अध्याय 6

त्रिभुज

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

सर्वांगसमता और समरूपता, दो बहुभुजों की समरूपता के लिए प्रतिबंध, त्रिभुजों की समरूपता, समरूपता और शीर्षों की संगतता, त्रिभुजों की समरूपता की कसौटियाँ : (i) AAA या AA (ii) SSS (iii) SAS

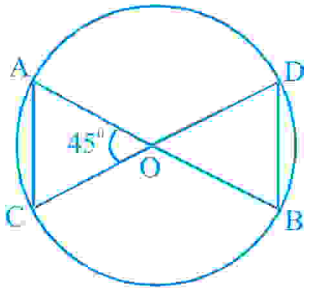
- यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर एक रेखा अन्य दो भुजाओं को प्रतिच्छेद करने के लिए खींची जाए, तो ये दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं (समानुपातिकता का आधारभूत प्रमेय) और इसका विलोम।
- दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।
- एक समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष से उसके कर्ण पर खींचा गया लंब उस त्रिभुज को ऐसे दो त्रिभुजों में विभाजित करता है जो संपूर्ण त्रिभुज के समरूप होते हैं और परस्पर भी समरूप होते हैं।
- किसी समकोण त्रिभुज में कर्ण पर बना वर्ग शेष दो भुजाओं पर बने वर्गों के योग के बराबर होता है (पाइथागोरस प्रमेय) और इसका विलोम।

(B) बहु विकल्पीय प्रश्न

दिए हुए चार विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :

प्रतिदर्श प्रश्न 1: यदि आकृति 6.1 में, O दो जीवाओं AB और CD का प्रतिच्छेद बिंदु इस प्रकार है कि OB = OD है, तो त्रिभुज OAC और ODB हैं

© NCERT not to be republished



आकृति 6.1

(A) समबाहु परंतु समरूप नहीं

(B) समद्विबाहु परंतु समरूप नहीं

(C) समबाहु और समरूप

(D) समद्विबाहु और समरूप

हल : उत्तर (D)

प्रतिदर्श प्रश्न 2: एक त्रिभुज ABC की भुजाओं AB और AC पर क्रमशः बिंदु D और E इस प्रकार स्थित हैं कि AD = 2 cm, BD = 3 cm, BC = 7.5 cm और DE BC है। तब, DE की लंबाई (cm में) है

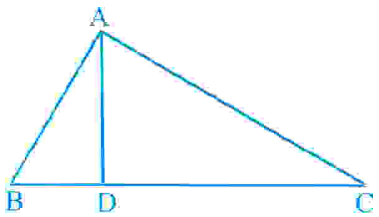
(A) 2.5 (B) 3 (C) 5 (D) 6

हल : उत्तर (B)

प्रश्नावली 6.1

दिए हुए चार विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :

1. आकृति 6.2 में, BAC = 90° और AD BC हैं। तब,



आकृति 6.2

© NCERT not to be republished

(A) $BD \cdot CD = BC^2$ (B) $AB \cdot AC = BC^2$

(C) $BD \cdot CD = AD^2$ (D) $AB \cdot AC = AD^2$

2. एक समचतुर्भुज के विकर्णों की लंबाइयाँ 16 cm और 12 cm हैं। तब, इस समचतुर्भुज की भुजा की लंबाई है

(A) 9 cm (B) 10 cm (C) 8 cm (D) 20 cm

3. यदि $\triangle ABC \sim \triangle EDF$ और $\triangle ABC$, $\triangle DEF$ के समरूप नहीं है, तो निम्नलिखित में से कौन सत्य नहीं है?

(A) $BC \cdot EF = AC \cdot FD$ (B) $AB \cdot EF = AC \cdot DE$

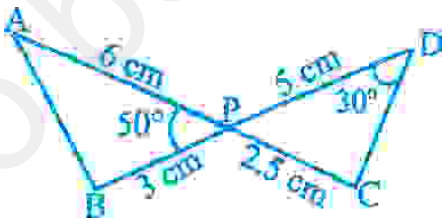
(C) $BC \cdot DE = AB \cdot EF$ (D) $BC \cdot DE = AB \cdot FD$

4. यदि दो त्रिभुजों ABC और PQR में, $\frac{AB}{QR} = \frac{BC}{PR} = \frac{CA}{PQ}$ है, तो

(A) $\triangle PQR \sim \triangle CAB$ (B) $\triangle PQR \sim \triangle ABC$

(C) $\triangle CBA \sim \triangle PQR$ (D) $\triangle BCA \sim \triangle PQR$

5. आकृति 6.3 में, दो रेखाखंड AC और BD परस्पर बिंदु P पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि PA = 6 cm, PB = 3 cm, PC = 2.5 cm, PD = 5 cm, $\angle APB = 50°$ और $\angle CDP = 30°$ है तब, $\triangle PBA$ बराबर है



आकृति 6.3

(A) 50° (B) 30° (C) 60° (D) 100°

6. यदि दो त्रिभुजों DEF और PQR में, $\angle D = \angle Q$ और $\angle R = \angle E$ है, तो निम्नलिखित में से कौन सत्य नहीं है?

