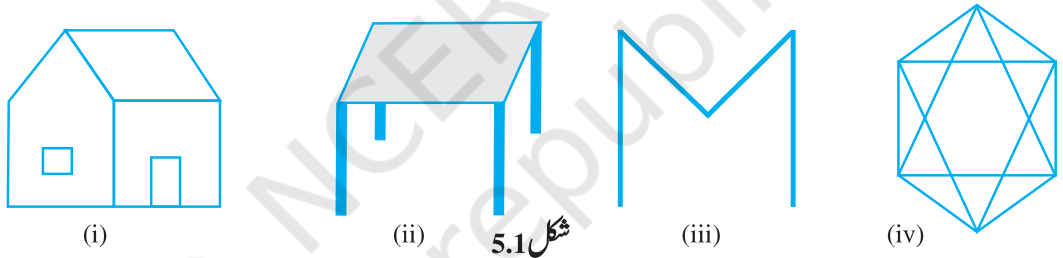




خطوط اور زاویے

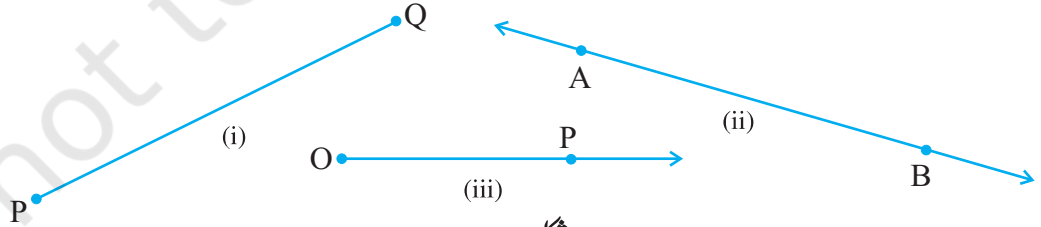
5.1 تعارف (Introduction)

آپ یہ جانتے ہیں کہ کسی دی گئی شکل میں خط، قطعہ خط یا زاویے کو کیسے پہچانا جاتا ہے۔ کیا آپ مندرجہ ذیل اشکال (تصویر 5.1) میں مختلف خطوط اور زاویے پہچان سکتے ہیں؟



کیا آپ یہ بھی پہچان سکتے ہیں کہ یہ زاویے حادہ یا منفرجہ یا قائمہ ہیں؟

دہرائیے کہ ایک قطعہ خط میں دو آخری نقطے ہوتے ہیں۔ اگر ہم ان آخری نقطوں دونوں کو اطراف میں بنا خاتمہ کے بڑھاتے چلے جائیں تو ہم کو ایک خط حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں خط کا کوئی آخری نقطہ / سرانہیں ہوتا ہے۔ دوسری طرف یاد کیجیے کہ شعاع کا صرف ایک ہی آخری نقطہ ہوتا ہے۔ (جس کو ابتدائی نقطہ کہتے ہیں)۔ مثال کے طور پر، درج ذیل تصاویر کو دیکھیے۔



شکل 5.2

یہاں، تصویر 5.2 (i) میں ایک قطعہ خط دکھایا گیا ہے۔ تصویر 5.2 (ii) میں ایک خط دکھایا گیا ہے۔ اور تصویر 5.2 (iii) میں ایک شعاع ہے۔ ایک قطعہ خط PQ کو عام طور پر علامت \overline{PQ} سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ خط AB کی علامت \overline{AB} سے ظاہر کرتے ہیں اور شعاع OP کو علامت \overrightarrow{OP} سے ظاہر کرتے ہیں۔ اپنی روزمرہ کی زندگی سے قطعہ خط اور شعاع کی کچھ مثالیں دیکھیے اور ان کے بارے میں اپنے

دوستوں سے بات کیجیے۔

پھر دہرائیے کہ دو خطوط یا دو قطعہ خط کے ملنے سے ایک زاویہ بنتا ہے۔ تصویر 5.1 میں کونوں کا مشاہدہ کیجیے کونے تب ہی بنتے ہیں جب دو خط یا قطعہ خط کسی ایک نقطہ پر ملتے ہیں۔ مثال کے طور پر، نیچے دی گئی تصاویر کو دیکھیے۔



شکل 5.3

تصویر 5.3(i) میں قطعہ خط AB اور BC ایک دوسرے کو B پر کاٹ رہے ہیں اور زاویہ ABC بنا رہے ہیں، اور پھر قطعہ خط BC اور AC نقطہ C پر ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہیں اور زاویہ ACB بنانے کے لیے اور اسی طرح اور جب کہ تصویر 5.3(ii) میں خط PQ اور RS ایک دوسرے کو نقطہ O پر کاٹ رہے ہیں اور چار زاویے بنا رہے ہیں یہ زاویہ ہیں POS، SOQ، QOR اور ROP۔ ایک زاویہ ABC کو علامت $\angle ABC$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ لہذا، تصویر 5.3(i) میں بننے والے زاویے $\angle ABC$ ، $\angle BCA$ اور $\angle BAC$ اور شکل 5.3(ii) میں چار زاویے $\angle POS$ ، $\angle SOQ$ ، $\angle QOR$ اور $\angle ROP$ ہیں۔ یہ آپ پہلے ہی پڑھ چکے ہیں کہ زاویہ حادہ، منفرجہ یا زاویہ قائمہ کی درجہ بندی کیسے کی جاتی ہے۔



کوشش کیجیے:

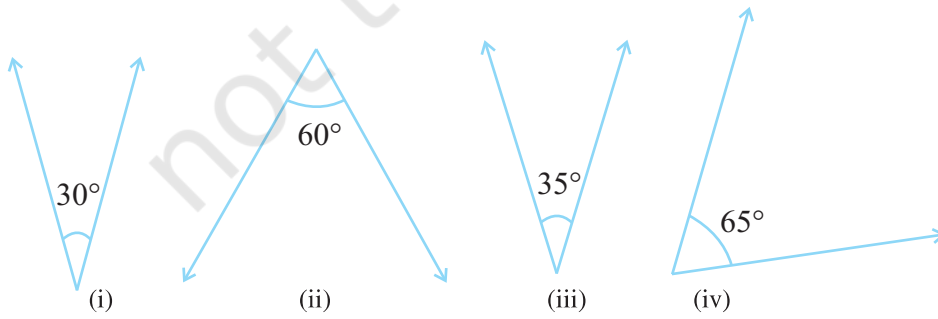
آس پاس سے دس اشکال کی فہرست بنائیے اور اس میں زاویہ حادہ منفرجہ اور زاویہ قائمہ معلوم کیجیے۔

نوٹ: زاویہ ABC کی پیمائش کے لئے ہم علامت $m\angle ABC$ لکھتے ہیں یا خالی $\angle ABC$ بھی لکھ دیتے ہیں۔ یہ عبارت سے ہی معلوم ہوتا ہے کہ یہ زاویہ کونسا ہے یا پیمائش کے لیے ہے۔

5.2 ہم رشتہ زاویے (Related Angles)

5.2.1 5.2.1 اتماالی زاویے (Complementary Angles)

جب دو زاویوں کی پیمائش کا جوڑ 90° ہوتا ہے تو اپنے زاویوں کو اتماالی زاویے کہتے ہیں۔



کیا یہ زاویے دونوں اتماالی زاویے ہیں؟

ہاں

شکل 5.4

نہیں

جب کبھی دو زاویے اتھالی زاویے ہوتے ہیں تو وہ ایک دوسرے کے تہہ کہلاتے ہیں۔ اوپر دی گئی تصویر (تصویر 5.4) میں 30° کا زاویہ 60° کے زاویے کا تہہ ہے اور 60° ، 30° کا۔



سوچے، بحث کیجیے اور لکھیے

- 1- کیا دو زاویہ حادہ ایک دوسرے کے تہہ ہو سکتے ہیں؟
- 2- کیا دو زاویہ منفرجہ ایک دوسرے کے تہہ ہو سکتے ہیں؟
- 3- کیا دو زاویہ قائمہ ایک دوسرے کے تہہ ہو سکتے ہیں؟

کوشش کیجیے:

1- مندرجہ ذیل زاویوں میں سے کون سے زاویے اتھالی ہیں

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

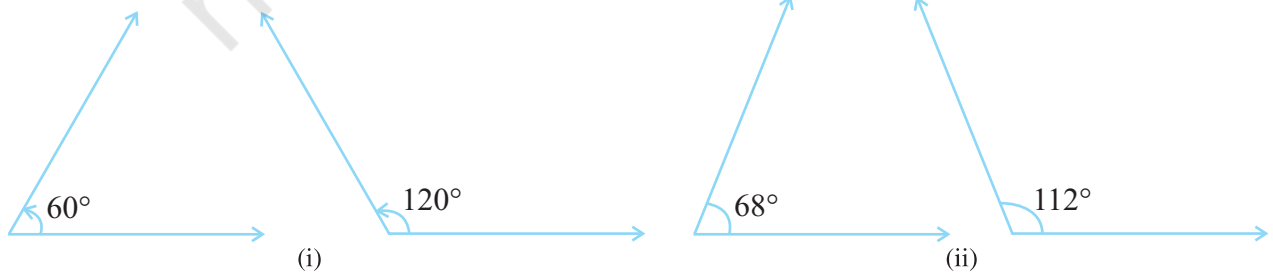
شکل 5.5

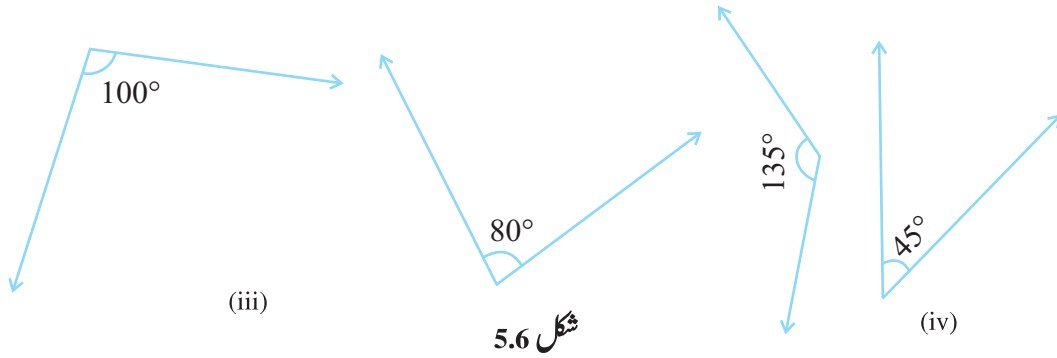
2- مندرجہ ذیل زاویوں میں سے ہر ایک کے 45° ، 65° ، 41° ، 54° تہہ کی پیمائش بتائیے؟

