3. दो चरों वाले रखिक समीकरणों का युग्म

प्रश्नावली 3.1

Q1. आफ़ताब अपनी पुत्री से कहता है, 'सात वर्ष पूर्व मैं तुमसे सात गुनी आयु का था | अब से 3 वर्ष बाद मैं तुमसे केवल तीन गुनी आयु का रह जाऊँगा |' (क्या यह मनोरंजक है?) इस स्थिति को बीजगणितीय एवं ग्राफीय रूपों में व्यक्त कीजिए |

हल :

माना आफ़ताब की वर्त्तमान आयु = x वर्ष

और उसकी पुत्री की वर्त्तमान आयु = y वर्ष

7 वर्ष पूर्व आफ़ताब की आयु = x - 7 वर्ष

और उसकी पुत्री की आयु = y - 7 वर्ष

स्थित - I

$x - 7 = 7(y - 7)$

$x - 7 = 7y - 49$

$x - 7y = 7 - 49$

$x - 7y = - 42$ .... (1)

3 वर्ष बाद आफ़ताब की आयु = x + 3 वर्ष

और उसकी पुत्री की आयु = y + 3 वर्ष

स्थित - II

$x + 3 = 3(y + 3)$

$x + 3 = 3y + 9$

$x - 3y = 9 - 3$

$x - 3y = 6$ .... (2)

बीजगणितीय रूप में :

x - 7y = - 42 .... (1)

x - 3y = 6 .... (2)

ग्राफीय रूप में प्रदर्शन:

x - 7y = - 42

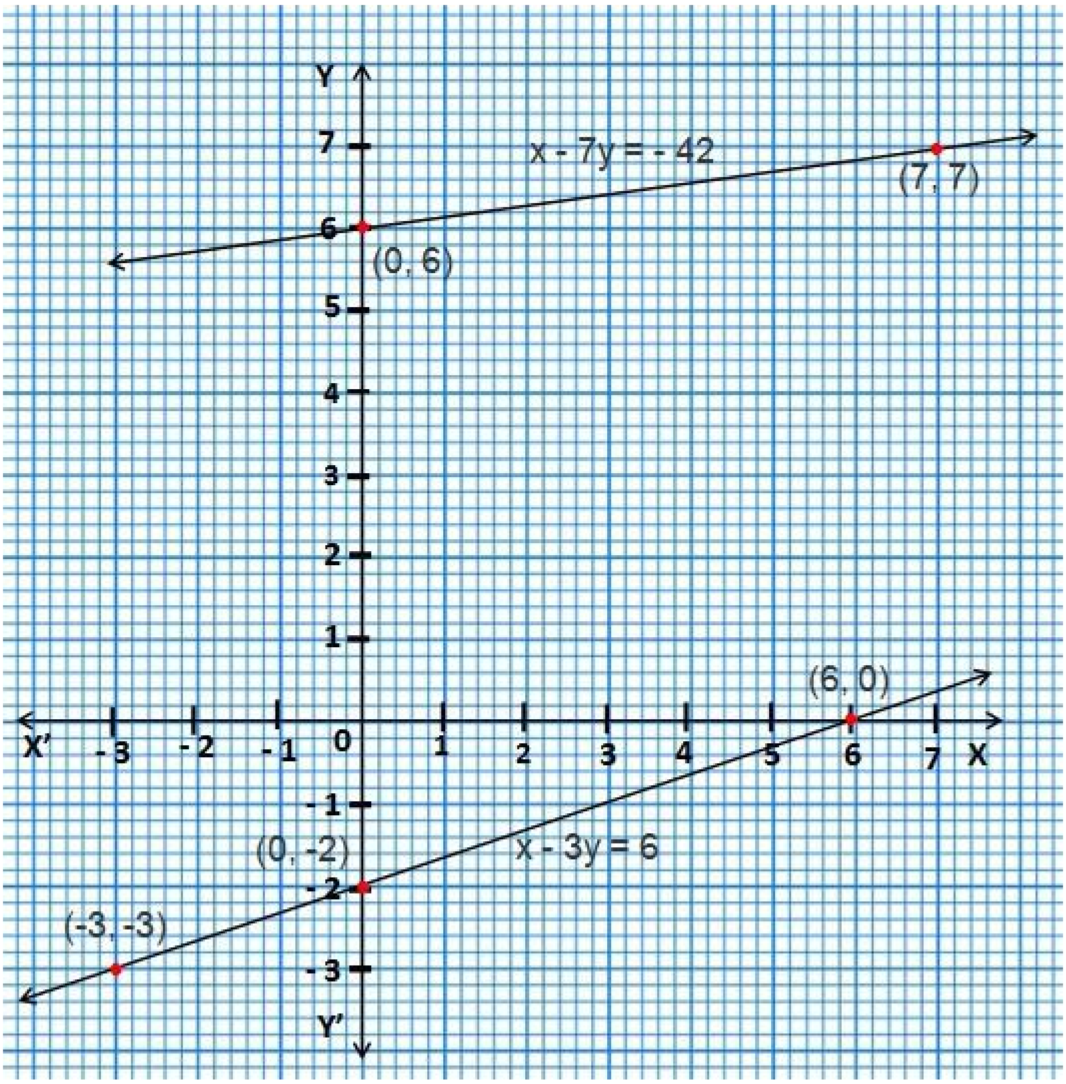
x = - 42 + 7y

x	-7	0	7
y	5	6	7

x - 3y = 6

x = 6 + 3y

x	0	-3	6
y	-2	-3	0



Q2. क्रिकेट टीम के एक कोच ने 3900 रू में 3 बल्ले तथा 6 गेंदे खरीदी | बाद में उसने एक और बल्ला तथा उसी प्रकार की 2 गेंदे 1300 रू में खरीदीं | इस स्थिति को बीजगणितीय तथा ज्यामितीय रूपों में व्यक्त कीजिए |

हल : माना एक बल्ले का मूल्य = x रुपये

और एक गेंद का मूल्य = y रुपये

अत: बीजगणितीय निरूपण

$3x + 6y = 3900$ .... (1) और

$x + 2y = 1300$ .... (2)

समी० (1) से

$3x + 6y = 3900$

$3(x + 2y) = 3990$

या $x + 2y = 1300$

$x = 1300 - 2y$

x	700	500	300
y	300	400	500

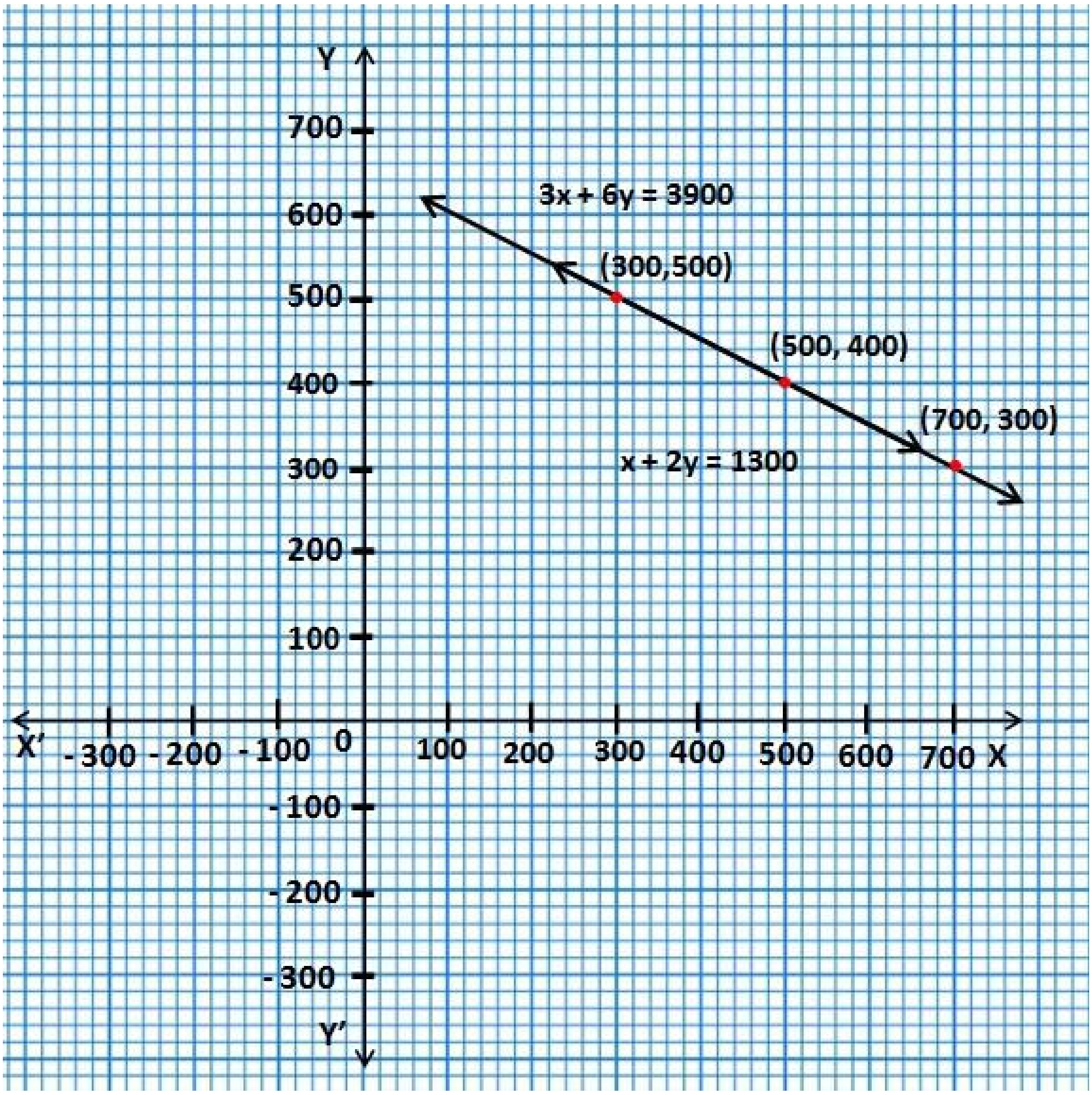
इसी प्रकार समी० (2) से

$x + 2y = 1300$

$x = 1300 - 2y$

x	700	500	300
y	300	400	500

ग्राफीय निरूपण



Q3. 2kg सेब और 1 kg अंगूर का मूल्य किसी दिन 160 रू था | एक महीने बाद 4 kg सेब और दो kg अंगूर का मूल्य 300 रू हो जाता है |इस स्थिति को बीजगणितीय तथा ज्यामितीय रूपों में व्यक्त कीजिए |

