Chapter-3

सरल रेखा में गति

Motion in a Straight Line

प्रश्नावली

प्रश्न 1. नीचे दिए गए गति के कौन-से उदाहरणों में वस्तु को लगभग बिंदु वस्तु माना जा सकता है?

(a) दो स्टेशनों के बीच बिना किसी झटके के चल रही कोई रेलगाड़ी।
(b) किसी वृत्तीय पथ पर साइकिल चला रहे किसी व्यक्ति के ऊपर बैठा कोई बंदर।
(c) जमीन से टकरा कर तेजी से मुड़ने वाली क्रिकेट की कोई फिरकती गेंद।
(d) किसी मेज के किनारे से फिसल कर गिरा कोई बीकर।

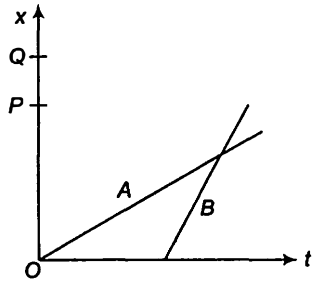
हल किसी भी वस्तु को बिंदु वस्तु माना जा सकता है यदि उसके द्वारा तय दूरी, वस्तु की विमाओं की तुलना में बहुत अधिक है।

(a) रेलगाड़ी दो स्टेशनों के बीच बिना किसी झटके के चल रही है, इसका तात्पर्य है कि स्टेशन परस्पर बहुत अधिक दूरी पर स्थित हैं। अतः रेलगाड़ी को बिन्दु वस्तु लिया जा सकता है।

(b) एक बंदर वृत्तीय पथ पर साइकिल चला रहे व्यक्ति के ऊपर बैठा है। व्यक्ति, बंदर के साथ बिना किसी झटके के साइकिल चला रहा है। अतः व्यक्ति तथा बंदर द्वारा तय की गई दूरी बहुत अधिक है। अतः बंदर को बिंदु वस्तु ले सकते हैं।

(c) तथा (d) में तय की गई दूरी बहुत अधिक नहीं है अतः क्रिकेट की फिरकती गेंद तथा फिसलकर गिरे बीकर को बिन्दु वस्तु नहीं लिया जा सकता।

प्रश्न 2. दो बच्चे A व B अपने विद्यालय O से लौट कर अपने-अपने घर क्रमशः P तथा Q को जा रहे हैं। उनके स्थिति-समय (x-t) ग्राफ चित्र में दिखाए गए हैं। नीचे लिखे कोष्ठकों में सही प्रविष्टियों को चुनिए



(a) (*B*/*A*) की तुलना में (*A*/*B*) विद्यालय से निकट रहता है।

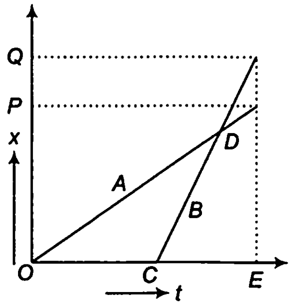
(b) (*B*/*A*) की तुलना में (*A*/*B*) विद्यालय से पहले चलता है।

(c) (*B*/*A*) की तुलना में (*A*/*B*) तेज चलता है।

(d) *A* और *B* घर (एक ही / भिन्न) समय पर पहुँचते हैं।

(e) (*A*/*B*) सड़क पर (*B*/*A*) से (एक बार / दो बार) आगे हो जाते हैं।

हल (a) बिंदु *P* तथा *Q* से ग्राफों पर अभिलम्ब डालते हैं जिससे स्पष्ट है कि $OQ > OP$, अतः बच्चा *A*, बच्चे *B* की तुलना में स्कूल के निकट रहता है।



(b) बच्चा *A* स्कूल से समय $t = 0$ पर चलता है (क्योंकि उसके लिए ग्राफ मूल बिंदु से प्रारम्भ होता है) जबकि बच्चा *B* स्कूल से समय $t = OC$ पर चलता है। अतः बच्चा *A*, बच्चे *B* की तुलना में स्कूल से पहले चलता है।

(c) दूरी-समय ग्राफ का ढलान चाल को प्रदर्शित करता है। इस ग्राफ का ढलान जितना अधिक होगा, चाल भी उतनी ही अधिक होगी। बच्चे *B* के लिए x-t ग्राफ का ढलान बच्चे *A* के x-t ग्राफ के ढलान से अधिक है। अतः बच्चा *B*, बच्चे *A* की तुलना में तेज चलता है।

(d) बिन्दु *P* व *Q* के संगत x-t ग्राफ पर बच्चे *A* व *B* के लिए समय t का मान समान है। अतः बच्चा *A* व *B* दोनों अपने घरों *P* व *Q* पर समान समय में पहुँचेगें।

(e) बच्चे *A* व *B* के x-t ग्राफ केवल एक बिंदु *D* पर एक-दूसरे को काटते हैं। बच्चा *B* बाद में चलता है परन्तु ठीक उसी समय अपने घर पहुँचता है जब बच्चा *A* अपने घर पहुँचता है। अतः बच्चा *B*, बच्चे *A* से सड़क पर केवल एक बार आगे निकलता है।

प्रश्न 3. **एक महिला अपने घर से प्रातः 9.00 बजे 2.5 km दूर अपने कार्यालय के लिए सीधी सड़क पर 5 km/h चाल से चलती है। वहाँ वह सायं 5.00 बजे तक रहती है और 25 km/h की चाल से चल रही किसी ऑटो रिक्शा द्वारा अपने घर लौट आती है। उपयुक्त पैमाना चुनिए तथा उसकी गति का x-t ग्राफ खींचिए।**

हल पैमाना

X- अक्ष पर समय, 1 खाना = 1 घण्टा

Y- अक्ष पर दूरी, 1 खाना = 0.5 किमी

महिला प्रातः 9.00 बजे घर से चलती है, अर्थात् प्रातः 9.00 बजे उसके द्वारा तय दूरी शून्य है। घर से महिला ऑफिस की दूरी $(x) = 2.5$ km

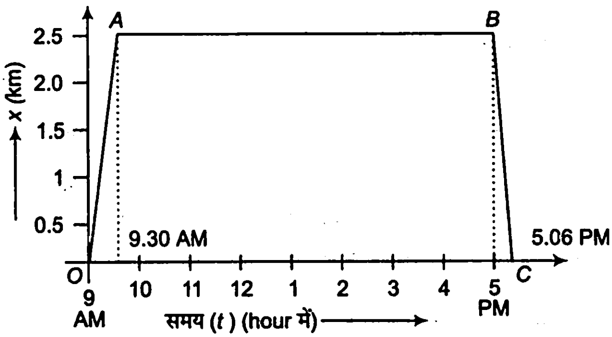
घर से ऑफिस जाते हुऐ महिला की चाल

$$(v_1) = 5\,km/h$$

$\therefore$ ऑफिस पहुँचने में लगा समय $(t_1) = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{x}{v_1} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}h = 30\,min$

ऑफिस पहुँचने का समय = (9.00 AM) + (30 min) = 9.30 AM

अत: प्रात: 9.30 बजे महिला द्वारा तय की गई दूरी 2.5 km है।
यात्रा का यह भाग ग्राफ में *OA* द्वारा प्रदर्शित किया गया है।
महिला ऑफिस में प्रात: 9.30 बजे से सायं 5.00 बजे तक रहती है, अत: इस समय में दूरी स्थिर रहती है अर्थात् इतने समय में तय दूरी में कोई परिवर्तन नहीं होता है केवल समय परिवर्तित होता है। अत: इस भाग के लिए ग्राफ समय- अक्ष के समांतर रेखा होगी। यात्रा के इस भाग को ग्राफ में *AB* द्वारा प्रदर्शित किया गया है।



ऑफिस से ऑटो द्वारा घर वापस आते हुए महिला की चाल $(v_2) = 25\,km/h$
$\therefore$ महिला द्वारा ऑफिस से घर पहुँचने में लगा समय

$$t_2 = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{x}{v_2} = \frac{2.5}{25} = \frac{1}{10}h = \frac{60}{10}min = 6\,min \qquad (\because 1\,h = 60\,min)$$

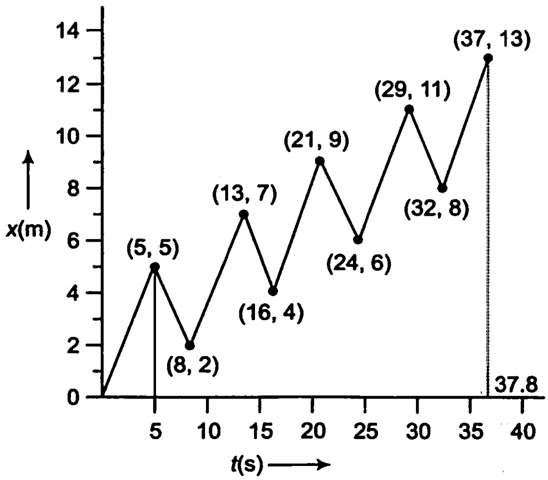
वह सायं 5.00 बजे ऑफिस छोड़ती है तथा उसे घर पहुँचने में 6 मिनट लगते हैं। अत: वह सायं 5.06 बजे घर पहुँचती है।
यात्रा के इस भाग को ग्राफ में *BC* द्वारा प्रदर्शित किया गया है।

प्रश्न 4. कोई शराबी किसी तंग गली में 5 कदम आगे बढ़ता है और 3 कदम पीछे आता है, उसके बाद फिर 5 कदम आगे बढ़ता है और 3 कदम पीछे आता है, और इसी तरह वह चलता रहता है। उसका हर कदम 1 मीटर लम्बा है और 1 सेकण्ड समय लगता है। उसकी गति का x–t ग्राफ खींचिए। ग्राफ से तथा किसी अन्य विधि से यह ज्ञात कीजिए कि वह जहाँ से चलना प्रारम्भ करता है वहाँ से 13 मीटर दूर किसी गड्ढे में कितने समय पश्चात गिरता है?

