعبوں کا حجم معلوم کیجیے:

- (a) جس کے ضلع کی لمبائی 4 سینٹی میٹر ہو (b) 1.5 میٹر ہو۔



اسے کیجیے

یکساں سائز والے 64 مکعبوں کو آپ جتنے طریقوں سے ترتیب دے سکتے ہیں ترتیب دیتے ہوئے کعب نما بنائیے۔ ہر ایک شکل کا سطحی رقبہ معلوم کیجیے۔ کیا یکساں حجم والی ٹھوس چیزوں کا سطحی رقبہ یکساں ہوتا ہے؟

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

ایک کمپنی بسکٹ بیچتی ہے۔ بسکٹوں کو پیک کرنے کے لیے کعب نما ڈبوں کا استعمال کیا جا رہا ہے:

ڈبہ $20 = 8 \times 3 \times 3$ سینٹی میٹر $\rightarrow A$ ، ڈبہ $10 = 12 \times 4 \times 3$ سینٹی میٹر $\rightarrow B$ ۔ ان میں سے کس قسم کے ڈبے کمپنی کے لیے فائدہ مند ہوں گے؟ کیوں؟ کیا آپ ایسے کسی اور شکل کے ڈبے کا مشورہ (بجھاؤ) دے سکتے ہیں جس کا حجم ڈبہ کے برابر ہو لیکن اس کے مقابلہ میں زیادہ فائدہ مند ہو۔



اس لیے استوانہ کا حجم = 17600 مکعب سینٹی میٹر ہے

مثال 11: 4 سینٹی میٹر $\times$ 11 سینٹی میٹر پیمائش والے مستطیل نما کاغذ کے ٹکڑے کو بغیر ایک دوسرے کے اوپر نیچے کیے موڑ کر

ایک 4 سینٹی میٹر اونچائی کا استوانہ بنایا گیا ہے۔ استوانہ کا حجم معلوم کیجیے۔

حل: کاغذ کی لمبائی استوانہ کے قاعدہ کا محیط بن جاتی ہے اور چوڑائی اونچائی بن جاتی ہے۔

مان لیجیے استوانہ کا نصف قطر r اور اونچائی h

استوانہ کے قاعدہ کا محیط $2\pi r = 11$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 11 \quad \text{یا}$$

$$\text{اس لیے } r = \frac{7}{4} \text{ سینٹی میٹر}$$

$$V = \pi r^2 h = \text{استوانہ کا حجم}$$

$$4 \text{ مکعب سینٹی میٹر} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{22}{7} = 38.5 \text{ مکعب سینٹی میٹر}$$

اس لیے استوانہ کا حجم 38.5 مکعب سینٹی میٹر

مشق 11.4

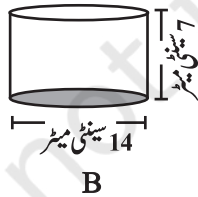
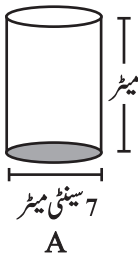


1. آپ کو ایک استوانہ ٹینک دیا ہوا ہے، کس صورت حال میں آپ اس کا سطحی رقبہ معلوم کریں گے اور کس صورت میں حجم۔

(a) یہ معلوم کرنے کے لیے کہ اس میں کتنا پانی رکھا جاسکتا ہے۔

(b) اس کا پلاسٹر کرنے کے لیے مطلوبہ سیمنٹ کی بوریوں کی تعداد

(c) اس کے پانی سے بھرے جانے والے چھوٹے ٹینکوں کی تعداد



2. استوانہ A کا قطر 7 سینٹی میٹر اور اونچائی 14 سینٹی میٹر ہے۔ استوانہ B کا قطر 14 سینٹی میٹر اور اونچائی 7 سینٹی میٹر ہے۔

تجربہ کیے بنا کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ ان دونوں میں کس کا حجم زیادہ ہے؟

دونوں استوانوں کا حجم معلوم کرتے ہوئے اس کی تصدیق کیجیے۔ جانچ کیجیے کہ کیا زیادہ حجم والے

استوانہ کا سطحی رقبہ بھی زیادہ ہے؟

3. ایک ایسے کعب نما کی اونچائی معلوم کیجیے جس کے قاعدہ کا رقبہ 180 مربع سینٹی میٹر اور جس کا حجم 900 مکعب سینٹی میٹر ہے؟

4. ایک کعب نما کے ابعاد 30 سینٹی میٹر $\times$ 54 سینٹی میٹر $\times$ 60 سینٹی میٹر ہیں۔ اس کعب نما کے اندر 6 سینٹی میٹر ضلع والے کتنے

چھوٹے کعب رکھے جاسکتے ہیں۔

$$\text{اس لیے} \quad \frac{\text{کعب نما کا حجم}}{\text{قاعدہ کا رقبہ}} = \text{کعب نما کی اونچائی}$$

$$11 \text{ سینٹی میٹر} = \frac{275}{25}$$

اس طرح کعب نما کی اونچائی 11 سینٹی میٹر ہے۔

مثال 9 : ایک کعب نما گودام کی پیمائش 30 میٹر × 40 میٹر × 60 میٹر ہے۔ اس کے اندر کتنے کعب نما ڈبے رکھے جاسکتے