हल : माना एक किलों सेब का मूल्य = x रुपया

और एक किलो अंगूर का मूल्य = y रुपया

अत: बीजगणितीय निरूपण :

$2x + y = 160$ ……… (1)

$4x + 2y = 300$ …….. (2)

ग्राफीय निरूपण :

समी० (1) से

$2x + y = 160$

$y = 160 - 2x$

x	40	50	60
y	80	60	40

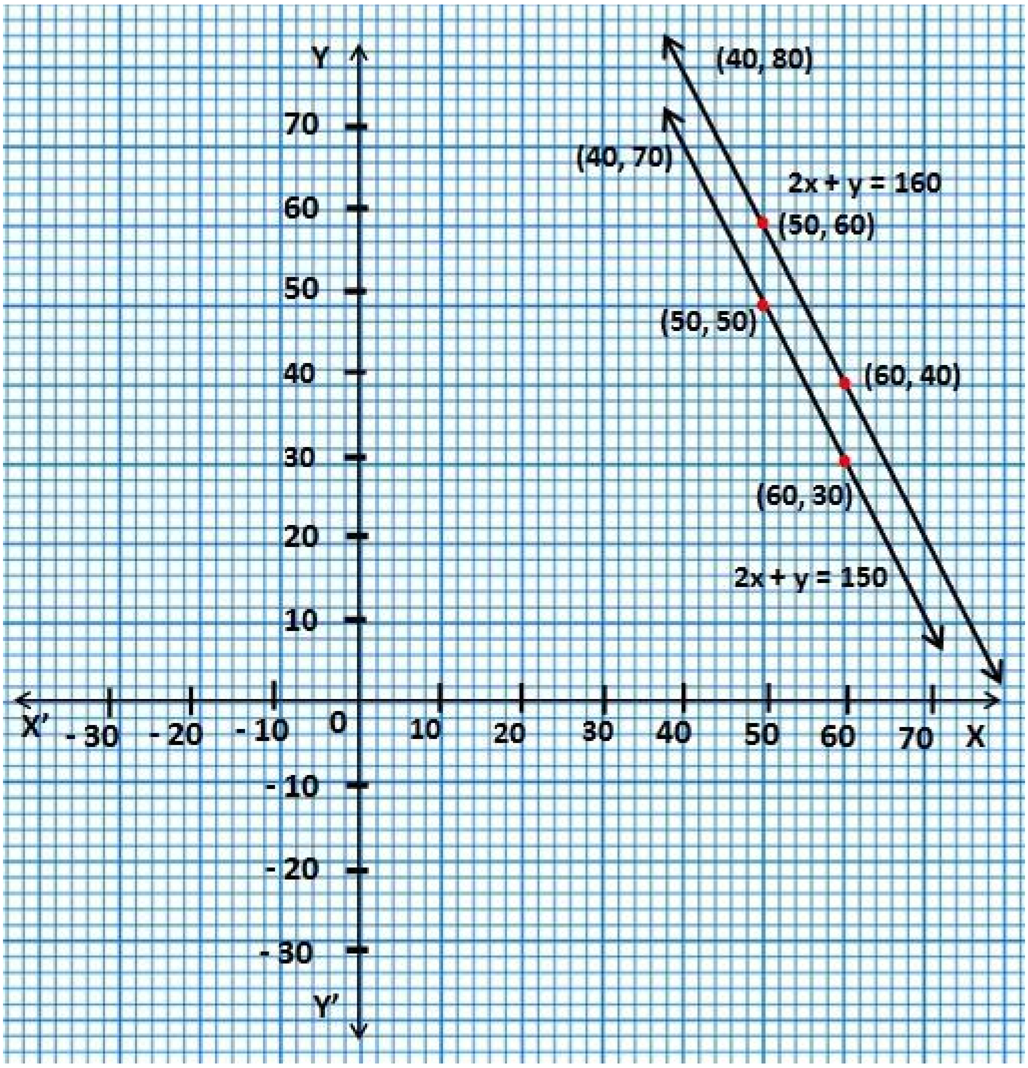
अब समी० (2) से

$4x + 2y = 300$

या $2x + y = 150$

$y = 150 - 2x$

x	40	50	60
y	70	50	30



प्रश्नावली 3.2

Q1. निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरणों के युग्म बनाइए और उनके ग्राफीय विधि से हल ज्ञात कीजिए |

(i) कक्षा x के 10 विधार्थियों ने एक गणित की पहेली प्रतियोगिता में भाग लिया | यदि लड़कियों की संख्या लड़कों से 4 अधिक हो, तो प्रतियोगिता में भाग लिए लडको और लड़कियों की संख्या ज्ञात कीजिए |

हल :

माना लड़कियों की संख्या = x

तथा लड़कों की संख्या = y

प्रश्नानुसार,

लड़के और लडकियाँ की कुल संख्या 10 है |

इसलिए, $x + y = 10$ .... (1)

लड़कों से लड़कियाँ 4 अधिक हैं |

इसलिए, $x - y = 4$ .... (2)

समी० (1) के लिए तालिका

$x + y = 10$

$\Rightarrow x = 10 - y$

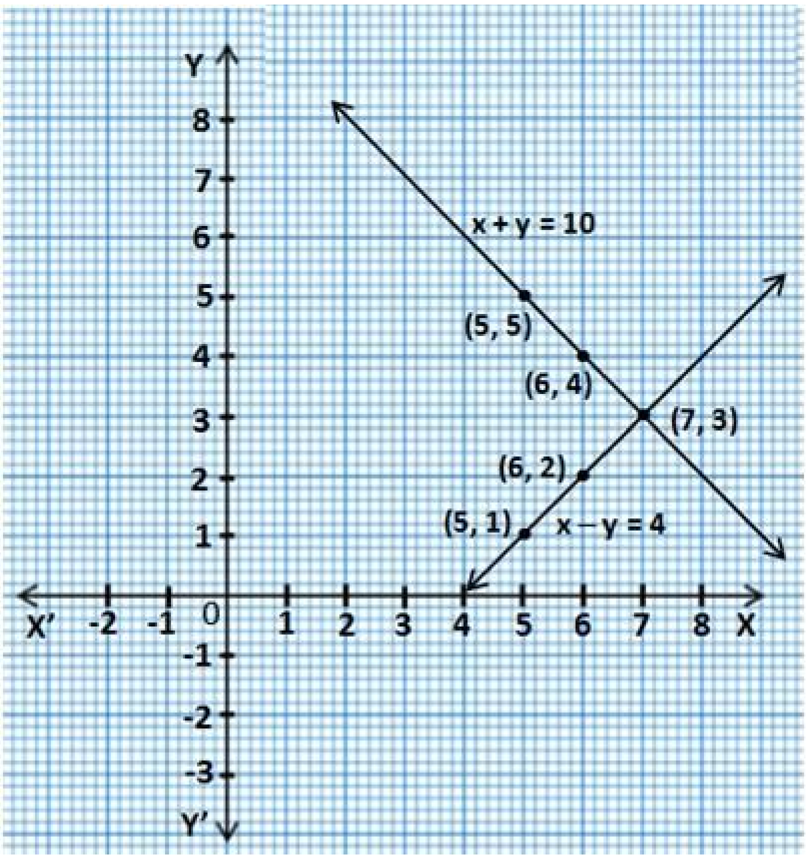
x	5	6	7
y	5	4	3

समी० (2) के लिए तालिका

$x - y = 4$

$\Rightarrow x = 4 + y$

x	5	6	7
y	1	2	3



ग्राफीय विधि से हल के लिए हम जब बने ग्राफ को देखते हैं तो पाते हैं कि बिंदु (7, 3) दिए गए समीकरण के लिए प्रतिच्छेदन बिंदु है जो कि रैखिक समीकरण युग्म का उभयनिष्ठ हल है |

इसलिए, लड़कियों कि संख्या = 7 और लड़कों की संख्या = 3 है |

(ii) 5 पेंसिल तथा 7 कलमों का कुल मूल्य 50 रू. है, जबकि 7 पेंसिल तथा 5 कलमों का कुल मूल्य 46 रू. है | एक पेंसिल का मूल्य तथा एक कलम का मूल्य ज्ञात कीजिए |

हल :

माना एक पेन्सिल का मूल्य = x रू०

और एक कलम का मूल्य = y रू०

प्रश्नानुसार,

5x + 7y = 50 ……… (1) और

7x + 5y = 46 ……..(2)