3- دو اتھالی زاویوں کا فرق 12° ہے۔ زاویوں کی پیمائش بتائیے۔

5.2 تکمیلی زاویے (Supplementary Angles)

آئیے اب زاویوں کی مندرجہ ذیل جوڑوں کو دیکھیے۔ (تصویر 5.6)





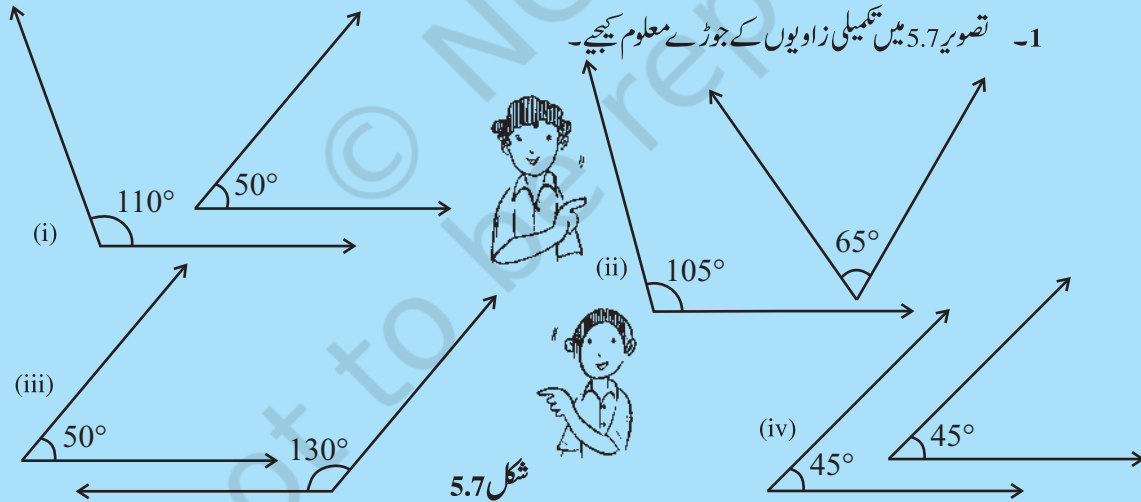
کیا آپ نے اس بات پر دھیان دیا ہے کہ اوپر دیے جوڑوں میں سے ہر ایک جوڑے کی پیمائش کا جوڑہ 180° ہے۔ زاویوں کے ایسے جوڑے تکمیلی زاویے کہلاتے ہیں۔ جب دو زاویے تکمیلی زاویے ہوتے ہیں تو وہ دونوں ایک دوسرے کا تکمیلہ کہلاتے ہیں۔

سوچے، بحث کیجیے اور لکھیے

- 1- کیا دو زاویے منفرجہ تکمیلی زاویے ہو سکتے ہیں؟
- 2- کیا دو زاویہ حادہ تکمیلی زاویے ہو سکتے ہیں؟
- 3- کیا دو زاویہ قائمہ تکمیلی زاویے ہو سکتے ہیں؟



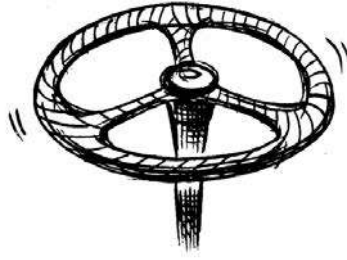
کوشش کیجیے:



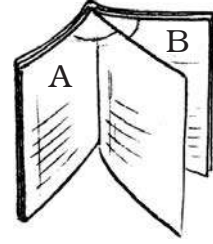
- 1- تصویر 5.7 میں تکمیلی زاویوں کے جوڑے معلوم کیجیے۔
- 2- مندرجہ ذیل زاویوں میں سے ہر ایک زاویے کے تکمیلہ کی پیمائش بنائیے۔
(i) 100° (ii) 90° (iii) 55° (iv) 125°
- 3- دو تکمیلی زاویوں میں سے بڑے زاویے کی پیمائش چھوٹے سے 44° زیادہ ہے۔ ان کی پیمائش بتائیے۔

5.2.3 متصل زاویے (Adjacent Angles)

مندرجہ ذیل تصویروں کو دیکھیے۔



ایک کارموڑنے کے پہیے کو دیکھیے۔ پہیے کے مرکز پر آپ کو تین زاویے بننے نظر آئیں گے۔ جو کہ ایک دوسرے کے بغل میں ہیں۔



جب ہم ایک کتاب کو کھولتے ہیں تو وہ اوپر بنی تصویر جیسی لگتی ہے A اور B کی شکل میں ہمیں ایسے زاویوں کا جوڑ نظر آ رہا ہے جو آپ کو دوسرے کے بغل میں ہیں۔

شکل 5.8

راس A اور B پر ہمیں ایسے زاویے نظر آ رہے ہیں جو ایک دوسرے کے برابر برابر ہیں۔ یہ زاویے ایسے ہیں جس میں جن کا راس مشترک ہے۔ (i)

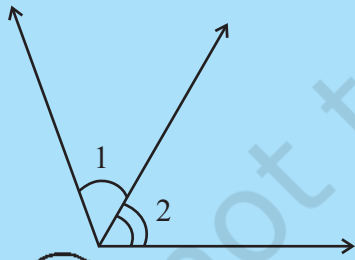
جن کا ایک بازو مشترک ہے۔ (ii)

دونوں زاویوں کے غیر مشترک بازو، مشترک بازو کے الگ الگ سمت میں ہیں۔ (iii)

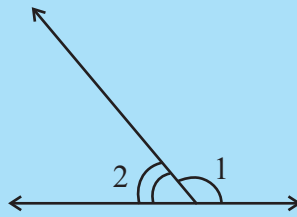
زاویوں کے ایسے جوڑوں کو متصل زاویے کہتے ہیں۔ متصل زاویوں کا مشترک راس اور ایک بازو مشترک ہوتا ہے۔ مگر ان کا کوئی اندرونی نقطہ مشترک نہیں ہوتا ہے۔

کوشش کیجیے:

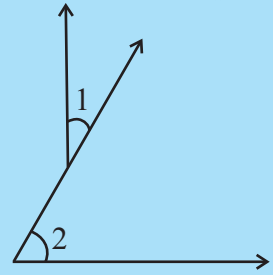
1- کیا تصویر 5.10 میں نشان لگے زاویے 1 اور 2 متصل زاویے ہیں؟ اگر وہ متصل نہیں ہیں تو کیوں نہیں ہیں؟



(i)



(ii)

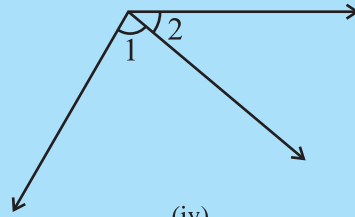


(iii)

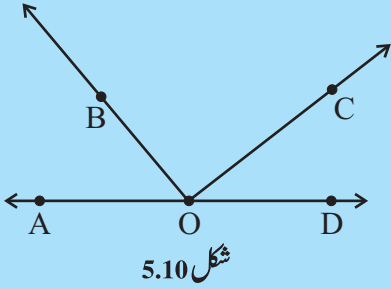


(iv)

شکل 5.9



(iv)



شکل 5.10

2- دی گئی تصویر 5.10 میں کیا مندرجہ ذیل زاویے متصل زاویے ہیں۔

(a) $\angle AOB$ اور $\angle BOC$

(b) $\angle BOD$ اور $\angle BOC$

اپنے جواب کی وضاحت بھی کیجیے۔

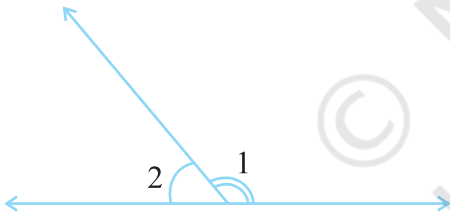
سوچیے بحث کیجیے اور لکھیے

- 1- کیا دو متصل زاویے تکمیلی زاویے ہو سکتے ہیں؟
- 2- کیا دو متصل زاویے اتنائی زاویے ہو سکتے ہیں؟
- 3- کیا دو زاویے منفرجہ متصل زاویے ہو سکتے ہیں؟
- 4- کیا ایک زاویہ حادہ ایک زاویہ منفرجہ کا متصل ہو سکتا ہے؟



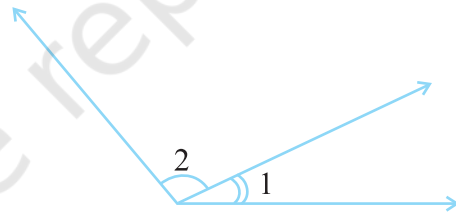
5.2.4 خطی جوڑا (Linear Pair)

