गणित

(अध्याय – 3) (आँकड़ों का प्रबंधन)

(कक्षा - 7)

प्रश्नावली 3.1

प्रश्न 1:

अपनी कक्षा के किन्ही दस विद्यार्थियों की ऊँचाइयों का परिसर ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:

S. No.	विद्यार्थियों के नाम	ऊँचाई (फुट में)
1.	राखी	4.2
2.	अदिति	4.5
3.	रोहित	5
4.	रमन	5.1
5.	रिया	5.2
6.	हरमिंदर	5.3
7.	गौतम	5.1
8.	मयंक	4.7
9.	शिखर	4.9
10.	नितीश	4.5

परिसर = अधिकतम ऊँचाई – न्यूनतम ऊँचाई

= 5.3 – 4.2

= 1.1 फुट

प्रश्न 2:

कक्षा के एक मूल्यांकन में प्राप्त किए गए निम्नलिखित अंकों को एक सरणीबद्ध रूप में संगठित कीजिए:

4, 6, 7, 5, 3, 5, 4, 5, 2, 6, 2, 5, 1, 9, 6, 5, 8, 4, 6, 7.

(i) सबसे बड़ा अंक कौन – सा है?

(ii) सबसे छोटा अंक कौन – सा है?

(iii) इन आँकड़ों का परिसर क्या है?

(iv) अंकगणितीय माध्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:

S. No.	अंक	मिलान चिन्ह	बारंबारता (विद्यार्थियों की संख्या)
1.	1	I	1
2.	2	II	2
3.	3	I	1
4.	4	III	3
5.	5	~~IIII~~	5
6.	6	IIII	4
7.	7	II	2
8.	8	I	1
9.	9	I	1

(i) सबसे बड़ा अंक 9 है।

(ii) सबसे छोटा अंक 1 है।

(iii) इन आँकड़ों का परिसर 9 – 1 = 8 है।

(iv) अंकगणितीय माध्य =

$$\frac{4+6+7+5+3+5+4+5+2+6+2+5+1+9+6+5+8+4+6+7}{20}$$

$$= \frac{100}{20} = 5$$

प्रश्न 3:

प्रथम पाँच पूर्ण संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:

प्रथम पाँच पूर्ण संख्याएँ 0, 1, 2, 3 और 4 हैं।

इसलिए,

प्रथम पाँच पूर्ण संख्याओं का माध्य $= \frac{\text{संख्याओं का योग}}{\text{कुल संख्याएँ}}$

$$= \frac{0+1+2+3+4}{5}$$

$$= \frac{10}{5} = 2$$

अतः, प्रथम पाँच पूर्ण संख्याओं का माध्य 2 है।

प्रश्न 4:

एक क्रिकेट खिलाड़ी ने आठ परियों में निम्नलिखित रन बनाए:

58, 76, 40, 35, 46, 45, 0, 100

उसका माध्य स्कोर या रन ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

कुल पारियां = 8

रनों का माध्य $= \frac{\text{रनों का योग}}{\text{कुल पारियां}}$

$$= \frac{58+76+40+35+46+45+0+100}{8}$$

$$= \frac{400}{8} = 50$$

अतः, खिलाड़ी का माध्य स्कोर 50 है।

प्रश्न 5:

निम्नलिखित सरणी प्रत्येक खिलाड़ी द्वारा चार खेलों में अर्जित किए गए अंकों को दर्शाती है:

खिलाड़ी	खेल 1	खेल 2	खेल 3	खेल 4
A	14	16	10	10
B	0	8	6	4
C	8	11	खेला नहीं	13

अब निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) प्रत्येक खेल में A द्वारा अर्जित औसत अंक ज्ञात करने के लिए, माध्य ज्ञात कीजिए।

(ii) प्रत्येक खेल में C द्वारा अर्जित माध्य अंक ज्ञात करने के लिए, आप कुल अंकों को 3 से भाग देंगे या 4 से? क्यों?

(iii) B ने सभी चार खेलों में भाग लिया है। आप उसके अंकों का माध्य किस प्रकार ज्ञात करेंगे?

