باب

15

گراف کا تعارف

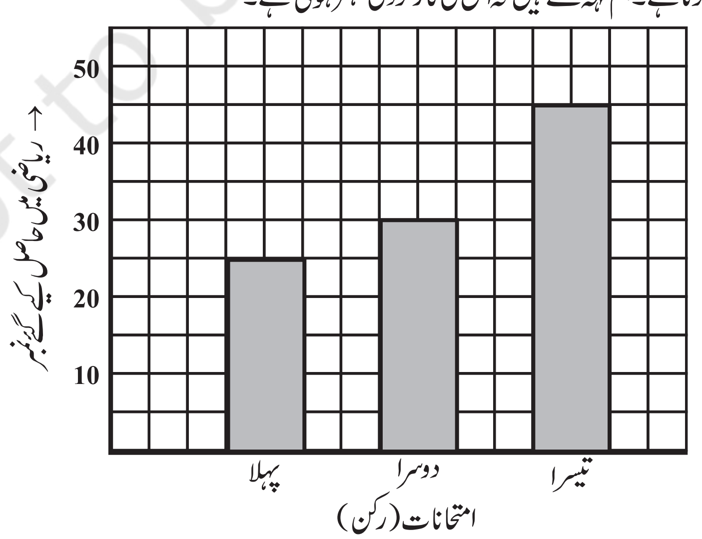
15.1 تعارف

کیا آپ نے اخبار، ٹیلی ویژن، رسائل اور کتابوں وغیرہ میں گراف دیکھے ہیں؟ گراف کا مقصد عددی حقیقتوں کو بصری طریقے سے ظاہر کرنا ہے تاکہ اسے جلدی، بآسانی اور واضح طور پر سمجھا جاسکے۔ اس طرح گراف جمع کیے گئے اعداد و شمار کا بصری اظہار ہے۔ اعداد و شمار کو جدول کے ذریعے بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے، لیکن گرافی اظہار سمجھنے میں زیادہ آسان ہے۔ اعداد و شمار کا رجحان یا ان کا موازنہ ظاہر کرنے کے لیے تو یہ بہت ہی مفید ہیں۔ ہم اب تک کئی قسم کے گراف دیکھ چکے ہیں۔ آیئے ان کا اعادہ کرلیں۔

15.1.1 بار گراف

بار گراف (Bar Graph) مختلف زمروں (Categories) کے درمیان موازنہ کرنے میں کام آتا ہے۔ اس میں دو یا دو سے زیادہ متوازی اور انتصابی (یا اُفقی) بار (مستطیل) ہوتے ہیں۔

شکل 15.1 میں بار گراف تین امتحانوں میں انو کے ذریعہ حاصل کیے گئے ریاضی کے نمبروں کو ظاہر کرتا ہے۔ یہ اس کی کارکردگی کا موازنہ کرنے میں آپ کی مدد کرتا ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ اس کی کارکردگی بہتر ہوئی ہے۔



شکل 15.1

© NCERT not to be republished

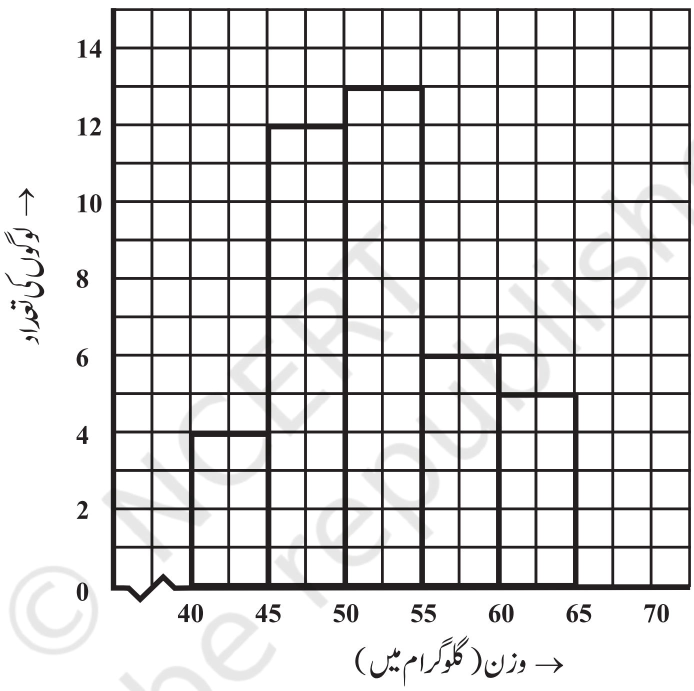
15.1.3 ہسٹوگرام

ہسٹوگرام(Histogram) وہ بار گراف ہوتا ہے جو اعداد و شمار کو وقفوں میں ظاہر کرتا ہے۔اس میں وقفوں کو متصل بار کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔

شکل 15.4 کے ہسٹوگرام میں ایک علاقے کے 40 لوگوں کے وزن (کلوگرام میں) کو ظاہر کیا گیا ہے۔

وزن (کلوگرام میں)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65
لوگوں کی تعداد	4	12	13	6	5

شکل 15.4 میں ایک ٹیڑھا میڑھا خط (⌄⌃) استعمال کیا گیا ہے جو یہ بتاتا ہے کہ افقی محور پر ہم نے 0 سے 40 تک کے اعداد نہیں دکھائے ہیں۔



شکل 15.4

غور کیجیے کہ باروں کے درمیان کوئی خالی جگہ نہیں ہے کیوں کہ وقفوں کے درمیان بھی کوئی فرق نہیں ہے۔اس ہسٹوگرام سے آپ کو کون سی معلومات حاصل ہوتی ہیں؟ ان کی ایک فہرست بنائیے۔

15.1.4 خطی گراف

خطی گراف (line graph) ایسے اعداد و شمار پیش کرتا ہے جو وقت کے ساتھ ساتھ لگاتار بدلتے رہتے ہیں۔

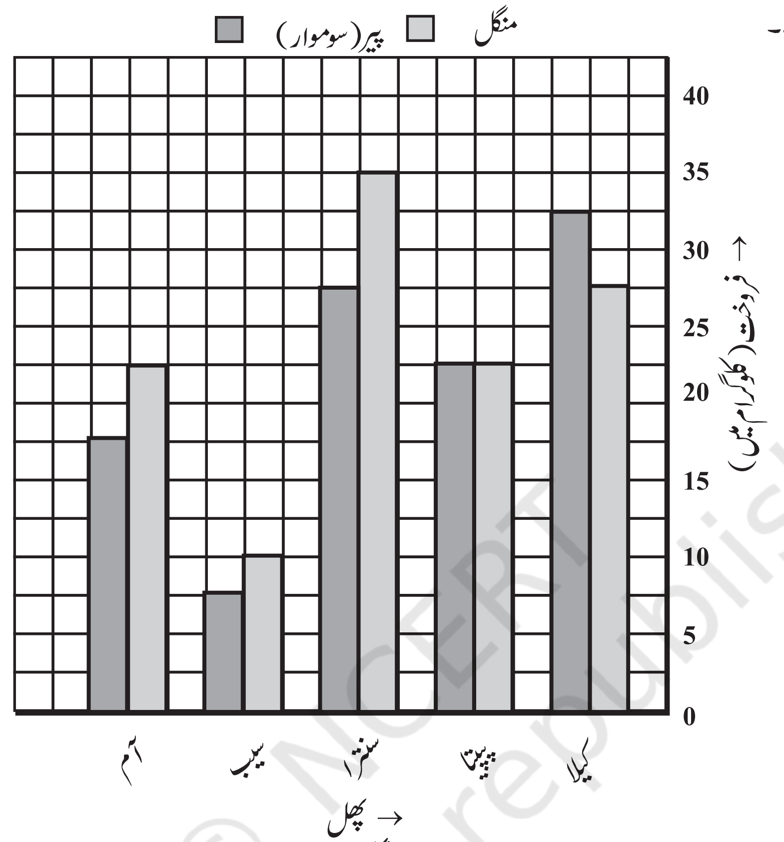
جب رینو بیمار ہوئی تب ڈاکٹر نے چار چار گھنٹے بعد اس کے جسمانی درجۂ حرارت کا ریکارڈ تیار کیا۔ یہ ایک گراف کی شکل میں تھا (شکل 15.5 اور 15.6)۔

ہم اسے 'وقت-درجۂ حرارت کا گراف' کہہ سکتے ہیں۔

ذیل میں مذکورہ بالا جدول میں دیے گئے اعداد و شمار کا تصویری اظہار ہے۔

© NCERT not to be republished

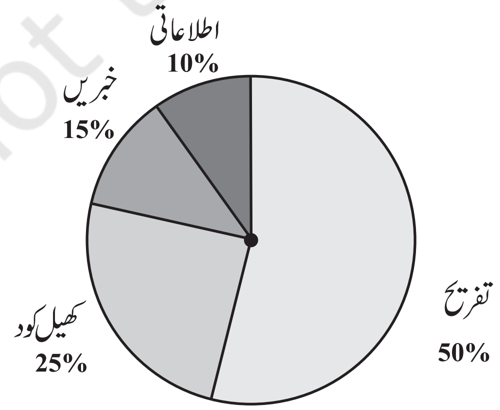
بارگراف میں دوہرے بار بھی ہو سکتے ہیں، جیسے (شکل 15.2) گراف دودنوں میں مختلف قسم کے پھلوں کی فروخت (روپیوں میں) کا تقابلی جائزہ (Comparative Account) ہے۔ شکل 15.2 اور شکل 15.1 میں کیا فرق ہے؟ اپنے دوستوں کے ساتھ گفتگو کیجیے۔



