गणित

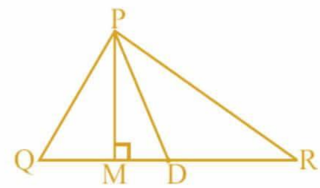
(अध्याय - 6) (त्रिभुज और उसके गुण)

(कक्षा - 7)

प्रश्नावली 6.1

प्रश्न 1:

ΔPQR में भुजा $\overline{QR}$ का मध्य बिंदु D है।



$\overline{PM}$ ____________ है।

PD ____________ है।

क्या QM = MR?

उत्तर 1:

दिया है: $\angle PMD = 90°$

$\therefore$ $\overline{PM}$ शीर्षलंब है।

दिया है: QD = DR, इसलिए PD माध्यिका है।

नहीं, QM $\neq$ MR क्योंकि D, QR का मध्य बिंदु है।

प्रश्न 2:

निम्न के लिए अनुमान से आकृति खींचिए।

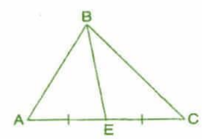
(a) ΔABC में, BE एक माध्यिका है।

(b) ΔPQR में, PQ और PR त्रिभुज के शीर्षलंब हैं।

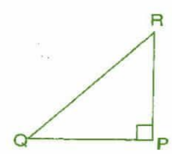
(c) ΔXYZ में, YL एक शीर्षलंब उसके बहिर्भाग में है।

उत्तर 2:

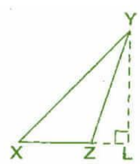
(a) यहाँ, ΔABC में BE एक माध्यिका है तथा AE = EC.



(b) यहाँ, PQ और PR, ΔPQR के शीर्षलंब हैं तथा RP $\perp$ QP.



(c) YL, ΔXYZ के बहिर्भाग में एक शीर्षलंब है।



प्रश्न 3:

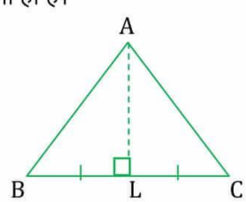
आकृति खींचकर पुष्टि कीजिए कि एक समद्विबाहु त्रिभुज में शीर्षलंब व माध्यिका एक ही रेखाखंड हो सकता है।

उत्तर 3:

हम जानते हैं कि समद्विबाहु त्रिभुज में दो भुजाएँ समान होती हैं।

नीचे दिए गए ΔABC में AB = AC है। इसकी माध्यिका और शीर्षलंब दोनों खींचते हैं। दोनों एक ही बिंदु पर मिलते हैं।

अतः, AL त्रिभुज की माध्यिका और शीर्षलंब दोनों ही है।



गणित

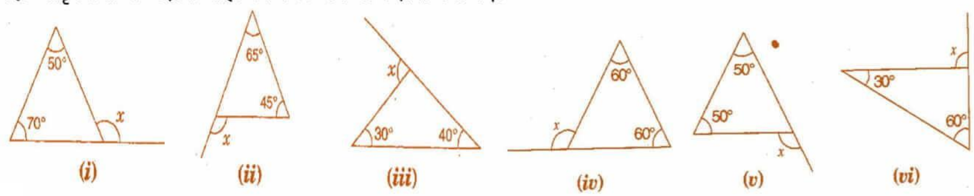
(अध्याय – 6) (त्रिभुज और उसके गुण)

(कक्षा – 7)

प्रश्नावली 6.2

प्रश्न 1:

निम्न आकृतियों में अज्ञात बाह्य कोण x का मान ज्ञात कीजिए।



उत्तर 1:

