Chapter-5 Laws of Motion

गति के नियम

प्रश्नावली

प्रश्न 1. निम्नलिखित पर कार्यरत् नेट बल का परिमाण व उसकी दिशा लिखिए

(a) **एकसमान चाल से नीचे गिरती वर्षा की कोई बूंद,**

(b) **जल में तैरता 10 g संहति का कोई कार्क,**

(c) **कुशलता से आकाश में स्थिर रोकी गई कोई पतंग,**

(d) **30 km/h के एकसमान वेग से ऊबड़-खाबड़ सड़क पर गतिशील कोई कार,**

(e) **सभी गुरुत्वीय पिण्डों से दूर तथा विद्युत और चुंबकीय क्षेत्रों से मुक्त, अंतरिक्ष में तीव्र चाल वाला इलेक्ट्रॉन।**

बल $F = ma$, अर्थात् किसी अत्वरित कण पर कार्यरत् बल शून्य होता है। ($\because a = 0, \therefore F = 0$)

हल (a) क्योंकि वर्षा की बूँद एक नियत चाल से नीचे गिर रही है, अतः इसका त्वरण शून्य है। न्यूटन के गति के द्वितीय नियम से, बूँद पर कार्यरत् परिणामी बल $F = ma = 0$ है।

(b) तैरने की अवस्था में, किसी वस्तु का भार उस पर कार्यरत् उत्प्लावन बल से सन्तुलित होता है। अतः जल पर तैरते कार्क पर कार्यरत् परिणामी बल शून्य है।

(c) आकाश में पतंग को कुशलता से स्थिर रोका गया है, अतः पतंग का त्वरण शून्य है। अतः पतंग पर कार्यरत् परिणामी बल $F = ma = 0$ है।

(d) क्योंकि कार एक नियत वेग से गति कर रही है, अतः इसका त्वरण शून्य है। अतः कार पर कार्यरत् बल $F = ma = 0$ है।

(e) क्योंकि इलेक्ट्रॉन अंतरिक्ष में गुरुत्वीय पिण्डों से दूर तथा विद्युत और चुम्बकीय क्षेत्रों से मुक्त क्षेत्र में गति कर रहा है। अतः इलेक्ट्रॉन पर कार्यरत् परिणामी बल शून्य है।

प्रश्न 2. 0.05 kg संहति का कोई कंकड़ ऊर्ध्वाधर ऊपर फेंका गया है। नीचे दी गई प्रत्येक परिस्थिति में कंकड़ पर लग रहे नेट बल का परिमाण व उसकी दिशा लिखिए।

(a) **उपरिमुखी गति के समय।**

(b) **अधोमुखी गति के समय।**

(c) **उच्चतम बिंदु पर जहाँ क्षण भर के लिए यह विराम में रहता है। यदि कंकड़ को क्षैतिज दिशा से 45° कोण पर फेंका जाए, तो क्या आपके उत्तर में कोई परिवर्तन होगा? (वायु प्रतिरोध को उपेक्षणीय मानिए)**

हल जब एक वस्तु को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका जाता है अथवा वह मुक्त रूप से गुरुत्व के अन्तर्गत गिरता है तब उस पर पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण के कारण एक त्वरण $g = 10\ m/s^2$ नीचे की ओर कार्य करता है।

कंकड़ का द्रव्यमान $(m) = 0.05\ kg$

(a) **ऊपर की ओर गति के समय**

कंकड़ पर कार्यरत् परिणामी बल $(F) = ma$

$= 0.05 \times 10\ N \quad = 0.50\ N$ (ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर)

(b) **नीचे की ओर गति के समय**

कंकड़ पर कार्यरत् परिणामी बल $(F) = ma$

$= 0.05 \times 10\,N$

$= 0.50\,N$ (ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर)

(c) **उच्चतम बिन्दु पर**

कंकड़ पर कार्यरत् परिणामी बल $(F) = ma$

$= 0.05 \times 10\,N$

$= 0.50\,N$ (ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर)

यदि कंकड़ को क्षैतिज से 45° के कोण पर फेंका जाए तब उस पर कार्यरत् त्वरण तथा उस पर कार्यरत् बल अर्थात् 0.50 N (ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर) अपरिवर्तित रहता है। खण्ड (c) में उच्चतम बिन्दु पर वेग का ऊर्ध्वाधर घटक शून्य होगा परन्तु वेग का क्षैतिज घटक शून्य नहीं होगा।

प्रश्न 3. **0.1 kg संहति के पत्थर पर कार्यरत् नेट बल का परिमाण व उसकी दिशा निम्नलिखित परिस्थितियों में ज्ञात कीजिए**

(a) **पत्थर को स्थिर रेलगाड़ी की खिड़की से गिराने के तुरंत पश्चात्।**

(b) **पत्थर को 36 kmh^{-1} के एकसमान वेग से गतिशील किसी रेलगाड़ी की खिड़की से गिराने के तुरंत पश्चात्।**

(c) **पत्थर के 1 ms^{-2} के त्वरण से गतिशील किसी रेलगाड़ी की खिड़की से गिराने के तुरंत पश्चात्।**

(d) **पत्थर 1 ms^{-2} के त्वरण से गतिशील किसी रेलगाड़ी के फर्श पर पड़ा है तथा वह रेलगाड़ी के सापेक्ष विराम में है।**

उपरोक्त सभी स्थितियों में वायु का प्रतिरोध उपेक्षणीय मानिए।

किसी वस्तु को ट्रेन से फेंका जाता है तब ठीक उसी क्षण से वस्तु पर ट्रेन का प्रभाव शून्य हो जाता है अर्थात् वस्तु पर ट्रेन के त्वरण का प्रभाव शून्य हो जाता है।

हल पत्थर का द्रव्यमान $(m) = 0.1\,kg$

(a) जब पत्थर को स्थिर रेलगाड़ी की खिड़की से गिराया जाता है तो यह मुक्त रूप से गुरुत्व के अंतर्गत गिरती है।

$\therefore$ पत्थर पर कार्यरत् बल $(F) = mg = 0.1 \times 10$

$= 1.0\,N$ (ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर)

(b) रेलगाड़ी 36 km / h के एकसमान वेग से गति कर रही है। अतः उसकी खिड़की से पत्थर गिराने के तुरन्त बाद पत्थर का क्षैतिज त्वरण शून्य होगा। अतः पत्थर पर कार्यरत् परिणामी बल $(F) = mg = 0.1 \times 10$

$= 1.0\,N$ (ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर)

(c) रेलगाड़ी 1 m/s^2 के त्वरण से त्वरित गति कर रही है परन्तु उसकी खिड़की से गिरने के तुरन्त पश्चात् पत्थर का क्षैतिज त्वरण शून्य होगा। अतः पत्थर पर कार्यरत् परिणामी बल

$f = mg = 0.1 \times 10 = 1.0\,N$ (ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर)

(d) जब पत्थर रेलगाड़ी के फर्श पर पड़ा है, तब यह रेलगाड़ी के त्वरण से गति करेगा।

∴ पत्थर पर कार्यरत् परिणामी बल $(F) = ma$

$= 0.1 \times 1 = 0.1$ N (रेलगाड़ी की गति की दिशा में)

प्रश्न 4. *l* **लंबाई की एक डोरी का एक सिरा** *m* **संहति के किसी कण से तथा दूसरा सिरा चिकनी क्षैतिज मेज पर लगी खूँटी से बँधा है। यदि कण** *v* **चाल से वृत्त में गति करता है तो कण पर (केन्द्र की ओर निर्देशित) नेट बल है**

(i) T (ii) $T - \frac{mv^2}{l}$ (iii) $T + \frac{mv^2}{l}$ (iv) 0

T **डोरी में तनाव है। सही विकल्प चुनिए।**

जब डोरी से बंधा एक पिण्ड वृत्तीय पथ पर गति करता है तब आवश्यक अभिकेन्द्र बल डोरी में तनाव से प्राप्त होता है।

हल जब डोरी से बँधा कोई कण वृत्तीय पथ पर गति करता है तो आवश्यक अभिकेन्द्र बल डोरी में तनाव से प्राप्त होता है।

∴ कण पर केन्द्र की ओर कार्यरत् परिणामी बल

= अभिकेन्द्र बल = डोरी में तनाव = T

∴ सही विकल्प T है।

प्रश्न 5. **15 ms^{-1} की आरंभिक चाल से गतिशील 20 kg संहति के किसी पिण्ड पर 50 N का स्थाई मंदन बल आरोपित किया गया है। पिण्ड को रुकने में कितना समय लगेगा?**

हल मन्दन बल $F = -50$ N

पिण्ड की संहति $m = 20$ kg

प्रारम्भिक चाल $u = 15$ m/s

अन्तिम चाल $v = 0$

सयम $t = ?$

बल $F = ma$

या $$a = \frac{F}{m} = -\frac{50}{20} = -2.5 \text{ m/s}^2$$ (प्रतिकर्षण)

गति के समीकरण $v = u + at$ से,

∴ $$0 = 15 + (-2.5)t$$

अथवा $$t = \frac{15}{2.5} = 6 \text{ s}$$

प्रश्न 6. **3.0 kg संहति के किसी पिण्ड पर आरोपित कोई बल 25 s में उसकी चाल को 2.0 ms^{-1} से 3.5 m s^{-1} कर देता है। पिण्ड की गति की दिशा अपरिवर्तित रहती है। बल का परिमाण व दिशा क्या है?**

हल पिण्ड की संहति $m = 3.0\,kg$

प्रारम्भिक चाल $u = 2.0\,m/s$

अन्तिम चाल $v = 3.5\,m/s$

समय $t = 25\,s$

बल $F = ?$

गति के प्रथम समीकरण $v = u + at$ से

$\therefore$ $$3.5 = 2.0 + a \times 25$$

अथवा $$a = \frac{3.5 - 2.0}{25}\,m/s^2$$

त्वरण $$a = \frac{1.5}{25}\,m/s^2$$

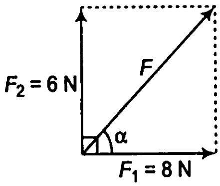
$\therefore$ पिण्ड पर कार्यरत् बल $F = ma$

$$= 3.0 \times \frac{1.5}{25} = \frac{4.5}{25}\,N = 0.18\,N$$

क्योंकि पिण्ड की गति की दिशा अपरिवर्तित रहती है, इसलिए पिण्ड पर कार्यरत् बल की दिशा गति की दिशा में है।

प्रश्न 7. 5.0 kg संहति के किसी पिण्ड पर 8 N व 6 N के दो लंबवत् बल आरोपित हैं। पिण्ड के त्वरण का परिमाण व दिशा ज्ञात कीजिए।