شکل 15.2

15.1.2 پائی گراف یا (دائری گراف)

پائی گراف (Pie Graph) کا استعمال کسی ایک 'مکمل' کے مختلف حصوں کا موازنہ کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔ دائرہ، ایک مکمل کو ظاہر کرتا ہے۔ شکل 15.3 ایک پائی گراف ہے۔ یہ دوردرشن کے مختلف چینلوں کے ناظرین کی تعداد کا فی صد ظاہر کر رہا ہے۔



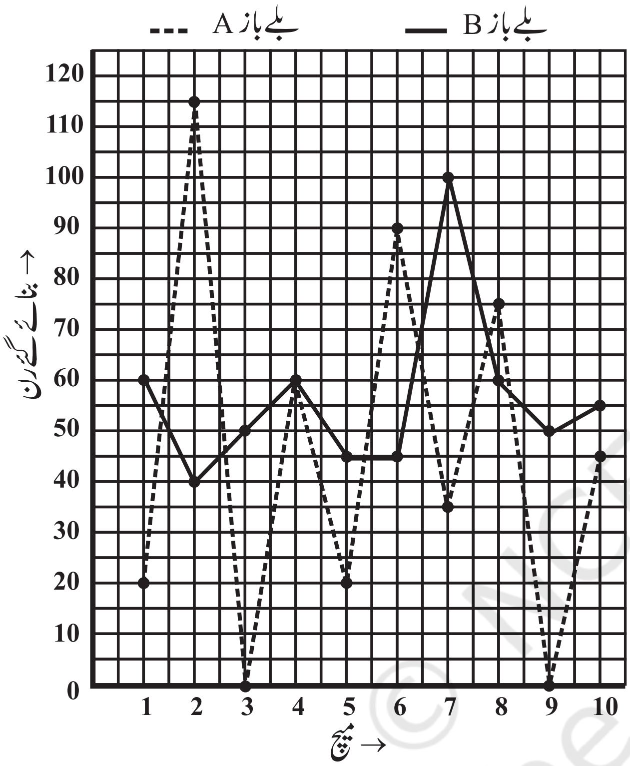
شکل 15.3

(iii) کیا سال 2007 میں کسی میچ میں دونوں بلے بازوں کے ذریعہ بنائے گئے رن یکساں تھے؟ اگر ہاں تو کس میچ میں؟

(iv) دونوں بلے بازوں میں کون زیادہ بہتر ہے؟ آپ نے یہ فیصلہ کیسے کیا؟

حل :

(i) افقی محور (یا x– محور) سال 2007 میں کھیلے گئے میچوں کی تعداد ظاہر کرتا ہے۔ انتصابی محور (یا y– محور) ہر ایک میچ میں بنائے گئے رنوں کی تعداد ظاہر کرتا ہے۔



شکل 15.7

(ii) نقطہ وار خط A بلے باز کے ذریعہ بنائے گئے رنوں کو ظاہر کرتا ہے (جیسا کہ گراف کے اوپر دکھایا بھی گیا ہے۔)

(iii) چوتھے میچ کے دوران دونوں بلے بازوں نے 60 رن بنائے (یہ اس نقطہ سے پتہ چلتا ہے جہاں پر دونوں خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں)۔

(iv) بلے باز A کے گراف میں ایک اونچی چوٹی ہے اور بہت سی نشیبی گھاٹیاں ہیں۔ وہ رن بنانے میں مستقل نہیں ہے۔ جب کہ دوسری طرف بلے باز B نے کبھی 40 رن سے کم نہیں بنائے؛ حالاں کہ اس نے A کے 115 رنوں کے مقابلے میں زیادہ سے زیادہ 100 رن ہی بنائے۔ بلے باز A نے دو میچوں میں صفر رن بنائے اور کل پانچ میچوں میں 40 سے کم رن بنائے۔ چوں کہ A کے ذریعہ بنائے گئے رنوں میں زیادہ اتار چڑھاؤ ہے۔ اس لیے B ہی صحیح معنوں میں ایک مستحکم پر اعتماد بلے باز ہے۔

مثال 2 : ایک کار شہر P سے شہر Q کی طرف جا رہی ہے جو ایک دوسرے سے 350 کلومیٹر کے فاصلہ پر ہیں۔ دیے گئے گراف (شکل 15.8) میں مختلف اوقات میں کار کا P شہر سے فاصلہ معلوم ہوتا ہے۔ گراف پر غور کیجیے اور مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

(i) دونوں محوروں پر کیا کیا معلومات دی گئی ہیں؟

(ii) کار نے کس وقت اور کہاں سے سفر شروع کیا؟

(iii) پہلے گھنٹے میں کار نے کتنا فاصلہ طے کیا؟

(iv) دوسرے گھنٹے اور تیسرے گھنٹے میں کار نے کتنا فاصلہ طے کیا؟

(v) کیا پہلے تین گھنٹوں میں کار کی رفتار یکساں تھی؟ آپ کو کس طرح معلوم ہوا؟

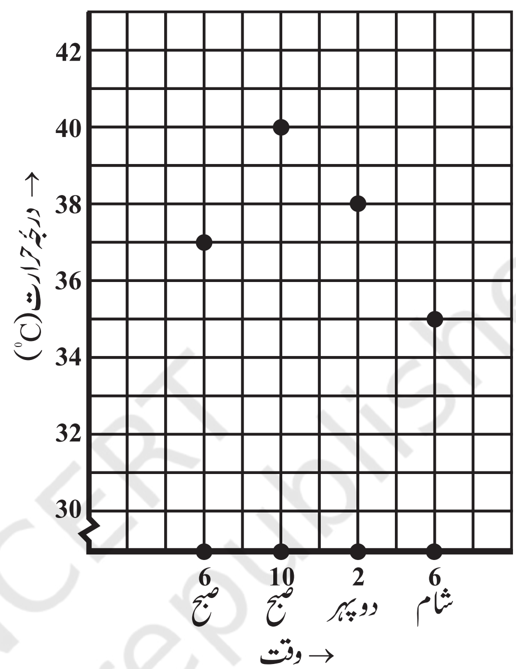
(vi) کیا کار کسی جگہ پر رکی؟ اپنے جواب کا جواز بھی پیش کیجیے۔

(vii) کار کس وقت شہر Q میں پہنچی؟

© NCERT not to be republished

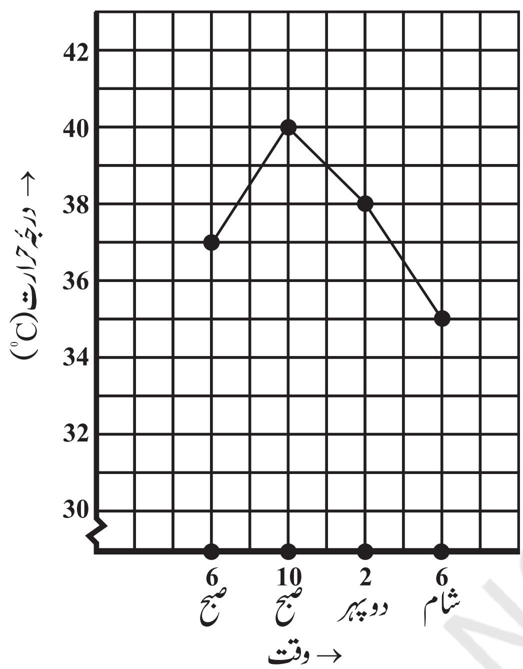
وقت	6 بجے صبح	10 بجے صبح	2 بجے دوپہر	6 بجے شام
درجہ حرارت (°C)	37	40	38	35

افقی خط (جسے x– محور بھی کہتے ہیں) اس وقت کو ظاہر کرتا ہے جب درجہ حرارت لیا گیا۔ انتصابی خط (جسے y– محور بھی کہتے ہیں) پر کسے دکھایا گیا ہے؟



شکل 15.5

اعداد وشمار کے ہر حصے کو مربع نما کاغذ پر ایک نقطے کے ذریعہ دکھایا گیا ہے۔



شکل 15.6

بعد میں نقطوں کو قطع خط کے ذریعہ ملا دیا گیا ہے، یہ خطی گراف ہے۔

اس گراف سے کیا ظاہر ہوتا ہے؟ مثال کے طور پر آپ اس میں درجہ حرارت کا نمونہ دیکھ سکتے ہیں؛ صبح 10 بجے درجہ حرارت زیادہ تھا (دیکھیے شکل 15.5) اور پھر شام 6 بجے تک یہ کم ہوتا گیا۔ غور کیجیے کہ صبح 6 بجے اور 10 بجے کے درمیان درجہ حرارت میں $3°\ C (= 40°\ C - 37°\ C)$ کا اضافہ ہوا۔

