باب

# 12

# قوت نما اور قوتیں

## 12.1 تعارف

**کیا آپ جانتے ہیں؟**

زمین کی کمیت 5,970,000,000,000,000,000,000,000 کلوگرام ہے۔

ہم پچھلی جماعتوں میں پڑھ چکے ہیں کہ اس قسم کی بڑی تعداد کو قوت نما کا استعمال کرتے ہوئے زیادہ آسانی سے کس طرح لکھ سکتے ہیں، جیسے $5.97 \times 10^{24}$ کلوگرام۔

ہم $10^{24}$ کو 10 کی قوت 24 پڑھتے ہیں۔

| |
|---|
| قوت نما |
| اساس |
| ہم کہتے ہیں: |
| **10 کی قوت 24 ہے۔** |

ہم جانتے ہیں $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

اور $2^m = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2 \times 2 \ldots$ (m مرتبہ)

آیئے اب معلوم کرتے ہیں کہ $2^{-2}$ کس کے برابر ہے؟

قوت نما ایک منفی صحیح عدد ہے۔

## 12.2 منفی قوت نما والی قوتیں

آپ جانتے ہیں کہ $10^2 = 10 \times 10 = 100$

$10^1 = 10 =$

$10^0 = 1 =$

جیسے جیسے قوت نما 1 کم ہوتا ہے نئی قدر پچھلی قدر کی ہو جاتی ہے۔

$10^{-1} = ?$

مذکورہ بالا نمونے کو آگے بڑھاتے ہوئے $10^{-1} =$

اس طرح سے $10^{-2} =$

© NCERT not to be republished

ہم پڑھ چکے ہیں کہ 1425 قسم کے اعداد کو ہم کس طرح قوت نماؤں کا استعمال کرتے ہوئے پھیلی ہوئی شکل میں لکھتے ہیں

$1 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

آیئے دیکھیں کہ ہم 1425.36 کو پھیلی ہوئی شکل میں کس طرح لکھ سکتے ہیں۔

ہمارے پاس ہے $1425.36 = 1 \times 1000 + 4 \times 100 + 2 \times 10 + 5 \times 1 +$

$= 1 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10 + 5 \times 1 + 3 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$

$10^{-1} =$ ، $10^{-2} =$

### کوشش کیجیے

قوت نماؤں کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل اعداد کو پھیلائیے۔

(i) 1025.63 (ii) 1256.249

## 12.3 قوت نما کے قوانین

ہم مطالعہ کر چکے ہیں کہ کسی بھی غیر صحیح صفر عدد $a$ کے لیے $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ہے ان میں $m$ اور $n$ طبعی اعداد ہیں۔ اگر قوت نما منفی ہوں تو تب بھی کیا یہ اصول درست ہے؟ آیئے معلوم کریں۔

(i) ہم جانتے ہیں کہ $2^{-3} =$ اور $2^{-2} =$ کسی بھی غیر صفر صحیح عدد $a$ کے لیے

اس لیے $2^{-3} \times 2^{-2} = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^3 \times 2^2}$

$= \frac{1}{2^{3+2}} = 2^{-5}$

$-3$ اور $-2$ دونوں قوت نماؤں کا حاصل جمع $-5$ ہے۔

(ii) $(-3)^{-4} \times (-3)^{-3}$ کو لیجیے

$(-3)^{-4} \times (-3)^{-3} =$

$=$

$= (-3)^{-7}$ $\quad (-4) + (-3) = -7$

(iii) اب غور کیجیے $5^{-2} \times 5^4$ پر غور کیجیے

$5^{-2} \times 5^4 =$

$= 5^{(2)}$ $\quad (-2) + 4 = 2$

ساتویں جماعت میں آپ پڑھ چکے ہیں کہ کسی بھی غیر صفر صحیح عدد $a$ کے لیے $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ہوتا ہے۔ یہاں $m$ اور $n$ طبعی اعداد ہیں اور $m > n$

