Molecular Theory

अणुगति सिद्धांत

Chapter-13

प्रश्नावली

प्रश्न 1. ऑक्सीजन के अणुओं के आयतन और STP पर इनके द्वारा घेरे गए कुल आयतन का अनुक्रम ज्ञात कीजिए। ऑक्सीजन के एक अणु का व्यास = 3Å लीजिए।

हल O_2 के अणु का व्यास

O_2 की त्रिज्या O = 1.5 Å = 1.5×10^{-8} cm

प्रत्येक अणु का आयतन $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (प्रत्येक मोल)

गैस के 1 mol में मोलों की संख्या = N_A = आवोगाद्रो संख्या

= 6.023×10^{23} अणु/मोल

कुल अणुओं का आयतन (मानक ताप व दाब पर) $V = \frac{4}{3}\pi r^3 N_A$

$$V = \frac{4}{3} \times 3.14(1.5 \times 10^{-8})^3 \times 6.023 \times 10^{23}$$

$$= 8.51 \text{ cm}^3$$

हम जानते हैं कि STP पर एक मोल का आयतन = 22.4 L

$= 22.4 \times 10^3 \text{ cm}^3$

$= 22400 \text{ cm}^3$

अणु का आयतन = $\frac{8.51}{22400}$

गैस द्वारा ग्रहण किया गया आयतन = $3.8 \times 10^{-4} = 4.0 \times 10^{-4}$

प्रश्न 2. मोलर आयतन, STP पर किसी गैस (आदर्श) के 1 मोल द्वारा घेरा गया आयतन है। (STP 1 atm दाब, 0°C) दर्शाइये कि यह 22.4 लीटर है।

हल दाब $p = 1\,\text{atm} = 1.013 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2}$

गैस नियतांक $R = 8.314\ \text{J mol}^{-1}\ \text{K}^{-1}$

मोलों की संख्या $n = 1$

ताप $T = 273.15\ \text{K}$

$pV = nRT$ समीकरण प्रयुक्त करने पर

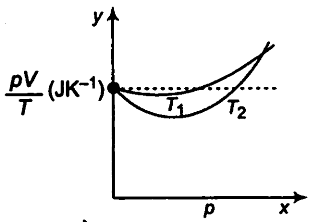
$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{1 \times 8.314 \times 273.15}{1.013 \times 10^5}$$

$$= 0.0224\ \text{m}^3$$

$$= 22.4 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 \qquad (1\ \text{L} = 10^{-3}\ \text{m}^3)$$

$$= 22.4\ \text{L}$$

प्रश्न 3. चित्र में आक्सीजन के 1.00×10^{-3} kg द्रव्यमान के लिए pV/T एवं p में, दो अलग-अलग तापों पर ग्राफ दर्शाये गए हैं।



(a) बिन्दुकित रेखा क्या दर्शाती है?

(b) क्या सत्य है $T_1 > T_2$ अथवा $T_1 < T_2$?

(c) y-अक्ष पर जहाँ वक्र मिलते हैं वहाँ ज्ञ/ऊ का मान क्या है?

(d) यदि हम ऐसे ही ग्राफ 1.00×10^{-3} kg हाइड्रोजन के लिए बनाएँ तो भी क्या उस बिन्दु पर जहाँ वक्र y-अक्ष से मिलते हैं pV/T का मान यही होगा? यदि नहीं तो हाइड्रोजन के कितने द्रव्यमान के लिए ज्ञ/ऊ का मान (कम दाब और उच्च ताप के क्षेत्र के लिए वही होगा? H_2 का अणु द्रव्यमान = 2.02 u, O_2 का अणु द्रव्यमान = 32.0 u, $R = 8.31\ \text{J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$

हल आदर्श गैस समीकरण

$$pV = nRT$$

या $$\frac{pV}{T} = nR = \text{गैस के दिए हुए द्रव्यमान के लिए नियतांक}$$

(a) बिन्दु रेखा वक्र x-अक्ष के समान्तर है जो यह प्रदर्शित करता है कि nR ; p पर निर्भर नहीं है अतः यह आदर्श गैस की तरह व्यवहार करता है।

(b) चूँकि ग्राफ ताप T_1 पर आदर्श गैस के समीप है तब ताप T_2, $T_1 > T_2$. [ताप उच्च होने पर गैस आदर्शतता प्रकट करती है.