(iv) किसका प्रदर्शन सबसे अच्छा है?

उत्तर 5:

(i) खेल में A द्वारा अर्जित औसत अंक $= \dfrac{\text{अंकों का कुल योग}}{\text{खेलों की कुल संख्या}}$

$$= \frac{14+16+10+10}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$$

(ii) प्रत्येक खेल में C द्वारा अर्जित माध्य अंक ज्ञात करने के लिए, हम कुल अंकों को 3 से भाग देंगे क्योंकि C ने केवल तीन खेलों में ही भाग लिया है।

(iii) B ने सभी चार खेलों में भाग लिया है।

$\therefore$ B के अंकों का माध्य $= \dfrac{\text{अंकों का कुल योग}}{\text{खेलों की कुल संख्या}}$

$$= \frac{0+8+6+4}{4} = \frac{18}{4} = 4.5$$

(iv) यह जानने के लिए कि किसका प्रदर्शन सबसे अच्छा है, हमें सभी खिलाडियों का माध्य निकलना होगा।

A के अंकों का माध्य = 12.5

B के अंकों का माध्य = 4.5

C के अंकों का माध्य $= \dfrac{8+11+13}{3} = \dfrac{32}{3} = 10.67$

अतः, सभी खिलाडियों के माध्यों की तुलना करने पर, A का प्रदर्शन सबसे अच्छा है।

प्रश्न 6:

विज्ञान की एक परीक्षा में, विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा (100 में से) प्राप्त किए गए अंक 85, 76, 90, 85, 39, 48, 56, 95, 81 और 75 हैं। ज्ञात कीजिए:

(i) विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त सबसे अधिक अंक और सबसे कम अंक

(ii) प्राप्त अंकों का परिसर

(iii) समूह द्वारा प्राप्त माध्य अंक

उत्तर 6:

(i) विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त सबसे अधिक अंक = 95

विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त सबसे कम अंक = 39

(ii) प्राप्त अंकों का परिसर = अधिकतम अंक – न्यूनतम अंक

= 95 – 39 = 56

(iii) समूह द्वारा प्राप्त माध्य अंक $= \frac{\text{अंकों का कुल योग}}{\text{विद्यार्थियों की कुल संख्या}}$

$$= \frac{85+76+90+85+39+48+56+95+81+75}{10}$$

$$= \frac{730}{10} = 73$$

अतः, समूह द्वारा प्राप्त अंकों का माध्य 73 है।

प्रश्न 7:

छह क्रमागत वर्षों में एक स्कूल में विद्यार्थियों की संख्या निम्नलिखित थी:

1555, 1670, 1750, 2013, 2540, 2820

इस समय काल में स्कूल के विद्यार्थियों की माध्य संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

विद्यार्थियों की माध्य संख्या $= \frac{\text{विद्यार्थियों की कुल संख्या}}{\text{कुल वर्ष}}$

$$= \frac{1555+1670+1750+2013+2540+2820}{6}$$

$$= \frac{12348}{6} = 2058$$

अतः, इस समय काल में स्कूल के विद्यार्थियों की माध्य संख्या 2,058 है।

प्रश्न 8:

एक नगर में किसी विशेष सप्ताह के 7 दिनों में हुई वर्षा (mm में) निम्नलिखित रूप से रिकार्ड की गई:

दिन	सोमवार	मंगलवार	बुधवार	वृहस्पतिवार	शुक्रवार	शनिवार	रविवार
वर्षा (mm में)	0.0	12.2	2.1	0.0	20.5	5.5	1.0

(i) उपरोक्त आँकड़ों से वर्षा का परिसर ज्ञात कीजिए।

(ii) इस सप्ताह की माध्य वर्षा ज्ञात कीजिए।

(iii) कितने दिन वर्षा, माध्य वर्षा से कम रही?

