गणित

द्विघात समीकरण

(कक्षा 10)

प्रश्नावली 4.1

प्रश्न 1.

जाँच कीजिए कि क्या निम्न द्विघात समीकरण हैं:

(i). $(x+1)^2 = 2(x-3)$

(ii). $x^2 - 2x = (-2)(3-x)$

(iii). $(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$

(iv). $(x-3)(2x+1) = x(x+5)$

(v). $(2x-1)(x-3) = (x+5)(x-1)$

(vi). $x^2 + 3x + 1 = (x-2)^2$

(vii). $(x+2)^3 = 2x(x^2-1)$

(viii). $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x-2)^3$

उत्तर 1:

(i) $(x+1)^2 = 2(x-3)$

समीकरण को सरल करने पर

$(x+1)^2 = 2(x-3)$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 2x - 6$

$\Rightarrow x^2 + 7 = 0$

अर्थात $x^2 + 0x + 7 = 0$

यह $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार का समीकरण है।

अतः दिया गया समीकरण एक द्विघात समीकरण है।

(ii) $x^2 - 2x = (-2)(3-x)$

समीकरण को सरल करने पर

$x^2 - 2x = (-2)(3-x)$

$\Rightarrow x^2 - 2x = -6 + 2x$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 6 = 0$

अर्थात $x^2 - 4x + 6 = 0$

यह $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार का समीकरण है।

अतः दिया गया समीकरण एक द्विघात समीकरण है।

(iii) $(x-2)(x+1)=(x-1)(x+3)$

समीकरण को सरल करने पर

$(x-2)(x+1)=(x-1)(x+3)$

$\Rightarrow x^2-2x+x-2=x^2-x+3x-3$

$\Rightarrow -3x+1=0$

अर्थात $3x-1=0$

यह $ax^2+bx+c=0$ के प्रकार का समीकरण नहीं है।

अतः दिया गया समीकरण एक द्विघात समीकरण नहीं है।

(iv) $(x-3)(2x+1)=x(x+5)$

समीकरण को सरल करने पर

$(x-3)(2x+1)=x(x+5)$

$\Rightarrow 2x^2-6x+x-3=x^2+5x$

$\Rightarrow x^2-10x-3=0$

अर्थात $x^2-10x-3=0$

यह $ax^2+bx+c=0$ के प्रकार का समीकरण है।

अतः दिया गया समीकरण एक द्विघात समीकरण है।

(v) $(2x-1)(x-3)=(x+5)(x-1)$

समीकरण को सरल करने पर

$(2x-1)(x-3)=(x+5)(x-1)$

$\Rightarrow 2x^2-x-6x+3=x^2+5x-x-5$

$\Rightarrow x^2-11x+8=0$

अर्थात $x^2-11x+8=0$

यह $ax^2+bx+c=0$ के प्रकार का समीकरण है।

अतः दिया गया समीकरण एक द्विघात समीकरण है।

(vi) $x^2 + 3x + 1 = (x - 2)^2$

समीकरण को सरल करने पर

$x^2 + 3x + 1 = (x - 2)^2$

$\Rightarrow x^2 + 3x + 1 = x^2 - 4x + 4$

$\Rightarrow 7x - 3 = 0$

अर्थात $7x - 3 = 0$

यह $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार का समीकरण नहीं है।

अतः दिया गया समीकरण एक द्विघात समीकरण नहीं है।

(vii) $(x + 2)^3 = 2x(x^2 - 1)$

समीकरण को सरल करने पर

$(x + 2)^3 = 2x(x^2 - 1)$

$\Rightarrow x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 2x^3 - 2x$

$\Rightarrow -x^3 + 6x^2 + 14x + 8 = 0$

अर्थात $x^3 - 6x^2 - 14x - 8 = 0$

यह $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार का समीकरण नहीं है।

अतः दिया गया समीकरण एक द्विघात समीकरण नहीं है।

(viii) $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$

समीकरण को सरल करने पर

$x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$

$\Rightarrow x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

$\Rightarrow 2x^2 - 13x + 9 = 0$

अर्थात $2x^2 - 13x + 9 = 0$

यह $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार का समीकरण है।

अतः दिया गया समीकरण एक द्विघात समीकरण है।

प्रश्न 2.

निम्न स्थितियों को द्विघात समीकरणों के रूप में निरूपित कीजिए:

(i) एक आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल 528 m^2 है। क्षेत्र की लंबाई (मीटरों में) चौड़ाई के दुगुने से एक अधिक है। हमें भूखंड की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करनी है।

(ii) दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल 306 है। हमें पूर्णांकों को ज्ञात करना है।

(iii) रोहन की माँ उससे 26 वर्ष बड़ी है। उनकी आयु (वर्षों में) का गुणनफल अब से तीन वर्ष पश्चात् 360 हो जाएगी। हमें रोहन की वर्तमान आयु ज्ञात करनी है।

(iv) एक रेलगाड़ी 480 km की दूरी समान चाल से तय करती है। यदि इसकी चाल 8 km/h कम होती, तो वह उसी दूरी को तय करने में 3 घंटे अधिक लेती। हमें रेलगाड़ी की चाल ज्ञात करनी है।