हल पिण्ड का द्रव्यमान $m = 5\,kg$



पिण्ड पर कार्यरत् बल $F_1 = 8\,N$

बल F_1 के लम्बवत् पिण्ड पर कार्यरत् बल

$$F_2 = 6\,N$$

दोनों बलों के बीच कोण $\theta = 90°$

पिण्ड पर कार्यरत् परिणामी बल

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$$

$$= \sqrt{(8)^2 + (6)^2 + 2 \times 8 \times 6 \times \cos 90°}$$

$$= \sqrt{64 + 36} \qquad (\because \cos 90° = 0)$$

$$= 10\,N$$

यदि परिणामी बल F, बल F_1 से α कोण बनाए तब,

$$\tan\alpha = \frac{F_2}{F_1} = \frac{6}{8} = 0.75$$

$$= \tan 36°53'$$

$\therefore$ $$\alpha = 36°53'$$

सम्बन्ध $F = ma$ से,

$$\text{त्वरण } a = \frac{F}{m} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$

$\therefore$ पिण्ड पर 2 m/s^2 का त्वरण बल F_1 की दिशा से $36°53'$ पर कार्य कर रहा है।

प्रश्न 8. **36 km h^{-1} की चाल से गतिमान किसी ऑटो रिक्शा का चालक सड़क के बीच एक बच्चे को खड़ा देखकर अपने वाहन को ठीक 4.0 s में रोककर उस बच्चे को बचा लेता है। यदि ऑटो रिक्शा बच्चे के ठीक निकट रुकता है, तो वाहन पर लगा औसत मंदन बल क्या है? ऑटो रिक्शा तथा चालक की संहतियाँ क्रमश 400 kg और 65 kg हैं।**

हल ऑटो रिक्शा की प्रारम्भिक चाल $u = 36 \text{ km/h} = 36 \times \frac{5}{18} \text{ m/s}$

$$= 10 \text{ m/s} \qquad \left(\because 1 \text{ km/h} = \frac{5}{18} \text{ m/s}\right)$$

ऑटो रिक्शा की अन्तिम चाल $v = 0$

समय $t = 4.0 \text{ s}$

ऑटो रिक्शा का द्रव्यमान $m_1 = 400 \text{ kg}$

चालक का द्रव्यमान $m_2 = 65 \text{ kg}$

कुल द्रव्यमान $m = m_1 + m_2 = 400 + 65 = 465 \text{ kg}$

गति के समीकरण $v = u + at$ से,

$$0 = 10 + a \times 4.0$$

अथवा $$a = -\frac{10}{4.0} \text{ m/s}^2 = -2.5 \text{ m/s}^2$$

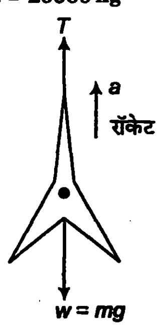
(त्वरण का ऋणात्मक चिह्न प्रदर्शित करता है कि यह मन्दन है।).

$\therefore$ वाहन पर लगा औसत मंदन बल

$$F = ma = 465 \times (-2.5) \text{ N} = -1162.5 \text{ N}$$

प्रश्न 9. **20000 kg उत्थापन संहति के किसी रॉकेट में 5 ms^{-2} के आरंभिक त्वरण के साथ ऊपर की ओर स्फोट किया जाता है। स्फोट का आरंभिक प्रणोद (बल) परिकलित कीजिए।**

हल रॉकेट का प्रारम्भिक द्रव्यमान $m = 20000 \text{ kg}$



प्रारम्भिक त्वरण $a = 5.0\,m/s^2$ (ऊपर की ओर)

माना स्फोट का आरम्भिक प्रणोद T है।

$$\therefore \quad T - mg = ma$$

अथवा

$$T = mg + ma = m(g + a)$$
$$= 20000 \times (9.8 + 5.0)$$
$$= 2 \times 10^4 \times 14.8\,N$$
$$= 29.6 \times 10^4\,N = 2.96 \times 10^5\,N$$

प्रश्न 10. उत्तकर की ओर $10\,ms^{-1}$ की एकसमान आरंभिक चाल से गतिमान 0.4 kg संहति के किसी पिण्ड पर दक्षिण दिशा के अनुदिश 8.0 N का स्थाई बल 30 s के लिए आरोपित किया गया है। जिस क्षण बल आरोपित किया गया उसे $t = 0$ तथा उस समय पिण्ड की स्थिति $x = 0$ लीजिए। $t = -5$ s, 25 s, 100 s पर इस कण की स्थिति क्या होगी?

हल पिण्ड का द्रव्यमान $m = 0.40\,kg$

पिण्ड की प्रारम्भिक चाल $u = 10\,m/s$ (उत्तर की ओर)

बल $F = 8.0\,N$ (दक्षिण की ओर)

$= -8.0\,N$ (ऋणात्मक चिह्न प्रदर्शित करता है कि यह एक मंदन बल है)

समय $t = 30\,s$

समय $t = 0$, पर पिण्ड की स्थिति $x = 0$

(i) **$t = -5\,s$ पर पिण्ड की स्थिति**

समय $t = -5\,s$ से $t = 0\,s$ तक पिण्ड की गति अत्वरित है। (उत्तर की ओर)

$\therefore$ पिण्ड द्वारा तय की गई दूरी $(x)_{-5} = u \times t$

$$(x)_{-5} = 10 \times (-5) = -50\,m$$

(ii) **$t = -25\,s$ पर पिण्ड की स्थिति**

समय $t = 0\,s$ से $t = 25\,s$ तक पिण्ड त्वरित गति में है।

$$\text{त्वरण } a = \frac{F}{m}$$

(पिण्ड में $0 \le t \le 30$ s तक उत्पन्न किया गया त्वरण)

$$= -\frac{8.0}{0.40} = -20\,m/s^2$$

गति के समीकरण $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ से,

$$x_{25} = 10 \times 25 + \frac{1}{2}(-20) \times (25)^2$$
$$= 250 - 6250 = -6000\,m$$
$$= -6\,km$$

(iii) $t = 100\,s$ **पर पिण्ड की स्थिति**

समय $t = 0\,s$ से $t = 30\,s$ तक पिण्ड त्वरित गति मे है उसके पश्चात् यह $t = 30\,s$ से $t = 100\,s$ तक नियत चाल से गति करता है।

30 s में तय की गई दूरी

$$x_{30} = 10 \times 30 + \frac{1}{2}(-20) \times (30)^2$$

$$= 300 - 9000$$

$$= -8700\,m$$

$t = 30\,s$ पर पिण्ड का वेग

$$v = u + at$$

$$= 10 + (-20) \times 30$$

$$= 10 - 600 = -590\,m/s$$

पिण्ड द्वारा समयान्तराल $t = 30\,s$ से $t = 100\,s$ तक तय की गई दूरी

$$x_{70} = vt$$

$$= (-590) \times 70$$

$$= -41300\,m$$

$\therefore$ $t = 100\,s$ पर पिण्ड की स्थिति

$$x_{100} = x_{30} + x_{70}$$

$$= -8700 + (-41300)\,m$$

$$= -50000\,m$$

$$= -50\,km$$

प्रश्न 11. कोई ट्रक विरामावस्था से गति आरंभ करके $2.0\ ms^{-2}$ के समान त्वरण से गतिशील रहता है। $t = 10\ s$ पर ट्रक के ऊपर खड़ा एक व्यक्ति धरती से 6 m की ऊँचाई से कोई पत्थर बाहर गिराता है। $t = 11\ s$ पर, पत्थर का (a) वेग तथा (b) त्वरण क्या है? (वायु का प्रतिरोध उपेक्षणीय मानिए।)

हल ट्रक की प्रारम्भिक चाल $u = 0$

त्वरण $a = 2\ m/s^2$

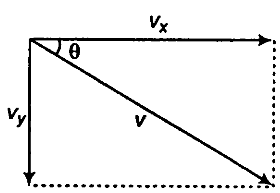
समय $t = 10\ s$

ट्रक द्वारा 10 s प्राप्त वेग

$$v = u + at$$

$$= 0 + 2 \times 10$$

$$= 20\ m/s$$



(a) पत्थर का प्रारम्भिक वेग जोकि अपरिवर्तित रहता है

$$v_x = 20\ m/s$$

जब ट्रक के ऊपर से पत्थर नीचे गिराया जाता है तब उसका प्रारम्भिक ऊर्ध्वाधर वेग $(u_y) = 0$

पत्थर द्वारा $t = 10$ s से $t = 11$ s तक अर्थात् 1 s में ऊर्ध्वाधर दिशा में प्राप्त वेग

$$v_y = u_y + gt$$
$$= 0 + 9.8 \times 1$$
$$v_y = 9.8 \text{ m/s}$$

∴ पत्थर का परिणामी वेग

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$
$$= \sqrt{(20)^2 + (9.8)^2}$$
$$= 22.4 \text{ m/s}$$

यदि परिणामी वेग क्षैतिज से θ कोण अन्तरित करता है, तब

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{9.8}{20} = 0.49$$
$$= \tan 26°12'$$

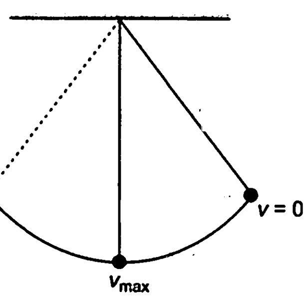
या $\theta = 26°12'$

(b) ट्रक से पत्थर को गिराने के तुरन्त बाद पत्थर पर ट्रक द्वारा लगाया गया क्षैतिज बल अथवा त्वरण शून्य हो जाते हैं तथा यह मुक्त रूप से गुरुत्व के अन्तर्गत गिरता है।

∴ पत्थर का त्वरण $a_y = g = 9.8 \text{ m/s}^2$

प्रश्न 12. किसी कमरे की छत से 2 m लंबी डोरी द्वारा 0.1 kg सहंति के गोलक को लटकाकर दोलन आरंभ किए गए। अपनी माध्य स्थिति पर गोलक की चाल 1 ms^{-1} है। गोलक का प्रक्षेप-पथ क्या होगा यदि डोरी को उस समय काट दिया जाता है जब गोलक अपनी (a) चरम स्थितियों में से किसी एक पर है तथा (b) माध्य स्थिति पर है?