हल शराबी का x-t ग्राफ नीचे दिए गए चित्र में प्रदर्शित किया गया है।
प्रत्येक कदम की लम्बाई = 1 m, *Y*- अक्ष की दिशा के अनुदिश
प्रत्येक कदम में लगा समय = 1 s, *X*- अक्ष की दिशा के अनुदिश
शराबी द्वारा 8 कदम चलने में लिया गया समय = 8 s

ग्राफ के लिए

X	5 m	5 − 3 = 2 m	2 + 5 = 7 m	7 − 3 = 4 m ...
Y	5 s	8 s	8 + 5 = 13 s	13 + 3 = 16 s ...



क्योंकि शराबी 5 कदम आगे व 3 कदम पीछे चलता है, अतः वह 5 m आगे तथा 3 m पीछे चलता है।

∴ 8 s में 8 कदमों में तय की गई दूरी = 5 − 3 = 2 m

16 s में 16 कदमों में तय की गई दूरी = 2 × 2 = 4 m

24 s में 24 कदमों में तय की गई दूरी = 2 × 3 = 6 m

32 s में 32 कदमों में तय की गई दूरी = 2 × 4 = 8 m

अगले 5 s में 5 कदमों में आगे की ओर तय की गई दूरी = 5 m

∴ अतः (32 + 5) = 37 s में तय की गई कुल दूरी = 0.37 s में 37 कदमों में तय की गई दूरी

= 8 + 5

= 13 m

गड्ढे की प्रारम्भिक बिन्दु से दूरी = 13 m

अतः शराबी गड्ढे में 37 s में गिरेगा।

प्रश्न 5. कोई जेट वायुयान 500 km/h की चाल से चल रहा है और यह जेट वायुयान के सापेक्ष 1500 km/h की चाल से अपने दहन उत्पादों को बाहर निकालता है। जमीन पर खड़े किसी प्रेक्षक के सापेक्ष इन दहन उत्पादों की चाल क्या होगी?

हल माना जेट वायुयान ऊपर की ओर (धनात्मक दिशा) v_j वेग से गति कर रहा है तथा उससे उत्सर्जित गैसें नीचे की ओर (ऋणात्मक दिशा) v_g वेग से गति करती है। जबकि प्रेक्षक जमीन पर स्थिर है अर्थात् $v_0 = 0$

$\therefore$

$$v_j = 500\,km/h$$
$$v_g = -1500\,km/h$$
$$v_0 = 0$$

वायुयान की प्रेक्षक के सापेक्ष चाल

$$v_j - v_0 = 500 - 0 = 500\,km/h \quad \ldots(i)$$

दहन उत्पादों की जेट यान के सापेक्ष चाल

$$v_g - v_j = -1500\,km/h \text{ (दिया है)} \quad \ldots(ii)$$

बाहर आने वाली गैसों का वेग v_g तथा जेट का वेग v_j परस्पर विपरीत दिशा में हैं।

समीकरण (i) तथा (ii) को जोड़ने पर,

$$(v_j - v_0) + (v_g - v_j) = 500 - 1500$$
$$v_g - v_0 = -1000\,km/h$$

अतः दहन उत्पाद गैसों की प्रेक्षक के सापेक्ष चाल 1000 km/h, है। –ve चिह्न यह प्रदर्शित करता है कि गैसों की यह चाल, जेट यान की गति के विपरीत दिशा में है।

प्रश्न 6. सीधे राजमार्ग पर कोई कार 126 km/h की चाल से चल रही है। इसे 200 m की दूरी पर रोक दिया जाता है। कार के मंदन को एकसमान मानिए और इसका मान निकालिए। कार को रुकने में कितना समय लगा?

हल कार का प्रारम्भिक वेग $(u) = 126\,km/h$

$$= 126 \times \frac{5}{18}\,m/s \quad \left(\because 1\,km/h = \frac{5}{18}\,m/s\right)$$

$$= 35\,m/s$$

कार का अन्तिम वेग $(v) = 0$

कार द्वारा तय की गई दूरी $(s) = 200\,m$

गति के तृतीय समीकरण से, $v^2 = u^2 + 2as$

अथवा
$$a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$$
$$= \frac{0 - (35)^2}{2 \times 200}$$
$$= \frac{-35 \times 35}{400}$$
$$= -\frac{49}{16}\,m/s^2$$
$$= -3.06\,m/s^2$$

$\therefore$ कार का मन्दन $= -3.06\,m/s^2$

गति के प्रथम समीकरण से, $v = u + at$

अथवा
$$t = \frac{v - u}{a}$$

$$= \frac{(0-35)}{(-49/16)}$$

$$= \frac{35 \times 16}{49}$$

$$= \frac{5 \times 16}{7} = \frac{80}{7} \text{ s}$$

$$= 11.4 \text{ s}$$

अतः कार द्वारा रूकने में लिया गया समय 11.4 s है।

प्रश्न 7. **दो रेलगाड़ियाँ A व B दो समांतर पटरियों पर 72 km/h की एकसमान चाल से एक ही दिशा में चल रही हैं। प्रत्येक गाड़ी 400 m लंबी है और गाड़ी A गाड़ी B से आगे है। B का चालक A से आगे निकलना चाहता है तथा 1m/s^2 से त्वरित करता है। यदि 50s के बाद B का गार्ड A के चालक से आगे हो जाता है तो दोनों के बीच आरम्भिक दूरी कितनी थी?**

हल प्रत्येक रेलगाड़ी की लम्बाई

$$l_A = l_B = 400 \text{ m}$$

दोनों रेलगाड़ियों के प्रारम्भिक वेग

$$u_A = u_B = 72 \text{ km/h}$$

$$= 72 \times \frac{5}{18} \text{ m/s} \qquad \left(\because 1 \text{ km/h} = \frac{5}{18} \text{ m/s}\right)$$

$$= 20 \text{ m/s}$$

रेलगाड़ी A द्वारा 50s में तय की गई दूरी

$$s_A = u_A \times t$$

(क्योंकि अत्वरित गति के लिए, दूरी = चाल × समय)

$$s_A = 20 \times 50 = 1000 \text{ m}$$

रेलगाड़ी B द्वारा 50s में तय की गई दूरी

$$s_B = u_B t + \frac{1}{2} a_B t^2$$

(क्योंकि रेलगाड़ी B त्वरित गति कर रही है)

$$s_B = 20 \times 50 + \frac{1}{2} \times 1 \times (50)^2$$

$$= 1000 + 1250$$

$$= 2250 \text{ m}$$

दोनों रेलगाड़ियों के बीच की आरम्भिक दूरी $= s_B - s_A = 2250 - 1000$

$$= 1250 \text{ m}$$

अन्य विधि

प्रारम्भ में दोनों रेलगाड़ियाँ समान चाल से चल रही हैं। ट्रेन B, 1 m/s^2 के त्वरण से गतिमान होकर 50 s में ट्रेन A को पार करती है।

∴ रेलगाड़ियों के बीच की आरम्भिक दूरी = रेलगाड़ी B द्वारा 50s में $1 m/s^2$

त्वरण से तय की गई दूरी

$$= ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 0 \times 50 + \frac{1}{2} \times 1 \times (50)^2$$

(∵ दोनों ट्रेनों एकसमान चाल से एक ही दिशा में गति कर रही हैं, अतः ट्रेन B की ट्रेन A के सापेक्ष चाल जब वह त्वरित गति प्रारम्भ करती है, शून्य ली जा सकती है।)

$$= 1250 m$$

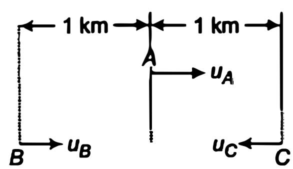
प्रश्न 8. **दो–लेन वाली किसी सड़क पर कार A 36 km/h चाल से चल रही है। एक दूसरे की विपरीत दिशाओं में चलती दो कारें B व C जिनमें से प्रत्येक की चाल 54 km/h है, कार A तक पहुँचना चाहती हैं। किसी क्षण जब दूरी AB दूरी AC के बराबर है तथा दोनों 1 km है, कार B का चालक यह निर्णय करता है कि कार C के कार A तक पहुँचने के पहले ही वह कार A से आगे निकल जाए। किसी दुर्घटना से बचने के लिए कार B का कितना न्यूनतम त्वरण जरूरी है?**

