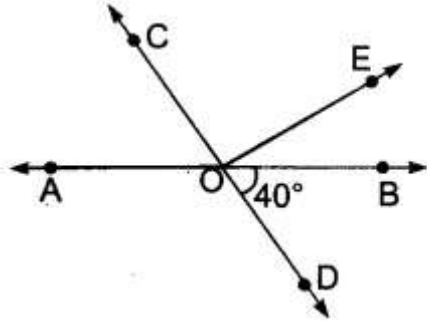


Chapter 6 Lines and Angles (रेखाएँ और कोण)

प्रश्नावली 6.1

प्रश्न 1.

दी गई आकृति में रेखाएँ AB और CD बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि $\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$ है और $\angle BOD = 40^\circ$ है तो $\angle BOE$ और प्रतिवर्ती $\angle COE$ ज्ञात कीजिए।



हल :

रेखाएँ AB तथा CD बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$\angle AOC = \angle BOD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

दिया है :

$$\angle BOD = 40^\circ$$

$$\angle AOC = 40^\circ \dots (1)$$

यह भी ज्ञात है कि $\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$

$$\angle BOE = 70^\circ - \angle AOC$$

$$\angle BOE = 70^\circ - 40^\circ$$

$$\angle BOE = 30^\circ$$

AB एक ऋजु रेखा है और उस पर स्थित बिन्दु O से OC तथा OE मिलती हैं।

$$\angle AOC + \angle COE + \angle BOE = 180^\circ$$

$$40^\circ + \angle COE + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\angle COE = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ$$

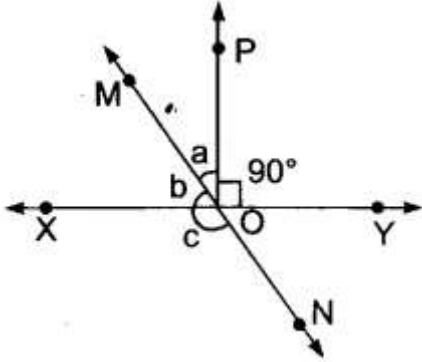
$$\angle COE = 110^\circ$$

तब प्रतिवर्ती $\angle COE = 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$

अतः $\angle BOE = 30^\circ$ तथा प्रतिवर्ती $\angle COE = 250^\circ$

प्रश्न 2.

दी गई आकृति में रेखाएँ XY और MN बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि $\angle POY = 90^\circ$ और $d : b = 2 : 3$ हो तो c ज्ञात कीजिए।

**हल :**

XY एक ऋजु रेखा है और $\angle POY = 90^\circ$

$\angle POX + \angle POY = 180^\circ$ (रेखीय युग्म)

परन्तु $\angle POY = 90^\circ$

घटाने पर, $\angle POX = 90^\circ$

$\angle POM + \angle MOX = a + b = 90^\circ \dots (1)$

दिया है :

$a : b = 2 : 3$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 2b = 3a$$

$$\Rightarrow b = \frac{3}{2}a$$

समीकरण (1) से,

$$a + b = 90^\circ$$

$$\Rightarrow a + \frac{3}{2}a = 90^\circ \quad (b = \frac{3}{2}a)$$

$$\Rightarrow \frac{2a+3a}{2} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 5a = 180^\circ$$

$$\Rightarrow a = 36^\circ \dots\dots (2)$$

ऋजु रेखाएँ XY और MN बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$\angle XON = \angle YOM$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle XON = \angle MOP + \angle POY$ (आकृति से)

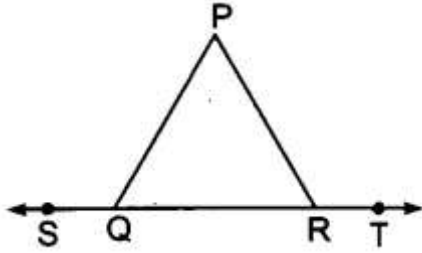
$$c = 2 + 90^\circ$$

$$c = 36^\circ + 90^\circ = 126^\circ$$

अतः $c = 126^\circ$

प्रश्न 3.