उत्तर 2:

(i) माना, भूखंड की चौड़ाई = x m

इसलिए, भूखंड की लम्बाई = $2x + 1$ m

अतः, क्षेत्रफल = $x(2x + 1)$ m^2

प्रश्नानुसार, $x(2x + 1) = 528$

$\Rightarrow 2x^2 + x = 528$

$\Rightarrow 2x^2 + x - 528 = 0$

अतः भूखंड की लम्बाई और चौड़ाई द्विघात समीकरण $2x^2 + x - 528 = 0$ संतुष्ट करती है।

(ii) माना, पहला पूर्णांक = x

इसलिए, दूसरा क्रमागत पूर्णांक = $x + 1$

अतः, गुणनफल = $x(x + 1)$

प्रश्नानुसार, $x(x + 1) = 306$

$\Rightarrow x^2 + x = 306$

$\Rightarrow x^2 + x - 306 = 0$

अतः दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक द्विघात समीकरण $x^2 + x - 306 = 0$ संतुष्ट करती है।

(iii) माना, रोहन की आयु = x वर्ष

इसलिए, रोहन की माँ की आयु = $x + 26$ वर्ष

तीन वर्ष पश्चात्,

रोहन की आयु = $x + 3$ वर्ष

इसलिए, रोहन की माँ की आयु = $x + 29$ वर्ष

अतः, आयु का गुणनफल = $(x + 3)(x + 29)$ वर्ष

प्रश्नानुसार, $(x + 3)(x + 29) = 360$

$\Rightarrow x^2 + 3x + 29x + 87 = 360$

$\Rightarrow x^2 + 32x - 273 = 0$

अतः रोहन की आयु द्विघात समीकरण $x^2 + x - 306 = 0$ संतुष्ट करती है।

(iv) माना, रेलगाड़ी की चाल = x km/h

कुल दूरी = 480 km

इसलिए, लिया गया समय = $\frac{480}{x}$ hrs

यदि इसकी चाल 8 km/h कम होती, तो लिया गया समय = $\frac{480}{x-8}$ hrs

प्रश्नानुसार,

$$\frac{480}{x-8} - \frac{480}{x} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{480x - 480(x-8)}{(x-8)x} = 3$$

$\Rightarrow 480x - 480x + 3640 = 3(x - 8)x$

$\Rightarrow 3640 = 3x^2 - 24x$

$\Rightarrow 3x^2 - 24x - 3640 = 0$

अतः रेलगाड़ी की चाल द्विघात समीकरण $3x^2 - 24x - 3640 = 0$ संतुष्ट करती है।

गणित

पाठ–4 द्विघात समीकरण

(कक्षा 10)

प्रश्नावली 4.2

प्रश्न 1.

गुणनखंड विधि से निम्न द्विघात समीकरणों के मूल ज्ञात कीजिए:

(i). $x^2 - 3x - 10 = 0$ **(ii).** $2x^2 + x - 6 = 0$

(iii). $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$ **(iv).** $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

(v). $100x^2 - 20x + 1 = 0$

उत्तर 1:

(i) $x^2 - 3x - 10 = 0$

द्विघात समीकरण को सरल करने पर

$x^2 - 3x - 10 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 5x + 2x + 10 = 0$

$\Rightarrow x(x - 5) + 2(x - 5) = 0$

$\Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0$

$\Rightarrow (x - 5) = 0$ या $(x + 2) = 0$

अर्थात $x = 5$ या $x = -2$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल 5 और – 2 हैं।

(ii) $2x^2 + x - 6 = 0$

द्विघात समीकरण को सरल करने पर

$2x^2 + x - 6 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 4x + 3x - 6 = 0$

$\Rightarrow 2x(x - 2) + 3(x - 2) = 0$

$\Rightarrow (x - 2)(2x + 3) = 0$

$\Rightarrow (x - 2) = 0$ या $(2x + 3) = 0$

अर्थात $x = 2$ या $x = -\frac{3}{2}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल 2 और $-\frac{3}{2}$ हैं।

(iii) $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

द्विघात समीकरण को सरल करने पर

$\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

$\Rightarrow \sqrt{2}x^2 + 5x + 2x + 5\sqrt{2} = 0$

$\Rightarrow x(\sqrt{2}x + 5) + \sqrt{2}(\sqrt{2}x + 5) = 0$

$\Rightarrow (\sqrt{2}x + 5)(x + \sqrt{2}) = 0$

$\Rightarrow (\sqrt{2}x + 5) = 0$ या $(x + \sqrt{2}) = 0$

अर्थात $x = -\frac{5}{\sqrt{2}}$ या $x = -\sqrt{2}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $-\frac{5}{\sqrt{2}}$ और $-\sqrt{2}$ हैं।

(iv) $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

द्विघात समीकरण को सरल करने पर

$16x^2 - 8x + 1 = 0$

$\Rightarrow 16x^2 - 4x - 4x + 1 = 0$

$\Rightarrow 4x(4x - 1) - 1(4x - 1) = 0$

$\Rightarrow (4x - 1)(4x - 1) = 0$

$\Rightarrow (4x - 1) = 0$ या $(4x - 1) = 0$

अर्थात $x = \frac{1}{4}$ या $x = \frac{1}{4}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{4}$ हैं।