हल कार A की चाल $(u_A) = 36$ km/h

$$= 36 \times \frac{5}{18} m/s \qquad \left(\because 1 km/h = \frac{5}{18} m/s\right)$$

$$= 10 m/s$$

कार B तथा कार C की चाल



$$u_B = u_C = 54 km/h = 54 \times \frac{5}{18} m/s = 15 m/s$$

कार A के सापेक्ष कार B की चाल

$$u_{BA} = u_B - u_A = 15 - 10 = 5 m/s$$

कार A के सापेक्ष कार C की चाल

$$u_{CA} = u_C - u_A = 15 - (-10) = 25 m/s$$

कार A तथा कार B के बीच की दूरी $= 1 km = 1000 m$

कार C द्वारा ($AC = 1000 m$) दूरी तय करने में लगा समय

$$t = \frac{\text{दूरी}}{\text{कार } C \text{ की कार } A \text{ के सापेक्ष चाल}}$$

$$= \frac{1000}{25} s = 40 s$$

माना कार B त्वरण a से त्वरित होती है, तब

गति के समीकरण से $$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

अथवा $$s = u_{BA}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$1000 = 5 \times 40 + \frac{1}{2}a \times (40)^2$$

$$= 200 + 800\,a$$

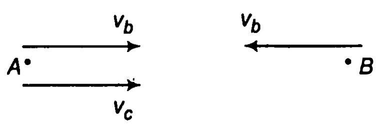
अथवा $$800a = 800$$

अथवा $$a = 1\,\text{m/s}^2$$

अतः कार B को 1 m/s^2 के त्वरण से त्वरित होना चाहिए।

प्रश्न 9. **दो नगर A व B नियमित बस सेवा द्वारा एक-दूसरे से जुड़े हैं और प्रत्येक T मिनट के बाद दोनों तरफ बसें चलती हैं। कोई व्यक्ति साइकिल से 20 km/h की चाल से A से B की तरफ जा रहा है और यह नोट करता है कि प्रत्येक 18 मिनट के बाद एक बस उसकी गति की दिशा में तथा प्रत्येक 6 मिनट बाद उसके विपरीत दिशा में गुजरती है। बस सेवाकाल T कितना है और बसें सड़क पर किस चाल (स्थिर मानिए) से चलती हैं?**

हल माना प्रत्येक बस की चाल $= v_b$ km/h



साइकिल सवार की चाल = 20 km/h

(a) **जब बस साइकिल सवार की गति की दिशा में गुजरती है (A से B की ओर)**

बस की साइकिल सवार के सापेक्ष चाल $= v_b - v_c = (v_b - 20)$ km/h

बस साइकिल सवार को प्रत्येक 18 min में मिलती है।

∴ इस समयांतराल में बस द्वारा साइकिल सवार के सापेक्ष तय की गई दूरी

$$= (v_b - 20) \times \frac{18}{60}\,\text{km} \qquad \ldots\text{(i)}$$

प्रत्येक दिशा से बस T min बाद चलती है।

∴ बस द्वारा T min में तय की गई दूरी

$$= v_b \times \frac{T}{60}\,\text{km} \qquad \ldots\text{(ii)}$$

समी (i) तथा (ii) से,

$$(v_b - 20) \times \frac{18}{60} = v_b \times \frac{T}{60}$$

अथवा $$v_b - 20 = \frac{v_b \times T}{18} \qquad \ldots\text{(iii)}$$

(b) **जब बस साइकिल सवार की गति के विपरीत दिशा में गुजरती है (B से A की ओर)**

B से A की ओर आ रही बस की साइकिल सवार के सापेक्ष चाल

$$= (v_b + 20)\ \text{km/h}$$

बस प्रत्येक 6 min में साइकिल सवार से होकर गुजरती है।

अतः इस समयांतराल में बस द्वारा साइकिल सवार के सापेक्ष तय की गई दूरी

$$= (v_b + 20) \times \frac{6}{60}\ \text{km} \quad \ldots\text{(iv)}$$

बस द्वारा T min में तय की गई दूरी $= v_b \times \frac{T}{60}$ km ...(v)

समी (iv) व (v) से,

$$(v_b + 20) \times \frac{6}{60} = v_b \times \frac{T}{60}$$

$$v_b + 20 = v_b \times \frac{T}{6} \quad \ldots\text{(vi)}$$

समी (vi) को समी (iii) से भाग करने पर,

$$\frac{v_b + 20}{v_b - 20} = \frac{18}{6} = 3$$

$$v_b + 20 = 3v_b - 60$$

अथवा $2v_b = 80, v_b = 40$ km/h

v_b का मान समीकरण (vi) में रख़ने पर,

$$(40 + 20) = \frac{40 \times T}{6}$$

$$60 \times 6 = 40 \times T$$

अथवा $T = \frac{360}{40} = 9$ min

प्रश्न 10. कोई खिलाड़ी एक गेंद को ऊपर की ओर आरम्भिक चाल 29 m/s से फेंकता है,

(a) गेंद की ऊपर की ओर गति के दौरान त्वरण की दिशा क्या होगी?

(b) इसकी गति के उच्चतम बिंदु पर गेंद के वेग व त्वरण क्या होंगे?

(c) गेंद के उच्चतम बिंदु पर स्थान व समय को $x = 0$ व $t_0 = 0$ चुनिए, ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर की दिशा को x अक्ष की धनात्मक दिशा मानिए। गेंद की ऊपर की व नीचे की ओर गति के दौरान स्थिति, वेग व त्वरण के चिह्न बताएगा।

(d) किस ऊँचाई तक गेंद ऊपर जाती है और कितनी देर के बाद गेंद खिलाड़ी के हाथों में आ जाती है? [$g = 9.8\ \text{m/s}^2$ तथा वायु का प्रतिरोध नगण्य है।]

हल (a) गेंद गुरुत्व के अंतर्गत गति कर रही है, अतः त्वरण की दिशा ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर, गुरुत्वीय त्वरण की दिशा में है।

(b) गति के उच्चतम बिन्दु पर वेग शून्य है तथा त्वरण, गुरुत्वीय त्वरण ($9.8\ \text{m/s}^2$) के बराबर ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर है।

(c) यदि उच्चतम बिन्दु पर स्थान व समय को $x = 0$ m तथा $t_0 = 0$ s तथा ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर की दिशा को X- अक्ष की धनात्मक दिशा चुने तब,

ऊपर की ओर गति के समय

स्थिति धनात्मक

वेग ऋणात्मक

त्वरण धनात्मक

नीचे की ओर गति के समय

स्थिति धनात्मक

वेग धनात्मक

त्वरण धनात्मक

(d) माना गेंद h अधिकतम ऊँचाई तक ऊपर तक ऊपर जाती है।

गेंद का प्रारम्भिक वेग $(u) = 29.4$ m/s

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

अधिकतम ऊँचाई पर गेंद का अन्तिम वेग $(v) = 0$

गति के समीकरण से, $v^2 = u^2 - 2gh$

$$0 = (29.4)^2 - 2 \times 9.8 \times h$$

अथवा $$h = \frac{29.4 \times 29.4}{2 \times 9.8} = 44.1 \text{ m}$$

पुनः गति के समीकरण से, $v = u - gt$

$$0 = 29.4 - 9.8t$$

अथवा $$t = \frac{29.4}{9.8} = 3 \text{ s}$$

गेंद के ऊपर जाने में लगा समय ठीक उसके नीचे आने में लगे समय के बराबर होता है।

∴ गेंद के खिलाड़ी के वापस हाथ में आने में लगा समय

$$= 2t = 2 \times 3 = 6 \text{ s}$$

प्रश्न 11. नीचे दिए गए कथनों को ध्यान से पढ़िए और कारण बताते हुए व उदाहरण देते हुए बताइए कि वे सत्य हैं या असत्य, एकविमीय गति में किसी कण की

(a) किसी क्षण चाल शून्य होने पर भी उसका त्वरण अशून्य हो सकता है।

(b) चाल शून्य होने पर भी उसका वेग अशून्य हो सकता है।

(c) चाल स्थिर हो तो त्वरण अवश्य ही शून्य होना चाहिए।

(d) चाल अवश्य ही बढ़ती रहेगी, यदि उसका त्वरण धनात्मक हो।

हल (a) सत्य, यदि किसी वस्तु को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका जाता है तो अधिकतम ऊँचाई के बिंदु पर इसकी चाल शून्य हो जाती है, परन्तु गुरुत्व के कारण उसका त्वरण, गुरुत्वीय त्वरण के बराबर ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर होता है।

(b) असत्य, क्योंकि वेग को किसी निश्चित दिशा में चाल के रूप में परिभाषित करते हैं। यदि चाल शून्य है तो वेग का परिमाण शून्य होगा, अतः वेग भी शून्य होगा।

(c) सत्य, यदि एक कण एक सरल रेखा में नियत चाल से गति कर रहा है तब इसका वेग भी नियत होगा जिसके परिणामस्वरूप उसका त्वरण शून्य होगा।

(d) असत्य, यदि ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर धनात्मक दिशा लें तब ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंकी गई गेंद की चाल निरंतर कम होती जाती है, जबकि उस पर कार्यरत त्वरण धनात्मक है।

सत्य, यदि एक गेंद स्वतंत्रतापूर्वक गुरुत्व के अंतर्गत नीचे गिर रही है तब त्वरण धनात्मक है तथा गेंद की चाल भी निरंतर बढ़ रही है।