हम जानते हैं कि बाह्य कोण = अंतः सम्मुख कोणों का योग, इसलिए

(i) $x = 50° + 70° = 120°$

(ii) $x = 65° + 45° = 110°$

(iii) $x = 30° + 40° = 70°$

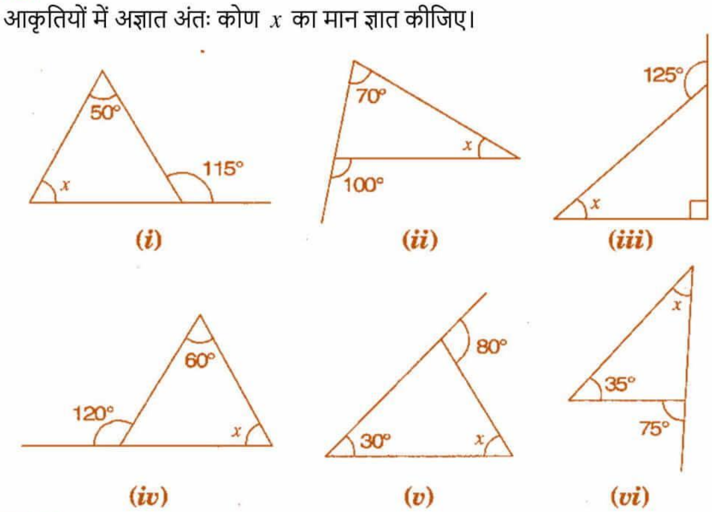
(iv) $x = 60° + 60° = 120°$

(v) $x = 50° + 50° = 100°$

(vi) $x = 60° + 30° = 90°$

प्रश्न 2:

निम्न आकृतियों में अज्ञात अंतः कोण x का मान ज्ञात कीजिए।



उत्तर 2:

हम जानते हैं कि बाह्य कोण = अंतः सम्मुख कोणों का योग, इसलिए

(i) $x + 50° = 115° \Rightarrow x = 115° - 50° = 65°$

(ii) $70° + x = 100° \Rightarrow x = 100° - 70° = 30°$

(iii) $x + 90° = 125° \Rightarrow x = 120° - 90° = 35°$

(iv) $60° + x = 120° \Rightarrow x = 120° - 60° = 60°$

(v) $30° + x = 80° \Rightarrow x = 80° - 30° = 50°$

(vi) $x + 35° = 75° \Rightarrow x = 75° - 35° = 40°$

गणित

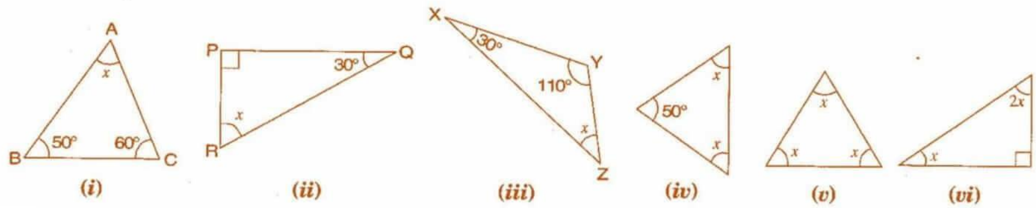
(अध्याय – 6) (त्रिभुज और उसके गुण)

(कक्षा – 7)

प्रश्नावली 6.3

प्रश्न 1:

निम्नांकित आकृतियों में अज्ञात x का मान ज्ञात कीजिए।



उत्तर 1:

(i) ΔABC में,

$\angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

$\Rightarrow \quad x + 50° + 60° = 180°$

$\Rightarrow \quad x + 110° = 180°$

$\Rightarrow \quad x = 180° - 110° = 70°$

(ii) ΔPQR में,

$\angle RPQ + \angle PQR + \angle RPQ = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

$\Rightarrow \quad 90° + 30° + x = 180° \Rightarrow x + 120° = 180°$

$\Rightarrow \quad x = 180° - 120° = 60°$

(iii) ΔXYZ में,

$\angle ZXY + \angle XYZ + \angle YZX = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