© NCERT not to be republished

(A) $\frac{EF}{PR}$ $\frac{DF}{PQ}$ (B) $\frac{DE}{PQ}$ $\frac{EF}{RP}$

(C) $\frac{DE}{QR}$ $\frac{DF}{PQ}$ (D) $\frac{EF}{RP}$ $\frac{DE}{QR}$

7. त्रिभुजों ABC और DEF में, B = E, F = C तथा AB = 3 DE है। तब दोनों त्रिभुज हैं

(A) सर्वांगसम परंतु समरूप नहीं (B) समरूप परंतु सर्वांगसम नहीं

(C) न तो सर्वांगसम और न ही समरूप (D) सर्वांगसम और समरूप दोनों

8. यह दिया है कि $\frac{BC}{QR}$ $\frac{1}{3}$ के साथ ABC ~ PQR है। तब $\frac{ar\,(PRQ)}{ar\,(BCA)}$ बराबर है

(A) 9 (B) 3

(C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{9}$

9. ABC ~ DFE, A =30°, C = 50°, AB = 5 cm, AC = 8 cm और DF= 7.5 cm दिया हुआ है। तब, निम्नलिखित सत्य है :

(A) DE = 12 cm, F = 50° (B) DE = 12 cm, F = 100°

(C) EF = 12 cm, D = 100° (D) EF = 12 cm, D = 30°

10. यदि त्रिभुज ABC और DEF में, $\frac{A\,B}{DE}$ $\frac{BC}{FD}$ है, तो ये समरूप होंगे, जब

(A) B = E (B) A = D

(C) B = D (D) A = F

11. यदि ABC ~ QRP, $\frac{ar\,(A\,BC)}{ar\,(PQR)}$ $\frac{9}{4}$, AB = 18 cm और BC = 15 cm है, तो PR बराबर है

(A) 10 cm (B) 12 cm (C) $\frac{20}{3}$cm (D) 8 cm

© NCERT not to be republished

12. यदि PQR की एक भुजा PQ पर S एक ऐसा बिंदु है कि PS = QS = RS है, तो

(A) $PR \cdot QR = RS^2$ (B) $QS^2 + RS^2 = QR^2$

(C) $PR^2 + QR^2 = PQ^2$ (D) $PS^2 + RS^2 = PR^2$

(C) तर्क के साथ संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1: ABC में, AB = 24 cm, BC = 10 cm और AC = 26 cm है। क्या यह त्रिभुज एक समकोण त्रिभुज है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

हल : यहाँ $AB^2 = 576$, $BC^2 = 100$ और $AC^2 = 676$ है। अतः, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

अतः, दिया हुआ त्रिभुज एक समकोण त्रिभुज है।

प्रतिदर्श प्रश्न 2: एक त्रिभुज DEF की भुजाओं DE और DF पर क्रमशः बिंदु P और Q इस प्रकार हैं कि DP = 5 cm, DE = 15 cm, DQ = 6 cm और QF = 18 cm है। क्या PQ EF है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

हल : यहाँ, $\frac{DP}{PE}$ $\frac{5}{15}$ $\frac{5}{1}$ $\frac{1}{2}$ और $\frac{DQ}{QF}$ $\frac{6}{18}$ $\frac{1}{3}$

क्योंकि $\frac{DP}{PE}$ $\frac{DQ}{QF}$ है, इसलिए PQ भुजा EF के समांतर नहीं है।

प्रतिदर्श प्रश्न 3: FED ~ STU दिया है। क्या यह कहना सत्य है कि $\frac{DE}{ST}$ $\frac{EF}{TU}$? क्यों?