उत्तर 8:

(i) वर्षा का परिसर = अधिकतम वर्षा – न्यूनतम वर्षा

= 20.5 – 0.0 = 20.5 mm

(ii) सप्ताह की माध्य वर्षा $= \frac{\text{कुल रिकार्ड की गई वर्षा}}{\text{कुल दिन}}$

$= \frac{0.0+12.2+2.1+2.2+20.5+5.5+1.0}{7}$

$= \frac{41.3}{7} = 5.9$ mm

(iii) 5 दिन जोकि सोमवार, बुधवार, वृहस्पतिवार, शनिवार और रविवार को वर्षा माध्य वर्षा से कम रही।

प्रश्न 9:

10 लड़कियों की ऊँचाइयाँ cm में मापी गई और निम्नलिखित परिणाम प्राप्त हुए:

135, 150, 139, 128, 151, 132, 146, 149, 143. 141

(i) सबसे लंबी लड़की की लम्बाई क्या है?

(ii) सबसे छोटी लड़की की लम्बाई क्या है?

(iii) इन आँकड़ों का परिसर क्या है?

(iv) लड़कियों की माध्य ऊँचाई (लम्बाई) क्या है?

(v) कितनी लड़कियों की लम्बाई, माध्य लम्बाई से अधिक है?

उत्तर 9:

(i) सबसे लंबी लड़की की लम्बाई = 151 cm

(ii) सबसे छोटी लड़की की लम्बाई = 128 cm

(iii) आँकड़ों का परिसर = अधिकतम लम्बाई – न्यूनतम लम्बाई

= 151 – 128 = 23 cm

(iv) लड़कियों की माध्य ऊँचाई $= \frac{\text{लड़कियों की कुल लम्बाई}}{\text{लड़कियों की कुल संख्या}}$

$= \frac{135+150+139+128+151+132+146+149+143+141}{10}$

$= \frac{1414}{10} = 141.4$ cm

(v) पाँच लड़कियों की ऊँचाई, (जोकि 150, 151, 146, 149, 143) माध्य लम्बाई से अधिक है।

गणित

(अध्याय – 3) (आँकड़ों का प्रबंधन)

(कक्षा - 7)

प्रश्नावली 3.2

प्रश्न 1:

गणित की एक परीक्षा में, 15 विद्यार्थियों द्वारा (25 में से) प्राप्त किए गए अंक निम्नलिखित हैं:

19, 25, 23, 20, 9, 20, 15, 10, 5, 16, 25, 20, 24, 12, 20

इन आँकड़ों के बहुलक और माध्यक ज्ञात कीजिए। क्या ये समान हैं?

उत्तर 1:

दिए गए आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर:

5, 9, 10, 12, 15, 16, 19, 20, 20, 20, 20, 23, 24, 25, 25

आँकड़ों में सबसे अधिक बार आने वाला प्रेक्षण बहुलक होता है। इसलिए,

बहुलक = 20

मध्य वाला (बीच वाला) प्रेक्षण माध्यक होता है, इसलिए

माध्यक = 20

अतः, इन आँकड़ों के बहुलक और माध्यक समान हैं।

प्रश्न 2:

एक क्रिकेट मैच में 11 खिलाड़ियों द्वारा बनाए गए रन इस प्रकार हैं:

6, 15, 120, 50, 100, 80, 10, 15, 8, 10, 15

इन आँकड़ों के माध्य, बहुलक और माध्यक ज्ञात कीजिए। क्या ये तीनों समान हैं?

उत्तर 2:

दिए गए आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर:

6, 8, 10, 10, 15, 15, 15, 50, 80, 100, 120

$$\text{माध्य} = \frac{\text{प्रेक्षणों का कुल योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$$

$$= \frac{6+8+10+10+15+15+15+50+80+100+120}{11}$$

$$= \frac{429}{11} = 39$$

आँकड़ों में सबसे अधिक बार आने वाला प्रेक्षण बहुलक होता है। इसलिए, बहुलक = 15

मध्य वाला (बीच वाला) प्रेक्षण माध्यक होता है। इसलिए, माध्यक = 15

इसलिए, बहुलक और मध्यक दोनों ही 15 हैं।

अतः, इन आँकड़ों के माध्य, बहुलक और माध्यक तीनों समान नहीं हैं।

प्रश्न 3:

एक कक्षा के 15 विद्यार्थियों के भार (in kg) इस प्रकार हैं:

38, 42, 35, 37, 45, 50, 32, 43, 43, 40, 36, 38, 43, 38, 47

(i) इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

(ii) क्या इनके एक से अधिक बहुलक हैं?