(iv) اب $(-5)^{-4} \times (-5)^2$ پر غور کیجیے

© NCERT not to be republished

$10^{-3} =$

$10^{-10}$ کس کے برابر ہے؟

مندرجہ ذیل پر غور کیجیے۔

$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$

$3^2 = 3 \times 3 = 9 =$

پچھلے عدد کو اساس 3 سے تقسیم کیا گیا ہے۔

$3^1 = 3 =$

$3^0 = 1 =$

اس طرح درج بالا نمونہ کو دیکھ کر ہم کہتے ہیں

$3^{-1} = 1 \div 3 =$

$3^{-2} = \quad = \quad =$

$3^{-3} = \quad = \quad \times \quad =$

اسی طریقہ سے آپ $2^{-2}$ کی قدر معلوم کرسکتے ہیں۔

ہمارے پاس ہے، $10^{-2} =$ یا $10^2 =$

$10^{-3} =$ یا $10^3 =$

$3^{-2} =$ یا $3^2 =$ وغیرہ۔

عمومی طور پر، ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی غیر صفر عدد $a$ کے لیے $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$، جہاں $m$ ایک مثبت صحیح عدد ہے، $a^m$ کا ضربی معکوس $a^{-m}$ ہے۔

## کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل کا ضربی معکوس معلوم کیجیے۔

(i) $2^{-4}$ (ii) $10^{-5}$ (iii) $7^{-2}$ (iv) $5^{-3}$ (v) $10^{-100}$

© NCERT not to be republished

**حل :** ہمارے پاس ہے $4 = 2 \times 2 = 2^2$

اس لیے $(4)^{-3} = (2 \times 2)^{-3} = (2^2)^{-3} = (2)^{2\times(-3)} = 2^{-6}$ $[(a^m)^n = a^{mn}]$

**مثال 4 :** مختصر کیجیے اور جواب کو قوت نما کی شکل میں لکھیے۔

(i) $(2^5 \div 2^8)^5 \times 2^{-5}$ (ii) $(-4)^{-3} \times (5)^{-3} \times (-5)^{-3}$

(iii) (iv)

**حل :**

(i) $(2^5 \div 2^8)^5 \times 2^{-5} = (2^{5-8})^5 \times 2^{-5} = (2^{-3})^5 \times 2^{-5} = 2^{-15-5} = 2^{-20}$

(ii) $(-4)^{-3} \times (5)^{-3} \times (-5)^{-3} = [(-4) \times 5 \times (-5)]^{-3} = [100]^{-3} =$

[اصول $a^m \times b^m = (ab)^m$ اور $a^{-m} =$ کا استعمال کرتے ہوئے]

(iii)

(iv) $=(-1)^4 \times 3^4 \times$ $=$

$=(-1)^4 \times 5^4 = 5^4$ $[(-1)^4 = 1]$

**مثال 5 :** $m$ معلوم کیجیے جب کہ $(-3)^{m+1} \times (-3)^5 = (-3)^7$

**حل:**

$$(-3)^{m+1} \times (-3)^5 = (-3)^7$$

$$(-3)^{m+1+5} = (-3)^7$$

$$(-3)^{m+6} = (-3)^7$$

دونوں جانب قوت نماؤں کے اساس یکساں ہیں جو 1 اور –1 سے مختلف ہیں۔ اس لیے ان کی قوت نما برابر ہونی چاہیے۔

اس لیے $m + 6 = 7$

یا $m = 7 - 6 = 1$

$a^n = 1$ ہوگا اگر $n = 0$ ہے۔ یہ $a$ کے لیے کام کرے گا۔

$a = 1$ کے لیے $1^1 = 1^2 = 1^3 = ..... = 1$

یا $(1)^n = 1$ لامحدود $n$ کے لیے، $a = -1$ کے لیے

$(-1)^0 = (-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^{-2} = ... = 1$

یا $(-1)^p = 1$ کسی بھی جفت صحیح عدد $p$ کے لیے۔

**مثال 6 :** کی قدر معلوم کیجیے

© NCERT not to be republished

$(-5)^{-4} \times (-5)^{2} =$

$= \qquad = (-5)^{(-2)}$ — $(-4) + 2 = -2$

عمومی طور پر، ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی بھی غیر صفر صحیح عدد $a$ کے لیے جہاں $m$ اور $n$ صحیح عدد ہیں $a^m \times a^n = a^{m+n}$

## کوشش کیجیے

مختصر کیجیے اور قوت نما کی شکل میں لکھیے

(i) $(-2)^{-3} \times (-2)^{-4}$ (ii) $p^3 \times p^{-10}$ (iii) $3^2 \times 3^{-5} \times 3^6$