दी गई आकृति में, यदि $\angle PQR = \angle PRQ$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle PQS = \angle PRT$ है।

**हल :**

दी गई आकृति में SR एक ऋजु रेखा है और उसके बिन्दु Q पर रेखा PQ मिलती है।

$\angle PQS$ तथा $\angle PQR$ एक रैखिक युग्म के कोण हैं।

$$\angle PQS + \angle PQR = 180^\circ \dots\dots(1)$$

पुनः QT एक ऋजु रेखा है जिसके बिन्दु R पर रेखा PR मिलती है।

अतः $\angle PRT$ और $\angle PRQ$ भी एक रैखिक युग्म के कोण हैं।

$$\angle PRQ + \angle PRT = 180^\circ \dots\dots\dots(2)$$

समीकरण (1) व समीकरण (2) से,

$$\angle PQS + \angle PQR = \angle PRQ + \angle PRT \dots\dots\dots(3)$$

परन्तु दिया है कि $\angle PQR = \angle PRQ \dots\dots\dots(4)$

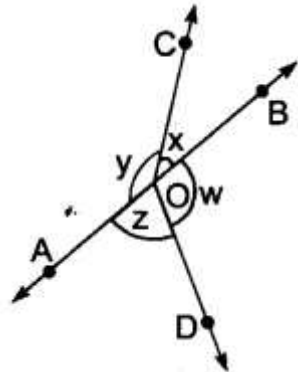
तब समीकरण (3) में से समीकरण (4) को घटाने पर,

$$\angle PQS = \angle PRT$$

Proved.

प्रश्न 4.

दी गई आकृति में यदि $x + y = w + z$ है तो सिद्ध कीजिए कि AOB एक ऋजु रेखा है।

**हल :**

$\angle x$, $\angle y$, $\angle w$ व $\angle z$ एक ही बिन्दु O पर बने हैं।

$$x + y + w + z = 360^\circ \dots\dots\dots(1)$$

परन्तु दिया है कि $x + y = w + z$

$$x + y - w - z = 0 \dots\dots\dots(2)$$

समीकरण (1) व समीकरण (2) को जोड़ने पर,

$$2x + 2y = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x + y = 180^\circ \dots\dots(3)$$

समीकरण (3) से $\angle x$ व $\angle y$ दो आसन्न कोण हैं जिनका योग 180° है तथा रेखा OC दोनों कोणों की उभयनिष्ठ रेखा है, तब इन

कोणों की शेष भुजाएँ AO तथा OB एक सरल रेखा बनाएँगी।

अतः AOB एक ऋजु रेखा है।

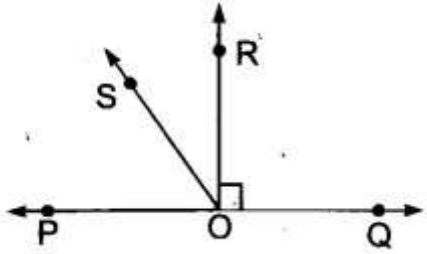
Proved.

प्रश्न 5.

दी गई आकृति में, POQ एक रेखा है। किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है। किरणों OP और OR के बीच में OS एक अन्य किरण है। सिद्ध कीजिए :

$$\angle ROS = \frac{1}{2}$$

$$(\angle QOS - \angle POS)$$



हल :

POQ एक ऋजु रेखा है और किरण OR, रेखा PQ पर लम्ब है।

$$\angle QOR = 90^\circ \text{ और } \angle POR = 90^\circ$$

$$\angle POR = 90^\circ$$

$$\angle POS + \angle ROS = 90^\circ \text{ (आकृति से)}$$

$$\angle POS = 90^\circ - \angle ROS \dots (1)$$

$$\angle QOS = \angle ROS + \angle QOR \text{ (आकृति से)}$$

$$\angle QOS = \angle ROS + 90^\circ \dots (2)$$

समीकरण (2) में से समीकरण (1) को घटाने पर,

$$\angle QOS - \angle POS = (\angle ROS + 90^\circ) - (90^\circ - \angle ROS)$$

$$\angle QOS - \angle POS = \angle ROS + 90^\circ - 90^\circ + \angle ROS$$

$$(\angle QOS - \angle POS) = 2 \angle ROS$$

$$\frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS) = \angle ROS$$

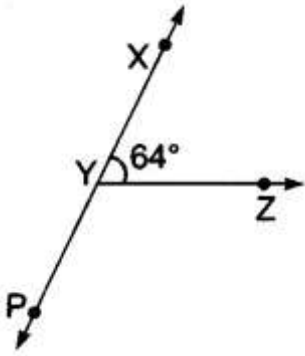
$$\text{अतः } \angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

Proved.

प्रश्न 6.

यह दिया है कि $\angle XYZ = 64^\circ$ है और XY को बिन्दु P तक बढ़ाया गया है। दी हुई सूचना से एक आकृति खींचिए। यदि

किरण YQ, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है तो $\angle XYQ$ और प्रतिवर्ती $\angle QYP$ के मान ज्ञात कीजिए।



हल :

दी गई सूचना से आकृति खींचना :