$\Rightarrow \quad 30° + 110° + x = 180° \Rightarrow x + 140° = 180°$

$\Rightarrow \quad x = 180° - 140° = 40°$

(iv) दिए गए समद्विबाहु त्रिभुज में,

$x + x + 50° = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

$\Rightarrow \quad 2x + 50° = 180° \quad \Rightarrow 2x = 180° - 50°$

$\Rightarrow \quad 2x = 130°$

$\Rightarrow \quad x = \frac{130°}{2} = 65°$

(v) दिए गए समबाहु त्रिभुज में,

$x + x + x = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

$\Rightarrow \quad 3x = 180°$

$\Rightarrow \quad x = \frac{180°}{3} = 60°$

(vi) दिए गए समकोण त्रिभुज में,

$x + 2x + 90° = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

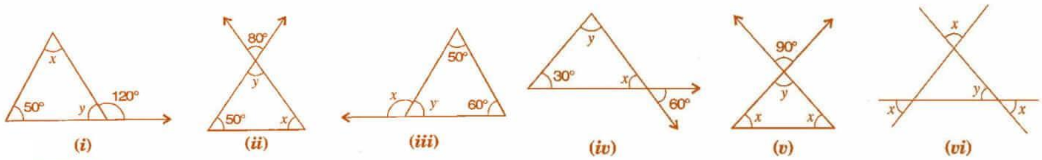
$\Rightarrow \quad 3x + 90° = 180° \quad \Rightarrow 3x = 180° - 90°$

$\Rightarrow \quad 3x = 90°$

$\Rightarrow \quad x = \frac{90°}{3} = 30°$

प्रश्न 2:

निम्नांकित आकृतियों में अज्ञात x और y का मान ज्ञात कीजिए।



उत्तर 2:

(i) $50° + x = 120°$ [त्रिभुज के बाह्य कोण गुण से]

$\Rightarrow \quad x = 120° - 50° = 70°$

यहाँ, $50° + x + y = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

$\Rightarrow \quad 50° + 70° + y = 180°$

$\Rightarrow \quad 120° + y = 180°$

$\Rightarrow \quad y = 180° - 120° = 60°$

(ii) $y = 80°$ .... (i) [उर्ध्वाधर सम्मुख कोण]

यहाँ, $50° + x + y = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

$\Rightarrow \quad 50° + 80° + y = 180°$ [समीकरण (i) से]

$\Rightarrow \quad 130° + y = 180°$

$\Rightarrow \quad y = 180° - 130° = 50°$

(iii) $50° + 60° = x$ [त्रिभुज के बाह्य कोण गुण से]

$\Rightarrow \quad x = 110°$

यहाँ, $50° + 60° + y = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

$\Rightarrow \quad 110° + y = 180°$

$\Rightarrow \quad y = 180° - 110°$

$\Rightarrow \quad y = 70°$

(iv) $x = 60°$ .... (i) [उर्ध्वाधर सम्मुख कोण]

यहाँ, $30° + x + y = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

$\Rightarrow \quad 50° + 60° + y = 180°$ [समीकरण (i) से]

$\Rightarrow \quad 90° + y = 180°$

$\Rightarrow \quad y = 180° - 90° = 90°$

(v) $y = 90°$ .... (i) [उर्ध्वाधर सम्मुख कोण]

यहाँ, $y + x + x = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

$\Rightarrow \quad 90° + 2x = 180°$ [समीकरण (i) से]

$\Rightarrow \quad 2x = 180° - 90° \Rightarrow 2x = 90°$

$\Rightarrow \quad x = \frac{90°}{2} = 45°$

(vi) $x = y$ .... (i) [उर्ध्वाधर सम्मुख कोण]

यहाँ, $x + x + y = 180°$ [त्रिभुज कोण योग नियम से]

$\Rightarrow \quad 2x + x = 180°$ [समीकरण (i) से]

$\Rightarrow \quad 3x = 180°$

$\Rightarrow \quad x = \frac{180°}{3} = 60°$

गणित

(अध्याय – 6) (त्रिभुज और उसके गुण)
(कक्षा – 7)

प्रश्नावली 6.4

प्रश्न 1:

निम्न दी गई भुजाओं की मापों से क्या कोई त्रिभुज संभव है?