हल : नहीं, क्योंकि सही संगतता F S, E T और D U है।

इस संगतता के साथ, $\frac{EF}{ST}$ $\frac{DE}{TU}$ है।

प्रश्नावली 6.2

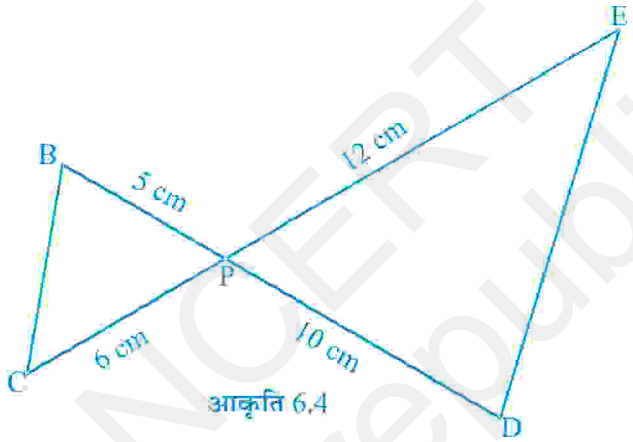
1. क्या भुजाओं 25 cm, 5 cm और 24 cm वाला त्रिभुज एक समकोण त्रिभुज है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

© NCERT not to be republished

2. DEF ~ RPQ दिया है। क्या कहना सत्य है कि D = R और F = P? क्यों?

3. किसी त्रिभुज PQR की भुजाओं PQ और PR पर क्रमशः बिंदु A और B इस प्रकार स्थित हैं कि PQ = 12.5 cm, PA = 5 cm, BR= 6 cm और PB = 4 cm है। क्या AB||QR है? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

4. आकृति 6.4 में, BD और CE परस्पर बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते हैं। क्या PBC ~ PDE है? क्यों?



आकृति 6.4

5. त्रिभुजों PQR और MST में, P = 55°, Q = 25°, M = 100° और S = 25° है। क्या QPR ~ TSM है? क्यों?

6. क्या निम्नलिखित कथन सत्य है? क्यों?

"दो चतुर्भुज समरूप होते हैं, यदि उनके संगत कोण बराबर हों।"

7. एक त्रिभुज की दो भुजाओं और परिमाप में से प्रत्येक क्रमशः दूसरे त्रिभुज की संगत दोनों भुजाओं और परिमाप के तिगुने हैं। क्या दोनों त्रिभुज समरूप हैं?

8. यदि दो समकोण त्रिभुजों में, एक त्रिभुज का एक न्यून कोण दूसरे त्रिभुज के एक न्यून कोण के बराबर हो, तो क्या आप कह सकते हैं कि दोनों त्रिभुज समरूप होंगे? क्यों?

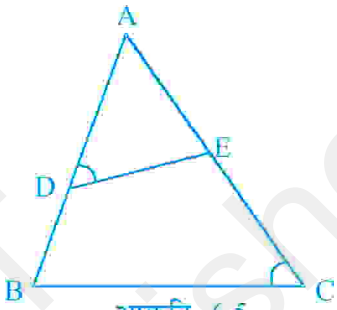
9. दो समरूप त्रिभुजों के संगत शीर्षलंबों का अनुपात $\frac{3}{5}$ है। क्या यह कहना सही है कि इन त्रिभुजों

© NCERT not to be republished

के क्षेत्रफलों का अनुपात $\frac{6}{5}$ है? क्यों?

10. PQR की भुजा QR पर कोई बिंदु D इस प्रकार है कि PD QR है। क्या PQD ~ RPD कहना सही होगा? क्यों?

11. आकृति 6.5 में, यदि D = C है, तो क्या यह सत्य है कि ADE ~ ACB है? क्यों?



आकृति 6.5

12. क्या यह कहना सत्य है कि यदि दो त्रिभुजों में, एक त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर है तथा एक त्रिभुज की दो भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं के समानुपाती हैं, तो त्रिभुज समरूप होंगे? अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए।

(D) संक्षिप्त उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1 : एक समकोण त्रिभुज के पैर (कर्ण को छोड़ कर अन्य दो भुजाएँ) 16cm और 8cm लंबाइयों के हैं। इस त्रिभुज के अंतर्गत खींचे जा सकने वाले सबसे बड़े वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

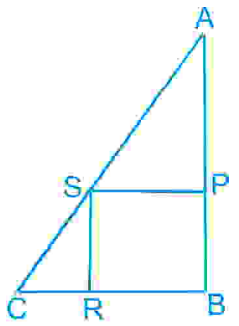
हल : मान लीजिए कि ABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसमें B समकोण है तथा AB = 16 cm और BC = 8 cm है। तब, इस त्रिभुज के अंतर्गत खींचे जा सकने वाला सबसे बड़ा वर्ग BRSP होगा, जैसा कि आकृति 6.6 में दर्शाया गया है।

मान लीजिए कि PB = x cm है। अतः, AP = (16–x) cm है। APS और ABC में, A = A और APS = ABC (प्रत्येक 90°)

अतः, APS ~ ABC (AA समरूपता)