समी० (1) से

5x + 7y = 50

$\Rightarrow 5x = 50 - 7y$

$$\Rightarrow x = \frac{50-7y}{5}$$

x	3	10	-4
y	5	0	10

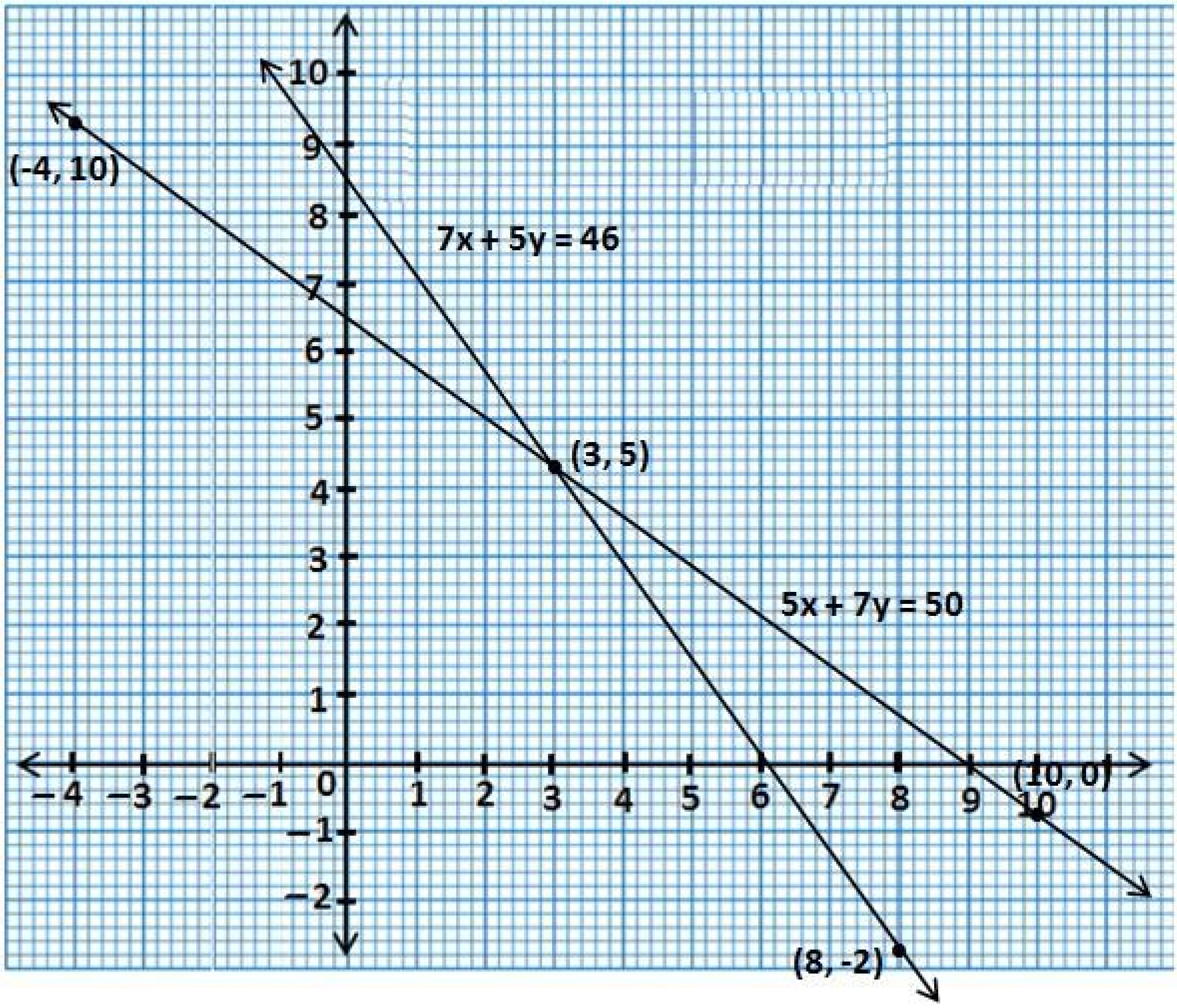
समी० (2) से

$7x + 5y = 46$

$\Rightarrow 7x = 46 - 5y$

$$\Rightarrow x = \frac{46-5y}{7}$$

x	8	3	-2
y	-2	5	12



ग्राफीय विधि से हल के लिए हम जब बने ग्राफ को देखते हैं तो पाते हैं कि बिंदु (3, 5) दिए गए समीकरण के लिए प्रतिच्छेदन बिंदु है जो कि रैखिक समीकरण युग्म का उभयनिष्ठ हल है |

इसलिए, पेन्सिल का मूल्य = 3 और कलम का मूल्य = 5 है |

Q2. अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न समीकरण युग्म द्वारा निरुपित रेखाएँ एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है, समांतर है अथवा संपाती है :

(i) 5x - 4y +8 = 0

7x + 6y - 9 = 0

(ii) 9x +3y + 12 = 0

18x + 6y + 24 = 0

(iii) 6x - 3y + 10 = 0

2x - y + 9 = 0

हल :

(i) $5x - 4y + 8 = 0$ ..... (1)

$7x + 6y - 9 = 0$ .... (2)

$a_1 = 5,\ b_1 = -4,\ c_1 = 8$

$a_2 = 7,\ b_2 = 6,\ c_2 = -9$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7},\ \frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6},\ \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{-9}$

यहाँ $\frac{5}{7} \neq \frac{-4}{6}$

$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

अत: जब $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ हो तो दिए गए समीकरण युग्म

के लिए रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं |

हल :

(ii) 9x + 3y + 12 = 0

18x + 6y + 24 = 0

$a_1 = 9,\ b_1 = 3,\ c_1 = 12$

$a_2 = 18,\ b_2 = 6,\ c_2 = 24$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{18},\ \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6},\ \frac{c_1}{c_2} = \frac{12}{24}$$

यहाँ $\frac{9}{18} = \frac{3}{6} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

अत: जब $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ हो तो दिए गए समीकरण युग्म के लिए रेखाएँ संपाती होती हैं | अत: संपाती है |

हल :

(iii) 6x - 3y + 10 = 0

2x - y + 9 = 0

$a_1 = 6,\ b_1 = -3,\ c_1 = 10$

$a_2 = 2,\ b_2 = -1,\ c_2 = 9$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1},\ \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1} = \frac{3}{1},\ \frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9}$$

यहाँ $\frac{3}{1} = \frac{3}{1} \neq \frac{10}{9}$

$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अत: जब $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ हो तो दिए गए समीकरण युग्म के लिए रेखाएँ समांतर होती हैं | अत: समांतर है |

Q3. अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म संगत है या असंगत :

(i) $3x + 2y = 5;\quad 2x - 3y = 7$

(ii) $2x - 3y = 8;\quad 4x - 6y = 9$

(iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7;\quad 9x - 10y = 14$

(iv) $5x - 3y = 11;\ -10x + 6y = -22$

(v) $\frac{4}{3}x + 2y - 8\ ;\ 2x + 3y = 12$

हल :

(i) 3x + 2y = 5; 2x – 3y = 7

$a_1 = 3, b_1 = 2, c_1 = 5$

$a_2 = 2, b_2 = -3, c_2 = 7$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-3}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{7}$$

यहाँ $\frac{3}{2} \neq \frac{2}{-3}$

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

चूँकि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ है इसलिए ये रेखाएँ प्रतिच्छेदी है अत: रैखिक समीकरण का युग्म संगत हैं |

हल :

(ii) 2x - 3y = 8; 4x - 6y = 9

$a_1 = 2$, $b_1 = -3$, $c_1 = 8$

$a_2 = 4$, $b_2 = -6$, $c_2 = 9$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{9}$$

यहाँ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{8}{9}$

$$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

चूँकि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ है इसलिए ये रेखाएँ समांतर है अत: रैखिक समीकरण का युग्म असंगत हैं |

हल :

(iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7; \quad 9x - 10y = 14$

समी० (1) से

$$\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7 \Rightarrow 9x + 10y = 42 \;..... (1)$$

$$9x - 10y = 14 \;...... (2)$$

$a_1 = 9,\ b_1 = 10,\ c_1 = 42$

$a_2 = 9,\ b_2 = -10,\ c_2 = 14$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{9} = \frac{1}{1},\ \frac{b_1}{b_2} = \frac{10}{-10} = \frac{-1}{1},\ \frac{c_1}{c_2} = \frac{42}{14}$$

यहाँ $\frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1}$

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

चूँकि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ है इसलिए ये रेखाएँ प्रतिच्छेदी है अत:
रैखिक समीकरण का युग्म संगत हैं |

Q4. निम्न रैखिक समीकरणों के युग्मों में से कौन से युग्म संगत /असंगत है, यदि संगत है तो ग्राफीय विधि से हल ज्ञात कीजिए |

(i) $x+y = 5, \quad 2x + 2y = 10$

(ii) $x - y = 8, \quad 3x - 3y = 16$

(iii) $2x + y - 6 = 0, \quad 4x - 2y - 4 = 0$

(iv) $2x - 2y - 2 = 0, \quad 4x - 4y - 5 = 0$

हल :

(i) x + y = 5 .... (i)

2x + 2y = 10 ....(ii)

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

अत: ये संपाती है इसलिए ये संगत है |

ग्राफ के लिए :

समीकरण (i) से

x + y = 5

या x = 5 – y

y का मान 0, 1, 2 रखने पर x का मान क्रमश: 5, 4 और 3 प्राप्त होता है |

x	5	4	3
y	0	1	2

समीकरण (ii) से

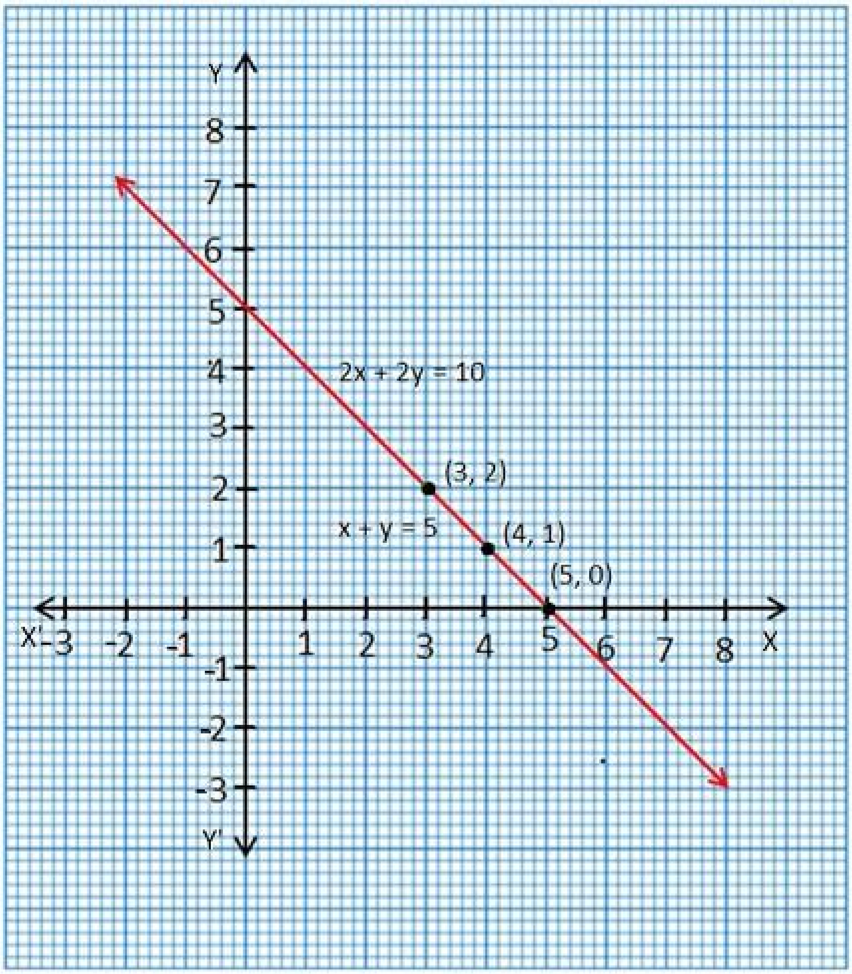
$2x + 2y = 10 \Rightarrow x + y = 5$

या $x = 5 - y$

y का मान 0, 1, 2 रखने पर x का मान क्रमश: 5, 4 और 3 प्राप्तहोता है |

x	5	4	3
y	0	1	2

समीकरण $x + y = 5$ और $2x + 2y = 10$ के लिए ग्राफ -



हल : (ii) x – y = 8 .... (i)