उत्तर 3:

(i) दिए गए आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर:

32, 35, 36, 37, 38, 38, 38, 40, 42, 43, 43, 43, 45, 47, 50

आँकड़ों में सबसे अधिक बार आने वाला प्रेक्षण बहुलक होता है।

इसलिए, बहुलक = 38 और 43

मध्य वाला (बीच वाला) प्रेक्षण माध्यक होता है। इसलिए, माध्यक = 40

(ii) हाँ, यहाँ दो बहुलक हैं।

प्रश्न 4:

निम्नलिखित आँकड़ों के बहुलक और माध्यक ज्ञात कीजिए: 13, 16, 12, 14, 19, 12, 14, 13, 14.

उत्तर 4:

दिए गए आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर:

12, 12, 13, 13, 14, 14, 14, 16, 19

आँकड़ों में सबसे अधिक बार आने वाला प्रेक्षण बहुलक होता है। इसलिए, बहुलक = 14

मध्य वाला (बीच वाला) प्रेक्षण माध्यक होता है। इसलिए, माध्यक = 14

प्रश्न 5:

बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य है अथवा असत्य:

(i) बहुलक आँकड़ों में से सदैव एक संख्या होता है।

(ii) माध्य दिए हुए आँकड़ों में से एक संख्या होता है।

(iii) माध्यक आँकड़ों में से सदैव एक संख्या होता है।

(iv) आँकड़ों 6, 4, 3, 8, 9, 12, 13, 9 का माध्य 9 है।

उत्तर 5:

(i) सत्य (ii) असत्य (iii) सत्य (iv) असत्य

गणित

(अध्याय – 3) (आँकड़ों का प्रबंधन)

(कक्षा - 7)

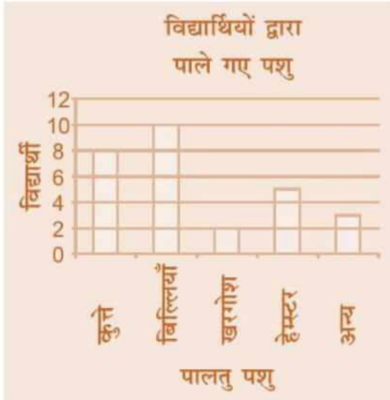
प्रश्नावली 3.3

प्रश्न 1:

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर देने के लिए, आकृति 3.3 में दिए आलेख का प्रयोग कीजिए:

(a) कौन-सा पालतू पशु अधिक लोकप्रिय है?

(b) कितने विद्यार्थियों का पालतू पशु कुत्ता है?



आकृति 3.3

उत्तर 1:

(a) बिल्ली, पालतू पशुओं में अधिक लोकप्रिय है।

(b) 8 विद्यार्थियों का पालतू पशु कुत्ता है।

प्रश्न 2:

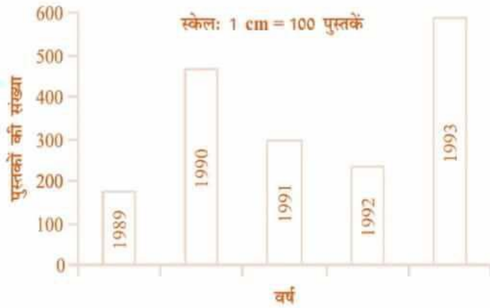
निम्नलिखित दंड आलेख को पढ़िए जो एक पुस्तक भंडार द्वारा पाँच क्रमागत वर्षों में बेचीं गई पुस्तकों की संख्या दर्शाती है, और आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) वर्ष 1989, 1990 और 1992 में से प्रत्येक में लगभग कितनी पुस्तकें बेचीं गई?

(ii) किस वर्ष में लगभग 475 पुस्तकें बेचीं गई? किस वर्ष में लगभग 225 पुस्तकें बेचीं गई?