(i) 2 cm, 3 cm, 5 cm (ii) 3 cm, 6 cm, 7 cm (iii) 6 cm, 3 cm, 2 cm

उत्तर 1:

हम जानते हैं कि एक त्रिभुज की कोई दो भुजाओं के मापों का योग, तीसरी भुजा की माप से अधिक होती है।

(i) 2 cm, 3 cm, 5 cm

$2 + 3 > 5$ संभव नहीं है
$2 + 5 > 3$ संभव है
$3 + 5 > 2$ संभव है
अतः, त्रिभुज संभव नहीं है।

(ii) 3 cm, 6 cm, 7 cm

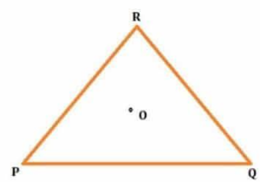
$3 + 6 > 7$ संभव है
$6 + 7 > 3$ संभव है
$3 + 7 > 6$ संभव है
अतः, त्रिभुज संभव है।

(iii) 6 cm, 3 cm, 2 cm

$6 + 3 > 2$ संभव है
$6 + 2 > 3$ संभव है
$2 + 3 > 6$ संभव नहीं है
अतः, त्रिभुज संभव नहीं है।

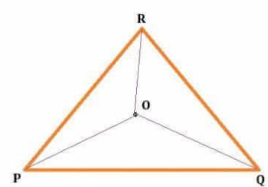
प्रश्न 2:

त्रिभुज PQR के अभ्यंतर में कोई बिंदु O लीजिए। क्या यह सही है कि



(i) $OP + OQ > PQ$?
(ii) $OQ + OR > QR$?
(iii) $OR + OP > RP$?

उत्तर 2:



OR, OQ और OP को मिलाया।

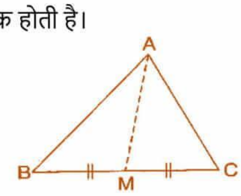
(i) हाँ, क्योंकि POQ एक त्रिभुज है और त्रिभुज की कोई दो भुजाओं के मापों का योग, तीसरी भुजा की माप से अधिक होती है।
(ii) हाँ, क्योंकि, RQO एक त्रिभुज है और त्रिभुज की कोई दो भुजाओं के मापों का योग, तीसरी भुजा की माप से अधिक होती है।
(iii) हाँ, क्योंकि, ROP एक त्रिभुज है और त्रिभुज की कोई दो भुजाओं के मापों का योग, तीसरी भुजा की माप से अधिक होती है।

प्रश्न 3:

त्रिभुज ABC की एक माध्यिका AM है। बताइए कि क्या $AB + BC + CA > 2AM$?
(संकेत: ΔABM तथा ΔAMC की भुजाओं पर विचार कीजिए।)

उत्तर 3:

हम जानते हैं कि एक त्रिभुज की कोई दो भुजाओं के मापों का योग, तीसरी भुजा की माप से अधिक होती है।



इसलिए, ΔABM में, $AB + BM > AM$ ... (i)
ΔAMC में, $AC + MC > AM$ ... (ii)

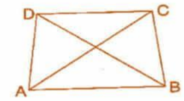
समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर,

$AB + BM + AC + MC > AM + AM$
$\Rightarrow AB + AC + (BM + MC) > 2AM$
$\Rightarrow AB + AC + BC > 2AM$

अतः, यह सत्य है।

प्रश्न 4:

ABCD एक चतुर्भुज है। क्या AB + BC + CD + DA > AC + BD?



उत्तर 4:

हम जानते हैं कि एक त्रिभुज की कोई दो भुजाओं के मापों का योग, तीसरी भुजा की माप से अधिक होती है।

इसलिए, ΔABC में, $AB + BC > AC$ ....(i)

ΔADC में, $AD + DC > AC$ ....(ii)

ΔDCB में, $DC + CB > DB$ ....(iii)

ΔADB में, $AD + AB > DB$ ....(iv)

समीकरण (i), (ii), (iii) और (iv) को जोड़ने पर

$AB + BC + AD + DC + DC + CB + AD + AB > AC + AC + DB + DB$

$\Rightarrow (AB + AB) + (BC + BC) + (AD + AD) + (DC + DC) > 2AC + 2DB$

$\Rightarrow 2AB + 2BC + 2AD + 2DC > 2(AC + DB)$

$\Rightarrow 2(AB + BC + AD + DC) > 2(AC + DB)$

$\Rightarrow AB + BC + AD + DC > AC + DB$

$\Rightarrow AB + BC + CD + DA > AC + DB$

अतः, यह सत्य है।

प्रश्न 5:

ABCD एक चतुर्भुज है। क्या AB + BC + CD + DA < 2 (AC + BD)?