(c)
$$pV = nRT$$
$$\frac{pV}{T} = nR$$

गैस की दी गयी मात्रा = 1.00×10^{-3} kg = 1 g

गैस का अणु भार O_2 = 32 amu

मोलर द्रव्यमान (O_2 का) O_2 = 32 g

∴ मोलों की संख्या $n = \frac{1}{32}$

∴ $$nR = \frac{1}{32} \times 8.314$$
$$= 0.26\ \text{JK}^{-1} \rightarrow \text{आवश्यक मान}$$

(d) 1×10^{-3} kg H_2 में मोलों की संख्या O_2 के मोलों की संख्या के बराबर नहीं है क्योंकि H_2 का मोलर द्रव्यमान = 2.02 g है।

$\frac{pV}{T}$ का मान समान होने के लिए मोलों की संख्या समान होनी चाहिए अतः H_2 के आवश्यक मोलों की संख्या $\frac{1}{3^2}$ है [जो O_2 के मोलों की संख्या के बराबर है]

∴ H_2 का आवश्यक द्रव्यमान = मोलों की संख्या × मोलर द्रव्यमान
$$= \frac{1}{32} \times 2.02$$
$$= 6.3 \times 10^{-5}\ \text{kg}$$

प्रश्न 4. एक ऑक्सीजन सिलिंडर जिसका आयतन 30 लीटर है, में ऑक्सीजन का आरम्भिक दाब 15 atm एवं ताप 27°C है। इसमें से कुछ गैस निकाल लेने के बाद प्रमापी (गेज) दाब गिर कर 11 atm एवं ताप गिर कर 17°C हो जाता है। ज्ञात कीजिए कि सिलिंडर से ऑक्सीजन की कितनी मात्रा निकाली गई है ($R = 8.31$ J mol^{-1}K^{-1}, ऑक्सीजन का अणु द्रव्यमान O_2 = 32 u)।

हल परमदाब $p_1 = (15 + 1)$ atm [∵ परम दाब = गेज दाब + 1 वायुमण्डल दाब]

$$= 16 \times 1.013 \times 10^5\ \text{Pa}$$
$$V_1 = 30\ \text{L} = 30 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$$
$$T_1 = 273.15 + 27 = 300.15\ \text{K}$$

गैस समीकरण $pV = nRT$

$$n = \frac{pV}{RT}$$

$$= \frac{p_1V_1}{RT_1}$$

$$= \frac{16 \times 1.013 \times 10^5 \times 30 \times 10^{-3}}{8.314 \times 300.15}$$

$$= 19.48$$

$$p_2 = (11 + 1) = 12 \text{ atm} = 12 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_2 = 30 \text{ L} = 30 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_2 = 273.15 + 17 = 290.15 \text{ K}$$

मोलों की संख्या $= \frac{p_2V_2}{RT_2} = \frac{12 \times 1.013 \times 10^5 \times 30 \times 10^{-3}}{8.314 \times 300.15}$

$$= 15.12$$

$$= 19.48 - 15.12$$

$= 4.36 \rightarrow$ हटाये गये मोल

हटाया गया द्रव्यमान $= 4.36 \times 32 \text{ g} = 0.1396 \text{ kg}$.

प्रश्न 5. वायु का एक बुलबुला जिसका आयतन 1.0 cm³ है, 40 m गहरी झील की तली से जहाँ ताप 12°C. है, उठकर ऊपर पृष्ठ पर आता है जहाँ ताप 35°C है। अब इसका आयतन क्या होगा?

हल पेंदी में बुलबुले का आयतन

$$V_1 = 1.0 \text{cm}^3 = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

ताप $T_1 = 12°\text{C} = (273.15 + 12)\text{K}$

$$= 285.15 \text{ K}$$

पृष्ठ पर

ताप $T_2 = 35°\text{C} = (273.15 + 35)\text{K} = 308.15 \text{ K}$

दाब $p_2 = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$

d गहराई पर दाब = पृष्ठ से 40 m गहराई पर दाब

$$p_1 = 1 \text{ atm} + h\rho g$$

$$= 1.0313 \times 10^5 + 40 \times 10^3 \times 9.8$$

$$= 493.3 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \left(\frac{p_1V_1}{T_1}\right)\left(\frac{T_2}{p_2}\right)$$

$$= \frac{(493.3 \times 10^3) \times (1.0 \times 10^{-6}) \times 308}{285 \times 1.013 \times 10^5}$$

$$= 5.263 \times 10^{-6} m^3 = 5.263 \, cm^3$$

अतः पेंदी में बुलबुले का आयतन $5.263 \, cm^3$ है।

प्रश्न 6. एक कमरे में, जिसकी धारिता 25.0 m^3 है, 27°C ताप और 1 atm दाब पर, वायु के कुल अणुओं (जिनमें नाइट्रोजन, ऑक्सीजन, जलवाष्प और अन्य सभी अवयवों के कण सम्मिलित हैं) की संख्या ज्ञात कीजिए।