ہیں، اگر ایک ڈبے کا حجم 0.8 مکعب میٹر ہے؟

حل : ایک ڈبے کا حجم = 0.8 مکعب میٹر

$$\text{گودام کا حجم} = 60 \times 40 \times 30 = 72000 \text{ مکعب میٹر}$$

$$\frac{\text{گودام کے اندر رکھے جاسکنے والے ڈبوں کی تعداد}}{\text{ایک ڈبے کا حجم}} = \frac{60 \times 40 \times 30}{0.8}$$

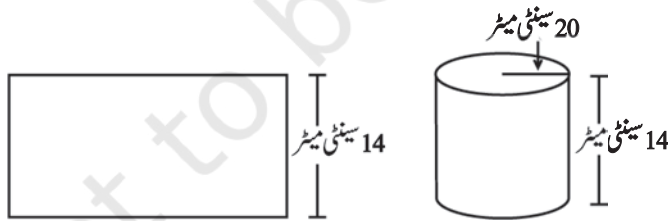
اس طرح گودام کے اندر رکھے جاسکنے والے ڈبوں کی تعداد 90,000 ہے۔

مثال 10 : 14 سینٹی میٹر چوڑائی والے ایک مستطیل نما کاغذ کو چوڑائی کے ہمراہ موڑ کر 20 سینٹی میٹر نصف قطر والا ایک اسطوانہ بنایا

اسطوانہ کا حجم معلوم کیجیے (شکل 11.45) (π کے لیے $\frac{22}{7}$ لیجیے)

حل : کاغذ کو چوڑائی کے ہمراہ موڑ کر اسطوانہ کو بنایا جا رہا ہے۔ اس لیے کاغذ کی چوڑائی اسطوانہ کی اونچائی ہوگی اور اسطوانہ کا نصف

قطر 20 سینٹی میٹر ہوگا



شکل 11.45

اسطوانہ کی اونچائی = $h = 14$ سینٹی میٹر

نصف قطر = $r = 20$ سینٹی میٹر

$$V = \pi r^2 h = \text{اسطوانہ کا حجم}$$

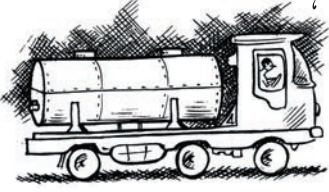
$$17600 = \frac{22}{7} \times 20 \times 20 \times 14 = \text{مکعب سینٹی میٹر}$$

© NCERT
not to be republished

5. ایک ایسے اسطوانہ کی اونچائی معلوم کیجیے جس کا حجم 1.54 مکعب سینٹی میٹر اور جس کے قاعدہ کا قطر 140 سینٹی میٹر ہے؟

6. ایک دودھ کا ٹینک اسطوانہ کی شکل کا ہے جس کا نصف قطر 1.5 میٹر اور لمبائی 7 میٹر ہے۔

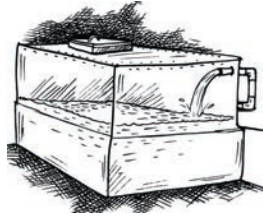
اس ٹینک میں بھرے جاسکنے والے دودھ کی مقدار لیٹر میں معلوم کیجیے؟



7. اگر کسی مکعب کے ہر کنارے کو دو گنا کر دیا جائے تو

(i) اس کے سطحی رقبہ میں کتنے گنا کا اضافہ ہوگا؟

(ii) اس کے حجم میں کتنے گنا کا اضافہ ہوگا؟



8. ایک مکعب نما حوض (Reservoir) کے اندر 60 لیٹر فی منٹ کی شرح سے پانی بھرا جا رہا ہے اگر

حوض کا حجم 108 مکعب میٹر ہے تو معلوم کیجیے کہ اس حوض کو بھرنے میں کتنے گھنٹے لگیں گے؟

ہم نے کیا سیکھا؟

1. رقبہ

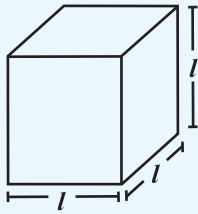
(i) ان کے درمیان کا عمودی فاصلہ $\times$ متوازی ضلع کی لمبائیوں کا حاصل جمع کا نصف = منحرف کا رقبہ

(ii) وتروں کے حاصل ضرب کا آدھا = معین کا رقبہ

2. ایک ٹھوس کا سطحی رقبہ اس کے رخوں کے رقبوں کے حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے

3. $2(lb + bh + hl)$ = مکعب نما کا سطحی رقبہ

$$6l^2 = \text{مکعب}$$



$$2\pi r(r + h) = \text{اسطوانہ کا سطحی رقبہ}$$

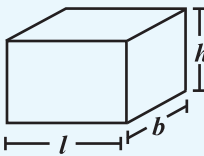
4. کسی ٹھوس کے ذریعہ گھری ہوئی جگہ کی مقدار اس کا حجم کہلاتی ہے۔

5. حجم

$$l \times b \times h = \text{مکعب نما کا حجم}$$

$$l^3 = \text{مکعب کا حجم}$$

$$\pi r^2 h = \text{اسطوانہ کا حجم}$$



6. (i) 1 مکعب سینٹی میٹر = 1 ملی لیٹر

(ii) 1 لیٹر = 1000 مکعب سینٹی میٹر

(iii) 1 مکعب میٹر = 1000000 مکعب سینٹی میٹر = 1000 لیٹر