सरल आवर्त गति में पिण्ड का वेग अधिकतम विस्थापन की स्थिति में शून्य तथा साम्य स्थिति में अधिकतम होता है।



हल (a) सरल आवर्त गति में गोलक का सीमान्त स्थिति में तात्क्षणिक वेग शून्य होता है। यदि किसी एक सीमान्त स्थिति पर डोरी को काट दिया जाए तो गोलक मुक्त रुप से गुरुत्व के अन्तर्गत गिरना प्रारम्भ कर देता है। अतः इसका प्रक्षेप पथ एक ऊर्ध्वाधर सरल रेखा होगी।

(b) सरल आवर्त गति में साम्य स्थिति में गोलक का वेग अधिकतम तथा चाप के स्पर्श रेखीय दिशा में अर्थात् क्षैतिज दिशा में होता है। यदि साम्य स्थिति पर डोरी काट दी जाए तब गोलक क्षैतिज प्रक्षेप्य की भाँति व्यवहार करेगा। जिसका प्रक्षेप पथ परवलयाकार होगा।

प्रश्न 13. किसी व्यक्ति की संहति 70 kg है। वह एक गतिमान लिफ्ट में तुला पर खड़ा है जो

(a) 10 ms^{-1} की एकसमान चाल से ऊपर जा रही है,

(b) 5 ms^{-2} के एकसमान त्वरण से नीचे जा रही है,

(c) 5 ms^{-2} के एकसमान त्वरण से ऊपर जा रही है,
तो प्रत्येक प्रकरण में तुला के पैमाने का पाठ्यांक क्या होगा?

(d) यदि लिफ्ट की मशीन में खराबी आ जाए और वह गुरुत्वीय प्रभाव में मुक्त रूप से नीचे गिरे तो पाठ्यांक क्या होगा?

जब कोई व्यक्ति तुला पर खड़ा होता है तो तुला व्यक्ति पर कार्यरत् लम्बवत् प्रतिक्रिया (R) को उसके आभासी भार के रूप में मापती है।

हल दिया है, व्यक्ति का द्रव्यमान $(m) = 70 \text{ kg}$

प्रत्येक स्थिति में तुला प्रतिक्रिया R को आभासी भार के रूप में मापती है।

(a) क्योंकि लिफ्ट ऊपर की ओर एकसमान चाल से गति कर रही है, अतः इसका त्वरण $a = 0$

∴ लम्बवत् प्रतिक्रिया $W = R = mg$

$$= 70 \times 10 \text{ N} = 700 \text{ N}$$

W लम्बवत् नीचे की ओर तथा R लम्बवत् ऊपर की ओर कार्य करता है।

$$\therefore \quad \text{तुला की माप} = \frac{700}{10} = 70 \text{ kg}$$

(b) लिफ्ट का त्वरण $a = 5 \text{ m/s}^2 (\downarrow)$

∴ लम्बवत् प्रतिक्रिया $R = m(g - a) = 70\,(10 - 5) \text{ N}$

$$= 70 \times 5 \text{ N} = 350 \text{ N}$$

$$\therefore \quad \text{तुला की माप} = \frac{350 \text{ N}}{10 \text{ m/s}^2} = 35 \text{ kg}$$

(c) लिफ्ट का त्वरण $a = 5 \text{ m/s}^2 (\uparrow)$

∴ लम्बवत् प्रतिक्रिया $R = m(g + a) = 70\,(10 + 5)$

$$= 1050 \text{ N}$$

$$\therefore \quad \text{तुला की माप} = \frac{1050 \text{ N}}{10 \text{ m/s}^2} = 105 \text{ kg}$$

(d) लिफ्ट का त्वरण जबकि यह मुक्त रूप से गुरुत्व के अन्तर्गत गिर रही है।

$$a = g\ (\downarrow)$$

∴ लम्बवत् प्रतिक्रिया $R = m(g - a)$

$$= m(g - g) = 0$$

∴ तुला की माप = 0

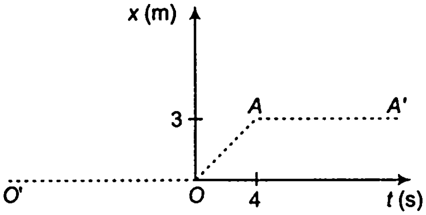
यह भारहीनता की अवस्था है।

प्रश्न 14. चित्र में 4 kg संहति के किसी पिण्ड का स्थिति-समय ग्राफ दर्शाया गया है।

(a) $t < 0$; $t > 4$ s; $0 < t < 4$ s के लिए पिण्ड पर आरोपित बल क्या है?

(b) $t = 0$ तथा $t = 4$ s आवेग क्या है?

(केवल एकविमीय गति पर विचार कीजिए)



वेग = स्थिति-समय ग्राफ का ढलान तथा आवेग = संवेग में परिवर्तन = $mv - mu$

हल (a) (i) $t < 0$ के लिए स्थिति समय-ग्राफ OO′ है, जिसके लिए कण का विस्थापन शून्य है। अतः कण मूल बिन्दु पर विराम में है। अतः कण पर कार्यरत् त्वरण एवं बल शून्य होगें।

(ii) $t > 4$ s, लिए स्थिति-समय ग्राफ AA' समय- अक्ष के समान्तर है। इसलिए $t > 4$ s के लिए कण मूल विन्दु से 3 m की नियत दूरी पर है। इसका तात्पर्य है कि कण विराम में है। अतः कण पर कार्यरत् त्वरण एवं बल शून्य होगा।

(iii) $0 < t < 4$ s, के लिए स्थिति समय-ग्राफ OA समय अक्ष से एक कोण पर झुकी सीधी रेखा है अर्थात् कण एक नियत चाल से गति कर रहा है।
अतः कण पर कार्यरत् त्वरण एवं बल शून्य होगा।

(b) **समय $t = 0$ पर आवेग**

(i) आवेग = संवेग में परिवर्तन = $mv - mu = m(v - u)$

समय $t = 0$ से पहले कण विराम में है, अतः $u = 0$

समय $t = 0$ के पश्चात् कण एक नियत वेग से गति कर रहा है।

कण का वेग = स्थिति-समय ग्राफ का ढलान

$$= \frac{3\text{ m}}{4\text{ s}} = 0.75\text{ m/s}$$

∴ आवेग = संवेग में परिवर्तन = 4 (0.75 − 0) = 3 kg-m/s

(ii) $t = 4\,s$ पर आवेग

$t = 4\,s$ से पहले कण एक नियत चाल $u = 0.75\,m/s$ से गति कर रहा है।

$t = 4\,s$ के पश्चात् कण पुनः विरामावस्था में है।

$\therefore \quad v = 0$

$\therefore$ आवेग = संवेग में परिवर्तन $= m(v-u)$

$= 4(0-0.75)$

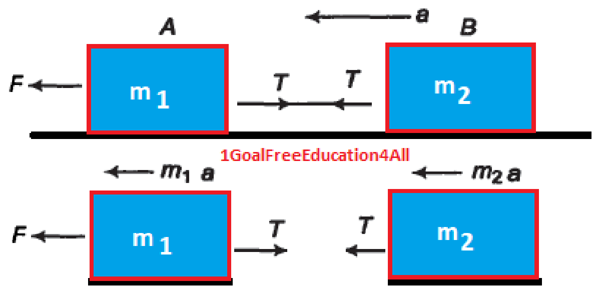
$= -3\,kg\text{-}m/s$

प्रश्न 15. किसी घर्षणरहित मेज पर रखे 10 kg तथा 20 kg के दो पिण्ड किसी पतली डोरी द्वारा आपस में जुड़े हैं। 600 N का कोई क्षैतिज बल (i) *A* पर (ii) *B* पर डोरी के अनुदिश लगाया जाता है। प्रत्येक स्थिति में डोरी में तनाव क्या है?

हल पिण्ड *A* का द्रव्यमान $(m_1) = 10\,kg$

पिण्ड *B* का द्रव्यमान $(m_2) = 20\,kg$

लगाया गया बल $(F) = 600\,N$



(a) **जब बल *A* पर लगाया जाता है**

पिण्ड *A* के लिए

$$F - T = m_1 a \quad \dots(i)$$

पिण्ड *B* के लिए

$$T = m_2 a \quad \dots(ii)$$

समी (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$F = (m_1 + m_2)a$$

अथवा

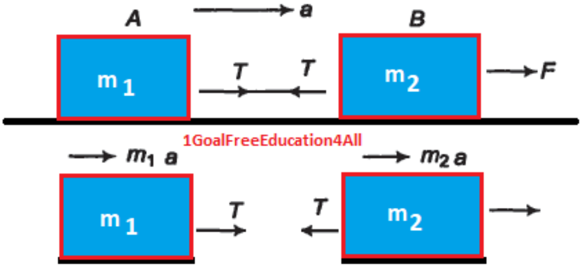
$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{600}{(10+20)} = 20\,m/s^2$$

समी (ii) में *a* का मान रखने पर,

$$T = m_2 a = 20 \times 20\,N = 400\,N$$

(b) जब बल पिण्ड B पर लगाया जाता है



पिण्ड A के लिए

$$T = m_1 a \quad \text{...(iii)}$$

पिण्ड B के लिए

$$F - T = m_2 a \quad \text{...(iv)}$$

समी (iii) व (iv) को जोड़ने पर

$$F = (m_1 + m_2) a$$

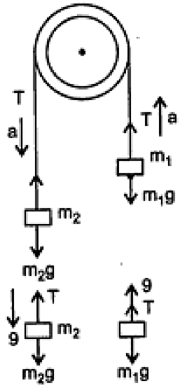
अथवा
$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{600}{10 + 20} = 20 \, m/s^2$$

समी (iii) में a का मान रखने पर

$$T = m_1 a = 10 \times 20 = 200 \, N$$

प्रश्न 16. 8 kg तथा 12 kg के दो पिण्डों को किसी हल्की अवितान्य डोरी, जो घर्षणरहित घिरनी पर चढ़ी है, के दो सिरों से बाँधा गया है। पिण्डों को मुक्त रूप से छोड़ने पर उनके त्वरण तथा डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए।



हल हल्की अवितान्य डोरी के दोनों सिरों से जुड़े द्रव्यमान

$$m_1 = 8\,\text{kg}, m_2 = 12\,\text{kg}$$

माना डोरी में तनाव T है तथा द्रव्यमानों को मुक्त करने पर वे a त्वरण से गति करते हैं।

m_1 द्रव्यमान के लिए,

$$T - m_1g = m_1a \qquad \text{...(i)}$$

m_2 द्रव्यमान के लिए,

$$m_2g - T = m_2a \qquad \text{...(ii)}$$

समी (i) तथा (ii) को जोड़ने पर

$$m_2g - m_1g = (m_1 + m_2)a$$

$$\therefore \quad a = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}g \qquad \text{...(iii)}$$

$$= \frac{12 - 8}{12 + 8} \times 10$$

$$= \frac{4}{20} \times 10$$

$$= 2\,\text{m/s}^2$$

समी (i) में a का मान रखने पर,

$$T = m_1g + m_1a$$

$$= m_1(g + a)$$

$$= 8(10 + 2)$$

$$= 90\,\text{N}$$

प्रश्न 17. प्रयोगशाला के निर्देश फ्रेम में कोई नाभिक विराम में है। यदि यह नाभिक दो छोटे नाभिकों में विघटित हो जाता है, तो यह दर्शाइए कि उत्पाद विपरीत दिशाओं में गति करने चाहिए।