(v) $100x^2 - 20x + 1 = 0$

द्विघात समीकरण को सरल करने पर

$100x^2 - 20x + 1 = 0$

$\Rightarrow 100x^2 - 10x - 10x + 1 = 0$

$\Rightarrow 10x(10x - 1) - 10(10x - 1) = 0$

$\Rightarrow (10x - 1)(10x - 1) = 0$

$\Rightarrow (10x - 1) = 0$ या $(10x - 1) = 0$

अर्थात $x = \frac{1}{10}$ या $x = \frac{1}{10}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{1}{10}$ और $\frac{1}{10}$ हैं।

प्रश्न 2.

उदाहरण 1 में दी गई समस्याओं को हल कीजिए।

[उदाहरण में दी गई समस्याएं $x^2 - 45x + 324 = 0$ और $x^2 - 55x + 750 = 0$ हैं।]

उत्तर 2:

$x^2 - 45x + 324 = 0$

द्विघात समीकरण को सरल करने पर

$x^2 - 45x + 324 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 36x - 9x + 324 = 0$

$\Rightarrow x(x - 36) - 9(x - 36) = 0$

$\Rightarrow (x - 36)(x - 9) = 0$

$\Rightarrow (x - 36) = 0$ या $(x - 9) = 0$

अर्थात $x = 36$ या $x = 9$

अतः जॉन और जीवंती के पास आरम्भ में 36 और 9 कंचे थे।

$x^2 - 55x + 750 = 0$

द्विघात समीकरण को सरल करने पर

$x^2 - 55x + 750 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 30x - 25x + 750 = 0$

$\Rightarrow x(x - 30) - 25(x - 30) = 0$

$\Rightarrow (x - 30)(x - 25) = 0$

$\Rightarrow (x - 30) = 0$ या $(x - 25) = 0$

अर्थात $x = 30$ या $x = 25$

अतः उस दिन निर्मित किये गए खिलौनों की संख्या 30 या 25 है।

प्रश्न 3.

ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए, जिनका योग 27 हो और गुणनफल 182 हो।

उत्तर 3:

माना पहली संख्या = x

इसलिए, दूसरी संख्या = $27 - x$

प्रश्नानुसार, गुणनफल = $x(27 - x) = 182$

$\Rightarrow 27x - x^2 = 182$

$\Rightarrow x^2 - 27x + 182 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 13x - 14x + 182 = 0$

$\Rightarrow x(x - 13) - 14(x - 13) = 0$

$\Rightarrow (x - 13)(x - 14) = 0$

$\Rightarrow (x - 13) = 0$ या $(x - 14) = 0$

अर्थात $x = 13$ या $x = 14$

अतः 13 और 14 अभीष्ठ दो संख्याएँ हैं।

प्रश्न 4.

दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 365 हो।

उत्तर 4:

माना पहली संख्या = x

इसलिए, दूसरी संख्या = $x + 1$

प्रश्नानुसार, गुणनफल = $x^2 + (x + 1)^2 = 365$

$\Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 365$

$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 364 = 0$

$\Rightarrow x^2 + x - 182 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 13x + 14x + 182 = 0$

$\Rightarrow x(x - 13) + 14(x - 13) = 0$

$\Rightarrow (x - 13)(x + 14) = 0$

$\Rightarrow (x - 13) = 0$ या $(x + 14) = 0$

अर्थात $x = 13$ या $x = -14$

अतः 13 और 14 दो अभीष्ठ क्रमागत धनात्मक पूर्णांक हैं।

प्रश्न 5.

एक समकोण त्रिभुज की ऊँचाई इसके आधार से 7 cm कम है। यदि कर्ण 13 cm का हो, तो अन्य दो भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

माना आधार = x cm

इसलिए, ऊँचाई = $x - 7$ cm

दिया है, कर्ण = 13 cm

पाइथागोरस प्रमेय से, $x^2 + (x-7)^2 = 13^2$

$\Rightarrow x^2 + x^2 - 14x + 49 = 169$

$\Rightarrow 2x^2 - 14x - 120 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 7x - 60 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 12x + 5x - 60 = 0$

$\Rightarrow x(x-12) + 5(x-12) = 0$

$\Rightarrow (x-12)(x+5) = 0$

$\Rightarrow (x-12) = 0$ या $(x+5) = 0$

अर्थात $x = 12$ या $x = -5$

लेकिन $x \neq -5$, क्योंकि x त्रिभुज की भुजा है।

इसलिए $x = 12$ और दूसरी भुजा $x - 7 = 12 - 7 = 5$

अतः अन्य दो भुजाएँ 12 cm और 5 cm हैं।

प्रश्न 6.