जब मोल ज्ञात किये जाते हैं तब सूत्र $pV = nk_BT$ का प्रयोग करते हैं।

जहाँ n = मोलों की संख्या

k_B = बोल्ट्ज़मैन नियतांक $= 1.38 \times 10^{-23} \, m^2 \, kg \, s^{-2} \, K^{-1}$

हल कमरे का आयतन $= V = 25.0 \, m^3$

ताप $T = 27°C = (273.15 + 27) \, K = 300.15 \, K$

दाब $p = 1 \, atm = 1.013 \times 10^5 \, Pa$

हम जानते हैं, $pV = nk_BT$

वायु के कुल अणुओं की संख्या, $n = \frac{pV}{k_BT} = \frac{1.013 \times 10^5 \times 25}{1.38 \times 10^{-23} \times 300}$

$= 6.11 \times 10^{26}$ अणु

प्रश्न 7. हीलियम परमाणु की औसत तापीय ऊर्जा का आकलन कीजिए (i) कमरे के ताप (27°C) पर (ii) सूर्य के पृष्ठीय ताप (6000 K) पर (iii) 100 लाख केल्विन ताप (तारे के क्रोड का प्रारूपिक ताप) पर।

ऊष्मीय ऊर्जा आन्तरिक ऊर्जा को प्रकट करती है जो स्थान्तरणीय ऊर्जा $\left(\frac{3}{2}k_bT\right)$ तथा ताप पर निर्भर करती है।

हल (a) $T = 27°C = (273.15 + 27) \, K = 300.15 \, K$

औसत तापीय ऊर्जा

$$E = \frac{3}{2}k_BT$$

(जहाँ k_B = बोल्ट्ज़मैन नियतांक $= 1.38 \times 10^{-23} \, m^2 \, kg \, s^{-2} \, K^{-1}$)

$$\therefore \quad E = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-38} \times 300.15$$

$$= 6.21 \times 10^{-21} \, J$$

(b) कमरे के ताप पर

$$T = 6000\,K \qquad \text{(सूर्य की सतह पर)}$$

औसत तापीय ऊर्जा $E = \frac{3}{2}k_B T$

$$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-38} \times 6000$$

$$= 1.241 \times 10^{-19}\,J$$

(c) कमरे के ताप पर $T = 10^7\,K$

औसत तापीय ऊर्जा $E = \frac{3}{2}k_B T$

$$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 10^7$$

$$= 2.07 \times 10^{-16}\,J$$

नोट *इस प्रश्न में दी गयी गैस 'He' एकपरमाणुक है तथा इसकी 3 स्वतन्त्रता की कोटि है अतः तापीय ऊर्जा ही आन्तरिक ऊर्जा है परन्तु यदि गैस द्विपरमाणुक* (N_2, O_2 ...) *है या बहुपरमाणुक* (NH_3 SO_3....) *है। तब तापीय ऊर्जा तथा आन्तरिक ऊर्जा अलग-अलग है तथा स्वतन्त्रता की कोटि पर निर्भर हैं।*

प्रश्न 8. समान धारिता के तीन बर्तनों में एक ही ताप और दाब पर गैसें भरी हैं। पहले बर्तन में नियॉन (एकपरमाणुक) गैस है, दूसरे में क्लोरीन (द्विपरमाणुक) गैस है और तीसरे में यूरेनियम हेक्साफ्लोराइड (बहुपरमाणुक) गैस है। क्या तीनों बर्तनों में गैसों के संगत अणुओं की संख्या समान है?क्या तीनों प्रकरणों में अणुओं की v_{rms} (वर्ग माध्य मूल चाल) समान है।

हल हाँ, अवोगाद्रो के अनुसार-समान ताप दाब पर गैसों की समान मात्रा में अणु /परमाणु की संख्या समान होती है.