हल नाभिक प्रारम्भ में विराम में है, अतः इसका प्रारम्भिक रेखीय संवेग शून्य होगा अर्थात् $p_i = 0$

माना दिया गया नाभिक m_1 व m_2 द्रव्यमान के दो छोटे खण्डों में टूटता है जो क्रमशः v_1 व v_2 वेग से गति करते हैं। विघटन के पश्चात् नाभिक का कुल संवेग

$$p_f = m_1v_1 + m_2v_2$$

रेखीय संवेग संरक्षण के नियम से,

$$p_i = p_f$$

या

$$0 = m_1v_1 + m_2v_2$$

या

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2}v_1$$

ऋण चिह्न प्रदर्शित करता है कि v_1 व v_2 परस्पर विपरीत दिशाओं में हैं।

प्रश्न 18. दो बिलियर्ड गेंद जिनमें प्रत्येक की संहति 0.05 kg है, 6 ms^{-1} की चाल से विपरीत दिशाओं में गति करती हुई संघट्ट करती हैं और संघट्ट के पश्चात् उसी चाल से वापस लौटती हैं। प्रत्येक गेंद पर दूसरी गेंद कितना आवेग लगाती है?

हल प्रत्येक गेंद का द्रव्यमान $m = 0.05$ kg

प्रत्येक गेंद की चाल $v = 6$ m/s

संघट्ट से पहले प्रत्येक गेंद का संवेग

$$p_i = mv$$
$$= 0.05 \times 6 = 0.30 \text{ kg-m/s}$$

संघट्ट के पश्चात् प्रत्येक गेंद उसी चाल से वापस लौटती है। अतः संघट्ट के पश्चात् प्रत्येक गेंद का संवेग.

$$p_f = m(-v)$$
$$= 0.05 \times (-6) = -0.30 \text{ kg-m/s}$$

प्रत्येक गेंद पर लगाया गया आवेग = उसके संवेग में परिवर्तन

$$= p_f - p_i$$
$$= -0.30 - (0.30) = -0.60 \text{ kg-m/s}$$

प्रश्न 19. 100 kg संहति की किसी तोप द्वारा 0.020 kg का गोला दागा जाता है। यदि गोले की नालमुखी चाल 80 ms^{-1} है, तो तोप की प्रतिक्षेप चाल क्या है?

हल गोले की संहति $m_1 = 0.020$ kg

गोले की चाल $v_1 = 80$ m/s

तोप की संहति $m_2 = 100$ kg

तोप की प्रतिक्षेप चाल $v_2 = ?$

प्रारम्भ में तोप तथा गोला दोनों विराम में है।

∴ तोप एवं गोले का प्रारम्भिक संवेग $p_i = 0$

तोप तथा गोले का अन्तिम संवेग $p_f = m_1v_1 + m_2v_2$

रेखीय संवेग संरक्षण के सिद्धान्त से,

$$p_i = p_f$$
$$0 = m_1v_1 + m_2v_2$$

या

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2}v_1$$
$$= -\frac{0.020}{100} \times 80$$
$$= -0.016 \text{ m/s}$$

अत. तोप की प्रतिक्षेप चाल 0.016 m/s है।

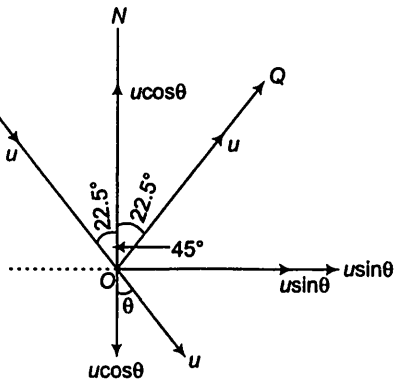
प्रश्न 20. कोई बल्लेबाज किसी गेंद को 45° के कोण पर विक्षेपित कर देता है। ऐसा करने में वह गेंद की आरंभिक चाल, जो 54 km/h है, में कोई परिवर्तन नहीं करता। गेंद को कितना आवेग दिया जाता है? (गेंद की संहति 0.15 kg है)

हल गेंद की संहति $m = 0.15\,kg$

गेंद का वेग $v = 54\,km/h$

$$= 54 \times \frac{5}{18}\,m/s \qquad \left(\because 1\,km/h = \frac{5}{18}\,m/s\right)$$

$$= 15\,m/s$$



माना गेंद पथ PO के अनुदिश आती है। बल्लेबाज गेंद को 45° के कोण पर पथ OQ के अनुदिश विक्षेपित कर देता है।

$$\angle PON = \angle NOQ = \frac{45°}{2} = 22.5°$$

गेंद के PO के अनुदिश प्रारम्भिक वेग तथा OQ के अनुदिश अन्तिम वेग को लम्बवत् घटकों में वियोजित करते हैं।

वेग का क्षैतिज घटक $u\sin\theta$ अपरिवर्तित रहता है जबकि ऊर्ध्वाधर घटक $u\cos\theta$ व्युत्क्रम हो जाता है।

∴ गेंद को दिया गया आवेग = गेंद के रेखीय संवेग में परिवर्तन

$$= mu\cos\theta - (-mu\cos\theta)$$

$$= 2mu\cos\theta$$

$$= 2 \times 0.15 \times 15 \times \cos 22.5°$$

$$= 4.5 \times 0.9239\,kg\text{-}m/s$$

$$= 4.16\,kg\text{-}m/s$$

सावधानी यदि कण की संघट्ट से पूर्व एवं संघट्ट के पश्चात् कण की गति की दिशाएं समान नही हैं, तब हमें रेखीय संवेगों को लम्बवत् घटकों में वियोजित करना चाहिए।

प्रश्न 21. किसी डोरी के एक सिरे से बँधा 0.25 kg संहति का कोई पत्थर क्षैतिज तल में 1.5 m त्रिज्या के वृत्त पर 40 rev/min की चाल से चक्कर लगाता है? डोरी में तनाव कितना है? यदि डोरी 200 N के अधिकतम तनाव को सहन कर सकती है, तो वह अधिकतम चाल ज्ञात कीजिए जिससे पत्थर को घुमाया जा सकता है।

जबं एक पत्थर को डोरी से बाँधकर वृत्त में घुमाया जाता है, तब आवश्यक अभिकेन्द्र बल, डोरी में तनाव से प्राप्त होता है।

हल पत्थर की संहति $m = 0.25\,kg$

डोरी की लम्बाई $r = 1.5\,m$

आवृत्ति $\nu = 40$ rev/min

$$= \frac{40}{60} \text{ rev/s}$$

$$= \frac{2}{3} \text{ rev/s}$$

वृत्तीय गति के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र बल डोरी में तनाव से प्राप्त होता है।

∴ डोरी में तनाव = अभिकेन्द्र बल

$$T = mr\omega^2$$

$$= mr(2\pi\nu)^2 \qquad [\because \omega = 2\pi\lambda]$$

$$= mr4\pi^2\nu^2$$

$$= 0.25 \times 1.5 \times 4 \times \left(\frac{22}{7}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= 6.6\,N$$

डोरी द्वारा सहन किया जा सकने वाला अधिकतम तनाव

$$T_{max} = 200\,N$$

∴ $$T_{max} = \frac{mv_{max}^2}{r}$$

या $$v_{max}^2 = \frac{T_{max} \times r}{m} = \frac{200 \times 1.5}{0.25} = 1200$$

∴ $$v_{max} = \sqrt{1200} = 34.6\,m/s$$

प्रश्न 22. यदि प्रश्न 21 में पत्थर की चाल को अधिकतम निर्धारित सीमा से भी अधिक कर दिया जाए तथा डोरी यकायक टूट जाए, तो डोरी के टूटने के पश्चात् पत्थर के प्रक्षेप का सही वर्णन निम्नलिखित में से कौन करता है?

(a) वह पत्थर झटके के साथ त्रिज्यतः बाहर का आर जाता है
(b) डोरी टूटने के क्षण पत्थर स्पर्शरेखीय पथ पर उड़ जाता है
(c) पत्थर स्पर्शी से किसी कोण पर, जिसका परिमाण पत्थर की चाल पर निर्भर करता है, उड़ जाता है

हल जब एक पत्थर को डोरी से बाँधकर वृत्तीय पथ में घुमाया जाता है तब किसी बिन्दु पर पत्थर का वेग उस बिन्दु पर स्पर्श रेखा की दिशा में होता है। यदि डोरी अचानक टूट जाए तो पत्थर वेग की दिशा में स्पर्श रेखा के अनुदिश गति करेगा। विकल्प (b) सही है।

प्रश्न 23. स्पष्ट कीजिए कि क्यों

(a) **कोई घोड़ा रिक्त दिक्स्थान में किसी गाड़ी को खींचते हुए दौड़ नहीं सकता?**

(b) **किसी तीव्र गति से चल रही बस के यकायक रुकने पर यात्री आगे की ओर गिरते हैं?**

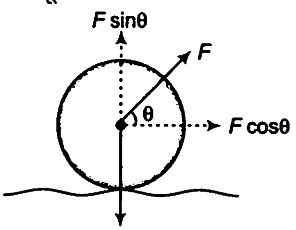
(c) **लान मूवर को धकेलने की तुलना में खींचना आसान होता है?**

(d) **क्रिकेट का खिलाड़ी गेंद को लपकते समय अपने हाथ गेंद के साथ पीछे को खींचता हैं?**

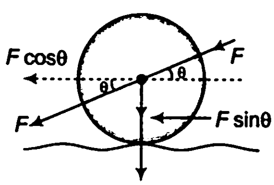
हल (a) जब एक घोड़ा गाड़ी को खींचने का प्रयत्न करता है तो वह पृथ्वी पर पीछे की ओर एक कोण पर बल लगाता है। न्यूटन के गति के तृतीय नियम के अनुसार, पृथ्वी भी घोड़े के पैरों पर बराबर व विपरीत दिशा में प्रतिक्रिया बल लगाती है। इस प्रतिक्रिया का ऊर्ध्वाधर घटक घोड़े के भार को सन्तुलित करता है तथा क्षैतिज घटक गाड़ी को गति प्रदान करता है। रिक्त दिक्स्थान में, कोई प्रतिक्रिया न होने के कारण एक घोड़ा गाड़ी को नहीं खींच सकता है।