अतः, $\frac{AP}{AB} \quad \frac{PS}{BC}$

या $\frac{16 \quad x}{16} \quad \frac{x}{8}$



आकृति 6.6

© NCERT not to be republished

या $128 - 8x = 16x$

या $x = \frac{128}{24} \quad \frac{16}{3}$

अतः, वाँछित वर्ग की भुजा की लंबाई $\frac{16}{3}$ cm है।

प्रतिदर्श प्रश्न 2: किसी समकोण त्रिभुज का कर्ण 25 cm है तथा शेष दो भुजाओं में से एक दूसरी से 5 cm बड़ी है। अन्य दो भुजाओं की लंबाइयाँ ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि एक भुजा x cm है। तब, दूसरी भुजा $(x + 5)$ cm होगी।

अतः, पाइथागोरस प्रमेय से,

$$x^2 + (x + 5)^2 = (25)^2$$

या $x^2 + x^2 + 10x + 25 = 625$

या $x^2 + 5x - 300 = 0$

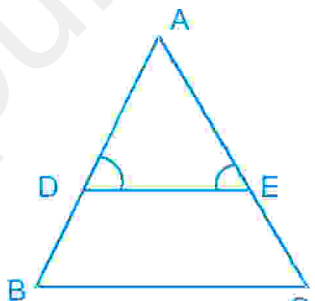
या $x^2 + 20x - 15x - 300 = 0$

या $x(x+20) - 15(x + 20) = 0$

या $(x-15)(x + 20) = 0$

अतः, $x = 15$ या $x = -20$

$x = -20$ को छोड़ने पर, हमें त्रिभुज की एक भुजा 15 cm तथा दूसरी भुजा $(15 + 5)$ cm = 20 cm प्राप्त होती है।



आकृति 6.7

प्रतिदर्श प्रश्न 3: आकृति 6.7 में,

D = E और $\frac{AD}{DB} \quad \frac{AE}{EC}$ है। सिद्ध कीजिए कि BAC एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

हल : $\frac{AD}{DB} \quad \frac{AE}{EC}$ (दिया है)

अतः, DE || BC (आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय का विलोम)

अतः, D = B और E = C (संगत कोण) (1)

परंतु D = E (दिया है)

© NCERT not to be republished

अत:, B = C [(1) से]

इसलिए, AB = AC (बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ)

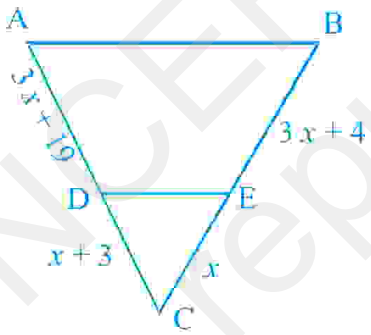
अर्थात्, BAC एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

प्रश्नावली 6.3

1. PQR में, $PR^2 - PQ^2 = QR^2$ है तथा M भुजा PR पर एक बिंदु इस प्रकार स्थित है कि QM PR है। सिद्ध कीजिए कि

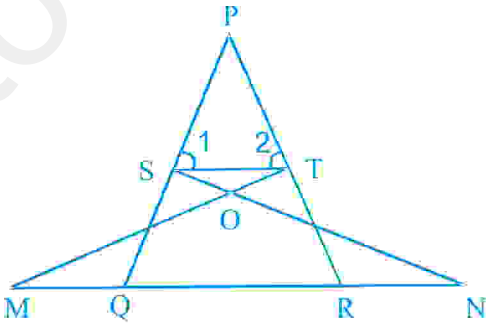
$QM^2 = PM \times MR$ है।

2. x का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए आकृति 6.8 में, DE AB हो।



आकृति 6.8

3. आकृति 6.9 में, यदि 1 = 2 और NSQ MTR है, तो सिद्ध कीजिए कि PTS ~ PRQ है।

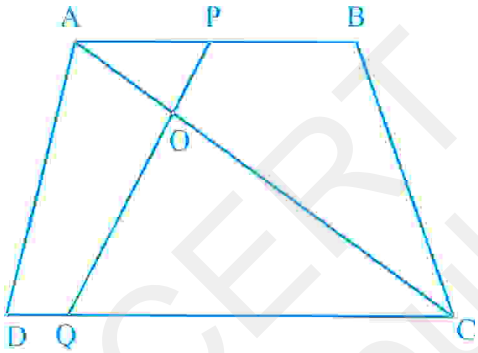


आकृति 6.9

© NCERT not to be republished

4. समलंब PQRS के विकर्ण परस्पर O पर प्रतिच्छेद करते हैं, PQ RS और PQ = 3 RS है। त्रिभुजों POQ और ROS के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

5. आकृति 6.10 में, यदि AB DC तथा AC और PQ परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि OA . CQ = OC . AP है।