3x – 3y = 16 .... (ii)

संगत/असंगत के लिए जाँच -

$\frac{1}{3} = \frac{-1}{-3} \neq \frac{8}{16} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \neq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अत: ये समान्तर हैं और इसलिए ये असंगत है |

हल : (iii) 2x + y – 6 = 0 .... (i)

4x – 2y – 4 = 0 .... (ii)

संगत/असंगत के लिए जाँच -

$\frac{2}{4} = \frac{1}{-2} \Rightarrow \frac{1}{2} \neq \frac{1}{-2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

अत: ये प्रतिच्छेद करती हैं इसलिए ये संगत है |

अब ग्राफ के लिए -

समीकरण (i) से

2x + y – 6 = 0

y = 6 - 2x

x का मान 0, 1 और 2 रखने पर y का मान क्रमश: 6, 4 और 2 प्राप्त होता है |

x	0	1	2
y	6	4	2

समीकरण (ii) से

$4x - 2y - 4 = 0$

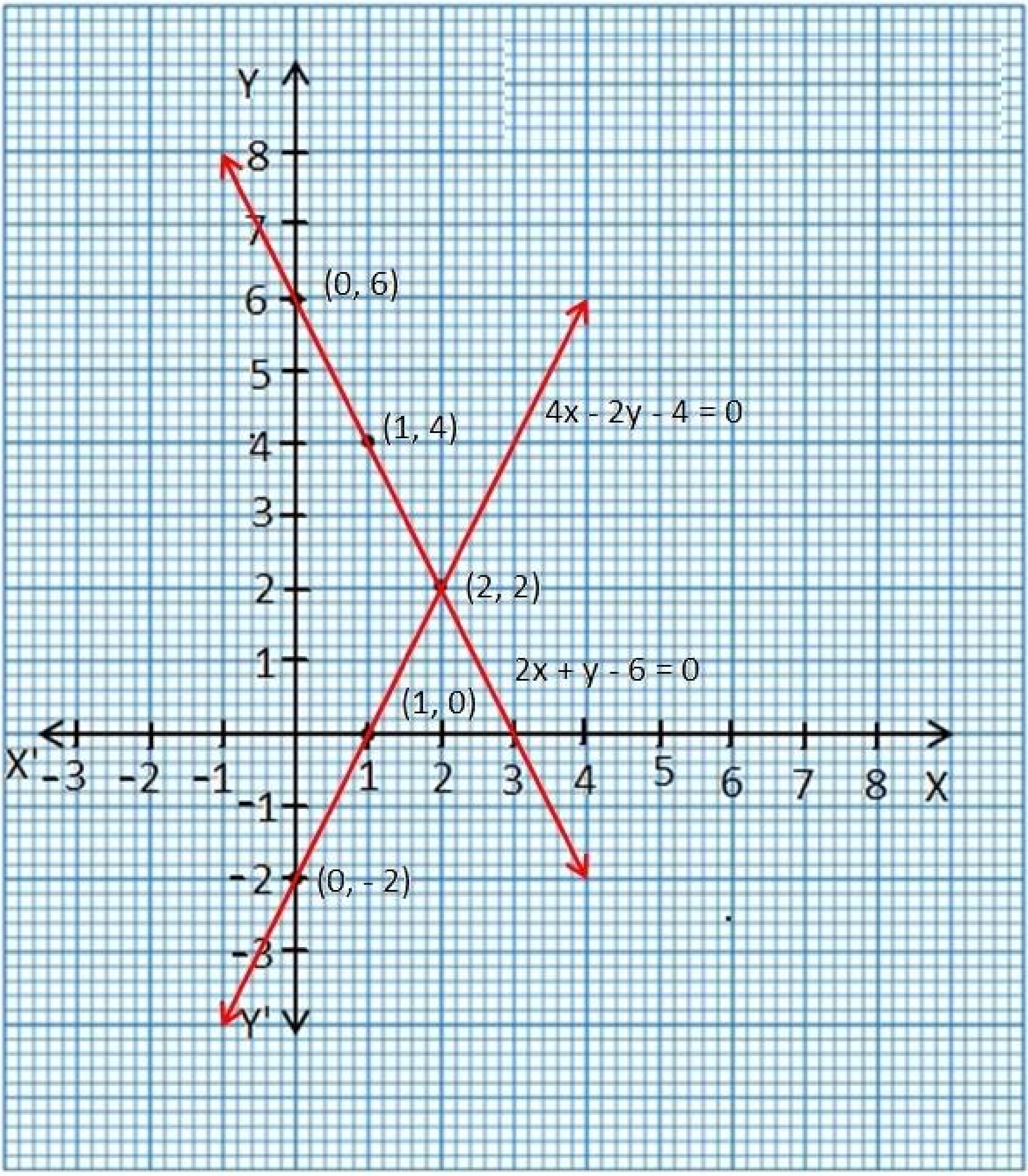
या $2x - y - 2 = 0$ (सरल करने पर)

$y = 2x - 2$

x का मान 0, 1 और 2 रखने पर y का मान क्रमश: -2, 0 और 2 प्राप्त होता है

x	0	1	2
y	-2	0	2

तालिका (i) और (ii) के निर्देशांक बिन्दुओं को ग्राफ पेपर पर स्थापित करने पर



Y
8
7
(0, 6)
6
5
4x - 2y - 4 = 0
(1, 4)
4
3
(2, 2)
2
1
2x + y - 6 = 0
(1, 0)
X'
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
6
7
8
X
-1
-2
(0, - 2)
-3
Y'

हल : (iv) $2x - 2y - 2 = 0$ .... (i)

$4x - 4y - 5 = 0$ .... (ii)

संगत/असंगत के लिए जाँच -

$$\frac{2}{4} = \frac{-2}{-4} \neq \frac{-2}{-5} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अत: ये समान्तर हैं और इसलिए ये असंगत है |

Q5. एक आयताकार बाग़ जिसकी लंम्बाई, चौड़ाई से 4m अधिक है, का अर्धपरिमाप 36m है | बाग़ की विमाएँ ज्ञात कीजिए |

हल : माना आयताकार बाग की लंबाई = x m

और चौड़ाई = y m है |

अर्धपरिमाप = 36 m

$$\Rightarrow \frac{\text{परिमाप}}{2} = 36 \text{ m}$$

अत: स्थिति (i)

$x - y = 4$ .... (i)

स्थिति (ii)

2(लंबाई + चौड़ाई) = परिमाप

या लंबाई + चौड़ाई = $\frac{\text{परिमाप}}{2}$

या $x + y = 36$ .... (ii)

समीकरण (i) से

$x - y = 4$

$\Rightarrow x = 4 + y$

अब x का मान 4 + y समीकरण (ii) में रखने पर

$x + y = 36$

$\Rightarrow 4 + y + y = 36$

$\Rightarrow 4 + 2y = 36$

$\Rightarrow 2y = 36 - 4$

$\Rightarrow 2y = 32$

$\Rightarrow y = \frac{32}{2} = 16$

अब y = 16 समीकरण (i) में रखने पर

$x = 4 + y$

या $x = 4 + 16 = 20$

अत: बाग की लंबाई = 20 मीटर

और चौड़ाई = 16 मीटर

Q6. एक रैखिक समीकरण 2x + 3y - 8 = 0 दी गई है | दी चरों में एक ऐसी और रैखिक समीकरण लिखिए ताकि प्राप्त युग्म का ज्यामितीय निरूपण जैसा कि

(i) प्रतिच्छेद करती रेखाएँ हों | **(ii) समांतर रेखाएँ हों|**

(iii) संपाती रेखाएँ हों |

हल : $2x + 3y - 8 = 0$ .... (i) (दिया है)

हमें एक और ऐसी ही रैखिक समीकरण खींचना है जिससे प्राप्त युग्म का ज्यामितीय निरूपण

(i) प्रतिच्छेद करती रेखाए हो

रेखाए प्रतिच्छेद करती हो इसके लिए

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ होना चाहिए ।

अत: 3x + 2y - 10 = 0 .... (ii)

जो इस शर्त को पूरा करती है ।

इसलिए समीकरण युग्म हैं -

2x + 3y - 8 = 0 .... (i)

3x + 2y - 10 = 0 .... (ii)

(ii) समांतर रेखाएँ हो

इसके लिए समीकरण युग्म से शर्त है -

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अत: दूसरा समीकरण है

4x + 6y - 5 = 0 .... (ii)

जो इस शर्त को पूरा करती है ।

अत: समीकरण युग्म हैं -

2x + 3y - 8 = 0 .... (i)

4x + 6y - 5 = 0 .... (ii)

(iii) संपाती रेखाएँ हो

इसके लिए समीकरण युग्म से शर्त है

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

अत: दूसरा समीकरण है -

4x + 6y – 16 = 0 .... (ii)

जो इस शर्त को पूरा करती है -

अत: समीकरण युग्म हैं -

2x + 3y - 8 = 0 .... (i)

4x + 6y – 16 = 0 .... (ii)

Q7. समीकरणों x - y + 1 = 0 और 3x + 2y - 12 = 0 का ग्राफ खींचिए | x- अक्ष और इन रेखाओं से बने त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशक ज्ञात कीजिए और त्रिभुजाकार पटल को छायांकित कीजिए |

हल :

x – y + 1 = 0 …………. (i)

3x + 2y – 12 = 0 ………….(ii)