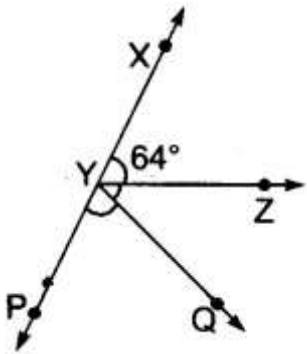
(i) एक किरण YZ खींची।

(ii) किरण YZ के बिन्दु Y पर $\angle XYZ = 64^\circ$ खींचा।

(iii) XY को बिन्दु P तक बढ़ाकर रेखा XYP खींची।

तत्पश्चात् दूसरी आकृति बनाकर बिन्दु Y से किरण YQ इस प्रकार खींची कि किरण YQ, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करे।

निर्दिष्ट कोणों की माप की गणना :



(i) $\angle XYQ$

$\angle XYZ$ की कोण-रेखा XY को बिन्दु P तक बढ़ाया गया है।

XYP एक ऋजु रेखा है।

तब, $\angle XYZ$ और $\angle ZYP$ कोणों का युग्म एक रैखिक युग्म है।

$$\angle XYZ + \angle ZYP = 180^\circ$$

$$64^\circ + \angle ZYP = 180^\circ \text{ (दिया है } \angle XYZ = 64^\circ)$$

$$\angle ZYP = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$$

किरण YQ, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है।

$$\angle ZYQ = \angle QYP \text{ और } \angle ZYQ + \angle QYP = 116^\circ$$

हल करने पर, $\angle ZYQ = 58^\circ$ और $\angle QYP = 58^\circ \dots (1)$

अब चूँकि $\angle XYQ = \angle XYZ + \angle ZYQ$ (आकृति से)

$$= 64^\circ + 58^\circ = 122^\circ$$

$$\text{अतः } \angle XYQ = 122^\circ$$

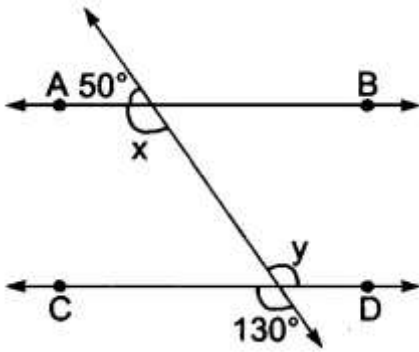
(ii) प्रतिवर्ती $\angle QYP$ समीकरण (1) से,

$$\angle QYP = 58^\circ \text{ प्रतिवर्ती } \angle QYP = 360^\circ - 58^\circ = 302^\circ$$

$$\text{अतः प्रतिवर्ती } \angle QYP = 302^\circ$$

प्रश्न 1.

दी गई आकृति में, और y के मान ज्ञात कीजिए और फिर दर्शाइए कि $AB \parallel CD$ है।

**हल :**

दी गई आकृति में ऋजु रेखा AB पर एक तिर्यक (तिरछी) रेखा 50° के कोण पर झुकी है। तब, यह 50° का कोण और $\angle x$ एक रैखिक (कोण) युग्म बनाते हैं।

$$50^\circ + \angle x = 180^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

पुनः ऋजु रेखा CD को एक अन्य तिर्यक ऋजु रेखा काटती है।

$\angle y$ और चित्र में बना 130° के कोण शीर्षाभिमुख कोण युग्म के कोण हैं जिससे

$$\angle y = 130^\circ$$

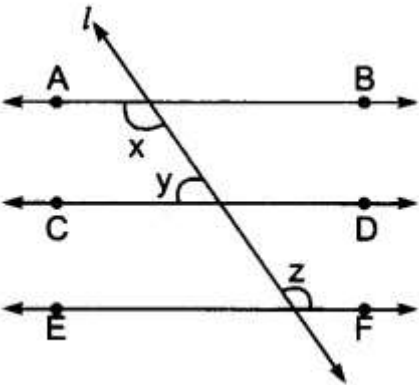
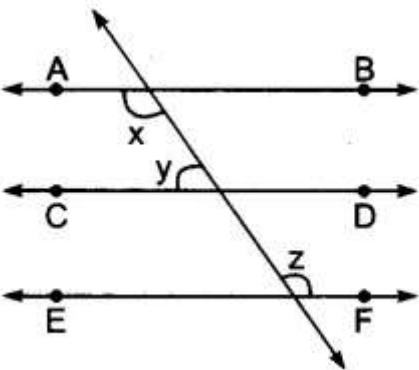
$\angle x$ और $\angle y$ एकान्तर अन्तःकोण हैं और परस्पर बराबर भी हैं।

यह समान्तर रेखाओं को तिर्यक रेखा के काटने से बनेंगे

अतः ऋजु रेखा $AB \parallel CD$

प्रश्न 2.