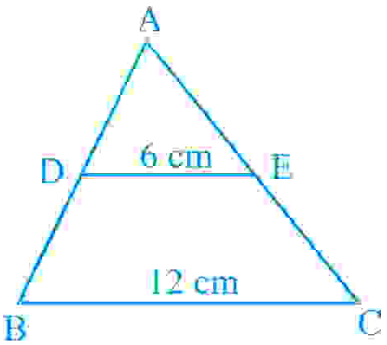


आकृति 6.10

6. भुजा 8 cm वाले एक समबाहु त्रिभुज का शीर्षलंब ज्ञात कीजिए।

7. यदि ABC ~ DEF, AB = 4 cm, DE = 6 cm, EF = 9 cm और FD = 12 cm है, तो ABC का परिमाप ज्ञात कीजिए।

8. आकृति 6.11 में, यदि DE BC है, तो ar (ADE) और ar (DECB) का अनुपात ज्ञात कीजिए।



आकृति 6.11

© NCERT not to be republished

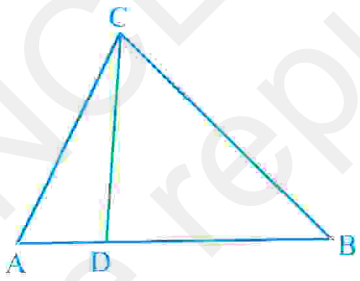
9. ABCD एक समलंब है, जिसमें AB || DC है तथा बिंदु P और Q क्रमशः AD और BC पर इस प्रकार स्थित हैं कि PQ || DC है। यदि PD = 18 cm, BQ = 35 cm और QC = 15 cm है, तो AD ज्ञात कीजिए।

10. दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाएँ 2 : 3 के अनुपात में हैं। यदि छोटे त्रिभुज का क्षेत्रफल 48 cm^2 है, तो बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

11. त्रिभुज PQR में, भुजा PR पर स्थित N एक ऐसा बिंदु है कि Q N PR है। यदि PN. NR = QN^2 है, तो सिद्ध कीजिए कि PQR = 90° है।

12. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल 36 cm^2 और 100 cm^2 हैं। यदि बड़े त्रिभुज की एक भुजा की लंबाई 20 cm है, तो उस भुजा के संगत छोटे त्रिभुज की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

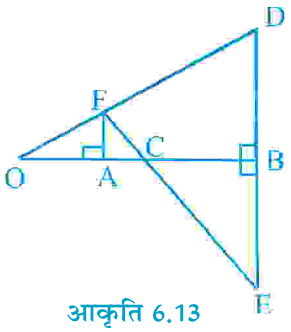
13. आकृति 6.12 में, यदि ACB = CDA, AC = 8 cm और AD = 3 cm है, तो BD ज्ञात कीजिए।



आकृति 6.12

14. एक विशेष समय पर, 15 मीटर ऊँची एक मीनार (टॉवर) की छाया की लंबाई 24 मीटर है। उसी समय पर, एक टेलीफोन के खंभे की छाया की लंबाई 16 मीटर है। टेलीफोन के खंभे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

15. 10m लंबी एक सीढ़ी, जो एक उर्ध्वाधर दीवार के सहारे टिकी हुई है, के निचले सिरे की दीवार के आधार से दूरी 6 m है। दीवार पर उस बिंदु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए, जहाँ तक सीढ़ी का ऊपरी सिरा पहुँचता है।



आकृति 6.13

(E) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रतिदर्श प्रश्न 1: आकृति 6.13 में, OB रेखाखंड DE का लंब

© NCERT not to be republished

समद्विभाजक है, FA OB तथा FE रेखाखंड OB को बिंदु C पर

प्रतिच्छेद करता है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{OA}$ $\frac{1}{OB}$ $\frac{2}{OC}$ है।

हल : AOF और BOD में,

O = O (एक ही कोण) और A = B (प्रत्येक 90°)

अतः, AOF ~ BOD (AA समरूपता)

इसलिए, $\frac{OA}{OB}$ $\frac{FA}{DB}$ ...(1)

साथ ही, FAC और EBC में,

A = B (प्रत्येक 90°)

और FCA = ECB (शीर्षाभिमुख कोण).

अतः, FAC ~ EBC (AA समरूपता).