समीकरण (i) से

x – y + 1 = 0

या y = x + 1

अब x का मान 0, 1 और 2 रखने पर y का मान क्रमश: 1, 2 और 3 प्राप्त होता है जिसकी तालिका निम्न है –

x	0	1	2
y	1	2	3

समीकरण (ii) से

$3x + 2y - 12 = 0$

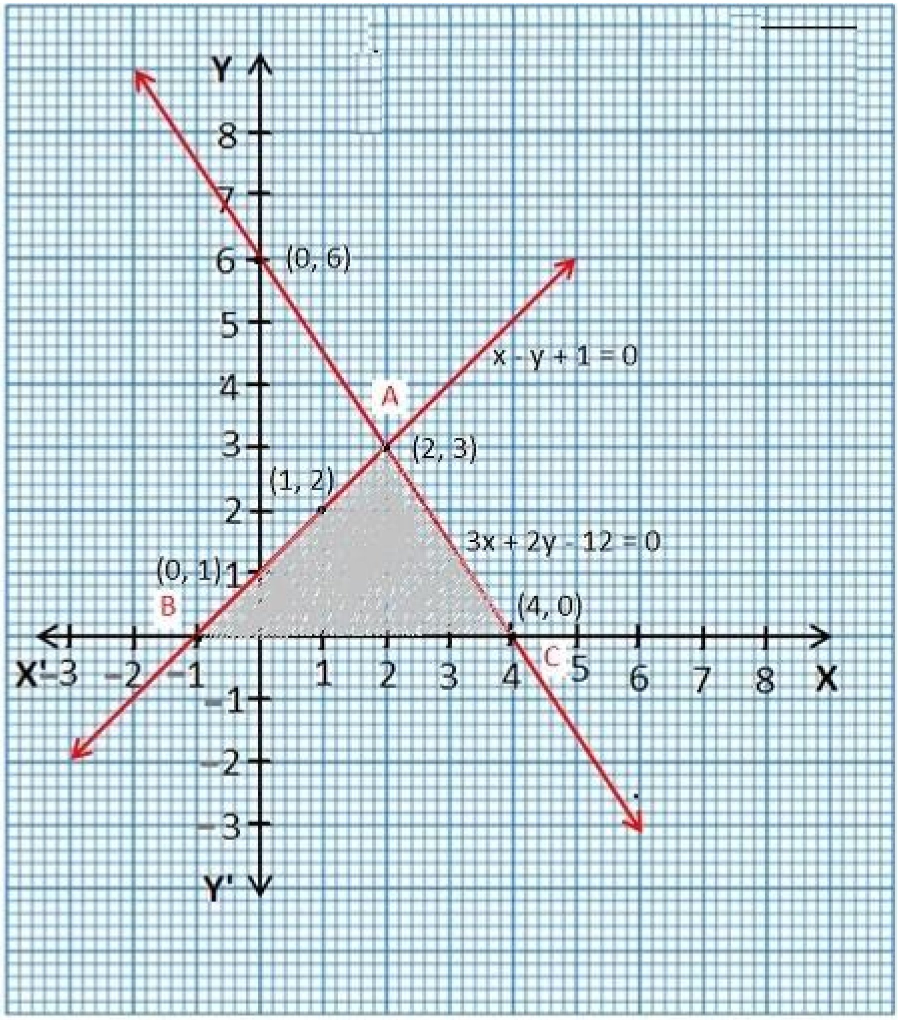
$2y = 12 - 3x$

$y = \frac{12-3x}{2}$

अब इसमें x का मान 0, 2 और 4 रखने पर y का मान क्रमश: 6, 3 और 0 प्राप्त होता है जिसकी तालिका निम्न है |

x	0	2	4
y	6	3	0

दोनों तालिकाओं को ग्राफ पर स्थापित करने पर -



प्रश्नावली 3.3

Q1. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए :

(i) $x + y = 14$,

$x - y = 4$

(ii) $s - t = 3$

$\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$

(iii) $3x - y = 3$

$9x - 3y = 9$

(iv) $0.2x + 0.3y = 1.3$

$0.4x + 0.5y = 2.3$

(v) $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$

$\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0$

(vi) $\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = 2$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$

नोट : प्रतिलोपन विधि में दिए गए समीकरण युग्म में से किसी भी एक युग्म को लेकर उसकों x या y के पदों में व्यक्त किया जाता है और उस मान को दुसरे बचे समीकरण में रख कर अन्य चर जैसे पहले x का मान रखा है तो y का मान प्राप्त करते है और यदि y का मान रखा है तो x का प्राप्त करते हैं | फिर इस मान को पुन: पहले समीकरण में रख कर और दुसरे चर का मान प्राप्त कर लेते है | कोशिश यह रहनी चाहिए कि सबसे कम संख्यात्मक मान वाले समीकरण को सबसे पहले लेना चाहिए |

हल Q1:

(i) x + y = 14 .... (i)

x - y = 4 .... (ii)

प्रतिलोपन विधि से

समीकरण (ii) से

x - y = 4

x = 4 + y

अब समीकरण (i) में x का मान 4 + y रखने पर

x + y = 14

या (4 + y) + y = 14

या 4 + 2y = 14

या 2y = 14 – 4

या $2y = 10$

या $y = \frac{10}{2} = 5$

{अब यहाँ हमने y का मान प्राप्त कर लिया है जिसे हम पुन: समीकरण (ii) में रखेंगे और x का मान प्राप्त करेंगे |}

अब y का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$x = 4 + y$

या $x = 4 + 5 = 9$

{ध्यान रखे कि यदि समीकरण (i) से मान निकालेंगे तो उस मान को समीकरण (ii) में रखेंगे और यदि समीकरण (ii) से निकालेंगे तो उस मान को समीकरण (i) में रखेंगे |}

अत: दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल है -

अत: $x = 9$, और $y = 5$ **उत्तर**

हल : (ii) $s - t = 3$ .... (i)

$\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$ या $2s + 3t = 36$ .... (ii)

समीकरण (i) से

$s - t = 3$

या $s = 3 + t$

अब s का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$2s + 3t = 36$

या $2(3 + t) + 3t = 36$

या $6 + 2t + 3t = 36$

या $6 + 5t = 36$

या $5t = 36 - 6$

या $5t = 30$

या $t = \frac{30}{5} = 6$

अत: $t = 6$

अब इस t के मान को पुन समीकरण (i) में रखने पर

$s = 3 + t$

या $s = 3 + 6 = 9$

अत: $s = 9$

अत: दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल है -

$s = 9$ और $t = 6$ **उत्तर**

हल : (iii) $3x - y = 3$ .... (i)

$9x - 3y = 9$ .... (ii)

प्रतिस्थापन विधि से

समीकरण (i) लेने पर

$3x - y = 3$

या $3x - 3 = y$

या $y = 3x - 3$

अब इस y के मान को समीकरण (ii) में रखने पर

$9x - 3y = 9$

या $9x - 3(3x - 3) = 9$

या $9x - 9x + 9 = 9$

या $9 = 9$

या $x = 0$ और $y = 3x - 3$ उत्तर

अत: दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल है -

$x = 0$ और $y = 3x - 3$

हल : (iv) $0.2x + 0.3y = 1.3$

$0.4x + 0.5y = 2.3$

सरल करने पर

$0.2x + 0.3y = 1.3$

$\Rightarrow \frac{2x}{10} + \frac{3y}{10} = \frac{13}{10}$

$\Rightarrow 2x + 3y = 13$ .... (i)

अब, $0.4x + 0.5y = 2.3$

$\Rightarrow \frac{4x}{10} + \frac{5y}{10} = \frac{23}{10}$

$\Rightarrow 4x + 5y = 23$ .... (ii)

अब समीकरण (i) लेने पर

$\Rightarrow 2x + 3y = 13$

$\Rightarrow 2x = 13 - 3y$

$$\Rightarrow x = \frac{13 - 3y}{2}$$

अब x के इस मान को समीकरण (ii) में रखने पर

$4x + 5y = 23$

$$\Rightarrow 4\left(\frac{13 - 3y}{2}\right) + 5y = 23$$

$\Rightarrow 2(13 - 3y) + 5y = 23$

$\Rightarrow 26 - 6y + 5y = 23$

$\Rightarrow 26 - y = 23$

$\Rightarrow$ y = 26 - 23

$\Rightarrow$ y = 3

अब y के मान को समीकरण (i) में रखने पर

$$\Rightarrow x = \frac{13 - 3y}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{13 - 3(3)}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{13 - 9}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$$

अत: दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल है -

x = 2 और y = 3

हल : (v) $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$ .... (i)

$\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0$ .... (ii)

समीकरण (i) से

$\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$

या $\sqrt{2}x = -\sqrt{3}y$

या $x = -\dfrac{\sqrt{3}y}{\sqrt{2}}$

अब x का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0$

या $\sqrt{3}\left(-\dfrac{\sqrt{3}y}{\sqrt{2}}\right) - \sqrt{8}y = 0$

या $-3y - \sqrt{16}y = 0$

या $-3y - 4y = 0$

या $-7y = 0$

या $y = 0$

अब $y = 0$ समीकरण (i) में रखने पर

$x = -\dfrac{\sqrt{3}y}{\sqrt{2}}$

या $x = -\dfrac{\sqrt{3}(0)}{\sqrt{2}} = 0$

अत: दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल है -

$x = 0$ और $y = 0$

हल : (vi) $\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2 \Rightarrow 9x - 10y = -12$ .... (i)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6} \Rightarrow 2x + 3y = 13$ .... (ii)

समीकरण (ii) लेने पर

$2x + 3y = 13$

$\Rightarrow 2x = 13 - 3y$

$\Rightarrow x = \frac{13 - 3y}{2}$

अब x के इस मान को समीकरण (i) में रखने पर

$9x - 10y = -12$

$\Rightarrow 9\left(\frac{13 - 3y}{2}\right) - 10y = -12$

$\Rightarrow 117 - 27y - 20y = -24$

$\Rightarrow 117 - 47y = -24$

$\Rightarrow 47y = 117 + 24$

$\Rightarrow 47y = 141$

$\Rightarrow y = \frac{141}{47} = 3$

अब समीकरण (i) में y = 3 रखने पर

$\Rightarrow x = \frac{13 - 3(3)}{2} = \frac{13 - 9}{2} = \frac{4}{2} = 2$

अतः दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल है –

x = 2 और y = 3

Q2. 2x + 3y = 11 और 2x - 4y = -24 को हल कीजिए और इसमें 'm' का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए y = mx + 3 हो |

हल :

2x + 3y = 11 .... (i)

2x - 4y = - 24 .... (ii)

समीकरण (i) से

$2x + 3y = 11$

$\Rightarrow 2x = 11 - 3y$

$\Rightarrow x = \dfrac{11 - 3y}{2} \quad .... \quad (iii)$

x का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$2x - 4y = -24$

$\Rightarrow 2\left(\dfrac{11 - 3y}{2}\right) - 4y = -24$

$\Rightarrow 11 - 3y - 4y = -24$

$\Rightarrow 11 - 7y = -24$

$\Rightarrow 7y = 11 + 24$

$\Rightarrow 7y = 35$

$\Rightarrow y = \dfrac{35}{7} = 5$

समीकरण (iii) में y = 5 रखने पर

$$\Rightarrow x = \frac{11 - 3y}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{11 - 3(5)}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{11 - 15}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$$

x = -2 और y = 5

अब m का मान प्राप्त करने के लिए x और y का मान y = mx + 3 में रखने पर

$$y = mx + 3$$

$$\Rightarrow 5 = m(-2) + 3$$

$$\Rightarrow 5 = -2m + 3$$

$$\Rightarrow -2m = 5 - 3$$

$$\Rightarrow -2m = 2$$

$$\Rightarrow m = -1$$

Q3. निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरण युग्म बनाइए और उनके हल प्रतिस्थापन विधि द्वारा ज्ञात कीजिए :