उत्तर 5:

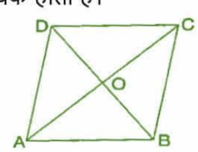
हम जानते हैं कि एक त्रिभुज की कोई दो भुजाओं के मापों का योग, तीसरी भुजा की माप से अधिक होती है।

इसलिए, ΔAOB में, $AB < OA + OB$ ....(i)

ΔBOC में, $BC < OB + OC$ ....(ii)

ΔCOD में, $CD < OC + OD$ ....(iii)

ΔAOD में, $DA < OD + OA$ ....(iv)



समीकरण (i), (ii), (iii) और (iv) को जोड़ने पर

$AB + BC + CD + DA < OA + OB + OB + OC + OC + OD + OD + OA$

$\Rightarrow AB + BC + CD + DA < 2OA + 2OB + 2OC + 2OD$

$\Rightarrow AB + BC + CD + DA < 2[(AO + OC) + (DO + OB)]$

$\Rightarrow AB + BC + CD + DA < 2(AC + BD)$

अतः, यह सत्य है।

प्रश्न 6:

एक त्रिभुज की दो भुजाओं की माप 12 cm तथा 15 cm है। इसकी तीसरी भुजा की माप किन दो मापों के बीच होनी चाहिए?

उत्तर 6:

हम जानते हैं कि एक त्रिभुज की कोई दो भुजाओं के मापों का योग, तीसरी भुजा की माप से अधिक होती है।

दिया है कि त्रिभुज की दो भुजाएँ 12 cm और 15 cm हैं।

अतः, तीसरी भुजा दोनों भुजाओं के योग (12 + 15 = 27 cm) से छोटी होगी।

तीसरी भुजा दोनों भुजाओं के अंतर (15 – 12 = 3 cm) से बड़ी भी होनी चाहिए।

इसलिए, तीसरी भुजा 3 cm से बड़ी तथा 27 cm से छोटी होनी चाहिए।

गणित

(अध्याय – 6) (त्रिभुज और उसके गुण)

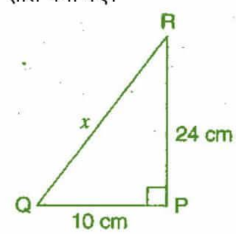
(कक्षा – 7)

प्रश्नावली 6.5

प्रश्न 1:

PQR एक त्रिभुज है जिसका P एक समकोण है। यदि PQ = 10 cm तथा PR = 24 cm तब QR ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:



दिया है: PQ = 10 cm, PR = 24 cm

माना, QR = x cm

समकोण त्रिभुज QPR में, (कर्ण)^2 = (आधार)^2 + (लंब)^2 [पाइथागोरस गुण से]

$\Rightarrow$ $(QR)^2 = (PQ)^2 + (PR)^2$

$\Rightarrow$ $x^2 = (10)^2 + (24)^2$

$\Rightarrow$ $x^2 = 100 + 576 = 676$

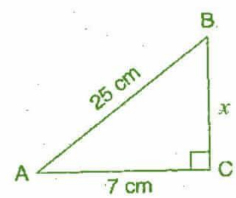
$\Rightarrow$ $x = \sqrt{676} = 26$ cm

अतः, QR की लम्बाई 26 cm है।

प्रश्न 2:

ABC एक त्रिभुज है जिसका C एक समकोण है। यदि AB = 25 cm तथा AC = 7 cm तब BC ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:



दिया है: AB = 25 cm, AC = 7 cm

माना, BC = x cm

समकोण त्रिभुज ACB में, (कर्ण)^2 = (आधार)^2 + (लंब)^2 [पाइथागोरस गुण से]

$\Rightarrow$ $(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$

$\Rightarrow$ $(25)^2 = (7)^2 + x^2$

$\Rightarrow$ $625 = 49 + x^2$

$\Rightarrow$ $x^2 = 625 - 49 = 576$

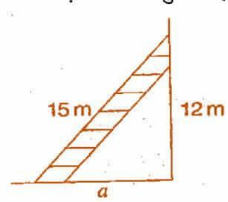
$\Rightarrow$ $x = \sqrt{576} = 24$ cm

अतः, BC की लम्बाई 24 cm है।

प्रश्न 3:

दीवार के सहारे उसके पैर कुछ दूरी पर टिका कर 15 m लंबी एक सीढ़ी भूमि से 12 m ऊँचाई पर स्थित खिड़की तक पहुँचती है। दीवार से सीढ़ी के पैर की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:



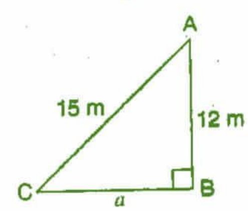
माना, AC सीढ़ी है तथा बिंदु A खिड़की है।

दिया है: AC = 15 m, AB = 12 m, माना CB = a m

समकोण त्रिभुज ACB में,

(कर्ण)^2 = (आधार)^2 + (लंब)^2 [पाइथागोरस गुण से]

$\Rightarrow$ $(AC)^2 = (CB)^2 + (AB)^2$



$\Rightarrow$ $(15)^2 = (a)^2 + (12)^2$

$\Rightarrow$ $225 = a^2 + 144$

$\Rightarrow$ $a^2 = 225 - 144 = 81$

$\Rightarrow$ $a = \sqrt{81} = 9$ cm

अतः, दीवार से सीढ़ी के पैर की दूरी 9 m है।

प्रश्न 4:

निम्नलिखित में भुजाओं के कौन से समूह एक समकोण त्रिभुज बना सकते हैं?

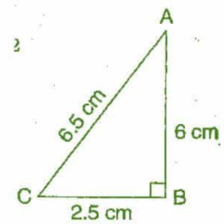
(i) 2.5 cm, 6.5 cm, 6 cm (ii) 2 cm, 2 cm, 5 cm (iii) 1.5 cm, 2 cm, 2.5 cm

समकोण त्रिभुज होने की स्थिति में उसके समकोण को भी पहचानिए।

उत्तर 4:

सबसे बड़ी भुजा को कर्ण मानकर, पाइथागोरस गुण से समकोण त्रिभुज की सत्यता की जाँच करते हैं।

(i) 2.5 cm, 6.5 cm, 6 cm



ΔABC में, $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

L.H.S. = $(6.5)^2$ = 42.25 cm

R.H.S. = $(6)^2 + (2.5)^2$ = 36 + 6.25 = 42.25 cm

क्योंकि, L.H.S. = R.H.S.

इसलिए, ये भुजाएँ एक समकोण त्रिभुज बनाती हैं।

समकोण सबसे बड़ी भुजा 6.5 cm के सामने होगा अर्थात कोण B पर है।

(ii) 2 cm, 2 cm, 5 cm

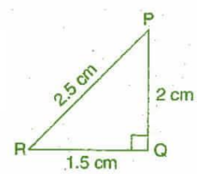
दी गई भुजाओं से, $(5)^2 = (2)^2 + (2)^2$

L.H.S. = $(5)^2$ = 25

R.H.S. = $(2)^2 + (2)^2$ = 4 + 4 = 8

क्योंकि, L.H.S. $\neq$ R.H.S. इसलिए, ये भुजाएँ एक समकोण त्रिभुज नहीं बनाती हैं।

(iii) 1.5 cm, 2 cm, 2.5 cm



ΔPQR में, $(PR)^2 = (PQ)^2 + (RQ)^2$

L.H.S. = $(2.5)^2$ = 6.25 cm

R.H.S. = $(1.5)^2 + (2)^2$ = 2.25 + 4 = 6.25 cm

क्योंकि, L.H.S. = R.H.S.

इसलिए, ये भुजाएँ एक समकोण त्रिभुज बनाती हैं।

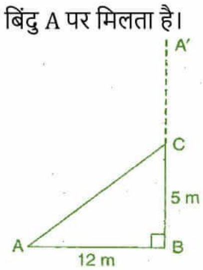
समकोण सबसे बड़ी भुजा 2.5 cm के सामने होगा अर्थात कोण Q पर है।

प्रश्न 5:

एक पेड़ भूमि से 5 m की ऊँचाई पर टूट जाता है और उसका उपरी सिरा भूमि को उसके आधार से 12 m की दूरी पर छूता है। पेड़ की पूरी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