प्रश्न 12. किसी गेंद को 90 m की ऊँचाई से फर्श पर गिराया जाता है। फर्श के साथ प्रत्येक टक्कर में गेंद की चाल 1/10 कम हो जाती है। इसकी गति का $t = 0$ से 12 s के बीच चाल–समय ग्राफ खींचिए।

हल गेंद का प्रारम्भिक वेग $(u) = 0$

उस बिन्दु की ऊँचाई जहाँ से गेंद गिराई जाती है, $h = 90\,\text{m}$

$$\text{त्वरण } g = 9.8\,\text{m/s}^2$$

गति के समीकरण से, $v^2 = u^2 + 2gh$

$$v^2 = (0)^2 + 2 \times 9.8 \times 90$$

(गेंद को विरामावस्था से गिराया जाता है अतः इसका प्रारम्भिक वेग शून्य है)

$$v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 90} = \sqrt{2 \times 49 \times 2 \times 9}$$

$$= 42\text{ m/s}$$

जहाँ, $u = 0, t = 0$

गति के समीकरण से, $h = ut_1 + \frac{1}{2}gt_1^2$

$$90 = 0 \times t_1 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t_1^2$$

अथवा $$t_1 = \sqrt{\frac{2 \times 90}{9.8}} = \frac{30}{7} = 4.28\text{ s}$$

जब $u = 42$ m/s, $t = 4.28$ s

फर्श से टकराने पर गेंद की चाल 10% कम हो जाती है।

$\therefore$ अतः प्रथम टक्कर के बाद गेंद का वेग $(v_2) = v - \frac{v}{10}$

($\because$ प्रत्येक टक्कर के बाद गेंद की चाल 1/10 कम हो जाती है।)

$$= \frac{9v}{10}$$

$$= \frac{9}{10} \times 42 = 37.8\,\text{m/s}$$

यदि गेंद फर्श से टकराकर h ऊँचाई तक ऊपर उठती है तो पुनः गति के समीकरण से,

$$(0)^2 = (37.8)^2 - 2 \times 9.8 \times h'$$

अथवा $$h' = \frac{37.8 \times 37.8}{2 \times 9.8} = 72.9\,\text{m}$$

लगा समय, $t_2 = \sqrt{\frac{2h'}{g}}$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 72.9}{9.8}} = 3.857$$

जब $u = 37.8$ m/s, $t = 3.857$ s

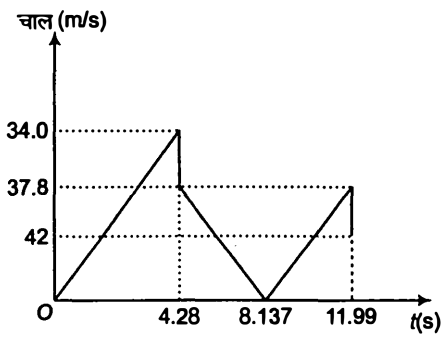
कुल समय = 4.28 + 3.857 = 8.137

गेंद को नीचे फर्श तक गिरने में पुनः 3.857s समय लगेगा (ऊपर जाने में लगा समय = नीचे आने में लगा समय) जहाँ फर्श से टकराने से पूर्व उसका वेग 37.8 m/s होगा।

फर्श से टकराने पर गेंद का वेग $= 37.8 - \frac{37.8}{10} = 34.02$ m/s

ऊपरे की ओर गति से पहले लगा समय = 4.28 + 3.857 + 3.857

$$= 11.994\,\text{s} \approx 12\,\text{s}$$



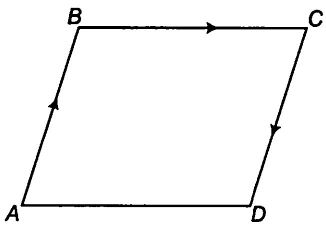
अतः गेंद $t = 0$ s से $t = 12$ s के बीच फर्श से टकराकर केवल एक बार ऊपर उठती है तथा इसके लिए चाल-समय ग्राफ चित्र में प्रदर्शित किया गया है।

प्रश्न 13. **उदाहरण सहित निम्नलिखित के बीच के अंतर को स्पष्ट कीजिए :**

(a) **किसी समयांतराल में विस्थापन के परिमाण (जिसे कभी-कभी दूरी भी कहा जाता है) और किसी कण द्वारा उसी अंतराल के दौरान तय किए गए पथ की कुल लंबाई।**

(b) **किसी समयांतराल में औसत वेग के परिमाण और उसी अंतराल में औसत चाल (किसी समयांतराल में किसी कण की औसत चाल को समय अंतराल द्वारा विभाजित की गई कुल पथ-लंबाई के रूप में परिभाषित किया जाता है) प्रदर्शित कीजिए कि (a) व (b) दोनों में ही दूसरी राशि पहली से अधिक या उसके बराबर है। समता का चिह्न कब सत्य होता है? (सरलता के लिए केवल एकविमीय गति पर विचार कीजिए।)**

हल (a) किसी निश्चित समयांतराल में किसी कण का विस्थापन उसकी प्रारम्भिक एवं अंतिम स्थितियों के बीच की लघुत्तम दूरी के परिमाण के बराबर होता है जबकि उसके पथ की कुल लम्बाई कण द्वारा वास्तव में तय किए गए पथ की लम्बाई के बराबर होती है। यदि कण अपनी गति बिंदु A से प्रारम्भ करता है तथा A से B तक, B से C तक उसके पश्चात C से D तक जाता है तब,



कण का विस्थापन = दूरी AD

पथ की कुल लम्बाई = दूरी AB + दूरी BC + दूरी CD

एक विमीय गति में विस्थापन या तो कण द्वारा तय किए गए पथ की कुल लम्बाई के बराबर होता है या उससे कम होता है।

(b) औसत वेग कुल विस्थापन तथा उसमें कुल लगे समय के अनुपात के बराबर होता है।

$$\therefore \text{ औसत वेग का परिमाण} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = \frac{AD}{t}$$

औसत चाल कुल तय दूरी तथा उसमें लगे समय के अनुपात के बराबर होती है।

$$\therefore \quad \text{औसत चाल} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$$

$$= \frac{AB + BC + CD}{t}$$

अत: एकविमीय गति में किसी निश्चित समयांतराल के लिए औसत वेग का परिमाण या तो औसत चाल के बराबर है या फिर उससे कम होता है

प्रश्न 14. कोई व्यक्ति अपने घर से सीधी सड़क पर 5km/h की चाल से 2.5 km दूर बाजार तक पैदल चलता है। परंतु बाजार बंद देखकर वह उसी क्षण वापस मुड़ जाता है तथा 7.5 km/h की चाल से घर लौट आता है। समयांतराल (i) 0 – 30 मिनट, (ii) 0 – 50 मिनट (iii) 0 – 40 मिनट की अवधि में उस व्यक्ति (a) के माध्य वेग का परिमाण, तथा (b) का माध्य चाल क्या है? (नोट : आप इस उदाहरण से समझ सकेंगे कि औसत चाल को औसत-वेग के परिमाण के रूप में परिभाषित करने की अपेक्षा समय द्वारा विभाजित कुल पथ-लम्बाई के रूप में परिभाषित करना अधिक अच्छा क्यों है। आप थक कर घर लौटे उस व्यक्ति को यह बताना नहीं चाहेंगे कि उसकी औसत चाल शून्य थी।)

हल (a) व्यक्ति के घर वापस लौटने पर उसका कुल विस्थापन = 0

$\therefore$ औसत वेग $= \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = 0$

(b) अपने घर से बाजार जाते समय व्यक्ति की चाल $(v_1) = 5$ km/h

बाजार से अपने घर वापस आते समय व्यक्ति की चाल $(v_2) = 7.5$ km/h

व्यक्ति के घर से बाजार की दूरी $(x) = 2.5$ km

(i) **समयांतराल 0 से 30 min के लिए**

व्यक्ति द्वारा बाजार तक जाने में लगा समय

$$t_1 = \frac{x}{v_1} = \frac{2.5}{5}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ h} = 30 \text{ min}$$

अतः व्यक्ति अपने घर से बाजार तक $t = 0$ से $t = 30$ min में पहुँचता है।

$\therefore$ औसत वेग $= \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = \frac{2.5}{1/2} = 5.0$ km/h

औसत चाल $= \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}} = \frac{2.5}{1/2} = 5.0$ km/h

(ii) **समयांतराल 0 से 50 min के लिए**

व्यक्ति को बाजार से घर तक लौटने में लगा समय

$$t_2 = \frac{x}{v_2} = \frac{2.5}{7.5}$$

$$= \frac{1}{3} \text{ h}$$

$$= 20 \text{ min}$$

$\therefore$ यात्रा में लगा कुल समय $(T) = t_1 + t_2 = 30 + 20 = 50$ min

$\therefore$ व्यक्ति द्वारा तय कुल विस्थापन = 0

(क्योंकि व्यक्ति अपनी प्रारम्भिक स्थिति में लौट आया है)

$\therefore$ औसत वेग $= \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = 0$