(i) दो संख्याओं का अन्तर 26 है और एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है | उन्हें ज्ञात कीजिए |

हल : माना पहली संख्या x और दूसरी संख्या y है |

तो प्रश्नानुसार,

स्थिति (I)

$x - y = 26$ .... (i)

स्थिति (II)

$x = 3y$ .... (ii)

अब समीकरण (i) में $x = 3y$ रखने पर

$x - y = 26$

$\Rightarrow 3y - y = 26$

$\Rightarrow 2y = 26$

$\Rightarrow y = 13$

अब $y = 13$ समीकरण (ii) में रखने पर

$x = 3y$

$\Rightarrow x = 3 \times 13$

$= 39$

अत: पहली संख्या 39 है और दूसरी संख्या 13 है |

(ii) दो संपूरक कोणों में बड़ा कोण छोटे कोण से 18 डिग्री अधिक है | उन्हें ज्ञात कीजिए |

हल :

माना दो संपूरक कोणों में से बड़ा कोण x है

और छोटा कोण y है |

अत: स्थिति (II)

$x - y = 18°$ .... (i)

$x + y = 180°$ .... (ii)

(संपूरक कोणों का योग 180° होता है |)

अब समीकरण (i) से

$x - y = 18°$

$\Rightarrow x = 18° + y$

अब x का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$x + y = 180°$

$\Rightarrow 18° + y + y = 180°$

$\Rightarrow 18° + 2y = 180°$

$\Rightarrow 2y = 180° - 18°$

$\Rightarrow 2y = 162°$

$\Rightarrow y = \frac{162°}{2}$

$\Rightarrow y = 81°$

y का मान समीकरण (i) में रखने पर

$\Rightarrow x = 18° + y$

$\Rightarrow x = 18° + 81°$

$\Rightarrow x = 99°$

अत: बड़ा कोण 99° है और छोटा कोण 81° है |

(iii) एक क्रिकेट टीम के कोच ने 7 बल्ले तथा 6 गेंदे 3800 रू. में खरीदी | बाद में, उसने 3 बल्ले तथा 5 गेंदें 1750 रू. में खरीदी | प्रत्येक गेंद का मूल्य ज्ञात कीजिए|

हल :

माना एक बल्ले का मूल्य x रुपये

और एक गेंद का मूल्य y रुपये है |

स्थित I

7 बल्ले + 6 गेंद = 3800

$\Rightarrow$ $7x + 6y = 3800$ .... (i)

स्थिति II

3 बल्ले + 5 गेंदें = 1750

$\Rightarrow$ $3x + 5y = 1750$ .... (ii)

समीकरण (ii) से

$3x + 5y = 1750$

$\Rightarrow$ $3x = 1750 - 5y$

$\Rightarrow$ $x = \frac{1750 - 5y}{3}$

अब इस x के मान को समीकरण (i) में रखने पर

$$7x + 6y = 3800$$

$$\Rightarrow 7\left(\frac{1750 - 5y}{3}\right) + 6y = 3800$$

$$\Rightarrow 12250 - 35y + 18y = 11400$$

$$\Rightarrow 12250 - 17y = 11400$$

$$\Rightarrow 17y = 12250 - 11400$$

$$\Rightarrow 17y = 850$$

$$\Rightarrow y = \frac{850}{17} = 50$$

अब y = 50 समीकरण (ii) में रखने पर

$$\Rightarrow x = \frac{1750 - 5y}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1750 - 5 \times 50}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1750 - 250}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1500}{3} = 500$$

$\Rightarrow x = 500$ और $y = 50$

अत: एक बल्ले का मूल्य 500 रुपया है और एक गेंद का मूल्य 50 रुपया है |

(iv) एक नगर में टैक्सी के भाड़े में एक नियत भाड़े के अतिरिक्त चली गई दुरी पर भाडा सम्मिलित किया जाता है | 10 km दुरी के लिए 105 रू है तथा 15 km के लिए भाडा 155 रू है | नियत भाडा तथा प्रति km भाडा ज्ञात कीजिए और एक व्यक्ति को 25 km यात्रा करने के लिए कितना भाडा देना होगा?

हल : माना टैक्सी का नियत भाडा x रुपया है |

और प्रत्येक अतिरिक्त प्रति किलोमीटर के लिए भाडा y रुपया है |

स्थिति I

x + 10y = 105 .... (i)

स्थिति II

x + 15y = 155 .... (ii)

समीकरण (i) से

$x + 10y = 105$

$\Rightarrow x = 105 - 10y$

अब x का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$x + 15y = 155$

$\Rightarrow (105 - 10y) + 15y = 155$

$\Rightarrow 105 + 5y = 155$

$\Rightarrow 5y = 155 - 105$

$\Rightarrow 5y = 50$

$\Rightarrow y = \frac{50}{5} = 10$

अब समीकरण (i) में y = 10 रखने पर

$\Rightarrow x = 105 - 10y$

$\Rightarrow x = 105 - 10(10)$

$\Rightarrow x = 105 - 100 = 5$

अत: नियत भाडा 5 रुपया और अतिरिक्त किराया 10 रुपया है |

25 km के लिए भाडा = x + 25y

= 5 + 25(10)

= 5 + 250

= 255 रुपये

(v) यदि किसी भिन्न के अंश और दोनों में 2 जोड़ दिया जाए, तो वह $\frac{9}{11}$ हो जाती है | यदि अंश और हर दोनों में 3 जोड़ दिया जाए, वह $\frac{5}{6}$ हो जाती है | वह भिन्न ज्ञात कीजिए |

हल : माना अंश x है और हर y है |

अत : भिन्न = $\frac{x}{y}$

स्थिति I (अंश और हर में 2 जोड़ने पर $\frac{9}{11}$ हो जाता है|)

$$\frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11}$$

या $11(x + 2) = 9(y + 2)$

$\Rightarrow 11x + 22 = 9y + 18$

$\Rightarrow 11x - 9y = 18 - 22$

$\Rightarrow 11x - 9y = - 4$ .... (i)

स्थिति II (अंश और हर में 3 जोड़ने पर $\frac{9}{11}$ हो जाता है|)

$$\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6}$$

या $6(x + 3) = 5(y + 3)$

$\Rightarrow 6x + 18 = 5y + 15$

$\Rightarrow 6x - 5y = 15 - 18$

$\Rightarrow 6x - 5y = - 3$ .... (ii)

समीकरण (ii) से

$6x - 5y = -3$

$\Rightarrow 6x + 3 = 5y$

$\Rightarrow y = \dfrac{6x+3}{5}$

अब y का मान समीकरण (i) में रखने पर

$11x - 9y = -4$

$\Rightarrow 11x - 9\left(\dfrac{6x+3}{5}\right) = -4$

$\Rightarrow 55x - 54x - 27 = -20$

$\Rightarrow x = 27 \quad - 20$

$\Rightarrow x = 7$

अब x = 7 समीकरण (ii) में रखने पर

$\Rightarrow y = \dfrac{6(7)+3}{5}$

$\Rightarrow y = \dfrac{42+3}{5} = \dfrac{45}{5} = 9$

अत: अंश 7 और हर 9 है |

इसलिए अभीष्ट भिन्न $\dfrac{7}{9}$ है |

(vi) पाँच वर्ष बाद जैकब की आयु उसके पुत्र की आयु से तीन गुनी हो जाएगी | पाँच वर्ष पूर्व जैकब की आयु उसके पुत्र की सात गुनी थी | उनकी वर्तमान आयु क्या है?

हल : माना जैकब की वर्त्तमान आयु x वर्ष है |

और उसके पुत्र की वर्त्तमान आयु y वर्ष है |

स्थिति I

पाँच वर्ष बाद जैकब की आयु = x + 5 वर्ष

और उसके पुत्र की आयु = y + 5 वर्ष

अत: $x + 5 = 3(y + 5)$

$\Rightarrow$ $x + 5 = 3y + 15$

$\Rightarrow$ $x - 3y = 15 - 5$

$\Rightarrow$ $x - 3y = 10$ .... (i)

स्थित II

पाँच वर्ष पूर्व जैकब की आयु = x - 5 वर्ष

और पुत्र की आयु = y - 5 वर्ष

तो $x - 5 = 7(y - 5)$

$\Rightarrow$ $x - 5 = 7y - 35$

$\Rightarrow$ $x - 7y = 5 - 35$

$\Rightarrow$ $x - 7y = - 30$ .... (ii)

समीकरण (ii) से

$x - 7y = -30$

$\Rightarrow x = 7y - 30$

अब x का मान समीकरण (i) में रखने पर

$x - 3y = 10$

$\Rightarrow 7y - 30 - 3y = 10$

$\Rightarrow 4y = 10 + 30$

$\Rightarrow 4y = 40$

$\Rightarrow y = 10$

$y = 10$ को समीकरण (ii) में रखने पर

$\Rightarrow x = 7(10) - 30$

$\Rightarrow x = 70 - 30 = 40$

अत: जैकब की वर्त्तमान आयु 40 वर्ष और उसके पुत्र की वर्त्तमान आयु 10 वर्ष है |

प्रश्नावली 3.4

Q1. निम्न समीकरणों के युग्म को विलोपन विधि तथा प्रतिस्थापना विधि से हल कीजिए | कौन सी विधि अधिक उपयुक्त है ?