اسی طرح آپ مندرجہ ذیل قوت نما کے اصولوں کی تصدیق کر سکتے ہیں جہاں $a$ اور $b$ غیر صفر صحیح اعداد ہیں نیز $m$ اور $n$ صحیح اعداد ہیں۔

(i) (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(iv) (v) $a^0 = 1$

ساتویں جماعت میں آپ نے ان اصولوں کو صرف مثبت قوت نما کے لیے پڑھا ہے۔

آیئے مندرجہ بالا قوت نما اصولوں کو استعمال کرتے ہوئے کچھ مثالوں کو حل کرتے ہیں

**مثال 1 :** مندرجہ ذیل کی قدر معلوم کیجیے۔

(i) $2^{-3}$ (ii)

**حل:**

(i) (ii)

**مثال 2 :** مختصر کیجیے

(i) $(-4)^5 \times (-4)^{-10}$ (ii) $2^5 \div 2^{-6}$

**حل :**

(i) $(-4)^5 \times (-4)^{-10} = (-4)^{(5-10)} = (-4)^{-5} =$ $(a^m \times a^n = a^{m+n},$ $)$

(ii) $2^5 \div 2^{-6} = 2^{5-(-6)} = 2^{11}$ $(a^m \div a^n = a^{m-n})$

**مثال 3 :** $4^{-3}$ کو اساس 2 کی قوت کی شکل میں لکھیے۔

© NCERT not to be republished

(iii)

(iv) $(3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0$ (v)

.4 قدر معلوم کیجیے (i) (ii) $(5^{-1} \times 2^{-1}) \times 6^{-1}$

.5 $m$ کی قدر معلوم کیجیے جس کے لیے $5^m \div 5^{-3} = 5^1$

.6 قدر معلوم کیجیے (i) (ii)

.7 مختصر کیجیے

(i) (ii)

© NCERT not to be republished

## 12.4 چھوٹے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کرنے کے لیے قوت نماؤں کا استعمال

مندرجہ ذیل حقیقتوں پر غور کیجیے۔

.1 زمین سے سورج کا فاصلہ 149,600,000,000 میٹر ہے۔

.2 روشنی کی رفتار 300,000,000 میٹر فی سیکنڈ ہے۔

.3 ساتویں کلاس کی حساب کی کتاب کی موٹائی 20 ملی میٹر ہے۔

.4 RBC کا اوسط قطر 0.000007 ملی میٹر ہے۔

.5 انسان کے بال کی موٹائی 0.005 سینٹی میٹر سے 0.01 سینٹی میٹر تک ہوتی ہے۔

.6 زمین سے چاند کا فاصلہ تقریباً 384,467,000 میٹر ہے۔

.7 ایک پودے کے خلیہ کا سائز 0.00001275 میٹر ہے۔

.8 سورج کا اوسطاً نصف قطر 695000 کلومیٹر ہے۔

.9 خلائی شٹل ٹھوس راکٹ بوسٹر میں پروپیلنٹ کی کمیت 503600 کلوگرام ہے۔

.10 کاغذ کے ایک ٹکڑے کی موٹائی 0.0016 سینٹی میٹر ہے۔

.11 کمپیوٹر کی چپ کے ایک تار کا قطر 0.000003 میٹر ہے۔

**حل :**

**مثال 7 :** مختصر کیجیے (i)

(ii)

عام طور سے

**حل:**

(i) =

=

(ii) =

=

© NCERT not to be republished

## مشق 12.1

**.1** جانچ کیجیے۔

(i) $3^{-2}$ (ii) $(-4)^{-2}$ (iii)

**.2** مختصر کیجیے اور جواب کو مثبت قوت نما کی شکل میں لکھیے ۔

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8$ (ii)

(iii) (iv) $(3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^{-5}$ (v) $2^{-3} \times (-7)^{-3}$