एक कुटीर उद्योग एक दिन में कुछ बर्तनों का निर्माण करता है। एक विशेष दिन यह देखा गया की प्रत्येक नग की निर्माण लागत (₹ में) उस दिन के निर्माण किए बर्तनों की संख्या के दुगुने से 3 अधिक थी। यदि उस दिन की कुल निर्माण लागत ₹ 90 थी, तो निर्मित बर्तनों की संख्या और प्रत्येक नग की लागत ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

माना बर्तनों की संख्या = x

इसलिए, एक नग की लागत = $2x + 3$

प्रश्नानुसार, कुल निर्माण लागत = $x(2x+3) = 90$

$\Rightarrow 2x^2 + 3x = 90$

$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 90 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 + 15x - 12x - 90 = 0$

$\Rightarrow x(2x + 15) - 6(2x + 15) = 0$

$\Rightarrow (2x + 15)(x - 6) = 0$

$\Rightarrow (2x + 15) = 0$ या $(x - 6) = 0$

अर्थात $x = -\frac{15}{2}$ या $x = 6$

लेकिन $x \neq -\frac{15}{2}$, क्योंकि x बर्तनों की संख्या है।

इसलिए $x = 6$ और प्रत्येक नग की लागत = $2x + 3 = 2 \times 6 + 3 = 15$

अतः, बर्तनों की संख्या = 6 और प्रत्येक नग की लागत ₹15 है।

गणित

पाठ–4 द्विघात समीकरण

(कक्षा 10)

प्रश्नावली 4.3

प्रश्न 1.

यदि निम्नलिखित द्विघात समीकरणों के मूलों का अस्तित्व हो तो इन्हें पूर्ण वर्ग बनाने की विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

(i). $2x^2 - 7x + 3 = 0$ **(ii).** $2x^2 + x - 4 = 0$

(iii). $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$ **(iv).** $2x^2 + x + 4 = 0$

उत्तर 1:

(i) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

2 से भाग करने पर

$$x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{7}{2}x = -\frac{3}{2}$$

दोनों पक्षों में $\left[\frac{1}{2}\left(\frac{7}{2}\right)\right]^2$ जोड़ने पर

$$x^2 - \frac{7}{2}x + \left(\frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \left(\frac{7}{4}\right)^2$$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \frac{49}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{-24 + 49}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow x - \frac{7}{4} = \pm\frac{5}{4}$$

अर्थात $x - \frac{7}{4} = \frac{5}{4}$ या $x - \frac{7}{4} = -\frac{5}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{5}{4} + \frac{7}{4}$ या $x = -\frac{5}{4} + \frac{7}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{5+7}{4} = \frac{12}{4} = 3$ या $x = \frac{-5+7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल 3 और $\frac{1}{2}$ हैं।

(ii) $2x^2 + x - 4 = 0$

2 से भाग करने पर

$x^2 + \frac{1}{2}x - 2 = 0$

$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x = 2$

दोनों पक्षों में $\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2$ जोड़ने पर

$x^2 + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2$ [क्योंकि $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$]

$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = 2 + \frac{1}{16}$

$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{32+1}{16}$

$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$

$\Rightarrow x + \frac{1}{4} = \pm\frac{\sqrt{33}}{4}$

अर्थात $x + \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{33}}{4}$ या $x + \frac{1}{4} = -\frac{\sqrt{33}}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}}{4} - \frac{1}{4}$ या $x = -\frac{\sqrt{33}}{4} - \frac{1}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}-1}{4}$ या $x = \frac{-\sqrt{33}-1}{4}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{\sqrt{33}-1}{4}$ और $\frac{-\sqrt{33}-1}{4}$ हैं।

(iii) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

4 से भाग करने पर

$x^2 + \sqrt{3}x + \frac{3}{4} = 0$

$\Rightarrow x^2 + \sqrt{3}x = -\frac{3}{4}$

दोनों पक्षों में $\left[\frac{1}{2}(\sqrt{3})\right]^2$ जोड़ने पर

$x^2 + \sqrt{3}x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ [क्योंकि $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$]

$$\Rightarrow \left(x+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4}+\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x+\frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

अर्थात $x+\frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$$\Rightarrow\ x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ और $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ हैं।

(iv) $2x^2 + x + 4 = 0$

2 से भाग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x = -2$$

दोनों पक्षों में $\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2$ जोड़ने पर

$x^2 + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = -2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]$

$$\Rightarrow \left(x+\frac{1}{4}\right)^2 = -2+\frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x+\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{-32+1}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x+\frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{31}{16} < 0$$

परन्तु, हम जानते हैं कि किसी भी x के वास्तविक मान के लिए $\left(x+\frac{1}{4}\right)^2$ ऋणांत्मक नहीं हो सकता है। इसलिए x का कोई वास्तविक मान दी हुई समीकरण को संतुष्ट नहीं कर सकता। अतः, दिए गए समीकरण के कोई वास्तविक मूल नहीं हैं।

प्रश्न 2.