صبح 8 بجے درجہ حرارت نہیں ناپا گیا پھر بھی گراف دیکھ کر یہ اندازہ لگایا جا سکتا ہے کہ درجہ حرارت 37 °C سے زیادہ تھا (کیسے؟)۔

مثال 1 : ''کارکردگی'' پر ایک گراف

دیے گئے گراف (شکل 15.7) میں سال 2007 میں کھیلے گئے 10 میچوں میں دو بلے بازوں A اور B کے ذریعہ بنائے گئے رنوں کو ظاہر کیا گیا ہے۔ گراف کا مشاہدہ کیجیے اور مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

(i) دونوں محور خطوں پر کیا کیا اطلاعات دی گئیں ہیں؟

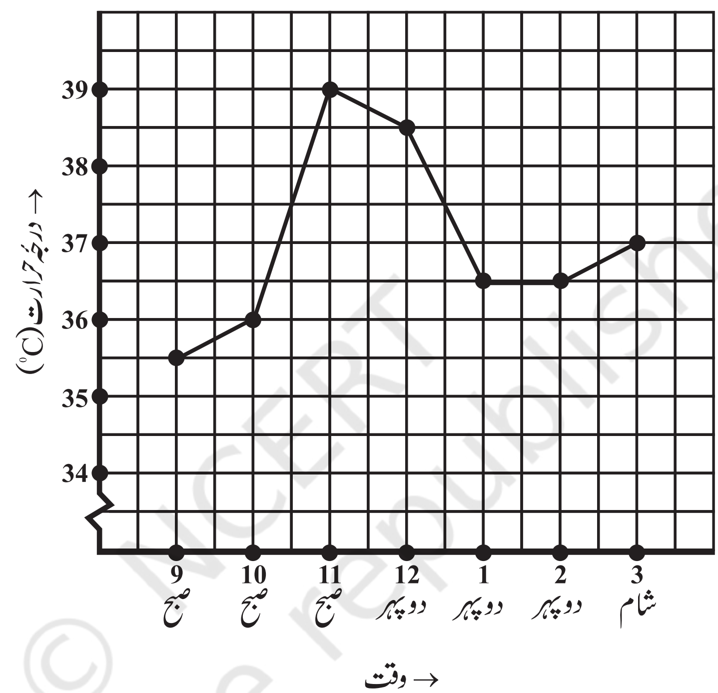
(ii) کون سا خط بلے باز A کے ذریعہ بنائے گئے رنوں کو دکھاتا ہے؟

مشق 15.1

1. مندرجہ ذیل گراف اسپتال میں ایک مریض کا فی گھنٹہ لیا گیا درجۂ حرارت کو ظاہر کرتا ہے:

(a) مریض کا دوپہر 1 بجے درجۂ حرارت کیا تھا؟

(b) کب مریض کا درجۂ حرارت 38.5°C تھا؟



(c) اس پورے وقفے میں مریض کا درجۂ حرارت دو وقتوں میں ایک سا تھا۔ یہ دونوں اوقات کیا تھے؟

(d) دوپہر ڈیڑھ بجے مریض کا درجۂ حرارت کیا تھا؟ اس نتیجہ پر آپ کیسے پہنچے؟

(e) کن وقفوں میں مریض کے درجۂ حرارت میں 'اضافے کا رجحان' نظر آتا ہے۔

2. مندرجہ ذیل خطی گراف میں ایک صنعتی کمپنی کی الگ الگ برسوں میں کی گئی فروخت دکھائی گئی ہے:

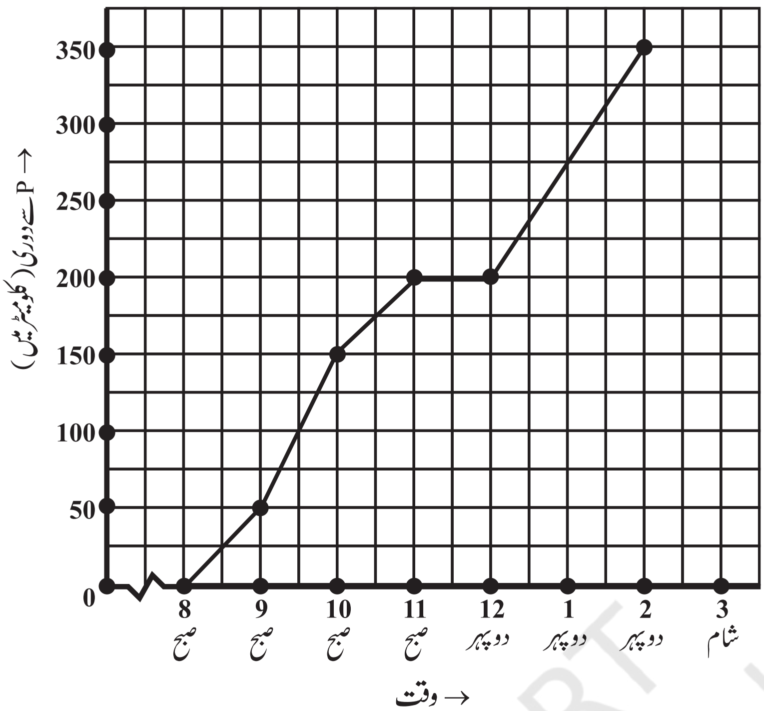
(a) (i) 2002 میں اور (ii) 2006 میں کتنی فروخت ہوئی؟

(b) (i) 2003 میں اور (ii) 2005 میں کتنی فروخت ہوئی؟

(c) 2002 اور 2006 کے درمیان فروخت میں کتنا فرق تھا؟

(d) کس سال میں پچھلے سال کے مقابلے فروخت کے درمیان فرق سب سے زیادہ تھا؟

© NCERT not to be republished



شکل 15.8

حل : افقی (x) محور وقت ظاہر کرتا ہے، انتصابی (y) محور شہر P سے کار کا فاصلہ ظاہر کرتا ہے۔

(ii) شہر P سے کار 8 بجے صبح روانہ ہوئی۔

(iii) کار نے پہلے گھنٹے میں 50 کلومیٹر کا فاصلہ طے کیا۔[آپ یہ دیکھ سکتے ہیں کہ کار شہر P سے صبح 8 بجے روانہ ہوئی اور اور صبح 9 بجے (گراف کے مطابق) 50 کلومیٹر کا فاصلہ طے کر چکی تھی۔ اس لیے صبح 8 بجے سے 9 بجے کے درمیان ایک گھنٹہ میں کار نے 50 کلومیٹر کا فاصلہ طے کیا]۔

(iv) کار کے ذریعے طے کی گئی دوری

(a) کار نے دوسرے گھنٹے (صبح 9 بجے سے صبح 10 بجے) میں 100 کلومیٹر کا فاصلہ (50 – 150) طے کیا۔

(b) کار نے تیسرے گھنٹے (صبح 10 بجے سے صبح 11 بجے) میں 50 کلومیٹر کا فاصلہ (150 – 200) طے کیا۔

(v) سوال (iii) اور (iv) کے جوابات سے معلوم ہوتا ہے کہ کار کی رفتار ہر وقت یکساں نہیں رہی۔ (گراف یہ بھی ظاہر کرتا ہے کہ رفتار میں تبدیلی کس طرح ہوئی)۔

(vi) ہم دیکھتے ہیں کہ کار صبح 11 بجے اور دوپہر 12 بجے تک شہر P سے 200 کلومیٹر کے فاصلہ پر تھی۔ اس سے یہ پتہ چلتا ہے کہ اس وقفہ میں کار نے سفر طے نہیں کیا۔ اس وقفے میں طے کیا گیا فاصلہ ایک افقی قطع خط ہے جو اس حقیقت کی تصدیق کرتا ہے۔