(b) जब बस गति कर रही है तब उसमें बैठे यात्री भी बस के वेग से उसी दिशा में गति करते हैं। बस के यकायक रुकने पर यात्रियों के शरीर के नीचे का भाग जो बस से सीधे सम्पर्क में है बस के साथ मंदित होता है, परन्तु शरीर का ऊपरी भाग जो बस के सीधे सम्पर्क में नहीं है अपनी गति के जड़त्व के कारण पूर्ववत् दिशा में ही गति करता रहता है जिस कारण यात्री आगे की ओर गिर पड़ते हैं।

(c) लान मूवर को खींचने के लिए एक बल F क्षैतिज से θ कोण पर ऊपर की ओर लगाया जाता है (चित्र a) इस बल का ऊर्ध्वाधर घटक ऊपर की ओर होता है जो लान मूवर के प्रभावी भार को कम कर देता है।



(a)



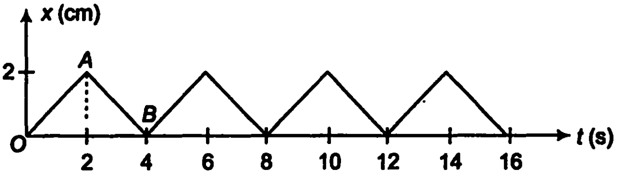
(b)

लान मूवर को धकेलने के लिए एक बल F क्षैतिज से θ कोण पर नीचे की ओर लगाया जाता है (चित्र b) इस बल का ऊर्ध्वाधर घटक नीचे की ओर होता है जो लान मूवर के प्रभावी भार को बढ़ा देता है। अतः लान मूवर को धकेलने की तुलना में खीचंना आसान होता है।

(d) गेंद को लपकने में हाथों को दिया गया आवेग $= F \times \Delta t =$ गेंद के संवेग में परिवर्तन जब क्रिकेट का खिलाड़ी गेंद को लपकते समय हाथों को पीछे खींचता है तो गेंद को रोकने में लगा समय बढ़ जाता है। समय बढ़ जाने के कारण गेंद द्वारा क्रिकेट के खिलाड़ी के हाथों पर लगाया गया बल घट जाता है जिससे उसे हाथों को कम चोट लगती है।

विविध प्रश्नावली

प्रश्न 24. चित्र में 0.04 kg संहति के किसी पिण्ड का स्थिति-समय ग्राफ दर्शाया गया है। इस गति के लिए कोई उचित भौतिक संदर्भ प्रस्तावित कीजिए। पिण्ड द्वारा प्राप्त दो क्रमिक आवेगों के बीच समय-अंतराल क्या है? प्रत्येक आवेग का परिमाण क्या है?



हल पिण्ड की संहति $m = 0.04 \text{ kg}$

$t = 0$ से $t = 2$ s तक स्थिति-समय ग्राफ OA एक सरल रेखा है। अतः पिण्ड एक नियत चाल से गति कर रहा है।

$$\text{पिण्ड का वेग } (v) = x\text{-}t \text{ ग्राफ का ढलान}$$

$$= \frac{2-0}{2-0} = 1 \text{ cm/s}$$

$$= 10^{-2} \text{ m/s} \qquad [\because 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}]$$

स्थिति-समय ग्राफ का भाग AB भी एक सरल रेखा है, अतः पिण्ड का वेग

$$v' = \frac{0-2}{0-2}$$

$$= -1 \text{ cm/s}$$

$$= -10^{-2} \text{ m/s}$$

ऋण चिह्न दर्शाता है कि वेग की दिशा 2 s बाद विपरीत हो जाती है तथा यह बार-बार होता है। इस गति का उचित भौतिक संदर्भ $x = 0$ तथा $x = 2$ m पर स्थित दो दीवारों के बीच 10^{-2} m/s के नियत वेग से गतिमान गेंद है जो प्रत्येक बार दीवार से टकराने पर प्रतिक्षिप्त हो जाती है।

गेंद को प्रति 2 s के बाद दिए गए आवेग का परिमाण

$$= \text{गेंद के संवेग में परिवर्तन}$$

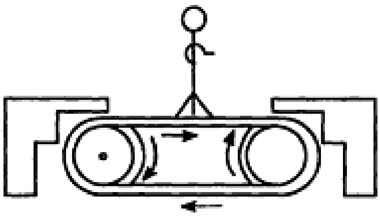
$$= mv - mv'$$

$$= m(v - v')$$

$$= 0.04[10^{-2} - (-10^{-2})]$$

$$= 8 \times 10^{-4} \text{ kg-m/s}$$

प्रश्न 25. चित्र में कोई व्यक्ति 1 ms^{-2} त्वरण से गतिशील क्षैतिज संवाहक पट्टे पर स्थिर है। उस व्यक्ति पर आरोपित नेट बल क्या है? यदि व्यक्ति के जूतों और पट्टे के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.2 है, तो पट्टे के कितने त्वरण तक वह व्यक्ति उस पट्टे के सापेक्ष स्थिर रह सकता है? (व्यक्ति की संहति = 65 kg)



हल संवाहक पट्टे का त्वरण, $a = 1\,m/s^2$

व्यक्ति क्षैतिज संवाहक पट्टे पर स्थिर खड़ा है अतः व्यक्ति का त्वरण = पट्टे का त्वरण

$\therefore \qquad a = 1\,m/s^2$

व्यक्ति की संहति $m = 65\,kg$

$\therefore$ व्यक्ति पर कार्यरत् कुल बल

$$F = ma$$
$$= 65 \times 1$$
$$= 65\,N$$

इस बल की दिशा पट्टे की गति की दिशा के विपरीत है।

व्यक्ति के जूतों तथा पट्टे के बीच घर्षण गुणांक $\mu = 0.2$

माना पट्टे के a त्वरण तक व्यक्ति पट्टे के सापेक्ष स्थिर रह सकता है।

इस स्थिति में,

$\therefore \qquad ma' =$ अधिकतम स्थैतिक घर्षण

$$ma' = \mu R = \mu mg \qquad \left(\because \mu = \frac{\text{सीमान्त घर्षण}}{\text{लम्बवत् प्रतिक्रिया}}\right)$$

या $\qquad a' = \mu g$

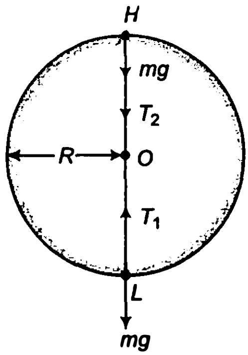
$$= 0.2 \times 9.8$$
$$= 1.96\,m/s^2$$

प्रश्न 26. m संहति के पत्थर को किसी डोरी के एक सिरे से बाँधकर R त्रिज्या के ऊर्ध्वाधर वृत्त में घुमाया जाता है। वृत्त के निम्नतम तथा उच्चतम बिंदुओं पर ऊर्ध्वाधरतः अधोमुखी दिशा में नेट बल है (सही विकल्प चुनिए)

	निम्नतम बिंदु पर	उच्चतम बिंदु पर
(a)	$mg - T_1$	$mg + T_2$
(b)	$mg + T_1$	$mg - T_2$
(c)	$mg + T_1 - (mv_1^2)/R$	$mg - T_2 + (mv_1^2)/R$
(d)	$mg - T_1 - (mv_1^2)/R$	$mg + T_2 + (mv_1^2)/R$

यहाँ T_1 तथा v_1 निम्नतम बिन्दु पर तनाव तथा चाल दर्शाते हैं। T_2 तथा v_2 इनके उच्चतम बिन्दु पर तदनुरूपी मान हैं।

हल माना ऊर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम व उच्चतम बिन्दुओं पर डोरी में तनाव T_1 व T_2 हैं।



निम्नतम बिन्दु पर

T_1 वृत्त के केन्द्र की ओर कार्य करता है ($\because$ निम्नतम बिन्दु पर डोरी पत्थर के भार के कारण खींचती है) तथा mg ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य करता है। (किसी वस्तु का भार सदैव नीचे की ओर कार्य करता है)

$\therefore$ पत्थर पर नीचे की ओर कार्यरत् परिणामी बल

$$(F_L) = mg - T_1$$

उच्चतम बिन्दु पर

T_2 तथा mg दोनों ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर (उच्चतम बिन्दु पर पर डोरी केन्द्र से बाहर की ओर खींची जाती है) ऊर्ध्वाधर वृत्त के केन्द्र की ओर कार्य करते है।

पत्थर पर नीचे की ओर कार्यरत् परिणामी बल $(F_H) = mg + T_2$

$\therefore$ सही विकल्प (a) है।

प्रश्न 27. 1000 kg संहति का कोई हेलीकॉप्टर 15 ms^2 के ऊर्ध्वाधर त्वरण से ऊपर उठता है। चालक दल तथा यात्रियों की संहति 300 kg है। निम्नलिखित बलों का परिमाण व दिशा लिखिए

(a) चालक दल तथा यात्रियों द्वारा फर्श पर आरोपित बल,

(b) चारों ओर की वायु पर हेलीकॉप्टर के रोटर की क्रिया तथा

(c) चारों ओर की वायु के कारण हेलीकॉप्टर पर आरोपित बल।

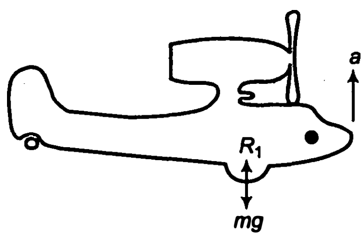
हल हेलीकॉप्टर की संहति $m_1 = 1000\,\text{kg}$

चालक दल एवं यात्रियों की संहति $m_2 = 300\,\text{kg}$

हेलीकॉप्टर का त्वरण $a = 15\,\text{m/s}^2$

गुरुत्वीय त्वरण $g = 10\,\text{m/s}^2$

(a) माना फर्श द्वारा चालक दल एवं यात्रियों पर लगायी गई प्रतिक्रिया R_1 है।



$\therefore$ $R_1 - m_2 g = m_2 a$

या $R_1 = m_2 g + m_2 a = m_2 (g + a)$

$= 300\,(10 + 15)$

$= 7500\,\text{N}$ (ऊपर की ओर)

(b) चारों ओर की वायु पर हेलीकॉप्टर के रोटर की क्रिया

$$= (m_1 + m_2)g + (m_1 + m_2)a$$
$$= (m_1 + m_2)(g + a) = (1000 + 300) \times (10 + 15)$$
$$= 1300 \times 25 = 32500 \text{ N}$$

$\therefore$ हेलीकॉप्टर के रोटर की चारों ओर की वायु पर लगाया गया बल (क्रिया)