दी गई आकृति में, यदि $AB \parallel CD$; $CD \parallel EF$ और $y : 2 = 3 : 7$ है। तो x का मान ज्ञात कीजिए।



हल :

दी गई आकृति में $AB \parallel CD$ और $CD \parallel EF$

$AB \parallel EF$

अब चूँकि $AB \parallel EF$ को एक तिर्यक रेखा l काटती है जिससे एकान्तर कोण $\angle x$ और $\angle y$ बनते हैं।

$$\angle x = \angle y \dots\dots(1)$$

$AB \parallel CD$ और एक तिर्यक रेखा l इन्हें काटती है जिससे $\angle x$ और $\angle y$, तिर्यक रेखा l के एक ही ओर बने अन्तःकोण हैं।

$$\angle x + \angle y = 180^\circ \dots(2)$$

तब समीकरण (1) व समीकरण (2) से,

$$\angle y + \angle z = 180^\circ \dots\dots(3)$$

$$y : 2 = 3 : 7 \text{ तब माना } y = 3k \text{ तथा } z = 7k$$

y और z के ये मान समीकरण (3) में रखने पर,

$$3k + 7k = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 10k = 180^\circ$$

$$\Rightarrow k = 18^\circ$$

$$z = 7k = 7 \times 18^\circ = 126^\circ$$

समीकरण (1) से,

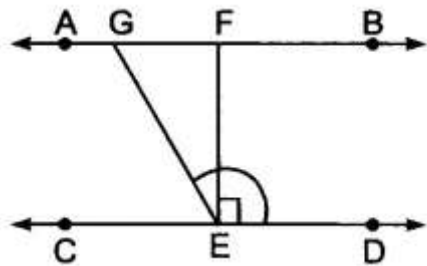
$$\angle x = \angle z \text{ और } z = 126^\circ .$$

$$\angle x = 126^\circ$$

$$\text{अतः } x = 126^\circ$$

प्रश्न 3.

दी गई आकृति में, यदि $AB \parallel CD$, $EF \perp CD$ और $\angle GED = 126^\circ$ हो तो $\angle AGE$, $\angle GEF$ और $\angle FGE$ ज्ञात कीजिए।



हल :

$AB \parallel CD$ और GE एक तिर्यक रेखा है।

$$\angle AGE = \angle GED \text{ (एकान्तर कोण)}$$

$$\Rightarrow \angle AGE = 126^\circ \text{ } (\angle GED = 126^\circ)$$

$$\Rightarrow \angle GED = 126^\circ$$

$$\Rightarrow \angle GEF + \angle FED = 126^\circ$$

$$\Rightarrow \angle GEF + 90^\circ = 126^\circ \text{ } (\angle FED = 90^\circ)$$

$$\Rightarrow \angle GEF = 126^\circ - 90^\circ = 36^\circ$$

$$\Rightarrow \angle GEF = 36^\circ$$

पुनः AB एक ऋजु रेखा है और GE , उससे बिन्दु G पर मिलती है।

$\angle AGE$ और $\angle FGE$ एक रैखिक कोण-युग्म बनाते हैं।

$$\angle AGE + \angle FGE = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 126^\circ + \angle FGE = 180^\circ \text{ } (\angle AGE = 126^\circ \text{ अभी ऊपर ज्ञात किया है।})$$

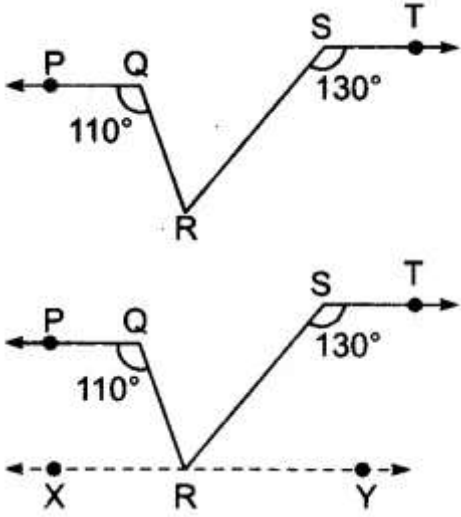
$$\Rightarrow \angle FGE = 180^\circ - 126^\circ$$

$$\Rightarrow \angle FGE = 54^\circ$$

अतः $\angle AGE = 126^\circ$, $\angle GEF = 36^\circ$ और $\angle FGE = 54^\circ$

प्रश्न 4.