(vii) کار دوپہر 2 بجے شہر Q میں پہنچی؟

(f) کس ہفتے میں B پودے کی اونچائی میں سب سے کم اضافہ ہوا؟

(g) کیا کسی ہفتے میں دونوں پودوں کی اونچائی یکساں تھی؟ وضاحت کیجیے۔

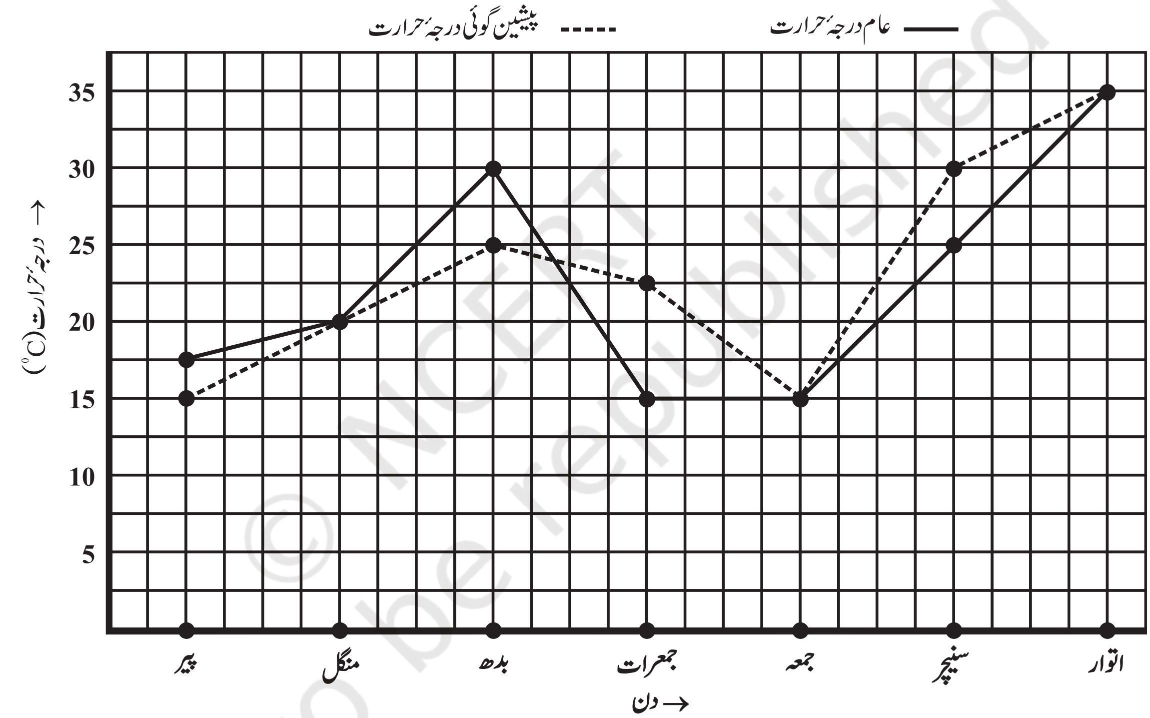
4. مندرجہ ذیل گراف میں ایک ہفتے کے ہر روز کے اصل درجۂ حرارت اور درجۂ حرارت کی پیشین گوئی کو ظاہر کیا گیا ہے:

(a) کس دن درجۂ حرارت کی پیشین گوئی اور اصل درجۂ حرارت میں یکسانیت تھی؟

(b) ہفتے کے دوران سب سے زیادہ پیشین گوئی کی گئی۔ درجۂ حرارت کتنا تھا؟

(c) ہفتے کے دوران سب سے کم اصل درجۂ حرارت کتنا تھا؟

(d) کس دن اصل درجۂ حرارت اور پیشین گوئی کیے گئے درجۂ حرارت میں سب سے زیادہ فرق تھا؟



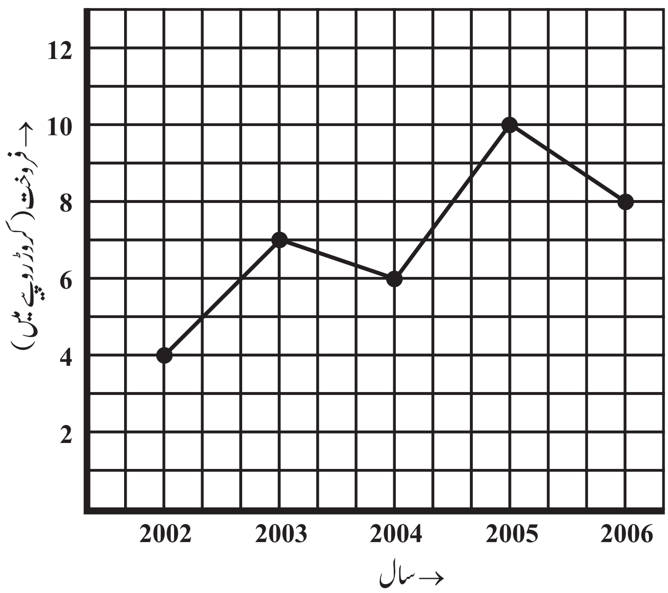
5. مندرجہ ذیل جدول کا استعمال کرکے ایک خطی گراف بنائیے۔

(a) مختلف برسوں میں کسی پہاڑی علاقہ میں برف باری کے دنوں کی تعداد:

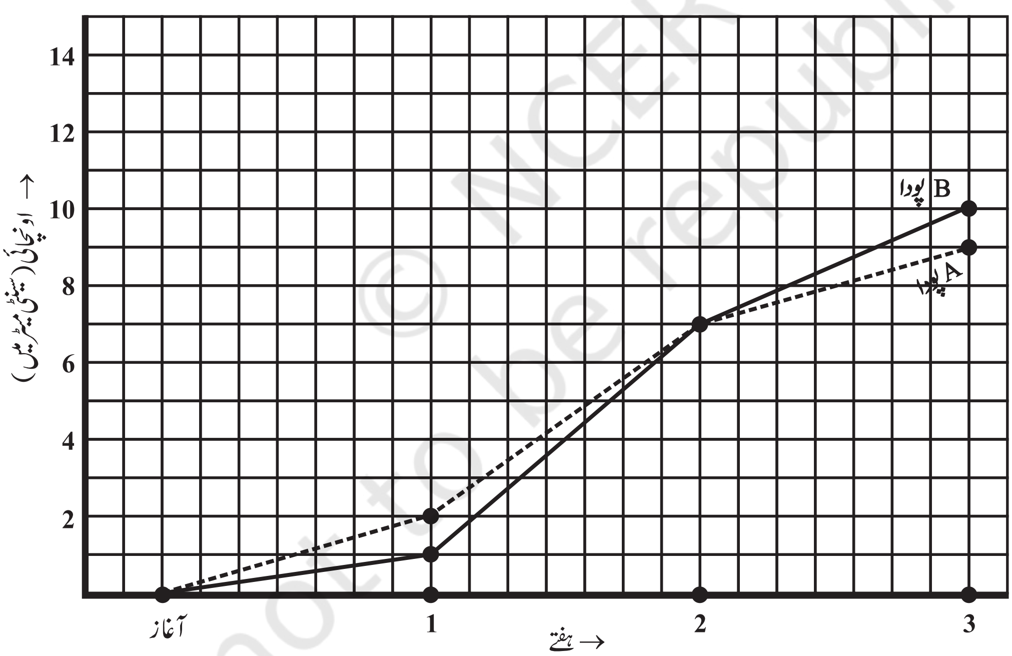
سال	2003	2004	2005	2006
دن	8	10	5	12

(b) مختلف برسوں میں ایک دیہات میں مردوں اور عورتوں کی تعداد (ہزاروں میں)

سال	2003	2004	2005	2006	2007
مردوں کی تعداد	12	12.5	13	13.2	13.5
عورتوں کی تعداد	11.3	11.9	13	13.6	12.8



3. علم نباتات کے ایک تجربہ میں، یکساں لیبارٹری حالات میں دو پودے A اور B اُگائے گئے۔ تین ہفتوں تک ان کی اونچائی کو ہر ہفتہ کے آخر میں ناپا گیا۔ نتیجوں کو مندرجہ ذیل گراف کی مدد سے ظاہر کیا گیا ہے:



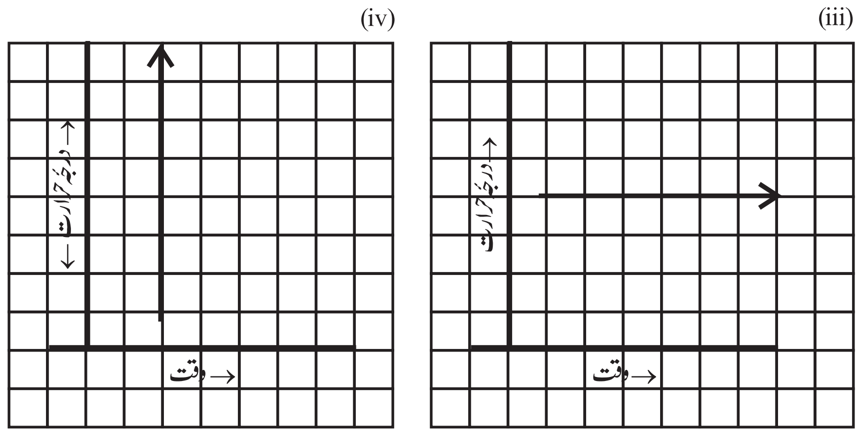
(a) A پودے کی اونچائی کتنی تھی؟ (i) 2 ہفتے کے بعد (ii) 3 ہفتے کے بعد

(b) B پودے کی اونچائی کتنی تھی؟ (i) 2 ہفتے کے بعد (ii) 3 ہفتے کے بعد

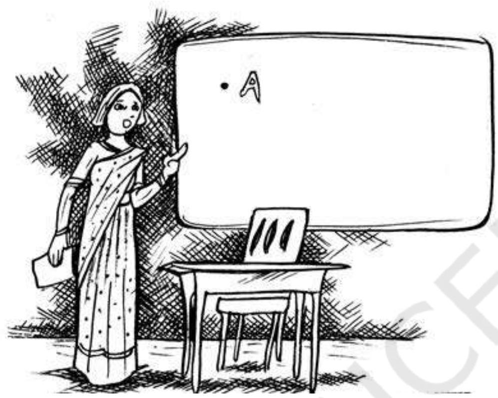
(c) تیسرے ہفتے میں پودا A کی اونچائی میں کتنا اضافہ ہوا؟