$= 32500$ N (नीचे की ओर)

(c) न्यूटन के गति के तृतीय नियम से, प्रत्येक क्रिया की बराबर एवं विपरीत दिशा में प्रतिक्रिया होती है।

$\therefore$ चारों ओर की वायु के कारण हेलीकॉप्टर पर आरोपित बल

$= 32500$ N (ऊपर की ओर)

प्रश्न 28. **15 ms^{-1} चाल से क्षैतिजतः प्रवाहित कोई जलधारा 10^{-2}m^2 अनुपस्थ काट की किसी नली से बाहर निकलती है तथा समीप की किसी ऊर्ध्वाधर दीवार से टकराती है। जल की टक्कर द्वारा, यह मानते हुए कि जलधारा टकराने पर वापस नहीं लौटतीं, दीवार पर आरोपित बल ज्ञात कीजिए।**

हल जल धारा की चाल $v = 15$ m/s

नली के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $A = 10^{-2}$ m^2

नली के प्रति सेकण्ड बाहर आने वाले द्रव का आयतन

$$V = Av = 10^{-2} \times 15$$
$$= 15 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

पानी का घनत्व $= 10^3$ kg/m^3

$\therefore$ नली से प्रति सेकण्ड बाहर आने वाले द्रव का द्रव्यमान

$$m = V\rho \qquad \left(\because \text{घनत्व} = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}\right)$$
$$= 15 \times 10^{-2} \times 10^3 \text{ kg}$$
$$= 150 \text{ kg/s}$$

जल की टक्कर द्वारा दीवार पर आरोपित बल = संवेग में प्रति सेकण्ड परिवर्तन

$$= mv$$
$$= 150 \times 15 \text{ N} = 2250 \text{ N}$$

प्रश्न 29. **किसी मेज पर एक-एक रुपये के दस सिक्कों को एक के ऊपर एक करके रखा गया है। प्रत्येक सिक्के की संहति m है। निम्नलिखित प्रत्येक स्थिति में बल का परिमाण एवं दिशा लिखिए।**

(a) सातवें सिक्के (नीचे से गिनने पर) पर उसके ऊपर रखे सभी सिक्कों के कारण बल,

(b) सातवें सिक्के पर आठवें सिक्के द्वारा आरोपित बल तथा

(c) छठे सिक्के की सातवें सिक्के पर प्रतिक्रिया।

हल प्रत्येक सिक्के की संहति $= m$

कुल सिक्कों की संख्या = 10

(a) सातवें सिक्के पर कार्यरत् बल = (नीचे से गिनने पर)

= उसके ऊपर के सिक्कों का भार

$= 3\,mg$ N (नीचे की ओर)

(b) सातवें सिक्के पर आठवें सिक्के द्वारा आरोपित बल

= आठवें सिक्कें का भार + आठवें सिक्के द्वारा भारित दो सिक्कों का भार

$= mg + 2mg$

$= 3mg$ N (नीचे की ओर)

(c) छठे सिक्के की सातवें सिक्के पर प्रतिक्रिया

= – (छठे सिक्के पर कार्यरत् बल)

= – (चार सिक्कों का भार)

$= -4\,mg$ N (ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर)

प्रश्न 30. कोई वायुयान अपने पंखों को क्षैतिज से 15° के झुकाव पर रखते हुए 720 kmh^{-1} की चाल से एक क्षैतिज लूप पूरा करता है। लूप की त्रिज्या क्या है?

यदि वायुमान के पंख क्षैतिज से θ कोण पर झुके हों तब $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$, जहाँ वायुयान की चाल v तथा r वृत्तीय मोड़ की त्रिज्या है।

हल वायुयान की चाल $v = 720$ km/h

$$= 720 \times \frac{5}{18} \text{ m/s} \qquad \left(\because 1 \text{ km/h} = \frac{5}{18} \text{ m/s}\right)$$

$= 200$ m/s

झुकाव कोण $\theta = 15°$

गुरुत्वीय त्वरण $g = 9.8$ m/s^2

मोड पर $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

या $r = \frac{v^2}{g\tan\theta} = \frac{(200)^2}{9.8 \times \tan 15°}$

$= \frac{40000}{9.8 \times 0.2679}$

$= 15240$ m

$= 15.24 \times 10^3$ m

$= 15.24$ km

प्रश्न 31. कोई रेलगाड़ी बिना ढाल वाले 30 m त्रिज्या के वृत्तीय मोड़ पर 54 km h^{-1} की चाल से चलती है। रेलगाड़ी की संहति 10^6kg है। इस कार्य को करने के लिए आवश्यक अभिकेंद्र बल कौन प्रदान करता है, इंजन अथवा पटरियाँ? पटरियों को क्षतिग्रस्त होने से बचाने के लिए मोड़ का ढाल-कोण कितना होना चाहिए?

हल रेलगाड़ी को वृत्तीय मोड़ पर मुड़ने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र बल बाहरी पटरी द्वारा पहिए पर लगाये गए पार्श्विक बल द्वारा प्राप्त होता है। न्यूटन के गति के तृतीय नियम के अनुसार, रेलगाड़ी भी पटरियों पर बराबर व विपरीत दिशा में बल लगाती है जो इनके क्षतिग्रस्त होने का प्रमुख कारण है।

रेलगाड़ी की चाल $(v) = 54 \text{ km/h}$

$$= 54 \times \frac{5}{18} \text{ m/s} \qquad \left(\because 1 \text{ km/h} = \frac{5}{18} \text{ m/s}\right)$$

$$= 15 \text{ m/s}$$

रेलगाड़ी की संहति $m = 10^6$ kg

माना पटरियों को क्षतिग्रस्त होने से बचाने के लिए आवश्यक मोड़ का ढाल-कोण θ है तब

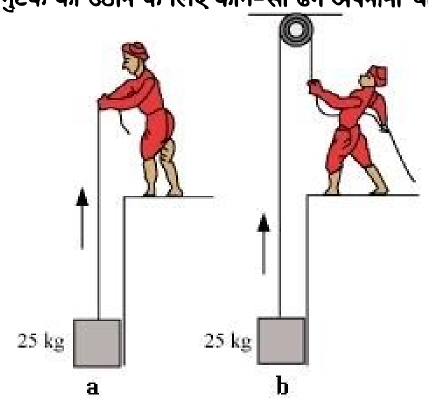
$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{(15)^2}{30 \times 9.8}$$

$$= \frac{225}{30 \times 9.8} = 0.7653$$

$$= \tan 37.4°$$

$$\therefore \qquad \theta = 37.4°$$

प्रश्न 32. चित्र में दर्शाए अनुसार 50 kg संहति का कोई व्यक्ति 25 kg संहति के किसी गुटके को दो भिन्न ढंग से उठाता हैं। दोनों स्थितियों में उस व्यक्ति द्वारा फर्श पर आरोपित क्रिया + बल कितना है? यदि 700 N अभिलंब बल से फर्श धँसने लगता है, तो फर्श को धँसने से बचाने के लिए उस व्यक्ति को गुटके को उठाने के लिए कौन-सा ढंग अपनाना चाहिए?



हल गुटके की संहति $m = 25$ kg

व्यक्ति की संहति $M = 50$ kg

गुटके को उठाने के लिए आवश्यक बल (F) = गुटके का भार

$$F = mg$$
$$= 25 \times 10 = 250 \text{ N}$$

व्यक्ति का भार $W = Mg = 50 \times 10 = 500 \text{ N}$

स्थिति (a) में,

यदि व्यक्ति चित्र (a) में दर्शायी गयी स्थिति के अनुसार गुटके को ऊपर उठाता है तो व्यक्ति द्वारा बल ऊपर की ओर लगाया जाता है जिस कारण सहित का आभासी भार बढ़ जाता है। अतः व्यक्ति द्वारा फर्श पर आरोपित क्रिया बल

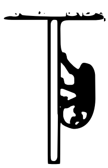
$$= F + W$$
$$= 250 + 500$$
$$= 750 \text{ N}$$

स्थिति (b) में

यदि व्यक्ति चित्र (b) में दर्शायी गई स्थिति के अनुसार गुटके को ऊपर उठाता है तो व्यक्ति द्वारा बल नीचे की दिशा में लगाया जाता है जिसके कारण व्यक्ति का आभासी भार घट जाता है। अतः व्यक्ति द्वारा फर्श पर लगाया गया क्रिया बल $= mg - F = 500 - 250 = 250 \text{ N}$

फर्श 700 N के अभिलम्ब बल द्वारा धँसने लगता है। स्थिति (a) में फर्श पर आरोपित क्रिया बल 700 N से अधिक है तथा स्थिति (b) में 700 N से कम है। अतः व्यक्ति को गुटका उठाने के लिए तरीका (b) अपनाना चाहिए।

प्रश्न 33. **40 kg संहति का कोई बंदर 600 N का अधिकतम तनाव सह सकने योग्य किसी रस्सी पर चढ़ता है। नीचे दी गई स्थितियों में से किसमें रस्सी टूट जाएगी**



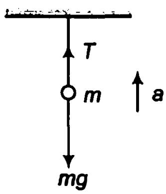
- **(a) बंदर 6 ms^{-2} त्वरण से ऊपर चढ़ताा है।**
- **(b) बंदर 4 ms^{-2} त्वरण से नीचे उतरता है,**
- **(c) बंदर 5 ms^{-1} की एकसमान चाल से ऊपर चढ़ता है,**
- **(d) बंदर लगभग मुक्त रूप से गुरुत्व बल के प्रभाव में रस्सी से गिरता है। (रस्सी की संहति उपेक्षणीय मानिए)**

रस्सी में तनाव बन्दर के आभासी भार (R) के बराबर होगा।

हल बंदर की संहति $m = 40 \text{ kg}$

रस्सी द्वारा सहन किया जा सकने वाला अधिकतम तनाव $(T)_{max} = 600 \text{ N}$

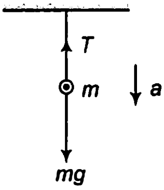
(a) जब बन्दर ऊपर की ओर $a = 6 \text{ m/s}^2$ त्वरण से चढ़ता है, तब



$$T - mg = ma$$
$$T = mg + ma$$
$$T = m(g + a)$$
$$= 40\,(10 + 6)$$
$$= 640 \text{ N}$$