(iii) किन वर्षों में 250 से कम पुस्तकें बेचीं गई?

(iv) क्या आप स्पष्ट कर सकते हैं कि आप वर्ष 1989 में बेचीं गई पुस्तकों का आकलन किस प्रकार करेंगे?



आकृति 3.4

उत्तर 2:

दंड आलेख के अनुसार:

(i) (a) 1989 में, 180 किताबें बेचीं गई।

(b) 1990 में, 475 किताबें बेचीं गई।

(c) 1992 में, 225 किताबें बेचीं गई।

(ii) वर्ष 1990 में, लगभग 475 किताबें बेचीं गई और वर्ष 1992 में, लगभग 225 किताबें बेचीं गई।

(iii) वर्ष 1989 और 1992 में 250 से कम किताबें बेचीं गई।

(iv) आलेख के अनुसार, लगभग 180 किताबें वर्ष 1989 में बेचीं गई है।

प्रश्न 3:

छः विभिन्न कक्षाओं के विद्यार्थीयों की संख्याएँ नीचे दी गई हैं। इन आँकड़ों को एक दंड आलेख द्वारा निरुपित कीजिए:

कक्षा	पाँचवीं	छठी	सातवीं	आठवीं	नौवीं	दसवीं
विद्यार्थियों की संख्या	135	120	95	100	90	80

(a) आप स्केल किस प्रकार चुनेगें?

(b) निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) किस कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या अधिकतम है? किस कक्षा में न्यूनतम है?

(ii) कक्षा छः के विद्यार्थियों की संख्या का कक्षा आठ के विद्यार्थियों की संख्या से अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:

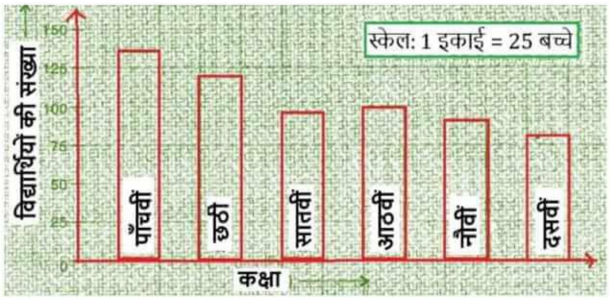
आँकड़ों का दंड आलेख निम्नलिखित है:

(a) स्केल: 1 इकाई = 25 बच्चे

(b) (i) पाँचवीं कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या अधिकतम है तथा दसवीं कक्षा में न्यूनतम है।

(ii) अनुपात $= \frac{\text{छठी कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या}}{\text{आठवीं कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या}}$

$= \frac{120}{100} = \frac{6}{5} = 6:5$



प्रश्न 4:

एक विद्यार्थी के प्रथम और द्वितीय सत्र का प्रदर्शन दिया हुआ है। एक उपयुक्त स्केल चुनकर एक दोहरा दंड आलेख खींचिए और दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

विषय	अंग्रेजी	हिन्दी	गणित	विज्ञान	सामाजिक विज्ञान
प्रथम सत्र (अधिकतम अंक 100)	67	72	88	81	73
द्वितीय सत्र (अधिकतम अंक 100)	70	65	95	85	75

(i) किस विषय में विद्यार्थी ने अपने प्रदर्शन में सबसे अधिक सुधर किया है?

(ii) किस विषय में सुधर सबसे कम है?

(iii) क्या किसी विषय में प्रदर्शन नीचे गिरा है?