خطی جوڑا متصل زاویوں کا ایک ایسا جوڑا ہوتا ہے جن کے غیر مشترک بازو متقابل شعاعیں ہوں۔



کیا $\angle 1$ ، $\angle 2$ خطی جوڑا ہے؟ ہاں

(ii)



کیا $\angle 1$ ، $\angle 2$ خطی جوڑا ہے؟ نہیں (کیوں)

(i)

شکل 5.11

اوپر دی گئی تصویر 5.11 (i) میں دیکھیے کہ متقابل شعاعیں (جو کہ $\angle 1$ اور $\angle 2$ کی غیر مشترک اضلاع ہیں) ایک خط بنا رہی ہیں۔ لہذا

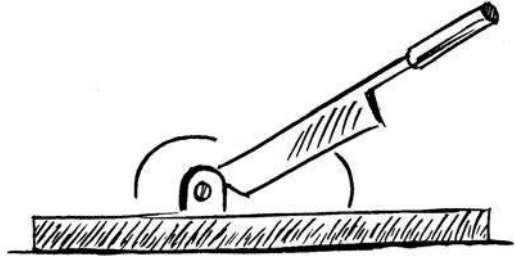
$\angle 1 + \angle 2$ کی پیمائش 180° ہوگی۔

خطی جوڑے کے زاویے تکمیلی زاویے ہوتے ہیں۔

دھیان سے دیکھیے کہ تکمیلی زاویوں کا ایک جوڑا اس وقت خطی جوڑا بنتا ہے جب ان کو ایک دوسرے کے متصل رکھا جاتا ہے۔ کیا

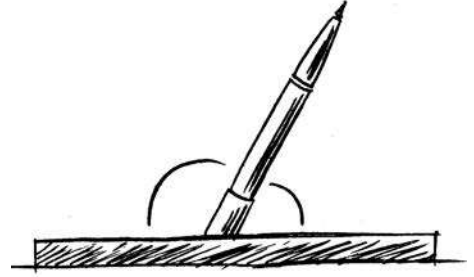
آپ اپنے اطراف میں خطی جوڑوں کی کچھ اور مثالیں دیکھتے ہیں۔

سبزی کاٹنے کے ایک بورڈ کو دھیان سے دیکھیے۔ (شکل 5.12)



سبزی کاٹنے والا بورڈ

سبزی کاٹنے والا چاقو، بورڈ کے ساتھ متصل زاویوں کا ایک جوڑا بنا رہا ہے۔



ایک پین اسٹینڈ

پین، اسٹینڈ کے ساتھ متصل زاویوں کا ایک جوڑا بنا رہا ہے۔

شکل 5.12

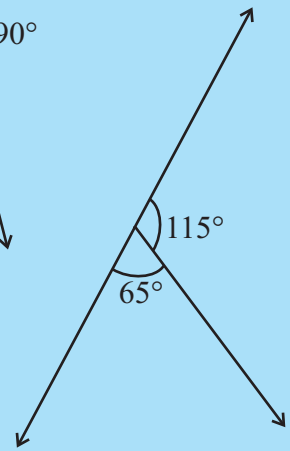
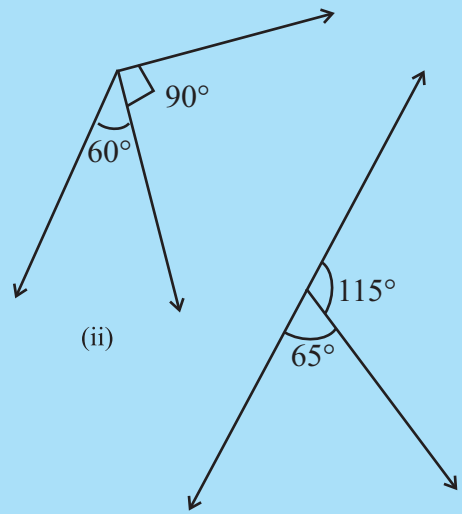
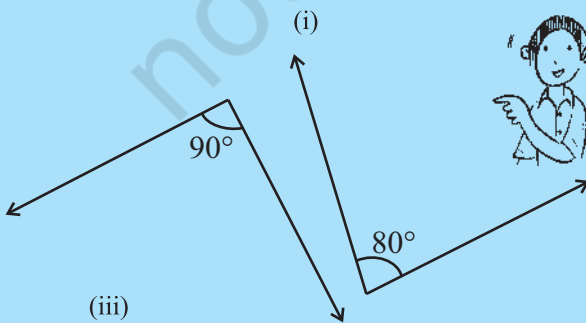
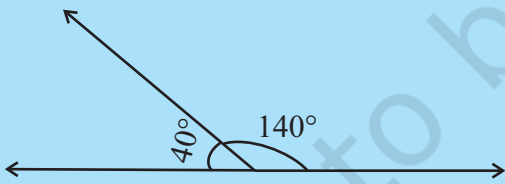


سوچئے، بحث کیجئے اور لکھیے

- 1- کیا دو زاویہ حادہ ایک خطی جوڑا بنا سکتے ہیں؟
- 2- کیا دو زاویہ منفرجہ کا ایک خطی جوڑا بنا سکتے ہیں؟
- 3- کیا دو زاویہ قائمہ ایک خطی جوڑا بنا سکتے ہیں؟

کوشش کیجئے:

جانچ کیجئے کہ مندرجہ ذیل زاویوں کے کون سے جوڑے متصل زاویے بنا رہے ہیں؟



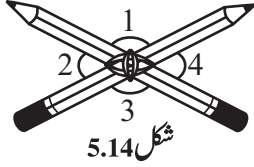
(iii)

شکل 5.13

(iv)

5.2.5 متقابل راسی زاویے (Vertically Opposite Angles)

دو پنسلیں لیجیے اور ان کو درمیان میں سے ربربینڈ کی مدد سے باندھ دیجیے (تصویر 5.14) تصویر میں بنے چار زاویوں $\angle 1$ ، $\angle 2$ ، $\angle 3$ اور $\angle 4$ کو دیکھیے۔



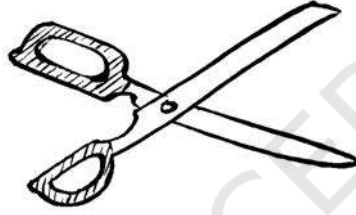
شکل 5.14

$\angle 1$ ، $\angle 3$ متقابل راس ہے۔

$\angle 2$ اور $\angle 4$ کا متقابل راس ہے۔

ہم زاویے $\angle 1$ اور $\angle 3$ کو متقابل راس زاویوں کا ایک جوڑا کہہ سکتے ہیں۔ کیا آپ متقابل راس زاویوں کے دوسرے جوڑے کا نام بتا سکتے ہیں؟ کیا $\angle 1$ ، $\angle 3$ کے برابر ہے؟ کیا $\angle 2$ ، $\angle 4$ کے برابر ہے؟

اس کی جانچ کرنے سے پہلے آئیے ہم اصل زندگی میں متقابل راسی زاویوں کی کچھ مثالیں دیکھتے ہیں۔ (شکل 5.15)

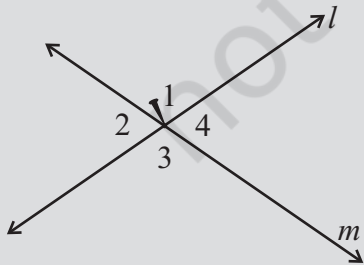


شکل 5.15

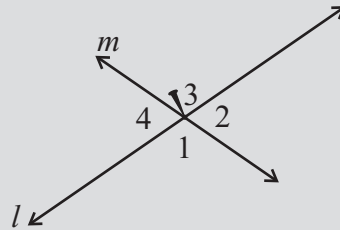
خود کریں

دو خطوط l اور m کھینچیے جو کہ ایک دوسرے کو ایک ہی نقطہ پر کاٹیں اب آپ تصویر (5.16) میں دکھائے گئے $\angle 1$ ، $\angle 2$ ، $\angle 3$ اور $\angle 4$ کی طرح زاویوں پر نشان لگائیں آپ پار دکھائی نے والے کاغذ پر تصویر کی ایک نقل بنا لیجیے۔

اب نقل والے کاغذ کو اصل تصویر پر اس طرح رکھیے کہ $\angle 1$ ، $\angle 1$ پر ہی پڑے، $\angle 2$ ، $\angle 2$ پر ہی پڑے وغیرہ نقطہ تقاطع پر ایک پن لگا دیجیے۔ اب نقل والے کاغذ کو 180° کے زاویے سے گھمائیے۔ کیا خطوط پھر سے ایک بار منطبق ہو رہے ہیں۔



کو گھما کر حاصل کیجیے

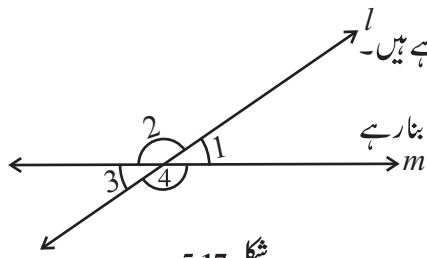


شکل 5.16

آپ نے پایا کہ $\angle 1$ اور $\angle 3$ نے اپنے مقام آپس میں بدل لیے ہیں۔ اور اسی طرح $\angle 2$ اور $\angle 4$ نے بھی یہ سب خطوط کے

مقامات کو منتشر کیے بنا ہی ہوا ہے۔ لہذا $\angle 1 = \angle 3$ اور $\angle 2 = \angle 4$ ہم نے یہ نتیجہ اخذ کیا کہ جب دو خطوط ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں تو بننے والے متقابل راس زاویے آپس میں برابر ہوتے ہیں آئیے اب ہم اس کو جیومیٹری کی مدد سے ثابت کرتے ہیں۔
مان لیجیے دو خطوط m اور l میں
ہم اس نتیجہ پر منطقی استدلال کی مدد سے پہنچیں گے۔