व्यक्ति द्वारा तय कुल दूरी $= 2.5 + 2.5 = 5.0$ km

$\therefore$ औसत चाल $= \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$

$$= \frac{5.0}{50/60} \text{ km/h}$$

$$= 6 \text{ km/h}$$

(iii) **समयांतराल 0 से 40 min के लिए**

व्यक्ति प्रथम 30 min बाजार तक पहुँचने में लगते हैं।

$\therefore$ वापस यात्रा में लगा समय $(t_3) = 40 - 30 = 10$ min

10 min में व्यक्ति द्वारा तय की गई दूरी $= v_2 \times t_3 = 7.5 \times \frac{10}{60}$ km = 125 km

$$\text{कुल विस्थापन} = 2.5 - 1.25 = 1.25 \text{ km}$$

$$\therefore \quad \text{औसत वेग} = \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}}$$

$$= \frac{1.25}{(40/60)} = 1.25 \times \frac{3}{2} = 1.875 \text{ km/h}$$

कुल तय दूरी = 2.5 + 125 = 3.75 km

$$\therefore \quad \text{औसत चाल} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$$

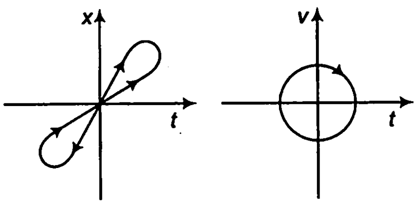
$$= \frac{3.75}{\frac{40}{60}} = 3.75 \times \frac{3}{2} \text{ km/h}$$

$$= 5.625 \text{ km/h}$$

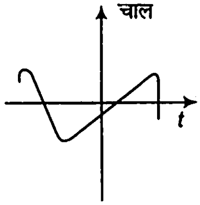
प्रश्न 15. हमने प्रश्न 13 तथा 14 में औसत चाल व औसत वेग के परिमाण के बीच के अन्तर को स्पष्ट किया है। यदि हम तात्क्षणिक चाल व वेग के परिमाण पर विचार करते हैं तो इस तरह का अंतर करना आवश्यक नहीं होता। तात्क्षणिक चाल हमेशा तात्क्षणिक वेग के बराबर होती है। क्यों?

हल तात्क्षणिक वेग को किसी क्षण विशेष पर वेग परिभाषित करते हैं, जबकि तात्क्षणिक चाल, औसत चाल का सीमान्त मान है अर्थात् उस क्षण विशेष पर दूरी के समय के सापेक्ष प्रथम अवकलन $\left(\frac{dx}{dt}\right)$ के बराबर होता है। जब समयांतराल अत्यन्त सूक्ष्म होता है तब विस्थापन का परिमाण तय दूरी के बराबर होता है अतः तात्क्षणिक वेग का परिमाण, तात्क्षणिक चाल के ठीक बराबर होता है।

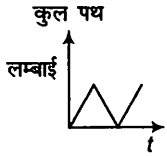
प्रश्न 16. चित्र में (a) से (d) तक के ग्राफों को ध्यान से देखिए बताइए कि इनमें से कौन–सा ग्राफ एकविमीय गति को संभवतः नहीं दर्शा सकता?



(a) (b)

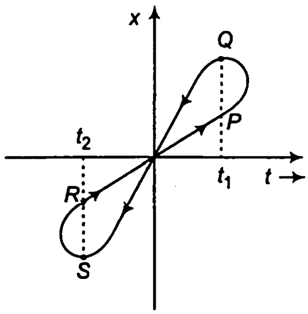


(c)



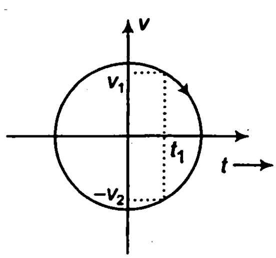
(d)

हल (a) नहीं, ग्राफ (a) किसी कण की एकविमीय गति को प्रदर्शित नहीं करता है। क्योंकि ग्राफ एक ही समय पर कण की दो स्थितियों को दर्शा रहा है (समय t_1 पर कण की स्थिति P तथा Q पर तथा समय t_2 पर कण की स्थिति R व S पर हैं) जोकि सम्भव नहीं है।



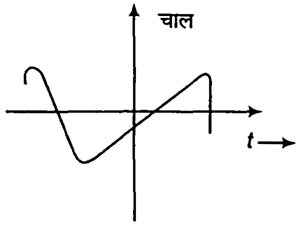
(a)

(b) नहीं, ग्राफ (b) किसी कण की एकविमीय गति को प्रदर्शित नहीं कर सकता है क्योंकि ग्राफ समय t_1 पर कण के धनात्मक वेग $(+v_1)$ को तथा ऋणात्मक वेग $(-v_2)$ को प्रदर्शित करता है, जोकि असम्भव है।



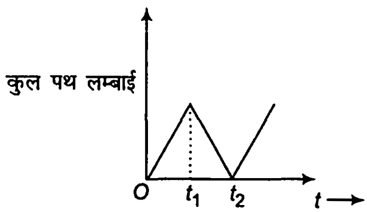
(b)

(c) नहीं, ग्राफ (c) किसी कण की एकविमीय गति को प्रदर्शित नहीं कर सकता है, क्योंकि ग्राफ कण की ऋणात्मक चाल को प्रदर्शित कर रहा है जबकि चाल ऋणात्मक नहीं हो सकती है।

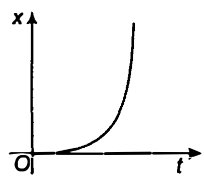


(c)

(d) नहीं, ग्राफ (d) किसी कण की एकविमीय गति को प्रदर्शित नहीं कर सकता है क्योंकि ग्राफ प्रदर्शित करता है कि समय $t = 0$ से $t = t_1$,तक पथ की कुल लम्बाई बढ़ती है परन्तु समय $t = t_1$से $t = t_2$ तक घटती है। परंतु किसी गतिमान कण के द्वारा तय किए गए पथ की कुल लम्बाई समय के साथ कभी नहीं घट सकती है।



(d)



प्रश्न 17. चित्र में किसी कण की एकविमीय गति का x-t ग्राफ दिखाया गया है। ग्राफ से क्या यह कहना ठीक होगा कि यह कण $t < 0$ के लिए किसी सरल रेखा में और $t > 0$ के लिए किसी परवलीय पथ में गति करता है। यदि नहीं, तो ग्राफ के संगत किसी उचित भौतिक संदर्भ का सुझाव दीजिए।

हल नहीं, ग्राफ की सहायता से यह कहना सही नहीं है कि कण समय $t < 0$ के लिए एक सरल रेखा में तथा समय $t > 0$ के लिए परवलयाकार पथ पर गति करता है, क्योंकि x-t ग्राफ कण के पथ की आकृति को प्रदर्शित नहीं करता है।

ग्राफ प्रदर्शित करता है कि कण $t = 0$ पर $x = 0$ पर है तत्पश्चात x समय के साथ बढ़ रहा है।

संदर्भ ग्राफ के संगत उचित संदर्भ गुरुत्व के अन्तर्गत मुक्त रूप से गिरती वस्तु का हो सकता है।

प्रश्न 18. किसी राजमार्ग पर पुलिस की कोई गाड़ी 30 km/h की चाल से चल रही है और यह उसी दिशा में 192 km/h की चाल से जा रही किसी चोर की कार पर गोली चलाती है। यदि गोली की नाल मुखी चाल 150 m/s है तो चोर की कार को गोली किस चाल के साथ आघात करेगी?

हल पुलिस की गाड़ी की चाल $(v_P) = 30$ km/h

$$= 30 \times \frac{5}{18} \text{ m/s} \qquad (\because 1 \text{ km/s} = \frac{5}{18} \text{ m/s})$$

$$= \frac{25}{3} \text{ m/s}$$

चोर की कार की चाल $(v_T) = 192$ km/h

$$= 192 \times \frac{5}{18} \text{ m/s} = \frac{160}{3} \text{ m/s}$$

गोली की नाल मुखी चाल $(v_B) = 150$ m/s

गोली, पुलिस की गाड़ी की चाल भी साझा करती है, अतः गोली की प्रभावी चाल

$$v_B' = v_B + v_P = 150 + \frac{25}{3} = \frac{475}{3} \text{ m/s}$$

गोली की चाल जिससे वह चोर की कार से टकराती है = गोली की चोर की कार के सापेक्ष चाल (v_{BT})

$$v_{BT} = v_B' - v_T = \left(\frac{475}{3} - \frac{160}{3}\right) \text{m/s} = \frac{315}{3} = 105 \text{ m/s}$$

अतः गोली चोर की कार से 105 m/s की चाल से टकराएगी।

प्रश्न 19. चित्र में दिखाए गए प्रत्येक ग्राफ के लिए किसी उचित भौतिक स्थिति का सुझाव दीजिए

a

C

(a) (b) (c)

हल (a) x-t ग्राफ का AB भाग प्रदर्शित करता है $x = 0$, अर्थात् वस्तु विराम में है। BC भाग प्रदर्शित करता है कि x समय t के साथ नियत चाल से बढ़ता है (क्योंकि x-t ग्राफ का ढलान चाल को प्रदर्शित करता है) तथा C पर अधिकतम हो जाता है। भाग CE प्रदर्शित करता है कि x समय t के सापेक्ष नियत चाल से घटता है तथा बिंदु D पर शून्य हो जाता है तत्पश्चात् विपरीत दिशा में उसी दर से बिंदु E तक बढ़ता है। भाग EF प्रदर्शित करता है कि वस्तु E से F तक समय t के साथ स्थिति परिवर्तित न कर अब उसी स्थिति में बनी रहती है।