नहीं, दी गयी तीनों गैसों के वर्गमाध्यमूल वेग समान नहीं है.

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$v_{rms} \propto \sqrt{\frac{1}{M}}$$

नियत ताप पर Ne का परमाणु भार न्यूनतम है अतः Ne के लिए वर्गमाध्यमूल वेग अधिकतम है।

नोट *एक परमाणुक गैस* (He, Ne...) *तथा द्विपरमाणुक गैस* (H_2, N_2...) *की औसत गतिज ऊर्जा हमेशा* $\frac{3}{2}k_B T$ *होती है यह केवल ताप पर निर्भर करती है तथा गैस की प्रकृति पर निर्भर नहीं करती है।*

प्रश्न 9. किस ताप पर आर्गन गैस सिलिंडर में अणुओं की v_{rms}, – 20°C पर हीलियम गैस परमाणुओं की v_{rms} के बराबर होगी? (Ar का परमाणु द्रव्यमान = 39.9 u, एवं हीलियम का परमाणु द्रव्यमान He = 4.0 u)।

हल Ar परमाणु की वर्ग माध्य मूल चाल

$$(v_{rms})_{Ar} = \sqrt{\frac{3RT_{Ar}}{M_{Ar}}} \quad \text{...(i)}$$

He की वर्ग माध्य मूल चाल

$$(v_{rms})_{He} = \sqrt{\frac{3RT_{He}}{M_{He}}} \quad \text{...(ii)}$$

समी (i) को समी (ii) से विभाजित करने पर

$$\frac{(v_{rms})_{Ar}}{(v_{rms})_{He}} = \sqrt{\frac{3RT_{Ar}}{M_{Ar}} \times \frac{M_{He}}{3RT_{He}}}$$

$$(v_{rms})_{Ar} = (v_{rms})_{He}$$

$$\Rightarrow \quad 1 = \sqrt{\left(\frac{T_{Ar}}{T_{He}}\right) \cdot \left(\frac{M_{He}}{M_{Ar}}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{M_{He}}{M_{Ar}} = \frac{T_{He}}{T_{Ar}}$$

$$\therefore \quad T_{Ar} = T_{He}\left(\frac{M_{Ar}}{M_{He}}\right)$$

$$= 253.15\left(\frac{39.9}{4}\right)$$

$$= 2523.675 \text{ K}$$

$$= 2.52 \times 10^3 \text{ K}$$

प्रश्न 10. नाइट्रोजन गैस के एक सिलिंडर में 2.0 atm दाब एवं 17°C ताप पर, नाइट्रोजन अणुओं के माध्य मुक्त पथ एवं संघट्ट आवृत्ति का आकलन कीजिए। नाइट्रोजन अणु की त्रिज्या लगभग 1.0 Å. लीजिए। संघट्ट-काल की तुलना अणुओं द्वारा दो संघट्टों के बीच स्वतन्त्रतापपूर्वक चलने में लगे समय से कीजिए। (नाइट्रोजन का आणविक द्रव्यमान = 28.0 u)।

हल दाब $p = 2 \text{ atm} = 2 \times 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

$$\text{ताप } (T) = 17 + 273.15 \text{ K}$$

$$= 290.15 \text{ K}$$

$$\text{अणुभार } (M) = 28 \text{ g}$$

$$\text{वर्ग माध्य मूल वेग } v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 290.15}{28 \times 10^{-3}}} \quad \text{(मान रखने पर)}$$

$$= 508.26 \text{ m/s}$$

मुक्त पथ हेतु (l)

$$l = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2} \quad \ldots(i)$$

n = गैस के अणुओं का घनत्व = एकांक आयतन में गैस के अणुओं की संख्या

$pV = n'kT$, जहाँ n' = गैस के मोलों की संख्या है

$$\therefore \quad \frac{n'}{V} = \frac{p}{kT} = n$$

समी (i) में n का मान रखने पर

$$l = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \times p}$$

मान रखने पर

$$l = \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 290.15}{\sqrt{2} \times 3.14 \times (2 \times 10^{-10})^2 \times 2 \times 1.013 \times 10^5}$$

$$= \frac{1.38 \times 29 \times 10^{-7}}{1.414 \times 3.14 \times 4 \times 2.06}$$