مان لیجیے m اور دو خطوط ہیں جو ایک دوسرے کو نقطہ O پر کاٹتے ہیں اور $\angle 1$ ، $\angle 2$ ، $\angle 3$ اور $\angle 4$ کے بنا رہے ہیں۔



شکل 5.17

ہم ثابت کرنا چاہتے ہیں $\angle 2 = \angle 4$ اور $\angle 1 = \angle 3$

اب $\angle 1 = 180^\circ - \angle 2$ (کیونکہ $\angle 1$ اور $\angle 2$ خطی زاویوں کا ایک جوڑا بنا رہے ہیں۔)

اس لیے $(\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ)$ (i)

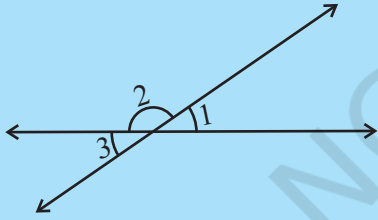
اسی طرح، $\angle 3 = 180^\circ - \angle 2$ (کیونکہ $\angle 2$ اور $\angle 3$ خطی زاویوں کا ایک جوڑا بنا رہے ہیں۔)

اس لیے، $(\angle 3 = 180^\circ - \angle 2)$ (ii)

اس لیے $\angle 1 = \angle 3$ (i) اور (ii) کی مدد سے

اس طرح ہم $\angle 2 = \angle 4$ کو بھی ثابت کر سکتے ہیں (کوشش کریں!)

کوشش کیجیے:



1- دی گئی تصویر میں، اگر $\angle 1 = 30^\circ$ ہے تو $\angle 2$ اور $\angle 3$ معلوم کیجیے۔

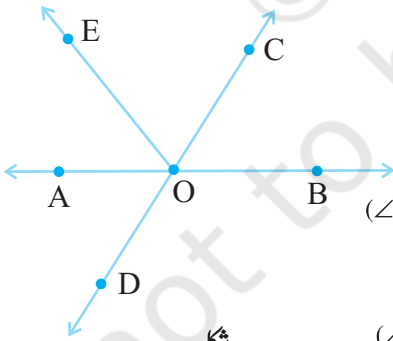
2- اپنے اطراف سے متقابل راس زاویوں کی ایک مثال دیجیے۔

مثال 1 تصویر (5.18) میں پہچانیے

(i) متصل زاویوں کے پانچ جوڑے

(ii) تین خطی جوڑے

(iii) متقابل راس زاویوں کے دو جوڑے۔



شکل 5.18

(i) **حل** متصل زاویوں کے پانچ جوڑے ہیں۔ $(\angle AOE, \angle EOC)$, $(\angle EOC, \angle COB)$ ،

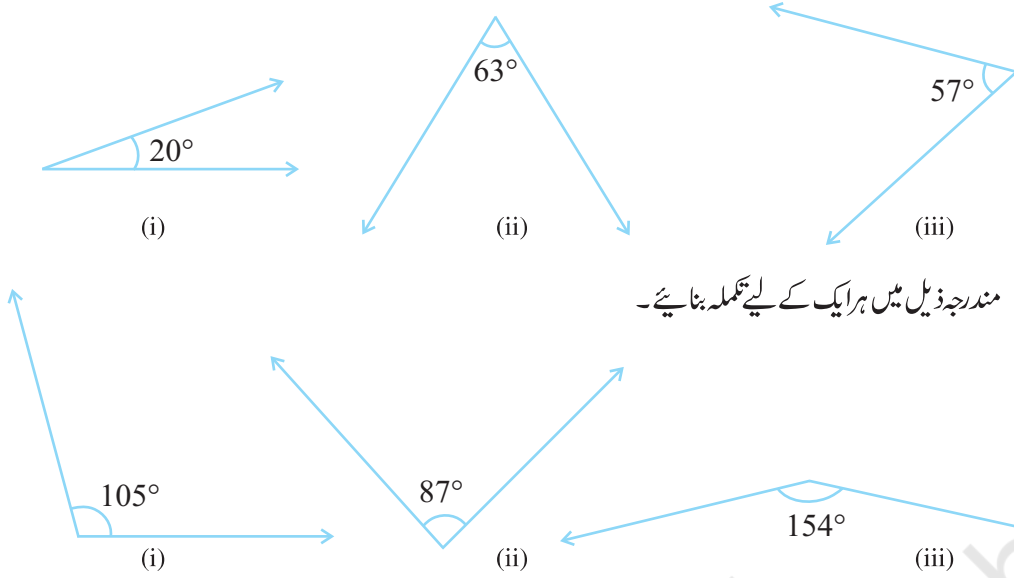
$(\angle AOC, \angle COB)$, $(\angle COB, \angle BOD)$, $(\angle EOB, \angle BOB)$

(ii) خطی جوڑے ہیں۔ $(\angle AOE, \angle EOB)$, $(\angle AOC, \angle COB)$, $(\angle COB, \angle BOD)$

(iii) متقابل راس زاویے ہیں۔ $(\angle AOC, \angle BOD)$ اور $(\angle COB, \angle BOD)$

مشق 5.1

1- مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے لیے تہہ معلوم کیجیے۔



2- مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے لیے تکملہ بنائیے۔

3- زاویوں کے دیے گئے مندرجہ ذیل جوڑوں میں سے اتنائی اور تکمیلی زاویوں کو پہچانیے۔

- (i) $65^\circ, 115^\circ$ (ii) $63^\circ, 27^\circ$ (iii) $112^\circ, 68^\circ$
 (iv) $130^\circ, 50^\circ$ (v) $45^\circ, 45^\circ$ (vi) $80^\circ, 10^\circ$

4- وہ زاویہ بنائیے جو اپنے تمہ کے برابر ہو۔

5- وہ زاویہ بنائیے جو اپنے تکملیہ کے برابر ہو۔

6- دی گئی تصویر میں $\angle 1$ اور $\angle 2$ تکمیلی زاویے ہیں اگر $\angle 1$ کو کم کیا جائے تو $\angle 2$

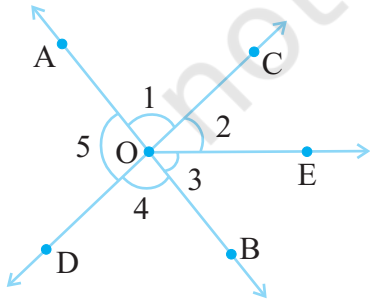
میں تبدیلی آئے گی تاکہ دونوں زاویے تکمیلی زاویے بنے رہے ہیں۔

7- کیا دو زاویے تکمیلی زاویے ہو سکتے ہیں اگر دونوں (i) حادہ ہوں؟ (ii) منفرجہ

ہوں؟ (iii) قائمہ ہوں؟

8- ایک زاویہ 45° سے بڑا ہے۔ کیا یہ 45° سے بڑے، 45° سے چھوٹے یا 45° کے برابر زاویے کا اتنائی زاویہ ہو سکتا ہے۔

9- سامنے دی گئی تصویر میں:



(i) کیا $\angle 1, \angle 2$ کا متصل ہے؟

(ii) کیا $\angle AOE, \angle AOC$ کا متصل ہے؟

(iii) کیا $\angle COE$ اور $\angle EOD$ خطی جوڑا بنا رہے ہیں؟

(iv) کیا $\angle BOD$ اور $\angle DOA$ تکمیلی جوڑا بنا رہے ہیں؟

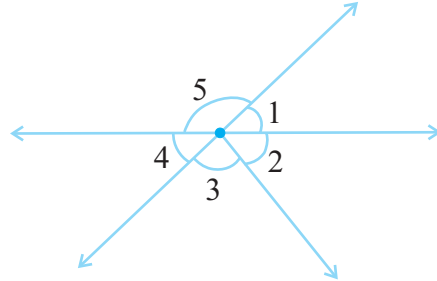
(v) کیا $\angle 4, \angle 1$ کا متقابل راسی زاویہ ہے؟

(vi) $\angle 5$ کا متقابل راسی زاویہ کون سا ہے؟

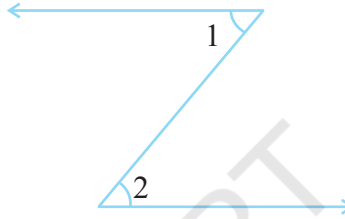
10- بتائیے کون سے زاویے ہیں:

(i) متقابل راسی زاویے

(ii) خطی جوڑے



11- مندرجہ ذیل تصویر میں کیا $\angle 1$ ، $\angle 2$ کا متصل زاویہ ہے۔ کیا وجہ بتائیے۔



12- زاویے x ، y اور z قیمتیں معلوم کیجیے۔



13- خالی جگہیں بھریے۔

(i) اگر دو زاویے اتنائی زاویے ہیں تو ان کی پیمائش کا جوڑے _____

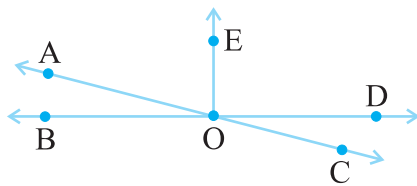
(ii) اگر دو زاویے تکمیلی زاویے ہیں تو ان کی پیمائش کا جوڑے _____

(iii) خطی جوڑا بنانے والے دو زاویے ہیں _____

(iv) اگر دو متصل زاویے تکمیلی ہیں تو وہ بتاتے ہیں ایک _____

(v) اگر دو خطوط ایک دوسرے کو ایک نقطہ پر کاٹتے ہیں تو متقابل راسی زاویے ہمیشہ _____ ہوتے ہیں۔