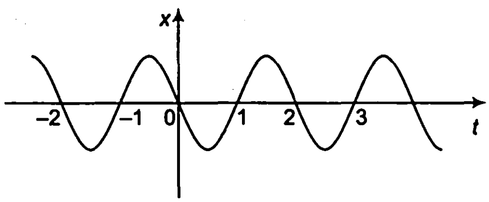
ऐसी स्थिति तब प्राप्त होती है जब एक कमरे में चिकने फर्श पर विराम में स्थित गेंद को किक किया जाता है। गेंद दीवार से टकराती है तथा विपरीत दिशा में पहले से कम वेग से वापस लौटती है क्योंकि भाग CD का ढलान, भाग BC के ढलान से कम है। जब गेंद विपरीत दीवार से टकराती है तब यह विराम स्थिति में आ जाती है।

(b) यह ग्राफ प्रदर्शित करता है कि वेग चिह्न बार-बार परिवर्तित होता है तथा प्रत्येक बार उसकी चाल कुछ कम हो जाती है। ऐसी स्थिति तब प्राप्त होती है जब एक गेंद को कुछ प्रारम्भिक वेग से ऊपर की ओर फेंका जाता है। ऊपर की ओर गति

करते हुए गेंद का वेग निरंतर कम होता है तथा अधिकतम ऊँचाई की स्थिति पर शून्य हो जाता है। अब वापस आते समय यह गुरुत्व के अन्तर्गत मुक्त रूप से गिरती है इस समय इसका वेग पहले से विपरीत दिशा में बढ़ता हैं। पृथ्वी से टकराने पर प्रत्येक बार गेंद पहले की अपेक्षा कम वेग से उछलती है।

(c) यह ग्राफ प्रदर्शित करता है कि प्रारम्भ में त्वरण शून्य है, अर्थात् वस्तु नियत चाल से गति कर रही है। इसका त्वरण एक सूक्ष्म समयान्तराल के लिए बढ़ता है और फिर घट कर पुनः शून्य हो जाता है तत्पश्चात् वस्तु पुनः नियत चाल से गति करती है। यह स्थिति तब प्राप्त होती है जब नियत चाल से गति कर रही क्रिकेट की गेंद एक सूक्ष्म समयांतराल के लिए बल्ले से टकराती है उस समय यह त्वरित होती है तत्पश्चात पुनः नियत चाल से गति करती है।

प्रश्न 20. चित्र में किसी कण की 'एकविमीय' सरल आवर्ती गति के लिए x-t ग्राफ दिखाया गया है। (इस गति के बारे में आप अध्याय 14 में पढ़ेंगे) समय $t = 0.3$ s, 1.2 s, − 1.2 s पर कण के स्थिति, वेग व त्वरण के चिह्न क्या होंगे?



सरल आवर्त गति में त्वरण $a = -\omega^2 x$ अर्थात् त्वरण विस्थापन के अनुक्रमानुपाती तथा दिशा में इसके विपरीत होता है।

हल सरल आवर्त गति में, त्वरण निम्न सूत्र द्वारा दिया गया है

$$a = -\omega^2 x \qquad \ldots(i)$$

जहाँ, x विस्थापन तथा ω कोणीय वेग है तथा ऋणात्मक चिह्न यह प्रदर्शित करता है कि त्वरण की दिशा, विस्थापन की दिशा के विपरीत होती है।

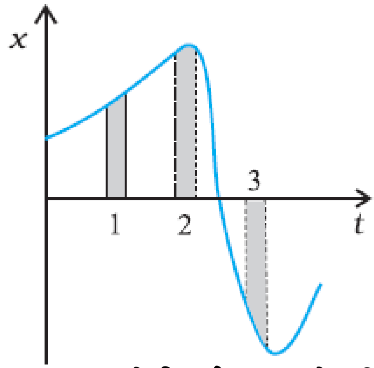
$$\text{वेग } v = \frac{dx}{dt} = x\text{-}t \text{ ग्राफ का ढलान} \qquad \ldots(ii)$$

(a) समय $t = 0.3$ s पर, x ऋणात्मक तथा x-t ग्राफ का ढलान ऋणात्मक है। अतः कण की स्थिति तथा वेग ऋणात्मक है परन्तु समीकरण (i) के अनुसार त्वरण धनात्मक है।

(b) समय $t = 1.2$ s पर, x धनात्मक तथा x-t ग्राफ का ढलान धनात्मक है। अतः कण की स्थिति तथा वेग धनात्मक है परन्तु समीकरण (i) के अनुसार त्वरण ऋणात्मक है।

(c) समय $t = -1.2$ s पर, x तथा t दोनों ऋणात्मक हैं। अतः कण की स्थिति ऋणात्मक है। x तथा t दोनों के ऋणात्मक होने के कारण समीकरण (ii) से वेग धनात्मक है तथा समीकरण (i) से त्वरण धनात्मक है।

प्रश्न 21. चित्र किसी कण की एकविमीय गति का *x-t* ग्राफ दर्शाता है। इसमें तीन समान अंतराल दिखाए गए हैं। किस अंतराल में औसत चाल अधिकतम है और किसमें न्यूनतम है? प्रत्येक अंतराल के लिए औसत वेग का चिह्न बताइए।

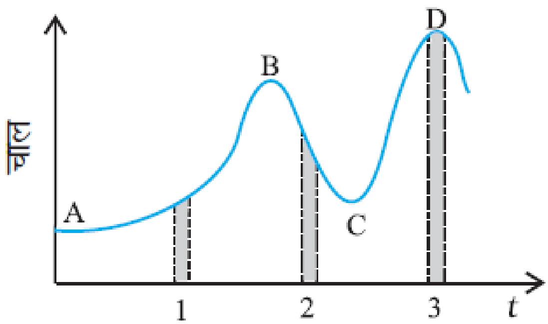


x-t ग्राफ का ढलान उस समयांतराल के लिए औसत चाल को प्रदर्शित करता है अर्थात् *x-t* ग्राफ का ढलान अधिक होने पर औसत चाल भी अधिक होगी।

हल कण की औसत चाल अंतराल 3 के लिए अधिकतम है क्योंकि इस अंतराल के लिए *x-t* ग्राफ का ढलान अधिकतम है। कण की औसत चाल अंतराल 2 के लिए न्यूनतम है क्योंकि *x-t* ग्राफ का ढलान इस अंतराल के लिए न्यूनतम है।

अंतराल 1 व 2 के लिए *x-t* ग्राफ का ढलान धनात्मक तथा अंतराल 3 के लिए ऋणात्मक है, अतः अंतराल 1 व 2 के लिए औसत चाल धनात्मक एवं अंतराल 3 के लिए ऋणात्मक है।

प्रश्न 22. चित्र में किसी नियत (स्थिर) दिशा के अनुदिश चल रहे कण का चाल–समय ग्राफ दिखाया गया है। इसमें तीन समान समयांतराल दिखाए गए हैं। किस अंतराल में औसत त्वरण का परिमाण अधिकतम होगा? किस अंतराल में औसत चाल अधिकतम होगी? धनात्मक दिशा को गति की स्थिर दिशा चुनते हुए तीनों अंतरालों में v तथा a के चिह्न बताइए। $A, B, C,$ व D बिंदुओ पर त्वरण क्या होंगे?



हल *v-t* ग्राफ का ढलान अंतराल 2 के लिए अधिकतम है अतः अंतराल 2 के लिए औसत त्वरण का परिमाण अधिकतम होगा।

औसत चाल अंतराल 3 के लिए अधिकतम है क्योंकि शीर्ष *D* के संगत चाल- अक्ष पर औसत चाल का मान अधिकतम है।

अंतराल 1 में चाल > 0, अतः चाल धनात्मक है। *v-t* ग्राफ का ढलान भी धनात्मक है, अतः त्वरण भी धनात्मक है।

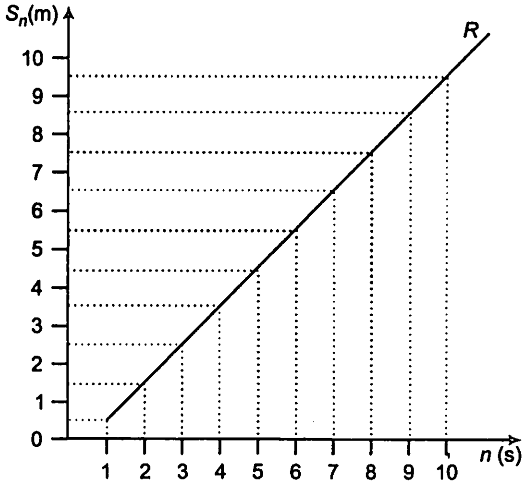
अंतराल 2 में चाल > 0, अतः चाल धनात्मक है। *v-t* ग्राफ का ढलान ऋणात्मक है, अतः त्वरण ऋणात्मक है।

अंतराल 3 में चाल > 0, अतः चाल धनात्मक है।

v-t ग्राफ का ढलान शून्य है, क्योंकि ग्राफ समय- अक्ष के समान्तर है। अतः त्वरण शून्य है।

बिन्दु *A,B,C* तथा *D* पर ग्राफ समय- अक्ष के समान्तर है, अतः *v-t* ग्राफ का ढलान शून्य है। अतः इन सभी चारों बिन्दुओं पर त्वरण शून्य है।

प्रश्न 23. कोई तीन पहिए वाला स्कूटर अपनी विरामावस्था से गति प्रारंभ करता है। फिर 10 s तक किसी सीधी सड़क पर $1\ m/s^2$ के एकसमान त्वरण से चलता है इसके बाद वह एकसमान वेग से चलता है। स्कूटर द्वारा *n* वें सेकण्ड (*n* = 1, 2, 3, ...) में तय की गई दूरी को *n* के सापेक्ष आलेखित कीजिए। आप क्या आशा करते हैं कि त्वरित गति के दौरान यह ग्राफ कोई सरल रेखा या कोई परवलय होगा?