माना A'CB टूटने से पहले पेड़ की स्थिति है। पेड़ बिंदु C से टूटता है और इसका बिंदु A' भूमि पर बिंदु A पर मिलता है। इसलिए ΔABC में कोण B समकोण है। AB = 12 m और BC = 5 m है।



पाइथागोरस गुण से, ΔABC में, $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

$\Rightarrow \quad (AC)^2 = (12)^2 + (5)^2$

$\Rightarrow \quad (AC)^2 = 144 + 25$

$\Rightarrow \quad (AC)^2 = 169$

$\Rightarrow \quad$ AC = 13 m

अतः, पेड़ की पूरी ऊँचाई = AC + CB = 13 + 5 = 18 m है।

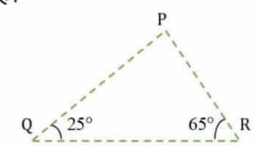
प्रश्न 6:

त्रिभुज PQR में कोण Q = 25° तथा कोण R = 65° हैं। निम्नलिखित में कौन सा कथन सत्य है?

(i) $PQ^2 + QR^2 = RP^2$

(ii) $PQ^2 + RP^2 = QR^2$

(iii) $RP^2 + QR^2 = PQ^2$



उत्तर 6:

ΔPQR में,

$\angle PQR + \angle QRP + \angle RPQ = 180°$ [त्रिभुज के कोण योग नियाम से]

$\Rightarrow 25° + 65° + \angle RPQ = 180°$

$\Rightarrow 90° + \angle RPQ = 180°$

$\Rightarrow \angle RPQ = 180° - 90° = 90°$

अतः, ΔPQR एक समकोण त्रिभुज है जिसका कोण P समकोण है।

$\therefore$ (कर्ण)^2 = (आधार)^2 + (लंब)^2 [पाइथागोरस गुण से]

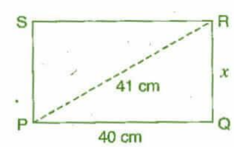
$\Rightarrow (QR)^2 = (PR)^2 + (QP)^2$

अतः, विकल्प (ii) सही है।

प्रश्न 7:

एक आयत की लंबाई 40 cm है तथा उसका विकर्ण 41 cm है। इसका परिमाप ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:



दिया है: विकर्ण (PR) = 41 cm और लम्बाई (PQ) = 40 cm

माना, (QR) = x cm.

समकोण त्रिभुज PQR में,

$(PR)^2 = (RQ)^2 + (PQ)^2$ [पाइथागोरस गुण से]

$\Rightarrow (41)^2 = x^2 + (40)^2 \quad \Rightarrow 1681 = x^2 + 1600 \quad \Rightarrow x^2 = 1681 - 1600$

$\Rightarrow x^2 = 81 \quad \Rightarrow x = \sqrt{81} = 9$ cm

अतः, आयत की चौड़ाई = 9 cm.

आयत का परिमाप = 2(लम्बाई + चौड़ाई) = 2 (9 + 49) = 2 x 49 = 98 cm

अतः, आयत का परिमाप 98 cm है।

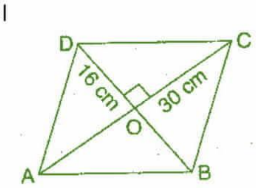
प्रश्न 8:

एक समचतुर्भुज के विकर्ण 16 cm तथा 30 cm हैं। इसका परिमाप ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:

दिया है: विकर्ण AC = 30 cm और DB = 16 cm.

हम जानते हैं कि समचतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते है।



इसलिए, $OD = \frac{DB}{2} = \frac{16}{2} = 8$ cm

और $OC = \frac{AC}{2} = \frac{30}{2} = 15$ cm

अब, समकोण त्रिभुज DOC में,

$(DC)^2 = (OD)^2 + (OC)^2$ [पाइथागोरस गुण से]

$\Rightarrow (DC)^2 = (8)^2 + (15)^2 \quad \Rightarrow (DC)^2 = 64 + 225 = 289 \quad \Rightarrow DC = \sqrt{289} = 17$ cm

समचतुर्भुज का परिमाप = 4 x भुजा = 4 x 17 = 68 cm

अतः, समचतुर्भुज का परिमाप 68 cm है।