(vi) اگر دو خطوط ایک دوسرے کو ایک نقطہ پر کاٹتے ہیں اور اگر متقابل راسی زاویوں کا ایک جوڑا احادہ زاویہ کا ہے تو دوسرا جوڑا _____ ہوگا۔



14- سامنے دی گئی تصویر میں زاویوں کے مندرجہ ذیل جوڑے بتائیے۔

(i) منفرجہ متقابل راسی زاویے۔

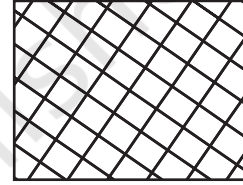
(ii) متصل اتنائی زاویے۔

- (iii) برابر تکمیلی زاویے۔
- (iv) برابر تکمیلی زاویے۔
- (v) ایسے متصل زاویے جو کہ خطی جوڑا نہیں بنا رہے ہوں۔

5.3 خطوط کے جوڑے (Pais of Lines)

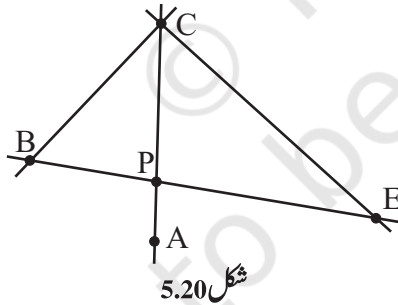
5.3.1 قطع کرنے والے خطوط (Intersecting Lines)

اپنے اسٹینڈ پر کھڑا تختہ سیاہ، قطعہ خطوط سے بننے والے حرف 'y' اور دروازے یا کھڑکی جالی (تصویر پر 5.19)۔ ان سب میں کیا مشترک ہے؟ یہ قطع کرنے والے خطوط کی مثالیں ہیں۔
دو خطوط m اور n ایک دوسرے کا قطع کرتے ہیں اگر ان میں ایک نقطہ مشترک ہوتا ہے اور اس نقطہ مشترک کو نقطہ تقاطع کہتے ہیں۔



شکل 5.19

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے



شکل 5.20

تصویر 5.20 میں AC اور BE ایک دوسرے کو P پر کاٹ رہے ہیں۔
AC اور BC ایک دوسرے کو C پر کاٹ رہے ہیں۔ AC اور EC ایک دوسرے کو C پر کاٹ رہے ہیں۔
قطع کرنے والے خطوط کے دس اور جوڑے ڈھونڈنے کی کوشش کیجیے۔
کیا یہ ضروری ہے کہ دو خط یا دو قطعہ خط ایک دوسرے کو کاٹیں؟ کیا آپ تصویر میں قطعہ خط کے دو ایسے جوڑے بتا سکتے ہیں جو ایک دوسرے کو قطع نہ کرتے ہوں۔
کیا دو خط ایک دوسرے کو ایک نقطہ سے زیادہ نقطوں پر کاٹ سکتے ہیں؟ اس کے بارے میں سوچیے۔

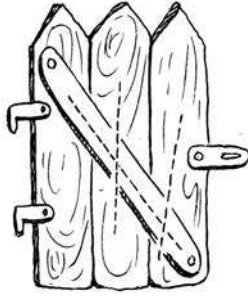
کوشش کیجیے:

- 1- اپنے آس پاس سے دو ایسی مثالیں ڈھونڈیے جہاں دو خطوط ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کر رہے ہوں۔
- 2- کسی مساوی الاضلاع مثلث کے تینوں راسوں پر قطع کرنے والے خطوط سے بننے والے زاویوں کی پیمائش بتائیے۔
- 3- ایک مستطیل بنائیے اور اس کے چاروں راسوں پر قطع کرنے والے خطوط سے بننے والے زاویوں کی پیمائش کیجیے۔

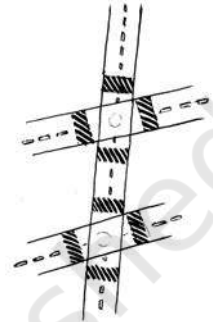
4۔ اگر دو خطوط ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہوں تو کیا وہ ہمیشہ ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر کاٹیں گے؟

5.3.2 خط قاطع (Transversal)

آپ نے اکثر کسی سڑک کو دو یا دو سے زیادہ سڑکوں کو کاٹ کر گزرتے ہوئے دیکھا ہوگا، یا ایک ریلوے لائن کو دوسری بہت سی لائنوں کو کاٹ کر گزرتے دیکھا ہوگا۔ ان سے خط قاطع کا تصور ملتا ہے۔



(i)

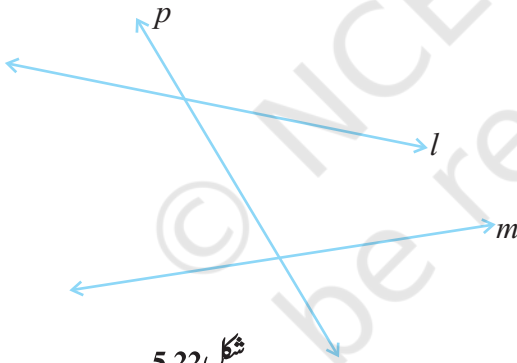


(ii)

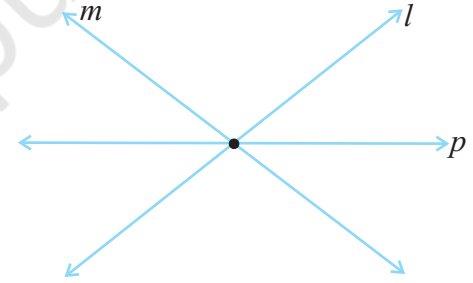
شکل 5.21

ایک خط جو دو یا دو سے زیادہ خطوط کو مختلف نقطوں پر کاٹتا ہے خط قاطع کہلاتا ہے۔

تصویر 5.22 میں خطوط l اور m کے لیے p ایک خط قاطع ہے



شکل 5.22



شکل 5.23

تصویر 5.23 میں خط قاطع نہیں ہے حالانکہ یہ دو خطوط

l اور m کو کاٹ رہا ہے کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں؟

5.3.3 خط قاطع سے بننے والے زاویے

(Angles made by a Transversal)

تصویر 5.24 میں آپ نے خطوط l اور m کو قاطع p سے کٹتے

ہوئے دیکھا ہے۔ آٹھ زاویے جن کے نام 1 سے 8 تک رکھے

گئے ہیں، کے کچھ خاص نام بھی ہیں۔

کوشش کیجیے:

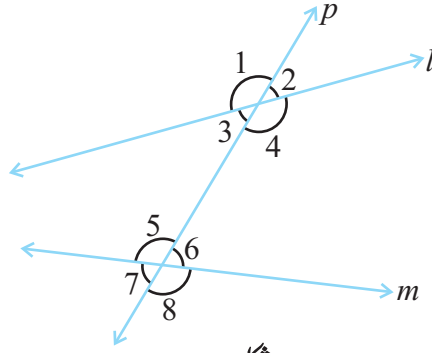
1- مان لیجیے دو خطوط دیے گئے ہیں۔ ان خطوط کے لیے کتنے

خط قاطع کھینچ سکتے ہیں؟

2- اگر ایک خط تین خطوط کے لئے قاطع ہے تو کل کتنے نقطہ

تقاطع ہوں گے؟

3- اپنے آس پاس کچھ قاطع خطوط کو پہچاننے کی کوشش کیجیے۔

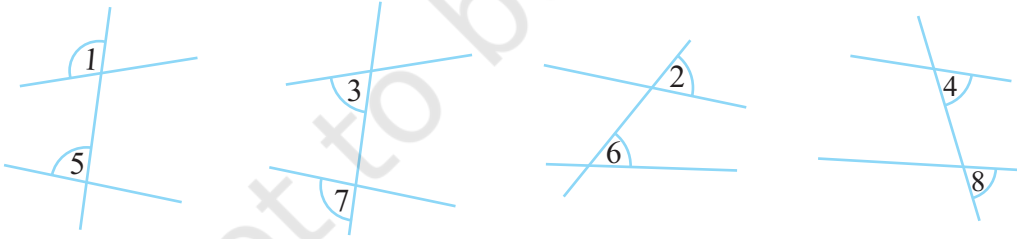


شکل 5.24

$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$	اندرونی زاویے/داخلی زاویے
$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$	باہری زاویے/بیرونی زاویے
$\angle 1$ اور $\angle 5, \angle 2$ اور $\angle 6,$ $\angle 3$ اور $\angle 7, \angle 4$ اور $\angle 8$	نظیری زاویوں کے جوڑے
$\angle 3$ اور $\angle 6, \angle 4$ اور $\angle 5$	متبادل داخلی زاویوں کے جوڑے
$\angle 1$ اور $\angle 8, \angle 2$ اور $\angle 7$	متبادل بیرونی زاویوں کے جوڑے
$\angle 3$ اور $\angle 5, \angle 4$ اور $\angle 6$	قاطع کے ایک ہی جانب بننے والے داخلی زاویوں کے جوڑے

نوٹ: نظیری زاویوں (جیسے شکل 5.25 میں $\angle 1$ اور $\angle 5$) میں شامل ہیں:

- مختلف راسیں
- قاطع کے ایک ہی جانب اور
- دو خطوط کی متعلقہ نظیری حالت (اوپر یا نیچے، دائیں یا بائیں) میں ہیں۔



شکل 5.25

متبادل داخلی زاویے (جیسا کہ تصویر 5.26 میں $\angle 3$ اور $\angle 6$ ہیں)