हल यहाँ, प्रारम्भिक वेग $(u) = 0$

त्वरण $(a) = 1\,m/s^2$

n वें सेकण्ड में तय की गई दूरी

$$S_n = u + \frac{a}{2}(2n - 1)$$

तीन पहिए वाले स्कूटर के लिए $u = 0$, अतः

$$S_n = \frac{a}{2}(2n - 1)$$

$n = 1, 2, 3 \ldots 10\,s$ रखने पर

$$S_1 = \frac{1}{2}(2\times1-1) = \frac{1}{2} = 0.5\,\text{m}$$

$$S_2 = \frac{1}{2}(2\times2-1) = \frac{3}{2} = 1.5\,\text{m}$$

$$S_3 = \frac{1}{2}(2\times3-1) = \frac{5}{2} = 2.5\,\text{m}$$

$$S_{10} = \frac{1}{2}(2\times10-1) = \frac{19}{2} = 9.5\,\text{m}$$

n के विभिन्न मानों के संगत S_n के मान नीचे सारणी में दिए गए हैं।

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S_n	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5

तीन पहिए वाले स्कूटर द्वारा तय की गई दूरी n के अनुक्रमानुपाती है, अतः हमें त्वरित गति के लिए एक सरल रेखीय ग्राफ प्राप्त होता है तत्पश्चात् एकसमान गति के लिए समय -अक्ष के समांतर रेखा प्राप्त होती है।

प्रश्न 24. किसी स्थिर लिफ्ट में (जो ऊपर से खुली है) कोई बालक खड़ा है। वह अपने पूरे जोर से एक गेंद ऊपर की ओर फेंकता है जिसकी प्रारंभिक चाल 49 m/s है। उसके हाथों में गेंद के वापिस आने में कितना समय लगेगा? यदि लिफ्ट ऊपर की ओर 5 m/s की एकसमान चाल से गति करना प्रारंभ कर दे और वह बालक फिर गेंद को अपने पूरे जोर से फेंकता तो कितनी देर में गेंद उसके हाथों में लौट आएगी?

हल गेंद का प्रारम्भिक वेग $(u) = 49\,\text{m/s}$, त्वरण $(a) = -g = -9.8\,\text{m/s}^2$

तथा उच्चतम बिन्दु पर अन्तिम वेग $(v) = 0$

(a) जब लिफ्ट स्थिर है

गति के समीकरण से, $v = u + at$

$$0 = 49 + (-9.8)\times t \quad \text{या} \quad t = \frac{49}{9.8} = 5\,\text{s}$$

परन्तु, गेंद के नीचे आने का समय = गेंद के ऊपर जाने का समय

∴ बालक के हाथ तक गेंद के वापिस आने में लगा कुल समय

$$= 2t = 2\times5 = 10\,\text{s}$$

(b) जब लिफ्ट ऊपर की ओर नियत चाल से गति कर रही है

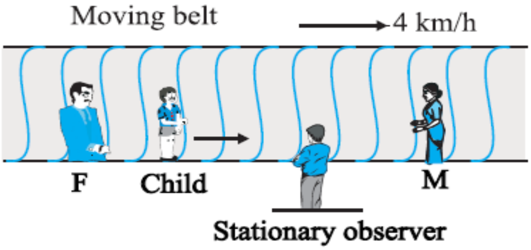
जब लिफ्ट ऊपर की ओर नियत चाल से गति कर रही है तब उसका त्वरण शून्य है। अतः गेंद की बालक के सापेक्ष चाल, गेंद की अपनी चाल के बराबर अर्थात् 49 m/s होगी। अतः गेंद बालक के हाथ में समान समय अर्थात 10 s में लौटेगी।

प्रश्न 25. क्षैतिज में गतिमान कोई लंबा पट्टा (चित्र) में 4 km/h की चाल से चल रहा है। एक बालक इस पर (पट्टा के सापेक्ष) 9 km/h की चाल से कभी आगे कभी पीछे अपने माता-पिता के बीच दौड़ रहा है। माता-पिता के बीच 50 m की दूरी है। बाहर किसी स्थिर प्लेटफॉर्म पर खड़े एक प्रेक्षक के लिए, निम्नलिखित का मान प्राप्त करिए।

(a) पट्टे की गति की दिशा में दौड़ रहे बालक की चाल,

(b) पट्टे की गति की दिशा के विपरीत दौड़ रहे बालक की चाल,

(c) बच्चे द्वारा (a) व (b) में लिया गया समय यदि बालक की गति का प्रेक्षण उसके माता या पिता करें तो कौन–सा उत्तर बदल जाएगा?



हल (a) जब बालक पट्टे की गति की दिशा में गति कर रहा है

पट्टे की चाल $(v_b) = 4$ km/h

बालक की पट्टे के सापेक्ष चाल $(v_c) = 9$ km/h

माता तथा पिता के बीच की दूरी = 50 m = 0.05 km

बालक की स्थिर प्रेक्षक के सापेक्ष चाल

$$v'_c = v_c + v_b$$
$$= 9 + 4 = 13 \text{ km/h}$$

(b) जब बालक पट्टे की गति की दिशा के विपरीत गति करता है

$$v_b = +\,4 \text{ km/h}$$
$$v_c = -\,9 \text{ km/h}$$

∴ बालक की स्थिर प्रेक्षक के सोपक्ष चाल

$$v''_c = v_c + v_b$$
$$= -9 + 4 = -5 \text{ km/h}$$

यहाँ ऋणात्मक चिह्न यह प्रदर्शित करता है कि बालक पट्टे की गति की दिशा के विपरीत दिशा में गति करता प्रतीत होगा।

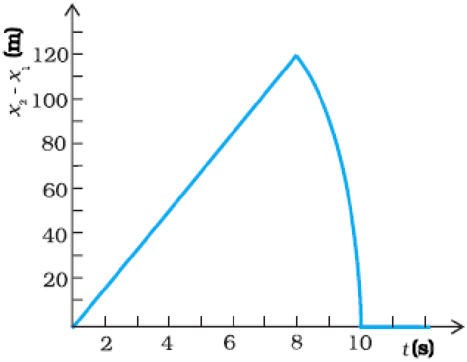
(c) क्योंकि माता-पिता तथा बालक एक ही पट्टे पर स्थित हैं अत: स्थिर प्रेक्षक द्वारा दोनों स्थितियों में प्रेक्षित बालक की चाल, चाहे वह पिता की ओर अथवा माता की ओर दौड़ रहा है, 9 km/h होगा।

∴ अतः स्थिति (a) तथा (b) में बालक द्वारा लिया गया समय

$$t = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{0.05 \text{ km}}{9 \text{ km/h}}$$
$$= \frac{0.5}{9} \times 3600 \text{ s} = 20 \text{ s} \qquad (\because 1 \text{ h} = 3600 \text{ s})$$

यदि बालक की गति का प्रेक्षण माता या पिता में से किसी एक के द्वारा लिया जाए तब स्थिति (a) तथा (b) का उत्तर परिवर्तित हो जाएगा, क्योंकि बालक की माता या पिता में से किसी एक के सापेक्ष चाल 9 km/h है, परन्तु स्थिति (c) का उत्तर अपरिवर्तित रहेगा क्योंकि बालक एवं माता-पिता एक ही पट्टे पर स्थित हैं।

प्रश्न 26. किसी 200 m ऊँची खड़ी चट्टान के किनारे से दो पत्थरों को एक साथ ऊपर की ओर 15 m/s तथा 30 m/s की प्रारंभिक चाल से फेंका जाता है। इसका सत्यापन कीजिए कि नीचे दिखाया गया (चित्र) पहले पत्थर के सापेक्ष दूसरे पत्थर की आपेक्षिक स्थिति का समय के साथ परिवर्तन को प्रदर्शित करता है। वायु के प्रतिरोध को नगण्य मानिए और यह मानिए कि जमीन से टकराने के बाद पत्थर ऊपर की ओर उछलते नहीं। मान लीजिए $g = 10\ m/s^2$ ग्राफ के रेखीय व वक्रीय भागों के लिए समीकरण लिखिए।