उपर्युक्त प्रश्न 1 में दिए गए द्विघात समीकरणों के मूल, द्विघाती सूत्र का उपयोग करके, ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:

(i) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$2x^2 - 7x + 3 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 2,\ b = -7,\ c = 3$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 49 - 24 = 25 > 0$ है।

अतः $x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4}$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]$

अर्थात $x = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3$ या $x = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल 3 और $\frac{1}{2}$ हैं।

(ii) $2x^2 + x - 4 = 0$

$2x^2 + x - 4 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 2,\ b = 1,\ c = -4$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \times 2 \times (-4) = 1 + 32 = 33 > 0$ है।

अतः $x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]$

अर्थात $x = \frac{\sqrt{33}-1}{4}$ या $x = \frac{-\sqrt{33}-1}{4}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{\sqrt{33}-1}{4}$ और $\frac{-\sqrt{33}-1}{4}$ हैं।

(iii) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

$4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 4,\ b = 4\sqrt{3},\ c = 3$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = \left(4\sqrt{3}\right)^2 - 4 \times 4 \times 3 = 48 - 48 = 0$ है।

अतः $x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{0}}{8} = -\frac{4\sqrt{3}}{8} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]$

अर्थात $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ और $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ हैं।

(iv) $2x^2 + x + 4 = 0$

$2x^2 + x + 4 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 2,\ b = 1,\ c = 4$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \times 2 \times 4 = 1 - 32 = -31 < 0$ है।

परन्तु, क्योंकि किसी वास्तविक संख्यां का वर्ग ऋणात्मक नहीं हो सकता है, इसलिए $\sqrt{b^2 - 4ac}$ का मान वास्तविक नहीं होगा।

अतः, दिए गए समीकरण के कोई वास्तविक मूल नहीं हैं।

प्रश्न 3.

निम्न समीकरणों के मूल ज्ञात कीजिए:

(i). $x - \frac{1}{x} = 3,\ x \neq 0$ **(ii).** $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30},\ x \neq -4, 7$

उत्तर 3:

(i). $x - \frac{1}{x} = 3,\ x \neq 0$

$\Rightarrow x^2 - 1 = 3x$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 1 = 0$

$x^2 - 3x - 1 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 1,\ b = -3,\ c = -1$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 9 + 4 = 13 > 0$ है।

अतः $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]$

अर्थात $x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$ या $x = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ और $\frac{3-\sqrt{13}}{2}$ हैं।

(ii). $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30},\ x \neq -4, 7$

$$\Rightarrow \frac{(x-7) - (x+4)}{(x+4)(x-7)} = \frac{11}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{-11}{x^2 - 3x - 28} = \frac{11}{30}$$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 28 = -30$

$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 1,\ b = -3,\ c = 1$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 9 - 8 = 1 > 0$ है।

अतः $x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]$

अर्थात $x = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ या $x = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल 2 और 1 हैं।

प्रश्न 4.

3 वर्ष पूर्व रहमान की आयु (वर्षों में) का व्युत्क्रम और अब से 5 वर्ष बाद आयु के व्युत्क्रम का योग $\frac{1}{3}$ है। उसकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

माना रहमान की वर्तमान आयु = x वर्ष

इसलिए, 3 वर्ष पूर्व आयु = $x - 3$ वर्ष

इसलिए, 5 वर्ष बाद आयु = $x + 5$ वर्ष

प्रश्नानुसार,

$$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{3}$$

$\Rightarrow \dfrac{(x+5) + (x-3)}{(x-3)(x+5)} = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{2x+2}{x^2 + 2x - 15} = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 6x + 6$

$\Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0$

$x^2 - 4x - 21 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 1,\ b = -4,\ c = -21$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-21) = 16 + 84 = 100 > 0$ है।

अतः $x = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{4 \pm 10}{2}$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]$

अर्थात $x = \frac{4+10}{2} = \frac{14}{2} = 7$ या $x = \frac{4-10}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

क्योंकि आयु ऋणात्मक नहीं हो सकती, अतः रहमान की वर्तमान आयु = 7 वर्ष

प्रश्न 5.

एक क्लास टेस्ट में शेफाली की गणित और अंग्रेजी में प्राप्त किए गए अंकों का योग 30 है। यदि उसको गणित में 2 अंक अधिक और अंग्रेजी में 3 अंक कम मिले होते, तो उनके अंकों का गुणनफल 210 होता। उसके द्वारा दोनों विषयों में प्राप्त किए अंक ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

माना शेफाली के गणित में अंक = x

इसलिए, शेफाली के अंग्रेजी में अंक = $30 - x$

यदि उसको गणित में 2 अंक अधिक और अंग्रेजी में 3 अंक कम मिले होते,

गणित में अंक = $x + 2$

अंग्रेजी में अंक = $30 - x - 3$

प्रश्नानुसार, गुणनफल = $(x + 2)(27 - x) = 210$

$\Rightarrow 27x - x^2 + 54 - 2x = 210$

$\Rightarrow -x^2 + 25x - 156 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 25x + 156 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 12x - 13x + 156 = 0$

$\Rightarrow x(x - 12) - 13(x - 12) = 0$

$\Rightarrow (x - 12)(x - 13) = 0$

$\Rightarrow (x - 12) = 0$ या $(x - 13) = 0$

अर्थात $x = 12$ या $x = 13$

यदि $x = 12$ तो, गणित में अंक = 12, अंग्रेजी में अंक = $30 - 12 = 18$

यदि $x = 13$ तो, गणित में अंक = 13, अंग्रेजी में अंक = $30 - 13 = 17$

प्रश्न 6.