उत्तर 4:

आँकड़ों का दोहरा दंड आलेख निम्नलिखित है:

प्रथम सत्र तथा द्वितीय सत्र के अंकों में अंतर:

अंग्रेजी = 70 – 67 = 3

हिंदी = 65 – 72 = –7

गणित = 95 – 88 = 7

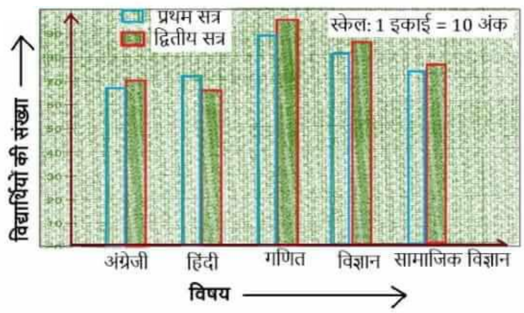
विज्ञान = 85 – 81 = 4

सामाजिक विज्ञान = 75 – 73 = 2

(i) उसने गणित में सबसे अधिक सुधर किया है।

(ii) सामाजिक विज्ञान में सुधर सबसे कम है।

(iii) हाँ, हिन्दी विषय में उसका प्रदर्शन नीचे गिरा है।



प्रश्न 5:

किसी कालोनी में किए गए सर्वेक्षण से प्राप्त निम्नलिखित आँकड़ों पर विचार कीजिए:

पसंदीदा खेल	क्रिकेट	बास्केट बॉल	तैरना	हाकी	खेलकूद
देखना	1240	470	510	423	250
भाग लेना	620	320	320	250	105

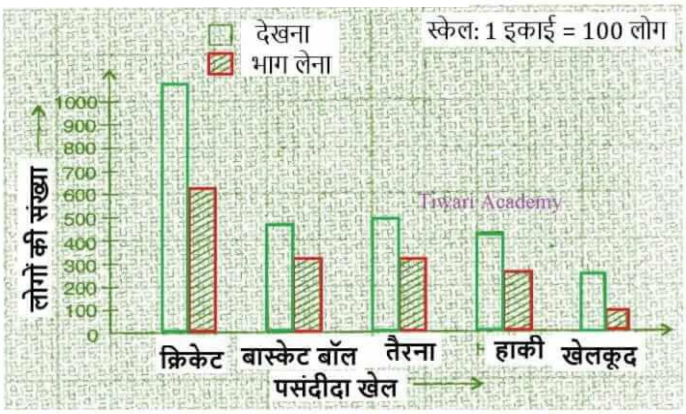
(i) एक उपयुक्त स्केल चुनकर, एक दोहरा दंड आलेख खींचिए। इस दंड आलेख से आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं?

(ii) कौन-सा खेल अधिक लोकप्रिय है?

(iii) खेलों को देखना अधिक पसंद किया जाता है या उनमें भाग लेना?

उत्तर 5:

आँकड़ों का दोहरा दंड आलेख निम्नलिखित है:



(i) आँकड़ों के आधार पर यह निष्कर्ष निकलता है कि खेलकूद में लोगों की सबसे कम रूचि है।

(ii) क्रिकेट सबसे अधिक लोकप्रिय है।

(iii) खेलों को देखना अधिक पसंद किया जाता है।

प्रश्न 6:

इस अध्याय के प्रारंभ में, दिए हुए विभिन्न नगरों के न्यूनतम और अधिकतम तापमानों के आँकड़ों को लीजिए। इन आँकड़ों का एक दोहरा दंड आलेख खींच कर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

20.6.2006 को शहरों का तापमान

शहर	अहमदाबाद	अमृतसर	बंगलौर	चेन्नई
अधिकतम न्यूनतम	38° C 29° C	37° C 26° C	28° C 21° C	36° C 27° C
शहर	दिल्ली	जयपुर	जम्मू	मुंबई
अधिकतम न्यूनतम	38° C 28° C	39° C 29° C	41° C 26° C	32° C 27° C

(i) दी हुई तिथि पर किस नगर के न्यूनतम और अधिकतम तापमान का अंतर सबसे अधिक है?

(ii) कौन-सा नगर सबसे गर्म है और कौन-सा नगर सबसे ठंडा है?