हल चट्टान के किनारे की ऊँचाई $(x_0) = 200\ m$

$$\text{त्वरण } (a) = -10\ m/s^2$$

पहले पत्थर के लिए,

$$\text{पत्थर का वेग } u_1 = 15\ m/s$$

$$\text{समीकरण, } x_1 = x_0 + u_1 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 200 + 15t + \frac{1}{2}(-10)t^2$$

$$x_1 = 200 + 15t - 5t^2 \qquad \ldots(i)$$

जब पत्थर जमीन से टकराता है, तब $x_1 = 0$

∴ $$0 = 200 + 15t - 5t^2$$

अथवा $$t^2 - 3t - 40 = 0$$

अथवा $$t^2 - 8t + 5t - 40 = 0$$

$$t(t-8) + 5(t-8) = 0$$

अथवा $$(t-8)(t+5) = 0$$

अथवा $$t = 8\ s$$

अथवा $$t = -5\ s$$

परन्तु, $t = -5\ s$ सम्भव नहीं है।

जमीन से टकराने में लगा समय ∴ $t = 8\ s$

दूसरे पत्थर के लिए,

पत्थर की चाल $u_2 = 30 \text{ m/s}$

समीकरण, $x_2 = x_0 + u_2 t + \frac{1}{2}at^2$

$$= 200 + 30t + \frac{1}{2}(-10)t^2$$

$$= 200 + 30t - 5t^2 \quad \ldots(ii)$$

जब पत्थर जमीन से टकराता है, तब $x_2 = 0$

$\therefore$ $0 = 200 + 30t - 5t^2$

अथवा $t^2 - 6t - 40 = 0$

अथवा $t^2 - 10t + 4t - 40 = 0$

$t(t - 10) + 4(t - 10) = 0$

अथवा $(t - 10)(t + 4) = 0$

अथवा $t = 10 \text{ s}$ या $t = -4 \text{ s}$

परन्तु, $t = -4 \text{ s}$ सम्भव नहीं है।

$\therefore$ जमीन से टकराने में लगा समय $t = 10 \text{ s}$

अब, समी (i) में से समी (ii) को घटाने पर,

$$x_2 - x_1 = 15t \quad \ldots(iii)$$

$(x_2 - x_1)$ दूसरे पत्थर की पहले पत्थर के सापेक्ष स्थिति को प्रदर्शित करती है।

दूसरे पत्थर का पहले पत्थर के सापेक्ष वेग

$$u_{21} = u_2 - u_1$$

$$= 30 - 15 = 15 \text{ m/s}$$

$\therefore$ समय $t = 8 \text{ s}$ पर, दोनों पत्थरों के बीच की दूरी

$x_2 - x_1 = 15 \times 8$ [समीकरण (iii)]

$$= 120 \text{ m}$$

समीकरण (iii) एक सरल रेखा का समीकरण है, अतः ग्राफ का $t = s$ तक भाग OA एक सरल रेखा है समय $t = 8 \text{ s}$ पर पहला पत्थर जमीन से टकराता है इस समय दोनों पत्थरों के बीच की दूरी $(x_2 - x_1)$ अधिकतम अर्थात् 120 m है।

8 s बाद केवल दूसरा पत्थर गति में है।

दूसरे पत्थर के लिए,

$$x_2 - x_1 = x_0 + u_{21}t + \frac{1}{2}at^2$$

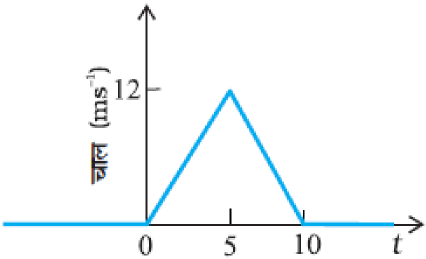
$$= 200 + 15t + \frac{1}{2}(-10)t^2$$

$$= 200 + 15t - 5t^2$$

यह एक परवलय का समीकरण है, अतः ग्राफ का परवलयाकार भाग *AB*, दूसरे पत्थर का पहले पत्थर के सापेक्ष 8 s से 10 s तक सापेक्ष स्थिति को प्रदर्शित करता है।

अतः दिया गया ग्राफ दूसरे पत्थर की पहले पत्थर के सापेक्ष स्थिति-समय ग्राफ को पूर्णतः प्रदर्शित करता है।

प्रश्न 27. किसी निश्चित दिशा के अनुदिश चल रहे किसी कण का चाल-समय ग्राफ चित्र में दिखाया गया है। कण द्वारा (a) $t = 0$ s से $t = 10$s (b) $t = 2$ s से 6 s के बीच तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए। (a) तथा (b) में दिए गए अंतरालों की अवधि में कण की औसत चाल क्या है?



किसी वस्तु द्वारा दिए गए समयांतराल में तय की गई दूरी चाल-समय ग्राफ तथा समय-अक्ष के बीच घिरी आकृति के क्षेत्रफल के बराबर होता है।

हल (a) कण द्वारा समयांतराल $t = 0$ s से $t = 10$ s के बीच तय की गई दूरी = त्रिभुज *OAB* का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$$= \frac{1}{2} \times OB \times AC$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 12$$

$$= 60 \text{ m}$$

इस समयांतराल के लिए कण की औसत चाल $= \frac{\text{कुल तय दूरी}}{\text{कुल लगा समय}}$

$$= \frac{60}{10} = 6 \text{ m/s}$$

(b) दिए गए ग्राफ के भाग *OA* से (त्वरित गति)

जब $t = 0, u = 0$

$t = 5$s तथा $v = 12$ m/s

गति के समीकरण से,

$$v = u + at$$

$$12 = 0 + a \times 5$$

अथवा $a = \frac{12}{5} = 2.4 \text{ m/s}^2$

$t = 2\,s$ के अंत में कण की चाल

$$v' = u + at$$
$$= 0 + 2.4 \times 2 = 4.8\,m/s$$

$t = 2\,s$ से $t = 5\,s$ तक अर्थात् 3 s में त्वरित गति में तय की गई दूरी, जिसके लिए प्रारम्भिक वेग

$$u = v' = 4.8\,m/s$$

गति के समीकरण से, $s_1 = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$= 4.8 \times 3 + \frac{1}{2} \times 2.4 \times (3)^2$$
$$= 14.4 + 10.8$$
$$= 25.2\,m$$

दिए गए ग्राफ के भाग AB से (मन्दित गति)

समय $t = 5\,s$ पर प्रारम्भिक वेग, $u = 12\,m/s$

कण द्वारा लिया गया समय $t = (10 - 5) = 5\,s$

समय $t = 10\,s$ पर अंतिम वेग, $v = 0$

गति के समीकरण से, $v = u + at$

$$0 = 12 + a \times 5$$

अथवा $$a = -\frac{12}{5} = -2.4\,m/s^2$$

कण द्वारा $t = 5\,s$ से $t = 6\,s$ अर्थात् 1 s में मन्दित गति में तय की गई दूरी

$$s_2 = ut + \frac{1}{2}at^2$$
$$= 12 \times 1 + \frac{1}{2}(-2.4) \times 1$$
$$= 12 - 12$$
$$= 10.8\,m$$

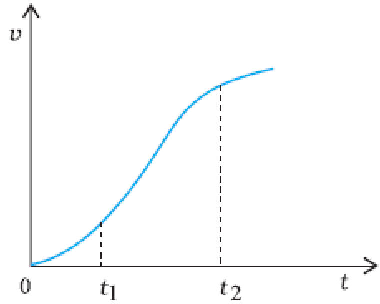
$\therefore$ कण द्वारा, $t = 2\,s$ से $t = 6\,s$ तक तय की गई कुल दूरी

$$s = s_1 + s_2$$
$$= 25.2 + 10.8$$
$$= 36.0\,m$$

इस समयांतराल के लिए कण की औसत चाल $= \frac{\text{कुल तय दूरी}}{\text{कुल लगा समय}}$

$$= \frac{36}{(6 - 2)}$$
$$= \frac{36}{4} = 9\,m/s$$

प्रश्न 28. एकविमीय गति में किसी कण का वेग-समय ग्राफ चित्र में दिखाया गया है: नीचे दिए सूत्रों में t_1 से t_2 तक के समयांतराल की अवधि में कण की गति का वर्णन करने के लिए कौन-से सूत्र सही है?



(a) $x(t_2) = x(t_1) + v(t_1)(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}a(t_2 - t_1)^2$

(b) $v(t_2) = v(t_1) + a(t_2 - t_1)$

(c) $v_{av} = \left[\frac{x(t_2) - x(t_1)}{(t_2 - t_1)}\right]$

(d) $a_{av} = \frac{[v(t_2) - v(t_1)]}{(t_2 - t_1)}$

(e) $x(t_2) = x(t_1) + v_{av}(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}a_{av}(t_2 - t_1)^2$

(f) $x(t_2) - x(t_1) =$ t-अक्ष तथा दिखाई गई बिंदुकित रेखा के बीच दर्शाए गए वक्र के अंतर्गत आने वाला क्षेत्रफल।

हल दिए गए ग्राफ का समयांतराल t_1 से t_2 तक ढलान न तो नियत है और न ही एकसमान। इसका तात्पर्य है कि त्वरण न तो नियत है और न ही एकसमान। अतः सम्बन्ध (a), (b) तथा (e) सही नहीं है जोकि एकसमान त्वरित गति के लिए हैं परन्तु सम्बन्ध (c), (d) तथा (f) सही हैं क्योंकि ये सम्बन्ध एकसमान व असमान दोनों प्रकार की गतियों के लिए सत्य हैं।