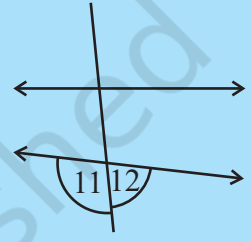
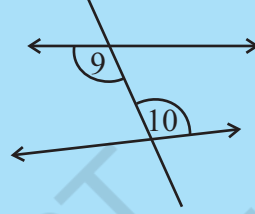
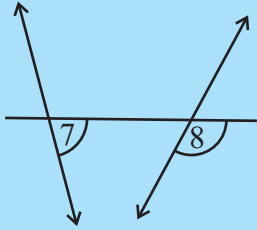
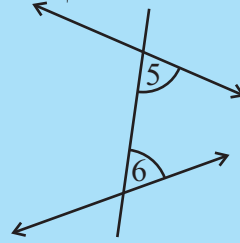
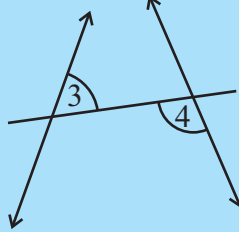
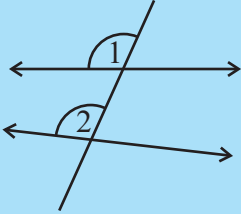
- مختلف راسیں ہیں۔
- قاطع کے متقابل اطراف میں ہیں۔ اور
- دو خطوط کے درمیان میں ہیں۔



شکل 5.26

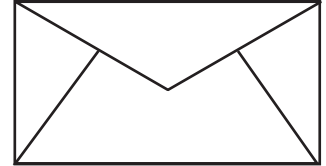
کوشش کیجئے:

ہر ایک تصویر میں زاویوں کے جوڑوں کے نام دیجیے۔



5.3.4 متوازی خطوط کا قاطع (Transversal of Parallel Lines)

کیا آپ کو یاد ہے کہ متوازی خطوط کون سے خطوط ہوتے ہیں؟ یہ ایک مستوی میں بننے والے ایسے خطوط ہوتے ہیں جو کہیں پر بھی نہیں ملتے ہیں۔ کیا آپ مندرجہ ذیل تصاویر میں متوازی خطوط کو پہچان سکتے ہیں؟ (شکل 5.25)



شکل 5.27

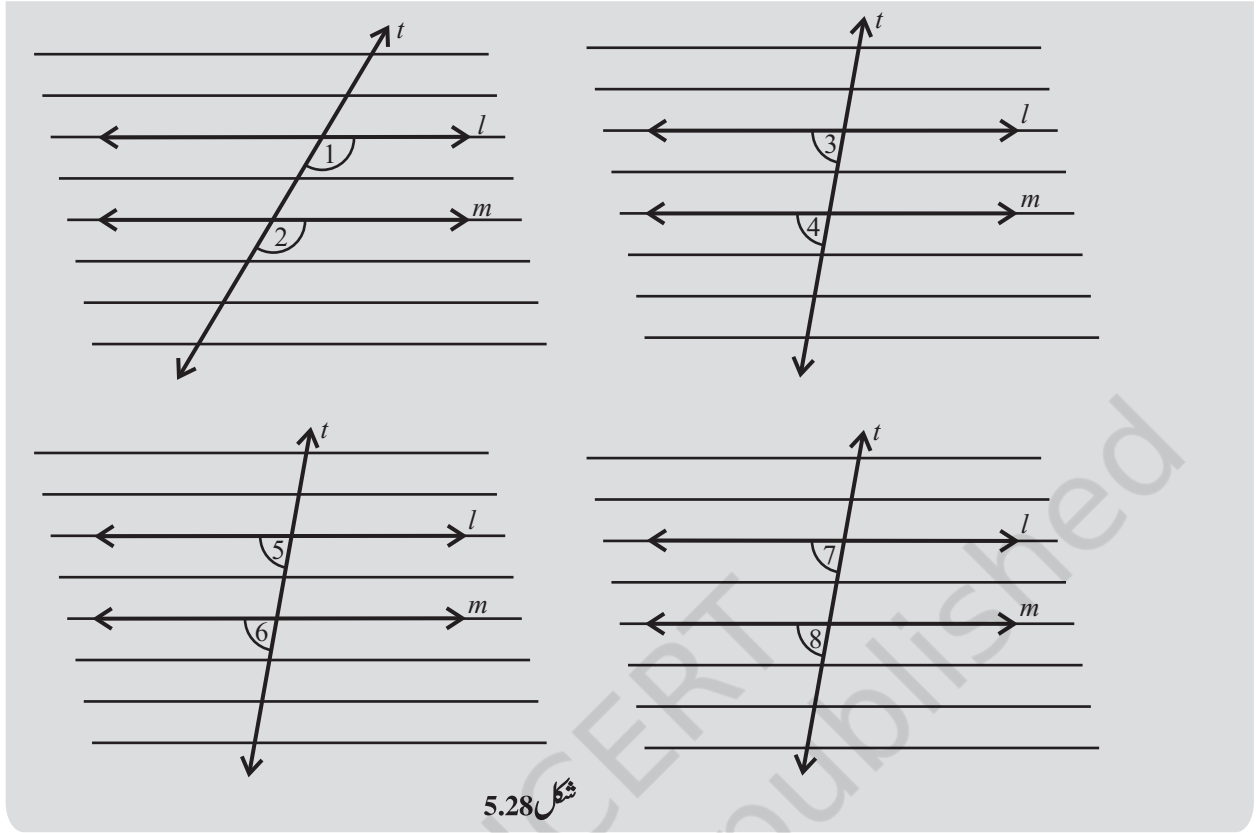
متوازی خطوط کے قاطع بہت سے دلچسپ نتائج سامنے لاتے ہیں۔

خود کریں



ایک لائن دار صفحہ لیجیے۔ (گہرے رنگ سے) دو متوازی خطوط l اور m بنائیے۔ خطوط l اور m پر ایک قاطع t بنائیے۔ دکھائیے کہ طریقے سے $\angle 1$ اور $\angle 2$ کی نشاندہی کیجیے۔ (تصویر 5.28(i)) بنائی گئی تصویر پر ایک شفاف کاغذ رکھیے خطوط l اور m کی نقل اتار پیے۔ t کے سہارے شفاف کاغذ کو دھیرے دھیرے کھسکائیے جب تک کہ l اور m نہ مل جائیں۔ آپ نے دیکھا کہ چھاپی گئی تصویر کا $\angle 1$ ، ابتدائی تصویر کے $\angle 2$ پر منطبق ہوتا ہے۔ دراصل آپ مندرجہ ذیل میں دیے گئے سبھی نتائج مشابہ نقل اتارنے اور کھسکانے والی سرگرمی کے ذریعے دیکھ سکتے ہیں۔

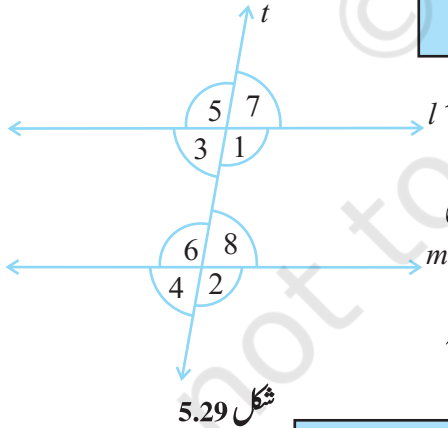
(i) $\angle 1 = \angle 2$ (ii) $\angle 3 = \angle 4$ (iii) $\angle 5 = \angle 6$ (iv) $\angle 7 = \angle 8$



شکل 5.28

یہ سرگرمی مندرجہ ذیل حقیقت کو ظاہر کر رہی ہے۔

اگر دو متوازی خطوط کو ایک قاطع کاٹ رہا ہے تو نظیری زاویوں کے ہر جوڑے کی پیمائش آپس میں برابر ہوگی۔



شکل 5.29

ہم اس نتیجے کی مدد سے ایک اور دلچسپ نتیجہ اخذ کرتے ہیں تصویر 5.29 کو دیکھیے۔

جب متوازی خطوط l اور m کو t کاٹے گا تو $\angle 3 = \angle 7$ ہوگا۔ (متقابل راس زاویے) لیکن $\angle 7 = \angle 8$ نظیری زاویے) اس لیے $\angle 3 = \angle 8$ بالکل اسی طرح آپ دکھا سکتے ہیں کہ $\angle 1 = \angle 6$ ہے۔ لہذا ہمیں میں مندرجہ ذیل نتیجہ حاصل ہوگا۔

اگر دو متوازی خطوط کو ایک قاطع کاٹتا ہے تو متبادل داخلی زاویوں کا ہر جوڑا آپس میں برابر ہوگا۔

یہ دوسرا نتیجہ ایک اور دلچسپ خصوصیت کی طرف لے جاتا ہے۔ ایک بار پھر شکل 5.29 سے

$$\angle 3 + \angle 1 = 180^\circ \text{ (خطی جوڑا بناتے ہیں)}$$

$$\angle 1 = \angle 6 \text{ (متبادل داخلی زاویوں کا ایک جوڑا) اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں}$$