**.3** مندرجہ ذیل کی قدر معلوم کیجیے۔

(i) $(3^0 + 4^{-1}) \times 2^2$ (ii) $(2^{-1} \times 4^{-1}) \div 2^{-2}$

مان لیجیے آپ ان کا موازنہ کرنا چاہتے ہیں۔

سورج کا قطر = $1.4 \times 10^{9}$ میٹر

زمین کا قطر = $1.2756 \times 10^{7}$ میٹر

اس لیے = = = جو تقریباً 100 ہے

اس لیے سورج کا قطر، زمین کے قطر کا تقریباً 100 گنا ہے۔

سرخ خون کے خلیے (RBC) کا سائز 0.000007 میٹر ہے اور پودوں کے خلیے کا سائز 0.00001275 میٹر ہے۔ آیئے ان کی پیمائشوں کا موازنہ کریں۔

RBC کا سائز = $0.000007 = 7 \times 10^{-6}$ میٹر

پودوں کے خلیوں کا سائز = $0.00001275 = 1.275 \times 10^{-5}$ میٹر

اس لیے، = = (تقریباً)

اس لیے سرخ خون کا خلیہ (RBC) سائز میں پودوں کے خلیوں کے سائز کا تقریباً نصف ہے۔

زمین کی کمیت $5.97 \times 10^{24}$ کلوگرام اور چاند کی کمیت $7.35 \times 10^{22}$ کلوگرام ہے۔ دونوں کی کل کمیت کیا ہوگی؟

کل کمیت = $5.97 \times 10^{24}$ کلوگرام + $7.35 \times 10^{22}$ کلوگرام

$= 5.97 \times 100 \times 10^{22} + 7.35 \times 10^{22}$

$= 597 \times 10^{22} + 7.35 \times 10^{22}$

$= (597 + 7.35) \times 10^{22}$

$= 604.35 \times 10^{22}$ کلوگرام

جب ہم معیاری شکل میں لکھے اعداد کو جمع کرتے ہیں تو ہم انھیں 10 کی یکساں قوت نماؤں میں بدلتے ہیں۔

سورج اور زمین کے درمیان کا فاصلہ $1.496 \times 10^{11}$ میٹر اور زمین اور چاند کے درمیان کا فاصلہ $3.84 \times 10^{8}$ میٹر ہے۔

سورج گرہن کے دوران چاند، زمین اور سورج کے درمیان میں آجاتا ہے۔

اُس وقت چاند اور سورج کے درمیان کا فاصلہ کتنا ہوتا ہے۔

سورج اور زمین کے درمیان کا فاصلہ = $1.496 \times 10^{11}$ میٹر

© NCERT not to be republished

12. ماؤنٹ ایوریسٹ کی اونچائی 8848 میٹر ہے۔

غور کیجیے کہ یہاں کچھ ایسے اعداد ہیں جنھیں ہم، 6,95,000 کلومیٹر، 8848 میٹر، 2 سینٹی میٹر پڑھ سکتے ہیں۔ کچھ بڑے اعداد ہیں جیسے 150,000,000,000 میٹر اور کچھ بہت چھوٹے اعداد جیسے 0.000007 میٹر ہوتے ہیں۔

مندرجہ بالا حقیقتوں کی بنیاد پر بہت بڑے اور بہت چھوٹے اعداد کو پہچانیے اور دی ہوئی جدول میں لکھیے۔

| بہت بڑے اعداد | بہت چھوٹے اعداد |
|---|---|
| 150,000,000,000 میٹر | 0.000007 میٹر |
| ---------------- | ---------------- |
| ---------------- | ---------------- |
| ---------------- | ---------------- |
| ---------------- | ---------------- |

پچھلی جماعت میں ہم معلوم کر چکے ہیں کہ کسی بہت بڑے عدد کو معیاری شکل میں کس طرح ظاہر کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر: $150,000,000,000 = 1.5 \times 10^{11}$

آیئے اب 0.000007 کو معیاری شکل میں ظاہر کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔

جیسے $0.000007 = \qquad = \qquad = 7 \times 10^{-6}$ اعشاریہ بائیں طرف سے گیارہویں مقام پر چلا گیا۔

$0.000007$ میٹر $= 7 \times 10^{-6}$

اسی طرح ایک کاغذ کی موٹائی پر غور کیجیے جو کہ 0.0016 سینٹی میٹر ہے

$0.0016 =$ اعشاریہ دائیں جانب سے چھٹے مقام پر چلا گیا ہے۔

$= 1.6 \times 10^{-3}$

**دوبارہ غور کیجیے**
اعشاریہ دائیں طرف سے تیسری مقام پر چلا گیا ہے۔

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ کاغذ کی موٹائی $1.6 \times 10^{-3}$ سینٹی میٹر ہے۔