$$= 1.11 \times 10^{-7} \text{ m}$$

अतः मुक्त पथ आवृत्ति $l = 1.11 \times 10^{-7}$ m

संघट्ट आवृत्ति = प्रति सेकण्ड टक्करों की संख्या

$$= \frac{v_{rms}}{l} = \frac{508.26}{1.11 \times 10^{-7}}$$

$$= 5.1 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$$

संघट्ट में लिया गया समय $= \dfrac{d}{v_{rms}}$

जहाँ, d = अणु का व्यास है

$$= \frac{2 \times 1 \times 10^{-10}}{508.26}$$

$$= 4 \times 10^{-13} \text{ s}$$

दो क्रमागत टक्करों में लिया गया समय

$$= \frac{l}{v_{rms}} = \frac{1.11 \times 10^{-7}}{508.26}$$

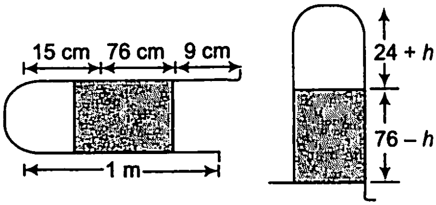
$$= 2 \times 10^{-10} \text{ s}$$

अतः क्रमांगत टक्करों में लिया गया समय एक टक्कर में लिये गये समय का 500 गुना है अतः गैस का एक अणु अधिकांशतः स्वतन्त्र विचरण करता है।

प्रश्न 11. 1 मी लम्बी संकरी (और एक सिरे पर बन्द) नली क्षैतिज रखी गई है। इसमें 76 cm लम्बाई भरा पारद सूत्र, वायु के 15 cm स्तम्भ को नली में रोककर रखता है। क्या होगा यदि खुला सिरा नीचे की ओर रखते हुए नली को ऊर्ध्वाधर कर दिया जाए?

हल ट्यूब की लम्बाई = 1 m = 100 cm

क्षैतिज अवस्था में



मरकरी सूचक की लम्बाई = 76 cm

बन्द सिरे तथा मरकरी वाले सिरे के मध्य वायु स्तम्भ की लम्बाई = 15 cm

अत: शेष लम्बाई = 100 – (76 + 15)

= 9 cm ट्यूब में वायु स्तम्भ होगा।

अत: वायु स्तम्भ की कुल लम्बाई = 15 + 9 = 24 cm

(जब टयूब 9 cm वायु में ऊर्ध्वाधर है + कुछ मरकरी निकल जाती है।)

माना मरकरी की h लम्बाई बाहर निकल जाती है तब इस अवस्था में वायु स्तम्भ की लम्बाई

$= (24 + h)$ cm

मरकरी स्तम्भ की लम्बाई $= (76 - h)$

क्षैतिज अवस्था में दाब $p_1 = 76$ cm मरकरी

ऊर्ध्व अवस्था में दाब $p_2 = 76 - (76 - h) = h$ cm मरकरी

$$V_1 = 15\,\text{cm}^3,$$

$$V_2 = (24 + h)\,\text{cm}^3$$

चूँकि तापमान नियत है अत: बॉयल के नियमानुसार

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$\Rightarrow$ $$76 \times 15 = h(24 + h)$$

$\Rightarrow$ $$h^2 + 24h - 1140 = 0$$

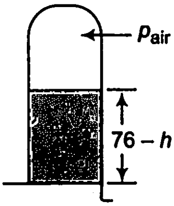
$$h = \frac{-24 \pm \sqrt{24^2 + 4 \times 1 \times 1140}}{2 \times 1}$$

$$= 23.8\text{ cm या } -47.8\text{ cm}$$

ऋणात्मक चिह्न अमान्य है $h = 23.8$ cm

अत: मरकरी की नयी लम्बाई $= (76 - 23.8) = 52.2$ cm

ऊर्ध्व अवस्था में, $p_{air} + (76 - h) = p_{atm}$



किन्तु, p_{atm} = वायुमण्डलीय दाब

= 76 cm मरकरी

⇒ $p_{air} + (76 - h) = 76$

⇒ $p_{air} = 76 - (76 - h) = h$ cm मरकरी

अतः अब वायु स्तम्भ में दाब 76 cm मरकरी से h cm मरकरी तक परिवर्तित हो जाता है।

(i) दाब को $p_1V_1 = p_2V_2$ में प्रयुक्त करने से पूर्व SI युनिट में प्रयुक्त करते हैं।