इस स्थिति में $T > T_{max}$, अतः रस्सी टूट जाएगी।

(b) जब बंदर नीचे की ओर $a = 4\ m/s^2$ त्वरण से नीचे उतरता है, तब



$$mg - T = ma$$

या $$T = mg - ma$$
$$= m(g - a)$$
$$= 40(10 - 4)\ N$$
$$= 240\ N$$

इस स्थिति में $T < T_{max}$, अतः रस्सी नही टूटेगी।

(c) जब बंदर ऊपर की ओर 5 m/s की नियत चाल से चढ़ता है तब उसका त्वरण a शून्य है।

$\therefore$ $$T = mg$$
$$= 40 \times 10$$
$$= 400\ N$$

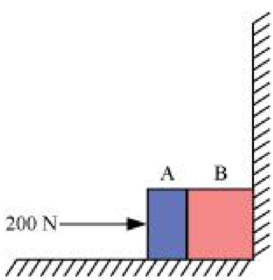
इस स्थिति में $T < T_{max}$, अतः रस्सी नही टूटेगी

(d) जब बंदर लगभग मुक्त रूप से गुरूत्व बल के प्रभाव में नीचे गिरता है तब इसका नीचे की ओर त्वरण g है।

$\therefore$ $$T = m(g - a)$$
$$= m(g - g) \qquad (\because a = g)$$
$$= 0$$

इस स्थिति में बंदर भारहीनता की अवस्था में होगा तथा रस्सी में तनाव शून्य होगा। अतः रस्सी नहीं टूटेगी।

प्रश्न 34. दो पिण्ड A तथा B जिनकी संहति क्रमशः 5 kg तथा 10 g हैं, एक दूसरे के संपर्क मे एक मेज पर किसी दृढ़ विभाजक दीवार के समाने विराम में रखे हैं (चित्र) पिण्डों तथा मेज के बीच घर्षण गुणांक 0.15 है। 200 N का कोई बल क्षैतिजतः A पर आरोपित किया जाता है। (a) विभाजक दीवार की प्रतिक्रिया तथा (b) A तथा B के बीच क्रिया-प्रतिक्रिया बल क्या है? विभाजक दीवार को हटाने पर क्या होता है? यदि पिण्ड गतिशील हैं तो क्या (b) का उत्तर बदल जाएगा? μ_s तथा μ_k के बीच अंतर की उपेक्षा कीजिए।



f

हल पिण्ड A की संहति $(m_1) = 5\,kg$

पिण्ड B की संहति $(m_2) = 10\,kg$

मेज तथा पिण्डों के बीच घर्षण गुणांक $\mu = 0.15$

पिण्ड A पर लगाया गया क्षैतिज बल $(F) = 200\,N$

(a) **विभाजक दीवार की प्रतिक्रिया**

बाईं ओर कार्यरत् सीमान्त घर्षण

$$f = \mu R$$
$$= \mu(m_1 + m_2)g$$
$$= 0.15(5 + 10) \times 9.8$$
$$= 22.05\,N$$

$\therefore$ विभाजक दीवार पर दाईं ओर कार्यरत् परिणामी बल

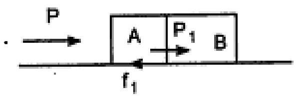
$$F' = F - f$$
$$= 200 - 22.05 = 177.95\,N$$

न्यूटन के गति के तृतीय नियम के अनुसार,
विभाजक दीवार पर कार्यरत् बल = विभाजक दीवार पर कार्यरत् कुल बल (बाईं ओर)

$$= 177.95\,N$$

(b) **A तथा B बीच क्रिया प्रतिक्रिया बल**

माना पिण्ड A पर कार्यरत् सीमान्त घर्षण f_1 तथा पिण्ड A द्वारा पिण्ड B पर लगाया गया परिणामी बल F_1 है।



$\therefore$ $f_1 = \mu R_1 = \mu m_1 g$ $(\because R_1 = m_1 g)$

$$= 0.15 \times 5 \times 9.8$$
$$= 7.35\,N \quad \text{(बाईं ओर)}$$

$\therefore$ पिण्ड A द्वारा पिण्ड B पर लगाया गया परिणामी बल

$$F_1 = F - f_1$$
$$= 200 - 7.35 = 192.65\,N \quad \text{(दाईं ओर)}$$

न्यूटन के गति के तृतीय नियमानुसार, पिण्ड B द्वारा पिण्ड पर लगायी गई प्रतिक्रिया

$$F_1 = 192.65\,N \quad \text{(बाईं ओर)}$$

(c) **जब विभाजक दीवार हटा दी गई है**

जब विभाजक दीवार हटा दी जाती है तो दोनों पिण्डों का निकाय गति प्रारम्भ करता है तथा गतिक घर्षण कार्य करता है।

पिण्डों के निकाय पर दाईं ओर कार्यरत् परिणामी बल

$$F' = F - f$$
$$= 200 - 22.05$$
$$= 177.95 \text{ N}$$

बल F' द्वारा निकाय में उत्पन्न त्वरण

$$a = \frac{F'}{(m_1 + m_2)}$$
$$= \frac{177.95}{(5+10)} \text{ m/s}^2$$
$$= 11.86 \text{ m/s}^2$$

जब पिण्ड गति में हैं तब खण्ड (*b*) का उत्तर निम्न प्रकार से परिवर्तित हो जाता है।

जब पिण्ड गति में है तब A द्वारा B पर आरोपित बल

$F_{BA} = F -$ (पिण्ड A में 11.86 m/s^2 का त्वरण उत्पन्न करने के लिए आवश्यक बल)

$$F_{BA} = F - (f_1 + m_1 a)$$
$$= 200 - (7.35 + 5 \times 11.86)$$
$$= 200 - (7.35 + 59.30)$$
$$= 200 - 66.65$$
$$= 133.35 \text{ N}$$

$\therefore$ पिण्ड A की पिण्ड B पर क्रिया = 133.35 N (दाईं ओर)

न्यूटन के गति के तृतीय नियमानुसार पिण्ड B की पिण्ड A पर प्रतिक्रिया

= 133.35 N (बाईं ओर)

प्रश्न 35. **15 kg संहति का कोई गुटका किसी लंबी ट्रॉली पर रखा है। गुटके तथा ट्रॉली के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.18 है। ट्राली विरामावस्था से 20 s तक 0.5 m/s² के त्वरण से त्वरित होकर एकसमान वेग से गति करने लगती है। (a) धरती पर स्थिर खड़े किसी प्रेक्षक को तथा (b) ट्राली के साथ गतिमान किसी अन्य प्रेक्षक को, गुटके की गति कैसी प्रतीत होगी, इसकी विवेचना कीजिए।**

हल गुटके की संहति $m = 15 \text{ kg}$

गुटके एवं ट्रॉली के बीच घर्षण गुणांक $\mu = 0.18$

ट्रॉली का त्वरण $a = 0.5 \text{ m/s}^2$

समय $t = 20 \text{ s}$

(a) गुटका ट्रॉली पर रखा है, अतः गुटके पर ट्रॉली द्वारा लगाया गया बल

$$F = ma$$
$$= 15 \times 0.5 = 7.5 \text{ N}$$

गुटके पर कार्यरत् बल, गुटके पर ट्रॉली द्वारा लगायी गई प्रतिक्रिया है। अतः इसकी दिशा ट्रॉली की गति की दिशा के विपरीत है।

ट्राली द्वारा गुटके पर लगायी गई प्रतिक्रिया के कारण गुटका पीछे की ओर गति का प्रयत्न करता है परन्तु सीमान्त घर्षण इसकी गति का विरोध करता है। यदि गुटके पर सामान्त घर्षण उस पर आरोपित बल से अधिक है तब गुटका गति नहीं करेगा।

गुटके पर कार्यरत् सीमान्त घर्षण $(f) = \mu R$

$$= \mu mg$$

$$= 0.18 \times 15 \times 9.8$$

$$= 26.46\ N$$

क्योंकि $f > F$, अतः स्थैतिक घर्षण लगाये गये बल F के बराबर व विपरीत दिशा में स्वयं को समायोजित कर लेता है। अतः गुटका ट्राली पर स्थिर रहता है।

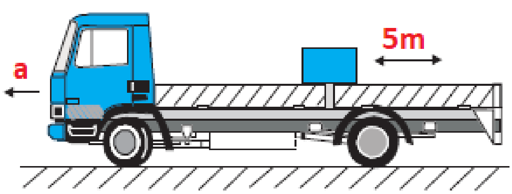
अतः धरती पर स्थिर खड़े किसी प्रेक्षक को गुटका, ट्राली के सापेक्ष स्थिर प्रतीत होगा।

20 s बाद ट्राली नियत वेग से गति करती है, अतः ट्राली द्वारा गुटके पर लगाया गया त्वरण एवं बल शून्य होगें। अतः गुटके पर कोई घर्षण बल कार्य नहीं करेंगा।

अब धरती पर खड़े स्थिर प्रेक्षक को गुटका, ट्राली के सापेक्ष स्थिर प्रतीत होगा।

(b) ट्राली के साथ गतिमान प्रेक्षक में त्वरण है। अतः प्रेक्षक एक अजड़त्वीय निर्देश फ्रेम होगा जिसके लिए जड़त्व का नियम प्रभावी नहीं होगा। अतः गुटके की गति इसके द्वारा प्रेक्षित नहीं की जा सकती है। अतः प्रेक्षक के सापेक्ष गुटका स्थिर होगा।

प्रश्न 36. चित्र में दर्शाए अनुसार किसी ट्रक का पिछला भाग खुला है तथा 40 kg संहति का एक संदूक खुले सिरे से 5 m दूरी पर रखा है। ट्रक के फर्श तथा संदूक के बीच घर्षण गुणांक 0.15 है। किसी सीधी सड़क पर ट्रक विरामावस्था से गति प्रारंभ करके 2 m/s² से त्वरित होता है। आरंभ बिन्दु से कितनी दूरी चलने पर वह संदूक ट्रक से नीचे गिर जाएगा? (संदूक के आमाप की उपेक्षा कीजिए।)



हल सन्दूक की संहति $m = 40\ kg$

ट्रक के फर्श तथा सन्दूक के बीच घर्षण गुणांक = 0.15

ट्रक का त्वरण $a = 2\ m/s^2$

ट्रक द्वारा अपनी त्वरित गति के कारण सन्दूक पर लगाया गया बल

$$F = ma$$

$$= 40 \times 2$$

$$= 80\ N$$

इस प्रतिक्रिया के कारण सन्दूक पीछे की ओर गति का प्रयत्न करता है परन्तु सीमान्त घर्षण बल इस गति का विरोध करता है।