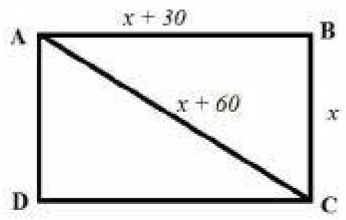
एक आयताकार खेत का विकर्ण उसकी छोटी भुजा से 60 मी अधिक लंबा है। यदि बड़ी भुजा छोटी भुजा से 30 मी अधिक हो, तो खेत की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

माना छोटी भुजा = x m

इसलिए, विकर्ण = $x + 60$ m

इसलिए, बड़ी भुजा = $x + 30$ m



प्रश्नानुसार, $(x+60)^2 = x^2 + (x+30)^2$

$\Rightarrow x^2 + 120x + 3600 = x^2 + x^2 + 60x + 900$

$\Rightarrow -x^2 + 60x + 2700 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 60x - 2700 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 90x + 30x - 2700 = 0$

$\Rightarrow x(x-90) + 30(x-90) = 0$

$\Rightarrow (x-90)(x+30) = 0$

$\Rightarrow (x-90) = 0$ या $(x+30) = 0$

अर्थात $x = 90$ या $x = -30$

लेकिन $x \neq -30$, क्योंकि x खेत की भुजा है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $x = 90$

अतः, छोटी भुजा = 90 m

इसलिए, बड़ी भुजा = 90 + 30 = 120 m

प्रश्न 7.

दो संख्याओं के वर्गों का अंतर 180 है। छोटी संख्या का वर्ग बड़ी संख्या का आठ गुना है। दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

माना बड़ी संख्या = x

माना छोटी संख्या = y

इसलिए, $y^2 = 8x$

प्रश्नानुसार, $x^2 - y^2 = 180$

$\Rightarrow x^2 - 8x = 180$ $\left[\text{क्योंकि } y^2 = 8x\right]$

$\Rightarrow x^2 - 8x - 180 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 18x + 10x - 180 = 0$

$\Rightarrow x(x - 18) + 10(x - 18) = 0$

$\Rightarrow (x - 18)(x + 10) = 0$

$\Rightarrow (x - 18) = 0$ या $(x + 10) = 0$

अर्थात $x = 18$ या $x = -10$

लेकिन $x \neq -10$, क्योंकि x बड़ी संख्या है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $x = 18$

अतः, बड़ी संख्या = 18

इसलिए, छोटी संख्या = $y = \sqrt{144} = 12$

प्रश्न 8.

एक रेलगाड़ी एक समान चाल से की 360 km दूरी तय करती है। यदि यह चाल 5 km/h अधिक होती, तो वह उसी यात्रा में 1 घंटा कम समय लेती। रेलगाड़ी की चाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:

माना रेलगाड़ी की चाल = x km/h

तय दूरी = 360 km

इसलिए समय $t_1 = \frac{360}{x}$ घंटे $\left[\text{क्योंकि समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}\right]$

यदि यह चाल 5 km/h अधिक होती, तो समय $t_2 = \frac{360}{x+5}$ घंटे

प्रश्नानुसार,

$$\frac{360}{x} = \frac{360}{x+5} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{360}{x} - \frac{360}{x+5} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{360(x+5) - 360x}{x(x+5)} = 1$$

$\Rightarrow 360x + 1800 - 360x = x(x + 5)$

$\Rightarrow 1800 = x^2 + 5x$

$\Rightarrow x^2 + 5x - 1800 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 45x - 40x - 1800 = 0$

$\Rightarrow x(x + 45) - 40(x + 45) = 0$

$\Rightarrow (x + 45)(x - 40) = 0$

$\Rightarrow (x + 45) = 0$ या $(x - 40) = 0$

अर्थात $x = -45$ या $x = 40$

लेकिन $x \neq -45$, क्योंकि x रेलगाड़ी की चाल है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $x = 40$

अतः, रेलगाड़ी की चाल 40 km/h है।

प्रश्न 9.

दो पानी के नल एक साथ एक हौज को $9\frac{3}{8}$ घंटों में भर सकते हैं। बड़े व्यास वाला नल हौज को भरने में, कम व्यास वाले नल से 10 घंटे कम समय लेता है। प्रत्येक द्वारा अलग से हौज को भरने के समय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 9:

माना बड़े व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = x घंटे

इसलिए, छोटे व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = $x + 10$ घंटे

इसलिए, बड़े व्यास वाले नल द्वारा घंटे में भरा गया हौज = $\frac{1}{x}$

और छोटे व्यास वाले नल द्वारा घंटे में भरा गया हौज = $\frac{1}{x+10}$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 10} = \frac{1}{9\frac{3}{8}}$$

$$\Rightarrow \frac{x + 10 + x}{x(x + 10)} = \frac{8}{75}$$

$\Rightarrow 75(2x + 10) = 8x(x + 10)$

$\Rightarrow 150x + 750 = 8x^2 + 80x$

$\Rightarrow 8x^2 - 70x - 750 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 - 35x - 375 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 - 60x + 25x - 375 = 0$

$\Rightarrow 4x(x-15)+25(x-15)=0$

$\Rightarrow (x-15)(x+25)=0$

$\Rightarrow (x-15)=0$ या $(x+25)=0$

अर्थात $x=15$ या $x=-25$

लेकिन $x \neq -25$, क्योंकि x हौज को भरने के समय है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $x=15$

अतः, बड़े व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = 15 घंटे

और छोटे व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = 15 + 10 = 25 घंटे

प्रश्न 10.