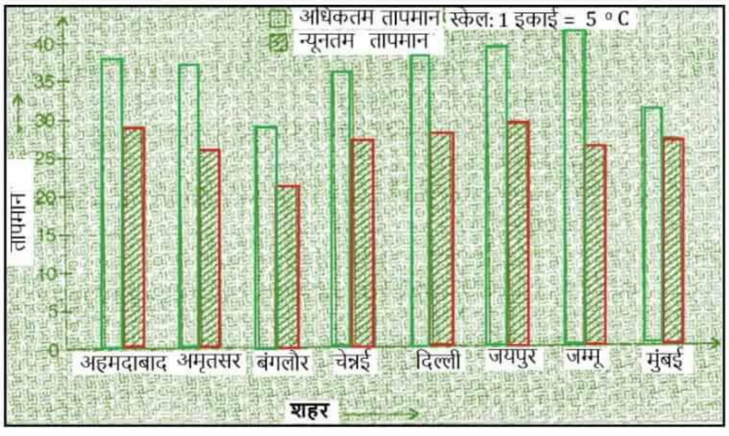
(iii) ऐसे दो नगरों के नाम लिखिए, जिनमें से एक का अधिकतम तापमान दूसरे के न्यूनतम तापमान से कम था।

(iv) उस नगर का नाम लिखिए, जिसके न्यूनतम और अधिकतम तापमानों का अंतर सबसे कम है।

उत्तर 6:

आँकड़ों का दोहरा दंड आलेख निम्नलिखित है:

(i) जम्मू के न्यूनतम और अधिकतम तापमान का अंतर सबसे अधिक है।
∴ अंतर = 41°C – 26°C = 15°C



(ii) जम्मू सबसे गर्म तथा बैंगलौर सबसे ठंडा है।

(iii) बैंगलौर का अधिकतम तापमान (28°C) दिल्ली और जयपुर के न्यूनतम तापमान से कम है।

(iv) मुंबई के न्यूनतम तथा अधिकतम तापमानों में सबसे कम अंतर है।
अधिकतम तापमान = 32°C
न्यूनतम तापमान = 27°C
∴ अंतर = 32°C – 27°C = 5°C

गणित

(अध्याय – 3) (आँकड़ों का प्रबंधन)

(कक्षा - 7)

प्रश्नावली 3.4

प्रश्न 1:

बताइए कि निम्नलिखित में किसका होना निश्चित है, किसका होना असंभव है तथा कौन हो भी सकता है, परंतु निश्चित रूप से नहीं:

(i) आज आप कल से अधिक आयु के हैं।
(ii) एक सिक्के को उछालने पर चित आएगा।
(iii) एक पासे को फेकने पर 8 आएगा।
(iv) अगली ट्रेफिक लाईट हरी दिखेगी।
(v) कल बादल घिरे होंगे।

उत्तर 1:

(i) इसका होना निश्चित है।
(ii) यह हो सकता है परंतु निश्चित रूप से नहीं।
(iii) इसका होना असंभव है।
(iv) यह हो सकता है परंतु निश्चित रूप से नहीं।
(v) यह हो सकता है परंतु निश्चित रूप से नहीं।

प्रश्न 2:

एक डिब्बे में 6 कंचे हैं, जिन पर 1 से 6 संख्याएँ अंकित हैं।

(i) संख्या 2 वाले कंचे को इसमें से निकालने की प्रायिकता क्या है?
(i) संख्या 5 वाले कंचे को इसमें से निकालने की प्रायिकता क्या है?

उत्तर 2:

डिब्बे में कुल कंचे = 6

(i) एक ही कंचे पर संख्या 2 अंकित है।

$\Rightarrow$ P (संख्या 2 आने की प्रायिकता) = $\frac{1}{6}$

(ii) एक ही कंचे पर संख्या 5 अंकित है।

$\Rightarrow$ P (संख्या 5 आने की प्रायिकता) = $\frac{1}{6}$

प्रश्न 3:

यह निर्णय लेने के लिए कि कौन – सी टीम खेल प्रारंभ करेगी, एक सिक्का उछाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि आपकी टीम खेल प्रारंभ करेगी?

उत्तर 3:

सिक्के को उछालने पर कुल संभावनाएँ (चित या पट) = 2
इसलिए, चित या पट आने के प्रायिकता समान होती है।

$\therefore$ P (हमारी टीम खेल प्रारंभ करेगी) = $\frac{1}{2}$