दी गई आकृति में, यदि $PQ \parallel ST$, $\angle PQR = 110^\circ$ और $\angle RST = 130^\circ$ हो तो $\angle QRS$ ज्ञात कीजिए।



हल :

दिया है : दी गई आकृति में $PQ \parallel ST$, $\angle PQR = 110^\circ$ तथा $\angle RST = 130^\circ$

ज्ञात करना है : $\angle QRS$ की माप।

रचना : बिन्दु R से PQ के समान्तर एक ऋजु रेखा XY खींची।

विश्लेषण : $PQ \parallel XY$ (रचना से) और QR तिर्यक रेखा है जो इन्हें Q तथा R पर काटती है।

$\angle PQR$ और $\angle QRX$, QR के एक ही ओर बने अन्तः कोण हैं।

$$\angle PQR + \angle QRX = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QRX = 180^\circ - \angle PQR = 180^\circ - 110^\circ \quad (\angle PQR = 110^\circ)$$

$$\Rightarrow \angle QRX = 70^\circ$$

अब :: $PQ \parallel XY$ रचना से और $PQ \parallel ST$ दिया है।

$ST \parallel XY$

$ST \parallel XY$ और RS तिर्यक रेखा है।

$\angle SRY$ और $\angle RST$ तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तः कोण हैं।

$$\angle SRY + \angle RST = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle SRY + 130^\circ = 180^\circ \quad (\angle RST = 130^\circ)$$

$$\Rightarrow \angle SRY = 180^\circ - 130^\circ$$

$$\Rightarrow \angle SRY = 50^\circ$$

पुनः $\angle QRX$, $\angle QRS$ और $\angle SRY$ एक ही ऋजु रेखा के बिन्दु R पर रेखा XY के एक ही ओर बने हैं।

$$\angle QRX + \angle QRS + \angle SRY = 180^\circ \quad (\text{आकृति से})$$

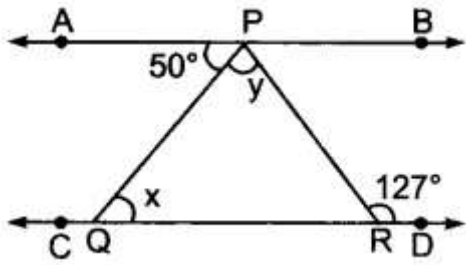
$$\Rightarrow 70^\circ + \angle QRS + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QRS = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$$

अतः $\angle QRS = 60^\circ$

प्रश्न 5.

दी गई आकृति में, यदि $AB \parallel CD$, $\angle APQ = 50^\circ$ और $\angle PRD = 127^\circ$ है तो x और y ज्ञात कीजिए।



हल :

दिया है : ऋजु रेखा $AB \parallel CD$, $\angle APQ = 50^\circ$ और $\angle PRD = 127^\circ$

ज्ञात करना है : x तथा y

विश्लेषण : $AB \parallel CD$ और PQ एक तिर्यक रेखा है।

$\angle APQ = \angle PQR$ (एकान्तर कोण युग्म)

$$50^\circ = x$$

$$x = 50^\circ$$

पुनः $AB \parallel CD$ और PR एक तिर्यक रेखा है।

$\angle APR = \angle PRD$ (एकान्तर कोण युग्म)

$\angle APQ + \angle QPR = \angle PRD$ ($\angle APR = \angle APQ + \angle QPR$, चित्र से)

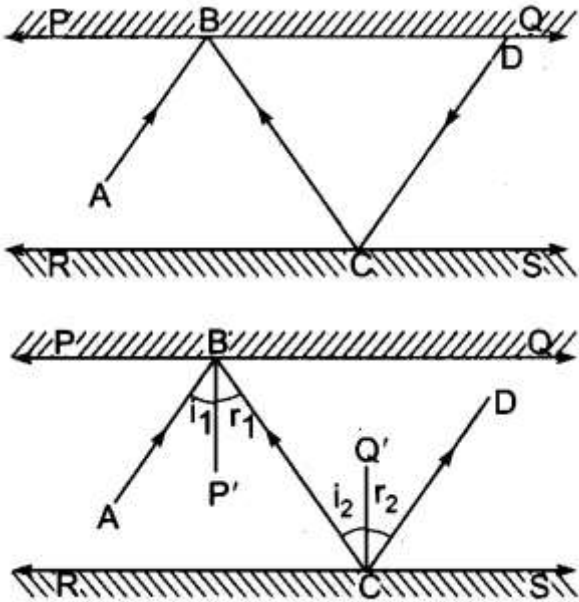
$$50^\circ + y = 127^\circ$$

$$y = 127^\circ - 50^\circ = 77^\circ$$

अतः $x = 50^\circ$ और $y = 77^\circ$

प्रश्न 6.