(d) دوسرے ہفتے کے آخر سے تیسرے ہفتے کے ختم ہونے تک پودے B کی اونچائی میں کتنا اضافہ ہوا؟

(e) کس ہفتے میں پودا A کی اونچائی میں سب سے زیادہ اضافہ ہوا؟



15.2 خطی گراف



خط گراف بہت سے قطعات خط کو لگاتار ملا کر بنایا جاتا ہے۔کبھی کبھی یہ گراف ایک غیر شکستہ خط بھی ہوسکتا ہے۔ ایسے گراف کو **خطی گراف** (Linear Graph) کہتے ہیں۔اس گراف کو بنانے کے لیے ہمیں مربع کاغذ پر کچھ نقطے دکھانے پڑتے ہیں۔اب ہم گرافی کاغذ پر نقطوں کا مقام متعین کرنا سیکھیں گے۔

15.2.1 نقطے کا مقام

ایک ٹیچر نے بلیک بورڈ پر ایک نقطہ بنایا۔ پھر اس نے طلبا سے پوچھا کہ بلیک بورڈ پر وہ اس کا مقام کیسے معلوم کریں گے؟ اسے کئی جوابات ملے (شکل 15.9)۔

شکل 15.9

کیا ان میں سے کوئی بھی بیان نقطہ کے مقام کو صحیح صحیح متعین کرتا ہے؟ نہیں! کیوں نہیں؟ اس کے بارے میں سوچیے۔

تب جان نے ایک مشورہ دیا۔اس نے بورڈ کے بائیں کنارے سے نقطہ کا فاصلہ ناپا اور کہا ''یہ نقطہ بورڈ کے بائیں کنارے سے 90 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہے۔'' کیا آپ سمجھتے ہیں کہ جان کا مشورہ بالکل ٹھیک ہے (شکل 15.10)؟

© NCERT not to be republished

6. ایک پیغام رساں سائیکل سے کسی شہر کے نزدیک واقع نواحی علاقے میں ایک تاجر کو پارسل پہنچانے کے لیے جاتا ہے گراف میں مختلف وقتوں پر شہر سے اس شخص کا فاصلہ دکھایا گیا ہے۔

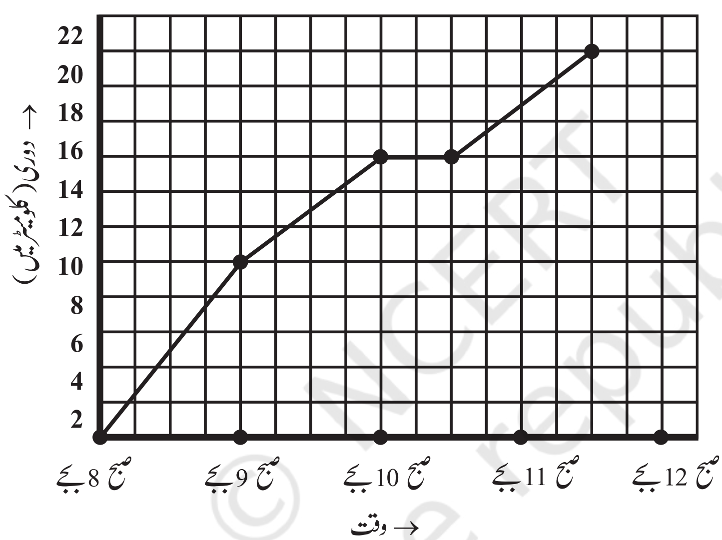
(a) محور پر وقت کو ظاہر کرنے کے لیے کیا پیمانہ استعمال کیا گیا ہے؟

(b) اس نے پورے سفر کے لیے کتنا وقت لیا؟

(c) تاجر کے مکان سے شہر کا فاصلہ کتنا ہے؟

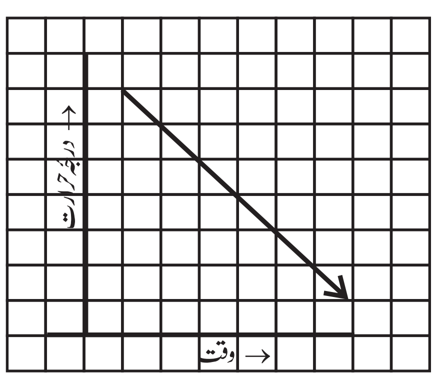
(d) کیا وہ شخص راستے میں کہیں ٹھہرا تھا؟ تشریح کیجیے۔

(e) کس وقفے میں اس کی رفتار سب سے زیادہ تیز تھی؟

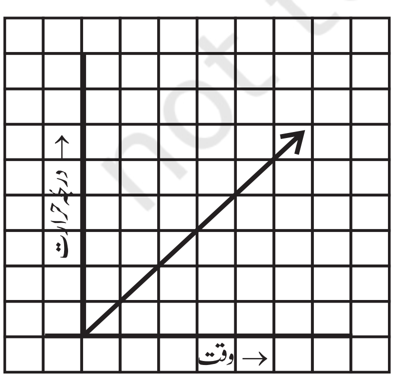


7. نیچے کون کون سی شکلیں وقت اور درجۂ حرارت کے لیے ممکن ہیں؟ اپنے جواب کے لیے دلیل پیش کیجیے؟

(i)

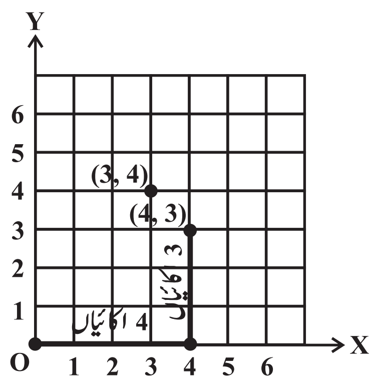


(ii)



© NCERT not to be republished

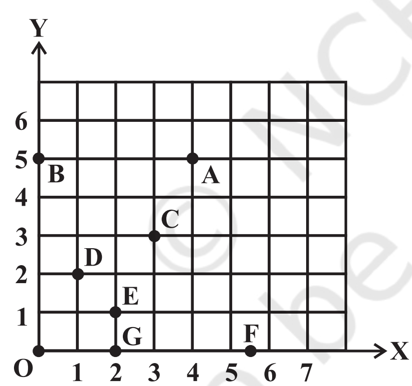
محور اپنی آسانی کے حساب سے دکھاتے ہیں اور پھر اس پر نقطے کا مقام متعین کرتے ہیں۔ عدد 3 **نقطہ x کا مختص** اور عدد 4 نقطہ کا **مختص** کہلاتا ہے۔ اس طرح ہم کہتے ہیں کے (3,4) نقطے کے **مختصات** ہیں۔



شکل 15.13

مثال 3 : ایک گراف میں نقطہ (4,3) کا مقام دکھایئے۔ کیا یہ وہی نقطہ ہے جو (3,4) کو ظاہر کرتا ہے؟

حل : مربع کاغذ پر x-محور اور y-محور متعین کیجیے۔ (یہ حقیقت میں عددی خط ہی ہیں)۔ مبدا O (0,0) سے شروع کیجیے۔ 4 اکائیاں دائیں طرف چل کر پھر 3 اکائیاں اوپر کی طرف چلیں تو آپ کو ایک نقطہ (4,3) حاصل ہوتا ہے۔ شکل 15.13 سے آپ یہ سمجھ سکتے ہیں کہ نقطہ (4,3) اور نقطہ (3,4) الگ الگ نقطے ہیں۔



شکل 15.14

مثال 4 : شکل 15.14 دیکھ کر مندرجہ ذیل نقطوں کے مقام کے لیے مناسب حرف کا انتخاب کیجیے:

(i) (2, 1)

(ii) (0, 5)

(iii) (2, 0)

یہ بھی لکھیے

(iv) نقطہ A کے مختصات

(v) نقطہ F کے مختصات

حل :

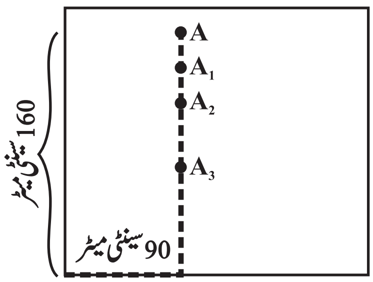
(i) (2,1) نقطہ E ہے (یہ D نہیں!)۔

(ii) (0,5) نقطہ B ہے (کیوں؟ اپنے دوستوں کے ساتھ گفتگو کیجیے!)