मैसूर और बेंगलोर के बीच के 132 km यात्रा करने में एक एक्सप्रेस रेलगाड़ी, सवारी गाड़ी से 1 घंटा समय कम लेती है (मध्य के स्टेशनों पर ठहरने का समय ध्यान में न लिया जाए)। यदि एक्सप्रेस रेलगाड़ी की औसत चाल, सवारी गाड़ी की औसत चाल से 11 km/h अधिक हो, तो दोनों रेलगाड़िओ की औसत चाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 10:

माना सवारी गाड़ी की औसत चाल = x km/h

इसलिए, एक्सप्रेस रेलगाड़ी की औसत चाल = x + 11 km/h

तय दूरी = 132 km

इसलिए, सवारी गाड़ी द्वारा लिया गया समय $t_1=\frac{132}{x}$ घंटे $\left[\text{क्योंकि समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}\right]$

और एक्सप्रेस रेलगाड़ी द्वारा लिया गया समय $t_2=\frac{132}{x+11}$ घंटे

प्रश्नानुसार,

$$\frac{132}{x}=\frac{132}{x+11}+1$$

$$\Rightarrow \frac{132}{x}-\frac{132}{x+11}=1$$

$$\Rightarrow \frac{132(x+11)-132x}{x(x+11)}=1$$

$$\Rightarrow 132x+1452-132x=x(x+11)$$

$$\Rightarrow 1452=x^2+11x$$

$\Rightarrow x^2 + 11x - 1452 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 44x - 33x - 1452 = 0$

$\Rightarrow x(x + 44) - 33(x + 44) = 0$

$\Rightarrow (x + 44)(x - 33) = 0$

$\Rightarrow (x + 44) = 0$ या $(x - 33) = 0$

अर्थात $x = -44$ या $x = 33$

लेकिन $x \neq -44$, क्योंकि x रेलगाड़ी की चाल है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $x = 33$

अतः, सवारी गाड़ी की औसत चाल = 33 km/h

और एक्सप्रेस रेलगाड़ी की औसत चाल = 33 + 11 = 44 km/h

प्रश्न 11.

दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग 468 m^2 है। यदि उनके परिमापों का अंतर 24 m हो, तो दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर 11:

माना बड़े वर्ग की भुजा= x m

माना छोटे वर्ग की भुजा= y m

प्रश्नानुसार, $x^2 + y^2 = 468$ ... (i)

परिमापों का अंतर, $4x - 4y = 24$

$\Rightarrow x - y = 6$

$\Rightarrow x = 6 + y$ ... (ii)

समीकरण (i) में x का मान रखने पर

$(y + 6)^2 + y^2 = 468$

$\Rightarrow y^2 + 12y + 36 + y^2 = 468$

$\Rightarrow 2y^2 + 12y - 432 = 0$

$\Rightarrow y^2 + 6y - 216 = 0$

$\Rightarrow y^2 + 18y - 12y - 216 = 0$

$\Rightarrow y(y + 18) - 12(y + 18) = 0$

$\Rightarrow (y + 18)(y - 12) = 0$

$\Rightarrow (y + 18) = 0$ या $(y - 12) = 0$

अर्थात $y = -18$ या $y = 12$

लेकिन $y \neq -18$, क्योंकि x वर्ग की भुजा है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $y = 12$

अतः, छोटे वर्ग की भुजा= 12 m

समीकरण (ii) में y का मान रखने पर

बड़े वर्ग की भुजा= $x = y + 6 = 12 + 6 = 18$ m

गणित

पाठ–4 द्विघात समीकरण

(कक्षा 10)

प्रश्नावली 4.4

प्रश्न 1.

निम्न द्विघात समीकरणों के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। यदि मूलों का अस्तित्व हो तो उन्हें ज्ञात कीजिए।

(i). $2x^2 - 3x + 5 = 0$

(ii). $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

(iii). $2x^2 - 6x + 3 = 0$

उत्तर 1:

(i) $2x^2 - 3x + 5 = 0$

दिया गया समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार का है, जहाँ $a = 2, b = -3$ और $c = 5$ है।
इसलिए, विविक्तकार $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 5 = 9 - 40 = -31 < 0$

अतः दिए गए समीकरण के कोई वास्तविक मूल नहीं हैं।

(ii) $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

दिया गया समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार का है, जहाँ $a = 3, b = -4\sqrt{3}$ और $c = 4$ है।
इसलिए, विविक्तकार $b^2 - 4ac = \left(-4\sqrt{3}\right)^2 - 4 \times 3 \times 4 = 48 - 48 = 0$

अतः दिए गए समीकरण के वास्तविक और समान मूल हैं।

अतः $x = \frac{4\sqrt{3} \pm \sqrt{0}}{6} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ और $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ हैं।

(iii) $2x^2 - 6x + 3 = 0$

दिया गया समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार का है, जहाँ $a = 2, b = -6$ और $c = 3$ है।
इसलिए, विविक्तकार $b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 36 - 24 = 12 > 0$

अतः दिए गए समीकरण के वास्तविक और असमान मूल हैं।

अतः $x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right]$

अर्थात $x = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$ या $x = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ और $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ हैं।

प्रश्न 2.