दी गई आकृति में P और RS दो दर्पण हैं जो एक-दूसरे के समान्तर रखे गए हैं। एक आपतन किरण (Incident Ray) AB , दर्पण PQ से B पर टकराती है और परावर्तित किरण (Reflected Ray) पथ BC पर चलकर दर्पण RS से C पर टकराती है तथा पुनः CD के अनुदिश परावर्तित हो जाती है। सिद्ध कीजिए कि $AB \parallel CD$ है।



हल :

दिया है : दर्पण $PQ \parallel$ दर्पण RS तथा AB और BC दर्पण PQ के लिए क्रमशः आपतित और परावर्तित किरणें हैं। दर्पण RS के लिए आपतित किरण BC तथा परावर्तित किरण CD है।

BP' दर्पण PQ के बिन्दु B पर तथा CQ' दर्पण RS के बिन्दु C पर अभिलम्ब हैं।

सिद्ध करना है : $AB \parallel CD$

उपपत्ति : BP', बिन्दु B पर अभिलम्ब है;

अतः $BP' \perp PQ$

और CQ', बिन्दु C पर अभिलम्ब है;

अतः $CQ \perp RS$

$PQ \parallel RS$

उक्त तीनों तथ्यों से $BP' \parallel CQ'$ और BC तिर्यक रेखा है।

$\angle P'BC = \angle Q'CB$ (एकान्तर कोण)

$\angle r_1 = \angle i_2 \dots\dots(1)$

परावर्तन के नियमों से,

$\angle i_1 = \angle r_1 \dots\dots(2)$

$\angle i_2 = \angle r_2 \dots\dots(3)$

समीकरण (1), (2) व (3) से,

$\angle i_1 = \angle r_2$

समीकरण (1) व समीकरण (4) को जोड़ने पर,

$\angle(i_1 + r_1) = \angle(i_2 + r_2)$

$\angle ABC = \angle BCD$

परन्तु ये AB तथा CD को BC द्वारा प्रतिच्छेद करने से निर्मित समान एकान्तर कोण हैं।

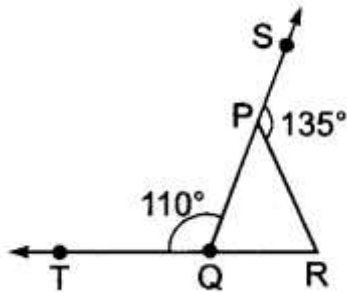
अतः $AB \parallel CD$

Proved.

प्रश्नावली 6.3

प्रश्न 1.

दी गई आकृति में $\triangle PQR$ की भुजाओं QP और RQ को क्रमशः बिन्दुओं S और T तक बढ़ाया गया है। यदि $\angle SPR = 135^\circ$ है और $\angle PQT = 110^\circ$ है तो $\angle PRQ$ ज्ञात कीजिए।



हल :

$\triangle PQR$ की भुजा QP को बिन्दु S तक बढ़ाया गया है जिससे

बहिष्कोण $\angle SPR = \angle PQR + \angle PRQ$. (किसी त्रिभुज का एक बहिष्कोण उसके अन्तः अभिमुख कोणों के योगफल के बराबर होता है।)

परन्तु दिया है :

$\angle SPR = 135^\circ$

$\angle SPR = 135^\circ$

$\angle PQR + \angle PRQ = 135^\circ \dots\dots(1)$

पुनः $\triangle PQR$ की भुजा RQ को बिन्दु T तक बढ़ाया गया है जिससे

बहिष्कोण $\angle PQT = \angle QPR + \angle PRQ$

(किसी त्रिभुज का एक बहिष्कोण उसके अन्तः अभिमुख कोणों के योगफल के बराबर होता है।)

परन्तु ज्ञात है कि

$$\angle PQT = 110^\circ$$

$$\angle QPR + \angle PRQ = 110^\circ \dots\dots(2)$$

समीकरण (1) व समीकरण (2) को जोड़ने पर,

$$\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ + \angle PRQ = 245^\circ \dots(3)$$

परन्तु $\triangle PQR$ में,

$$\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = 180^\circ \text{ (त्रिभुज के अन्तःकोणों का योग } 180^\circ \text{ होता है।)}$$

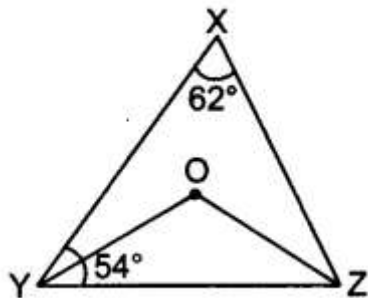
समीकरण (3) से (4) को घटाने पर,

$$\angle PRQ = 65^\circ$$

$$\text{अतः } \angle PRQ = 65^\circ$$

प्रश्न 2.