(ii) ऐसी अवस्था में दाब मरकरी स्तम्भ की ऊचाँई के समानुपाती होता है।

प्रश्न 12. किसी उपकरण से हाइड्रोजन गैस 28.7 cm^3s^{-1} की दर से विसरित हो रही है। उन्हीं स्थितियों में कोई दूसरी गैस 7.2 cm^3s^{-1} की दर से विसरित होती है। इस दूसरी गैस को पहचानिए।

[संकेत ग्राहम के विसरण नियम $R_1/R_2 = (M_2/M_1)^{1/2}$ का उपयोग कीजिए, यहाँ R_1, R_2 क्रमशः गैसों की विसरण दर तथा M_1 एवं M_2 उनके आणविक द्रव्यमान हैं। यह नियम अणुगति सिद्धान्त का एक सरल परिणाम है।]

जहाँ गैसें विसरित होती हैं वहाँ ग्राहम का विसरण गति नियम प्रयोग किया जाता है। इस नियमानुसार, $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$, जहाँ R_1, R_2 गैसों की विसरण गतियाँ तथा M_1, M_2 गैसों के अणुभार हैं।

हल H_2 की विसरण दर $R_H = 28.7\ cm^3s^{-1}$

अज्ञात गैस की विसरण दर $R_{unknown} = 7.2\ cm^3s^{-1}$

ग्राहम का विसरण नियम,

$$\frac{R_{H_2}}{R_{unknown}} = \sqrt{\frac{M_{unknown}}{M_{H_2}}}$$

$$\therefore \quad M_{unknown} = M_{H_2}\left(\frac{R_{H_2}}{R_{unknown}}\right)^2$$

$$= 2.0\left(\frac{28.7}{7.2}\right)^2$$

$$= 32.09\ g$$

(O_2) अतः अज्ञात गैस का अणुभार 32 है तथा गैस आक्सीजन है।

प्रश्न 13. साम्यावस्था में किसी गैस का घनत्व और दाब अपने सम्पूर्ण आयतन में एक समान हैं। यह पूर्णतया सत्य केवल तभी है जब कोई भी बाह्य प्रभाव न हो। उदाहरण के लिए, गुरुत्व से प्रभावित किसी गैस स्तम्भ का घनत्व (और दाब) एकसमान नहीं होता है। जैसा कि आप आशा करेंगे इसका घनत्व ऊँचाई के साथ घटता है। परिशुद्ध निर्भरता वातावरण के नियम $n_2 = n_1 \exp\left[-\frac{mg}{k_B T}(h_2 - h_1)\right]$ से दी जाती है, यहाँ n_2, n_1 क्रमशः h_2 व h_1 ऊँचाइयों पर संख्यात्मक घनत्व को प्रदर्शित करते हैं। इस सम्बन्ध का उपयोग द्रव स्तम्भ में निलम्बित किसी कण के अवसादन साम्य के लिए समीकरण $n_2 = n_1 \exp\left[-\frac{mg N_A}{\rho RT}(\rho - \rho')(h_2 - h_1)\right]$ को व्युत्पन्न करने के लिए कीजिए, यहाँ ρ निलम्बित कण का घनत्व तथा ρ' चारों तरफ के माध्यम का घनत्व है। N_A आवोगाद्रो संख्या तथा R सार्वत्रिक गैस नियतांक है। [संकेत : निलम्बित कण के आभासी भार को जानने के लिए आर्किमिडीज के सिद्धान्त का उपयोग कीजिए।]

हल प्रश्नानुसार,

$$n_2 = n_1 \exp[-mg(h_2 - h_1)/k_B T]$$

द्रव में लटकाये गये भार पर वास्तविक गुरुत्व भार के स्थान पर आभासी गुरुत्व भार आरोपित होता है आर्किमिडीज सिद्धान्त के अनुसार

$$\text{आभासी भार} = V\rho g - V\rho' g$$

$$= V\rho g - V\rho g\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)$$

$$= mg - mg\left(\frac{\rho'}{\rho}\right) \qquad [\because \text{घनत्व} \times \text{आयतन} = \text{द्रव्यमान}]$$

$$= mg\left[1 - \frac{\rho'}{\rho}\right]$$

$$= mg\left(\frac{\rho - \rho'}{\rho}\right)$$

$$k_B = \frac{R}{N_A}$$

यह मान अवसावन साम्य के समीकरण में रखने पर, प्राप्त समीकरण निम्न प्रकार होगी।

$$n_2 = n_1 \exp\left[-mg\left(\frac{\rho - \rho'}{\rho}\right)(h_2 - h_1)/\left(\frac{R}{N_A}\right)T\right]$$

$$\Rightarrow \quad n_2 = n_1 \exp[-mgN_A(\rho - \rho')(h_2 - h_1)/(\rho RT)]$$

प्रश्न 14. नीचे कुछ ठोसों व द्रवों के घनत्व दिए गए हैं। उनके परमाणुओं की आमापों का आकलन (लगभग) कीजिए।