सन्दूक एवं फर्श के बीच सीमान्त घर्षण $= \mu R = \mu mg$

$$f = 0.15 \times 40 \times 9.8\ \text{N}$$

$$= 58.8\ \text{N} \qquad \text{(आगे की ओर)}$$

सन्दूक पर पीछे की ओर कार्यरत् परिणामी बल

$$F' = F - f$$

$$= 80 - 58.8\ \text{N}$$

$$= 21.2\ \text{N}$$

सन्दूक में पीछे की ओर उत्पन्न त्वरण

$$a' = \frac{F'}{m} = \frac{212}{40}\ \text{ms}^{-2}$$

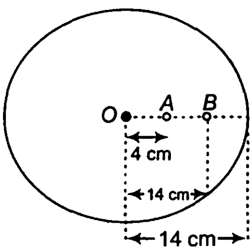
$$a' = 0.53\ \text{ms}^{-2}$$

सन्दूक द्वारा ट्रक से गिरने से पूर्व $s = 5$ m दूरी तय करने के लिए गति का समीकरण प्रयुक्त करने पर

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$5 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 0.53 \times t^2$$

या $$t = \sqrt{\frac{5 \times 2}{0.53}} = \sqrt{\frac{1000}{53}} = 4.34\ \text{s}$$



ट्रक द्वारा $t = 4.34$ s में तय की गई दूरी

$$s' = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 0 \times t + \frac{1}{2} \times 2 \times (4.34)^2$$

$$= (4.34)^2 = 18.84\ \text{m}$$

प्रश्न 37. **15 cm त्रिज्या का कोई बड़ा ग्रामोफोन रिकार्ड $33\frac{1}{3}$ rev/min की चाल से घूर्णन कर रहा है। रिकार्ड पर उसके केंद्र से 4 cm तथा 14 cm की दूरियों पर दो सिक्के रखे गए हैं। यदि सिक्के तथा रिकार्ड के बीच घर्षण गुणांक 0.15 है तो कौन-सा सिक्का रिकार्ड के साथ परिक्रमा करेगा?**

हल घूर्णन की आवृत्ति

$$\nu = 33\frac{1}{3} = \frac{100}{3}\ \text{rev/min} = \frac{100}{3 \times 60}\ \text{rev/s}$$

$$= \frac{5}{9}\ \text{rev/s}$$

$\therefore$ कोणीय वेग $(\omega) = 2\pi\nu$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{9}$$

$$= \frac{220}{63} \text{ rad/s}$$

ग्रामोफोन रिकार्ड की त्रिज्या $(r) = 15$ cm.

पहले सिक्के A की केन्द्र से दूरी $x_1 = 4$ cm

दूसरे सिक्के B की केन्द्र से दूरी $x_2 = 0.15$ cm

रिकार्ड एवं सिक्कों के बीच घर्षण गुणांक = 0.15

यदि सिक्के एवं रिकार्ड के बीच घर्षण बल अभिकेन्द्र बल प्रदान करने के लिए पर्याप्त है तब सिक्का रिकार्ड के साथ घूमता रहेगा।

$\therefore$ फिसलने से रोकने के लिए (रिकार्ड के साथ सिक्के के घूर्णन के लिए) घर्षण बल

$$f \geq \text{अभिकेन्द्र बल } (f_c)$$

या $$\mu mg \geq mr\omega^2$$

या $$\mu g \geq r\omega^2$$

पहले सिक्के A के लिए,

$$r\omega^2 = \frac{4}{100} \times \left(\frac{220}{63}\right)^2$$

$$= \frac{4 \times 220 \times 220}{100 \times 63 \times 63}$$

$$= 0.488 \text{ m/s}^2$$

तथा $$\mu g = 0.15 \times 9.8 = 1.47 \text{ m/s}^2$$

यहाँ $\mu g > r\omega^2$, अतः सिक्का रिकार्ड के साथ घूमेगा।

दूसरे सिक्के B के लिए,

$$r\omega^2 = \frac{14}{100} \times \left(\frac{220}{63}\right)^2 = \frac{14 \times 220 \times 220}{100 \times 63 \times 63} = 1.707 \text{ m/s}$$

तथा $$\mu g = 1.47 \text{ m/s}$$

यहाँ $\mu g < r\omega^2$, अतः अभिकेन्द्र बल घर्षण बल से प्राप्त नहीं हो पायेगा। जिस कारण सिक्का रिकार्ड के साथ नहीं घूमेगा।

प्रश्न 38. आपने सरकस में मौत के कुएँ (एक खोखला जालयुक्त गोलीय चैम्बर ताकि उसके भीतर के क्रियाकलापों को दर्शक देख सकें) में मोटरसाइकिल सवार को ऊर्ध्वाधर लूप में मोटरसाइकिल चलाते हुए देखा होगा। स्पष्ट कीजिए कि वह मोटरसाइकिल सवार नीचे से कोई सहारा न होने पर भी गोले के उच्चतम बिंदु से नीचे क्यों नहीं गिरता? यदि चैम्बर की त्रिज्या 25 m है, तो ऊर्ध्वाधर लूप को पूरा करने के लिए मोटरसाइकिल की न्यूनतम चाल कितनी होनी चाहिए?

हल जब मोटरसाइकिल सवार मौत के कुएँ के उच्चतम बिन्दु पर है, तब मोटरसाइकिल सवार का भार तथा गोलीय चैम्बर की लम्बवत प्रतिक्रिया R नीचे की ओर हैं। ये बल बाहर की ओर कार्यरत् अपकेन्द्र बल द्वारा सन्तुलित किए जाते हैं।

$$\therefore \qquad R + mg = \frac{mv^2}{r}$$

जहाँ, v = मोटरसाइकिल सवार की चाल

m = (मोटरसाइकिल + सवार) का द्रव्यमान

r = मौत के कुएँ की त्रिज्या

मोटरसाइकिल सवार पर कार्यरत् सभी बल सन्तुलन में हैं, अतः वह नीचे नही गिरेगा।

ऊर्ध्वाधर लूप को पूर्ण करने के लिए आवश्यक न्यूनतम चाल के लिए

$$mg = \frac{mv_{min}^2}{r}$$

($\because$ इस स्थिति में वस्तु का भार = अभिकेन्द्र बल)

या $$v_{min} = \sqrt{rg}$$
$$= \sqrt{25 \times 9.8} = 15.65 \text{ m/s}$$

प्रश्न 39. 70 kg **संहति का कोई व्यक्ति अपने ऊर्ध्वाधर अक्ष पर** 200 rev/min **की चाल से घूर्णन करती** 3m **त्रिज्या की किसी बेलनाकार दीवार के साथ उसके संपर्क में खड़ा है। दीवार तथा उसके कपड़ों के बीच घर्षण गुणांक** 0.15 **है। दीवार की वह न्यूनतम घूर्णन चाल ज्ञात कीजिए, जिससे फर्श को यकायक हटा लेने पर भी, वह व्यक्ति बिना गिरे दीवार से चिपका रह सके।**

हल बेलनाकार ड्रम की त्रिज्या $(r) = 3$ m

दीवार तथा व्यक्ति के कपड़ों के बीच घर्षण गुणांक $(\mu) = 0.15$

$$\text{आवृत्ति } \nu = 200 \text{ rev/min}$$
$$= \frac{200}{60} \text{ rev/s} = \frac{10}{3} \text{ rev/s}$$

व्यक्ति पर दीवार की कार्यरत् लम्बवत् प्रतिक्रिया जोकि क्षैतिज दिशा में है, आवश्यक अभिकेन्द्र बल प्रदान करती है।

$$R = mr\omega^2 \qquad \ldots(i)$$

घर्षण बल F, उसके भार की सन्तुलित करता है, अतः

$$F = mg \qquad \ldots(ii)$$

व्यक्ति बिना गिरे दीवार से चिपका रहेगा यदि

$$\mu R \geq F$$

या $$F \leq \mu R$$

$$mg \leq \mu \times mr\omega^2$$

या $$\omega^2 \geq \frac{g}{\mu r}$$

$$\omega \geq \sqrt{\frac{g}{\mu R}}$$

घूर्णन की न्यूनतम कोणीय चाल के लिए,

$$\omega_{min} = \sqrt{\frac{g}{\mu R}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.8}{0.15 \times 3}}$$

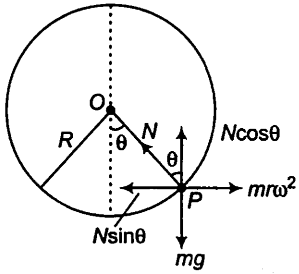
$$= 4.67 \text{ rad/s}$$

प्रश्न 40. R त्रिज्या का पतला वृत्तीय तार अपने ऊर्ध्वाधर व्यास के परितः कोणीय आवृत्ति ω से घूर्णन कर रहा है। यह दर्शाइए कि इस तार में डली कोई माणिका $\omega \leq \sqrt{g/R}$ के लिए अपने निम्नतम बिंदु पर रहती है। $\omega = \sqrt{2g/R}$ के लिए, केंद्र से मनके को जोड़ने वाला त्रिज्य सदिश ऊर्ध्वाधर अधोमुखी दिशा से कितना कोण बनाता है। (घर्षण को उपेक्षणीय मानिए।)

हल माना किसी क्षण माणिका स्थिति P में इस प्रकार है कि मणिका को तार के केन्द्र से मिलाने वाला स्थिति सदिश ऊर्ध्वाधर से θ कोण बनाता है। यदि लम्बवत् प्रतिक्रिया N है, तब बिन्दु P पर कार्यरत् विभिन्न बल,

(i) मणिका का भार mg, (ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर)

(ii) वृत्तीय तार की लम्बवत् प्रतिक्रिया केन्द्र की ओर कार्य करती है। इसे क्षैतिज घटक $N\cos\theta$ तथा लम्बवत् घटक $N\sin\theta$ में वियोजित किया जा सकता है।



सन्तुलन की स्थिति में, $$mg = N\cos\theta \quad \ldots(i)$$

तथा $$mr\omega^2 = N\sin\theta \quad \ldots(ii)$$

परन्तु क्षैतिज वृत्त की त्रिज्या $r = R\sin\theta$

$$m(R\sin\theta)\omega^2 = N\sin\theta$$

या $$mR\omega^2 = N \quad \ldots(iii)$$

N का मान समी (iii) से समी (i) में रखने पर,

$$mg = mR\omega^2\cos\theta$$

या $$\cos\theta = \frac{g}{R\omega^2} \quad \ldots(iv)$$

परन्तु $\cos\theta \le 1$, अतः मणिका अपने निम्नतम बिन्दु पर रहेगी।

$$\frac{g}{R\omega^2} \le 1 \text{ or } \omega \le \sqrt{\frac{g}{R}}$$

तब $$\omega = \sqrt{\frac{2g}{R}}$$

समी (iv) से, $$\cos\theta = \frac{g}{R \times 2g/R} = \frac{1}{2}$$

$$= \cos 60^\circ$$

या $$\theta = 60^\circ$$