निम्न प्रत्येक द्विघात समीकरण में k का ऐसा मान ज्ञात कीजिए कि उसके दो बराबर मूल हों।

(i). $2x^2 + kx + 3 = 0$ **(ii).** $kx(x - 2) + 6 = 0$

उत्तर 2:

(i) $2x^2 + kx + 3 = 0$

$2x^2 + kx + 3 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 2,\ b = k,\ c = 3$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (k)^2 - 4 \times 2 \times 3 = k^2 - 24$ है।

क्योंकि समीकरण के दोनों मूल बराबर हैं, अतः $k^2 - 24 = 0$

$\Rightarrow k^2 = 24$

$\Rightarrow k = \pm\sqrt{24}$

$\Rightarrow k = \pm 2\sqrt{6}$

(ii) $kx(x - 2) + 6 = 0$

सरल करने पर $kx^2 - 2kx + 6 = 0$

$kx^2 - 2kx + 6 = 0$ के लिए: यहाँ $a = k,\ b = -2k,\ c = 6$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (-2k)^2 - 4 \times k \times 6 = 4k^2 - 24k$ है।

क्योंकि समीकरण के दोनों मूल बराबर हैं, अतः $4k^2 - 24k = 0$

$\Rightarrow 4k(k - 6) = 0$

$\Rightarrow 4k = 0$ या $(k - 6) = 0$

$\Rightarrow k = 0$ या $k = 6$

लेकिन $k \neq 0$ क्योंकि यह समीकरण $kx(x - 2) + 6 = 0$ को संतुष्ट नहीं करता है।

इसलिए $k = 6$

प्रश्न 3.

क्या एक ऐसी आम की बगिया बनाना संभव है जिसकी लंबाई, चौड़ाई से दुगुनी हो और उसका क्षेत्रफल 800 m^2 हो? यदि है, तो उसकी लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:

माना बगिया की चौड़ाई = x m

इसलिए, बगिया की लंबाई = $2x$ m

इसलिए, क्षेत्रफल = $x \times 2x = 2x^2$

प्रश्नानुसार, $2x^2 = 800$

$\Rightarrow x^2 = 400$

$\Rightarrow x = \pm 20$

क्योंकि बगिया की चौड़ाई ऋणात्मक नहीं हो सकती, अतः बगिया की चौड़ाई = 20 m

इसलिए, बगिया की लंबाई = 2 × 20 = 40 m

प्रश्न 4.

क्या निम्न स्थिति संभव है? यदि है तो उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

दो मित्रों की आयु का योग 20 वर्ष है। चार वर्ष पूर्व उनकी आयु (वर्षों में) का गुणनफल 48 था।

उत्तर 4:

माना पहले मित्र की आयु = x वर्ष

इसलिए, दूसरे मित्र की आयु = $20 - x$ वर्ष

चार वर्ष पूर्व:

पहले मित्र की आयु = $x - 4$ वर्ष

दूसरे मित्र की आयु = $20 - x - 4 = 16 - x$ वर्ष

प्रश्नानुसार,

$(x - 4)(16 - x) = 48$

$\Rightarrow 16x - x^2 - 64 + 4x = 48$

$\Rightarrow x^2 - 20x + 112 = 0$

$x^2 - 20x + 112 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 1,\ b = -20,\ c = 112$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4 \times 1 \times 112 = 400 - 448 = -48 < 0$ है।

अतः दिए गए समीकरण के कोई वास्तविक मूल नहीं हैं।

इसलिए, यह स्थिति संभव नहीं है।

प्रश्न 5.

क्या परिमाप 80 m तथा क्षेत्रफल 400 m^2 के एक पार्क को बनाना संभव है? यदि है, तो उसकी लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

माना पार्क की लंबाई = x

परिमाप = 80 m

इसलिए, पार्क की चौड़ाई = $40 - x$ m [क्योंकि परिमाप = 2(लंबाई + चौड़ाई)]

प्रश्नानुसार, क्षेत्रफल $= x(40 - x) = 400$

$\Rightarrow 40x - x^2 = 400$

$\Rightarrow x^2 - 40x + 400 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 20x - 20x + 400 = 0$

$\Rightarrow x(x - 20) - 20(x - 20) = 0$

$\Rightarrow (x - 20)(x - 20) = 0$

$\Rightarrow (x - 12)^2 = 0$ या $(x - 13) = 0$

$\Rightarrow (x - 20) = 0$

अर्थात $x = 20$

इसलिए, पार्क की लंबाई = 20 m

और पार्क की चौड़ाई = $40 - 20 = 20$ m