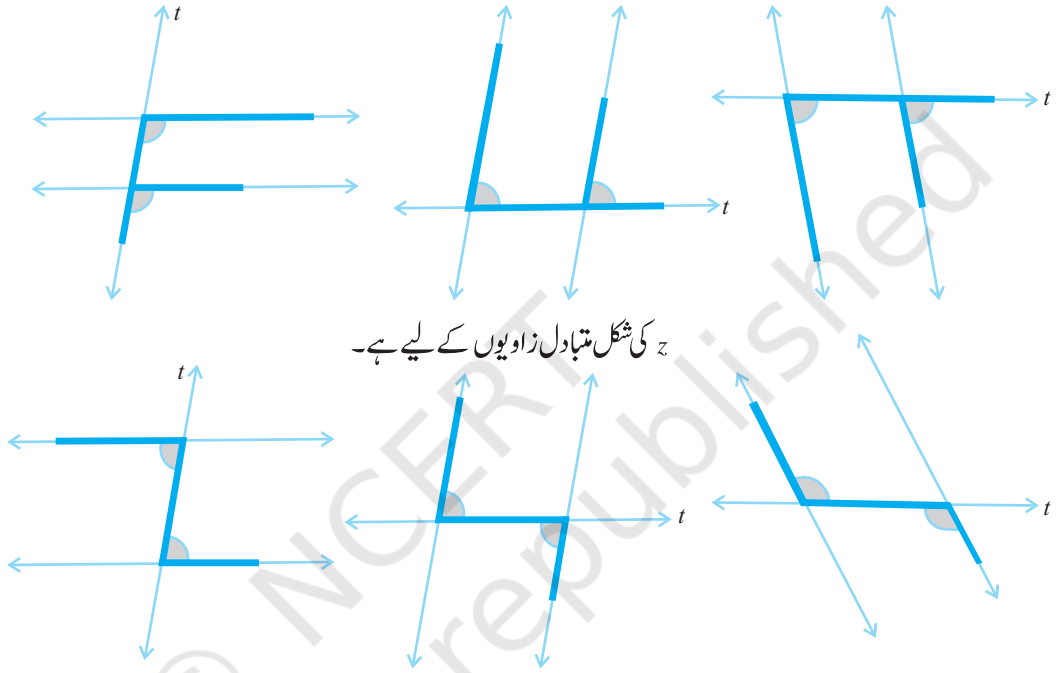
$$\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 8 = 180^\circ \text{ اسی طرح}$$

اگر دو متوازی خطوط کو کوئی ایک قاطع کاٹ رہا ہے تو قاطع کے ایک ہی جانب کے داخلی زاویے تکمیلی ہوتے ہیں۔

آپ بہت آسانی سے ان نتائج کو یاد کر سکتے ہیں اگر آپ متعلقہ اشکال کو دیکھ سکتے ہیں۔

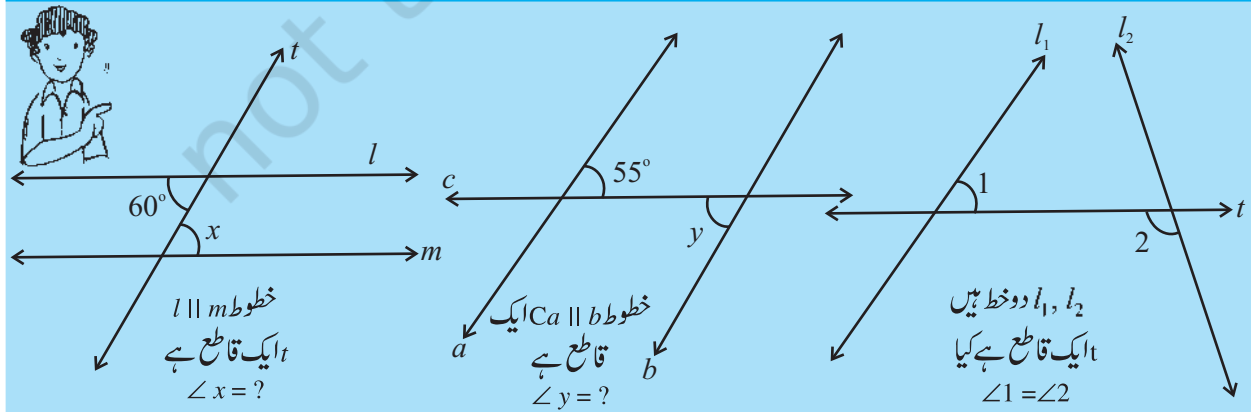
F کی شکل نظیری زاویوں کے لیے ہے۔

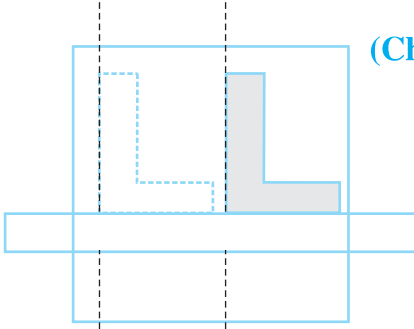
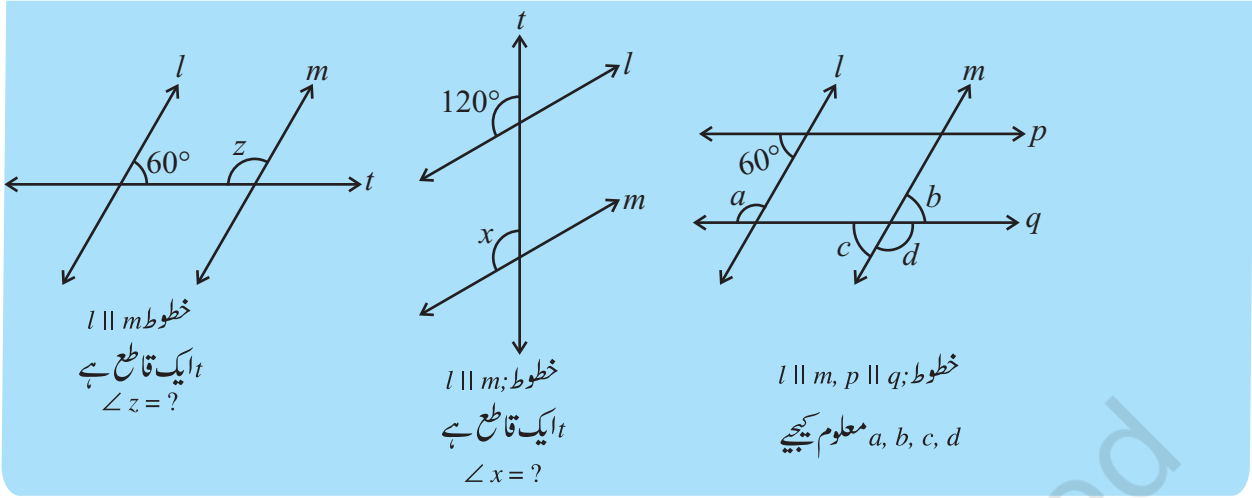


خود کریں

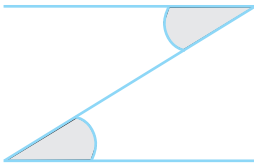
متوازی خطوط کا ایک جوڑا اور ایک قاطع بنائیے۔ اوپر دیے گئے نتائج کو جانچنے کے لیے زاویوں کی پیمائش کیجیے۔

کوشش کیجیے:





شکل 5.30



شکل 5.31

5.4 متوازی خطوط کی جانچ (Checking for Parallel Lines)

اگر دو خطوط متوازی ہیں تو آپ جانتے ہیں کہ ایک خط قاطع کے بننے سے ہمارے سامنے نتائج آتے ہیں۔ نظیری زاویوں کے جوڑے برابر ہوتے ہیں، متبادل داخلی زاویے برابر ہیں۔ اور قاطع کے ایک ہی طرف بننے والے داخلی زاویے یکمیلی ہوتے ہیں۔

جب دو خطوط دیے جاتے ہیں تو کیا یہ جانچنے کا کوئی طریقہ ہے کہ وہ خطوط متوازی ہیں یا نہیں؟ آپ کو اس ہنر کی ضرورت بہت سے روزمرہ حالات میں پڑ سکتی ہے۔

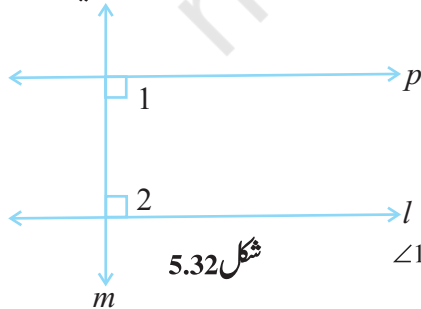
دستاویز نویس، بڑھئی کا مربع اور ایک سیدھا کنارہ (فٹا) کے استعمال سے قاطع خطوط بناتا ہے (تصویر 5.30) اس کا دعویٰ ہے کہ خطوط متوازی

ہیں۔ کیسے؟

کیا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس نے نظیری زاویوں کو برابر رکھا ہے؟ (یہاں قاطع کون سا ہے؟) لہذا، جب ایک قاطع دو خطوط کو اس طرح کاٹتا ہے کہ نظیری زاویوں کے جوڑے برابر ہوں تو وہ خطوط متوازی ہوتے ہیں۔

حرف z کو دیکھیے (تصویر 5.31 میں) یہاں افقی خطوط متوازی ہیں۔ کیونکہ متبادل داخلی زاویے برابر ہیں۔

جب ایک قاطع دو خطوط کو اس طرح کاٹتا ہے کہ متبادل داخلی زاویوں کے جوڑے برابر ہوں تو خطوط متوازی ہوتے ہیں۔



شکل 5.32

ایک خط l بنائیے (تصویر 5.32)