दी गई आकृति में, $\angle X = 62^\circ$ और $\angle XYZ = 54^\circ$ है। यदि YO और ZO क्रमशः $\triangle XYZ$ के $\angle XYZ$ और $\angle XZY$ के समद्विभाजक हैं तो $\angle OZY$ और $\angle YOZ$ ज्ञात कीजिए।



हल :

$\triangle XYZ$ में,

$$\angle X + \angle XYZ + \angle XZY = 180^\circ \text{ (त्रिभुज के अन्तःकोणों का योग } 180^\circ \text{ होता है)}$$

$$62^\circ + 54^\circ + \angle XZY = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle XZY = 180^\circ - (62^\circ + 54^\circ) = 180^\circ - 116^\circ$$

$$\Rightarrow \angle XZY = 64^\circ$$

YO, $\angle XYZ$ का और ZO, $\angle XZY$ का समद्विभाजक है।

$$\angle OYZ = \frac{1}{2}\angle XYZ \text{ और } \angle OZY = \frac{1}{2}\angle XZY$$

$$\Rightarrow \angle OYZ = \frac{1}{2} \times 54^\circ \text{ और } \angle OZY = \frac{1}{2} \times 64^\circ$$

$$\Rightarrow \angle OYZ = 27^\circ \text{ और } \angle OZY = 32^\circ$$

$$\text{तब, } \triangle YOZ \text{ में, } \angle OYZ + \angle OZY + \angle YOZ = 180^\circ$$

$$\text{(त्रिभुज के अन्तःकोणों का योग } 180^\circ \text{ होता है।)}$$

$$27^\circ + 32^\circ + \angle YOZ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle YOZ = 180^\circ - (27^\circ + 32^\circ) = 180^\circ - 59^\circ$$

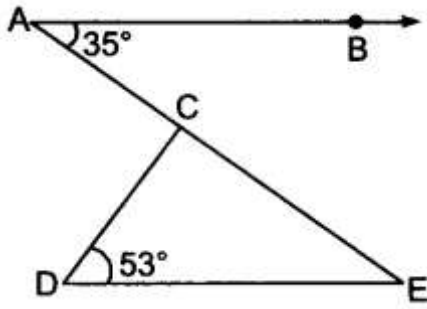
$$\Rightarrow \angle YOZ = 121^\circ$$

$$\text{अतः } \angle OZY = 32^\circ$$

$$\text{तथा } \angle YOZ = 121^\circ$$

प्रश्न 3.

दी गई आकृति में, यदि $AB \parallel DE$, $\angle BAC = 35^\circ$ और $\angle CDE = 53^\circ$ है तो $\angle DCE$ ज्ञात कीजिए।



हल :

AB $\parallel$ DE और ऋजु रेखा AE इन्हें काटती है।

तब, $\angle BAE = \angle AED$ (एकान्तर कोण)

परन्तु $\angle BAE = \angle BAC$ और $\angle AED = \angle CED$

$\angle BAC = \angle CED$

$\Rightarrow 35^\circ = \angle CED$

$\Rightarrow \angle CED = 35^\circ$

तब, $\triangle CDE$ में,

$\angle CDE + \angle CED + \angle DCE = 180^\circ$ (त्रिभुज के अन्तःकोणों का योग 180° होता है।)

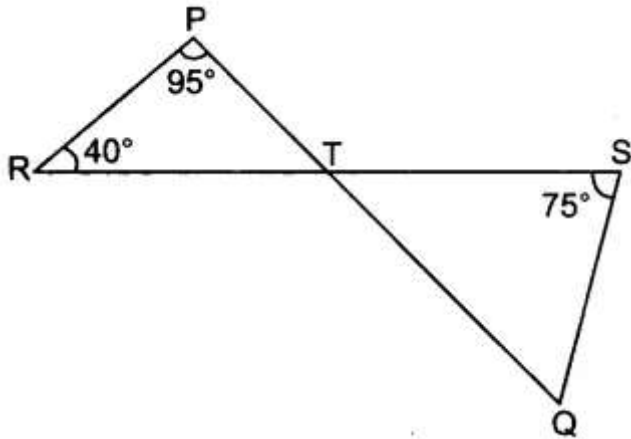
$\Rightarrow 53^\circ + 35^\circ + \angle DCE = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle DCE = 180^\circ - (53^\circ + 35^\circ) = 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$

अतः $\angle DCE = 92^\circ$

प्रश्न 4.

दी गई आकृति में यदि रेखाएँ PQ और RS बिन्दु T पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती हैं कि $\angle PRT = 40^\circ$, $\angle RPT = 95^\circ$ और $\angle TSQ = 75^\circ$ है तो $\angle SQT$ ज्ञात कीजिए।



हल :

$\triangle PRT$ में,

$\angle PRT + \angle RPT + \angle PTR = 180^\circ$ (त्रिभुज के अन्तःकोणों का योग 180° होता है।)

$\Rightarrow 40^\circ + 95^\circ + \angle PTR = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle PTR = 180^\circ - (95^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 135^\circ$

$\Rightarrow \angle PTR = 45^\circ$

ऋजु रेखाएँ PQ और RS परस्पर बिन्दु T पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$\angle QTS = \angle PTR$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$$\angle QTS = 45^\circ$$

$$\angle PTR = 45^\circ$$

अब, $\triangle QTS$ में, $\angle QTS + \angle TSQ + \angle SQT = 180^\circ$

(त्रिभुज के अन्तःकोणों का योग 180° होता है।)

$$45^\circ + 75^\circ + \angle SQT = 180^\circ$$

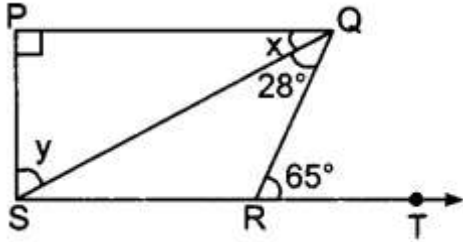
$$\Rightarrow \angle SQT = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

अतः

$$\angle SQT = 60^\circ$$

प्रश्न 5.