पदार्थ	परमाणु द्रव्यमान (u)	घनत्व (10^3 kg/m^3)
कार्बन (हीरा)	12.01	2.22
गोल्ड	197.00	19.32
नाइट्रोजन (द्रव)	14.01	1.00
लिथियम	6.94	0.53
फ्लोरीन (द्रव)	19.00	1.14

[**संकेत : मान लीजिए कि परमाणु ठोस अथवा द्रव प्रावस्था में दृढ़ता से बँधे हैं, तथा आवोगाद्रो संख्या के ज्ञात मान का उपयोग कीजिए। फिर भी आपको विभिन्न परमाणवीय आकारों के लिए अपने द्वारा प्राप्त वास्तविक संख्याओं का बिल्कुल अक्षरशः प्रयोग नहीं करना चाहिए क्योंकि दृढ़ संवेष्टन सन्निकटन की रूक्षता के परमाणवीय आकार कुछ Å के परास में हैं।**]

हल माना परमाणु की त्रिज्या r है।

$$\text{प्रत्येक परमाणु का आयतन } (V) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$N_A \text{ अणुओं का आयतन } = \frac{4}{3}\pi r^3 N_A$$

जहाँ N_A = आवोगाद्रो संख्या = 6.023×10^{23}

$\therefore$ $$1 \text{ mol परमाणु का आयतन } = \frac{4}{3}\pi r^3 N_A \quad \ldots(i)$$

यदि M = पदार्थ का परमाणु भार ग्रामों में

ρ = घनत्व

1 मोल पदार्थ का आयतन $= \dfrac{M}{\rho}$ $\left(\because \text{घनत्व} = \dfrac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}\right) \ldots(ii)$

समी (i) तथा (ii) से

$$\frac{4}{3}\pi r^3 N_A = \frac{M}{\rho}$$

$\Rightarrow$ $$r = \left[\frac{3M}{4\pi\rho N}\right]^{1/3}$$

कार्बन के लिए, $M = 12.01 \times 10^{-3}$ kg

$\rho = 2.22 \times 10^3$ kg/m^3

$\therefore$ $$r = \left(\frac{3 \times 12.01 \times 10^{-3}}{4\pi \times 2.22 \times 10^3 \times 6.023 \times 10^{23}}\right)^{1/3}$$

$$= 1.29 \text{ Å}$$

अतः: त्रिज्या $= r = 1.29$ Å

स्वर्ण हेतु $M = 197.00 \times 10^{-3}$ kg

$$\rho = 19.32 \times 10^{3} \text{ kg/m}^{3}$$

$$\therefore \qquad r = \left(\frac{3 \times 197 \times 10^{-3}}{4\pi \times 19.32 \times 10^{3} \times 6.023 \times 10^{3}} \right)^{1/3}$$

$$= 1.59 \text{ Å}$$

N_2 (द्रवित) के लिए,

$$r = \left(\frac{3 \times 14.01 \times 10^{-3}}{4\pi \times 1.00 \times 10^{3} \times 6.023 \times 10^{23}} \right)^{1/3}$$

$$= 1.77 \text{ Å}$$

He के लिए,

$$M = 6.94 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$\rho = 0.53 \times 10^{3} \text{ kg/m}^{3}$$

$$r = \left(\frac{3 \times 6.94 \times 10^{-3}}{4\pi \times 0.53 \times 10^{3} \times 6.023 \times 10^{23}} \right)^{1/3}$$

$$= 1.73 \text{ Å}$$

द्रवित फ्लोरीन के लिए

$$r = \left(\frac{3 \times 19 \times 10^{-3}}{4\pi \times 1.14 \times 10^{3} \times 6.023 \times 10^{23}} \right)^{1/3} = 1.88 \text{ Å}$$