(i) $x + y = 5$ और $2x - 3y = 4$

(ii) $3x + 4y = 10$ और $2x - 2y = 2$

(iii) $3x - 5y - 4 = 0$ और $9x = 2y + 7$

(iv) $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$ और $x - \frac{y}{3} = 3$

विलोपन विधि (Substitution Method) : इस विधि में समीकरण (i) और समीकरण (ii) के चर x या y किसी एक चर के गुणांकों (coefficients)को बराबर किया जाता है और फिर इन समीकरणों को एक दुसरे में से घटाया या जमा किया जाता है | घटाने पर जिस चर को हमने बराबर किया था वह विलोपित हो जाता है | और तब अन्य चर का मान प्राप्त करते है, और उस चर के मान को किसी भी समीकरण में रखने पर विलोपित चर का मान प्राप्त हो जाता है |

यहाँ प्रश्न 1. (i) के समी॰ (i) में x का गुणांक 1 है और समी॰ (ii) में x का गुणांक 2 है | जबकि समी॰ (i) में y का गुणांक 1 और (ii) में y का गुणांक (-3) है | हम यहाँ x या y किसी भी चर के गुणांक को बराबर कर सकते है | एक बात यहाँ ध्यान दिया जाता है इनके बीच लगे (+) और (–) के चिन्हों को इन्ही के ऊपर समीकरण को एक दुसरे से घटाना है या जोड़ना है निर्भर करता है | जैसे -

(i) जब सामान चिन्ह (दोनों (+) या दोनों (-) हो तो घटाया जाता है | जब x के गुणकों को बराबर करते हैं तो -

$2x + y = 4$

$2x - 3y = 7$

अथवा जब y के गुणांकों को बराबर करते है तो -

$3x - 5y = 11$

$2x - 5y = -7$

$\left\{\begin{matrix} + & - \\ + & - \end{matrix}\right\}$घटायाजाता है

(ii) जब चिन्ह विपरीत हो जैसे एक (+) और दूसरा (–)अथवा एक (–) और दूसरा (+) तो जोड़ा जाता है |

$3x + y = 3$

$-3x + 4y = 9$

अथवा

$\left\{\begin{matrix} + & - \\ - & + \end{matrix}\right\}$जोड़ा जाता है

$5x - 4y = 3$

$3x + 4y = 9$

हल :

Q1. (i) $x + y = 5$ .... (i)

$2x - 3y = 4$ .... (ii)

समी० (i) × 3 = $3x + 3y = 15$ ...(iii)

समी० (ii) ×1 = $2x - 3y = 4$ ... (iv)

[नोट: यहाँ y के गुणांक बराबर हो चुके हैं |

और चिन्ह विपरीत है इसलिए जोड़ेंगे |]

अब समी० (iii) और (iv) को जोड़ने पर

$3x + 3y = 15$ ..... (iii)

$\underline{\overset{}{+}2x - 3y = 4}$ ..... (iv)

$5x = 19$

$\Rightarrow x = \frac{19}{5}$

अब समीकरण (i) में $x = \frac{19}{5}$ रखने पर

$x + y = 5$

$\Rightarrow \frac{19}{5} + y = 5$

$\Rightarrow y = 5 - \frac{19}{5}$

$\Rightarrow y = \frac{25 - 19}{5}$

$\Rightarrow y = \frac{6}{5}$

अत: दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल है $x = \frac{19}{5}$ और $y = \frac{6}{5}$

हल :(ii) $3x + 4y = 10$ .... (i)

$2x - 2y = 2$ .... (ii)

समी० (i) × 1 $\Rightarrow 3x + 4y = 10$ .... (iii)

समी० (ii) ×2 $\Rightarrow 4x - 4y = 4$........ (iv)

समीकरण (i) और समीकरण (ii) को जोड़ने पर

$3x + 4y = 10$ .... (iii)

$4x - 4y = 4$ .... (iv)

$7x \quad = 14$

y के गुणांकों को बराबर करने के लिए और चिन्ह (+) और (-) है इसलिए इसे जोड़ेंगे |

$\Rightarrow x = \frac{14}{7} = 2$

अब x का मान 2 समीकरण (i) में रखने पर

$3x + 4y = 10$

$\Rightarrow 3(2) + 4y = 10$

$\Rightarrow 6 + 4y = 10$

$\Rightarrow 4y = 10 - 6$

$\Rightarrow 4y = 4$

$\Rightarrow y = 1$

अत: दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल है x = 2 और y = 1

हल :(iii) 3x - 5y - 4 = 0

या   3x – 5y = 4 .... (i)

        9x = 2y + 7

या   9x - 2y + 7

समी० (i) × 3 ⇒ $9x - 15y = 12$ ..... (iii)

समी० (ii) × 1⇒ $9x - 2y = 7$ .....(iv)

समीकरण (iii) में से (iv) घटाने पर

$$\begin{array}{l} 9x - 15y = 12 \quad \text{..... (iii)} \\ 9x - 2y = 7 \quad \text{.....(iv)} \\ (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline -13y = 5 \end{array}$$

इसलिए, $y = \frac{5}{-13} \times \frac{-1}{-1} = \frac{-5}{13}$

अब समीकरण (i) $y = \frac{-5}{13}$ रखने पर

$$3x - 5y = 4$$

$$\Rightarrow \quad 3x - 5\left(\frac{-5}{13}\right) = 4$$

$$\Rightarrow \quad 3x + \left(\frac{25}{13}\right) = 4$$

$$\Rightarrow \quad 39x + 25 = 52$$

$$\Rightarrow \quad 39x = 52 - 25$$

$$\Rightarrow \quad 39x = 27$$

$$\Rightarrow x = \frac{27}{39} = \frac{9}{13}$$

अत: दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल है $x = \frac{9}{13}$ और $y = \frac{-5}{13}$

हल :(iv) $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$

या $3x + 4y = -6$ .... (i)

और $x - \frac{y}{3} = 3$

या $3x - y = 9$ .... (ii)

समीकरण (i) में से (ii) घटाने पर

$3x + 4y = -6$ .... (i)

$3x - y = 9$ .... (ii)

(−) (+ (−)

$5y = -15$

$\Rightarrow \quad y = \frac{-15}{5} = -3$

अब y = - 3 समीकरण (i) में रखने पर

$3x + 4y = -6$

$\Rightarrow \quad 3x + 4(-3) = -6$

$\Rightarrow \quad 3x - 12 = -6$

$\Rightarrow \quad 3x = 12 - 6$

$\Rightarrow \quad 3x = 6$

$\Rightarrow \quad x = \frac{6}{3}$

$\Rightarrow \quad x = 2$

अत: दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल है x = 2 और y = - 3

Q2. निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरणों के युग्म बनाइए और उनके हल (यदि उनका अस्तित्व हो विलोपन विधि से ज्ञात कीजिए) :

(i) यदि हम अंश में 1 जोड़ दे तथा हर में से 1 घटा दे, तो भिन्न 1 में बदल जाती है| यदि हर में 1 जोड़ दे, तो यह $\frac{1}{2}$ हो जाती वह भिन्न क्या है?

हल: माना भिन्न का अंश x और हर y है |

इसलिए, भिन्न = $\frac{x}{y}$

$$\frac{x+1}{y-1} = \frac{1}{1}$$

$\Rightarrow x + 1 = y - 1$

$\Rightarrow x - y = -1 - 1$

$\Rightarrow x - y = -2$ ………… (i)

$$\frac{x}{y+1} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow 2x = y + 1$

$\Rightarrow 2x - y = 1$ ………… (ii)

(यहाँ समीकरण (i) और (ii) में y के गुणांक पहले ही से बराबर है इसलिए इन्हें बराबर करने की जरुरत नहीं है |)

अब समीकरण (i) में से (ii) घटाने पर

$$x - y = -2$$

$$\begin{array}{r} 2x - y = 1 \\ (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline -x = -3 \end{array}$$

$\therefore \quad x = 3$

अब x का मान 3 समीकरण (i) में रखने पर

$x - y = -2$

$\Rightarrow \quad 3 - y = -2$

$\Rightarrow \quad y = 3 + 2$

$\Rightarrow \quad y = 5$

अत: अभीष्ट भिन्न $= \dfrac{3}{5}$

(ii) पाँच वर्ष पूर्व नूरी की आयु सोनू की तीन गुनी थी | दस वर्ष पश्चात्, नूरी की आयु सोनू की आयु की दो गुनी हो जाएगी नूरी और सोनू की आयु में कितनी है ?

हल : माना नूरी की आयु x वर्ष

और सोनू की आयु y वर्ष

स्थिति I

पाँच वर्ष पूर्व,

नूरी की आयु = x - 5 वर्ष

सोनू की आयु = y - 5 वर्ष

प्रश्नानुसार,

□ □□ $x - 5 = 5(y - 5)$

या□ $x - 5 = 5y - 25$

या□ $x - 5y = 5 - 25$

या□ $x - 5y = - 20$ .... (i)

स्थिति II

दस वर्ष बाद,

नूरी की आयु = $x + 10$ वर्ष

सोनू की आयु = $y + 10$ वर्ष

प्रश्नानुसार,

□ □□ $x + 10 = 2(y + 10)$

या□ □$x + 10 = 2y + 20$

या□ $x - 2y = 20 - 10$

या□ $x - 2y = 10$ .... (ii)

(चूँकि x के गुणांक स्वत: बराबर है इसलिए गुणांक बराबर नहीं करेंगे|)

अब समीकरण (i) में से (ii) घटाने पर

$$x - 5y = -20 \quad \text{...........} \quad (i)$$

$$x - 2y = 10 \quad \text{...........} \quad (ii)$$

$$(-) \quad (+) \quad (-)$$

$$-3y = -30$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{-30}{-3} = 10$$

y = 10 समीकरण (i) में रखने पर

$$x - 5y = -20$$

या $x - 5(10) = -20$

या $x - 50 = -20$

या $x = 50 - 20$

या $x = 30$

अत: नूरी की आयु 30 वर्ष है और सोनू की आयु 10 वर्ष है |

(iii) दो अंको की संख्या के अंको का योग 9 है | इस संख्या का 9 गुना, संख्या के अंको को पलटने से बनी संख्या का दो गुना है | वह संख्या ज्ञात कीजिए |

हल : माना संख्या के इकाई का अंक x है |

और दहाई का अंक y है |

तो वास्तविक संख्या = 10y + x होगी,

और पलटी हुई संख्या = 10x + y

स्थित I

$x + y = 9$ .... (i)

स्थिति II

9(संख्या) = 2(पलटी संख्या)

या $9(10y + x) = 2(10x + y)$

या $90y + 9x = 20x + 2y$

या $20x - 9x + 2y - 90y = 0$

या $11x - 88y = 0$

या $x - 8y = 0$

या $x = 8y$ .... (ii)

समीकरण (i) में $x = 8y$ रखने पर

$x + y = 9$

या $8y + y = 9$

या $9y = 9$

या $y = \ = 1$

$y = 1$ समीकरण दो में रखने पर

$x = 8y = 8 \times 1 = 8$

अत: अभीष्ट संख्या = $10y + x$

$= 10 \times 1 + 8$

$= 18$

(iv) मीना 2000 रू निकालने के लिए एक बैंक गई| उसने खजाँची से 50 रू तथा 100 रू के नोट देने के लिए कहा | मीना ने कुल 25 नोट प्राप्त किए | ज्ञात कीजिए की उसने 50 रू और 100 रू के कितने -कितने नोट प्राप्त किए |