इसलिए, $\frac{FA}{EB}$ $\frac{AC}{BC}$

परंतु EB = DB (DE का मध्य-बिंदु B है)

अतः, $\frac{FA}{DB}$ $\frac{AC}{BC}$ ...(2)

इसलिए, (1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है:

$\frac{AC}{BC}$ $\frac{OA}{OB}$

या $\frac{OC - OA}{OB - OC}$ $\frac{OA}{OB}$

या OB . OC – OA . OB = OA . OB – OA . OC

© NCERT not to be republished

या $OB \cdot OC + OA \cdot OC = 2\, OA \cdot OB$

या $(OB + OA).\, OC = 2\, OA \cdot OB$

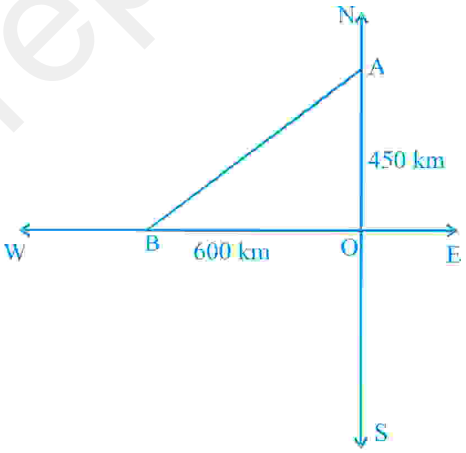
या $\frac{1}{OA} \quad \frac{1}{OB} \quad \frac{2}{OC}$ [दोनों पक्षों को $OA \cdot OB \cdot OC$ से भाग देने पर]

प्रतिदर्श प्रश्न 2: सिद्ध कीजिए कि यदि किसी त्रिभुज में, एक भुजा पर बना वर्ग शेष दो भुजाओं पर बने वर्गों के योग के बराबर हो, तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

हल : कक्षा X की गणित पाठ्यपुस्तक में प्रमेय 6.9 की उपपत्ति देखिए।

प्रतिदर्श प्रश्न 3: किसी हवाई अड्डे से एक हवाई जहाज उत्तर की ओर 300 km/h की चाल से उड़ता है। उसी समय, एक अन्य हवाई जहाज उसी हवाई अड्डे से पश्चिम की ओर 400 km/h की चाल से उड़ता है। $1\frac{1}{2}$ घंटे के बाद दोनों हवाई जहाजों के बीच कितनी दूरी होगी?

हल : पहले हवाई जहाज द्वारा $1\frac{1}{2}$ घंटे में तय की गई दूरी $= 300 \times \frac{3}{2}$ km $= 450$ km तथा $1\frac{1}{2}$ घंटे में दूसरे हवाई जहाज द्वारा तय की गई दूरी $= \frac{400 \times 3}{2}$ km $\quad 600$ km



आकृति 6.14

$1\frac{1}{2}$ घंटे के बाद, दोनों हवाई जहाजों की स्थितियाँ A और B हैं, जैसा कि आकृति 6.14 में दर्शाया गया है।

अर्थात् $OA = 450$ km और $OB = 600$ km

AOB से, हमें प्राप्त होता है :

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

या $AB^2 = (450)^2 + (600)^2$

© NCERT not to be republished

$= (150)^2 \times 3^2 + (150)^2 \times 4^2$

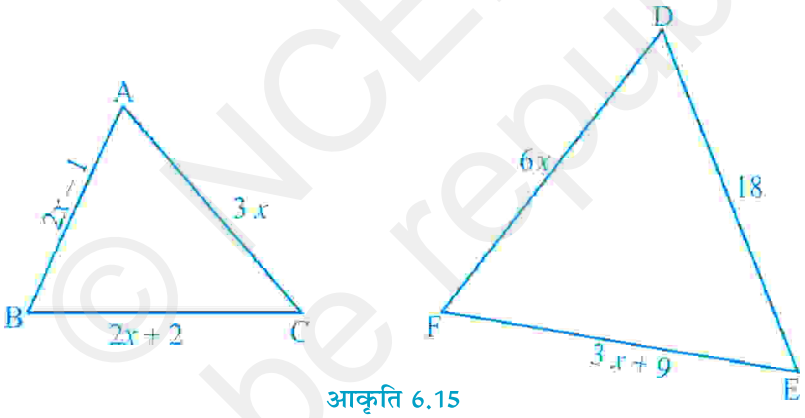
$= 150^2 \ (3^2 + 4^2)$

$= 150^2 \times 5^2$

या $AB = 150 \times 5 = 750$

अतः, दोनों हवाई जहाज $1\frac{1}{2}$ घंटे के बाद 750 km की दूरी पर होंगे।

प्रतिदर्श प्रश्न 4: आकृति 6.15 में, यदि $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ है तथा उनकी भुजाएँ उन लंबाइयों (cm में) की हैं जो उनके अनुदिश अंकित हैं, तो प्रत्येक त्रिभुज की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।



आकृति 6.15

हल : $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (दिया है)