ایک خط p بنائیے جو کہ m پر عمودی ہو۔

ایک خط m بنائیے جو خط l پر عمودی ہو۔

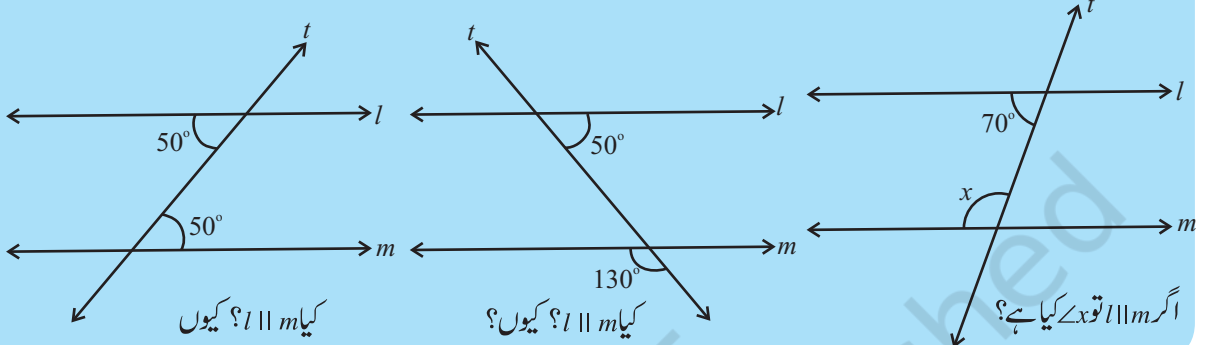
لہذا، p، l، m پر کھینچنے کے عمودی ہے۔

آپ نے پایا p || l کیسے؟ یہ اس لئے کہ آپ نے p کو اس طرح بنایا کہ $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

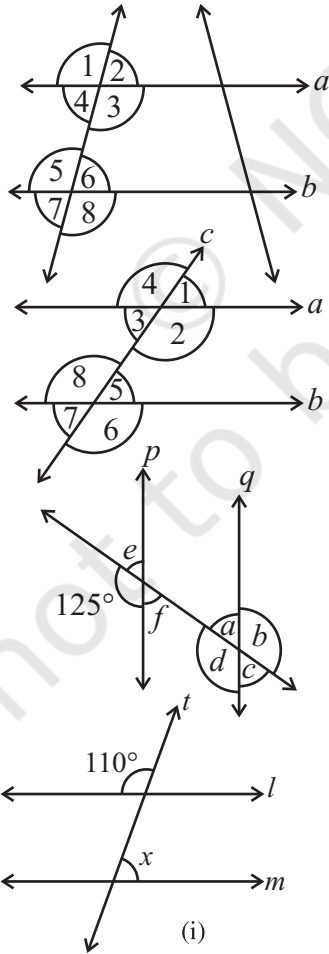
$$\angle 2 = 180^\circ$$

لہذا، جب ایک قاطع دو خطوط کو اس طرح کاٹتا ہے کہ قاطع کے ایک ہی سمت پر بننے والے داخلی زاویے تکمیلی ہوں تو یہ خطوط متوازی ہوں گے۔

کوشش کیجیے:



مشق 5.2



1- مندرجہ ذیل بیانات کے لیے استعمال کی گئی خصوصیت لکھیے۔

(i) اگر $\angle 1 = \angle 5$ ، تو $a \parallel b$

(ii) اگر $\angle 4 = \angle 6$ ، تو $a \parallel b$

(iii) اگر $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ ، تو $a \parallel b$

2- برابر میں دی گئی تصویروں میں بتائیے:

(i) نظیری زاویوں کا جوڑا

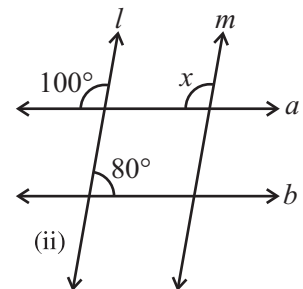
(ii) متبادل داخلی زاویوں کا جوڑا

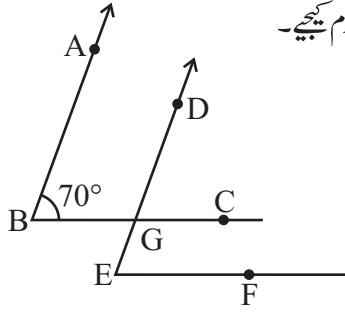
(iii) قاطع کے ایک ہی سمت میں بننے والے داخلی زاویوں کا جوڑا

(iv) متقابل راس زاویے۔

3- برابر میں دی گئی تصویر میں $p \parallel q$ ہے۔ نامعلوم زاویے بتائیے۔

4- مندرجہ ذیل اشکال میں اگر $l \parallel m$ ہے تو x کی قیمت معلوم کیجیے۔



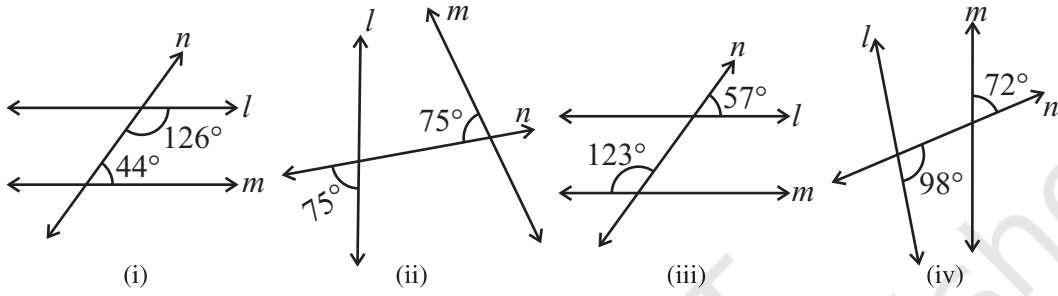


5- دی گئی شکل میں دو زاویوں کے بازو متوازی ہیں۔ اگر $\angle ABC = 70^\circ$ ہے تو معلوم کیجیے۔

$\angle DGC$ (i)

$\angle DEF$ (ii)

6- نیچے دی گئی شکل میں فیصلہ کیجیے کہ کیا m اور n متوازی ہیں یا نہیں۔



ہم نے کیا سیکھا؟

- 1- ہم نے دہرایا کہ (i) ایک قطعہ خط کے دو آخری نقطے ہوتے ہیں۔
(ii) ایک شعاع کا صرف ایک آخری نقطہ ہوتا ہے۔ اس کا نقطہ آغاز اور
(iii) ایک خط کے دونوں جانب کوئی آخری نقطہ نہیں ہوتا ہے۔
- 2- جب دو خطوط (یا شعاعیں یا قطعہ خط) ملتے ہیں تو ایک زاویہ بنتا ہے۔

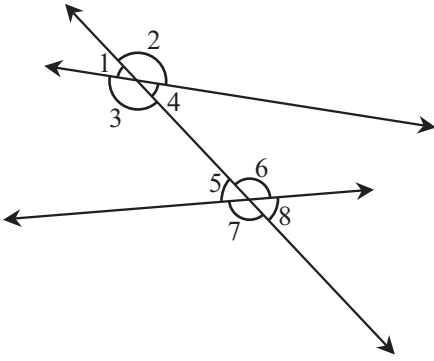
بشرط	زاویوں کے جوڑے
جوڑے کے برابر ہو	دو اتھائی زاویے
جوڑے کے برابر ہو	دو تکمیلی زاویے
جس کا ایک راس مشترک ہو اور ایک بازو مشترک ہو۔ لیکن کوئی اندرون مشترک نہ ہو۔	دو متصل زاویے
متصل اور تکمیلی	خطی زاویوں کا جوڑا

3- جب دو خطوط m اور n ملتے ہیں تو ہم کہتے ہیں کہ ایک دوسرے کو کاٹ رہے ہیں، جس نقطہ پر وہ ملتے ہیں اس کو نقطہ تقاطع کہتے ہیں۔

جب کاغذ پر ایسے خطوط بنے ہوں جو ایک دوسرے سے نہیں ملتے ہیں چاہے ہم ان کو کتنا ہی بڑھالیں، انہیں ہم متوازی خطوط کہتے ہیں۔

4- (i) جب دو خطوط ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں (حرف X کی طرح) تو ہم کو متقابل زاویوں کے دو جوڑے ملتے ہیں۔ ان کو

- متقابل راسی زاویے کہتے ہیں۔ ان کی پیمائش آپس میں برابر ہوتی ہے۔
(ii) خط قاطع وہ خط ہوتا ہے جو دو یا زیادہ خطوط کو مختلف نقطوں پر کاٹے۔
(iii) ایک خط قاطع مختلف طرح کے زاویے بناتا ہے۔
(iv) تصویر میں، ہمارے پاس ہیں:



زاویوں کی قسمیں	دکھائے گئے زاویے
داخلی	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
باہری	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
نظیری	$\angle 1$ اور $\angle 5, \angle 2$ اور $\angle 6, \angle 3$ اور $\angle 7, \angle 4$ اور $\angle 8$
متبادل داخلی	$\angle 3$ اور $\angle 6, \angle 4$ اور $\angle 5$
متبادل بیرونی	$\angle 1$ اور $\angle 8, \angle 2$ اور $\angle 7$
ایک ہی سمت پر بننے والے داخلی زاویے	$\angle 3$ اور $\angle 5, \angle 4$ اور $\angle 6$

- (v) جب ایک قاطع دو متوازی خطوط کو کاٹتا ہے تو ہمارے سامنے مندرجہ ذیل دلچسپ نتائج حاصل ہوتے ہیں۔
نظیری زاویوں کے ہر جوڑے کے زاویے آپس میں برابر ہوتے ہیں۔

$$\angle 1 = \angle 5, \angle 3 = \angle 7, \angle 2 = \angle 6, \angle 4 = \angle 8$$

- متبادل داخلی زاویوں کے ہر جوڑے کے زاویے آپس میں برابر ہوتے ہیں۔

$$\angle 3 = \angle 6, \angle 4 = \angle 5$$

- خط قاطع کے ایک ہی سمت پر بننے والے داخلی زاویے تکمیلی زاویے ہوتے ہیں۔

$$\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ, \angle 4 + \angle 6 = 180^\circ$$