हल : माना 50 रुपये के नोटों की संख्या = x है |

और 100 रुपये के नोटों की संख्या = y है |

स्थित I

कुल नोट की संख्या = 25

अत: $x + y = 25$ .... (i)

अब स्थित II

50 के x नोट + 100 के y नोट = 2000 रुपये

अत: $50x + 100y = 2000$

या $x + 2y = 40$ .... (ii) (सरल करने पर)

समीकरण (i) में से (ii) घटाने पर

$x + y = 25$ .... (i)

$x + 2y = 40$ .... (ii)

(−) (−) (−)

$-y = -15$

$\therefore \quad y = 15$

अब $y = 15$ समीकरण (i) में रखने पर

$x + y = 25$

या $x + 15 = 25$

या $x = 25 - 10$

या $x = 10$

(v) किराए पर पुस्तके देने वाले किसी पुस्तकालय का प्रथम तीन दिनों का एक नियत किराया है तथा उसके बाद प्रत्येक अतिरिक्त दिन का अलग किराया है| सरिता ने सात दिनों तक एक पुस्तक रखने के लिए 27 रू अदा किए, जबकि सुसी ने एक पुस्तक पाँच दिनों तक रखने के 21 रुपए अदा किए | नियत किराया तथा प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया ज्ञात कीजिए |

हल :

माना नियत किराया = x रुपया

और अतिरिक्त दिन का किराया = y रुपया

स्थिति I

$x + 7y = 27$ .... (i)

स्थिति II

$x + 5y = 21$ .... (ii)

समीकरण (i) में से समीकरण (i) घटाने पर

$x + 7y = 27$ .... (i)

$x + 5y = 21$ .... (ii)

(−) (−) (−)

$2y = 6$

अत: $y = \frac{6}{2} = 3$

$y = 3$ समीकरण (i) में रखने पर

$x + 7y = 27$

या $x + 7(3) = 27$

या $x + 21 = 27$

या $x = 27 - 21$

या $x = 6$

अत: नियत किराया = 6 रुपया और अतिरिक्त किराया = 3 रुपया/दिन

प्रश्नावली 3.5

Q1. निम्न रैखिक समीकरणों के युग्मो में से किसका एक अद्वितीय हल है, किसका कोई हल नहीं हा या किसके अपरिमित रूप से अनेक हल है | अद्वितीय हल की स्थिति में, उसे ब्रज - गुणन विधि से ज्ञात कीजिए |

(i) $x - 3y = 0$

$3x - 9y - 2 = 0$

(ii) $2x + y = 5$

$3x + 2y = 8$

(iii) $3x - 5y = 20$

$6x - 10y = 40$

(iv) $x - 3y - 7 = 0$

$3x - 3y - 15 = 0$

Q2. (i) a और b के किन मानों के लिए, रैखिक समीकरणों के युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे?

$2x + 3y = 7$

$(a - b)x + (a + b)y = 3a + b - 2$

(ii) k के किस मान के लिए, निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म का कोई हल नहीं है ?

$3x + y = 1$

$(2k - 1)x + (k - 1)y = 2k + 1$

Q3. निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म को प्रतिस्थापन एंव व्रज - गुणन विधियों से हल कीजिए |

किस विधि को आप अधिक उपयुक्त मानते हैं ?

$8x + 5y = 9$

$3x + 2y = 4$

Q4. निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरणों के युग्म बनाइए और उनके हल (यदि उनका अस्तित्व हो) किसी बीजगणितीय विधि से ज्ञात कीजिए :

(i) एक छात्रावास के मासिक व्यय का एक भाग नियत है तथा शेष इस पर निर्भर करता है कि छात्र ने कितने दिन भोजन लिया है| जब एक विद्धार्थी A को, जो 20 दिन भोजन करता है, 1000 रू छात्रावास के व्यय के लिए अदा करने पड़ते है, जबकि एक विधार्थी B को,जो 26 दिन भोजन करता है छात्रावास के व्यय के लिए 1180 रू अदा करने पड़ते है | नियत व्यय और प्रतिदिन के भोजन का मूल्य ज्ञात कीजिए |

(ii) एक भिन्न 1/3 हो जाती है, जब उसके अंश से 1 घटाया जाता है और वह 1/4 हो जाती है जब हर में 8 जोड़ दिया जाता है | वह भिन्न ज्ञात कीजिए |

(iii) यश ने एक टेस्ट में 40 अंक अर्जित किए, जब उसे प्रत्येक सही उत्तर पर 3 अंक मिले तथा अशुद्ध उत्तर पर 1 अंक की कटौती की गई | यदि उसे सही उत्तर पर 4 अंक मिलते तथा अशुद्ध उत्तर पर 2 अंक कटते, तो यश ५०अन्क अर्जित करता | टेस्ट में कितने प्रश्न थे ?

(iv) एक राजमार्ग पर दो स्थान A और B, 100 km की दुरी पर है | एक कार A से तथा दूसरी कार b से एक ही समय चलना प्रारम्भ करती है | यदि ए कारे भिन्न भिन्न चालों से एक ही दिशा में चलती है, तो वे 5 घंटे पश्चात् मिलती हैं | दोनों कारों की चाल ज्ञात कीजिए |

(v) एक आयात का क्षेत्रफल 9 वर्ग इकाई कम हो जाता है, यदि उसकी लंबाई 5 इकाई कम कर दी जाती है और चौड़ाई 3 इकाई बढ़ा दी जाती है| यदि हम लंबाई को 3 इकाई और चौड़ाई को 2 इकाई बढ़ा दे, तो क्षेत्रफल 67 वर्ग इकाई बढ़ जाता है | आयत की विमाएँ ज्ञात कीजिए |

प्रश्नावली 3.6

Q1. निम्न समीकरणों के युग्मों को रैखिक समीकरणों के युग्म में बदल करके हल कीजिए :

(i) 1/2x +1/3y - 2

1/3x + 1/2y - 13/6

(ii) 2/x +3/y = 2

4/x - 9 /y = -1

(iii) 4/x + 3y - 14

3/x - 4y -23

(iv) 5/x -1 + 1/y - 2 - 2

6/x - 1 - 3/y - 2 - 1

(v) 7x - 2y/ xy - 5

8x + 2y/ xy - 15

(iv) 6x + 3y = 6xy

2x + 4y = 5xy

(vii) 10/x +y, + 2 /x - y,- -2

(viii) 1/3x+y,+ 1/3x - y - 3/4

1/2(3x + y) - 2(3x - y) - -1/8

Q2. निम्न समस्याओं को रैखिक समीकरण युग्म के रूप में व्यक्त कीजिए और फिर उनके हल ज्ञात कीजिए :

(1) रितु धारा के अनुकूल 2 घंटे में 20 km तैर सकती है और धारा के प्रतिकूल 2 घंटे में 4 km तैर सकती है | उसकी स्थिर जल में तैरने की चाल तथा धारा की चाल ज्ञात कीजिए |

(ii) 2 महिलाएँ एंव 5 पुरुष एक कसीदे के काम को साथ- साथ 4 दिन में पूरा कर सकते है | जबकि 3 महिलाएँ एंव 6 पुरुष इसको 3 दिन में पूरा कर सकते है ज्ञात कीजिए कि इसी कार्य को करने में एक महिला कितना समय लेगी | पुनः इसी कार्य को करने में एक पुरुष कितना समय लेगा |

(iii) रूही 300 km दुरी पर स्थित अपने घर जाने के लिए कुछ दुरी रेलगाड़ी द्वारा तथा कुछ दुरी बस द्वारा तय करती है | यदि वह 60 km रेलगाड़ी द्वारा तथा शेष बस द्वारा यात्रा करती है तो उसे 4 घंटे लगते हैं | यदि वह 100 km रेलगाड़ी से तथा शेष बस से यात्रा करे, तो उसे 10 मिनट अधिक लगते हैं | रेलगाड़ी एंव बस की क्रमशः चाल ज्ञात कीजिए |

प्रश्नावली 3.7

Q 1. दो मित्रों अनी और बीजू की आयु में 3 वर्ष का अन्तर है | अणि के पिता धरम की आयु अणि की आयु की दुगुनी और बीजू की आयु अपनी बहन कैथी की आयु की दुगुनी है | कैथी और धरम की आयु का अन्तर 300 वर्ष है | अणि और बीजू की आयु ज्ञात कीजिए |

Q2. एक मित्र दूसरे से कहता है कि ' यदि मुझे एक सौ दे दो, तो मैं आपसे दो गुना धनी बन जाऊँगा |' दूसरा उत्तर देता है ' यदि आप मुझे दस दे दें, तो मैं आपसे छः गुना धनी बन जाऊँगा|' बताइए की उनकी क्रमशः कल्या संपत्तिया हैं ?

Q3. एक रेलगाड़ी कुछ दूरी समान चाल से तय करती है | यदि रेलगाड़ी 10 km /h अधिक तेज चलती होती, तो उसे नियत समय से 2 घंटे कम लगते और यदि रेलगाड़ी 10 km/h धीमी चलती होती, तो उसे नियत समय से 3 घंटे अधिक लगते | रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दुरी ज्ञात

कीजिए |

Q4. एक कक्षा के विधार्थियों को पंक्तियों में खड़ा होना है | यदि पंक्ति में 3 विधार्थी अधिक होते, तो | पंक्ति कम होती | यदि पंक्ति में 3 विधार्थी कम होते, तो 2 पंक्तियाँ अधिक बनतीं| कक्षा में विधार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए |

Q5. एक त्रिभुज ABC में, है | त्रिभुज के तीनों कोण ज्ञात कीजिए |

Q6. समीकरणों 5x - y = 5 और 3x - y = 3 के ग्राफ खींचिए | इन रेखाओं और y -अक्ष से बने त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए | इस प्रकार बने त्रिभुज के क्षेत्रफल का परिकलन कीजिए |

Q7. निम्न रैखिक समीकरणों के युग्मों को हल कीजिए :

(i) $px + qy = p - q$

$qx - pq = p + q$

(ii) $ax + by = c$

$bx + ay = 1 + c$

(iii) $x/a - y/b = 0$

$ax + by = a2 + b2$

(iv) $(a - b)x + (a + b)y = a2 - 2ab - b2$

$(a + b)(x + y) = a2 + b2$

(v) $152x - 378y = -74$

$-378x + 152y = -604$

Q8. ABCD एक चतुर्भुज है इस चक्रीय चतुर्भुज के कोण ज्ञात कीजिए |