(iii) (2,0) نقطہ G ہے۔

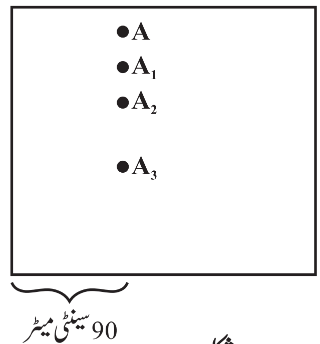
(iv) نقطہ A کے مختصات (4,5) ہیں۔

(v) نقطہ F کے مختصات (5.5, 0) ہیں۔



شکل 15.11

نقطہ A بائیں کنارے سے 90 سینٹی میٹر اور نچلے کنارے سے 160 سینٹی میٹر کے فاصلہ پر ہے۔



شکل 15.10

سبھی نقطے A, A_1, A_2, A_3 بائیں کنارے سے 90 سینٹی میٹر کے فاصلہ ہیں۔

تب ریکھا نے بیان کی تصحیح کرتے ہوئے کہا'' یہ نقطہ بائیں کنارے سے 90 سینٹی میٹر اور نچلے کنارے سے 160 سینٹی میٹر کے فاصلے پر ہے۔'' اس طرح مسئلہ کا ٹھیک حل حاصل ہوا ! (شکل 15.11) تب استاد محترم نے بتایا'' ہم نقطے کا مقام اس طرح (90, 160) لکھ کر ظاہر کرتے ہیں۔'' کیا نقطہ (160,90) نقطہ (90,160) سے مختلف ہوگا؟ اس کے بارے میں سوچیے۔

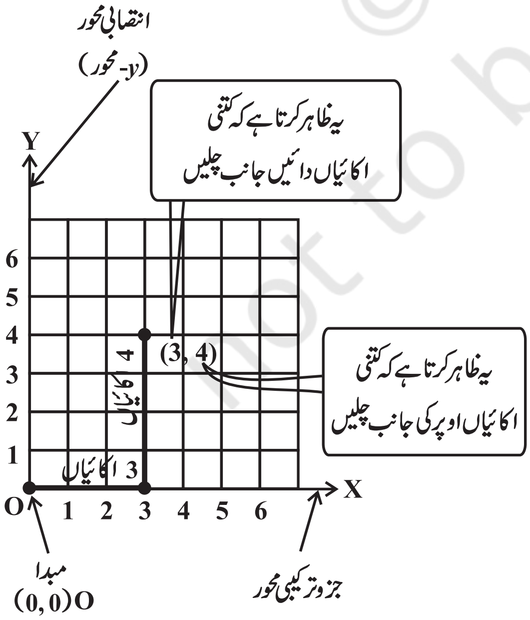
کہا جاتا ہے کہ سترھویں صدی میں ریاضی داں **رینے دکارٹس** (Rene Descartes) نے ایک چیونٹی کو چھت کے کونے کے پاس چلتے ہوئے دیکھا۔ اس نے مستوی میں کسی نقطے کے مقام کو متعین کرنے کے بارے میں سوچنا شروع کیا ۔ افقی اور انتصابی دو خطوط سے دیے گئے نقطوں کے دو فاصلوں کی پیمائش کرکے ان کے مقام کو ظاہر کرنے کا طریقہ ان کی تعظیم میں آج کا 'دتیزی نظام' *(Cartesian System)* کہلاتا ہے۔

رینے دکارٹس
1596-1650

15.2.2 مختصات

مان لیجیے کہ آپ کسی جلسہ گاہ میں جاتے ہیں اور اپنی محفوظ سیٹ تلاش کرتے ہیں۔ اس کے لیے آپ کو دو اعداد چاہیے، قطاروں کی تعداد اور سیٹوں کی تعداد۔ کسی مستوی میں نقطے کا مقام متعین کرنے کا یہی طریقہ ہے۔

شکل 15.12 پر غور کیجیے، نقطہ (3,4) جس کا فاصلہ بائیں کنارے سے 3 اکائی اور نچلے کنارے سے 4 اکائی ہے، مربع کاغذ پر کس طرح دکھایا گیا ہے۔ گراف کا کاغذ بھی ایک مربع کاغذ ہی ہے ۔ جس پر ہم x اور y



شکل 15.12

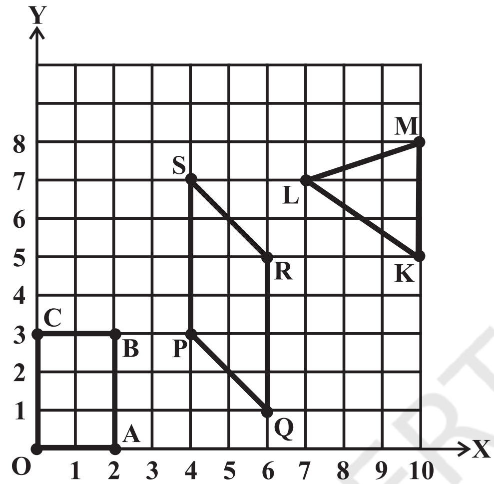
© NCERT not to be republished

(b) P(1, 1), Q(2, 2), R(3, 3), S(4, 4)

(c) K(2, 3), L(5, 3), M(5, 5), N(2, 5)

.2 (2, 3) اور (3, 2) سے گزرتا ہوا ایک خط کھینچیے۔ ان نقطوں کے مختصات معلوم کیجیے جن پر یہ خط x– محور اور y– محور کو قطع کرتا ہے۔

.3 گراف میں بتائی گئی شکلوں میں ہر ایک کے راسوں کے مختصات لکھیے۔



.4 مندرجہ ذیل بیانوں میں بتائیے کون سا صحیح ہے اور کون سا غلط ہے؟ غلط بیان کو درست کیجیے۔

(i) کوئی نقطہ جس کا x مختص صفر ہے اور y– مختص غیر صفر ہے y– محور پر واقع ہوگا۔

(ii) کوئی نقطہ جس کا y مختص صفر ہے اور x– مختص 5 ہے، y– محور پر واقع ہوگا۔

(iii) مبدا کے مختصات (0,0) ہیں۔

15.3 کچھ استعمال

روزمرہ زندگی میں آپ نے دیکھا ہوگا کہ کسی بھی سہولت کا ہم جتنا زیادہ استعمال کرتے ہیں اتنا ہی زیادہ اس کے لیے قیمت ادا کرنا پڑتی ہے۔ اگر آپ بجلی زیادہ خرچ کرتے ہیں تب آپ کو بل بھی زیادہ ادا کرنا ہوگا۔ اگر آپ بجلی کم خرچ کرتے ہیں تو بل بھی کم آئے گا۔ یہ ایک مثال ہے جہاں ایک مقدار دوسری کو متاثر کرتی ہے۔ بجلی کا بل استعمال کی گئی بجلی کی مقدار پر منحصر ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ بجلی کی مقدار ایک **غیر تابع متغیر** (یا کبھی **متغیر جس پر کنٹرول ہو**) ہے جب کہ بجلی کا بل ایک **تابع متغیر** ہے۔ ایسے متغیروں کے رشتہ کو ہم گراف کے ذریعے ظاہر کر سکتے ہیں۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

ایک کار کی پٹرول کی ٹنکی کو بھرنے کے لیے دی گئی رقم خریدے گئے پٹرول کی مقدار (لیٹر میں) کے ذریعہ متعین ہوتی ہے۔ یہاں پر کون سا متغیر غیر تابع ہے؟ اس کے بارے میں غور کیجیے۔

مثال 6 : (مقدار اور قیمت)

مندرجہ ذیل جدول پٹرول کی مقدار اور اس کی قیمت کو ظاہر کرتا ہے۔

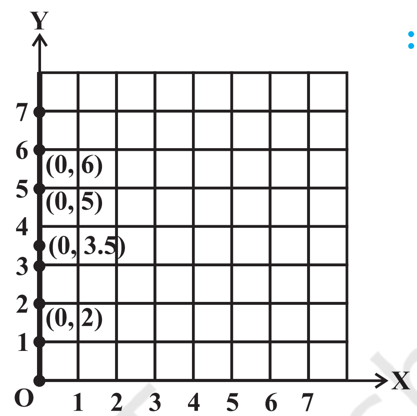
© NCERT not to be republished

مثال 5 : مندرجہ ذیل نقطوں کو کاغذ پر بنائیے اور دیکھیے کہ کیا وہ سبھی ایک ہی خط پر ہیں۔ اگر وہ سبھی ایک ہی خط پر ہیں تو اس کا نام بتائیے۔

(i) (0, 2), (0, 5), (0, 6), (0, 3.5)　　(ii) A (1, 1), B (1, 2), C (1, 3), D (1, 4)

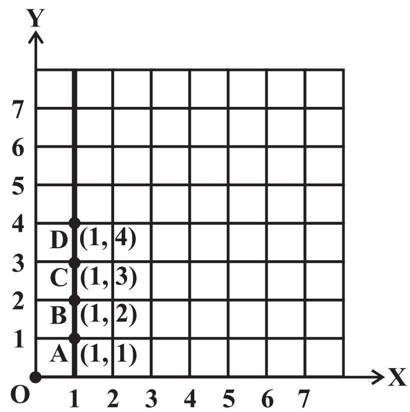
(iii) K (1, 3), L (2, 3), M (3, 3), N (4, 3)　　(iv) W (2, 6), X (3, 5), Y (5, 3), Z (6, 2)

حل :



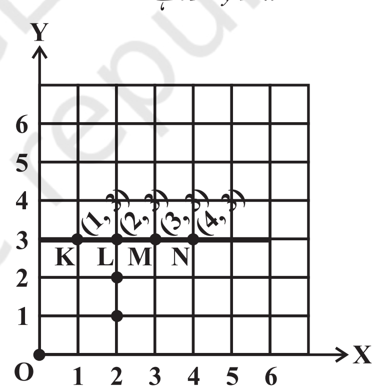
(i)