अतः, $\frac{AB}{DE} \ \frac{BC}{EF} \ \frac{CA}{FD}$

इसलिए, $\frac{2x \ 1}{18} \ \frac{2x \ 2}{3x \ 9} \ \frac{3x}{6x}$

अब, $\frac{2x \ 1}{18} \ \frac{3x}{6x}$ को लेने पर, हमें प्राप्त होता है :

© NCERT not to be republished

$$\frac{2x}{18}\ \frac{1}{1}\ \frac{1}{2}$$

या $4x - 2 = 18$

या $x = 5$

अत:, AB = 2 × 5 –1= 9, BC = 2 × 5 + 2 = 12

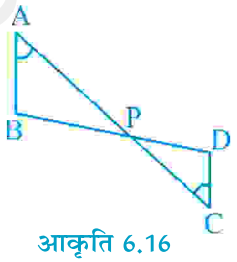
CA = 3 × 5 = 15, DE = 18, EF = 3× 5 + 9 = 24 और FD = 6 × 5 = 30

अत:, AB = 9 cm, BC = 12 cm, CA = 15 cm,

DE = 18 cm, EF = 24 cm और FD = 30 cm.

प्रश्नवाली 6.4

1. आकृति 6.16 में, यदि A = C, AB = 6 cm, BP = 15 cm, AP = 12 cm और CP = 4 cm है, तो PD और CD की लंबाइयाँ ज्ञात कीजिए।

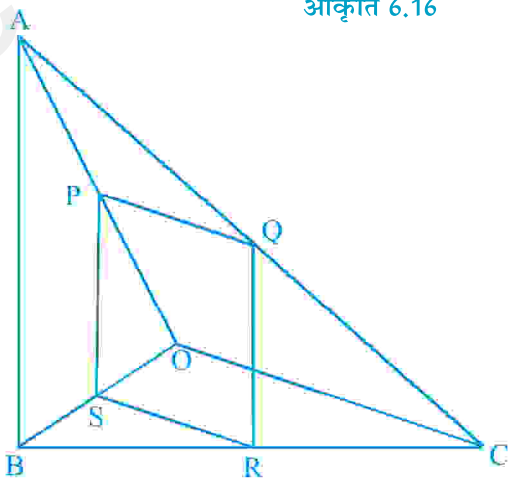


आकृति 6.16

2. यह दिया है कि ABC ~ EDF इस प्रकार है कि AB = 5 cm, AC = 7 cm, DF= 15 cm और DE = 12 cm है। इन त्रिभुजों की शेष भुजाओं की लंबाइयाँ ज्ञात कीजिए।

3. सिद्ध कीजिए कि यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर, उसकी अन्य दो भुजाओं को प्रतिच्छेद करने के लिए, रेखा खींची जाए, तो ये दोनों भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।

4. आकृति 6.17 में, यदि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तथा AB||PS है, तो सिद्ध कीजिए कि OC||SR है।



आकृति 6.17

© NCERT not to be republished

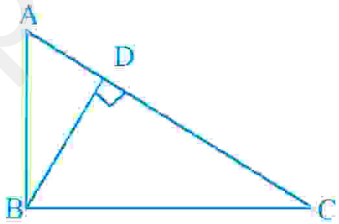
5. 5 m लंबी एक सीढ़ी एक ऊर्ध्वाधर दीवार के सहारे इस प्रकार टिकी हुई है कि उसका ऊपरी सिरा दीवार पर 4 m ऊँचे बिंदु तक पहुँचता है। यदि सीढ़ी के निचले सिरे को दीवार की ओर 1.6 m खिसकाया जाए, तो वह दूरी ज्ञात कीजिए जो सीढ़ी का ऊपरी सिरा ऊपर की ओर दीवार पर सरक जाएगा।

6. शहर A से शहर B तक जाने के लिए एक मार्ग शहर C से होकर इस प्रकार जाता है कि AC CB है, AC = 2 x km और CB = 2 (x + 7) km है। दोनों शहरों A और B को सीधा जोड़ने के लिए, एक 26 km लंबे राजमार्ग बनाने की एक योजना है। ज्ञात कीजिए कि राजमार्ग बन जाने के बाद, शहर A से शहर B तक जाने में कितनी दूरी कम चलनी पड़ेगी।

7. 18 m ऊँचे एक ध्वज स्तंभ की छाया की लंबाई 9.6 m है। इस स्तंभ के ऊपरी सिरे की छाया के दूरस्थ सिरे से दूरी ज्ञात कीजिए।