दी गई आकृति में, यदि $PQ \perp PS$, $PQ \parallel SR$, $\angle SQR = 28^\circ$ और $\angle QRT = 65^\circ$ है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



हल :

$\triangle QRS$ में $\angle QRT$ बहिष्कोण है।

$\angle SQR + \angle QSR = \angle QRT$ (किसी त्रिभुज का एक बहिष्कोण उसके अन्तः अभिमुख कोणों के योगफल के बराबर होता है।)

$$28^\circ + \angle QSR = 65^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QSR = 65^\circ - 28^\circ = 37^\circ$$

अब, $PQ \parallel SR$ और QS एक तिर्यक प्रतिच्छेदी रेखा है,

$\angle PQS = \angle QSR$ (एकान्तर कोण)

$$x = 37^\circ$$

$$PQ \perp PS$$

$$\angle P = 90^\circ$$

$\triangle PQS$ में $\angle P + \angle PQS + \angle PSQ = 180^\circ$ (त्रिभुज के अन्तः कोणों का योग 180° होता है।)

$$90^\circ + x + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x + y = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 37^\circ + y = 90^\circ$$

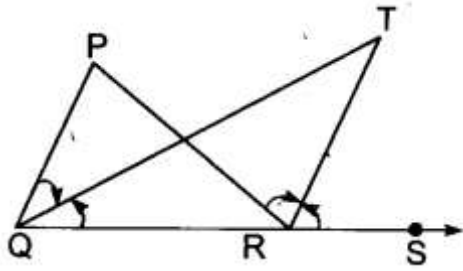
$$\Rightarrow y = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$x = 37^\circ \text{ तथा } y = 53^\circ$$

प्रश्न 6.

दी गई आकृति में $\triangle PQR$ की भुजा QR को बिन्दु S तक बढ़ाया गया है। यदि $\angle PQR$ और $\angle PRS$ के समद्विभाजक बिन्दु T पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिए कि $\angle QTR = \frac{1}{2}$

$\angle QPR$



हल :

ΔPQR में,

$$\angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR = 180^\circ$$

तथा ΔTQR में,

$$\angle TQR + \angle QRT + \angle QTR = 180^\circ \text{ (त्रिभुज के अन्तःकोणों का योग } 180^\circ \text{ होता है।)}$$

$$\angle TQR + \angle QRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR$$

$$\angle TQR + (\angle PRQ + \angle PRT) + \angle QTR = \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR [\because \angle QRT = \angle PRQ + \angle PRT]$$

$$\angle TQR + \angle PRQ + \angle PRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR$$

$$\angle TQR + \angle PRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle QPR \dots\dots(1)$$

QT, $\angle PQR$ का समद्विभाजक है।

$$\angle TQR = \frac{1}{2}\angle PQR \Rightarrow \angle PQR = 2 \angle TQR \dots\dots(2)$$

समीकरण (1) वे समीकरण (2) से,

$$\angle TQR + \angle PRT + \angle QTR = 2 \angle TQR + \angle QPR$$

$$\angle PRT + \angle QTR = \angle TQR + \angle QPR$$

RT, $\angle PRS$ का समद्विभाजक है।

$$\angle PRT = \frac{1}{2}\angle PRS$$

और $\angle PRS$, ΔPQR का बहिष्कोण है।

$$\angle PRS = \angle PQR + \angle QPR \text{ (किसी त्रिभुज का एक बहिष्कोण उसके अन्तः अभिमुख कोणों के योगफल के बराबर होता है।)}$$

$$\angle PRS = 2 \angle TQR + \angle QPR \text{ [समीकरण (2) से] } \dots(4)$$

$$\angle PRT = \frac{1}{2}\angle PRS = \frac{1}{2}(2 \angle TQR + \angle QPR) \text{ [समीकरण (4) से]}$$

$$\angle PRT = \angle TQR + \frac{1}{2}\angle QPR \dots(5)$$

समीकरण (3) में से समीकरण (5) को घटाने पर,

$$\angle QTR = \angle QPR - \frac{1}{2}\angle QPR$$

$$\angle QTR = \frac{1}{2}\angle QPR$$

Proved.