یہ سبھی نقطے ایک ہی خط پر ہیں۔
وہ خط y– محور ہے۔



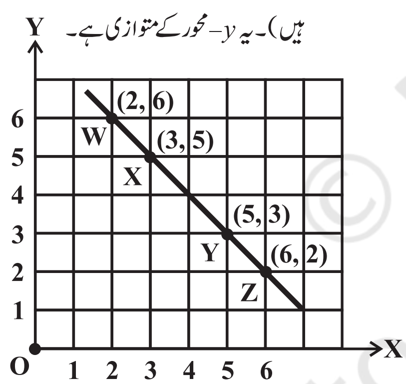
(ii)

یہ سبھی نقطے ایک ہی خط پر ہیں۔ یہ خط AD ہے۔ (آپ اسے کوئی دوسرا نام بھی دے سکتے ہیں)۔ یہ y– محور کے متوازی ہے۔



(iii)

یہ سبھی نقطے ایک ہی خط پر ہیں۔ ہم اسے KL یا KM یا MN وغیرہ نام دے سکتے ہیں۔ یہ x– محور کے متوازی ہے۔



(iv)

شکل 15.15

یہ سبھی نقطے ایک ہی خط پر ہیں ہم اسے XY یا WY یا YZ وغیرہ نام دے سکتے ہیں۔

غور کیجیے کہ اوپر دی گئی ہر ایک مثال میں موجود نقطوں کو ملانے پر حاصل گراف ایک سیدھا خط ہے۔ ایسے گراف کو **خطی گراف** کہتے ہیں۔

مشق 15.2

1. مندرجہ ذیل نقطوں کو ایک گراف شیٹ پر بنائیے اور تصدیق کیجیے کہ کیا وہ ایک ہی خط پر واقع ہیں؟

(a) A(4, 0), B(4, 2), C(4, 6), D(4, 2.5)

نقطہ P سے افقی خط کے ہمراہ چل کر انتصابی محور پر پہنچتے ہیں جہاں ہمیں وہ نقطہ ملتا ہے جو ہمیں جواب مہیا کراتا ہے۔

یہ ایک ایسا گراف ہے جس میں دو مقداریں تناسب میں ہیں (کیسے؟)۔

ایسی صورت حال میں گراف ہمیشہ خطی ہوتا ہے۔

کوشش کیجیے

اوپر دی گئی مثال میں گراف کا استعمال کر کے معلوم کیجیے کہ 800 روپے میں کتنا پٹرول خریدا جا سکتا ہے؟

مثال 7 : (اصل زر اور سود مفرد)

ایک بینک بزرگ شہریوں کو ان کی جمع رقم پر 10% سالانہ شرح سے سود مفرد دیتا ہے۔ جمع کی گئی رقم اور کمائے گئے سود مفرد کے رشتے کو ظاہر کرنے کے لیے ایک گراف بنائیے اور مندرجہ ذیل کے بارے میں معلوم کیجیے

(a) 250 روپے جمع کرنے پر حاصل سالانہ سود۔

(b) 70 روپے سالانہ سود حاصل کرنے کے لیے کتنی رقم جمع کرنی پڑے گی۔

حل :

جمع کی گئی رقم	ایک سال کے لیے سود مفرد
100 روپے	$\frac{100\times1\times10}{100}$ = ₹ 10
200 روپے	$\frac{200\times1\times10}{100}$ = ₹ 20
300 روپے	$\frac{300\times1\times10}{100}$ = ₹ 30
500 روپے	$\frac{500\times1\times10}{100}$ = ₹ 50
1000 روپے	₹ 100

مناسب اقدام:

1. دکھائی جانے والی مقداریں جو جمع رقم اور سود مفرد ہے معلوم کیجیے۔
2. x– محور اور y– محور پر دکھائی جانے والی مقداریں متعین کیجیے۔
3. پیمانہ منتخب کیجیے۔
4. نقطے متعین کیجیے۔
5. نقطوں کو ملائیے۔

ہمیں مندرجہ ذیل جدول حاصل ہوتا ہے۔

جمع رقم (₹ میں)	100	200	300	500	1000
سالانہ سود مفرد (₹ میں)	10	20	30	50	100

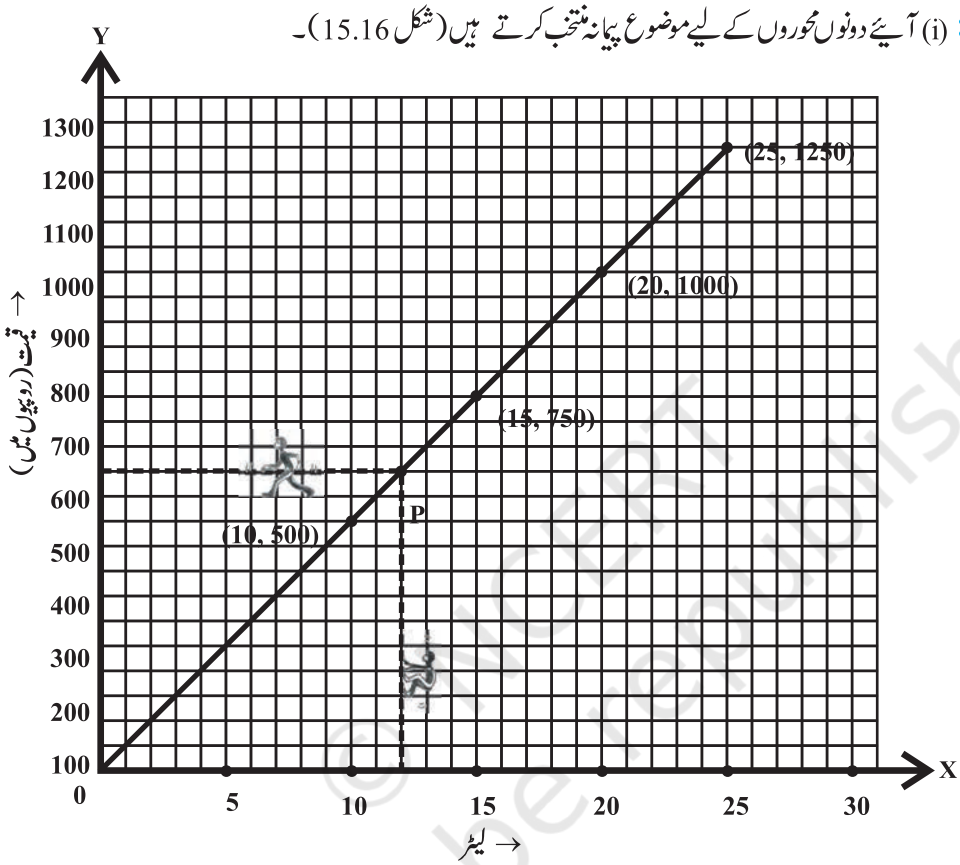
(i) پیمانہ : افقی محور پر 1 اکائی = ₹ 100 ؛ انتصابی محور پر 1 اکائی = ₹ 10

© NCERT not to be republished

پٹرول کی مقدار (لیٹر میں)	10	15	20	25
پٹرول کی قیمت (روپیوں میں)	500	750	1000	1250

ان اعداد و شمار کو گراف کے ذریعے دکھایئے۔

حل : (i) آیئے دونوں محوروں کے لیے موضوع پیمانہ منتخب کرتے ہیں (شکل 15.16)۔



شکل 15.16

(ii) افقی محور پر پٹرول کی مقدار کو ظاہر کیجیے۔

(iii) انتصابی محور پر پٹرول کی قیمتوں کو ظاہر کیجیے۔

(iv) نقطوں کو بنایئے: (10,500), (15,750), (20,1000), (25,1250)

(v) نقطوں کو ملایئے۔

ہم دیکھتے ہیں کہ گراف ایک خط ہے (یہ ایک خطی گراف ہے)۔ یہ گراف مبدا سے ہو کر کیوں گذرتا ہے؟ اس کے بارے میں سوچیے۔

یہ گراف ہمیں بعض چیزوں کا اندازہ لگانے میں مددگار ثابت ہوسکتا ہے۔ مان لیجیے ہم یہ معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ 12 لیٹر پٹرول کی قیمت کیا ہوگی۔ افقی محور پر 12 کا مقام دیکھیے۔

12 سے گزرتے ہوئے انتصابی خط کے ہمراہ چلیے جب تک آپ گراف سے P (مان لیجیے) پر نہ پہنچ جائیں۔

سفر (گھنٹوں میں)	طے کیا گیا فاصلہ
1 گھنٹہ	30 کلومیٹر
2 گھنٹے	2 × 30 کلومیٹر = 60 کلومیٹر
3 گھنٹے	3 × 30 کلومیٹر = 90 کلومیٹر
4 گھنٹے	4 × 30 کلومیٹر = 120 کلومیٹر

ان قدروں سے ہمیں مندرجہ ذیل جدول حاصل ہوتا ہے:

وقت (گھنٹوں میں)	1	2	3	4
طے کیا گیا فاصلہ (کلومیٹر میں)	30	60	90	120

(i) پیمانہ : (شکل 15.18)

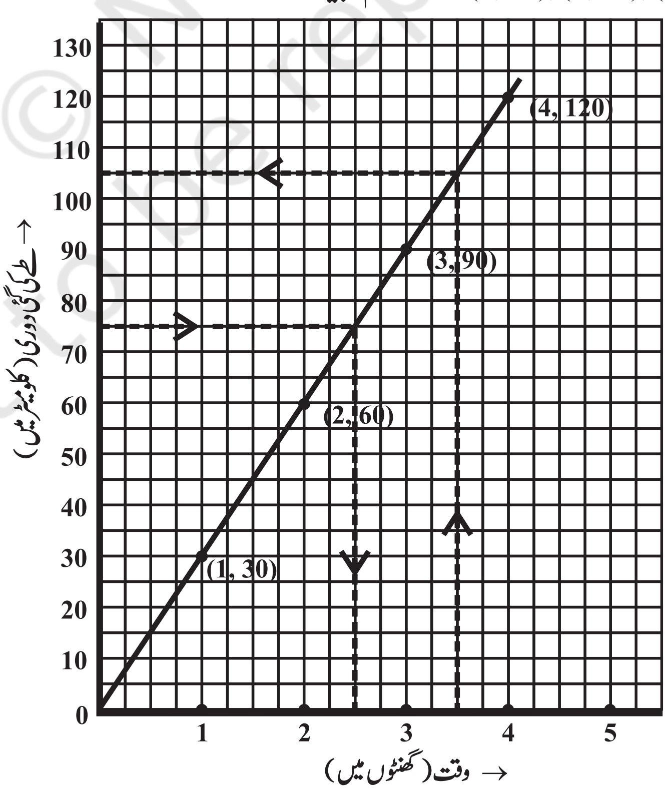
افقی محور : 2 اکائی = 1 گھنٹہ

انتصابی محور : 1 اکائی = 10 کلومیٹر

(ii) افقی محور پر وقت دکھایئے۔

(iii) انتصابی محور پر فاصلہ دکھایئے۔

(iv) (1, 30), (2, 60), (3, 90), (4, 120) نقطوں کو قائم کیجیے۔



شکل 15.18

© NCERT not to be republished

(ii) جمع رقم کو افقی محور پر دکھائیے۔

(iii) سود مفرد کو انتصابی محور پر دکھائیے۔

(iv) (100,10), (200, 20), (300, 30), (500,50) وغیرہ نقطوں کو قائم کیجیے۔

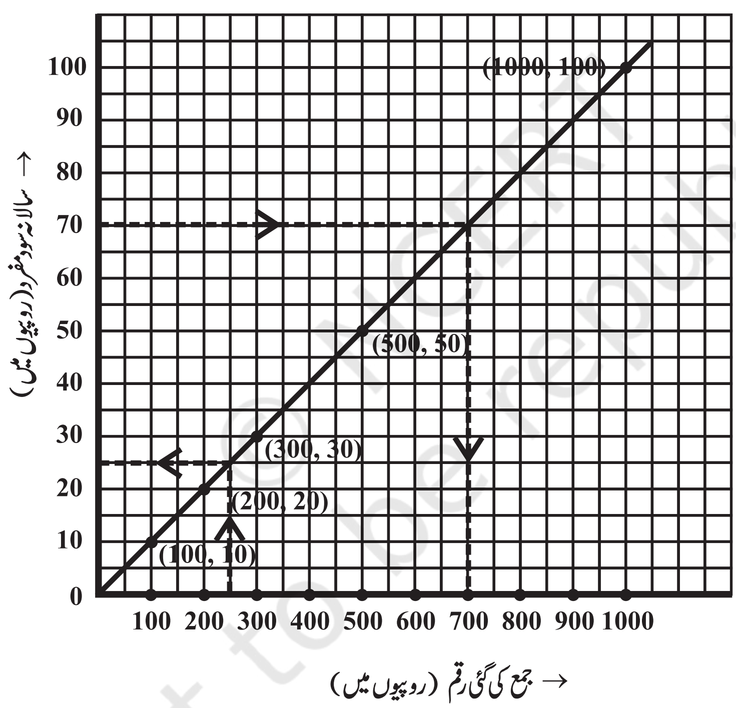
(v) نقطوں کو ملائیے۔ ہمیں ایک گراف حاصل ہوتا ہے جو ایک خط کی شکل ہے (شکل 15.17)۔

(a) افقی محور پر 250 ₹ ، اصل زر کے لیے ہمیں انتصابی محور پر 25 ₹ سود مفرد حاصل ہوتا ہے۔

(b) انتصابی محور پر 70 ₹ ،سود کے لیے ہمیں افقی محور پر 700 ₹ اصل زر حاصل ہوتا ہے۔

کوشش کیجیے

کیا مثال 7 ایک سیدھے تناسب کی مثال ہے؟



شکل 15.17

مثال 8 : (وقت اور فاصلہ)

اجیت لگاتار 30 کلومیٹر فی گھنٹے کی رفتار سے اسکوٹر چلاتا ہے۔ اس صورتِ حال کے لیے ایک وقت اور فاصلہ کا ایک گراف کھینچیے۔ اسے گراف سے معلوم کیجیے

(i) اجیت کو 75 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے میں لگنے والا وقت۔

(ii) اجیت کے ذریعہ $3\frac{1}{2}$ گھنٹے میں طے کی گئی دوری۔

مربع کا ضلع (سینٹی میٹر میں)	2	3	4	5	6
رقبہ (مربع سینٹی میٹر میں)	4	9	16	25	36

کیا یہ ایک خطی گراف ہے؟

ہم نے کیا سیکھا؟

1. اعداد و شمار کو گرافی اظہار سے آسانی سے سمجھا جا سکتا ہے۔

2. (i) **بار گراف** مختلف زمروں کا موازنہ کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

(ii) **دائری گراف یا پائی گراف** ایک مکمل کے مختلف حصوں کا موازنہ کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

(iii) **ہسٹوگرام** ایک بار گراف ہے جو اعداد و شمار کو وقفوں میں ظاہر کرتا ہے۔

3. ایک **خطی گراف** اُن اعداد و شمار کو ظاہر کرتا ہے جو وقت کے ساتھ ساتھ مسلسل بدلتے رہتے ہیں۔

4. خطی گراف جو ایک مکمل غیر شکستہ خط ہے، **خطی گراف** کہلاتا ہے۔

5. مربع کاغذ پر کسی نقطے کا مقام متعین کرنے کے لیے ہمیں x- **مختص** اور y- **مختص** کی ضرورت پڑتی ہے۔

6. ایک **غیر تابع متغیر** اور **تابع متغیر** کے درمیان رشتے کو گراف کے ذریعہ دکھایا گیا ہے۔

© NCERT not to be republished

(v) نقطوں کو ملائیے۔ ہمیں ایک خطی گراف حاصل ہوتا ہے۔

(a) انتصابی محور پر 75 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے پر ہمیں نظیری افقی محور پر 2.5 گھنٹے حاصل ہوتے ہیں۔ اس طرح 75 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے 2.5 گھنٹے کا وقت لگے گا۔

(b) افقی محور پر $3\frac{1}{2}$ گھنٹے کے لیے نظیری انتصابی محور پر 105 کلومیٹر فاصلہ طے کیا گیا ہے۔

مشق 15.3

1. محوروں پر مناسب پیمانہ کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل جدول میں دی گئی قدروں کے لیے گراف بنائیے۔

(a) سیب کی قیمت

سیبوں کی تعداد	1	2	3	4	5
قیمت (روپیوں میں)	5	10	15	20	25

(b) کار کے ذریعہ طے کیا گیا فاصلہ

وقفہ (گھنٹوں میں)	صبح 6 بجے	صبح 7 بجے	صبح 8 بجے	صبح 9 بجے
فاصلہ (کلومیٹر میں)	40	80	120	160

(i) صبح 7:30 بجے اور 8:00 بجے کے وقفہ میں کار کے ذریعہ کتنا فاصلہ طے کیا گیا؟

(ii) کار نے 100 کلومیٹر کا فاصلہ کس وقت طے کیا تھا؟

(c) جمع رقم پر سالانہ سود۔

جمع رقم (روپیوں میں)	1000	2000	3000	4000	5000
سود مفرد (روپیوں میں)	80	160	240	320	400

(i) کیا گراف مبدا سے ہوکر گزرتا ہے؟

(ii) گراف کی مدد سے 25000 روپے کا سالانہ سود معلوم کیجیے؟

(iii) 280 روپے سالانہ سود حاصل کرنے کے لیے کتنی رقم جمع کرنی ہوگی؟

2. مندرجہ ذیل جدول کے لیے گراف کھینچیے۔

(i)

مربع کا ضلع (سینٹی میٹر میں)	2	3	3.5	5	6
احاطہ (سینٹی میٹر میں)	8	12	14	20	24

کیا یہ ایک خطی گراف ہے؟

© NCERT not to be republished

© NCERT not to be republished

نوٹ

© NCERT
not to be republished