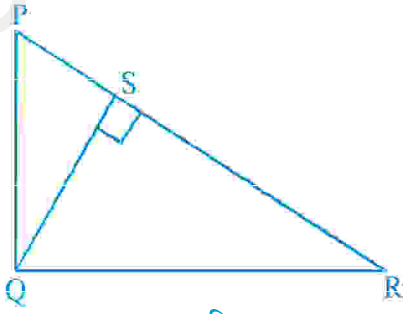
8. सड़क पर लगा एक बिजली का बल्ब एक खंभे पर सड़क के स्तर से 6 m ऊपर लगाया गया है। यदि 1.5 m लंबाई वाली एक महिला की छाया 3m लंबी है, तो ज्ञात कीजिए कि वह महिला खंभे के आधार से कितनी दूरी पर खड़ी है।

9. आकृति 6.18 में, ABC एक त्रिभुज है जिसका B समकोण है तथा BD AC है। यदि AD = 4 cm, और CD = 5 cm है, तो BD और AB ज्ञात कीजिए।



आकृति 6.18

10. आकृति 6.19 में PQR एक समकोण त्रिभुज है, जिसका Q समकोण है तथा QS PR है। यदि PQ = 6 cm और PS = 4 cm है, तो QS, RS और QR ज्ञात कीजिए।



आकृति 6.19

© NCERT not to be republished

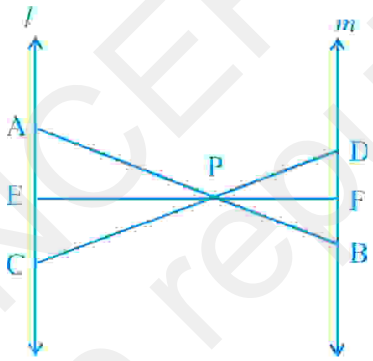
11. PQR में, PD QR इस प्रकार है कि D भुजा QR पर स्थित है। यदि PQ = a, PR = b, QD = c और DR = d है, तो सिद्ध कीजिए कि $(a + b)(a - b) = (c + d)(c - d)$ है।

12. किसी चतुर्भुज ABCD में, A + D = 90° है। सिद्ध कीजिए कि $AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$ है।

[**संकेत :** AB और DC को E पर मिलने के लिए बढ़ाइए]।

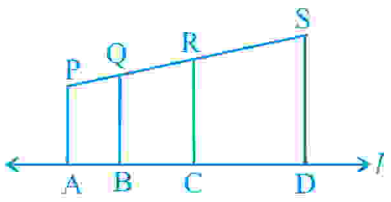
13. आकृति 6.20, में $l \parallel m$ तथा रेखाखंड AB, CD और EF, बिंदु P पर संगामी हैं।

सिद्ध कीजिए कि $\frac{AE}{BF}$ $\frac{AC}{BD}$ $\frac{CE}{FD}$ है।



आकृति 6.20

14. आकृति 6.21 में, PA, QB, RC और SD में से प्रत्येक रेखा l पर लंब है, AB = 6 cm, BC = 9 cm, CD = 12 cm और SP = 36 cm है। PQ, QR और RS ज्ञात कीजिए।



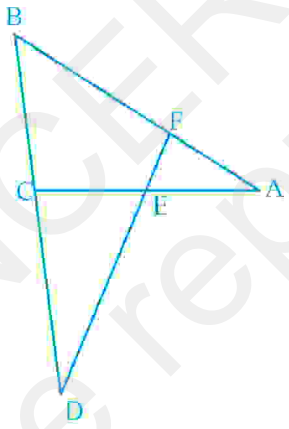
आकृति 6.21

© NCERT not to be republished

15. एक समलंब ABCD, जिसमें AB DC है, के विकर्णों AC और BD का प्रतिच्छेद बिंदु O है। O से होकर एक रेखाखंड PQ भुजा AB के समांतर खींचा गया है, जो AD को P और BC को Q पर मिलता है। सिद्ध कीजिए कि PO = QO है।

16. आकृति 6.22 में, रेखाखंड DF त्रिभुज ABC की भुजा AC को बिंदु E पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करता है कि E, भुजा AC का मध्य-बिंदु है और AEF = AFE है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BD}{CD}$ $\frac{BF}{CE}$ है।

[**संकेत :** AB पर ऐसा बिंदु G लीजिए कि CG || DF हो।]



आकृति 6.22

17. सिद्ध कीजिए कि एक समकोण त्रिभुज के कर्ण पर खींचे गए अर्धवृत्त का क्षेत्रफल अन्य दो भुजाओं पर खींचे गए अर्धवृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होता है।

18. सिद्ध कीजिए कि एक समकोण त्रिभुज के कर्ण पर खींचे गए समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल अन्य दो भुजाओं पर खींचे गए समबाहु त्रिभुजों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होता है।

© NCERT not to be republished