## کوشش کیجیے

1. مندرجہ ذیل اعداد کو معیاری شکل میں لکھیے۔

(i) 0.000000564 (ii) 0.0000021 (iii) 21600000 (iv) 15240000

2. دی گئی تمام حقیقتوں کو معیاری شکل میں لکھیے۔

## 12.4.1 بہت بڑے اعداد اور بہت چھوٹے اعداد کا موازنہ

سورج کا قطر $1.4 \times 10^{9}$ میٹر اور زمین کا قطر $1.2756 \times 10^{7}$ میٹر ہے۔

© NCERT not to be republished

(i) ایک مائیکرون میٹر کے برابر ہوتا ہے۔

(ii) ایک الیکٹرون کا چارج 0.000,000,000,000,000,000,16 کولمب ہوتا ہے۔

(iii) بیکٹیریا کا سائز 0.0000005 میٹر ہے۔

(iv) پودوں کے خلیہ کا سائز 0.00001275 میٹر ہے۔

(v) ایک موٹے کاغذ کی موٹائی 0.07 ملی میٹر ہے۔

**4.** ایک ڈھیر میں 5 کتابیں ہیں جن میں سے ہر ایک کی موٹائی 20 ملی میٹر ہے اور کاغذ کی 5 شیٹ ہیں جن میں سے ہر ایک کی موٹائی 0.016 ملی میٹر ہے۔ اس ڈھیر کی کل موٹائی معلوم کیجیے۔

## ہم نے کیا سیکھا؟

**1.** منفی قوت نما والے اعداد مندرجہ ذیل قوانین کا اتباع کرتے ہیں۔

(a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (b) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (c) $(a^m)^n = a^{mn}$

(d) $a^m \times b^m = (ab)^m$ (e) $a^0 = 1$ (f) $\frac{a^m}{a^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

**2.** منفی قوت کا استعمال کرتے ہوئے سب سے چھوٹے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔

© NCERT not to be republished

زمین اور چاند کے درمیان کا فاصلہ $= 3.84 \times 10^{8}$ میٹر

سورج اور چاند کے درمیان کا فاصلہ $= 1.496 \times 10^{11} - 3.84 \times 10^{8}$

$= 1.496 \times 1000 \times 10^{8} - 3.84 \times 10^{8}$

$= (1496 - 3.84) \times 10^{8}$ میٹر $= 1492.16 \times 10^{8}$ میٹر

ایک مرتبہ پھر ہمیں انھیں قوت نماؤں کی مدد سے اعداد کو معیاری شکل میں بدلنے کی ضرورت ہے۔

**مثال 8 :** مندرجہ ذیل اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) $0.000035$ (ii) $4050000$

**حل :** (i) $0.000035 = 3.5 \times 10^{-5}$ (ii) $4050000 = 4.05 \times 10^{6}$

**مثال 9 :** مندرجہ ذیل اعداد کو ان کی اصل (عام) شکل میں لکھیے۔

(i) $3.52 \times 10^{5}$ (ii) $7.54 \times 10^{-4}$ (iii) $3 \times 10^{-5}$

**حل :** (i) $3.52 \times 10^{-5} = 3.52 \times 100000 = 352000$

(ii) $7.54 \times 10^{-4} = \quad = \quad = 0.000754$

(iii) $3 \times 10^{-5} = \quad = \quad = 0.00003$

## مشق 12.2

1. مندرجہ ذیل اعداد کو معیاری شکل میں لکھیے۔

(i) $0.0000000000085$ (ii) $0.00000000000942$

(iii) $6020000000000000$ (iv) $0.00000000837$

(v) $31860000000$

2. مندرجہ ذیل اعداد کو ان کی اصل (عام) شکل میں لکھیے۔

(i) $3.02 \times 10^{-6}$ (ii) $4.5 \times 10^{4}$ (iii) $3 \times 10^{-8}$

(iv) $1.0001 \times 10^{9}$ (v) $5.8 \times 10^{12}$ (vi) $3.61492 \times 10^{6}$

3. مندرجہ ذیل بیانات میں دکھائی دینے والے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کیجیے

© NCERT not to be republished

© NCERT
not to be republished

## نوٹ

© NCERT not to be republished